

На правах рукописи

Рагех Басем Осами Саид

**ЧИСЛЕННЫЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ МЕТОД
В ПРИЛОЖЕНИИ К БОЛЬШЕПРОЛЕТНЫМ ВАНТОВЫМ
МОСТАМ**

Специальность: 05.23.17– Строительная механика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Санкт-Петербург – 2014

Работа выполнена в ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет» на кафедре строительной механики

Научный руководитель: заслуженный деятель науки и техники РФ
доктор технических наук, профессор
Масленников Александр Матвеевич

Официальные оппоненты: **Уздин Александр Моисеевич,**
доктор технических наук, профессор
ФГБОУ ВПО "Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I", кафедра теоретической механики, профессор, заместитель заведующего по научно-исследовательской работе;
Гузеев Роман Николаевич,
кандидат технических наук, ЗАО «Институт Гипростроймост – Санкт-Петербург» начальник расчетного отдела

Ведущая организация: **ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный политехнический университет»**

Защита диссертации состоится 18 декабря 2014 г. в 15⁰⁰ часов на заседании диссертационного совета Д **212.223.03** при ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет» по адресу: 190005, Санкт-Петербург, 2-я Красноармейская ул. д. 4, зал заседаний диссертационного совета (аудитория 219).

Тел./Факс: (812) 316-58-72; E-mail: rector@spbgasu.ru

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет» и на сайте www.spbgasu.ru.

Автореферат разослан «_____» октября 2014 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета
доктор технических наук,
профессор

Кондратьева Лидия Никитовна

I. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность исследования. В последние годы в мировой практике для перекрытия больших пролетов всё чаще стали применять вантовые покрытия как в промышленном, гражданском строительстве, так и в мостостроении. Привлекательность вантовых строений вызвана уменьшением материалоемкости при их возведении. В таких конструкциях основными несущими элементами являются ванты, работающие, как правило, на растяжение. При таком напряжённом состоянии материал конструкции используется наиболее полно. В какой - то мере сдерживающим фактором их дальнейшего развития и обеспечения их надёжности является податливость вантовых сооружений. Они значительно страдают от ветрового воздействия, действующего совместного с другими нагрузками. В этой связи, естественно, требуются дополнительные исследования в области определения напряжённого и деформированного состояния таких конструкций, как большепролётные вантовые мосты. Например, в Египте обсуждается идея о строительстве вантового моста длиной более одного километра через залив Акаба непосредственно из Египта в Саудовскую Аравию, что естественно, оживило интерес к вантовым мостам и сделало тему исследования **актуальной**.

Степень разработанности темы исследования. В России на эту тему наиболее известны работы ученых В.К. Качурина, А.В. Брагина, А.А. Петропавловского, В.А. Смирнова, С.А. Бахтина, В.И. Кириенко, Е.И. Крыльцова, И.Г. Овчинникова, Ю.М. Сильницкого, Н.М. Кирсанова, А.М. Кушнерева и др. В работах этих авторов приводятся расчеты висячих и вантовых мостов, вопросы их проектирования и возведения. Вопросам аэродинамической неустойчивости посвящены статьи М.И. Казакевича. Расчетами мостов на подвижную нагрузку занимались ученые А.Д. Барченков, В.С. Сафронов, А.М. Уздин и др.).

Методам оптимизации по достижению минимальных деформаций вантовых мостов, оценкам оптимального предварительного натяжения вант уделили внимание зарубежные авторы Ванг и др. (*Wang et al*), 1993 г.; Саймос и Неграо (*Simoies and Negrao*), 2000 г.; Шен и др. (*Chen et al*), 2000 г.; Жанжис и др. (*Janjic et al*), 2003 г.; Ли и др. (*Lee et al*), 2008 г. Наиболее близка по теме диссертации последняя работа Хассана М (*Hassan. M*), 2010 г. В работе Хассана разработан новый алгоритм, использующий В-сплайн функции и метод конечных элементов при нелинейном статическом анализе моста. В работе минимизировались прогибы балки жесткости и перемещения пилона для веерообразной схемы вантового моста. Применение алгоритма Хассана достаточно сложное. Чтобы получить подходящую кривую В-сплайна, обеспечивающую минимальные деформации вантового моста, необходимы многократные расчеты. Для продолжения исследования в этом направлении в настоящей диссертации предложен алгоритм, где при минимизации энергии на каждом шаге интегрирования нелинейных дифференциальных уравнений реализован метод сопряженных градиентов.

Определением частот свободных колебаний вантовых мостов с помощью различных программ МКЭ в последнее время занимались многие авторы: С.Н. Горелов, В.И. Жаданов, М.А. Аркаев, 2012, Г.М. Кадисов, В.В. Чернышов, 2013. В диссертации численный анализ динамики моста проведен с использованием известной программы *SAP 2000*. С целью верификации результатов численного определения частот свободных колебаний в диссертации использован аналитический метод, основанный на свойствах потенциальной энергии. Расчет выполнен с учетом продольных усилий в балке жесткости. Аналитический метод в ряде случаев целесообразно использовать при предварительном моделировании мостов.

Изучение поведения вантовых мостов при внезапном разрыве вант является первым шагом в разработке актуальных методов, которые могут увеличить долговечность и живучесть вантовых мостов и предотвратить их от катастрофического крушения. В последние несколько лет исследования по этой теме были проведены следующими специалистами: У. Старусек (*U. Starossek*), 2006; К. Шин Шинг и др. (*Chin- Shing, Kao et al*), 2010; М. Волф и др. (*Wolff, M et al*), 2010; Жиан Гио, Цай и др. (*Jian-guo, Cai et al*), 2012; Ким и др. (*YuHee, Kim et al*), 2012. Выполненные названными авторами исследования, естественно не смогли охватить все вопросы живучести вантовых мостов. В предлагаемой диссертации для решения вопросов надежности предложен новый алгоритм, основанный на энергетическом методе, и разработанный для исследования, динамического поведения вантовых мостов при внезапном разрыве вант.

Цель и задачи исследования.

Цель исследования – создание эффективного алгоритма по сравнению с алгоритмами, предложенными другими авторами, для определения оптимального натяжения вант большепролётного вантового моста, и специального алгоритма для оценки надежности и живучести моста при обрыве вант, реализованных в энергетическом численном методе.

Задачи исследования:

1. Изучить современные нелинейные методы расчёта большепролётных вантовых мостов.
2. Создать алгоритм определения оптимального натяжения вант на основе нелинейного математического моделирования.
3. Создать программу для ЭВМ на языке ФОРТРАН, реализующую предлагаемый метод в численном виде для различных схем вант с учётом их провеса.
4. Исследовать эффективности трех схем вант: “арфа”, “веер” и радиальная при нелинейном расчёте.
5. С целью установления достоверности результатов работы сравнить их с последними подобными работами других авторов.
6. Установить универсальную зависимость между прогибами балки жёсткости и пилонами, необходимую при предварительном проектировании вантовых мостов.

7. Исследовать динамические характеристики трех схем вантового моста с использованием программы *SAP 2000*.

8. Для верификации численных результатов приближенным аналитическим методом вычислить частоты собственных колебаний и привести процедуру расчёта на ветровой резонанс вант и среднего пролета моста.

9. Разработать нелинейный динамический анализ и на его основе исследовать живучесть моста при внезапном обрыве вант.

Объект исследования: Большой трехпролетный вантовый мост с железобетонными пилонами, стальной балкой жесткости и гибкими вантами.

Предмет исследования: Оптимальное натяжение разных схем вант при действии неподвижной нагрузки, выявление динамических характеристик моста, исследование живучести моста при внезапном обрыве вант.

Научная новизна диссертационной работы заключается в следующем:

1. На основе нелинейного математического моделирования разработан энергетический численный метод определения оптимального натяжения вант, обеспечивающий минимальные деформации моста. Для реализации этого метода создан собственный более совершенный алгоритм и программа на языке ФОРТРАН, позволяющая получить деформация моста с большей точностью.

2. Исследована эффективность несущей способности трех схем вант: “Арфа”, “веер” и радиальная, выявлено, что радиальная схема вант является наиболее эффективной при минимизации деформаций моста.

3. Выполнено специальное детальное сопоставление результатов предлагаемого метода с одной из последних работ Хассана, М., показавшее преимущество предлагаемая метода при минимизации потенциальной энергии.

4. Установлена новая универсальная зависимость между прогибами балки жёсткости и пилонами.

5. Впервые аналитическим методом исследовано влияние продольных усилий в балке жесткости на значения частот свободных колебаний вантовых мостов. Вычисления выполнены для радиальной схемы вант с целью верификации результатов, полученных по программе *SAP 2000*. Определены критические скорости ветра при ветровом резонансе для вант и среднего пролета моста.

6. Разработан новый специальный алгоритм и программа нелинейного динамического расчета на языке ФОРТРАН для исследования живучести вантового моста при внезапном обрыве вант, выявлен динамический эффект этого воздействия, предложен динамический коэффициент для смежных вант при обрыве для рассматриваемой ситуации.

Методологической основой диссертационного исследования послужило использование математического моделирования, методов строительной механики и теории упругости, включая метод сопряженных градиентов и метод конечных элементов.

Личный вклад соискателя. Постановка задачи и новые результаты диссертационной работы принадлежат лично автору. Во всех работах,

опубликованных в соавторстве, автору принадлежит большая часть формулировки задачи и ее решение.

Область исследования соответствует паспорту специальности 05.23.17 - Строительная механика, пункт 4 «Численные методы расчёта сооружений и их элементов»; пункт 5 «Теория и методы оптимизации сооружений»; пункт 7 «Теория и методы расчета сооружений в экстремальных ситуациях (землетрясения, ураганы, взрывы, и так далее).

Практическая ценность диссертационной работы заключается в возможности использования предложенного в диссертации метода оптимизации натяжения вант вместе с составленной программой для ЭВМ при проектировании большепролетных вантовых мостов. Результаты по исследованию живучести моста могут быть использованы для оценки состояния моста при чрезвычайных ситуациях.

Апробация работы.

Результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на международных конференциях:

– Международная научно-практическая конференция «Актуальные проблемы современного строительства и пути их эффективного решения», СПбГАСУ, 10 - 12 апреля 2012 года; Международная научно-практическая конференция студентов, аспирантов, молодых ученых и докторантов «Актуальные проблемы строительства и архитектуры», СПбГАСУ, 10-12 октября 2012 года; Международная научно-практическая конференция студентов, аспирантов, молодых ученых и докторантов «Актуальные проблемы строительства и архитектуры», СПбГАСУ, 10 - 12 апреля 2013 года; V-я Международная конференция «Актуальные проблемы архитектуры и строительства», СПбГАСУ, 25 – 28 июня 2013 года; 25-я Международная конференция BEM&FEM «Математическое моделирование в механике деформируемых тел и конструкций. Методы граничных и конечных элементов», СПбГАСУ, 23-26 сентября 2013 года.

Публикации.

Основные положения диссертационной работы опубликованы в 11 печатных работах общим объемом 3,65 п. л., (лично автору принадлежит 2,9 п. л.), из них 4 статьи в журналах, включенных в перечень рецензируемых изданий, утвержденный ВАК.

Внедрение научных результатов диссертации. Университет г. Мансура (Египет) выдал декларацию о дееспособности составленной программы на языке ФОРТРАН и о научной ценности результатов диссертации.

Структура и объём работы. Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения и приложений, изложенных на 152 страницах, содержит 54 рисунков, 7 таблиц, список литературы состоит из 121 наименования, в том числе 78 – на иностранных языках.

Во введении сформулирована проблема и обоснована актуальность проводимых исследований, определены цель и задачи, научная и практическая значимость диссертационной работы.

В первой главе представлен краткий обзор строительства вантовых мостов и их нелинейных расчетов, а также методы оптимизации для оценки оптимального предварительного натяжения вант. В конце главы представлено обобщение энергетического метода и метода сопряженных градиентов, используемых в разработке алгоритмов диссертации.

Во второй главе предложен алгоритм для вычисления оптимального предварительного натяжения вант, обеспечивающий минимальные деформации моста, выполнено моделирование исследуемых схем вант большепролётных мостов с учётом эффекта геометрической нелинейности энергетическим методом, в котором для минимизации энергии использован метод сопряжённых градиентов, а также предложена новая универсальная зависимость между прогибами балки жесткости и пилонами.

В третьей главе приведена процедура расчёта на ветровой резонанс отдельных вант и среднего пролета моста. Также предложен аналитический расчет для определения частот свободных колебаний вантовых мостов с целью экономии времени в процессе моделировании моста и верификации результатов численного метода КЭ, выполнено определение частот приближённым аналитическим методом для радиальной схемы вант.

В четвертой главе исследована живучесть вантового моста при внезапном обрыве вант. Разработан специальный алгоритм нелинейного динамического расчёта, выявлен динамический эффект, вследствие внезапного обрыва вант, предложен динамический коэффициент для смежных вант при обрыве.

II. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ ДИССЕРТАЦИИ, ВЫНОСИМЫЕ НА ЗАЩИТУ

1. На основе нелинейного математического моделирования разработан энергетический численный метод определения оптимального натяжения вант, обеспечивающий минимальные деформации моста. Для реализации этого метода создан собственный более совершенный алгоритм и программа на языке ФОРТРАН, позволяющая получить деформация моста с большей точностью.

При статическом нелинейном анализе геометрических схем вантовых мостов выражение полной потенциальной энергии имеет вид

$$W = \sum_{n=1}^f \sum_{s=1}^6 \sum_{r=1}^6 \left(\frac{1}{2} x_s k_{sr} x_r \right)_n + \sum_{n=1}^p \left(T_0 e + \frac{EA}{2L_0} e^2 \right)_n - \sum_{n=1}^N F_n x_n. \quad (1)$$

где f — число изгибных элементов; x_s, x_r — векторы перемещений изгибных элементов с учетом эффекта предварительного натяжения вант; k_{sr} — матрица жесткости изгибных элементов в глобальной системе координат; p — количество вант; T_0 — усилие предварительного натяжения в ванте при предварительном натяжении; e — удлинение ванта при приложении нагрузок; E — модуль упругости; A — площадь сечения ванта; L_0 — длина недеформированного ванта; N — общее количество степеней свободы всей

системы; F_n — вектор усилий элементов прикладываемых нагрузок; x_n — вектор перемещений элементов под прикладываемой нагрузкой.

Полное удлинение вант выражается таким образом:

$$e_{jn} = e_0 + e = \frac{1}{L_0} \left\{ \sum_{i=1}^2 \left[(X_{ni} - X_{ji})(x_{ni} - x_{ji}) + \frac{1}{2}(x_{ni} - x_{ji})^2 \right] + \frac{L_0^2 T_0}{EA} \right\}. \quad (2)$$

Где e_0 — удлинение вант при предварительном натяжении; i — одно из направлений перемещений, например точки n ; X_{ni} , X_{ji} — координаты соответственно точек n , j по направлению i ; x_{ni} , x_{ji} — перемещение соответственно точек n , j по направлению i .

На рис. 1 схема представляет собой контурные линии на топографической карте. Все точки на любой контурной линии являются перемещениями, при которых полная потенциальная энергия W постоянная. Точка с минимальным значением W определяет положение равновесия загруженных элементов. Условие равновесия в направлении i в точке j выражается как

$$\frac{\partial W}{\partial x_{ji}} = [g_{ji}] = 0, \quad (3)$$

$$i = 1, 2, 3$$

где g_{ji} — вектор градиента поверхностной энергии; градиент g представляет вектор силы, необходимой для поддержания равновесия в пространстве перемещений x . Местоположение минимума W достигается перемещением вниз по поверхности энергии вдоль вектора спуска v на расстояние Sv , пока W не будет минимальной в рассматриваемом направлении. Математически это выражается вектором перемещений в k -й итерации

$$[x]_{k+1} = [x]_k + S_k v_k \quad (4)$$

где $[x]_k$ — вектор перемещений на шаге итераций k ; S_k — длина шага определяется расстоянием по S_k ; k имеет вид: $k = 0, 1, 2, 3, \dots, n$; v_k — вектор спуска в k -й итерации с x_k в пространстве перемещений x .

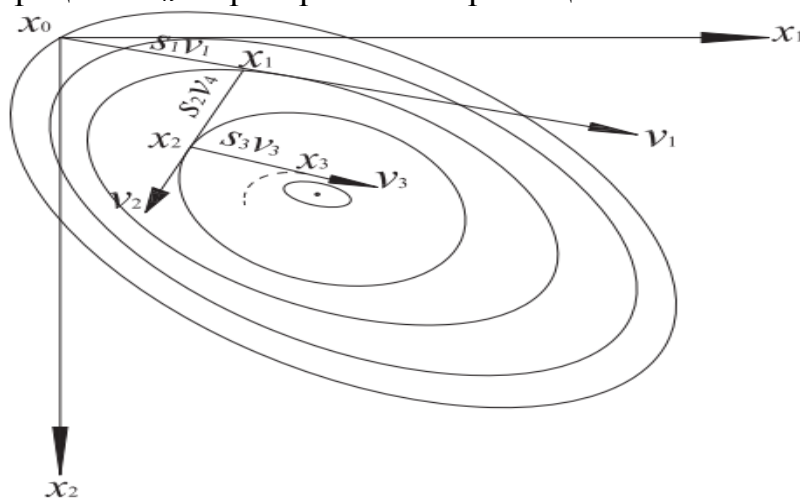


Рис. 1. Контурные линии на топографической карте

В предложенном алгоритме, как показано на рис. 2, предлагается назначать начальное значение предварительного натяжения вант (T_0) постоянным для всех вант, значение которого, в основном, зависит от собственного веса балки

жёсткости (w_d) и расстояния между вантами (d_2). Такое предположение делается только в первом цикле итерационного процесса, чтобы избежать трудностей в сходимости итераций, когда используются различные величины предварительного натяжения для каждого ванта.

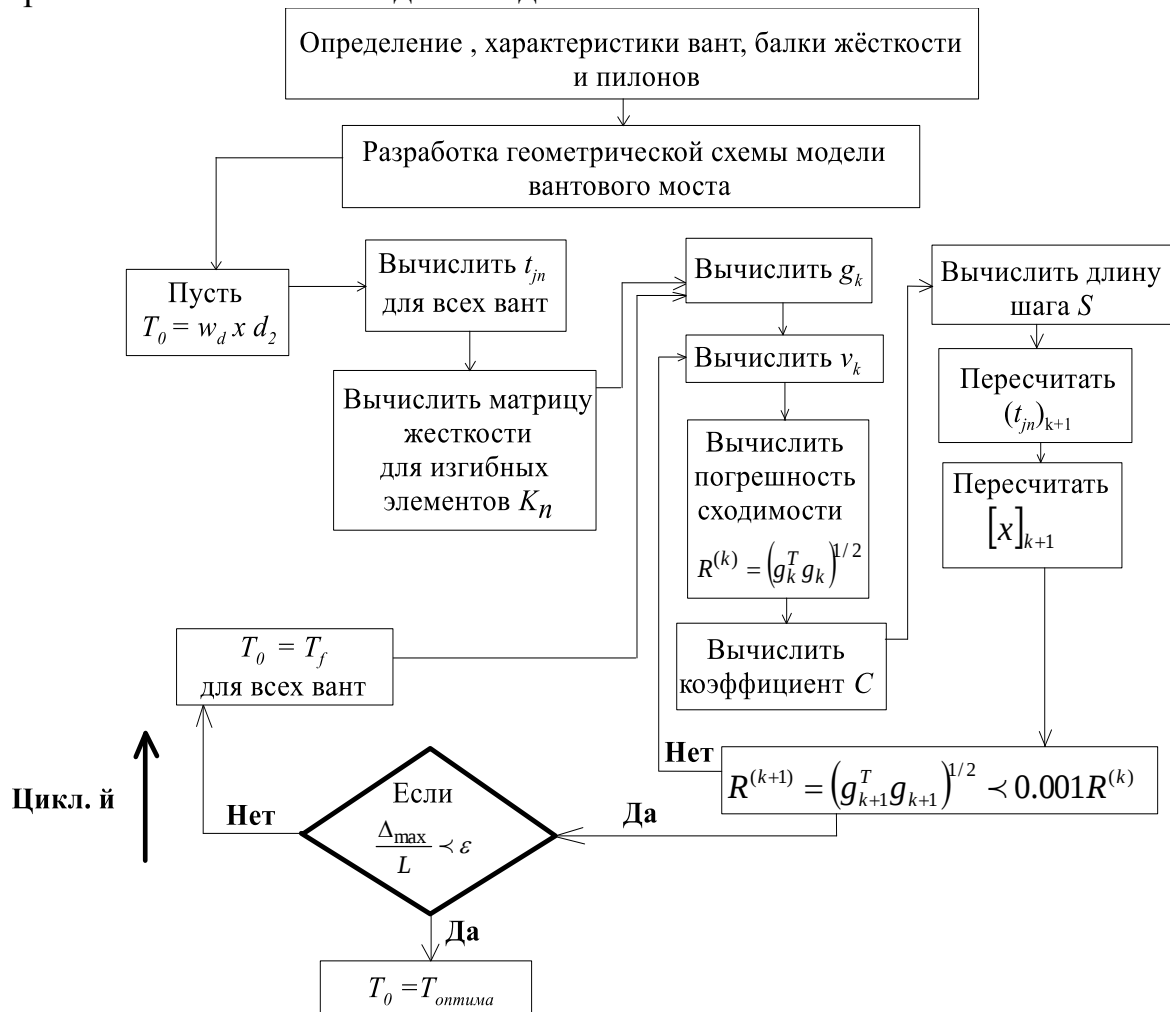


Рис. 2. Предложенный алгоритм для оценки оптимального предварительного натяжения вант

В каждом итерационном процессе с использованием метода сопряженных градиентов сходимость задачи может достигаться при проверке погрешности сходимости (R^{k+1}), где минимизация потенциальной энергии для всех элементов моста осуществляется в конце итерации каждого цикла. Чтобы определить окончательно это натяжение вант или нет, в каждом цикле значения обрабатываются предложенной в алгоритме величиной малого значения (ε). Это значение получается путем деления максимального прогиба балки жёсткости в центральном пролете (Δ_{max}) на расстояние между пилонами (L). Необходимые циклы для достижения этой цели будут повторяться до тех пор, пока не получится желаемое значение (ε). Особенности использования метода сопряженных градиентов заключаются в том, что можно получить небольшое значение (ε) меньше чем 10^{-4} , которое очень популярно в процедурах алгоритмов других авторов. Преимущество этого метода особенно возрастает с увеличением пролетов моста.

Рассмотрим два варианта вантового моста. В первом варианте предложим, что ($d_1 = d_2$), где все расстояния между вантами одинаковы, а во втором варианте примем расстояние между двумя вантами центрального пролета моста (d_1) значительно больше, чем (d_2) (см. рис.3). Проведем анализ второго варианта схемы моста с целью проверки эффективности предлагаемого алгоритма, чтобы выяснить, влияет ли это на сходимость итераций. Собственный вес балки жесткости (w_d) имеет 87.32 кН/м.

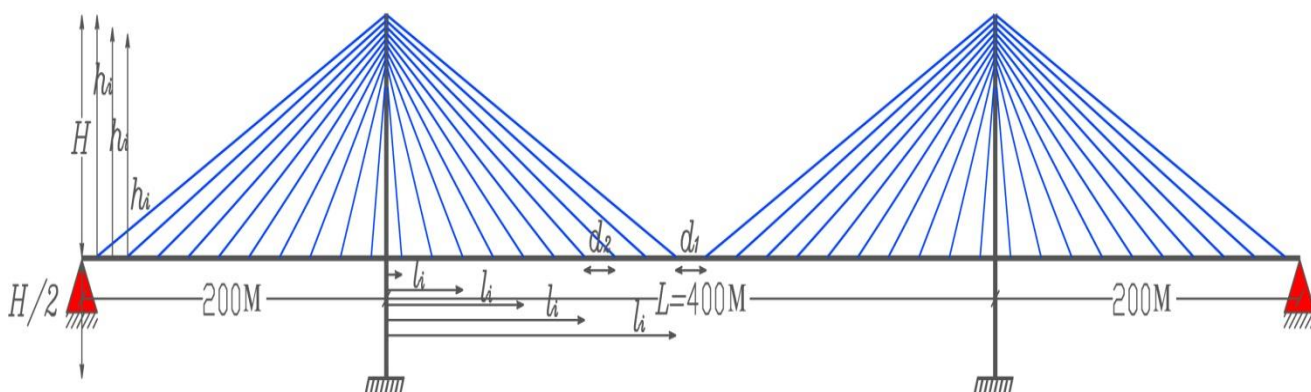


Рис. 3. Схема моста, система «веер»

Оценка прогиба балки жёсткости вдоль пролета моста получается в рамках процедуры алгоритма. Как показано на рис 4, количество необходимых циклов для получения минимального прогиба балки жёсткости при $H/L = 1/5$ увеличивается при варианте 2 с трех до пяти, соответственно.

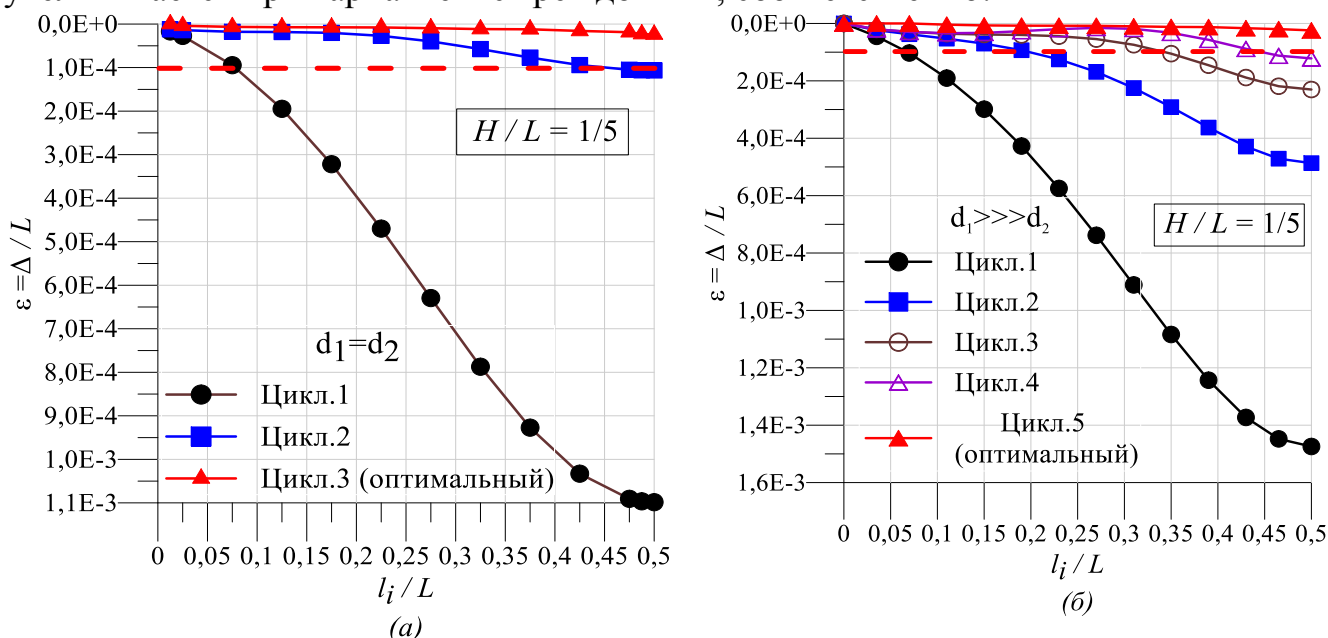


Рис. 4. Оценка прогиба балки жесткости (ε) при $H/L=1/5$ а) вариант 1 б) вариант 2

В процедурах алгоритма, когда уменьшается прогиб балки жёсткости, уменьшаются соответственно перемещения пилонов (δ), как показано на рис. 5. Рис. 6 показывает оптимальные натяжения вант, которые получаются с малыми

значениями при $H / L = 1/5$ после трех циклов итераций. Однако, при $H / L = 1/6$, $H / L = 1/7$ оптимальные натяжения вант имеют более высокие значения как представлено в диссертации. Таким образом, одинаковые расстояния между креплениями вант к балке жесткости являются наиболее оптимальными.

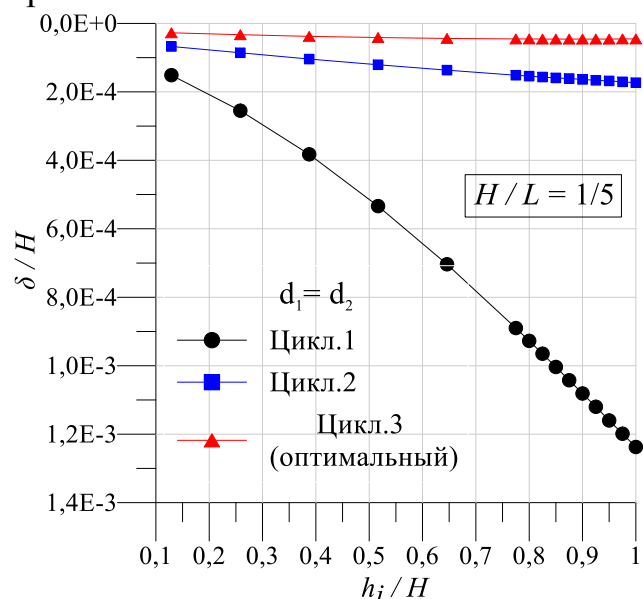


Рис. 5. Оценка перемещения пилона (δ/H) при $H/L=1/5$

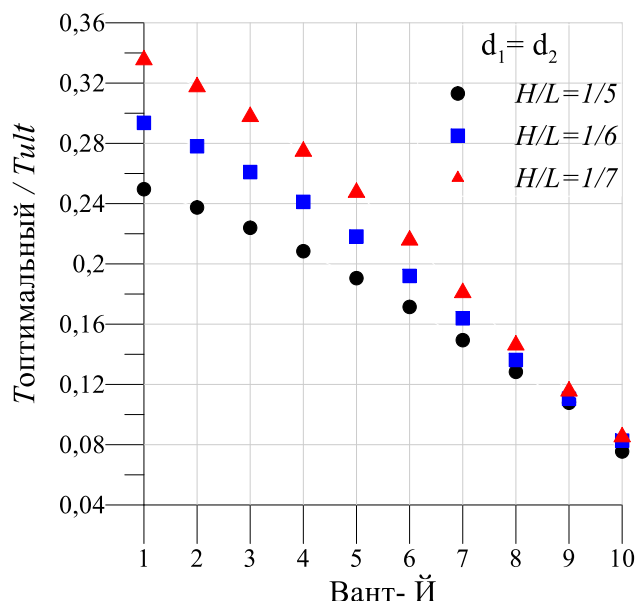


Рис. 6. Оценка оптимального натяжения вант при изменении H/L

2. Исследована эффективность несущей способности трех схем вант: “Арфа”, “веер” и радиальная, выявлено, что радиальная схема вант является наиболее эффективной при минимизации деформаций моста.

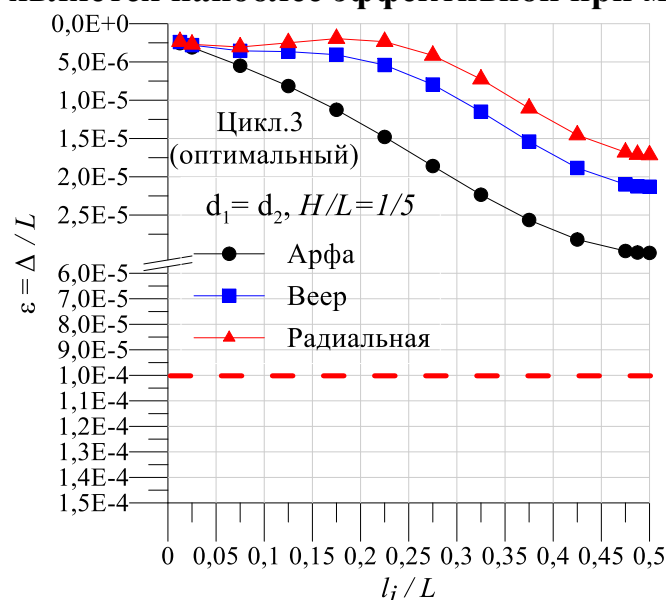


Рис. 7. Оценка прогиба балки жесткости (ε) при применении разных схем вант

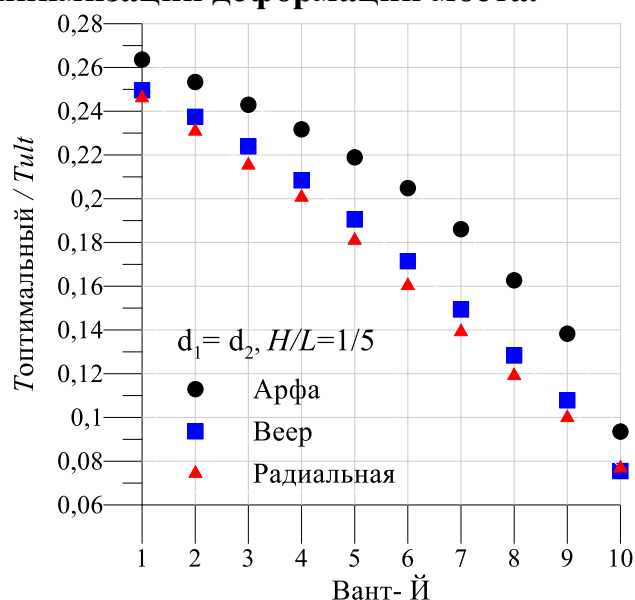


Рис. 8. Оценка оптимального натяжения вант при применении разных схем вант

Сравнение трех схем вант, приведенных на рис. 7, рис. 8, выполнено при процедуре алгоритма для оптимизационного цикла итерации. Радиальная схема вант по перемещениям оказалась наиболее эффективной.

3. Выполнено специальное детальное сопоставление результатов предлагаемого метода с одной из последних работ Хассана, М., показавшее преимущество предлагаемого метода при минимизации потенциальной энергии.

Для того, чтобы проверить эффективность предложенного алгоритма, выполнено специальное сравнение между результатами предложенного алгоритма и одного из новейших алгоритмов при оценке оптимальных натяжений вант, т.е. представлено сравнение результатов, полученных с помощью метода конечных элементов (КЭ) и энергетического метода (ЭМ), изложенного в диссертации.

Сравнение производится по оптимальному натяжению вант и деформациям моста (балки жесткости и перемещения пилонов). По графикам на рис. 10 преимущество предлагаемого метода очевидно.

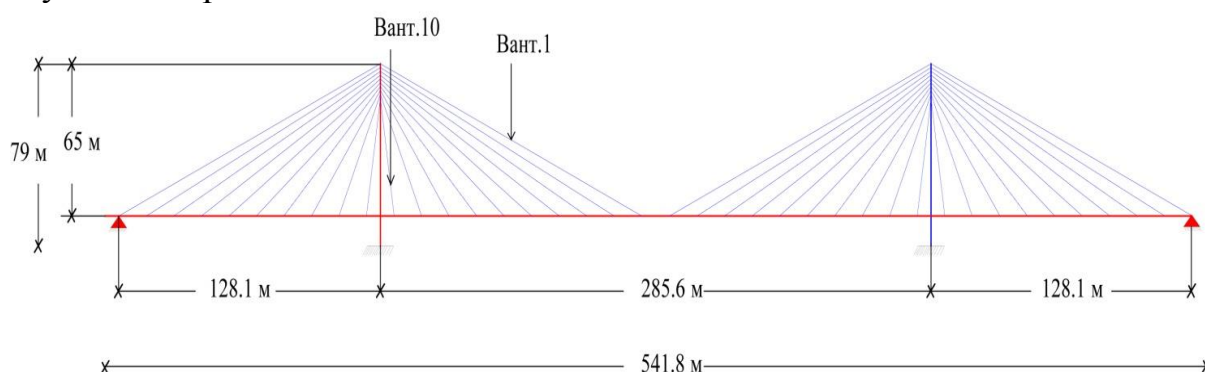


Рис. 9. Схема моста и порядок вант, Хассан 2010

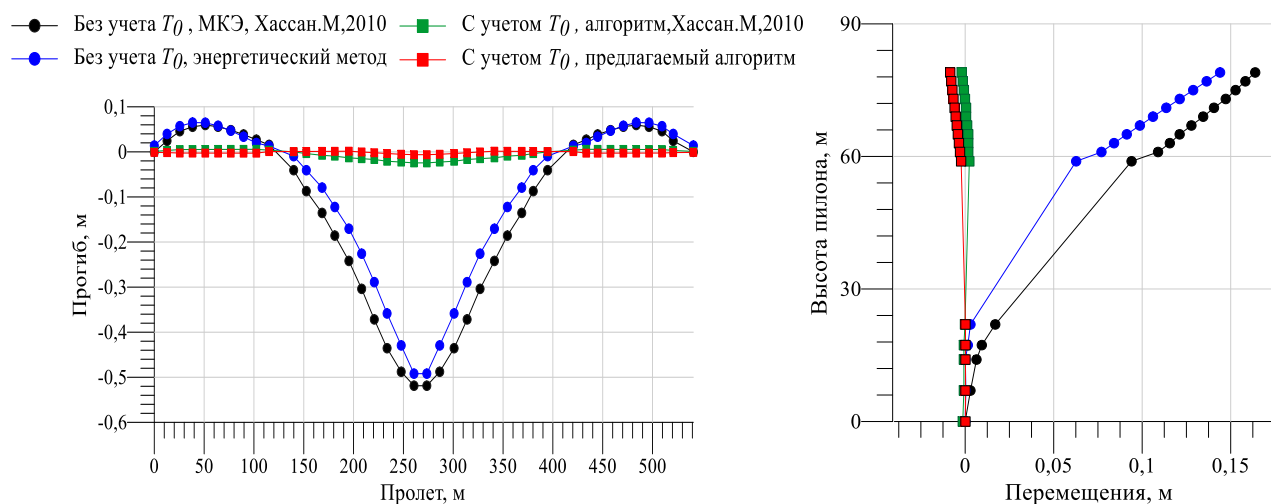


Рис.10. Прогиб балки жесткости и перемещение пилона

4. Установлена новая универсальная зависимость между прогибами балки жёсткости и пилонами.

С использованием линейной регрессии впервые предложена новая зависимость между прогибами балки жёсткости и перемещениями пилонами с помощью двух основных параметров (H/L). Коэффициент детерминации $R^2 = 0.998$

$$\delta = \left[1.35 \cdot \left(\frac{H}{L} \right) - 0.03 \right] \cdot \Delta. \quad (5)$$

Уравнение (5) дает хорошую оценку с малыми значениями ошибок при сравнении с работами других авторов.

5. Впервые аналитическим методом исследовано влияние продольных усилий в балке жесткости на значения частот свободных колебаний вантовых мостов. Вычисления выполнены для радиальной схемы вант с целью верификации результатов, полученных по программе SAP 2000. Определены критические скорости ветра при ветровом резонансе для вант и среднего пролета моста.

Несмотря на очевидную структурную сложность вантовых мостов, можно развить аналитическое решение для вычисления частоты свободных колебаний. Предлагаемое решение является полезным в стадии предварительного динамического расчета вантовых мостов с целью определения области спектра предполагаемых частот колебаний. Для определения низшей частоты горизонтальных свободных колебаний, выражения потенциальной и кинетической энергий имеют вид:

$$\begin{aligned}\Theta &= \frac{1}{2} \int_0^l E_{\sigma} I_{y\sigma} \left[\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \right]^2 dx - \frac{1}{2} \int_0^l N(x) \left[\frac{\partial y(x,t)}{\partial x} \right]^2 dx, \\ K &= \frac{1}{2} \int_0^l m(x) \left[\frac{\partial y(x,t)}{\partial t} \right]^2 dx.\end{aligned}\quad (6)$$

Зададимся перемещением как для шарнирно опертой балки.

$$y(x,t) = a_1 \sin \omega t \sin(\pi/l)x. \quad (7)$$

Жёсткость балки на изгиб и масса - постоянные величины, поэтому потенциальную энергию изгиба и кинетическую энергию вычислим сразу, подставив в (6) выражение (7).

$$\begin{aligned}\Theta_{изг.} &= \frac{1}{2} \int_0^l E_{\sigma} I_{y\sigma} a_1^2 \frac{\pi^4}{l^4} \sin^2 \omega t \cdot \sin^2 \frac{\pi}{l} x dx = \frac{1}{2} a_1^2 \frac{\pi^4}{l^4} \sin^2 \omega t \cdot E_{\sigma} I_{y\sigma} \frac{l}{2}, \\ K &= \frac{1}{2} \int_0^l m a_1^2 \omega^2 \cos^2 \omega t \cdot \sin^2 \frac{\pi}{l} x dx = \frac{1}{2} m a_1^2 \omega^2 \cos^2 \omega t \frac{l}{2}.\end{aligned}\quad (8)$$

Продольные силы изменяются по длине балки дискретно, оставаясь постоянными на отдельных участках. Вычислим их влияние, используя второй член из (6),

$$\begin{aligned}\frac{1}{2} \Theta_N &= \frac{1}{2} a_1^2 \sin^2 \omega t \frac{\pi^2}{l^2} \sum N_i \int_{l_1}^{l_2} \cos^2 \frac{\pi}{l} x dx, \\ N_i \int_{l_1}^{l_2} \cos^2 \frac{\pi}{l} x dx &= N_i \left[\frac{1}{2} x + \frac{l}{4\pi} \sin \frac{2\pi}{l} x \right]_{l_1}^{l_2}.\end{aligned}\quad (9)$$

Далее, на основании энергетического метода приравняем максимальные значения энергий и сократив на a_1^2 , получим

$$\frac{1}{2} E_{\sigma} I_{y\sigma} \frac{\pi^4}{l^4} \cdot \frac{l}{2} - 2 \frac{1}{2} \frac{\pi^2}{l^2} \sum N_i \int_{l_1}^{l_2} \cos^2 \frac{\pi}{l} x dx = \frac{1}{2} m \omega^2 \frac{l}{2}. \quad \text{Отсюда; } \omega = 2,06894 \text{ с}^{-1}; \varphi = 0,32928 \text{ Гц.}$$

При большом числе вант ступенчатую эпюру продольных сил в балке можно заменить треугольной, от опоры до середины пролета. Площадь треугольной эпюры $A_{тр.} = 0,5 N_0 l/2 = A_{пр.} = \sum N_i l_i$, $l_i = d_2$. При начале координат на левой опоре продольная сила будет изменяться по линейному закону $N(x) = N_0 (1 - (2/l)x)$. Подставим эту функцию во второй член из (6). Запишем окончательное значение

$$\omega^2 = \frac{E_{\sigma} I_{y\sigma}}{m} \frac{\pi^4}{l^4} - \frac{N_0}{m} \frac{\pi^2}{l^2} \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{\pi^2} \right). \quad \text{Отсюда; } \omega = 2,0583 \text{ с}^{-1}; \varphi = 0,32759 \text{ Гц.}$$

Последним рассмотрим простейший вариант, когда продольная сила принимается постоянной по всей длине балки. Её значение $N_{ср.} = 0,5 N_0$. Потенциальную энергию подсчитаем, используя второй член выражения (6) без изменения

$$\mathcal{E}_N = \frac{1}{2} N_{ср.} \int_0^l a_1^2 \sin^2 \omega t \cdot \frac{\pi^2}{l^2} \cos^2 \frac{\pi}{l} x dx = \frac{1}{2} N_{ср.} a_1^2 \sin^2 \omega t \cdot \frac{\pi^2}{l^2} \frac{l}{2}. \quad (10)$$

Потенциальная энергия от изгиба остается без изменения. Реализуя идею энергетического метода, получим квадрат частоты свободных колебаний при постоянной продольной силе $N_{ср.}$

$$\omega^2 = \frac{E_{\sigma} I_{y\sigma}}{m} \frac{\pi^4}{l^4} - \frac{N_{ср.}}{m} \frac{\pi^2}{l^2} \quad \text{Отсюда; } \omega = 2,06944 \text{ с}^{-1}; \varphi = 0,32936 \text{ Гц.}$$

Таблица 1

Сравнение результатов с частотой, полученной по программе SAP 2000

Вид эпюры	Вклад в энергию	Частота, Гц	% расхождения
Ступенчатая	102,53 кН·м	0,32928	15,6
Треугольная	141,62 кН·м	0,32759	16,1
Прямоугольная	100,69 кН·м	0,32936	15,6

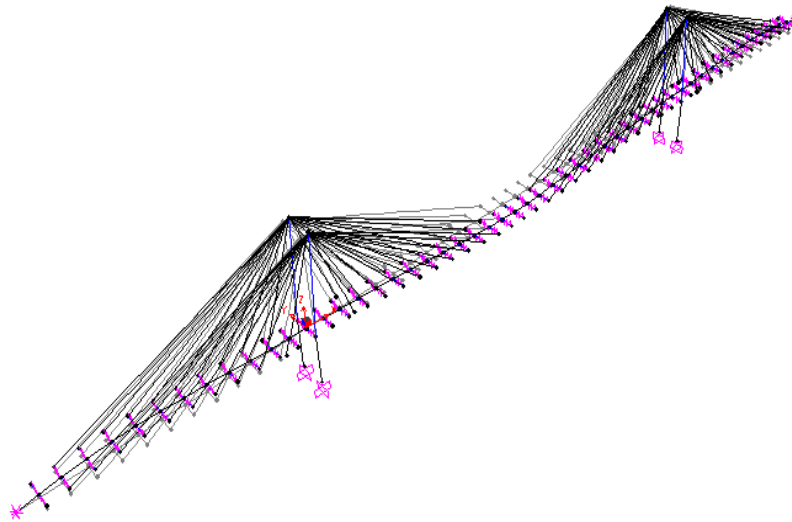
Для определения низшей частоты вертикальных колебаний балки жёсткости представим балку жёсткости с вантами и пилонами как отдельный объект, которому задаются перемещения, представляемые, по-прежнему, функцией (7). При задании перемещений в вантах появляются дополнительные усилия ΔN_i , которые вызывают дополнительные деформации пилонов. Ванты с двух сторон от балки жёсткости объединим в одну плоскость, умножив площадь поперечного сечения ванта на 2. В этой плоскости представим пилон как консольный стержень, заменив его пружиной с податливостью $\delta_n = H^3 / 3E_n I_{xn}$, H – высота пилона над балкой жёсткости; $E_n I_{xn}$ – жёсткость пилона в направлении моста. Дополнительные усилия в вантах определим методом сил. Запишем соответствующее равенство энергетического метода. Первые два члена и кинетическая энергия будут иметь прежний вид

$$\frac{1}{2} E_{\sigma} I_{y\sigma} \frac{\pi^4}{l^4} \frac{l}{2} - \frac{1}{2} N_{ср.} \frac{\pi^2}{l^2} \frac{l}{2} + 2 \cdot \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{10} \frac{\Delta N_i^2 l_i}{2E_B A_B} + 2 \cdot \frac{1}{2} \frac{3E_n I_n}{H^3} \Delta_n^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 \frac{l}{2}. \quad (11)$$

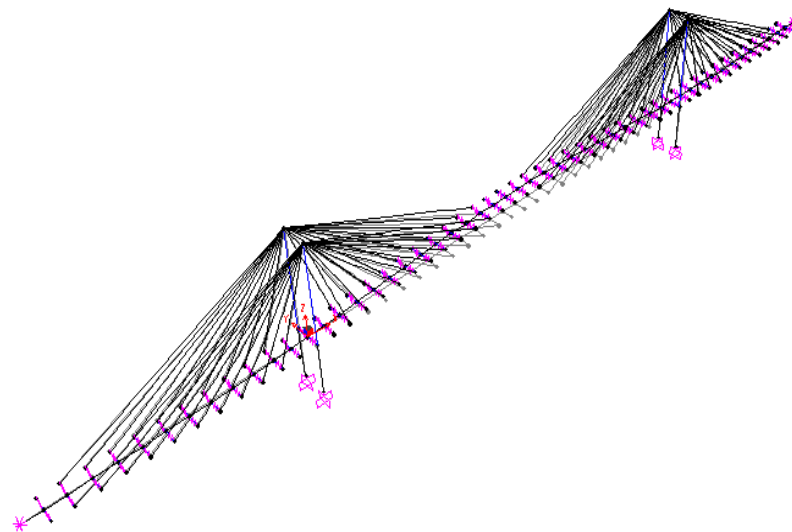
$$\text{Отсюда; } \omega = 2,59455 \text{ с}^{-1}; \varphi = 0,41294 \text{ Гц.}$$

Как и следовало ожидать, частота отдельной балки жёсткости оказалась больше на 16,5 %, что естественно, так как мост в целом является более податливым. Однако частоты имеют одинаковый порядок, что в какой-то мере подтверждает их достоверность.

Вычисление частот собственных колебаний, выполненное в этом разделе, реализует 3D модели вантового моста с различными схемами вант (арфа, веер и радиальная). Мост моделируется как трехмерная конечно-элементная модель. При моделировании моста, пилоны и балки жёсткости рассматриваются как трехмерные балочные элементы. Балка жёсткости также моделируется из балочных элементов, соединенных между собой связями. Крепления вант и цепочек балки жёсткости связаны безмассовыми горизонтальными жесткими связями для достижения соответствующего расстояния вант до центра балки жёсткости. Модель моста рассчитывалась от собственного веса при оптимальном натяжении вант, полученных в результате нелинейного статического анализа с помощью предложенного алгоритма.



Форма.1. Изгибная форма $\varphi = 0.354$ Гц



Форма.2. Горизонтальная форма $\varphi = 0.390$ Гц

Рис.11. Формы колебаний вантового моста (Радиальная схема)

Как пример, на рис. 11 показаны формы 1 и 2 для радиальной схемы вант. Основная форма колебаний имеет изгибный вид и вертикальное движение балки жёсткости для всех трех схем вант моста. Первая крутильная форма оказалась пятой для всех схем. Схема арфа имеет крутильную форму при более низкой частоте. Собственные частоты колебаний близки для различных схем вант.

6. Разработан новый специальный алгоритм и программа нелинейного динамического расчета на языке ФОРТРАН для исследования живучести вантового моста при внезапном обрыве вант, выявлен динамический эффект этого воздействия, предложен динамический коэффициент для смежных вант при обрыве для рассматриваемой ситуации.

В данном исследовании рассматриваются три сценария обрыва вант, как показано на рис. 12. Первый сценарий предполагает внезапный обрыв одного ванта. Обрыв двух и трех вант, соответственно, рассматривается при втором и третьем сценарии. Каждый сценарий, предусматривает обрыв вант на параллельных сторонах моста (два ванта одновременно).

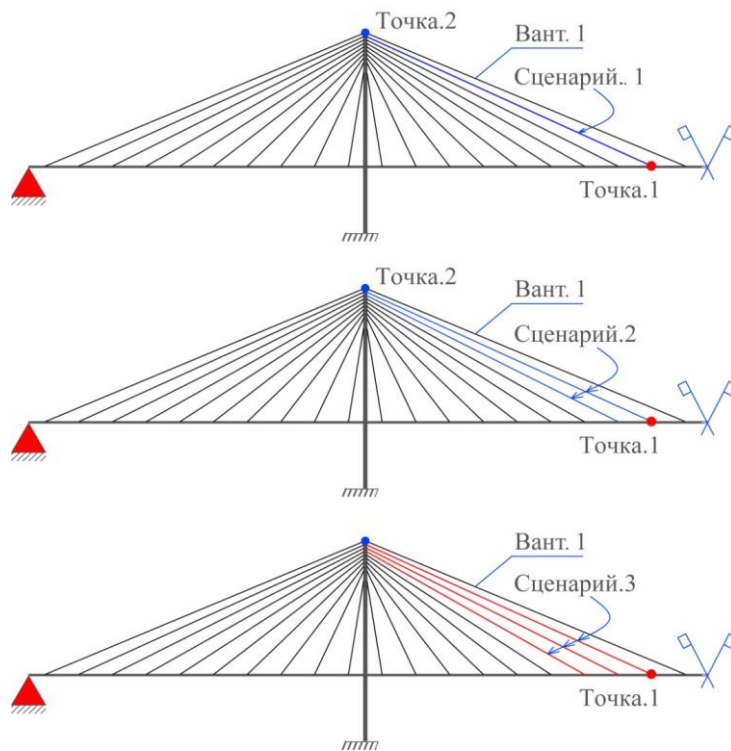


Рис. 12. Рассмотренные сценарии обрыва вант

Чтобы проследить действие обрыва вант в процедурах алгоритма, в оборвавшемся ванте удаляется соответствующая ему сила T_c и она прикладывается к опорным узлам ванта, как показано на рис.13.

В предложенном алгоритме, как показано на рис. 14, динамический анализ изучаемого моста осуществляется в течение 60 секунд, как общее время анализа с общим количеством шагов (N_t) = 6000 и шаг времени = 0,01 с. Ванты, предназначенные для обрыва, удаляются из анализа с определением их площади $A_c = 0$ при $t_r = 10$ сек, а соответствующие им силы T_c прикладываются к опорным узлам вант, примыкающим к балке жёсткости и к пилонам.

Динамический анализ вантового моста начинается после того, как восстановлено окончательное деформированное состояние моста, $\tilde{x} = x_{st}$.

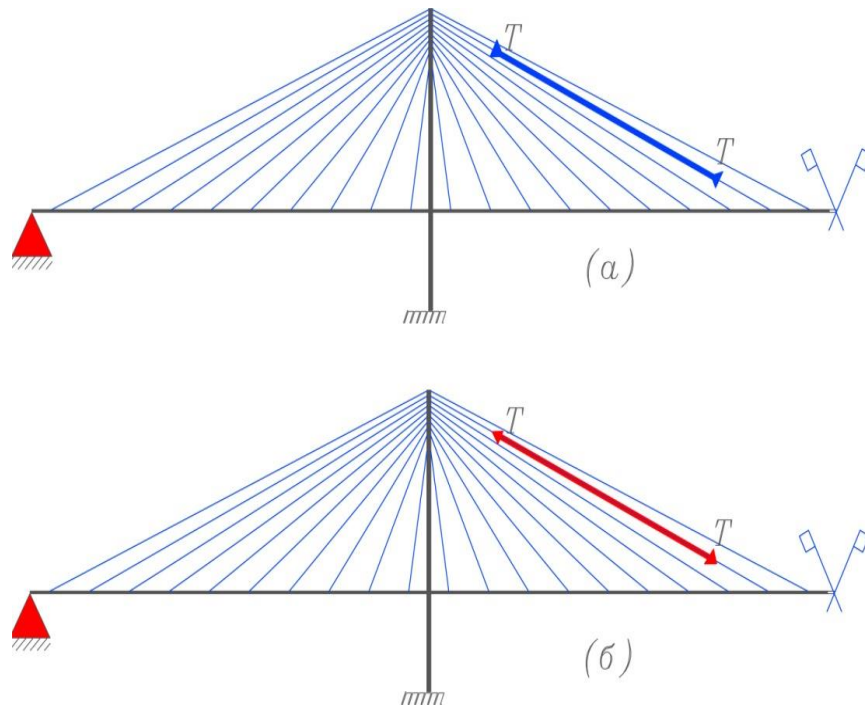


Рис.13. Силовой путь вант: а- исходное состояние; б- при разрыве вант

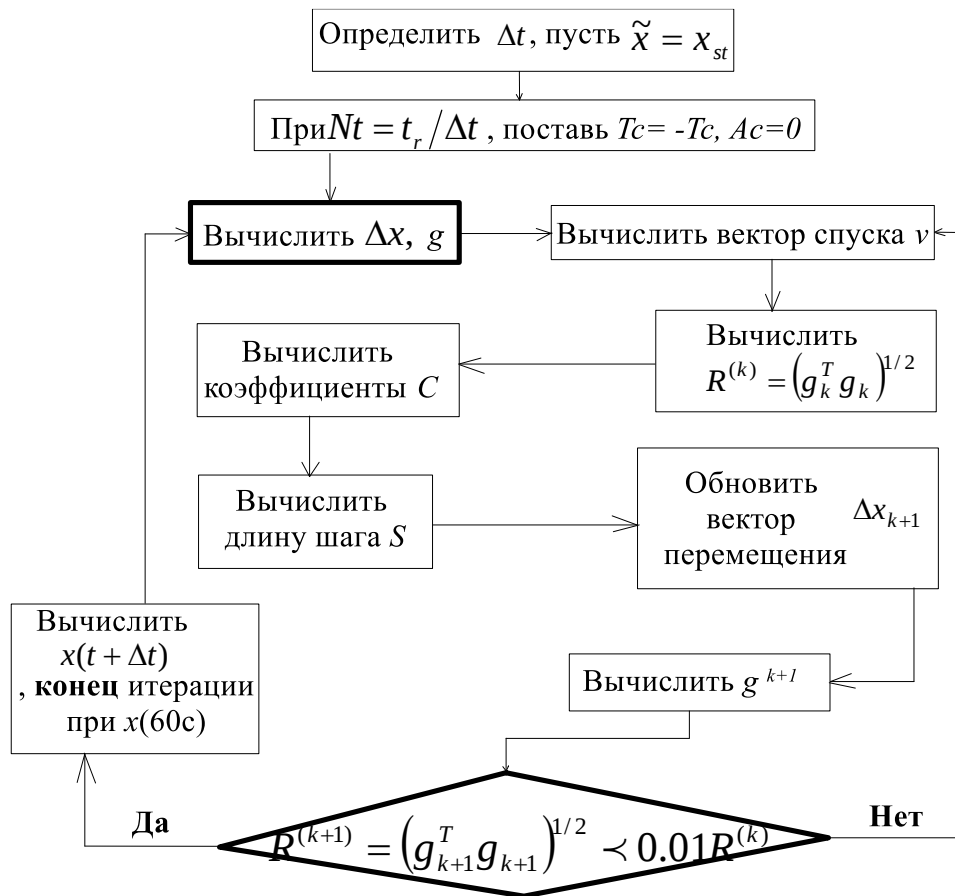


Рис. 14. Предлагаемый алгоритм для вычисления динамического отклика вантовых мостов при внезапном разрыве вант

В алгоритме, вектор градиента и все элементы моста выражаются таким образом:

$$g\{x\} + g\{\dot{x}\} + g\{\ddot{x}\} + g\{V\} = \sum_{n=1}^{fj} \sum_{r=1}^6 k_{sr} (\tilde{x} + \Delta x)_r - \sum_{n=1}^{pj} (t_o + \Delta t) j_n (X_n - X_j + \Delta x_n - \Delta x_j)_i -$$

$$- F_s + \sum_{r=1}^N C_{sr} \left(\frac{2}{\Delta t} \Delta x - \dot{x} \right) + \sum_{r=1}^N m_{sr} \left(\frac{4}{\Delta t^2} \Delta x - \frac{4}{\Delta t} \dot{x} - \ddot{x} \right) - \frac{1}{2} \rho \cdot \tilde{C} \left(V - \frac{2}{\Delta t} \Delta x_L + \dot{x}_L \right)_s^2$$

где C_{sr} — критическое демпфирование; ρ — плотность воздуха; V — средняя скорость ветра на шаге времени; $\dot{x}_L$ — скорость ветра на узлы элементов моста, связанных с степенями свободы; $\tilde{C}$ — аэродинамические коэффициенты.

Вычисление перемещений и их производных через интервалы времени Δt осуществляется методом постоянного ускорения. В этом методе при интегрировании, из-за значительной нелинейности задачи, на каждом шаге берётся среднее ускорение от смежных значений.

Динамический отклик, показанный на рис. 15, 16, прослеживает обрыв вант соответственно рассматриваемому сценарию обрыва (сценарий 3). Динамический анализ вантового моста начинается после того, как получено окончательное деформированное состояние моста по результатам статического анализа.

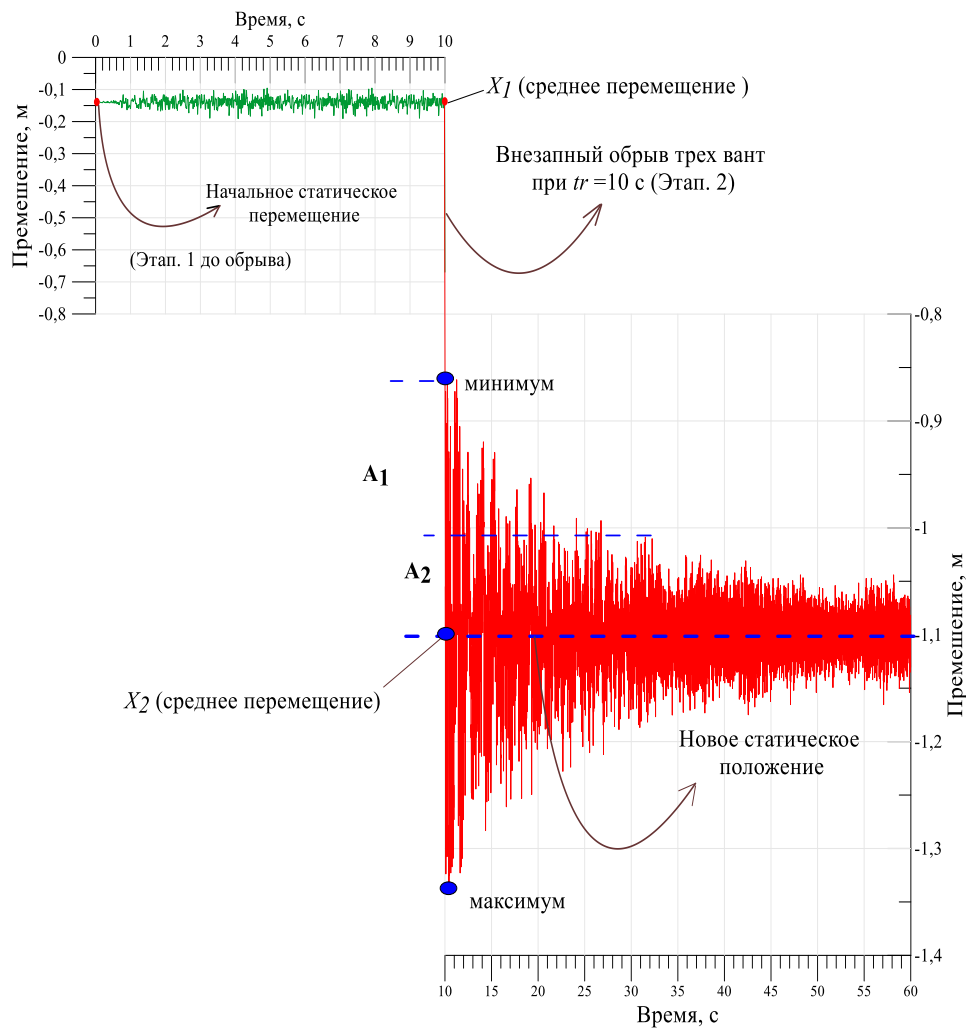


Рис. 15. Изменение прогиба балки жёсткости в точке 1 со временем при сценарии 3

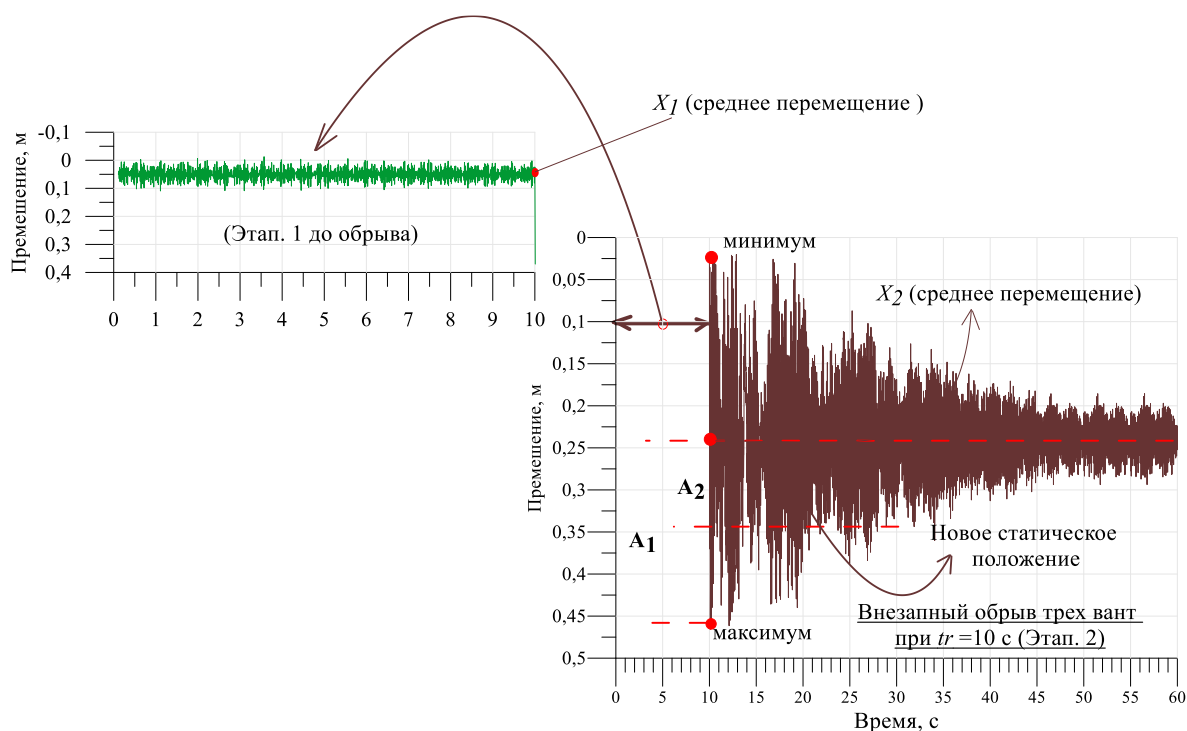


Рис. 16. Изменение перемещения пилона в точке 2 со временем

Всестороннее исследование вычислений динамического эффекта для оценки деформации моста показано в таблице. 2. Динамический эффект можно заметить при вычислении величины амплитуды A_1 в рассматриваемое время обрыва (t_r) и сравнивая эти значения с другими амплитудами A_2 в течение 30 секунд.

Таблица 2

Оценка динамического эффекта деформации моста при рассмотренных сценариях обрыва вант

Сценарии обрыва	Прогиб балки жёсткости, точка.1.				Перемещение пилона, точка.2.			
	X_2 / X_1	Динамический эффект		X_2 (м)	X_2 / X_1	Динамический эффект		X_2 (м)
		A_1 при $t_r = 10$ сек (м)	A_2 через 30 сек (м)			A_1 при $t_r = 10$ сек (м)	A_2 через 30 сек (м)	
Один вант	3.92	0.125	0.04	-0.54	2.94	0.081	0.034	0.138
Два ванта	6.30	0.17	0.06	-0.87	4.04	0.15	0.07	0.19
Три ванта	7.97	0.24	0.09	-1.1	5.09	0.22	0.11	0.24

Результаты показывают, что обрыв одного ванта из параллельных сторон моста (первый сценарий обрыва) не приводит к прогрессирующему обрушению, однако в третьем сценарии, после обрыва ванта 1, остальные смежные ванта воспринимают дополнительные натяжения и обрываются

прогрессивным образом, схожим с распадом ряда домино. Таким образом, мост разрушается.

Чтобы избежать обрыва вант, который может привести к обрушению моста, были получены коэффициенты для смежных вант для каждого сценария обрыва, учитывающие динамический эффект. Для первого, второго и третьего сценария динамические коэффициенты для самых длинных смежных вант получились равными (1.31 - 1.47), (1.48 - 1.70), (1.85 - 2.15) соответственно, как показано на рис. 17.

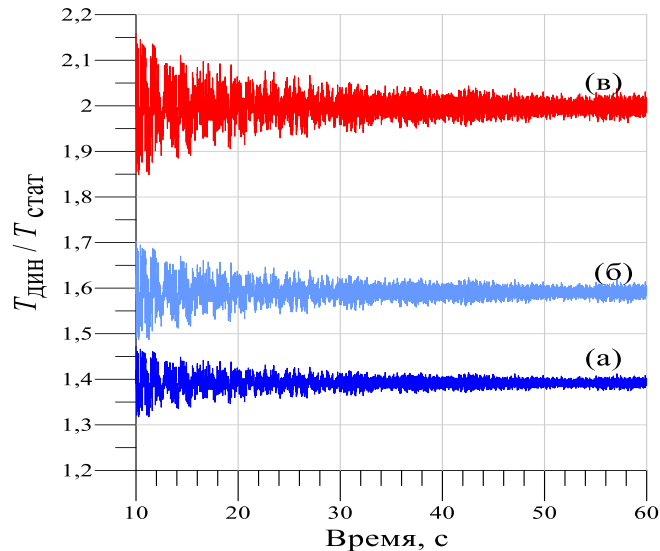


Рис.17. Изменение динамического коэффициента для самых длинных смежных вант при рассмотренных сценариях обрыва;
а - при сценарии 1, б - при сценарии 2, в - при сценарии 3

ОБЩИЕ ВЫВОДЫ

1. На основе нелинейного математического моделирования разработан энергетический численный метод определения оптимального натяжения вант, обеспечивающий минимальные деформации моста. Для реализации этого метода создан собственный алгоритм и программа на языке ФОРТРАН, более эффективный по сравнению с алгоритмами, предложенными другими авторами.
2. Исследована эффективность несущей способности трех схем вант: “Арфа”, “веер” и радиальная, показавшая, что по перемещениям радиальная схема является наиболее эффективной.
3. Выполнено специальное детальное сопоставление результатов предлагаемого метода с одной из последних работ по рассматриваемой теме, подтвердившее преимущество предлагаемого метода.
4. Предложена новая универсальная зависимость между прогибами балки жёсткости и пилонами, которую целесообразно использовать при предварительном проектировании моста.
5. Численно, по известной программе *SAP 2000*, исследованы частотные характеристики моста с представлением мультипликации. Исследование полностью выявило динамические характеристики моста, необходимые для динамического расчета.

6. Впервые аналитическим методом исследовано влияние продольных усилий в балке жесткости на значения частот свободных колебаний вантовых мостов. Вычисления выполнены для радиальной схемы вант с целью верификации результатов численного метода КЭ. Определены критические скорости ветра для вант и среднего пролета моста при ветровом резонансе.
7. Разработан новый специальный алгоритм нелинейного динамического расчета на языке ФОРТРАН для исследования живучести вантового моста при внезапном обрыве вант, выявлен динамический эффект этого воздействия, предложен динамический коэффициент для смежных вант при обрыве для рассматриваемой ситуации.

III. ОСНОВНЫЕ НАУЧНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИОННОГО ИССЛЕДОВАНИЯ:

Публикации в периодических научных изданиях, рекомендованных ВАК РФ:

1. **Рageh, Б. О.** Энергетический подход при анализе вантовых схем мостов системы «АРФА» / Б. О. Рageh // Вестник гражданских инженеров. – 2012. – № 6(35). – С. 60-67. (0,5 п. л.)
2. **Рageh, Б.О.** Деформации трех типов вантового моста при статической нагрузке / Б.О. Рageh // Вестник гражданских инженеров. – 2013. – № 6(41). – С. 47-52. (0,38 п. л.)
3. **Масленников, А. М.** Некоторые аспекты динамики вантового моста / А. М. Масленников, **Рageh Б. О.** // Вестник гражданских инженеров. – 2014. – № 1(42). – С. 37-43. (0,44 п. л. / 0,22 п. л.)
4. **Рageh, Б.О.** Отношение деформации балка жесткости-пилон при нелинейном статическом анализе вантовых мостов / Б.О. Рageh // Вестник гражданских инженеров. – 2014. – № 3(44). – С. 102-106. (0,31 п. л.)

Публикации в других изданиях:

5. **Рageh, Б. О.** Численный анализ вантовых схем большепролетных мостов / Б. О. Рageh // Актуальные проблемы строительства и архитектуры: Материалы международной научно-практической конференции студентов, аспирантов, молодых ученых и докторантов СПбГАСУ. – 2012, Часть II. – С. 100-103. (0,25 п. л.)
6. **Рageh, Б. О.** Статический анализ вантовых схем мостов системы (арфа) / Б. О. Рageh // Актуальные проблемы строительства и архитектуры СПбГАСУ. – 2012, Часть I. – С. 12-16. (0,31 п. л.)
7. **Рageh, Б. О.** Сравнение двух алгоритмов определения оптимального предварительного натяжения вант / Б. О. Рageh // Актуальные проблемы строительства и архитектуры: Материалы международной научно-практической конференции студентов, аспирантов, молодых ученых и докторантов СПбГАСУ. – 2013. – С.24-26. (0,19 п. л.)
8. **Rageh, B. O.** Non Linear Static and Modal Analysis of Three Types of Cable-Stayed Bridges / B.O. Rageh, A.M. Maslennikov // Journal of Mathematical Theory and Modeling IISTE. – 2013. – Vol. 3(12). – PP. 92-97. (0,38 п. л / 0,28 п. л.)

9. **Масленников, А. М.** Ветровой резонанс элементов мостов / А.М. Масленников, **Рагех Б. О.** // Журнал «СТРОЙ МЕТАЛЛ». – 2013. - № 4(35) .– С. 20-22. (0,2 п. л. / 0,1 п. л.)
10. **Maslennikov, A. M.** The comparison between two Algorithms for evaluating of the optimum initial tension in cables / А.М. Maslennikov, **Rageh B. O.** // Актуальные проблемы строительства и архитектуры: V Международная конференция — СПбГАСУ.– 2013, Часть I.– С.332-337. (0,38 п. л. / 0,28 п. л.)
11. **Масленников, А. М.** Ветровой Резонанс вант мостов / А. М. Масленников, **Рагех Б. О.** // Актуальные проблемы строительства и архитектуры: V Международная конференция — СПбГАСУ – 2013, Часть I.– С.338-342. (0,31 п. л. / 0,1 п. л.)