

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ТЮМЕНСКИЙ ИНДУСТРИАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

На правах рукописи

ДМИТРИЕВ АНДРЕЙ ВИКТОРОВИЧ

**СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ И ДИНАМИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ
ТОНКОСТЕННЫХ МАГИСТРАЛЬНЫХ ТРУБОПРОВОДОВ
БОЛЬШОГО ДИАМЕТРА ПРИ ПОДЗЕМНОЙ ПРОКЛАДКЕ**

Специальность 2.1.9. Строительная механика

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Научный руководитель:
доктор технических наук,
доцент Соколов В.Г.

Тюмень – 2022

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
1. Глава 1. ОБЗОР ИССЛЕДОВАНИЙ И МЕТОДОВ РАСЧЁТА ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИОННОГО ИССЛЕДОВАНИЯ	12
1.1 Обзор расчётов трубопровода, выполняемых по стержневой теории. .	12
1.2 Обзор расчётов трубопровода, выполняемых с учётом теории цилиндрических оболочек.	15
1.3 Параметрические колебания трубопроводов, уложенных в грунт.	18
Вывод по главе 1	23
2. Глава 2. СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ПОДЗЕМНЫХ ПРЯМОЛИНЕЙНЫХ ТОНКОСТЕННЫХ УЧАСТКОВ ГАЗОПРОВОДОВ С УЧЁТОМ ДЕМПФЕРА.	25
2.1 Конструкция трубопровода уложенного в грунт и его работа во взаимодействии с грунтом.	25
2.2 Расчётная схема трубопровода уложенного в грунтовую среду.	26
2.3 Предпосылки и допущения к расчёту подземного тонкостенного газопровода большого диаметра.	32
2.4 Запись линеаризованного дифференциального уравнения движения в деформированном состоянии.	36
2.5 Определение частотных характеристик трубопровода уложенного в грунт без учёта демпфера.	40
2.6 Исследование влияния упругого отпора грунта, глубины заложения, параметра тонкостенности, внутреннего давления и продольной силы на частоту собственных колебаний подземного газопровода.	44
2.7 Выявление границы применимости стержневой и оболочечной теории для расчёта подземных газопроводов.	50

2.8	Учёт демпфера при нахождении частотных характеристик подземных газопроводов.....	58
3.	Глава 3. СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ПОДЗЕМНЫХ ПРЯМОЛИНЕЙНЫХ ТОНКОСТЕННЫХ УЧАСТКОВ НЕФТЕПРОВОДОВ С УЧЁТОМ ДЕМПФЕРА И ПОТОКА ПРОТЕКАЮЩЕЙ НЕФТИ.	67
3.1	Дифференциальное уравнение движения в деформированном состоянии с учётом потока жидкости.	67
3.2	Частотные характеристики нефтепроводов с учётом потока жидкости, упругого отпора грунта, внутреннего давления и параметра тонкостенности в различных грунтовых средах.....	71
3.3	Выявление границы применимости стержневой и оболочечной теории для расчёта подземных нефтепроводов.	76
3.4	Учёт демпфера при нахождении частотных характеристик подземных нефтепроводов.....	80
4.	Глава 4. ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ ПОДЗЕМНЫХ ТОНКОСТЕННЫХ ТРУБОПРОВОДОВ БОЛЬШОГО ДИАМЕТРА С УЧЁТОМ ДЕМПФЕРА.	87
4.1	Параметрические колебания подземных газопроводов.....	87
4.2	Параметрические колебания подземных нефтепроводов.....	100
	Вывод по главе 4.	107
	ЗАКЛЮЧЕНИЕ	108
	СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ	112
	СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	113
	ПРИЛОЖЕНИЕ А	122

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность исследования. В текущий период времени для развития энергетической составляющей в нашей стране большое внимание уделяется строительству трубопроводов большого диаметра. Диаметр данных сооружений составляет 1000-1400 мм, так например, для газопровода «Сила Сибири» участок КС-6 «Сковородинская» – КС-7 «Сивакинская» основной диаметр трубопроводов составляет 1420×21,7мм, а при укладке в кожух диаметр достигает 1720×16мм. В силу различных природных и инженерно-геологических условий, так как длина этих сооружений может составлять от нескольких сот до тысяч километров, применяются различные способы укладки трубопроводов. Способ прокладки трубопроводов определяется на основании экономического сравнения различных вариантов на стадии проектирования данного сооружения. Наиболее распространённым является прокладка труб в траншее с последующей засыпкой грунтом, глубина заложения в этом случае выполняется с учётом его диаметра, но не менее 0,8 м. К примеру, на газопровode «Сила Сибири» основной способ прокладки является подземным с глубиной заложения не менее 1,5 м от поверхности земли.

Использование подземных трубопроводов для транспортировки нефти и газа диаметром свыше 1260мм ставит новые задачи по определению частотных характеристик тонкостенных подземных трубопроводов, которые наряду с прочностью, жёсткостью и устойчивостью является основным показателем обеспечения надёжности. А при пульсирующем действии внутреннего рабочего давления, которое приводит к пульсации упругий отпор грунта, продольную силу и скорость потока нефти появляется ещё одна задача по изучению параметрического резонанса. В основном подход к решению данных проблем основывается с применением расчётной схемы в виде стержня с недеформируемым контуром поперечного сечения. Такой подход не позволяет учесть влияние на стенку трубопровода внутреннего давления и

реакции отпора грунта, возникающий в процессе деформации поперечного сечения. Поэтому в качестве модели, отражающей реальные условия работы конструкции трубопровода в грунте, необходимо принять цилиндрическую оболочку большого диаметра, которая учитывает совместное действие внешнего давления грунта, упругого отпора грунтовой среды, присоединённой массы грунта, демпфера.

Данное диссертационное исследование направлено на решении задачи – исследовать частотные характеристики подземного тонкостенного трубопровода, а так же параметрические колебания с учётом совместного действия внешнего давления грунта, упругого отпора грунтовой среды, присоединённой массы грунта, демпфера, внутреннего рабочего давления на стенку, а так же продольной сжимающей силы.

Степень разработанности. В соответствии с имеющимися нормативными документами (нормы расчета ПНАЭ Г-7-002-86), руководствами по расчёту, а так же в трудах классических и современных авторов, таких как: В.В. Болотин, С.П. Тимошенко, В.И. Феодосьев, С.В. Челомей, В.В. Лалин, В.В. Карпов, П.П. Бородавкин, Чжен, Масса, О. Фирилев рассмотрен вопрос динамического расчёта трубопровода с использованием модели в виде стержня с недеформируемым контуром поперечного сечения. Приведённые выражения не применимы для тонкостенных трубопроводов большого диаметра.

Для решения задачи применима теория замкнутых цилиндрических оболочек, предложенная В. Флюге, в которой пренебрегают силами инерции вращения, результатом которой является кубическое уравнение относительно квадрата частоты, однако в виду сложности решения, практически мало применяется. Наиболее подходящей является полубезмоментной теория цилиндрических оболочек среднего изгиба В.З. Власова - В.В. Новожилова, которая доработана А.Л. Гольденвейзером и В.П. Ильиным. На основании этой теории, одними из первых наиболее полное решение по определению частотных характеристик для надземных прямолинейных газопроводов

большого диаметра с шарнирным типом закрепления, было получено В.П. Ильиным и О.Б. Халецкой, в котором учтены влияние всех инерционных составляющих, внутреннего давления и деформация поперечного сечения.

Анализ работ по проблеме динамической устойчивости магистральных трубопроводов большого диаметра показывает, что большинство работ, как по стержневой, так и по оболочечной теории в этой области посвящено исследованиям без учёта влияния демпфера. По стержневой теории исследования проведены в работах В.В. Болотина, П. П. Бородавкина, Г. Шмидта, Н.С. Кондрашева, В.Н. Васиной, по оболочечной теории в работах М.П.Пайдусиса, В.Г Соколова, М.И. Валиева, М.А. Ильгамова, М.М. Шакирьянова.

Поэтому, несмотря на большое количество исследований по данной тематике, задача динамического расчёта подземного трубопровода является актуальной, так как мало изучена при совместном взаимодействии с грунтовой средой.

Цель исследования – с использованием полубезмоментной теории замкнутых цилиндрических оболочек среднего изгиба разработать методику исследования частот свободных колебаний подземного тонкостенного трубопровода большого диаметра с учётом действия внешнего давления грунта, упругого отпора грунтовой среды, присоединённой массы грунта, демпфера, внутреннего рабочего давления на стенку трубопровода, продольной сжимающей силы, а так же стационарным и нестационарным потоком нефти.

Задачи исследования:

1. Изучить существующие методы динамического расчёта подземных трубопроводов большого диаметра.

2. Для объекта исследования получить уравнение движения элемента срединной поверхности с учётом всех инерционных составляющих, упругого отпора грунта, демпфера, присоединённой массы грунта, давление грунта на стенку трубопровода, внутреннего давления, скорости потока нефти, а так же

продольной сжимающей силы (учитывается в виде её отношения к силе Эйлера).

3. Изучить влияние на частоту собственных колебаний для подземного трубопровода внешнего давления грунта, упругого отпора грунта, присоединённой массы грунта, внутреннего давления, демпфера и параметра продольной сжимающей силы.

4. Установить границу применимости стержневой и оболочечной теории при динамическом расчёте для подземных трубопроводов большого диаметра.

5. Установить границу применимости нахождения частот и форм собственных колебаний в зависимости от вязкости грунтовой среды.

6. Решить задачу в области параметрического резонанса для подземных трубопроводов, при различных факторах в зависимости от коэффициента динамической вязкости грунтовой среды.

Объектом исследования являются подземные тонкостенные трубопроводы большого диаметра.

Предметом исследования являются свободные колебания, статическая и динамическая устойчивость.

Научная новизна исследования:

1. Получено уравнение движения для подземного нефтегазопровода с учётом внешнего давления грунта на стенку трубопровода, упругого отпора грунта, присоединённой массы грунта и демпфера на основе использования геометрически нелинейного варианта полубезмоментной теории цилиндрических оболочек.

2. Получены аналитические выражения для нахождения частот и форм собственных колебаний для подземных тонкостенных трубопроводов большого диаметра с учётом и без учёта демпфера.

3. Установлены границы применимости стержневой и оболочечной теории для расчёта частотных характеристик подземных тонкостенных трубопроводов большого диаметра в виде параметра длины.

4. Установлены границы периодических и аperiodических колебательных процессов для подземных тонкостенных трубопроводов большого диаметра в зависимости от коэффициента динамической вязкости грунтовой среды.

5. Разработана методика построения областей динамической неустойчивости на основе использования системы уравнений Матье при параметрическом резонансе для подземных тонкостенных трубопроводов большого диаметра.

Практическая значимость заключается в возможности применения методики отстройки по частотным характеристикам с целью исключения резонансных явлений, а так же динамического расчёта для магистральных трубопроводов большого диаметра при подземной прокладке, как вновь строящихся, так и реконструируемых.

Теоретическая значимость заключается в применении аналитического подхода к решению задачи нахождения динамических характеристик для подземного трубопровода большого диаметра, основанного на геометрически нелинейном варианте полубезмоментной теории оболочек среднего изгиба и теории потенциального течения жидкости.

Методология и методы исследования. Предложен аналитический подход к решению задачи определения динамических характеристик трубопроводов, основанный на применении известных методов строительной механики. В решениях использованы: метод Бубнова – Галеркина, метод разделяющихся переменных, метод Боголюбова - Митропольского.

Положения, выносимые на защиту:

1. применение расчётной модели в виде цилиндрической оболочки для трубопровода большого диаметра, с учётом взаимодействия с грунтовой средой;
2. решение задачи по нахождению динамических характеристик для подземных участков трубопроводов большого диаметра, позволяющие одновременно учесть глубину заложения трубопровода, влияние упругого

отпора грунта, внешнего давления грунта на стенку трубопровода, присоединённую массу грунта, продольную сжимающую силу в виде её параметра и внутреннее давление при различных размерах поперечного сечения и длины рассматриваемого участка;

3. расчётные формулы по определению частоты свободных колебаний с учётом демпфера для подземного трубопровода, а так же установление границы между апериодическим и затухающе периодическим колебательным процессом;

4. решение задачи о динамической устойчивости подземных трубопроводов с учётом влияния сил сопротивления среды при нестационарном действии коэффициента упругого отпора грунта, внутреннего давления, потока протекающей жидкости и продольной сжимающей силы;

5. построение областей динамической неустойчивости и их анализ с учётом влияния сил сопротивления среды при нестационарном действии коэффициента упругого отпора грунта, внутреннего давления, потока протекающей жидкости и продольной сжимающей силы.

Область исследования соответствует паспорту специальности ВАК 2.1.9. Строительная механика (технические науки), в части п.1 – «Общие принципы расчета зданий, сооружений и их элементов на всех этапах жизненного цикла»; п.2 – «Линейная и нелинейная механика конструкций, зданий и сооружений, разработка физико-математических моделей их расчета»; п.3 – «Аналитические методы расчета зданий, сооружений и их элементов на прочность, жесткость, устойчивость, при статических, динамических, температурных нагрузках и других воздействиях».

Степень достоверности и апробация результатов. Результаты, полученные в диссертационном исследовании, можно сопоставить с результатами, полученными в работах других авторов. Так, например, если рассматривать частный случай при отсутствии продольной сжимающей силы, которая учитывается в виде её параметра, для надземной прокладки трубопровода формула по определению квадрата частоты собственных

колебаний в отношении газопровода преобразовывается в выражение, полученное С.Н. Кукуджановым. А при отсутствии внутреннего рабочего давления, для бесконечно длинной трубы ($\lambda_n \rightarrow 0$), в формулу С.П. Тимошенко. Рассматривая выражение по определению критического параметра продольной сжимающей силы, при $m=1$ это выражение преобразовывается в известную формулу Н.А. Алфутова. Выражение по определению внешнего критического давления грунта на стенку газопровода, для безнапорных трубопроводов бесконечной длины, приобретает выражение для кольца в упругой среде, полученную Е.Л. Николаи.

Основные положения работы были доложены на следующих научных конференциях: Национальная научно-практическая конференция НЕФТЬ И ГАЗ: технологии и инновации . г. Тюмень ТИУ 7-8 ноября 2019 г; Международная научно-практическая конференция «Арктика: Современные подходы к производственной и экологической безопасности в нефтегазовом секторе» г. Тюмень ТИУ 27 ноября 2019 г.; Международная научно-практическая конференция «Новые технологии - нефтегазовому региону» г. Тюмень ТИУ 10 май 2020 г.; Международная научно-практическая конференция «Проблемы прочности материалов и конструкций в транспортном строительстве», посвященная 175-летию со дня рождения Н.А. Белелюбского ПГУПС, 18-20 май 2021 г.

Публикации. Материалы диссертации опубликованы в 12 научных статьях объемом 4,7 п.л., лично автором 2,456 п.л., из них 7 статей в рецензируемых изданиях из перечня, размещенного на официальном сайте ВАК.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, четырёх глав, заключения, списка литературы, включающего в себя 111 наименований. Общий объем диссертации составляет 126 страницы машинописного текста. Работа содержит 27 рисунков, 22 таблицы, 1-но приложение.

Во введении изложена актуальность научной проблемы, сформулированы цели и задачи исследования, а так же положения, выносимые на защиту, описана степень разработанности темы исследования, теоретическая и практическая значимость работы.

В первой главе производится анализ литературных источников имеющих данную в области динамического расчёта применительно к трубопроводам большого диаметра. Изложена тенденция развития расчётов с позиции стержневой и оболочной теории.

Во второй главе для тонкостенного газопровода с моделью в виде цилиндрической оболочки решается задача динамического расчёта с учетом взаимодействия с грунтом. Исследовано влияние упругого отпора грунта, присоединённой массы грунта и глубины заложения трубопровода. Произведён анализ побочных коэффициентов определителя, по результатам которого принято решение в дальнейших расчётах ими пренебречь, что позволило упростить решение задачи и учесть влияние сил сопротивления среды на частоту свободных колебаний.

В третьей главе по аналогии с газопроводом, без учёта побочных коэффициентов, исследован вопрос нахождения частот собственных колебаний для подземного прямолинейного нефтепровода с учётом влияния демпфера.

В четвертой главе рассмотрен параметрический резонанс подземных трубопроводов с учётом влияния демпфера при помощи построения областей динамической неустойчивости для различных грунтовых условий и физико-механических характеристик.

В заключении описываются основные выводы и результаты диссертационной работы, а так же рекомендации к практическому применению.

1. Глава 1. ОБЗОР ИССЛЕДОВАНИЙ И МЕТОДОВ РАСЧЁТА ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИОННОГО ИССЛЕДОВАНИЯ

1.1 Обзор расчётов трубопровода, выполняемых по стержневой теории.

В период высокого потребления углеводородного сырья, использование тонкостенных трубопроводов большого диаметра (свыше 1000 мм) становится наиболее приоритетным для его транспортировки.

Наряду с прочностью, жёсткостью и устойчивостью обеспечение надёжности таких трубопроводов необходимо выполнить путём исключения резонансных явлений, то есть путем определения спектра собственных и вынужденных колебаний, которые зависят от физико-механических и геометрических характеристик, как самого трубопровода, так и среды, в которую он помещён. Одним из авторов в работе [7] произведён анализ аварийности на линейных сооружениях газопроводов и как результат сделан вывод, что в 60% случаев порыв или иная экстренная ситуация, приводящая к остановке эксплуатации газопровода, происходит вблизи компрессорных станций (не более 15 км). Для линейных сооружений нефтепроводов данная ситуация наблюдается на участках не далее 20 км от насосных станций [41]. Следовательно, повысительные компрессорные (КС) и насосные (НС) станции линейных сооружений трубопроводов оказывают непосредственное воздействие на их конструкцию, являясь источником колебательных процессов, которые приводят к возникновению резонанса и как следствие к аварии на магистральном трубопроводе. Чтобы избежать ситуаций, в которых частота работы оборудования совпадает с собственной частотой конструкции, необходимо выполнять расчёты по определению спектра частот и сравнивать их с частотой работы оборудования КС и НС. Так, например частота работы насоса типа НМ повысительной станции нефтепровода равна 3000 об/мин (50 Гц). Для компрессорной станции газопровода частота работы оборудования типа 66ГЦ-1 162/1,3-38 составляет 5285 об/мин (88 Гц). Следовательно для

безаварийной работы участков нефте - газопровода следует выполнять отстройку линейной части этих сооружений для исключения возникновения резонансных явлений на участках 15-20 км от КС и НС.

Динамические расчёты трубопроводов широко исследуются отечественными и зарубежными учёными. Для прямолинейных участков трубопроводов в надземном положении исследования отражены в работах [9, 10, 12, 15, 22, 23, 24, 34, 35, 38, 40, 42, 62, 65, 71, 72, 77, 80, 81, 83, 85, 87], упругом основании отражены в работах [48, 57, 13, 89, 90, 91, 97, 107, 109]. Для подземных трубопроводов исследования велись в работах [29, 47, 53, 69, 70, 88, 95, 104, 105, 110].

На сегодняшний день расчеты, проводящиеся на основании нормативных документах (СП 33.13330.2012, СП 36.13330.2012), а так же в работах [9, 10, 12, 22, 23, 42, 57, 81, 83, 85, 80], как правило, базируются на стержневой теории, которая учитывает отдельные аспекты надежности эксплуатации трубопроводов. В расчетах применяется базовая модель в виде стержня с недеформируемым контуром поперечного сечения, которая является приближенным представлением об эксплуатации тонкостенного трубопровода большого диаметра.

Для надземного трубопровода динамический расчёт в источниках [12, 42] предлагается выполнять по формуле:

$$\lambda_i = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{a_i^2}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{m}}, \quad (1.1)$$

здесь λ_i , a_i – коэффициенты, определяемые по таблицам и графикам [12] в зависимости от условий опирания пролётов трубопровода и числа этих пролётов, L – длина рассматриваемого участка.

В своё время С.П. Тимошенко в работе [80] предложил методику по определению собственных частот колебаний для трубопровода на Винклеровском основании по стержневой теории с учётом коэффициента постели k . Уравнение движения при этом имело вид:

$$EI \frac{\partial^4 f}{\partial x^4} + \kappa f + \rho A \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = 0. \quad (1.2)$$

Путём преобразований в окончательном виде формула для нахождения собственных частот собственных колебаний для стержня на упругом основании приняла вид:

$$\omega_i = \frac{n^2 \pi^2 a}{L^2} \cdot \sqrt{1 + \frac{\kappa_n L^4}{EI n^4 \pi^4}}, \quad (1.3)$$

здесь κ – коэффициента постели, f – прогиб, ρ – плотность материала трубопровода, A – площадь поперечного сечения трубопровода, x – координата вдоль оси трубопровода, t – время, ω_i – собственная частота колебаний, L – длина рассматриваемого участка. Именно это выражение (1.3) широко используется для нахождения частот собственных колебаний надземного трубопровода.

Задача по нахождению частот и форм собственных колебаний для трубопроводов с учётом влияния продольной силы F решена В.В. Болотиным в работе [10] и имеет вид:

$$\omega_i = \frac{n^2 \pi^2}{L^2} \cdot \sqrt{\frac{EI}{(m - m_0)} \left(1 - \frac{FL^4}{EI n^2 \pi^2} \right)}, \quad (1.4)$$

Используя динамический критерий устойчивости, то есть при обращении частоты собственных колебаний в ноль, из выражения (1.4)

получается формула Эйлера $F_3 = \frac{n^2 \pi^2 EI}{L^2}$.

Задача устойчивости подземных трубопроводов актуальна на сегодняшний день в связи с тем, что более 70% трубопроводом прокладываются именно подземным способом. В работе [2] Н.А. Алфутов получает выражение для расчёта параметра критической продольной силы ($P_{кр} = F/F_3$), при котором происходит образование «арочного выброса»:

$$P_{кр} = n^2 + \frac{\kappa L^4}{n^2 \pi^4 R^2 E h}. \quad (1.5)$$

Позднее в работе [1] А. Б. Айнбиндер получил выражение для критической сжимающей силы, при расчёте подземных трубопроводов, которая принимает вид:

$$F_{кр} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} + \frac{\kappa R L^2}{\pi}. \quad (1.6)$$

1.2 Обзор расчётов трубопровода, выполняемых с учётом теории цилиндрических оболочек.

Основы линейной теории малых колебаний тонкостенных оболочек были заложены А. Лявом, однако выведенные им уравнения практическое применение не получили, так как являлись слишком сложными, поэтому для упрощения ввели ряд допущений. Подходящей для практического применения является теория замкнутых цилиндрических оболочек, из вариантов которой можно выделить наиболее полную теорию В. Флюге, в которой для уравнений, предложенных А. Лявом, пренебрегают силами инерции вращения. Для замкнутой цилиндрической оболочки с шарнирно закреплёнными концами предложено решение В. Флюге, в которой пренебрегают силами инерции вращения, результатом которой является кубическое уравнение относительно квадрата частоты:

$$a_3 \omega^6 + a_2 \omega^4 + a_1 \omega^2 + a_0 = 0 \quad (1.7)$$

Решение так же не получило широкого применения из-за сложности, поэтому в дальнейшем для упрощения из уравнения Флюге, отбрасывались члены, содержащие малые множители с квадратами отношений толщины оболочки h к радиусу срединной поверхности R . На основе таких упрощений Х.М. Муштари, В.З. Власовым, а так же Л.Х. Доннелом [24] получено практически применимое уравнение движения элемента срединной поверхности цилиндрической оболочки, без учёта касательных инерционных сил. В работе [31] было доказано, что при пренебрежении тангенциальными составляющими сил инерции, происходит завышение значений частот

собственных колебаний оболочки на 25%, однако данное решение широко используется и в настоящее время.

Учёт внутреннего давления, при нахождении динамических характеристик цилиндрической оболочки, исследован В.Е. Бреславским в работе [14], а так же С.Н. Кукуджановым в [54, 55, 56]. В статье [56] С.Н. Кукуджанов затрагивает проблему нахождения частот свободных колебаний для цилиндрических оболочек, решение которой сводится к её нахождению в виде квадратичной зависимости:

$$\omega_{mn}^2 = \frac{E g h_v^2}{\gamma R^2} \frac{m^4 (m^2 - 1)(m^2 - 1 + p^*) + \lambda_0^4 / h_v^2}{m^2 (m^2 + 1)} \quad (1.8)$$

где $h_v = \frac{h}{R \sqrt{12(1-\nu^2)}}$, $p^* = 12(1-\nu^2) \frac{p}{E} \left(\frac{R}{h}\right)^3$ - параметр внутреннего рабочего

давления, $\lambda_0 = \frac{n \pi R}{L}$, $m, n=1,2,3\dots$ - число полуволн в окружном и продольном направлениях, γ - объемный вес трубы, $g = 9,807 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}$, R - радиус срединной поверхности цилиндрической оболочки, h - толщина стенки цилиндрической оболочки, L - длина участка.

В дальнейшем исследования по определению частотных характеристик для замкнутых цилиндрических оболочек производились на основании полубезмоментной теории Власова - Новожилова [18, 63], допущением которой является то, что скорость изменения функции в продольном направлении гораздо меньше, чем скоростью в окружном направлении. Использование данной теории при определении спектра частот дает сопоставимые результаты по сравнению с экспериментом, проведённым для труб средней и большой длины. В отличие от четырёх условий при использовании моментной теории, конечным решением такого подхода с шарнирным типом закрепления по концам трубопровода является линеаризованное дифференциальное уравнение движения элемента срединной поверхности в перемещениях.

На основании этой теории, одними из первых, наиболее полное решение (1.9) по определению динамических характеристик для надземных прямолинейных газопроводов большого диаметра с шарнирным типом закрепления, было получено В.П. Ильиным и О.Б. Халецкой в работах [36, 38]. В (1.9) учтены влияние всех инерционных сил, внутреннего давления и деформация поперечного сечения, при различных волновых числах m и n , которое имеет вид:

$$\omega_{mn}^2 = \frac{E g h_v^2 \lambda_n^4 + m^4 (m^2 - 1)(m^2 - 1 \pm p^*)}{\gamma R^2 (\lambda_n^4 h_v + m^4 + m^2)} \quad (1.9)$$

здесь $h_v = \frac{h}{R\sqrt{12(1-\nu^2)}}$, $p^* = \frac{pR}{Ehh_v^2}$, $\lambda_n = \frac{n\pi R}{L\sqrt{h_v}}$, знак «плюс» в числителе при

парамetre давления соответствует его внутреннему действию, знак «минус» – внешнему. В работах Фанга, Масса, Ниордсона [94, 98, 99] отмечено, что внутреннее рабочее давление увеличивает жёсткость трубопровода, тем самым повышая частоту свободных колебаний.

Проблеме взаимодействия систем труба-жидкость посвящено много работ, из них следует выделить труды В.В. Болотина [11] и Ю.Н. Новичкова [62].

В статье [32] М.А. Ильгамов, используя полубезмоментную теорию цилиндрических оболочек среднего изгиба, без учёта тангенциальных составляющими сил инерции, исследует частотные характеристики цилиндрических оболочек с потоком жидкости.

Пэйдуссис и Дэнис в работе [100] описывают аналитические и экспериментальные данные по нахождению частотных характеристик с протекающим потоком жидкости. Похожие исследования (без учёта тангенциальных сил инерции) с применением метода Бубнова – Галеркина проведены Стэйном в работе [108].

В.П. Ильиным и В.Г. Соколовым в работе [40] на основании полубезмоментной теории, с учётом инерционных составляющих было получено наиболее полное выражение для определения квадрата частот

собственных колебаний цилиндрической оболочки с протекающим потоком жидкости, которое имеет вид:

$$\omega_{mn}^2 = \frac{\lambda_n^4 + m^4 (m^2 - 1)(m^2 - 1 + p^*) - \lambda_n^2 m^4 (\rho_0^* V^2 \Phi_{mn} h_v + 2\varepsilon_0^*)}{Rh\rho^* (\lambda_n^2 h_v + m^4 + m^2) + R^2 \rho_0^* \Phi_{mn} m^4} \quad (1.10)$$

Позднее в работе [75] В.Г. Соколов, И.О. Разов произвели учёт влияния упругого отпора грунта на стенку трубопровода при наземной прокладке по контактной поверхности, а так же влияние продольной сжимающей силы. Выражение, полученное ими, имеет вид:

$$\omega_{mn}^2 = \frac{\lambda_n^4 + m^4 (m^2 - 1)(m^2 - 1 + p^*) + \kappa^* m^4 - \lambda_n^4 m^4 P / n^2 - \lambda_n^2 \rho_0^* \Phi_{mn} V^2 m^4 h_v}{Rh\rho^* (\lambda_n^2 h_v + m^4 + m^2) + R^2 \rho_0^* \Phi_{mn} m^4} \quad (1.11)$$

здесь $\kappa^* = \frac{R^2 \kappa}{E h h_v^2}$, κ – коэффициент пастели подстилающего слоя грунта, $P = \frac{F}{F_0}$ –

параметр продольной сжимающей силы.

Для тонкостенных трубопроводов большого диаметра, уложенных в грунтовой среде, формул и методик, позволяющих учесть дополнительно упругий отпор грунта по всей поверхности трубопровода, а так же силы сопротивления среды автором данной работы в литературе не найдено.

1.3 Параметрические колебания трубопроводов, уложенных в грунт.

Широкое применение магистральных трубопроводов большого диаметра более 1200 мм, взаимодействующих с различными средами, обеспечивает актуальность исследований в области колебаний и устойчивости конструкций. Обеспечить надёжность таких конструкций невозможно без соответствующих расчётов на вибропрочность. «Одна из наиболее важных целей этих расчётов – это избежание опасного явления параметрического резонанса. Параметрический резонанс является более опасным, чем обычный резонанс, так как параметрический резонанс возникает на множестве точек с определёнными соотношениями между собственными частотами и частотами

возмущения» [74]. Эти множества покрывают некоторые области на плоскости параметров системы «труба–жидкость» – области динамической неустойчивости.

Как это отмечается в [9], одним из первых параметрический резонанс был обнаружен Мельде при проведении своего эксперимента с камертоном, а объяснил это явление с научной точки зрения Джон Стрэтт. Решение данной проблемы сводится к составлению дифференциального уравнения Матье:

$$f''(t) + a(1 - b \cos \gamma t) f(t) = 0 \quad (1.12)$$

где a и b – постоянные параметры, γ – частота возбуждения.

Так как данное уравнение содержит периодическую функцию, то его решения зависят от параметров a , b , γ и при некоторых значениях этих коэффициентов данные решения становятся неустойчивыми и начинают неограниченно возрастать. «Оценка динамической устойчивости сводится к построению областей динамической неустойчивости, то есть диаграмм Айнса - Стретта, которые впервые были построены в тридцатых годах двадцатого века» [7]. Данные диаграммы позволяют, не прибегая к решению дифференциальных уравнений Матье (1.12), оценить возможность появления параметрического резонанса при помощи нахождения постоянных параметров a и b , что и является основной сложностью при составлении уравнения.

Одним из первых уравнение Матье, для шарнирно типа закрепления, под воздействием периодически изменяющейся осевой силы:

$$F(t) = F_0(1 - b \cos \gamma t) = 0 \quad (1.13)$$

получил Беляев Н.М. в работе [7]:

$$f''(t) + \omega^2(1 - \delta \cos \gamma t) f(t) = 0 \quad (1.14)$$

где ω^2 – частота свободных колебаний, под воздействием продольной силы F_0 , а δ – коэффициент возбуждения системы, который определяется выражением:

$$\delta = \frac{\mu}{\frac{F_2}{F_0} - 1}, \quad (1.15)$$

здесь μ – коэффициент пульсации равный $0 \sim 0,5$, E – модуль упругости материала стержня, I – момент инерции сечения элемента, $F_c = \frac{n^2 \pi^2 EI}{l^2}$ – критическая сила Эйлера. Области динамической неустойчивости системы (параметрического резонанса) для уравнения (1.14) определяются при соотношении частот $\omega = \frac{\gamma}{2}i$, где $i=1,2,3\dots$

Для значений $i=1$ реализуется основная область неустойчивости, которая называется главной. Для значений $i=2$ и $3\dots$ реализуются второстепенные области, которые уже главной и перекрываются ею. В работе [8] получено выражение для определения верхней и нижней границе первой области динамической неустойчивости:

$$1 - \frac{\delta_{mn}}{2} < \left(\frac{2\omega_{mn}}{\gamma} \right)^2 < 1 + \frac{\delta_{mn}}{2}. \quad (1.16)$$

Для стержней с закреплениями, отличающимися от шарнирного, изучение областей динамической неустойчивости под влиянием параметрических нагрузок рассмотрено в работе [52]. В [3] рассматриваются второстепенные области динамической неустойчивости с учётом внутреннего трения. Исследование параметрических колебаний для оболочек выполнено в работе [66, 67, 86].

Одним из первых, используя стержневую теорию, задачу о динамической устойчивости цилиндрической оболочки с учётом гидродинамического давления жидкости произвёл И.И. Гольденблат в работе [24], в ней он делает вывод, что при некоторых значениях скорости потока жидкости для прямолинейного трубопровода возникает потеря устойчивости. В работе [46] решается задача параметрического резонанса для трубопровода с нестационарным потоком жидкости, которая играет роль параметрической нагрузки.

Следующие работы [43, 44, 49, 58, 60, 64, 87], в области исследования параметрических колебаний, направлены на уточнения имеющихся решений

для труб по стержневой теории с пульсирующим потоком жидкости. В работах [43, 44, 60] раскрывается проблема геометрически нелинейного подхода для исследования амплитуд колебаний внутри областей динамической неустойчивости. Более подробно в рамках стержневой теории для прямолинейных участков трубопроводов параметрические колебания исследуются в работах [87, 91, 92, 100, 101, 102, 103]. В них получены системы уравнений Матье - Хилла, решение которых основывается на численном методе Шу [96], с применением которого авторами строятся 1-я, 2-я и 3-я области динамической неустойчивости. Анализ данных областей показывает, что с увеличением скорости потока жидкости, области динамической неустойчивости увеличиваются, следовательно, реализация параметрического резонанса для данной механической системы резко возрастает.

В работе В.Н. Васиной исследовано «динамическое поведение гибких трубопроводов с протекающей жидкостью на основе решения неконсервативной задачи упругой устойчивости» [17].

В 1956 В.В. Болотиным в монографии [9] излагаются основы общей теории упругих систем, а один из параграфов описывает параметрические колебания цилиндрической оболочки, подверженной воздействию периодических нагрузок.

Применительно для тонкостенных трубопроводов большого диаметра с пульсирующим потоком жидкости параметрический резонанс впервые исследуется в работе Э.И. Григорюка [27]. В данной статье трубопровод рассматривается как цилиндрическая оболочка большого диаметра, нагруженная пульсирующей продольной силой. В последующем автор производит обобщение этой и других решений в труде [28].

А.С. Вольмир в работе [19] исследует динамическую устойчивость с протекающим потоком жидкости. Автором в данной работе получено аналитическое выражение для определения гидродинамического давления жидкости, в котором учтена присоединенная масса жидкости, инерционная

сила в радиальном направлении, а так же центробежная сила инерции. С помощью дифференциальных уравнений Матье построены области динамической неустойчивости. Аналогичные исследования проведены М.А. Ильнамовым в работе [33].

В каждом исследовании по оценке динамической устойчивости для трубопроводов большого диаметра с протекающим потоком жидкости, которые проводились с использованием оболочечной теории, были получены системы дифференциальных уравнений Матье, это значит, что для разрешения данных систем, нужно применять численные методы и строить области динамической неустойчивости. Эта проблема описывается в работах [39, 76, 106], в которых на основании геометрически нелинейного варианта полубезмоментной теории цилиндрических оболочек исследуются параметрические колебания для трубопроводов большого диаметра с протекающим потоком жидкости. Авторами получена разделяющаяся система дифференциальных уравнений Матье. Решение этой системы для областей неустойчивости, предложено Н.Н. Боголюбовым и представляет собой неравенства для нахождения границ первой, второй, третьей и так далее областей неустойчивости, а так же содержат дополнительные условия. Используя данные неравенства, строятся и анализируются области динамической неустойчивости.

Для криволинейных участков трубопровода при пульсирующем движении жидкости параметрический резонанс рассмотрен в работе [51]. В работе [111] параметрические колебания, вызываемые пульсирующим потоком жидкости, рассмотрены для трубопроводов на упругодемпфирующих опорах. Динамическая устойчивость с учётом влияния демпфера для трубопроводов рассмотрены в работе [16].

Вывод по главе 1

Анализ состояния вопроса о нахождении частотных характеристик, статической устойчивости и параметрического резонанса в отношении подземных нефте – газопроводов позволил сделать следующие выводы:

1) Определение частотных характеристик для тонкостенных трубопроводов большого диаметра в большинстве случаев выполняется с применением стержневой теории, которая не позволяет учесть влияние внутреннего рабочего давления, а так же давления грунта на стенку трубопровода, следовательно, заведомо искажает результаты вычислений.

2) Методики нахождения частот собственных колебаний для трубопроводов большого диаметра, описанные в нормативных документах, основаны на стержневой теории и не позволяют учесть влияние внешнего давление грунта, упругого отпора грунта на стенку трубопровода, присоединённую массу грунта, силы сопротивления грунтовой среды, внутренне давление, а так же величину продольной сжимающей силы.

3) Формула для определения критической продольной силы для трубопроводов при подземной прокладке учитывает только геометрию сечения трубопровода, а так же коэффициент упругого отпора грунта и не позволяет учесть внутреннее рабочее давление, а так же скорость протекающей жидкости.

4) Исследования параметрического резонанса для подземных трубопроводов с учётом потока протекающей жидкости с расчётной схемой в виде стержня, основаны на системе дифференциальных уравнений Матье, с последующим построением областей динамической неустойчивости. Недостатком такого подхода является отсутствие учёта внутреннего рабочего давления. Имеющиеся исследования параметрического резонанса с позиции оболочечной теории позволяют учесть данный фактор, однако не учитывают влияние внешнего давления грунта на стенку трубопровода, а так же

отсутствует учёта влияния сил сопротивления среды, в которую помещён исследуемый объект.

2. Глава 2. СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ПОДЗЕМНЫХ ПРЯМОЛИНЕЙНЫХ ТОНКОСТЕННЫХ УЧАСТКОВ ГАЗОПРОВОДОВ С УЧЁТОМ ДЕМПФЕРА.

2.1 Конструкция трубопровода уложенного в грунт и его работа во взаимодействии с грунтом.

В данном диссертационном исследовании рассматривается подземный способ прокладки трубопровода большого диаметра, который в основном применяется при строительстве на сложенных консолидировавшихся грунтах с целью обеспечить:

- минимизацию затрат при одновременном соответствии высокой надёжности;
- технологичность всех видов земляных и монтажных работ;
- отсутствие загромождения территории строительства (пахотные земли могут использоваться по назначению);
- стабильность температурных условий для работы трубопровода, а так же способствует защите от атмосферных осадков и солнечной радиации.

Трубопроводы, прокладываемые под землёй, по условию работы отличаются от остальных тем, что по всей окружности соприкасаются с грунтом, который создаёт нагрузку и является средой для передачи давления, к тому же стенки трубопровода деформируются совместно с данной средой. Активное и реактивное давление грунтовой среды зависит от её физико-механических свойств, а так же от глубины заложения трубопровода. Кроме собственного веса, активного и реактивного давления грунта на подземные трубопроводы большого диаметра могут действовать еще вес транспортируемой жидкости, внутреннее рабочее давление, сейсмическое воздействие и др.

Рассматривая подземный трубопровод большого диаметра, следует отметить, что внутреннее рабочее давление в условиях плоской деформации действует радиально и вызывает только растяжение в его стенках, тогда как

остальные внешние воздействия, вызывающие «овализацию» поперечного сечения, образуют сжимающие окружные усилия, а так же изгибающие моменты в окружном направлении. При их совместном действии внутреннее рабочее давление препятствует "овализации" поперечного сечения и оказывает выправляющее действие на стенки трубопровода, тем самым снижая изгибающие моменты и деформации. Данное выправляющее действие проявляется более интенсивно для трубопроводов с меньшей толщиной стенок по сравнению с радиусом.

Однако нельзя делать вывод, что совместное действие внутреннего давления и сплющивающих нагрузок всегда более благоприятно для работы трубопровода, чем действие каждой из этих нагрузок в отдельности, так как в некоторых точках стенки трубопровода (например, у внутренней поверхности на концах вертикального диаметра) и внутреннее давление и сплющивающая нагрузка вызывают растяжение. Если исходить из того, что несущая способность трубопровода определяется величиной этих напряжений, то совместное действие указанных нагрузок может быть менее благоприятно для работы трубопровода, чем действие каждой нагрузки в отдельности.

Реактивный отпор грунта, возникающий вследствие деформации поперечного сечения, препятствует перемещению стенок трубопровода, а значит и уменьшает изгибающие моменты. Данное действие будет тем существеннее, чем плотнее грунтовая среда и чем более гибок трубопровод. Упругий отпор грунта, так же как и внутреннее рабочее давление приводит к снижению деформаций и изгибающих моментов, однако выправляющее действие внутреннего давления снижается, за счёт придания дополнительной жёсткости стенкам трубопровода упругим отпором.

2.2 Расчётная схема трубопровода уложенного в грунтовую среду.

В качестве расчётной схемы для тонкостенного газопровода, уложенного в грунт, принята однородная изотропная замкнутая цилиндрическая оболочка длиной L , радиусом R и толщиной стенки h , которая

подвержена влиянию постоянного внутреннего давления p_0 , реакции упругого отпора грунта q_0 , распределённого давления грунта $q_{гр}$, продольной сжимающей силы F , присоединённой массы грунта μ_{bj} , а так же демпфирующему действию грунтовой среды $q_{ср}$ (рисунок 2.1).

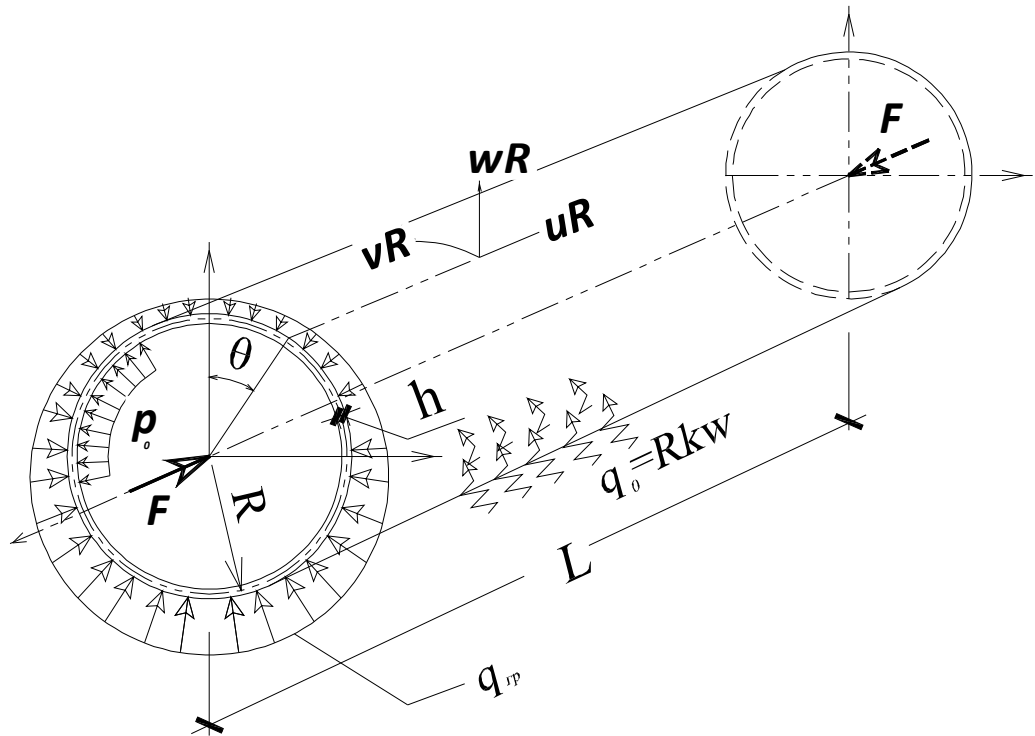


Рисунок 2. 1 Расчётная схема газопровода ($u=U/R$, $v=V/R$, $w=W/R$ — компоненты перемещений в продольном, окружном и радиальном направлении).

Продольная сила учитывается в виде её параметра, т.е. отношения продольной силы к силе Эйлера $P=F/F_0$. Действие данной составляющей появляется от укладки трубопровода в различных геологических условиях.

Распределённое давление грунта $q_{гр}$ на стенку деформируемой оболочки учитывается в виде дополнительного внешнего давления, направленного навстречу внутреннему рабочему давлению. В первом приближении его можно рассматривать в виде равномерно распределённой нагрузки (рисунок 2.2), величина которой определяется исходя из физико-механических свойств грунтов. [47]

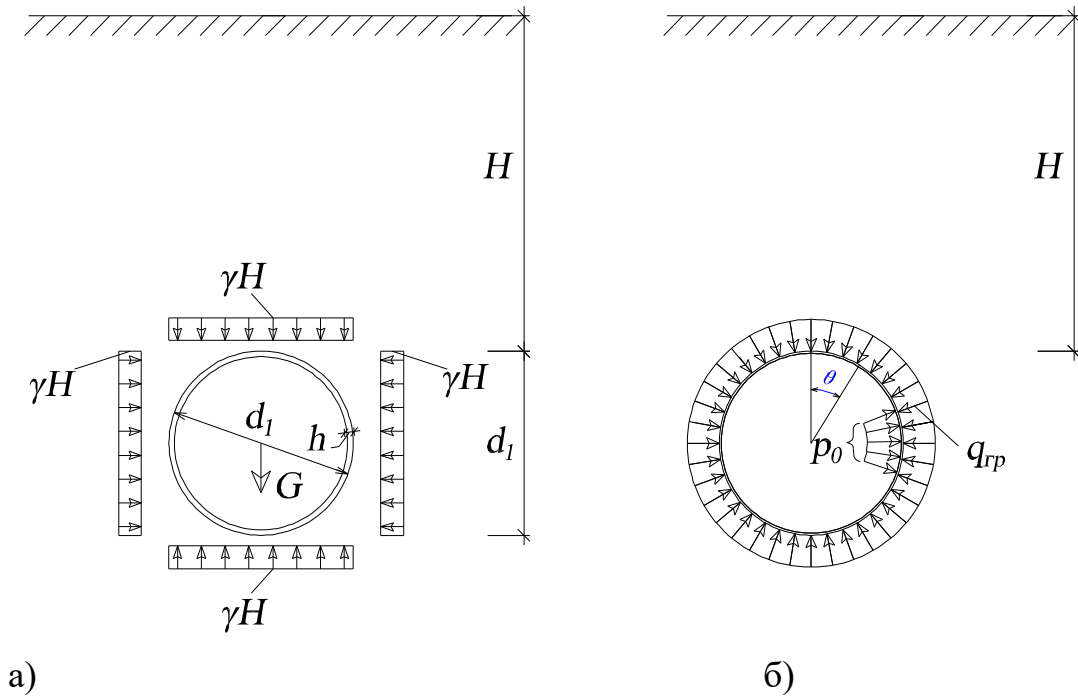


Рисунок 2.2 а) действующее давления грунта; б) эквивалентное давление

Уточнённое решение можно представить в виде распределенной радиальной нагрузки (рисунок 2.3 б) пренебрегая тангенциальной составляющей описанной при помощи тригонометрической функции:

$$q_{гр} = \gamma H (2 - \alpha_1 \cos \theta - \alpha_2 \cos 2\theta), \quad (2.1)$$

«где: коэффициенты $\alpha_1=0,75$ и $\alpha_2=0,25$ определяются подбором, $\alpha_1 > \alpha_2$ исходя действующей эпюры давления; θ — безразмерная координата в круглом направлении; H — толщина обжимаемого слоя; γ — объемный вес грунта; β — коэффициент бокового давления грунта; d_1 — внешний диаметр поперечного сечения трубы с учетом толщины h ; p_0 — внутреннее давление в трубе; G — вес трубы с транспортируемым продуктом, уравнивает разницу между верхним и нижним давлением» [78].

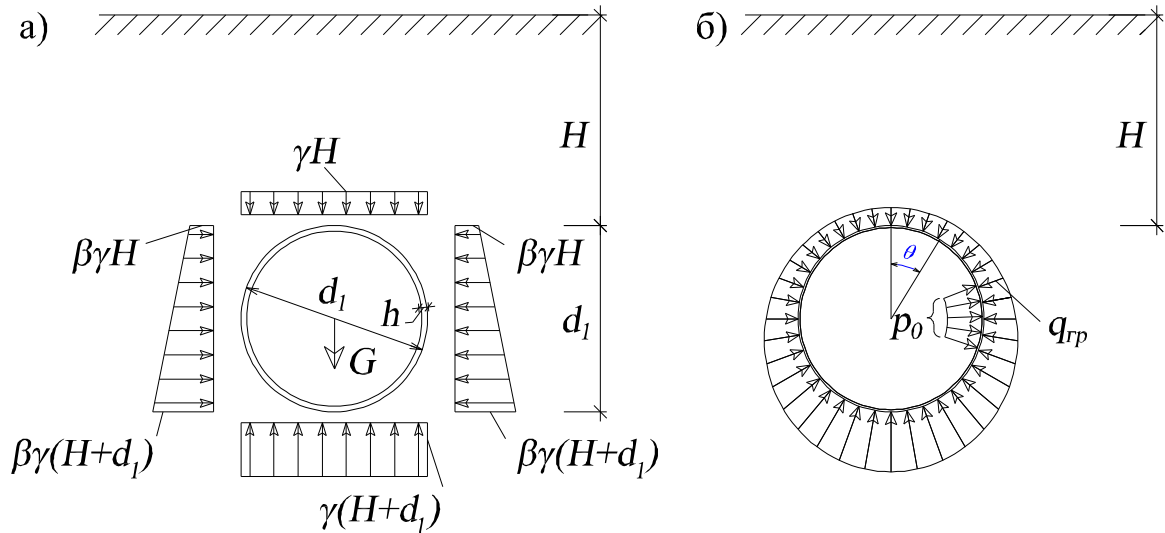


Рисунок 2.3 а) действующая эпюра давления грунта; б) радиальная эпюра давления грунта

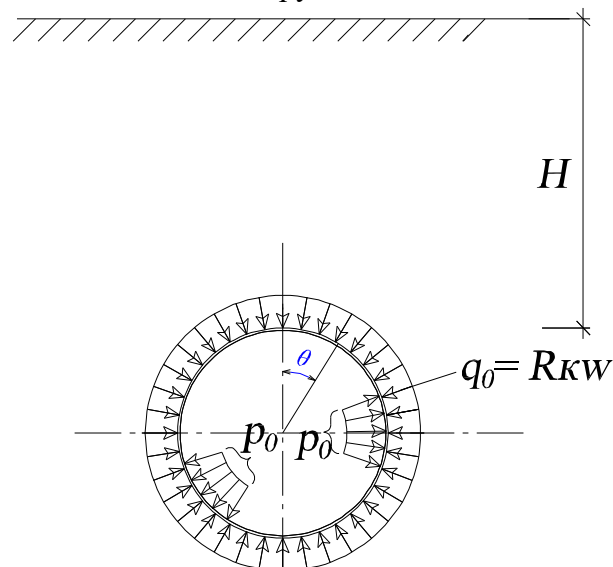


Рисунок 2.4 Радиальный отпор грунта и внутреннее рабочее давление p_0 , действующее на стенку трубы.

«Реакция упругого отпора грунта. Влияние упругого отпора среды q_0 , вызванное деформацией поперечного сечения трубы, учтено с использованием модели Фусса — Винклера в зависимости от коэффициента упругого отпора k , предложенное Галёркиным. Отпор грунта принимается радиальным (рисунок 2.4):

$$q_0 = Rkw, \quad (2.2)$$

где k — коэффициент упругого отпора грунта, когда труба подвергается действию внутреннего давления [101], представим его в виде:

$$\kappa = \frac{E_0}{R(1 + \nu_0)}; \quad (2.3)$$

$w = W/R$ — радиальное перемещение срединной поверхности оболочки, отнесенное к радиусу R .

Присоединенная масса грунтовой среды. При работе цилиндрической оболочки в упругой среде в совместные с ней колебания вовлекается определенная присоединенная масса грунта, поэтому, при составлении дифференциального уравнения движения трубопровода уложенного в грунте, следует учитывать и инерционные силы упругого основания. Необходимость учета присоединенной массы грунта — специфическая особенность конструкций, расположенных в грунте, как в не вполне упругой среде. Особенно большое значение это имеет для неустойчивых (обводненных) грунтов. Например, при возведении сооружения в мягкопластичных текучих грунтах может оказаться возможным определять перемещения, полагая, что коэффициент упругого отпора равен нулю, учитывая лишь значение присоединенной массы грунта, т.е. при $\mu_{bj} \neq 0$, и наоборот, при возведении сооружения в сложенных горных породах основное влияние на перемещения оказывают упругие силы основания, а присоединенная масса грунта ввиду её малости, играет второстепенную роль, и ею можно пренебречь [6].

Присоединенная масса грунта для слабых обводнённых грунтов, торфяников или ила, с коэффициентом упругого отпора $\kappa < 0,45 \cdot 10^7$ Н/м³, в данной работе учитывается на основании [68]:

$$\mu_{bj} = \kappa_{bj} \mu_b, \quad (2.4)$$

где κ_{bj} — безразмерный коэффициент присоединенной массы, определяемый по формуле [50]:

$$\kappa_{bj} = \frac{1}{\sqrt{m^2 + \lambda_0^2} \left(1 + \frac{\lambda_0^2}{2(m^2 + \lambda_0^2)^{3/2}} \right)}, \quad (2.5)$$

здесь: R — радиус оболочки, $\lambda_0 = \frac{n\pi R}{L}$, n — число продольных полувольт, L — длина участка трубопровода, m — число волн в окружном направлении оболочки, $\mu_b = \frac{\rho_{zp}\pi R^2}{2}$ — присоединенная масса грунта приходящаяся на единицу длины трубопровода, ρ_{zp} — плотность грунта, окружающего трубопровод.

Для грунтов с коэффициентом упругого отпора $\kappa > 0,45 \cdot 10^7$ Н/м³ присоединенная масса не учитывается, то есть $\mu_{bj} = 0$.

Демпфирующее действие грунтовой среды учитывается на основании допущении о сопротивлении среды, пропорциональном скорости перемещения конструкции в данной среде, эта гипотеза выражается в пропорциональности силы сопротивления среды q_c к скорости радиального перемещения точки срединной поверхности оболочки [73]:

$$q_{cp} = -\eta \cdot \frac{\partial w}{\partial t}, \quad (2.6)$$

где w — радиальная составляющая перемещения, отнесенная к радиусу поперечного сечения оболочки. Знак минус показывает, что сила сопротивления действует в направлении, противоположном скорости [73], η — (Па·с) динамический коэффициент вязкости.

«Вязкость различных сред меняется в весьма большом диапазоне: от $\eta = 1,8 \cdot 10^{-4}$ Па·с для воздуха, $\eta = 10^{-2}$ Па·с для воды $\eta = 0,5 \cdot 10^{-10}$ Па·с для различных масел и до $\eta = 5 \cdot 10^{22}$ Па·с для земной коры. Что касается грунтов, то имеющиеся опытные данные по определению вязкости грунтов имеют разброс в значениях от $\eta = 10^6$ до 10^{17} Па·с. По данным Г.В. Сорокиной, пластическая вязкость слабого глинистого ила составляет $\eta = 10^6$ Па·с. Вязкость майкопских глин полутвердой консистенции была определена в пределах $\eta = 10^{12} - 10^{14}$ Па·с (по З.М. Карауловой)» [20], глины с влажностью 25% — $\eta = 5 \cdot 10^{14}$ Па·с (по Н.Я. Денисову). Согласно опытам на скашивание, проведенным во ВНИИГе А. Н. Ермаковой и др., пластическая вязкость некоторых глин оказалась равной:

у пасты из кембрийской глины (влажностью 24—27%) — от $\eta=1,5 \cdot 10^9$ до $\eta=8 \cdot 10^{12}$ Па·с; у пасты из лангарского лёссовидного суглинка (влажностью 13—21%) от $\eta=3,6 \cdot 10^{10}$ до $\eta=2,1 \cdot 10^{14}$ Па·с; у пасты из хволынской глины (влажностью 38%) от $\eta=1,5 \cdot 10^7$ до $\eta=1,8 \cdot 10^{10}$ Па·с; у той же глины нена-
рушенного сложения (влажностью 30—40%) от $\eta=6,8 \cdot 10^9$ до $\eta=2,8 \cdot 10^{12}$ Па·с.

2.3 Предпосылки и допущения к расчёту подземного тонкостенного газопровода большого диаметра.

Для принятой расчётной схемы в целях решения задачи по нахождению собственных колебаний наиболее обоснованным является уравнение движения элемента срединной поверхности, полученное в работах В. П. Ильина, В. Г. Соколова [40]. В данных работах, опираясь на геометрически нелинейную теорию оболочек среднего изгиба Муштари — Галимова [59] и допущением что, скорость изменения функции в продольном направлении значительно меньше скорости в окружном направлении, предложенной в полубезмоментной теории Власова [18], выведено уравнение движения цилиндрической оболочки в усилиях. Допущения полубезмоментной теории, применённые при выводе уравнения, были обоснованы А.Л. Гольденвейзером работе [25] для общего случая, а для цилиндрических оболочек В.П. Ильиным [36, 38] и Э.Л. Аксельрадом [4].

Полубезмоментная теория цилиндрических оболочек В.З. Власова в дальнейшем была математически обоснована В.В. Новожиловым в труде [63]. Анализ выведенных В.З. Власовым уравнений, проведённый В.В. Новожиловым позволил сформировать принцип получения уравнений полубезмоментной теории, который основан на отбрасывании вторых производных $\frac{\partial^2 f}{\partial \xi^2}$ по обезразмеренной координате в продольном направлении

$\xi = \frac{x}{R}$ т.к. они существенно малы в сравнении с производными $\frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2}$ по окружной координате. Здесь f — функция, характеризующая напряжённо

деформированное состояние оболочки. Смысл данного принципа заключается в том, что в продольном направлении цилиндрической оболочки изменения всех компонентов НДС будет более равномерным, чем в поперечном направлении, именно этот факт выводит полубезмоментную теорию оболочек на лидирующую позицию, избегая ряда недостатков. А.Л. Гольденвейзером в работе [26] был «установлен критерий применимости полубезмоментной теории цилиндрических оболочек по отношению к задачам о деформации. Он доказал, что напряжённое состояние цилиндрической оболочки под действием равномерно распределённой нагрузки делится на два состояния: основное – медленно изменяющееся по длине оболочки, и местное – быстро затухающее при удалении от торцов (краевой эффект), которое быстро затухает в узкой области вблизи краевых сечений» [26]. Для тонких оболочек влияние краевого эффекта можно не учитывать по причине малости области затухания в сравнении с радиусом срединной поверхности R (2-3%), следовательно, для тонкостенных трубопроводов нужно учитывать только основное напряжённо деформированное состояние, которое описывается данной теорией.

Для расчёта изотропных, однородных трубопроводов большого диаметра опираясь на гипотезу Кирхгофа – Лява, приняты следующие допущения:

1) Относительное удлинение ε_2 считается малой величиной в окружном направлении поперечных сечений оболочки:

$$\varepsilon_2 = \frac{\partial v}{\partial \theta} + w = 0; \quad (2.7)$$

2) Относительный сдвиг срединной поверхности оболочки w считается малым по сравнению с ее углом поворота в поперечном и продольном направлениях:

$$w^* = \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{\partial u}{\partial \xi} = 0; \quad (2.8)$$

3) Угол поворота касательной к средней линии поперечного сечения оболочки ϑ_2 , относительная деформация ε_1 , кручение срединной

поверхности τ выражается через компоненты перемещения u , v и w по общим соотношениям оболочки:

$$\vartheta_2 = \frac{\partial w}{\partial \theta} - v, \quad \tau = \frac{1}{R} \frac{\partial \vartheta_2}{\partial \xi}, \quad \varepsilon_1 = \varepsilon_0 + \frac{\partial u}{\partial \xi}, \quad \varepsilon_0 = \frac{F}{EA}, \quad (2.9)$$

где ε_0 — исходная деформация трубы, определяемая в предположении недеформируемости сечения, EA — жесткость в продольном направлении, F — продольное сжимающее усилие;

4) Соотношения между усилиями и деформациями имеют вид» [78]:

$$\begin{aligned} T_1 &= Eh\varepsilon_1, \\ M_2 &= D\left(-\frac{1}{R} \frac{\partial \vartheta_2}{\partial \xi}\right), \\ D &= \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}. \end{aligned} \quad (2.10)$$

5) В виду их малости в последнем уравнении равновесия можно не учитывать поперечные силы Q_1 и крутящий момент H , как это принято в работе [4].

В данных допущениях приняты следующие обозначения:

u , v , w — компоненты перемещений срединной поверхности оболочки, отнесенные к радиусу R , τ — кручение срединной поверхности; T_1 — продольное нормальное усилие, M_2 — изгибающий момент в поперечном (кольцевом) направлении, D — цилиндрическая жесткость.

Для решения поставленной задачи и вывода формул используются следующие соотношения нелинейной теории оболочек среднего изгиба Муштари – Галимова [59]: перемещения в радиальном направлении w соизмеримы с толщиной стенки трубопровода h , но гораздо меньше его радиуса R . Угол между касательной к срединной поверхности в исходном и деформированном состоянии в квадрате (ϑ_2^2) гораздо меньше единицы:

$$1 + \frac{1}{2} \vartheta_2^2 \approx 1, \quad 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial \xi} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial \xi} \right)^2 \approx 1. \quad (2.11)$$

Обратное значение радиусов кривизны оболочки в деформированном состоянии для продольного (индекс 1) и окружного (индекс 2) направления определяется выражениями:

$$\frac{1}{R_1^*} = -\frac{1}{R} \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2}, \quad (2.12)$$

$$\frac{1}{R_2^*} = \frac{1}{R} \left(1 - \frac{\partial \vartheta_2}{\partial \theta} \right). \quad (2.13)$$

Для вывода уравнений равновесия элемента срединной поверхности используем геометрически нелинейный вариант полубезмоментной теории оболочек среднего изгиба Муштари - Галимова, с учётом параметров Ламе $A_I=1$, $A_{II}=R$ система уравнений в деформированном состоянии представлена в виде:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial T_1}{\partial \xi} + \frac{\partial S}{\partial \theta} + R Q_2 \tau = -R X_1, \\ \frac{\partial T_2}{\partial \theta} + \frac{\partial S}{\partial \xi} + \frac{R}{R_2^*} Q_2 = -R X_2, \\ \frac{\partial Q_2}{\partial \theta} - \frac{R}{R_2^*} T_2 - \frac{R}{R_1^*} T_1 = -R X_3, \\ \frac{\partial M_1}{\partial \xi} + \frac{\partial H}{\partial \theta} - R Q_1 = 0, \\ \frac{\partial M_2}{\partial \theta} - \frac{\partial H}{\partial \xi} - R Q_2 = 0, \end{array} \right. \quad (2.14)$$

здесь: T_1 , T_2 , S_1 , S_2 , M_1 , M_2 усилия записанные с индексом 1 в продольном направлении, а с индексом 2 в окружном. X_1 , X_2 , X_3 – тангенциальные и нормальные составляющие внешних нагрузений.

Выражение (2.14) является геометрически нелинейной системой дифференциальных уравнений, так как содержит нелинейный компонент с кручением τ в первом уравнении, а также кривизны оболочки в деформированном состоянии $1/R_2^*$ во втором, и $1/R_1^*$ в третьем.

2.4 Запись линеаризованного дифференциального уравнения движения в деформированном состоянии.

Для решения задачи динамического расчёта в отношении подземного трубопровода большого диаметра, руководствуясь принципом Д'аламбера, X_1 , X_2 , X_3 представлены в виде (2.15):

$$\begin{aligned} X_1 &= -Rh\rho_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}; \\ X_2 &= -Rh\rho_0 \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}; \end{aligned} \quad (2.15)$$

$$X_3 = -Rh\rho_0 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + p_0 - \gamma H(2 - \alpha_1 \cos\theta - \alpha_2 \cos 2\theta) - \kappa R w + \mu_{bj} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}.$$

где X_1 – инерционная составляющая в продольном направлении, X_2 – в окружном, X_3 в радиальном направлении и здесь же величину внутреннего рабочего давления, распределённое давление грунта, реакцию упругого отпора, присоединенную грунта.

Чтобы получить уравнение в усилиях необходимо исключить из (2.14) все усилия кроме M_2 и T_1 . Для этого продифференцируем первое уравнение по $\frac{\partial}{\partial \xi}$:

$$\frac{\partial^2 T_1}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 S}{\partial \xi \partial \theta} + R \frac{\partial Q_2}{\partial \xi} \tau + R \frac{\partial X_1}{\partial \xi} = 0; \quad (2.16)$$

второе по $\frac{\partial}{\partial \theta}$ и умножим его на минус единицу:

$$-\frac{\partial^2 T_2}{\partial \theta^2} - \frac{\partial^2 S}{\partial \xi \partial \theta} - \frac{R}{R_2^*} \frac{\partial Q_2}{\partial \theta} - R \frac{\partial X_2}{\partial \theta} = 0; \quad (2.17)$$

и третье по $\frac{\partial^2}{\partial \theta^2}$ дважды и умножим его на «минус» $\frac{R_2^*}{R}$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_2}{\partial \theta} - \frac{R}{R_2^*} T_2 - \frac{R}{R_1^*} T_1 &= -R X_3, \\ -\frac{R_2^*}{R} \cdot \frac{\partial^3 Q_2}{\partial \theta^3} + \frac{R_2^*}{R} \cdot \frac{R}{R_2^*} \frac{\partial^2 T_2}{\partial \theta^2} + \frac{R_2^*}{R} \cdot \frac{R}{R_1^*} \frac{\partial^2 T_1}{\partial \theta^2} - \frac{R_2^*}{R} \cdot R \frac{\partial^2 X_3}{\partial \theta^2} &= 0; \end{aligned} \quad (2.18)$$

из последнего уравнения выразим:

$$Q_2 = \frac{1}{R} \left(\frac{\partial M_2}{\partial \theta} - \frac{\partial H}{\partial \xi} \right). \quad (2.19)$$

Путём подстановки (2.19) в (2.16 – 2.18) и учитывая 5-е допущение Кирхгофа – Лява, а так же соотношения (2.12)-(2.13) получим (2.20)

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 T_1}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 S}{\partial \xi \partial \theta} + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\tau \frac{\partial M_2}{\partial \theta} \right) + R \frac{\partial X_1}{\partial \xi} = 0; \\ -\frac{\partial^2 T_2}{\partial \theta^2} - \frac{\partial^2 S}{\partial \xi \partial \theta} - \frac{1}{R_2^*} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\partial M_2}{\partial \theta} \right) - R \frac{\partial X_2}{\partial \theta} = 0; \\ -\frac{R_2^*}{R^2} \cdot \frac{\partial^3}{\partial \theta^3} \left(\frac{\partial M_2}{\partial \theta} \right) + \frac{R_2^*}{R_2^*} \cdot \frac{\partial^2 T_2}{\partial \theta^2} + \frac{R_2^*}{R_1^*} \cdot \frac{\partial^2 T_1}{\partial \theta^2} - R_2^* \frac{\partial^2 X_3}{\partial \theta^2} = 0; \end{cases} \quad (2.20)$$

Складывая (2.20), получим:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 T_1}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 S}{\partial \xi \partial \theta} + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\tau \frac{\partial M_2}{\partial \theta} \right) + R \frac{\partial X_1}{\partial \xi} - \frac{\partial^2 T_2}{\partial \theta^2} - \frac{\partial^2 S}{\partial \xi \partial \theta} - \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{R_2^*} \frac{\partial M_2}{\partial \theta} \right) - R \frac{\partial X_2}{\partial \theta} - \\ - \frac{1}{R^2} \cdot \frac{\partial^3}{\partial \theta^3} \left(R_2^* \frac{\partial M_2}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial^2 T_2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \left(\frac{R_2^*}{R_1^*} T_1 \right) - \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} (R_2^* X_3) = 0; \end{aligned} \quad (2.21)$$

Сократив подобные и переписав в удобном виде, получим уравнение в усилиях:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 T_1}{\partial \xi^2} + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\tau \frac{\partial M_2}{\partial \theta} \right) - \frac{1}{R^2} \cdot \frac{\partial^3}{\partial \theta^3} \left(R_2^* \frac{\partial M_2}{\partial \theta} \right) - \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{R_2^*} \frac{\partial M_2}{\partial \theta} \right) + \\ + \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \left(\frac{R_2^*}{R_1^*} T_1 \right) + R \frac{\partial X_1}{\partial \xi} - R \frac{\partial X_2}{\partial \theta} - \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} (R_2^* X_3) = 0; \end{aligned} \quad (2.22)$$

где $\xi = \frac{X}{R}$ — безразмерная координата цилиндрической оболочки в продольном направлении; R_1^*, R_2^* — радиусы кривизны оболочки в деформированном состоянии (индекс 1 обозначает продольное направление, индекс 2 — окружное), ϑ_2 — угол поворота касательной к срединной линии поверхностного сечения в деформированном состоянии; τ — кручение срединной поверхности; T_1 — продольное нормальное усилие.

Используя соотношения между усилиями и деформациями, деформациями и перемещениями (2.9)–(2.10), а так же (2.15) из (2.22) получим:

$$\begin{aligned}
& Eh \frac{\partial^3 u}{\partial \xi^3} - \frac{D}{R^2} \frac{\partial^4 \mathfrak{G}_2}{\partial \xi^3 \partial \theta} + \frac{D}{R^3} \frac{\partial^3}{\partial \theta^3} \left(R_2^* \frac{\partial^2 \mathfrak{G}_2}{\partial \theta \partial \xi} \right) + \frac{D}{R} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{R_2^*} \frac{\partial^2 \mathfrak{G}_2}{\partial \theta \partial \xi} \right) + \\
& + Eh \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \left(\varepsilon_0 \frac{R_2^*}{R_1^*} + \frac{\partial u}{\partial \xi} \frac{R_2^*}{R_1^*} \right) - R^2 h \rho \left(\frac{\partial^3 u}{\partial \xi \partial t^2} + \frac{\partial^3 v}{\partial \theta \partial t^2} \right) - \\
& - \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \left(R_2^* \left(-R h \rho_0 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + p_0 - \gamma H (2 - \alpha_1 \cos \theta - \alpha_2 \cos 2\theta) - \kappa R w + \mu_{bj} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \right) \right) = 0;
\end{aligned} \tag{2.23}$$

подставляя в (2.23) соотношения (2.12) и (2.13) и учитывая, что

$$R_2^* = \frac{1}{\frac{1}{R_2^*}} = \frac{1}{\frac{1}{R} \left(1 - \frac{\partial \mathfrak{G}_2}{\partial \theta} \right)} = R \frac{1}{1 - \frac{\partial \mathfrak{G}_2}{\partial \theta}} = R \left(1 + \frac{\partial \mathfrak{G}_2}{\partial \theta} \right)$$

и поделив каждый член на Eh ,

выражение приобретает вид:

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial^3 u}{\partial \xi^3} - \frac{D}{R^2 Eh} \frac{\partial^4 \mathfrak{G}_2}{\partial \xi^3 \partial \theta} + \frac{D}{R^2 Eh} \frac{\partial^3}{\partial \theta^3} \left(\frac{\partial^2 \mathfrak{G}_2}{\partial \theta \partial \xi} + \frac{\partial^3 \mathfrak{G}_2}{\partial \theta^2 \partial \xi} \right) + \\
& + \frac{D}{R^2 Eh} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\partial^2 \mathfrak{G}_2}{\partial \theta \partial \xi} - \frac{\partial^3 \mathfrak{G}_2}{\partial \theta^2 \partial \xi} \right) - \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} \varepsilon_0 \right) - \frac{R^2 h \rho}{Eh} \left(\frac{\partial^3 u}{\partial \xi \partial t^2} - \frac{\partial^3 v}{\partial \theta \partial t^2} \right) - \\
& - \frac{R}{Eh} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \left(-R h \rho_0 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + p_0 \frac{\partial \mathfrak{G}_2}{\partial \theta} - \kappa R w \frac{\partial \mathfrak{G}_2}{\partial \theta} + \mu_{bj} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \right) - \\
& - \frac{R}{Eh} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \left(-\gamma H \left(1 + \frac{\partial \mathfrak{G}_2}{\partial \theta} \right) (2 - \alpha_1 \cos \theta - \alpha_2 \cos 2\theta) \right) = 0;
\end{aligned} \tag{2.24}$$

Далее преобразуем отдельно последний член выражения 2.24:
раскроем скобки:

$$\frac{R\gamma H}{Eh} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \left(2 - \alpha_1 \cos \theta - \alpha_2 \cos 2\theta + 2 \frac{\partial \mathfrak{G}_2}{\partial \theta} - \alpha_1 \frac{\partial \mathfrak{G}_2}{\partial \theta} \cos \theta - \alpha_2 \frac{\partial \mathfrak{G}_2}{\partial \theta} \cos 2\theta \right);$$

далее преобразуем, взяв 1-ю производную по $\partial \theta$:

$$\frac{R\gamma H}{Eh} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(2 \frac{\partial^2 \mathfrak{G}_2}{\partial \theta^2} - \alpha_1 \frac{\partial^2 \mathfrak{G}_2}{\partial \theta^2} \cos \theta + \alpha_1 \frac{\partial \mathfrak{G}_2}{\partial \theta} \sin \theta - \alpha_2 \frac{\partial^2 \mathfrak{G}_2}{\partial \theta^2} \cos 2\theta + 2\alpha_2 \frac{\partial \mathfrak{G}_2}{\partial \theta} \sin 2\theta \right);$$

далее преобразуем, взяв 2-ю производную по $\partial \theta$:

$$\begin{aligned}
& \frac{R\gamma H}{Eh} \left(2 \frac{\partial^3 \mathfrak{G}_2}{\partial \theta^3} - \alpha_1 \frac{\partial^3 \mathfrak{G}_2}{\partial \theta^3} \cos \theta - \alpha_1 \frac{\partial^2 \mathfrak{G}_2}{\partial \theta^2} \sin \theta + \alpha_1 \frac{\partial^2 \mathfrak{G}_2}{\partial \theta^2} \sin \theta + \alpha_1 \frac{\partial \mathfrak{G}_2}{\partial \theta} \cos \theta - \right. \\
& \left. - \alpha_2 \frac{\partial^3 \mathfrak{G}_2}{\partial \theta^3} \cos 2\theta + 2\alpha_2 \frac{\partial^2 \mathfrak{G}_2}{\partial \theta^2} \sin 2\theta + 2\alpha_2 \frac{\partial^2 \mathfrak{G}_2}{\partial \theta^2} \sin 2\theta \right);
\end{aligned}$$

упростив, выражение приобретает вид:

$$\frac{R\gamma H}{Eh} \left(2 \frac{\partial^3 \vartheta_2}{\partial \theta^3} + \alpha_1 \cos \theta \left(\frac{\partial \vartheta_2}{\partial \theta} - \frac{\partial^3 \vartheta_2}{\partial \theta^3} \right) + \alpha_2 \cos 2\theta \left(4 \frac{\partial \vartheta_2}{\partial \theta} - \frac{\partial^3 \vartheta_2}{\partial \theta^3} \right) + 4\alpha_2 \sin 2\theta \frac{\partial^2 \vartheta_2}{\partial \theta^2} \right);$$

подставив его в (2.24) получим:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^3 u}{\partial \xi^3} - h_v^2 \left[\frac{\partial^4 \vartheta_2}{\partial \xi^3 \partial \theta} + \frac{\partial^3}{\partial \theta^3} \left(\frac{\partial^2 \vartheta_2}{\partial \theta \partial \xi} + \frac{\partial^3 \vartheta_2}{\partial \theta^2 \partial \xi} \right) + \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\partial^2 \vartheta_2}{\partial \theta \partial \xi} - \frac{\partial^3 \vartheta_2}{\partial \theta^2 \partial \xi} \right) \right] - \\ & - \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} \varepsilon_0 \right) - \frac{R^2 h \rho}{Eh} \left(\frac{\partial^3 u}{\partial \xi \partial t^2} - \frac{\partial^3 v}{\partial \theta \partial t^2} - \frac{\partial^4 w}{\partial \theta^2 \partial t^2} \right) - p_0 \frac{R}{Eh} \frac{\partial^3 \vartheta_2}{\partial \theta^3} + \\ & + \kappa w \frac{R^2}{Eh} \frac{\partial^3 \vartheta_2}{\partial \theta^3} - \mu_{bj} \frac{R}{Eh} \frac{\partial^4 w}{\partial \theta^2 \partial t^2} + 2 \frac{R\gamma H}{Eh} \frac{\partial^3 \vartheta_2}{\partial \theta^3} + \frac{R\gamma H}{Eh} \alpha_1 \cos \theta \left(\frac{\partial \vartheta_2}{\partial \theta} - \frac{\partial^3 \vartheta_2}{\partial \theta^3} \right) + \\ & + \frac{R\gamma H}{Eh} \alpha_2 \cos 2\theta \left(4 \frac{\partial \vartheta_2}{\partial \theta} - \frac{\partial^3 \vartheta_2}{\partial \theta^3} \right) + \frac{R\gamma H}{Eh} 4\alpha_2 \sin 2\theta \frac{\partial^2 \vartheta_2}{\partial \theta^2} = 0. \end{aligned} \quad (2.25)$$

Сохранив только нелинейные члены относительно неизвестных функций, проведя соответствующие математические преобразования, получим линеаризованное дифференциальное уравнение движения элемента срединной поверхности в перемещениях, которое содержит 4 неизвестных функций координат u , v , w , ϑ_2 :

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^3 u}{\partial \xi^3} + h_v^2 \frac{\partial^3}{\partial \theta^3} \left(\frac{\partial^2 \vartheta_2}{\partial \theta^2} + \vartheta_2 \right) + 2 \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} \varepsilon_0 \right) - \frac{R}{Eh} p_0 \frac{\partial^3 \vartheta_2}{\partial \theta^3} + \frac{R\mu_{bj}}{Eh} \frac{\partial^4 w}{\partial \theta^2 \partial t^2} + \frac{R^2 \kappa}{Eh} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} - \\ & - \frac{R^2 \rho_0}{Eh} \left(\frac{\partial^3 u}{\partial \xi \partial t^2} - \frac{\partial^3 v}{\partial \xi \partial t^2} - \frac{\partial^4 w}{\partial \theta^2 \partial t^2} \right) + \frac{R\gamma H}{Eh} \frac{\partial^3 \vartheta_2}{\partial \theta^3} (2 - \alpha_1 \cos \theta - 2\alpha_2 \cos 2\theta) + \\ & + \frac{R\gamma H}{Eh} \left(\frac{\partial^2 \vartheta_2}{\partial \theta^2} \alpha_1 \sin \theta + \frac{\partial^2 \vartheta_2}{\partial \theta^2} 2\alpha_2 \sin 2\theta \right) + \frac{R\gamma H}{Eh} \left(\frac{\partial \vartheta_2}{\partial \theta} \alpha_1 \cos \theta - \frac{\partial \vartheta_2}{\partial \theta} 4\alpha_2 \cos 2\theta \right) = 0. \end{aligned} \quad (2.26)$$

Присоединяя к (2.26) соотношения полубезмоментной теории оболочек

$$\left(\frac{\partial v}{\partial \theta} + w = 0; \quad \frac{\partial v}{\partial \xi} + \frac{\partial u}{\partial \theta} = 0; \quad \vartheta_2 = \frac{\partial w}{\partial \theta} - v \right), \quad \text{получим полную систему}$$

дифференциальных уравнений, состоящую из 4-х уравнений.

2.5 Определение частотных характеристик трубопровода уложенного в грунт без учёта демпфера.

Для решения поставленной задачи принимаем шарнирный тип закрепления по концам трубопровода, представленный выражениями:

$$v \left\{ \xi = 0, \quad \xi = \frac{L}{R} = 0 \right\}, \quad \theta_2 \left\{ \xi = 0, \quad \xi = \frac{L}{R} = 0 \right\}, \quad w \left\{ \xi = 0, \quad \xi = \frac{L}{R} = 0 \right\}, \quad \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} \left\{ \xi = 0, \quad \xi = \frac{L}{R} = 0 \right\}.$$

Опираясь на метод разделяющихся переменных, относительное радиальное перемещение w представлено в виде двойного ряда Фурье:

$$w = \sum_m \cdot \sum_n b_{mn} \varphi(t) \sin(\lambda_n \xi) \cos(m\theta), \quad (2.27)$$

где b_{mn} амплитуда колебаний, $\sin(\lambda_n \xi)$ описывает граничные условия по концам оболочки, $\cos(m\theta)$ описывает периодичность в окружном направлении,

m, n волновые числа в окружном и продольном направлении, $\lambda_n = \frac{n\pi R}{L\sqrt{h_v}}$.

Остальные компоненты перемещений и угол поворота ϑ_2 определяются из соотношений полубезмоментной теории оболочек (2.7)–(2.9):

$$\begin{aligned} u &= \sum_m \cdot \sum_n b_{mn} \frac{\lambda_n}{m^2} \varphi(t) \cos(\lambda_n \xi) \cos(m\theta); \\ v &= \sum_m \cdot \sum_n b_{mn} \frac{1}{m} \varphi(t) \sin(\lambda_n \xi) \sin(m\theta); \\ \vartheta_2 &= - \sum_m \cdot \sum_n b_{mn} \frac{m^2 - 1}{m} \varphi(t) \sin(\lambda_n \xi) \sin(m\theta), \end{aligned} \quad (2.28)$$

при этом соответствующие производные от (2.27, 2.28) для подстановки их в (2.26) запишем в виде 2.29:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} &= -b_{mn} m^2 \sum_m \cdot \sum_n \varphi(t) \sin(\lambda_n \xi) \cos(m\theta), \\
\frac{\partial^4 w}{\partial \theta^2 \partial t^2} &= -b_{mn} m^2 \sum_m \cdot \sum_n \varphi''(t) \sin(\lambda_n \xi) \cos(m\theta), \\
\frac{\partial^4 w}{\partial \theta^2 \partial \xi^2} &= b_{mn} m^2 \lambda_n^2 \sum_m \cdot \sum_n \varphi(t) \sin(\lambda_n \xi) \cos(m\theta), \\
\frac{\partial^3 u}{\partial \xi^3} &= -b_{mn} \frac{\lambda_n^4}{m^2} \sum_m \cdot \sum_n \varphi(t) \sin(\lambda_n \xi) \cos(m\theta), \\
\frac{\partial^3 u}{\partial \xi \partial t^2} &= -b_{mn} \frac{\lambda_n^2}{m^2} \sum_m \cdot \sum_n \varphi''(t) \sin(\lambda_n \xi) \cos(m\theta), \\
\frac{\partial^3 v}{\partial \theta \partial t^2} &= -b_{mn} \sum_m \cdot \sum_n \varphi''(t) \sin(\lambda_n \xi) \cos(m\theta), \\
\frac{\partial^5 \mathfrak{g}_2}{\partial \theta^5} &= b_{mn} m^4 (m^2 - 1) \sum_m \cdot \sum_n \varphi(t) \sin(\lambda_n \xi) \cos(m\theta), \\
\frac{\partial^3 \mathfrak{g}}{\partial \theta^3} &= -b_{mn} m^2 (m^2 - 1) \sum_m \cdot \sum_n \varphi(t) \sin(\lambda_n \xi) \cos(m\theta), \\
\frac{\partial^2 \mathfrak{g}_2}{\partial \theta^2} &= b_{mn} m (m^2 - 1) \sum_m \cdot \sum_n b_{mn} \varphi(t) \sin(\lambda_n \xi) \sin(m\theta), \\
\frac{\partial \mathfrak{g}}{\partial \theta} &= b_{mn} (m^2 - 1) \sum_m \cdot \sum_n \varphi(t) \sin(\lambda_n \xi) \cos(m\theta).
\end{aligned} \tag{2.29}$$

Зная, что колебательный процесс происходит по гармоническому закону функцию $\varphi(t)$ представим в виде:

$$\varphi(t) = \sin \omega_{mn} t, \quad \varphi''(t) = -\omega_{mn}^2 \sin \omega_{mn} t, \tag{2.30}$$

где ω_{mn} — частота колебаний.

Подставив (2.29) и (2.30) в уравнение (2.26) и группируя компоненты с одинаковыми тригонометрическими функциями $\sin(\omega t)$ при $m, n = 1, 2, 3, \dots$, получим бесконечную систему однородных линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных амплитудных значений b_{mn} радиальной составляющей перемещения w . Коэффициенты при неизвестных в этих уравнениях обозначим a_{ij} :

$$\begin{aligned} \text{при } m=1 & \quad \begin{cases} a_{1,1}b_1 + a_{1,2}b_2 + a_{1,3}b_3 = 0 \end{cases} \\ \text{при } m=2 & \quad \begin{cases} a_{2,1}b_1 + a_{2,2}b_2 + a_{2,3}b_3 + a_{2,4}b_4 = 0 \end{cases} \\ \text{при } m=3 & \quad \begin{cases} a_{3,1}b_1 + a_{3,2}b_2 + a_{3,3}b_3 + a_{3,4}b_4 + a_{3,5}b_5 = 0. \end{cases} \end{aligned} \quad (2.31)$$

Полученную систему линейных однородных алгебраических уравнений (2.31) запишем в виде:

$$a_{m,m-2}b_{m-2,n} + a_{m,m-1}b_{m-1,n} + a_{m,m}b_{m,n} + a_{m,m+1}b_{m+1,n} + a_{m,m+2}b_{m+2,n} = 0, \quad (2.32)$$

где $m = 1, 2, 3, \dots$; $m \pm 1 > 0$; $m \pm 2 > 0$, а коэффициенты a_{ij} определяются выражениями [78]:

$$a_{m,m} = A_{m,n} - B_{m,n} \omega_{mm}^2; \quad (2.33)$$

$$a_{m,m\pm 1} = -\frac{m^5(m \pm 2)}{2} q_{\text{ГР}}^* \alpha_1; \quad (2.34)$$

$$a_{m,m\pm 2} = -\frac{m^4[(m \pm 2)^2 - 1]}{2} q_{\text{ГР}}^* \alpha_2; \quad (2.35)$$

$$A_{m,n} = \lambda_n^4 + m^4(m^2 - 1)(m^2 - 1 + p^* - 2q_{\text{ГР}}^*) + \kappa^* m^4 - \lambda_n^4 m^4 P / n^2; \quad (2.36)$$

$$B_{m,n} = \rho^* Rh(\lambda_m^2 h_v + m^2 + m^4) + \mu_{bj}^* m^4, \quad (2.37)$$

$$\text{где: } p^* = p_0 \frac{R}{Eh \cdot h_v^2}, \quad \rho^* = \rho_0 \frac{R}{Eh \cdot h_v^2}, \quad \kappa^* = \frac{R^2 \kappa}{Eh \cdot h_v^2}, \quad q_{\text{ГР}}^* = \frac{\gamma HR}{Eh \cdot h_v^2}, \quad \lambda_n = \frac{n\pi R}{L\sqrt{h_v}},$$

$$\mu_{bj}^* = \mu_{bj} \frac{R}{Eh \cdot h_v^2}, \quad P = \frac{F}{F_3}.$$

Коэффициенты данной системы уравнений (2.32) являются безразмерными при внутреннем рабочем давлении p_0 в МПа, коэффициенте упругого отпора κ в кН/м³, плотности материала оболочки ρ_0 в (кН · с²)/м⁴.

Полученную систему однородных линейных уравнений (2.32) представим в матричной форме:

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} & a_{16} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} & a_{26} & \dots & a_{2p} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} & a_{36} & \dots & a_{3p} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} & a_{46} & \dots & a_{4p} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} & a_{56} & \dots & a_{5p} \\ a_{61} & a_{62} & a_{63} & a_{64} & a_{65} & a_{66} & \dots & a_{6p} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{pp-6} & a_{pp-5} & a_{pp-4} & a_{pp-3} & a_{pp-2} & a_{pp-1} & \dots & a_{pp} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b_{n1} \\ b_{n2} \\ b_{n3} \\ b_{n4} \\ b_{n5} \\ b_{n6} \\ \dots \\ b_{np} \end{bmatrix} = 0. \quad (2.38)$$

Поскольку решение этой однородной системы линейных алгебраических уравнений отлично от нуля, так как величины амплитудных значений радиального перемещения срединной поверхности оболочки $b_{mn} \neq 0$, определитель коэффициентов однородной системы $|A|$ (2.38) должен равняться нулю:

$$|A| = \begin{vmatrix} A_{1n} - B_{1n} \omega^2 & a_{12} & a_{13} & a_{14} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & A_{2n} - B_{2n} \omega^2 & a_{23} & a_{24} & \dots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & A_{3n} - B_{3n} \omega^2 & a_{34} & \dots & a_{3n} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & A_{4n} - B_{4n} \omega^2 & \dots & a_{4n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{p-41} & a_{p-31} & a_{p-21} & a_{p-11} & \dots & A_{pn} - B_{pn} \omega^2 \end{vmatrix} \frac{1}{B_{1n} B_{2n} B_{3n} B_{4n} \dots B_{pn}} = 0. \quad (2.39)$$

После преобразований определитель (2.39) принимает вид характеристического уравнения матрицы A :

$$\begin{vmatrix} d_{11} - \lambda & d_{12} & d_{13} & d_{14} & \dots & d_{1n} \\ d_{21} & d_{22} - \lambda & d_{23} & d_{24} & \dots & d_{2n} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} - \lambda & d_{34} & \dots & d_{3n} \\ d_{41} & d_{42} & d_{43} & d_{44} - \lambda & \dots & d_{4n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ d_{p-41} & d_{p-31} & d_{p-21} & d_{p-11} & \dots & d_{pn} - \lambda \end{vmatrix} = 0, \quad (2.40)$$

$$\text{где: } d_{m,m} = \frac{a_{m,m}}{B_{m,n}}; \quad d_{m,m \pm 1} = \frac{a_{m,m \pm 1}}{B_{m,n}}; \quad d_{m,m \pm 2} = \frac{a_{m,m \pm 2}}{B_{m,n}}; \quad \lambda = \omega^2.$$

Коэффициенты $A_{m,n}, B_{m,n}, a_{m,m+1}, a_{m,m+2}$ определяются по формулам (2.33) – (2.37).

Раскрыв этот определитель (2.40), получим характеристическое уравнение. Дальнейшее решение сводится к задаче нахождения собственных чисел относительно λ , где λ - квадрат круговой часты собственных колебаний.

2.6 Исследование влияния упругого отпора грунта, глубины заложения, параметра тонкостенности, внутреннего давления и продольной силы на частоту собственных колебаний подземного газопровода.

Проанализировав нормативные документы, пособия по расчёту трубопроводов, а так же работы авторов по нахождению спектра частот подземных трубопроводов большого диаметра, можно сделать вывод о том, что основные решения и подходы, рассматриваемые в них, основаны на использовании стержневой теории, не учитывающей взаимодействие грунта со стенкой газопровода, а так же влияние внутреннего рабочего давления. Стержневая теория больше подходит для толстостенных газопроводов ($h/R \geq 1/10; 1/15; 1/10$). В работах С.Н. Кукуджанова [54, 55, 56], В.П. Ильина, В.Г. Соколова [40], установлено, что внутреннее рабочее давление повышает жесткостные характеристики тонкостенного газопровода, т.е. значительно влияет на увеличение частот собственных колебаний. В работах В.А. Баженова [5], Р.О. Бакирова [6], Г.К. Клейна [47] чётко прослеживается связь грунтовой среды, в которую помещена цилиндрическая оболочка, с жёсткостью данной оболочки, следовательно, учёт давления грунтовой среды на стенку трубопровода, упругого отпора грунта и внутреннего рабочего давления при определении частот и форм собственных колебаний должен быть обязательным.

Используя определитель (2.40), коэффициенты которого вычисляются по формулам (2.33) – (2.37), проанализируем влияние коэффициента упругого отпора грунта на частоты свободных колебаний для газопровода, на глубине 2,0 м от поверхности земли с рабочим давлением $p_0=3,0$ МПа. Здесь полученный результат есть квадрат круговой частоты $(c^{-1})^2$, для перехода к

технической частоте Гц, необходимо после извлечения корня поделить ω_{mn} на 2π .

Зависимость частот свободных колебаний от коэффициента упругого отпора грунта подземного газопровода для различных значений параметра тонкостенности.

Таблица 2.1

$\kappa \cdot 10^7$ Н/м ³ .	$H=2,0$ м; $P=0,1$; $L/R = 1/10$; $p_0 = 3,0$ МПа;								
	$h/R= 1/30$			$h/R= 1/40$			$h/R= 1/50$		
	$\omega_{1,1}$	$\omega_{2,1}$	$\omega_{3,1}$	$\omega_{1,1}$	$\omega_{2,1}$	$\omega_{3,1}$	$\omega_{1,1}$	$\omega_{2,1}$	$\omega_{3,1}$
0,1	83,25	50,19	116,54	74,06	45,34	93,52	61,39	40,28	76,61
0,2	83,68	51,38	117,02	74,63	46,88	94,37	62,09	42,06	77,68
0,3	84,11	52,53	117,60	75,20	48,37	95,22	62,80	43,77	78,74
0,4	84,54	53,66	118,18	75,76	49,81	96,05	63,50	45,42	79,78
0,5	85,96	54,77	118,75	76,32	51,22	96,88	64,18	47,00	80,82
0,6	85,38	55,85	119,32	76,87	52,58	97,71	64,86	48,54	81,83

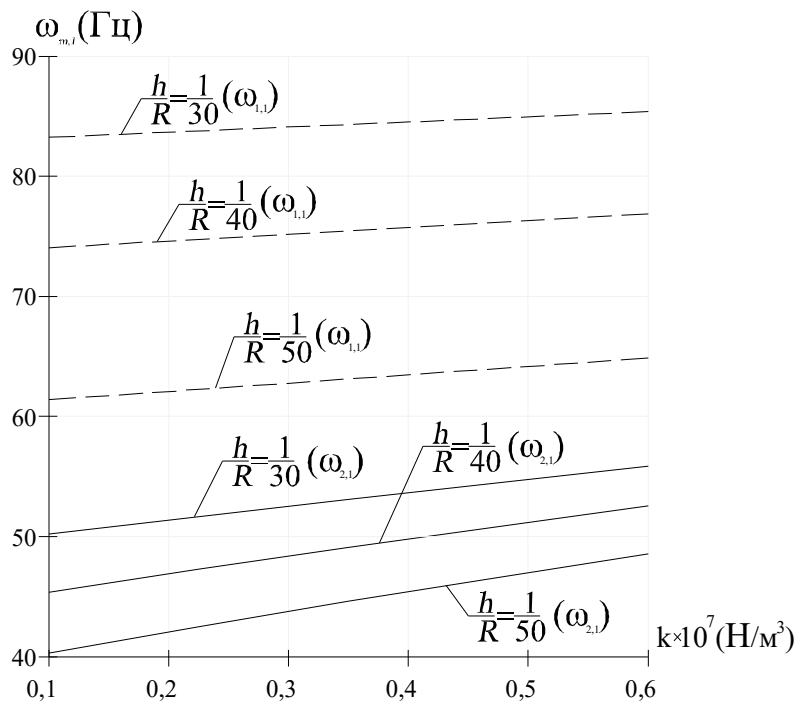


Рисунок 2.5 — График зависимости частот от коэффициента упругого отпора грунта k при различных значениях параметра тонкостенности (h/R).

Анализ значений таблицы 2.1 и рисунка 2.5 показывает, что:

- с увеличением коэффициента упругого отпора грунта k частоты увеличиваются, так например, при увеличении коэффициента k от $0,1 \times 10^7$ Н/м³ до $0,6 \times 10^7$ Н/м³ частоты свободных колебаний по оболочечной форме увеличиваются на 10,13% при $h/R=1/30$ и на 17,02% при $h/R=1/50$. Этот эффект подтверждается в работе Г.К. Клейна грунт, в котором находится трубопровод, оказывает сопротивление или отпор перемещениям стенок

трубы и повышает жёсткость и несущую способность. Влияние отпора сказывается тем значительнее, чем плотнее грунт и чем более гибки стенки трубопровода [47].

- минимальные частоты свободных колебаний реализуются при $m=2$, $n=1$, что соответствует оболочечным формам колебаний;

Далее исследуется влияние внутреннего рабочего давления на частотные характеристики, результаты расчёта сведены в таблицу 2.2 и отражены на рисунке 2.6. и показывают, что:

- с увеличением внутреннего давления p_0 от 0,0 МПа до 12,0 МПа жёсткость трубы увеличивается, что приводит к увеличению частот собственных колебаний в 3,5 раза. Увеличение частот для параметра тонкостенности $h/R=1/50$ более существенно и составляет 72,1%, а для $h/R=1/30$ на 60,1%, это объясняется тем, что внутренне рабочее давление так же как реакция упругого отпора грунта препятствуют оваллизации поперечного сечения (см. таблицу 2.3, рисунки 2.5, 2.7);

- с уменьшением толщины стенки трубы частоты уменьшаются, так для $h/R=1/30$, $\kappa=0,4 \times 10^7$ Н/м³ $\omega_{2,1}=36,11$, а при $h/R=1/50$ $\omega_{2,1}=22,97$, снижение частот составляет 36,19% (см. таблица 2.2, рисунок 2.6) для безнапорных труб.

Зависимость частот свободных колебаний от внутреннего рабочего давления подземного газопровода для различных значений параметра тонкостенности.

Таблица 2.2

$H=2,0$ м; $P=0,1$; $L/R = 1/10$; $\kappa=0,4 \cdot 10^7$ Н/м ³ , $V=3,0$ м/с,							
p_0 (МПа)	0	2	4	6	8	10	12
$h/R= 1/30$							
$\omega_{1,1}$	84,54	84,54	84,54	84,54	84,54	84,54	84,54
$\omega_{2,1}$	36,11	48,04	58,76	67,79	75,33	82,98	89,61
$\omega_{3,1}$	93,79	110,64	125,25	138,32	150,27	161,33	171,68
$h/R= 1/40$							
$\omega_{1,1}$	75,76	75,76	75,76	75,76	75,76	75,76	75,76
$\omega_{2,1}$	26,16	43,39	55,50	65,41	74,00	81,68	88,72
$\omega_{3,1}$	61,77	86,15	102,02	120,98	135,07	147,82	159,56
$h/R= 1/50$							
$\omega_{1,1}$	63,49	63,49	63,49	63,49	63,49	63,49	63,49
$\omega_{2,1}$	22,97	39,38	50,74	59,98	67,98	75,13	81,66
$\omega_{3,1}$	41,74	69,46	88,92	104,83	118,62	130,97	142,25

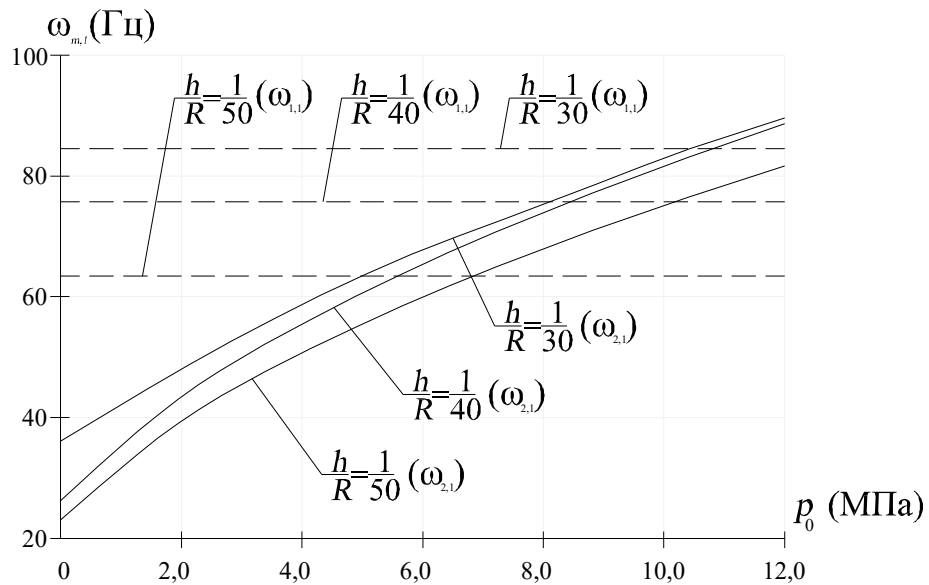


Рисунок 2.6 — График зависимости частот от внутреннего рабочего давления при различных значениях параметра тонкостенности (h/R).

Далее производится анализ влияния продольной сжимающей силы, которая учтена в виде её параметра, на частоты свободных колебаний при внутреннем рабочем давлении $p_0 = 5,0$ МПа, для газопровода на глубине 2,0 с коэффициентом упругого отпора грунта $\kappa = 0,45 \cdot 10^7$ Н/м³.

Зависимость частот свободных колебаний от параметра продольной сжимающей силы подземного газопровода для различных значений параметра тонкостенности.

Таблица 2.3

P	$H=2,0$ м; $\kappa=0,45 \cdot 10^7$ Н/м ³ .; $L/R = 1/10$; $p_0=5,0$ МПа;								
	$h/R= 1/30$			$h/R= 1/40$			$h/R= 1/50$		
	$\omega_{1,1}$	$\omega_{2,1}$	$\omega_{3,1}$	$\omega_{1,1}$	$\omega_{2,1}$	$\omega_{3,1}$	$\omega_{1,1}$	$\omega_{2,1}$	$\omega_{3,1}$
0,00	89,13	73,19	137,54	79,88	69,94	118,51	66,97	61,99	101,49
0,05	86,97	68,71	134,90	77,99	65,20	116,10	65,42	59,17	99,58
0,10	84,75	63,91	132,21	76,04	61,24	113,64	63,84	56,21	97,62
0,15	82,47	58,72	129,46	74,04	56,99	111,12	62,22	53,08	95,63
0,20	80,13	53,02	126,66	71,98	52,41	108,54	60,55	49,76	93,59
0,25	77,71	46,63	123,79	69,87	47,39	105,90	58,84	46,20	91,50
0,30	75,22	39,22	120,85	67,69	41,78	103,19	57,07	42,34	89,37
0,35	72,64	30,03	117,83	65,44	35,27	100,42	55,26	38,09	87,19
0,45	67,19	-	111,56	60,68	15,54	94,61	51,42	27,72	82,64

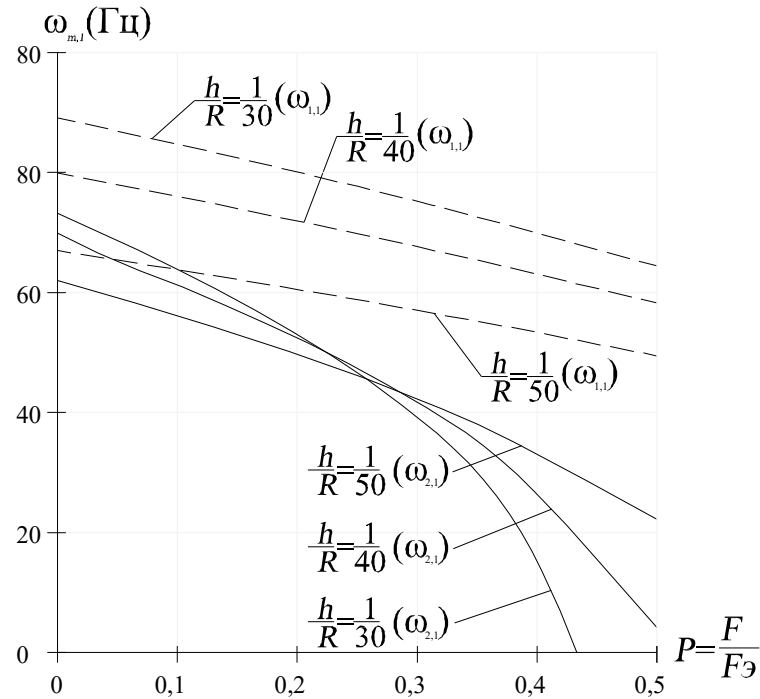


Рисунок 2.7 — График зависимости частот от параметра продольной сжимающей силы для различных значений параметра тонкостенности (h/R).

Результаты исследования влияния параметра продольной силы на частоту для различных параметров тонкостенности газопровода (h/R) и фиксированных значений внутреннего рабочего давления (p_0), длины участка ($L/R=10$), глубины заложения газопровода ($H=2\text{м}$) приведены в таблице 2.3 и показывают:

- при увеличении параметра продольной силы P частоты свободных колебаний снижаются. Темп уменьшения частот для толстостенных труб больше чем для тонкостенных, так например, при параметре тонкостенности $h/R=1/30$, для $P=0,05$ частота $\omega_{2,1}=68,71$ Гц, а при $P=0,35$ частота $\omega_{2,1}=30,03$ Гц снижение частот происходит на 56,29%. Для более тонких труб при $h/R=1/50$ при таких же условиях эксплуатации снижение происходит на 35,63% (см. таблицу 2.3 и рисунок 2.7).
- для газопровода с параметром тонкостенности $h/R=1/30$ при увеличении параметра продольной силы P от 0,00 до 0,45 частота свободных колебаний уменьшается от 73,10 Гц до 0 Гц $\omega_{2,1}=0$. Это свидетельствует о том что, согласно критерия динамической устойчивости, происходит сплющивание

поперечного сечения по оболочечным формам колебаний, то есть система теряет устойчивость (рисунок 2.7).

Результаты расчёта исследования глубины заложения, приведённые в таблице 2.4, показывают, что при увеличении глубины частоты собственных колебаний снижаются. Например, для безнапорного газопровода с параметром тонкостенности $h/R=1/40$, уложенного на глубину от 1,0 до 4,0 м от поверхности земли, с значением параметра продольной силы $P=0,15$ и коэффициента упругого отпора грунта $\kappa=0,3 \cdot 10^7$ Н/м³, частота свободных колебаний уменьшается от $\omega_{2,1}=7,87$ Гц до $\omega_{2,1}=0,92$ Гц, а для глубины свыше 5,0 м частота свободных колебаний обращается в ноль, что говорит о потере местной устойчивости, т.е. сплющивании поперечного сечения (рисунок 2.8). С увеличением внутреннего рабочего давления до $p_0 = 4,0$ МПа, частоты для всех параметров тонкостенности повышаются и нулевых результатов для собственных частот в данном случае не выявлено, это говорит о повышении жёсткости газопровода за счёт увеличения внутреннего давления.

Зависимость частот свободных колебаний от глубины заложения газопровода для различных значений параметра тонкостенности.

Таблица 2.4

<i>H</i>	$p_0=0,0$ (МПа); $P=0,16$; $L/R = 1/10$; $\kappa = 0,3 \cdot 10^7$ Н/м ³ .								
	$h/R= 1/30$			$h/R= 1/40$			$h/R= 1/50$		
	$\omega_{1,1}$	$\omega_{2,1}$	$\omega_{3,1}$	$\omega_{1,1}$	$\omega_{2,1}$	$\omega_{3,1}$	$\omega_{1,1}$	$\omega_{2,1}$	$\omega_{3,1}$
1	81,81	20,65	89,45	73,17	7,87	56,13	61,15	7,52	35,26
2	81,81	20,17	89,11	73,17	6,45	55,58	61,15	6,26	34,51
3	81,81	19,68	88,79	73,17	4,61	55,02	61,15	4,67	33,74
4	81,81	19,18	88,46	73,17	0,92	54,46	61,15	2,09	32,95
5	81,81	18,67	88,12	73,17	-	53,89	61,15	-	32,15
<i>H</i>	$p_0=4,0$ (МПа); $P=0,2$; $L/R = 1/10$; $\kappa = 0,3 \cdot 10^7$ Н/м ³ .								
	$h/R= 1/30$			$h/R= 1/40$			$h/R= 1/50$		
	$\omega_{1,1}$	$\omega_{2,1}$	$\omega_{3,1}$	$\omega_{1,1}$	$\omega_{2,1}$	$\omega_{3,1}$	$\omega_{1,1}$	$\omega_{2,1}$	$\omega_{3,1}$
1	79,45	45,59	119,05	71,09	44,23	98,99	59,45	41,97	83,79
2	79,45	45,37	118,81	71,09	44,00	98,68	59,45	41,77	83,48
5	79,45	44,73	118,07	71,09	43,30	97,74	59,45	41,14	82,53
10	79,45	43,63	116,82	71,09	42,11	96,16	59,45	40,07	80,93
20	79,45	41,34	114,28	71,09	39,62	92,92	59,45	37,83	77,63
30	79,45	38,91	111,69	71,09	36,96	89,56	59,45	35,46	74,18
50	79,45	33,54	106,32	71,09	30,96	82,93	59,45	30,16	66,74

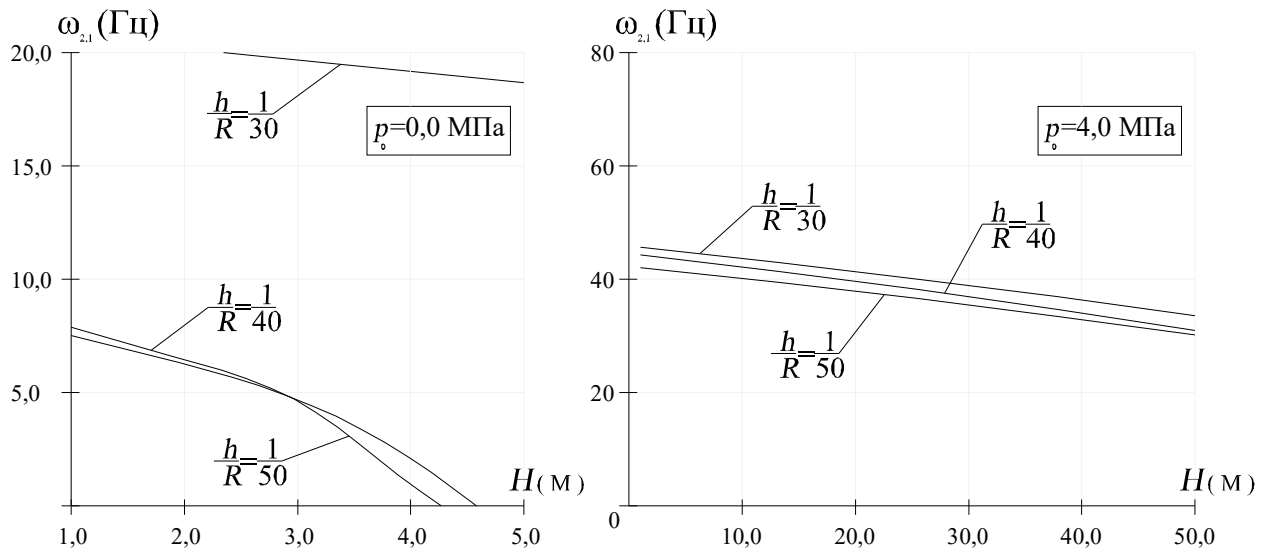


Рисунок 2.8 — График зависимости частот от глубины заложения для различных значений параметра тонкостенности (h/R).

2.7 Выявление границы применимости стержневой и оболочечной теории для расчёта подземных газопроводов.

Проведём анализ влияния побочных коэффициентов $d_{m,m+1}$, $d_{m,m+2}$, в (2.40) на частотные характеристики подземного газопровода с нулевым рабочим давлением и параметром продольной силы при различных соотношениях L/R и фиксированных значениях $\kappa = 0,4 \cdot 10^7$ Н/м³, $h/R = 1/40$, $H = 2$ м. Данные, полученные в результате расчёта с побочными коэффициентами и без их учёта, сведены в таблицу 2.5

Частоты свободных колебаний полученные для полного и диагонального определителя

Таблица 2.5

Определитель	$p_0 = 0,0$ (МПа), $P = 0$; $H = 2,0$ м; $h/R = 1/40$, $\kappa = 0,4 \times 10^7$ Н/м ³								
	$L/R = 1/10$			$L/R = 1/15$			$L/R = 1/20$		
	Частота (Гц)								
	$\omega_{1,1}$	$\omega_{2,1}$	$\omega_{3,1}$	$\omega_{1,1}$	$\omega_{2,1}$	$\omega_{3,1}$	$\omega_{1,1}$	$\omega_{2,1}$	$\omega_{3,1}$
С побочными коэффициентами	21,444	8,698	14,170	10,516	7,293	14,011	7,191	7,028	13,984
Без побочных коэффициентов	21,444	8,704	14,166	10,516	7,299	14,007	7,191	7,035	13,981
Расхождение результатов в %	0 %	0,07 %	0,03 %	0 %	0,08 %	0,03 %	0 %	0,1 %	0,02 %

Анализ результатов расчёта (таблица 2.5), показал, что расхождение в частотах с побочными коэффициентами и без них составляют не более 1%. В виду малости расхождения полученных значений в дальнейшем побочные

коэффициенты $d_{m,m\pm 1}, d_{m,m\pm 2}$ не учитываются, а характеристическое уравнение примет вид:

$$(A_{1,1} - B_{1,n} \omega_{1n}^2) \cdot (A_{2,1} - B_{1,n} \omega_{2n}^2) \dots (A_{m,n} - B_{m,n} \omega_{mn}^2) = 0, \quad (2.41)$$

корни этого уравнения $\omega_{mn}^2 = \frac{A_{m,n}}{B_{m,n}}$, где $A_{m,n}$ и $B_{m,n}$ определяются по (2.36) – (2.37).

Подставляя соответствующие значения, получим выражение (2.42) для определения квадрата частот собственных колебаний газопровода, которое учитывает деформацию поперечного сечения, все инерционные составляющие, внешнее давление грунта, упругий отпор грунта, присоединённую массу грунта, внутреннее рабочее давление, параметр продольной сжимающей силы:

$$\omega_{mn}^2 = \frac{\lambda_n^4 + m^4(m^2 - 1)(m^2 - 1 + p^* - 2q_{zp}^*) + \kappa^* m^4 - \lambda_n^4 m^4 P / n^2}{\rho^* Rh(\lambda_n^2 h_v + m^2 + m^4) + \mu_{bj} m^4}. \quad (2.42)$$

Преобразовав выражение (2.42) подставляя в него волновые числа $m=1$, $n=1$, получаем формулу позволяющую определить частоту по стержневой теории:

$$\omega_{1,1}^2 = \frac{\lambda_n^4 + \kappa^* - \lambda_n^4 P}{\rho^* Rh(\lambda_n^2 h_v + 2) + \mu_{bj}}. \quad (2.43)$$

Подставляя в (2.42) $m=2$, $n=1$, получаем выражение позволяющее определить частоту по оболочечным формам колебаний:

$$\omega_{2,1}^2 = \frac{\lambda_n^4 + 48(3 + p^* - 2q_{zp}^*) + 16\kappa^* - 16\lambda_n^4 P}{\rho^* Rh(\lambda_n^2 h_v + 20) + 16\mu_{bj}}. \quad (2.44)$$

Используя выражение (2.44), проанализируем влияние длины рассматриваемого участка газопровода на частоту свободных колебаний с различными значениями коэффициента упругого отпора κ Н/м³, фиксированными значениями параметра тонкостенности $h/R=1/40$, на глубине $H=2$ м, для различных значений внутреннего рабочего давления p_0 и параметра продольной сжимающей силы P . Для получения технической частоты результат, полученный по формуле (2.44) после извлечения корня делим на 2π .

Полученные данные, которые отражены в таблице 2.6 и на рисунке 2.9, позволяют сделать следующие выводы:

- с увеличением параметра $l^*=L/R$ частоты свободных колебаний уменьшаются, так при $p_0=0$ и $P=0$ для $L/R=10$ $\omega_{2,1}=11,27$ Гц, а для $L/R=60$ $\omega_{2,1}=8,41$ Гц и при $p_0=1$ МПа и $P=0$ для $L/R=10$ $\omega_{2,1}=13,48$ Гц, а для $L/R=60$ $\omega_{2,1}=1,21$ Гц;
- с увеличением $l^*=L/R$ для тонкостенных труб ($h/R \leq 1/20$), происходит увеличение частот свободных колебаний $\omega_{2,1}$ (оболочечная форма при $m=2$, $n=1$), так например при $p_0=1,0$ МПа и $P=0,2$ для $l^*=L/R=10$ $\omega_{2,1}=1,31$ Гц, а для $l^*=L/R=60$ $\omega_{2,1}=11,20$ Гц;
- частоты $\omega_{1,1}$ при $m=1$, $n=1$, полученные по стержневой теории без учета деформации поперечного сечения, с увеличением пролёта резко уменьшаются, так например $p_0=0$ и $P=0$ для $l^*=L/R=10$ $\omega_{1,1}=29,53$ Гц, а для $l^*=L/R=60$ $\omega_{1,1}=8,41$ Гц уменьшение в 3,5 раз.

Частоты свободных колебаний в зависимости от параметра длины, коэффициента упругого отпора грунта для различных значений внутреннего рабочего давления и коэффициента продольной сжимающей силы

Таблица 2.6

$P=0; H=2,0$ (М); $h/R=1/40$														
$p_0=0,0$ (МПа):								$p_0=1,0$ (МПа):						
$\kappa=0,2 \cdot 10^7$ (Н/м ³)														
L/R	10	15	20	30	40	50	60	10	15	20	30	40	50	60
$\omega_{1,1}$	29,53	13,88	8,82	5,92	5,28	5,09	5,02	29,53	13,88	8,82	5,92	5,28	5,09	5,02
$\omega_{2,1}$	11,27	9,05	8,62	8,45	8,42	8,42	8,41	13,48	11,69	11,36	11,24	11,21	11,21	11,21
$\omega_{3,1}$	19,45	19,22	19,18	19,17	19,17	19,16	19,16	22,94	22,74	22,71	22,70	22,69	22,69	22,69
$\kappa=0,6 \cdot 10^7$ (Н/м ³)														
$\omega_{1,1}$	30,35	15,54	11,26	9,18	8,78	8,67	8,63	30,35	15,54	11,26	9,18	8,78	8,67	8,63
$\omega_{2,1}$	13,37	11,56	11,23	11,11	11,08	11,08	11,07	15,28	13,73	13,45	13,35	13,33	13,32	13,32
$\omega_{3,1}$	20,76	20,54	20,50	20,49	20,49	20,49	20,49	24,05	23,87	23,83	23,82	23,82	23,82	23,82
$\kappa=1,4 \cdot 10^7$ (Н/м ³)														
$\omega_{1,1}$	31,91	18,43	15,00	13,51	13,24	13,17	13,14	31,91	18,43	15,00	13,51	13,24	13,17	13,14
$\omega_{2,1}$	16,81	15,41	15,16	15,07	15,05	15,05	15,05	18,37	17,10	16,87	16,79	16,78	16,77	16,77
$\omega_{3,1}$	23,15	22,95	22,92	22,91	22,90	22,90	22,90	26,14	25,97	25,94	25,93	25,93	25,93	25,93
$P=0,2; H=2,0$ (М); $h/R=1/40$														
$p_0=0,0$ (МПа):								$p_0=1,0$ (МПа):						
$\kappa=0,2 \cdot 10^7$ (Н/м ³)														
$\omega_{1,1}$	26,50	12,61	8,19	5,74	5,22	5,07	5,01	26,50	12,61	8,19	5,74	5,22	5,07	5,01
$\omega_{2,1}$	-	6,80	7,94	8,32	8,38	8,40	8,41	1,31	10,05	10,85	11,14	11,18	11,20	11,20
$\omega_{3,1}$	14,02	18,26	18,88	19,11	19,15	19,16	19,16	18,55	21,94	22,46	22,65	22,68	22,69	22,69
$\kappa=0,6 \cdot 10^7$ (Н/м ³)														

$\omega_{1,1}$	27,41	14,42	10,78	9,06	8,74	8,65	8,62	27,41	14,42	10,78	9,06	8,74	8,65	8,62
$\omega_{2,1}$	-	9,91	10,72	11,00	11,05	11,06	11,07	7,32	10,42	13,02	13,26	13,30	13,31	13,32
$\omega_{3,1}$	15,78	19,65	20,22	20,44	20,47	20,48	20,48	19,91	12,37	23,59	23,78	23,81	23,81	23,82
$\kappa = 1,4 \cdot 10^7 \text{ (Н/м}^3\text{)}$														
$\omega_{1,1}$	29,14	17,49	14,64	13,43	13,22	13,16	13,14	29,14	17,49	14,64	13,43	13,22	13,16	13,14
$\omega_{2,1}$	10,13	14,21	14,79	15,00	15,03	15,04	15,04	12,54	16,02	16,54	16,72	16,76	16,76	16,77
$\omega_{3,1}$	18,81	22,15	22,67	22,86	22,89	22,90	22,90	22,39	25,27	25,72	25,89	25,91	25,99	25,92

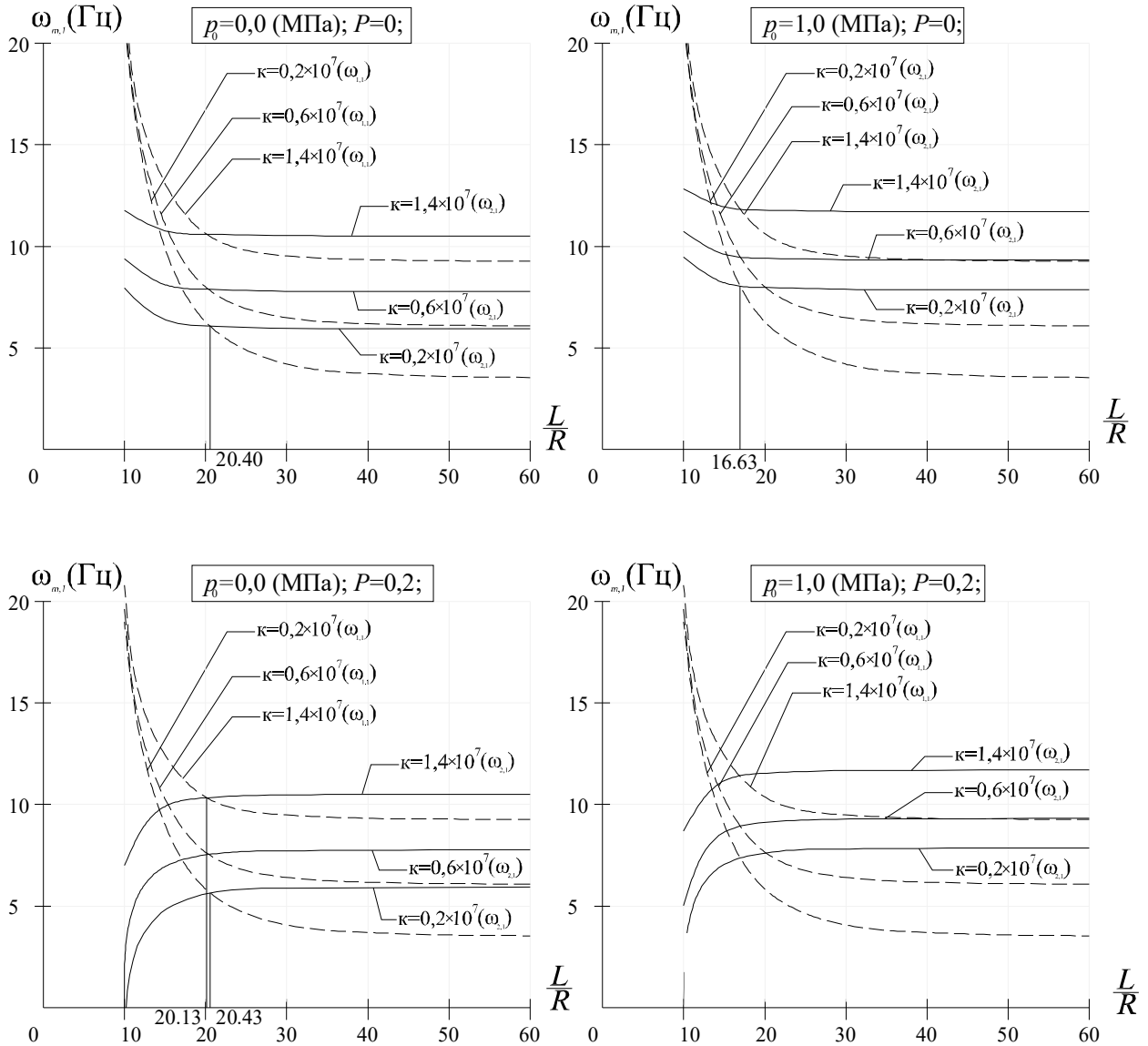


Рисунок 2.9 График зависимости частоты от длины участка (L/R) для различных значений внутреннего рабочего давления (p_0) и коэффициента упругого отпора грунта

Анализ значений, приведённых в таблице 2.6 и на рисунке 2.10, показал, при некоторых значениях параметра $l^* = L/R$ частоты, определяемые по теории оболочек при $m=2$, совпадают с частотами, найденными при $m=1$ (которые идентичны результатам теории стержней). В дальнейшем значение данного

параметра назовём критическим, которое определяется выражением (2.45) и устанавливает границу применимости теории оболочек и стержневой теории:

$$l^* = \frac{L}{R} = \frac{\pi}{\sqrt{h_v}} \sqrt[4]{\frac{\rho^* Rh(18+12P) + 15\mu_{bj}}{12\kappa^* \rho^* Rh + 48(3 + p^* - 2q_{cp}^* Rh + \mu_{bj}^*)}}, \quad (2.45)$$

при $p_0=0$ и $P=0$ выражение (2.45) приобретает вид:

$$l^* = \frac{L}{R} = \frac{\pi}{\sqrt{h_v}} \sqrt[4]{\frac{18\rho^* Rh + 15\mu_{bj}}{12\kappa^* \rho^* Rh + 48(3 - 2q_{cp}^* Rh + \mu_{bj}^*)}}. \quad (2.46)$$

Анализируя выражения (2.45) и (2.46), а так же данные приведённые в таблице 2.6 и рисунок 2.9 можно сделать некоторые выводы:

- а) на величину l^* существенное влияние оказывает внутреннее рабочее давление. С увеличением параметра внутреннего рабочего давления p^* параметр длины $l^* = L/R$ уменьшается, так как внутреннее рабочее давление препятствует деформации поперечного сечения, приближая расчётную схему к стержню с недеформируемым контуром поперечного сечения. Так, например для $p_0=0,0$ МПа и $P=0$ при $\kappa=0,2 \cdot 10^7$ (Н/м³) $l^* = L/R=20,4$, а для $p_0=1,0$ МПа при таких же прочих условиях $l^* = L/R=16,63$ (см. рис.№1);
- б) с увеличением параметра упругого отпора κ^* длина l^* уменьшается, так например $p_0=0$ и $P=0,2$ для $\kappa=0,2 \cdot 10^7$ (Н/м³) $l^* = L/R=20,43$, а для $\kappa=1,4 \cdot 10^7$ (Н/м³) при прочих равных условиях параметр длины $l^* = L/R=20,13$ (см. рис.№1);
- в) при $l \leq l^*$ следует определять частоты по (2.46), при $l \geq l^*$ частоты определяются по (2.45) то есть по стержневой теории для не деформируемого контура поперечного сечения;
- г) с увеличением глубины заложения газопровода и давления грунта q_{cp}^* значение параметра длины l^* увеличивается, то есть граница применимости смещается в сторону теории оболочек;
- д) с увеличением присоединённой массы грунта длина l^* уменьшается;

е) параметр продольной сжимающей силы P мало влияет на длину l^* , так как он снижает частоты свободных колебаний не только при $m=2, n=1$ (по теории оболочек), но и при $m=1, n=1$ (по теории стержней).

Динамическим критерием устойчивости является обращение частоты собственных колебаний в ноль. Используя данный критерий и приравнявая выражение (2.44) к нулю, а далее выражая $H_{кр}$ (глубину, при которой происходит местная потеря устойчивости трубопровода) получим:

$$H_{кр} = \frac{Eh[n^4\pi^4 R^4(1+16P) + 144h_v^2] + 48p_0R + 16\kappa R^2}{96\gamma R}. \quad (2.47)$$

Выражение (2.47) позволяют определить глубину заложения газопровода, при которой происходит сплющивание поперечного сечения (см. рис. 2.9) с учётом внутреннего давления p_0 , объёмного веса грунта γ , параметра продольной силы P , коэффициента упругого отпора грунта κ , толщины стенки газопровода и радиуса поперечного сечения.

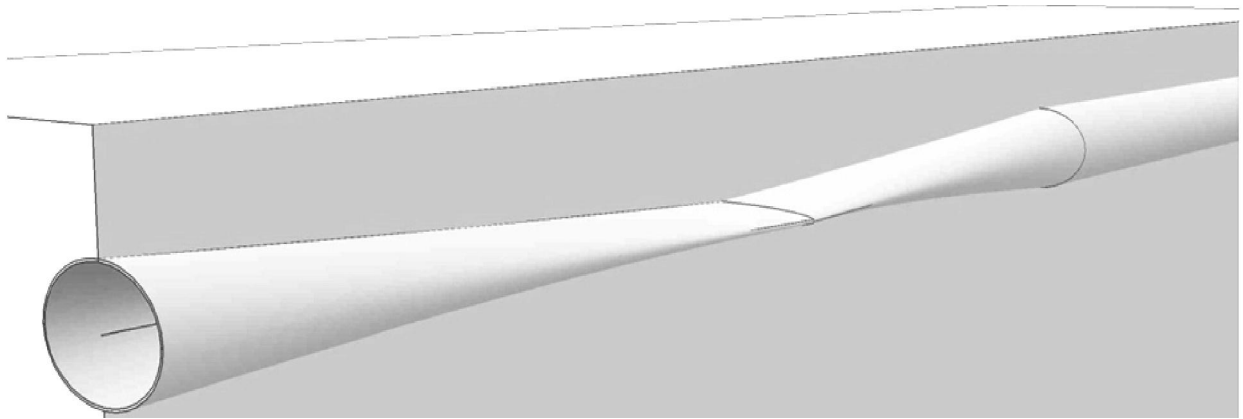


Рисунок 2.10 — Сплющивание поперечного сечения трубопровода.

«Анализируя выражение (2.47) можно сделать следующие выводы:

во-первых — чем больше радиус поперечного сечения газопровода, тем меньше глубина, при которой происходит потеря устойчивости стенок газопровода по оболочечной форме;

во-вторых — с уменьшением объёмного веса грунта засыпки глубина $H_{кр}$ увеличивается;

в-третьих — с уменьшением толщины газопровода h , параметра продольной силы P , внутреннего рабочего давления p_0 и коэффициента упругого отпора грунта κ — глубина $H_{кр}$ увеличивается;

Следует отметить, что потеря устойчивости стенок газопровода даже в слабых грунтах происходит при глубине заложения более 7,0 м, а с увеличением коэффициента упругого отпора κ частоты собственных колебаний увеличиваются. Это объясняется тем, что грунт, в котором находится газопровод, оказывает сопротивление или отпор перемещениям стенок трубы и повышает жёсткость и несущую способность. Влияние отпора сказывается тем значительнее, чем плотнее грунт и чем более гибки стенки газопровода [47], так например при $p_0=0,0$ МПа, $P=0,0$ и $h/R=1/50$ при $\kappa=0,1 \cdot 10^7$ Н/м³ на глубине 25 м $\omega_{21}=5,28$ Гц, а для $\kappa=0,6 \cdot 10^7$ Н/м³ $\omega_{21}=27,63$ Гц.

Используя динамический критерий устойчивости, для которого частота свободных колебаний обращается в ноль, из (2.43), учитывая, что знаменатель не равен нулю, получим выражение для определения параметра критической продольной силы $P_{кр}$, при которой система теряет устойчивость с образованием «арочного выброса» предложенного Алфутовым Н.А. в работе [2] (рисунок 2.10) для $m=1, n=1$:

$$P_{кр} = n^2 + \frac{\kappa L^4}{n^2 \pi^4 R^2 E h}. \quad (2.48)$$

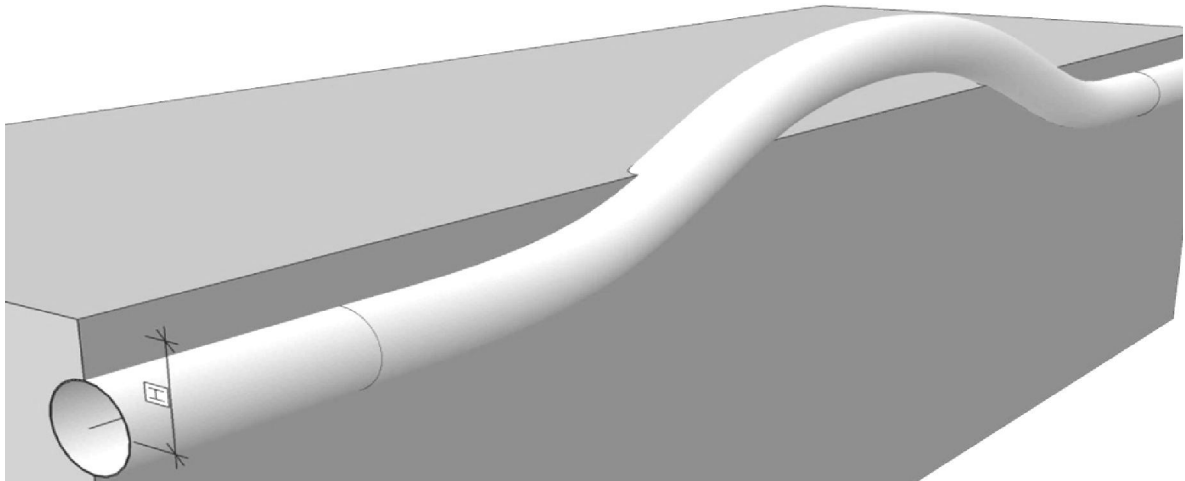


Рисунок 2.11 Потеря устойчивости трубопроводом с образованием «арочного выброса».

Зная что, $P = \frac{F_{кр}}{F_0}$, $F_0 = \frac{n^2 \pi^2 EI}{L^2}$, $I = \pi D^3 h$, при $n=1$, подставив данные

значения в (2.48) получим выражение (2.49) для критического продольного усилия, предложенного А. В. Айнбиндером [1]:

$$F_{кр} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} + \frac{\kappa DL^2}{2\pi}. \quad (2.49)$$

Формулы (2.48) – (2.49) позволяют определить параметр критической силы и критическую силу с учётом влияния коэффициента упругого отпора грунта κ , при котором происходит отказ газопровода при расчёте по стержневой теории.

Аналогичным образом из (2.44) получим выражение для определения параметра критической продольной силы $P_{кр}$, при которой система теряет устойчивость, то есть происходит сплющивание поперечного сечения (см. рисунок 2.9) для $m=2$, $n=1$:

$$P_{кр} = \frac{n^2}{16} + \frac{L^4 h_v^2}{n^2 \pi^4 R^4} \left[9 + \frac{R}{E h h_v^2} (3p_0 - 6\gamma H + R\kappa) \right]. \quad (2.50)$$

Выражения (2.50) позволяют определить параметр критической силы с учётом внутреннего давления p_0 , глубины заложения газопровода H , объемного веса грунта γ и коэффициента упругого отпора грунта κ при котором происходит отказ газопровода при расчёте по оболочечной теории, то есть потеря местной устойчивости.

Аналогичным образом для выражения (2.44) если приравнять числитель к нулю, и выразить величину внешнего критического давления грунта $Q_{кр} = -2\gamma H$ на стенку газопровода, то получим:

$$Q_{кр} = \frac{(m^2 - 1)D}{R^3} + \frac{\kappa R}{m^2 - 1} + p_0 + \frac{\pi^4 R^3 E h}{L^4 (m^2 - 1)} \left(\frac{1}{m^4} - P \right); \quad (2.51)$$

где $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$ — цилиндрическая жёсткость трубы; p_0 — внутреннее рабочее давление; m , κ , R , L , E , P — то же, что и в выражениях (2.36)-(2.37).

При нулевом внутреннем рабочем давлении, для бесконечно длинных участков газопровода ($L \rightarrow \infty$) выражение (2.51) приобретает формулу критического внешнего давления, полученную Е. Л. Николаи [61] для кольца в упругой среде, оказывающей сопротивление перемещениям стенки:

$$Q_{кр} = \frac{(m^2 - 1)D}{R^3} + \frac{\kappa R}{m^2 - 1}. \quad (2.52)$$

Если исключается возможность продольных деформаций трубы, то в знаменатель первого члена формулы (2.52) должен быть введен множитель $(1 - \nu^2)$, где ν — коэффициент Пуассона материала трубы. Формула (2.52) для $m = 2$ при $\kappa = 0$ переходит в известную формулу М. Леви [47]:

$$Q_{кр} = \frac{3D}{R^3}. \quad (2.53)$$

Данные факты позволяют сделать вывод о правильности подхода к определению критического внешнего давления.

Полученное выражение (2.51) является наиболее полным для определения критического внешнего давления на стенки газопровода, уложенного в земле. Данное выражение учитывает не только геометрические характеристики сечения и коэффициент упругого отпора грунта, но и величину внутреннего рабочего давления, а так же длину рассматриваемого участка с учётом параметра продольной силы.

2.8 Учёт демпфера при нахождении частотных характеристик подземных газопроводов.

В параграфе 2.1 изложено описание модели, которая учитывает демпфирующее действие грунтовой среды её, учтём в нормальной составляющей сил инерции X_3 выражения (2.15) со знаком минус (см. параграф 2.1), тогда оно примет вид (2.54):

$$X_3 = -Rh\rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + p_0 - \gamma H(2 - \alpha_1 \cos \theta - \alpha_2 \cos 2\theta) - \kappa R w + \mu_{bj} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \eta \frac{\partial w}{\partial t}. \quad (2.54)$$

Решая задачу в перемещениях, в уравнение (2.22) подставим продифференцированные применительно к (2.22) соотношения полубезмоментной теории среднего изгиба (2.9) – (2.10), выражение (2.22) преобразовываем в (2.55):

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial^3 u}{\partial \xi^3} + h_v^2 \frac{\partial^3}{\partial \theta^3} (\frac{\partial^2 \vartheta_2}{\partial \theta^2} + \vartheta_2) + 2 \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} (\frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} \varepsilon_0) - \frac{R}{Eh} p_0 \frac{\partial^3 \vartheta_2}{\partial \theta^3} + \frac{R \mu_{bj}}{Eh} \frac{\partial^4 w}{\partial \theta^2 \partial t^2} + \\
& + \frac{R^2 w_k}{Eh} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + \frac{R \gamma H}{Eh} \frac{\partial^3 \vartheta_2}{\partial \theta^3} (2 - \alpha_1 \cos \theta - 2 \cos 2\theta) + \\
& + \frac{R \gamma H}{Eh} (\frac{\partial^2 \vartheta_2}{\partial \theta^2} \alpha_1 \sin \theta + \frac{\partial^2 \vartheta_2}{\partial \theta^2} 2 \alpha_2 \sin 2\theta) + \\
& + \frac{R \gamma H}{Eh} (\frac{\partial \vartheta_2}{\partial \theta} \alpha_1 \cos \theta - \frac{\partial \vartheta_2}{\partial \theta} 4 \alpha_2 \cos 2\theta) - \frac{R^2 \rho}{Eh} (\frac{\partial^3 u}{\partial \xi \partial t^2} - \frac{\partial^3 v}{\partial \xi \partial t^2} - \frac{\partial^3 w}{\partial \theta^2 \partial t}) + R \eta \frac{\partial^3 w}{\partial \theta^2 \partial t} = 0.
\end{aligned} \tag{2.55}$$

Для функции $w(\xi, \theta, t)$, удовлетворяющей шарнирному опиранию по концам участка цилиндрической оболочки:

$v \left\{ \xi = 0, \xi = \frac{L}{R} = 0 \right\}, \theta_2 \left\{ \xi = 0, \xi = \frac{L}{R} = 0 \right\}, w \left\{ \xi = 0, \xi = \frac{L}{R} = 0 \right\}, \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} \left\{ \xi = 0, \xi = \frac{L}{R} = 0 \right\}$
и соотношений полубезмоментной теории оболочек среднего изгиба (2.7)–(2.9), а так же найденными соответствующими производными (2.29), зная, что свободные колебания подчиняются гармоническому закону, имеем:

$$\varphi(t) = \sin \omega_{mn} t, \quad \varphi'(t) = -\omega_{mn} \cos \omega_{mn} t, \quad \varphi''(t) = -\omega_{mn}^2 \sin \omega_{mn} t. \tag{2.56}$$

Подставив (2.29) и выражения (2.56) в уравнение (2.55) одновременно приравнивая коэффициенты при одинаковых тригонометрических функциях $\sin(\omega t)$ при $m, n = 1, 2, 3, \dots$, получим бесконечную систему однородных линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных амплитудных значений b_{mn} радиальной составляющей перемещения w . Коэффициенты при неизвестных в этих уравнениях обозначим a_{ij} :

$$\begin{aligned}
& \text{при } m=1 \quad a_{1,1} b_1 + a_{1,2} b_2 + a_{1,3} b_3 = 0; \\
& \text{при } m=2 \quad a_{2,1} b_1 + a_{2,2} b_2 + a_{2,3} b_3 + a_{2,4} b_4 = 0; \\
& \text{при } m=3 \quad a_{3,1} b_1 + a_{3,2} b_2 + a_{3,3} b_3 + a_{3,4} b_4 + a_{3,5} b_5 = 0.
\end{aligned} \tag{2.57}$$

здесь малые слагаемые второстепенных членов $a_{m,m+1}, a_{m,m+2}$, отбрасываем в силу того, что их влияние на частоты свободных колебаний, как установлено в

параграфе 2.6 составляет менее 1%, а главные члены ряда определяются выражением:

$$a_{m,m} = A_{m,n} - B_{m,n} \omega_{mn}^2; \quad (2.58)$$

где:

$$A_{m,n} = \lambda_n^4 + m^4(m^2 - 1)(m^2 - 1 + p^* - 2q_{гп}^*) + \kappa^* m^4 - \lambda_n^4 m^4 P / n^2; \quad (2.59)$$

$$B_{mn} = \rho_0 \frac{R}{Eh} Rh \frac{m^2}{h_v^2} \left(\frac{\lambda_n^2}{m^2} + 1 + m^2 \right) + \mu_{bj} \frac{R}{Eh h_v^2} m^4 \quad (2.60)$$

решая (2.55), получим систему разделяющихся линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка относительно функции времени — $\varphi''(t) + 2d_m \varphi'(t) + \omega_{mn}^2 \varphi(t) = 0$, которое для газопровода записывается в виде:

$$\left[\frac{R^2 \rho_0 h}{Eh} \frac{m^2}{h_v^2} \left(\frac{\lambda_n^2}{m^2} + 1 + m^2 \right) + \mu_{bj} \frac{R}{Eh h_v^2} m^4 \right] \varphi''(t) + \frac{\eta R m^2}{Eh} \frac{m^2}{h_v^2} \varphi'(t) + \frac{m^2}{h_v^2} \frac{\left[\lambda_n^4 + m^4(m^2 - 1)(m^2 - 1 + p^* - 2q_{гп}^*) + \kappa^* m^4 - \lambda_n^4 m^4 P / n^2 \right] h_v^2}{m^2} \varphi(t) = 0. \quad (2.61)$$

Поделив каждый компонент выражения (2.61) на

$$\frac{R^2 \rho_0 h}{Eh} \frac{m^2}{h_v^2} \left(\frac{\lambda_n^2}{m^2} + 1 + m^2 \right) + \mu_{bj} \frac{R}{Eh h_v^2} m^4 \text{ получим:}$$

$$\varphi''(t) + \frac{\eta m^2}{R \rho_0 h \left(\frac{\lambda_n^2}{m^2} + 1 + m^2 \right) + \mu_{bj} m^2} \varphi'(t) + \frac{\lambda_n^4 + m^4(m^2 - 1)(m^2 - 1 + p^* - 2q_{гп}^*) + \kappa^* m^4 - \lambda_n^4 m^4 P / n^2}{\rho^* R h (\lambda_n^2 h_v + m^2 + h^4) + \mu_{bj}^* m^4} \varphi(t) = 0, \quad (2.62)$$

где компонент $2d$ при $\varphi'(t)$ есть коэффициент демпфирования или

$$d_m = \frac{\eta m^2}{2 \left[R \rho_0 h \left(\frac{\lambda_n^2}{m^2} + 1 + m^2 \right) + \mu_{bj} m^2 \right]}, \text{ а компонент при } \varphi(t) \text{ — квадрат частоты}$$

свободных колебаний (ω_{mn}^2) без учёта сил сопротивления среды и присоединённой массы грунта, определяемая выражением (2.44):

Решением системы уравнений (2.62), является квадратное уравнение вида:

$$s^2 + 2d_m s + \omega_{mn}^2 = 0. \quad (2.63)$$

Данное уравнение имеет известное решение [45, С.28; 84, С.93; 81, С.98] и корни этого характеристического уравнения (2.63) определяются как:

$$s_{1,2} = -d_m \pm \sqrt{d_m^2 - \omega_{mn}^2}. \quad (2.64)$$

Численное значение корней зависит от величин d_m и ω_{mn} . В случае, когда $d_m < \omega_{mn}$ корни уравнения (2.63) будут комплексные сопряжённые и принимают вид:

$$s_{1,2} = -d_m \pm i\sqrt{\omega_{mn}^2 - d_m^2}. \quad (2.65)$$

Для комплексных сопряженных корней (2.65) общее решение дифференциального уравнения (2.63) имеет вид:

$$\varphi(t) = e^{d_m t} \left(C_1 \cos\left(t\sqrt{\omega_{mn}^2 - d_m^2}\right) + C_2 \sin\left(t\sqrt{\omega_{mn}^2 - d_m^2}\right) \right). \quad (2.66)$$

Это выражение определяет форму колебаний демпфированной оболочки. Отсюда следует, что круговая частота свободных колебаний оболочки ω_{mn}^* с учётом сил сопротивления среды определяется как:

$$\omega_{mn}^* = \sqrt{\omega_{mn}^2 - d_m^2} = \omega_{mn} \sqrt{1 - \frac{d_m^2}{\omega_{mn}^2}}. \quad (2.67)$$

При $d_m = 0$ движения системы будут иметь периодический характер, при $d_m > 0$ они будут неограниченно затухать во времени, при $d_m < 0$ будут неограниченно возрастающими. Если $0 < d_m < \omega_{mn}$, то затухание будет сопровождаться колебаниями. При $d_m > \omega_{mn}$ затухание будет монотонным (кроме, может быть, небольшого начального отрезка времени). Значение коэффициента демпфирования $d_m = \omega_{mn}$, соответствующее переходу от колебательного процесса затухания колебаний к монотонному, называют критическим [45].

В трубопроводных обвязках поршневых машин максимальная энергия приходится на низшие гармоники. Расчеты допустимо проходить по

нескольким первым (до 3 - 5) собственным частотам каждого пролета и реализовывать отстройку по этим значениям [п.2 РТМ 38.001-94], поэтому проведём анализ частот собственных колебаний по первым 3-м низшим частотам.

Частотные характеристики, с учётом влияния демпфера и без него, определим для газопровода, уложенного на глубину 2,0 м в обводнённом грунте или илистой почве, имеющей динамический коэффициент вязкости которой варьируется от $\eta=0,5 \cdot 10^4$ (Па·с) до $\eta=13,5 \cdot 10^4$ (Па·с). Примем трубопровод радиусом $R=710$ мм с толщиной стенки $h=17,8$ мм, длину участка обозначим как $L = 12 \cdot R$. Коэффициент упругого отпора грунта в данном случае принимаем равным нулю, а физико-механические характеристики грунта (объемный вес $\gamma_{gp} = 1,0$ г/см³, $E=10$ кгс/см²) в соответствии с методическими указаниями по инженерно - геологическому обследованию болот при изысканиях автомобильных и железных дорог М:1973 (см. таблицу 2.7), коэффициент присоединённой массы грунта для данной ситуации в соответствии с (2.5): при $m=1$ $\kappa_{bj}=0,94$; при $m=2$ $\kappa_{bj}=0,49$; при $m=3$ $\kappa_{bj}=0,33$. Результаты расчёта смотри таблицу 2.8.

Физико-механические свойства пресноводных илов

Таблица 2.7

Виды ила		Природная влажность W %	Объемный вес γ_{gp} Г/см ³	Модуль Деформации E кгс/см ²
Наименование	Определяющий признак			
Супесчаный	$1 < W < 1$	30-45	1,88-1,76	57-29
Суглинистый	$7 < W < 17$	30-60	1,89-1,65	32-12
Глинистый	$W > 17$	60-120	1,00-1,40	32-4

Частотные характеристики газопровода уложенного в обводнённый грунт с учётом влияния сил сопротивления среды и без неё.

Таблица 2.8

$\eta \cdot 10^4$ (Па·с)	$H=2,0$ м; $P=0,1$; $L/R = 1/12$; $\kappa = 0$; $h/R = 1/40$;											
	$p_0=2,0$ (МПа);			$p_0=4,0$ (МПа);			$p_0=6,0$ (МПа);			$p_0=8,0$ (МПа);		
	$\frac{\omega_{1,1}}{\omega^*_{1,1}}$	$\frac{\omega_{2,1}}{\omega^*_{2,1}}$	$\frac{\omega_{3,1}}{\omega^*_{3,1}}$	$\frac{\omega_{1,1}}{\omega^*_{1,1}}$	$\frac{\omega_{2,1}}{\omega^*_{2,1}}$	$\frac{\omega_{3,1}}{\omega^*_{3,1}}$	$\frac{\omega_{1,1}}{\omega^*_{1,1}}$	$\frac{\omega_{2,1}}{\omega^*_{2,1}}$	$\frac{\omega_{3,1}}{\omega^*_{3,1}}$	$\frac{\omega_{1,1}}{\omega^*_{1,1}}$	$\frac{\omega_{2,1}}{\omega^*_{2,1}}$	$\frac{\omega_{3,1}}{\omega^*_{3,1}}$
0,5	<u>17,52</u> 17,51	<u>14,90</u> 14,76	<u>34,39</u> 34,25	<u>17,52</u> 17,51	<u>19,41</u> 19,31	<u>42,12</u> 42,01	<u>17,52</u> 17,51	<u>23,06</u> 22,97	<u>48,63</u> 48,54	<u>17,52</u> 17,51	<u>26,21</u> 26,13	<u>54,38</u> 54,29
Разница %	0,06%	0,94%	0,41%	0,06%	0,51%	0,26%	0,06%	0,29%	0,19%	0,06%	0,31%	0,17%

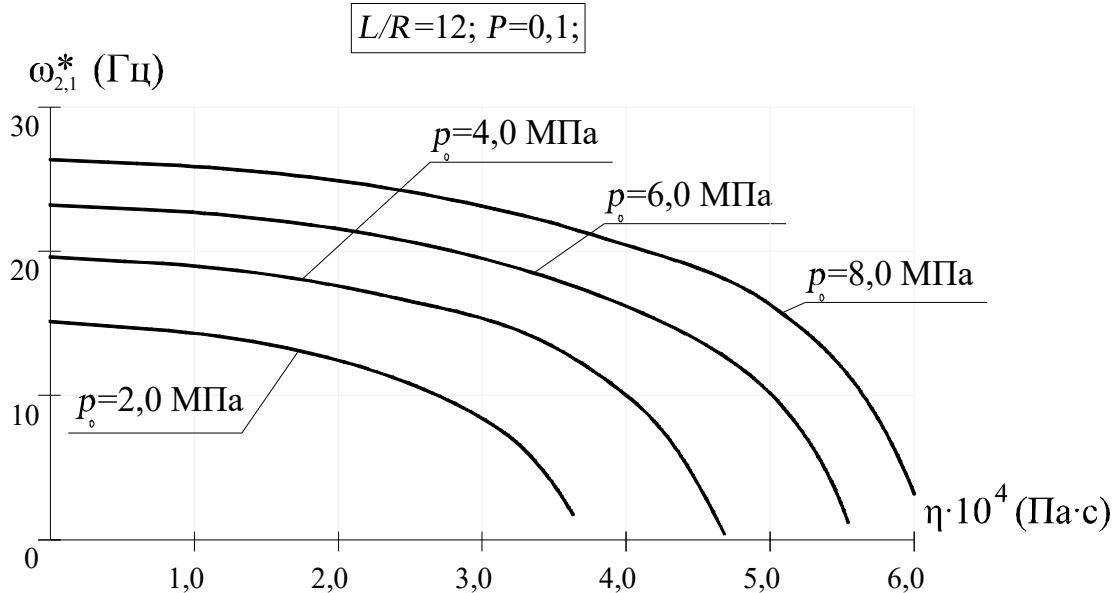


Рисунок 2.12 График зависимости частот от коэффициента динамической вязкости грунтовой среды при различных значениях внутреннего давления.

Расчёт частотных характеристик подземного газопровода с учётом демпфера (см. таблицу 2.8), уложенного в обводнённый илистый грунт показывает, что минимальные частоты реализуются по оболочечной форме колебаний при $m=2$. Для газопровода с внутренним рабочим давлением $p_0=6,0$ МПа, при коэффициенте динамической вязкости грунтовой среды $\eta < 5,61 \cdot 10^4$ (Па·с) коэффициент демпфирования меньше частоты собственных колебаний ($d_m < \omega_{mn}$), колебания затухающе периодические. При значениях $\eta = 5,61 \cdot 10^4$ (Па·с), состояние будет критическим и колебательного процесса для оболочечных форм при $m=2$ не происходит. Для значений коэффициента динамической вязкости $\eta > 5,61 \cdot 10^4$ (Па·с) коэффициент демпфирования становится больше частоты собственных колебаний ($d_m > \omega_{mn}$), в этом случае движение не будет колебательным, однако из данных таблицы 2.8 видно, что для значений волновых чисел $m=1$ и $m=3$ затухающий колебательный процесс происходит. В случае, когда коэффициент динамической вязкости грунтовой среды в пределах $7,6 \cdot 10^4 < \eta < 7,92 \cdot 10^4$ (Па·с), минимальные частоты реализуются по оболочечной форме колебаний, но уже с образованием 3-х полувольт ($m=3$). Для коэффициента динамической вязкости в границах $7,92 \cdot 10^4 < \eta < 13,5 \cdot 10^4$ (Па·с) минимальные частоты реализуются при $m=1$, то есть по стержневой теории, а для значений коэффициента динамической вязкости

$\eta=1,35 \cdot 10^5$ (соответствует суглинку мягкопластичному текучему) демпфирующие свойства грунта полностью гасят колебательный процесс по всем формам.

Вывод по главе 2.

1. Задача о нахождении частот собственных колебаний для тонкостенного газопровода большого диаметра, помещённого в грунтовую среду, решена в полном объёме, как с учётом сил сопротивления среды (демпфера), так и без него. Решение по нахождению частоты собственных колебаний найдены с использованием геометрически нелинейного варианта полубезмоментной теории цилиндрических оболочек среднего изгиба и допущений Власова-Новожилова с учётом давления грунта на стенку газопровода, коэффициента упругого отпора грунта, внутреннего рабочего давления, параметров тонкостенности, длины и параметра продольной сжимающей силы.

2. Полученное решение, для нахождения частотных характеристик газопровода без учёта сил сопротивления среды, позволяет проанализировать влияние внешних параметров и геометрических характеристик. Данные полученные на основании этого решения позволяют сделать следующие выводы:

- минимальные частоты свободных колебаний реализуются при $m=2, n=1$, что соответствует оболочечным формам колебаний;
- при увеличении глубины заложения тонкостенного газопровода частота собственных колебаний снижается. С увеличением коэффициента упругого отпора k частоты наоборот увеличиваются, т.е. грунтовая среда препятствует перемещению стенок газопровода, тем самым увеличивая его жёсткость. Это влияние грунтовой среды становится тем сильнее, чем тоньше стенка газопровода и чем плотнее грунт;
- уменьшение параметра тонкостенности для безнапорных газопроводов приводит к снижению частотных характеристик, а с увеличением внутреннего

давления частота собственных колебаний возрастает, влияние внутреннего давления сказывается значительно для более тонких труб. Это объясняется тем, что внутреннее давление, одновременно с реакцией упругого отпора грунта, противодействует деформации поперечного сечения;

- увеличение параметра продольной сжимающей силы ведёт к резкому снижению частот свободных колебаний для тонкостенного газопровода;
- с увеличением длины рассматриваемого участка тонкостенного подземного газопровода частота собственных колебаний падает.

3. Установлена граница применимости (в виде параметра l^*) использования стержневой и оболочечной теории при расчёте подземных тонкостенных газопроводов большого диаметра. При $l \leq l^*$ следует определять частоты по (2.39) руководствуясь оболочечной теорией, при $l \geq l^*$ частоты определяются по (2.40) то есть по стержневой теории для не деформируемого контура поперечного сечения;

4. При рассмотрении частотных характеристик газопровода с учётом влияния сил сопротивления среды (демпфера) установлено, что силы сопротивления среды зависят от коэффициента динамической вязкости. При некоторых значениях данного показателя, коэффициент демпфирования $d_m > \omega_{mn}$, в этом случае отклоненный участок трубы будет практически мгновенно приближаться к своему исходному состоянию, либо останется в отклонённом положении. При некоторых условиях масса один раз может перейти через положение равновесия и возвратиться к нему с другой стороны, движение в данном случае называется аperiодическим. При $d_m < \omega_{mn}$, видно, что скобки в формуле (2.48) содержат периодическую функцию, так как от прибавления к t величины $T_1 = 2\pi/\sqrt{(\omega_{mn}^2 + d_{mn}^2)}$ значение этой функции численно не меняется, следовательно, свободные колебания можно условно назвать периодическими или затухающе периодическими с периодом $T_1 = 2\pi/\sqrt{(\omega_{mn}^2 + d_{mn}^2)}$. При $d_m = \omega_{mn}$ движение тоже является аperiодическим, а состояние называют критическим.

3. Глава 3. СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ПОДЗЕМНЫХ ПРЯМОЛИНЕЙНЫХ ТОНКОСТЕННЫХ УЧАСТКОВ НЕФТЕПРОВОДОВ С УЧЁТОМ ДЕМПФЕРА И ПОТОКА ПРОТЕКАЮЩЕЙ НЕФТИ.

3.1 Дифференциальное уравнение движения в деформированном состоянии с учётом потока жидкости.

Для решения поставленной задачи в отношении нефтепроводов в качестве расчётной схемы (рисунок 3.1) принята такая же модель, как и для газопровода, но в отличие от него здесь учтено гидростатическое давление жидкости при стационарном потоке нефти $q_{ж}$, действующего на стенку трубы.

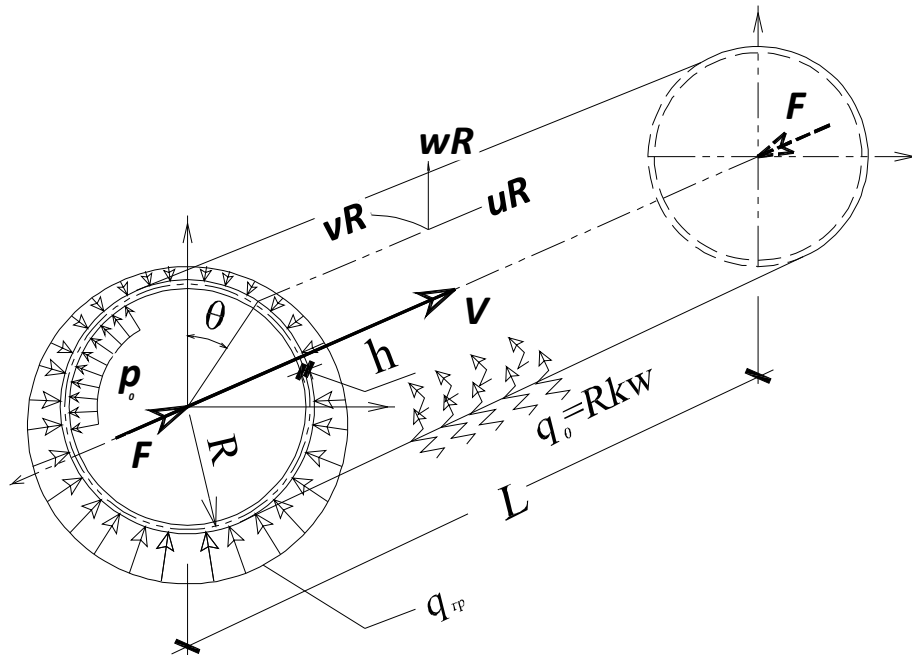


Рисунок 3.1 Расчётная схема нефтепровода. ($u=U/R$, $v=V/R$, $w=W/R$).

Оно учено на основании теории потенциального течения идеальной несжимаемой жидкости со скоростью V с использованием решения, полученного М.А. Ильгамовым [32], А.С. Вольмиром [19]:

$$q_{ж} = \rho_0 \Phi_{mn} \frac{R}{Eh} \left(R^2 \frac{\partial^4 w}{\partial \theta^2 \partial t^2} + V^2 \frac{\partial^4 w}{\partial \theta^2 \partial \xi^2} \right), \quad (3.1)$$

в котором: $\rho_0 \Phi_{mn}$ — присоединенная масса жидкости, а произведение этой массы на первое слагаемое в скобках есть инерционная сила в радиальном направлении, произведение массы на второе слагаемое есть центробежная

сила инерции, ρ_0 — плотность жидкости; $\Phi_{mn} = \frac{I_m(\lambda_0)}{\lambda_0 I_m'(\lambda_0)}$ — параметр, зависящий от волновых чисел в окружном и продольном направлении (m, n) и определяется отношением функции Бесселя к её производной в зависимости от $\lambda_0 = \frac{n\pi R}{L}$, V — скорость потока жидкости.

Для решения поставленной задачи о частотных характеристиках подземного тонкостенного нефтепровода большого диаметра используется уравнение в усилиях, которое было получено для газопровода:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 T_1}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} (\tau \frac{\partial M_2}{\partial \theta}) - \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} (\frac{R_2^*}{R_1^*} T_1) - \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} (R_2^* \frac{\partial^2 M_2}{\partial \theta^2}) - \\ - \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} (\frac{1}{R_2^*} \frac{\partial M_2}{\partial \theta}) + R \frac{\partial X_1}{\partial \xi} - R \frac{\partial X_2}{\partial \theta} - \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} (R_2^* X_3) = 0, \end{aligned} \quad (3.2)$$

при этом воздействие потока жидкости учитывается в X_3 :

$$\begin{aligned} X_3 = -R h \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \rho_0 \Phi_{mn} \frac{R}{Eh} (R^2 \frac{\partial^4 w}{\partial \theta^2 \partial t^2} + V^2 \frac{\partial^4 w}{\partial \theta^2 \partial \xi^2}) + \\ + p_0 - \gamma H (2 - \alpha_1 \cos \theta - \alpha_2 \cos 2\theta) - \kappa R w. \end{aligned} \quad (3.3)$$

Решая уравнение (3.2) с использованием допущений полубезмоментной теории цилиндрических оболочек после преобразования получаем дифференциальное уравнение движения элемента срединной поверхности в перемещениях для нефтепровода:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^3 u}{\partial \xi^3} + h_v^2 \frac{\partial^3}{\partial \theta^3} (\frac{\partial^2 \vartheta_2}{\partial \theta^2} + \vartheta_2) + 2 \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} (\frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} \varepsilon_0) - \frac{R}{Eh} p_0 \frac{\partial^3 \vartheta_2}{\partial \theta^3} + \frac{R \mu_{bj}}{Eh} \frac{\partial^4 w}{\partial \theta^2 \partial t^2} + \frac{R^2 \kappa}{Eh} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} - \\ - \frac{R^2 \rho}{Eh} (\frac{\partial^3 u}{\partial \xi \partial t^2} - \frac{\partial^3 v}{\partial \xi \partial t^2} - \frac{\partial^3 w}{\partial \theta^2 \partial t}) + \frac{R \gamma H}{Eh} \frac{\partial^3 \vartheta_2}{\partial \theta^3} (2 - \alpha_1 \cos \theta - 2 \alpha_2 \cos 2\theta) + \\ + \frac{R \gamma H}{Eh} (\frac{\partial^2 \vartheta_2}{\partial \theta^2} \alpha_1 \sin \theta + \frac{\partial^2 \vartheta_2}{\partial \theta^2} 2 \alpha_2 \sin 2\theta) + \frac{R \gamma H}{Eh} (\frac{\partial \vartheta_2}{\partial \theta} \alpha_1 \cos \theta - \frac{\partial \vartheta_2}{\partial \theta} 4 \alpha_2 \cos 2\theta) + \\ + \rho_0 \Phi_{mn} \frac{R}{Eh} (R^2 \frac{\partial^4 w}{\partial \theta^2 \partial t^2} + V^2 \frac{\partial^4 w}{\partial \theta^2 \partial \xi^2}) = 0. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Полученная система уравнений (3.4) содержит четыре неизвестных функций координат и времени t : u , v , w и ϑ_2 . Опираясь на метод Фурье (метод разделения переменных), представим функцию $w(\xi, \theta, t)$, удовлетворяющую

условию шарнирного опирания концов нефтепровода и периодичности по окружной координате θ , в виде (2.27). Остальные компоненты перемещений и угол поворота ϑ_2 определяются из соотношений полубезмоментной теории оболочек выражениями (2.28), а соответствующие производные от (2,27 и 2,28) определяются как (2.29).

Подставляя выражения (2,29) и (2.9) в уравнение (3.4) и приравнивая коэффициенты при одинаковых тригонометрических функциях $\cos(m\theta)$ при $m, n = 1, 2, 3, \dots$, учитывая, что свободные колебания оболочки осуществляют движение по гармоническому закону (2.30), получим бесконечную систему однородных линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных амплитудных значений b_{nm} радиальной составляющей перемещения w . Коэффициенты при неизвестных в этих уравнениях обозначим α_{ij} :

$$\begin{aligned} \text{при } m=1 & \quad a_{1,1}b_1 + a_{1,2}b_2 + a_{1,3}b_3 = 0; \\ \text{при } m=2 & \quad a_{2,1}b_1 + a_{2,2}b_2 + a_{2,3}b_3 + a_{2,4}b_4 = 0; \\ \text{при } m=3 & \quad a_{3,1}b_1 + a_{3,2}b_2 + a_{3,3}b_3 + a_{3,4}b_4 + a_{3,5}b_5 = 0. \end{aligned} \quad (3.5)$$

Полученную систему линейных однородных алгебраических уравнений запишем в виде:

$$a_{m,m-2}b_{m-2,n} + a_{m,m-1}b_{m-1,n} + a_{m,m}b_{m,n} + a_{m,m+1}b_{m+1,n} + a_{m,m+2}b_{m+2,n} = 0, \quad (3.6)$$

где $m = 1, 2, 3, \dots$; $m \pm 1 > 0$; $m \pm 2 > 0$, а коэффициенты α_{ij} определяются выражениями:

$$\begin{aligned} a_{m,m} &= A_{m,n} - B_{m,n} \omega_{mm}^2; \quad a_{m,m \pm 1} = -\frac{m^5(m \pm 2)}{2} q_{\text{гр}}^* \alpha_1; \quad a_{m,m \pm 2} = -\frac{m^4[(m \pm 2)^2 - 1]}{2} q_{\text{гр}}^* \alpha_2; \\ A_{m,n} &= \lambda_n^4 + m^4(m^2 - 1)(m^2 - 1 + p^* - 2q_{\text{гр}}^*) + \kappa^* m^4 - \lambda_n^4 m^4 P / n^2 - \lambda_n^4 \rho_0^* \Phi_{mm} V^2 m^4 h_v; \\ B_{m,n} &= \rho^* R h (\lambda_n^2 h_v + m^2 + m^4) + \mu_{\text{вн}}^* m^4 + \rho_0^* \Phi_{mm} R^2 m^4, \end{aligned} \quad (3.7)$$

$$\text{где: } p^* = \rho_0 \frac{R}{Eh \cdot h_v^2}; \quad \rho^* = \rho_0 \frac{R}{Eh \cdot h_v^2}; \quad \rho_0^* = \rho_{\text{неф}} \frac{R}{Eh \cdot h_v^2}; \quad \kappa^* = \frac{R^2 \kappa}{Eh \cdot h_v^2}; \quad q_{\text{гр}}^* = \frac{\gamma HR}{Eh \cdot h_v^2};$$

$$\lambda_n = \frac{n\pi R}{L\sqrt{h_v}}; \quad P = \frac{F}{F_3}.$$

Задача по определению частот и форм собственных колебаний подземного прямолинейного тонкостенного участка нефтепровода сводится к

определению собственных чисел матрицы. Для ее решения приводится определитель в матричной форме (3.8):

$$\begin{vmatrix} d_{11} - \lambda & d_{12} & d_{13} & d_{14} & \dots & d_{1n} \\ d_{21} & d_{22} - \lambda & d_{23} & d_{24} & \dots & d_{2n} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} - \lambda & d_{34} & \dots & d_{3n} \\ d_{41} & d_{42} & d_{43} & d_{44} - \lambda & \dots & d_{4n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ d_{p-41} & d_{p-31} & d_{p-21} & d_{p-11} & \dots & d_{pn} - \lambda \end{vmatrix} = 0, \quad (3.8)$$

где $d_{m,m} = \frac{a_{m,m}}{B_{m,n}}$; $d_{m,m\pm 1} = \frac{a_{m,m\pm 1}}{B_{m,n}}$; $d_{m,m\pm 2} = \frac{a_{m,m\pm 2}}{B_{m,n}}$; $\lambda = \omega^2$, (ω_{mn} —

частота свободных колебаний). Коэффициенты $A_{n,m}$, $B_{n,m}$, $\alpha_{n,m+1}$, $\alpha_{n,m+2}$ определяются по формулам (3.7).

В главе 2 установлено, что побочные коэффициенты определителя (3.8) мало влияют на частотные характеристики трубопровода, расхождение в частотах свободных колебаний составляют не более 1%. В силу малых расхождений в результатах для упрощения счёта в дальнейшем пренебрегаем коэффициентами $d_{m,m\pm 1}$, $d_{m,m\pm 2}$, приняв их равными нулю. Для упрощённого диагонального определителя характеристическое уравнение принимает вид:

$$(A_{1,1} - B_{1,n} \omega_{1n}^2) \cdot (A_{2,1} - B_{1,n} \omega_{2n}^2) \dots (A_{m,n} - B_{m,n} \omega_{mn}^2) = 0, \quad (3.9)$$

корни этого уравнения и есть квадраты частот собственных колебаний цилиндрической оболочки и определяются выражением (3.10):

$$\omega_{mn}^2 = \frac{A_{m,n}}{B_{m,n}}, \quad (3.10)$$

где $A_{m,n}$ и $B_{m,n}$ определяются (3.8).

Подставляя в (3.10) вместо $A_{m,n}$, $B_{m,n}$ выражения из (3.7) получаем формулу в общем виде для определения квадрата частоты собственных колебаний:

$$\omega_{mn}^2 = \frac{\lambda_n^4 + m^4(m^2 - 1)(m^2 - 1 + p^* - 2q_{\text{TP}}^*) + \kappa^* m^4 - \lambda_n^4 m^4 P / n^2 - \lambda_n^4 \rho_0^* \Phi_{mn} V^2 m^4 h_v}{\rho^* R h (\lambda_n^2 h_v + m^2 + m^4) + \mu_{bj} m^4 + \rho_0^* \Phi_{mn} R^2 m^4}. \quad (3.11)$$

Для получения выражения по определению квадрата частоты собственных колебаний с не деформируемым контуром (стержневая теория) в (3.11) подставляем $m=1, n=1$. Выражение принимает вид:

$$\omega_{11}^2 = \frac{\lambda_n^4 + \kappa^* - \lambda_n^4 P - \lambda_n^4 \rho_0^* \Phi_{mn} V^2 h_v}{\rho^* R h (\lambda_n^2 h_v + 2) + \mu_{bj} + \rho_0^* \Phi_{mn} R^2}. \quad (3.12)$$

Для получения выражения по определению квадрата частоты собственных колебаний с учётом деформации поперечного сечения (оболочечная теория) в (3.11) подставляем $m=2, n=1$. Выражение принимает вид:

$$\omega_{21}^2 = \frac{\lambda_n^4 + 48(3 + p^* - 2q_{zp}^*) + 16\kappa^* - 16\lambda_n^4 P - 4\lambda_n^4 \rho_0^* \Phi_{mn} V^2 h_v}{\rho^* R h (\lambda_n^2 h_v + 20) + 16(\mu_{bj} + \rho_0^* \Phi_{mn} R^2)}. \quad (3.13)$$

3.2 Частотные характеристики нефтепроводов с учётом потока жидкости, упругого отпора грунта, внутреннего давления и параметра тонкостенности в различных грунтовых средах.

Проанализируем влияние внутреннего рабочего давления, на частоты свободных колебаний, при значении параметра продольной силы $P=0,1$, скорости движения нефтепродукта по нефтепроводу $V=3,0$ м/с, параметра длины нефтепровода $L/R=1/10$ и глубины заложения нефтепровода $H=2,0$ м.

Полученные результаты, приведенные в таблице 3.1 и на рисунке 3.1, позволяют сделать следующие выводы:

во-первых — минимальные частоты реализуются для оболочечных форм колебаний (с учётом деформации поперечного сечения), то есть при $m=2, n=1$;

Частоты собственных колебаний для нефтепровода в зависимости от внутреннего давления для различных значений параметра тонкостенности.

Таблица 3.1

$H=2,0$ м; $P=0,1$; $L/R = 1/10$; $\kappa=0,4 \cdot 10^7$ Н/м ³ , $V=3,0$ м/с,					
p_0 (МПа)	0	2	4	6	8
$h/R= 1/30$					
$\omega_{1,1}$	53,21	53,21	53,21	53,21	53,21
$\omega_{2,1}$	22,46	31,65	38,69	44,65	49,89
$\omega_{3,1}$	63,55	74,97	84,87	93,73	101,92
$h/R= 1/40$					
$\omega_{1,1}$	43,55	43,55	43,55	43,55	43,55
$\omega_{2,1}$	15,82	26,23	33,55	39,54	44,74
$\omega_{3,1}$	38,56	53,58	65,56	75,52	84,32
$h/R= 1/50$					
$\omega_{1,1}$	33,75	33,75	33,75	33,75	33,75
$\omega_{2,1}$	12,89	22,10	28,47	33,66	38,14
$\omega_{3,1}$	24,25	40,35	51,65	60,90	68,91

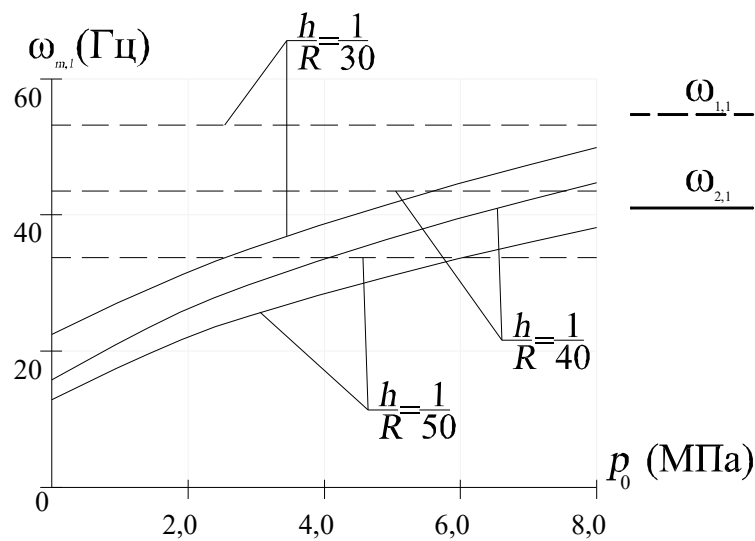


Рисунок 3.2 — График зависимости частот от внутреннего рабочего давления при различных значениях параметра тонкостенности (h/R).

во-вторых — при увеличении внутреннего давления, частоты возрастают, что свидетельствует об увеличении жесткости поперечного сечения нефтепровода. Анализ результатов занесённых в таблицу 3.1 показывает, что чем меньше отношение h/R , тем более резко увеличивается значения частот. Например, при $h/R=1/30$ и $p_0=0$ МПа частота $\omega_{21}=22,46$ Гц, а при $p_0=12,0$ мПа частота $\omega_{21}=59,01$ Гц темп роста составил 61,9 %, а для параметра тонкостенности $h/R=1/50$ при прочих равных условиях частота ω_{21} возрастает от 12,89 до 45,82 Гц, что соответствует росту в 71,9%. Данные по увеличению частотных

характеристик подтверждаются экспериментом André Luiz Lupinacci Massa и др. [97];

Далее исследуем влияние коэффициента упругого отпора грунта при нахождении частотных характеристик в отношении подземного тонкостенного нефтепровода, уложенного на глубину 2,0 м от поверхности земли с внутренним рабочим давлением $p_0=3,0$ МПа.

Зависимость частот свободных колебаний подземного нефтепровода от коэффициента упругого отпора грунта подземного газопровода для различных значений параметра тонкостенности.

Таблица 3.2

$\kappa \cdot 10^7$ H/M^3	$H=2,0 \text{ м}; P=0,1; L/R = 1/10; p_0=3,0 \text{ МПа};$								
	$h/R=1/30$			$h/R=1/40$			$h/R=1/50$		
	$\omega_{1,1}$	$\omega_{2,1}$	$\omega_{3,1}$	$\omega_{1,1}$	$\omega_{2,1}$	$\omega_{3,1}$	$\omega_{1,1}$	$\omega_{2,1}$	$\omega_{3,1}$
0,1	52,40	33,06	78,90	42,57	27,41	58,38	32,62	22,60	44,50
0,2	52,67	33,84	79,30	42,90	28,34	58,11	33,00	23,60	45,13
0,3	52,94	34,60	79,68	43,22	29,24	59,44	33,38	24,56	45,74
0,4	53,21	35,34	80,08	43,55	30,11	59,96	33,75	25,48	46,35
0,5	53,48	36,07	80,47	43,87	30,96	60,48	34,11	26,37	46,95
0,6	53,74	36,79	80,85	44,19	31,79	60,99	34,47	27,24	47,54

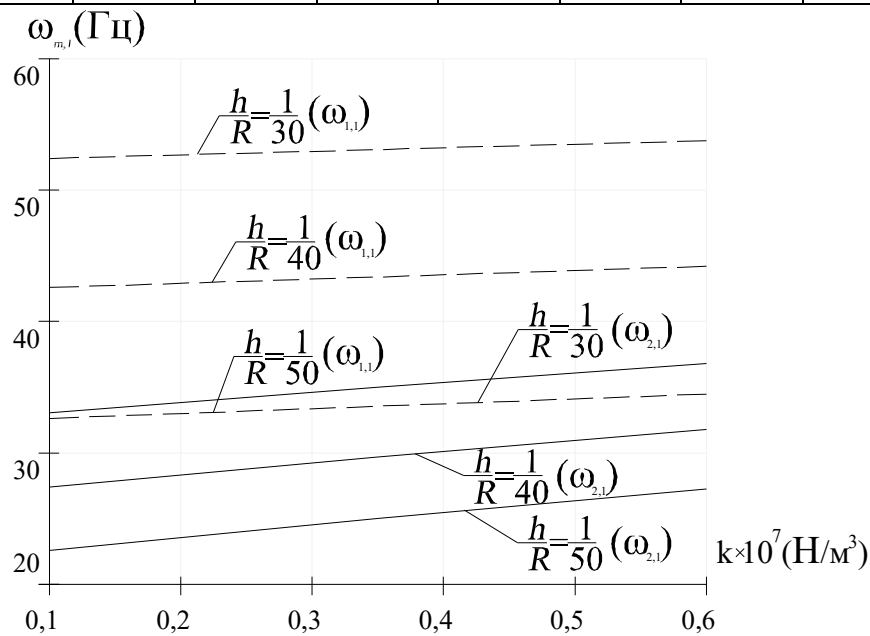


Рисунок 3.3 Зависимость частот свободных колебаний для подземного нефтепровода от коэффициента упругого отпора грунта при различных значениях параметра тонкостенности (h/R).

Результаты исследования коэффициента упругого отпора грунта на частоту для подземного нефтепровода показывают, что с возрастанием коэффициента κ — частоты свободных колебаний увеличиваются, что говорит об увеличении жёсткости нефтепровода, так как грунт препятствует

перемещению стенок поперечного сечения трубы. Из данных приведённых в таблице 3.2 видно, что для более тонкой трубы это действие более выражено по сравнению с толстостенной трубой. Например, для трубы с параметром тонкостенности $h/R=1/50$ при $\kappa=0,1 \cdot 10^7$ Н/м³ $\omega_{21}=22,60$ Гц, при $\kappa=0,6 \cdot 10^7$ Н/м³ $\omega_{21}=27,24$ Гц, увеличение частот составило 17,0 %, а для более толстой трубы $h/R=1/30$ увеличение частот происходит на 10,1% с $\omega_{21}=33,06$ до $\omega_{21}=36,79$.

Теперь используя (3.15) произведём анализ влияния параметра продольной силы на частоты свободных колебаний подземного нефтепровода для различных значений параметра тонкостенности h/R . Результаты приведены в таблице 3.3.

Зависимость частот свободных колебаний от параметра продольной сжимающей силы подземного газопровода для различных значений параметра тонкостенности.

Таблица 3.3

P	$H=2,0$ м; $\kappa=0,45 \cdot 10^7$ Н/м ³ ; $L/R = 1/10$; $p_0 = 5,0$ МПа;								
	$h/R= 1/30$			$h/R= 1/40$			$h/R= 1/50$		
	$\omega_{1,1}$	$\omega_{2,1}$	$\omega_{3,1}$	$\omega_{1,1}$	$\omega_{2,1}$	$\omega_{3,1}$	$\omega_{1,1}$	$\omega_{2,1}$	$\omega_{3,1}$
0,00	56,10	48,20	93,20	45,41	41,68	73,98	35,59	34,78	58,96
0,05	54,74	45,25	91,41	44,83	39,42	72,48	34,77	33,20	57,85
0,10	53,34	42,09	89,59	43,71	37,02	70,94	33,93	31,54	56,71
0,15	51,91	38,67	87,72	42,56	34,46	69,37	33,07	29,78	55,55
0,20	50,43	34,92	85,82	41,38	31,69	67,76	32,18	27,92	54,37
0,25	48,91	30,71	83,88	40,16	28,65	66,11	31,27	25,92	53,16
0,30	47,35	25,83	81,89	38,91	25,26	64,42	30,33	23,76	51,92
0,35	45,72	19,77	79,85	37,61	21,32	62,69	29,36	21,37	50,65
0,45	42,29	-	75,60	34,87	9,39	59,06	27,33	15,55	48,01

Данные приведенные в таблице 3.2 и на рисунке 3.2 показывают:

а) для нефтепроводов $h/R=1/50$, при увеличении параметра продольной силы P от 0,0 до 0,35 частота свободных колебаний по оболочечной форме уменьшается на 38,6% с 34,78 Гц до 15,55 Гц, а для параметра тонкостенности $h/R=1/30$ на 59,0 % с 48,2 Гц до 19,77 Гц (см. таблицу 3.3, рисунок 3.3).

б) для нефтепроводов со значением $h/R=1/30$, при увеличении параметра продольной силы P от 0,05 до 0,45 частота (при $m=2$, $n=1$) резко уменьшается от 48,2 Гц и может, обратиться в ноль, то есть происходит местная потеря устойчивости (сплющивание поперечного сечения).

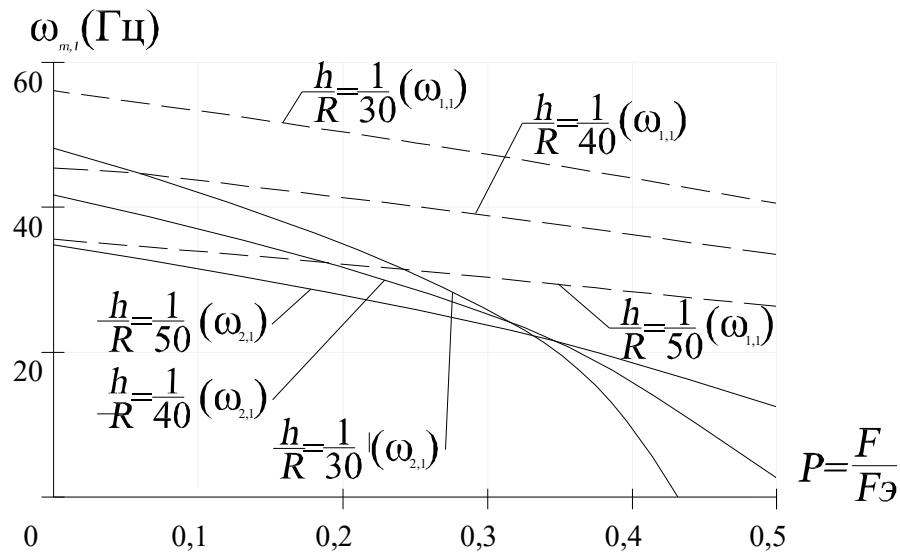


Рисунок 3.4 — График зависимости частот для подземного нефтепровода от параметра продольной сжимающей силы для различных значений параметра тонкостенности (h/R).

Результаты расчёта исследования глубины заложения для подземного нефтепровода, приведённые в таблице 3.4, показывают, что при увеличении глубины частоты собственных колебаний снижаются. Например, для безнапорного нефтепровода с параметром тонкостенности $h/R=1/40$, на глубине от 1,0 до 5,0 м от поверхности земли, со значением параметра продольной силы $P=0,15$ и коэффициента упругого отпора грунта $\kappa=0,3 \cdot 10^7$ Н/м³, частота свободных колебаний уменьшается от $\omega_{21}=4,76$ Гц до $\omega_{21}=0,54$ Гц, а для глубины свыше 5,0 м частота свободных колебаний обращается в ноль, что говорит о потере местной устойчивости, т.е. сплющивании поперечного сечения. С увеличением внутреннего рабочего давления до $p_0 = 4,0$ МПа, частоты для всех параметров тонкостенности повышаются, а нулевые результаты наблюдаются только на глубине свыше 35,0 м, это говорит о повышении жёсткости газопровода за счёт увеличения внутреннего давления.

Зависимость частот свободных колебаний подземного нефтепровода от глубины заложения газопровода для различных значений параметра тонкостенности.

Таблица 3.4

H	$p_0=0,0$ (МПа); $P=0,15$; $L/R = 1/10$; $\kappa = 0,3 \cdot 10^7$ Н/м ³ .								
	$h/R = 1/30$			$h/R = 1/40$			$h/R = 1/50$		
	$\omega_{1,1}$	$\omega_{2,1}$	$\omega_{3,1}$	$\omega_{1,1}$	$\omega_{2,1}$	$\omega_{3,1}$	$\omega_{1,1}$	$\omega_{2,1}$	$\omega_{3,1}$
1	51,49	13,60	60,61	42,06	4,76	35,04	32,49	4,22	20,48
2	51,49	13,28	60,39	42,06	3,89	34,69	32,49	3,51	20,05

3	51,49	12,96	60,16	42,06	2,78	34,35	32,49	2,61	19,6
4	51,49	12,63	59,94	42,06	0,54	33,99	32,49	1,16	19,14
5	51,49	12,29	59,71	42,06	-1,3	33,65	32,49	-0,99	18,68
<i>H</i>	$p_0=4,0$ (МПа); $P=0,3$; $L/R = 1/10$; $\kappa = 0,3 \cdot 10^7$ Н/м ³ .								
	$h/R = 1/30$			$h/R = 1/40$			$h/R = 1/50$		
	$\omega_{1,1}$	$\omega_{2,1}$	$\omega_{3,1}$	$\omega_{1,1}$	$\omega_{2,1}$	$\omega_{3,1}$	$\omega_{1,1}$	$\omega_{2,1}$	$\omega_{3,1}$
1	46,89	18,69	76,47	38,36	18,67	58,12	29,71	18,43	45,93
2	46,89	18,46	76,29	38,36	18,47	57,91	29,71	18,28	45,73
5	46,89	17,76	75,76	38,36	17,86	57,29	29,71	17,82	45,15
10	46,89	16,53	74,87	38,36	16,78	56,23	29,71	17,04	44,16
20	46,89	13,74	73,05	38,36	14,39	55,07	29,71	15,35	42,11
30	46,89	10,22	71,19	38,36	11,53	51,81	29,71	13,44	39,96
50	46,89	-	67,30	38,36	-	46,97	29,71	8,44	35,25

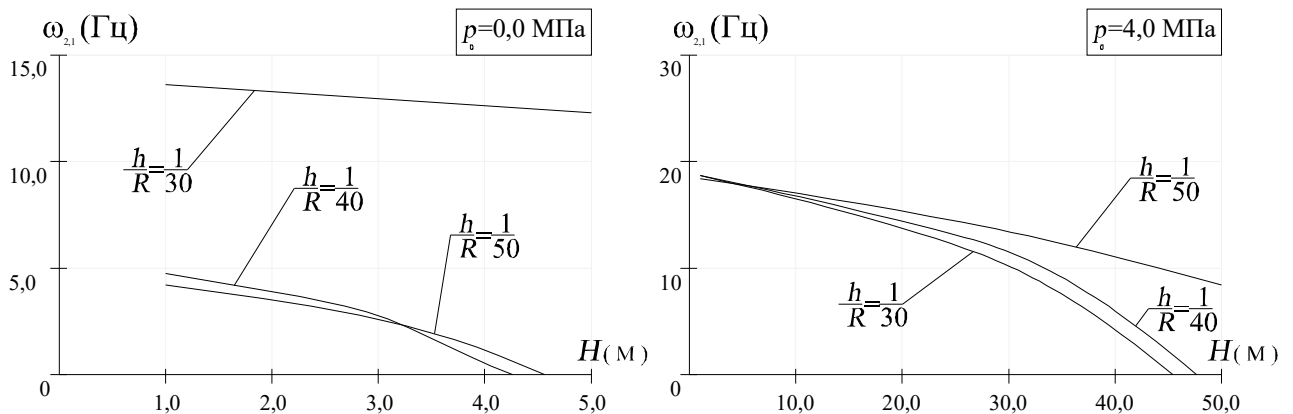


Рисунок 3.5 — Зависимость часты свободных колебаний подземного нефтепровода от глубины заложения для различных значений параметра тонкостенности (h/R).

3.3 Выявление границы применимости стержневой и оболочечной теории для расчёта подземных нефтепроводов.

Используя формулу (3.15) проведём анализ влияния параметра длины рассматриваемого участка $l^*=L/R$ на частоту свободных колебаний подземного нефтепровода в различных грунтовых условиях (коэффициент упругого отпора грунта принимаем последовательно равным $\kappa = 0,05 \cdot 10^7$ Н/м³, $\kappa = 0,8 \cdot 10^7$ Н/м³, $\kappa = 1,2 \cdot 10^7$ Н/м³). Величину внутреннего рабочего давления примем равной $p_0 = 1,8$ (МПа), скорость потока жидкости $V = 3,0$ м/с, глубина заложения нефтепровода $H=2$ м, величину параметра продольной сжимающей силы примем $P = 0$ и $P = 0,2$. Полученные данные отражены в таблице 3.5 и 3.2.

На основании данных представленных в таблицах 3.5 и 3.6, а так же на рисунке 3.5 можно сделать следующие выводы:

1. Минимальные частоты для значения параметра длины нефтепровода меньше 13,1 получены при $m=2$, $n=1$, что соответствует оболочечных формам колебаний, при L/R более 13,1 частота свободных колебаний реализуется по стержневой теории ($m=2$, $n=1$);

Частота собственных колебаний нефтепроводов глубиной заложения $H=2,0$ м, толщиной стенки $h= R /40$ при отсутствии продольной силы.

Таблица 3.5

Частота Гц	$\kappa = 0,05 \cdot 10^7$ Н/м ³ ; $p_0=0$ (МПа); $V=3.0$ м/с					$\kappa = 0,05 \cdot 10^7$ Н/м ³ ; $p_0=1,8$ (МПа); $V=3.0$ м/с				
	L/R					L/R				
	10	15	20	30	40	10	15	20	30	40
$\omega_{1.1}$	44,68	19,83	11,19	5,08	3,03	44,54	19,83	11,19	5,08	3,02
$\omega_{2.1}$	20,86	15,09	14,03	13,62	13,54	28,39	24,93	24,30	24,06	24,02
$\omega_{3.1}$	41,35	40,42	40,31	40,27	40,26	54,28	53,82	53,73	53,69	53,68
	$\kappa = 0,8 \cdot 10^7$ Н/м ³ ; $p_0=0$ (МПа); $V=3.0$ м/с					$\kappa = 0,8 \cdot 10^7$ Н/м ³ ; $p_0=1,8$ (МПа); $V=3.0$ м/с				
$\omega_{1.1}$	44,78	20,35	12,09	6,84	5,49	44,78	20,35	12,10	6,84	5,49
$\omega_{2.1}$	21,23	16,33	15,35	14,97	14,91	29,06	25,70	25,08	24,85	24,81
$\omega_{3.1}$	41,57	40,99	40,89	40,84	40,83	54,71	54,25	54,16	54,12	54,11
	$\kappa = 1,2 \cdot 10^7$ Н/м ³ ; $p_0=0$ (МПа); $V=3.0$ м/с					$\kappa = 1,2 \cdot 10^7$ Н/м ³ ; $p_0=1,8$ (МПа); $V=3.0$ м/с				
$\omega_{1.1}$	44,90	20,63	12,55	7,62	6,43	44,90	20,63	12,55	7,62	6,43
$\omega_{2.1}$	21,71	16,95	16,01	15,65	15,59	29,42	26,10	25,49	25,26	25,22
$\omega_{3.1}$	41,87	41,30	41,19	41,15	41,14	54,94	54,48	54,39	54,35	54,34

2. При отсутствии продольной сжимающей силы с увеличением длины участка нефтепровода частота ω_{11} и ω_{21} уменьшается, а для нефтепроводов под действием продольной сжимающей силы частоты ω_{21} (соответствующие оболочечным формам колебаний) увеличиваются, что видно на графиках (рисунок 3.6);

3. Частота свободных колебаний, полученная по стержневой теории ω_{11} , с увеличением параметра длины резко уменьшаются, так например, из данных таблицы 3.1 для $l^*=L/R=10$ при $\kappa = 1,2 \cdot 10^7$ Н/м³ $\omega_{11}=44.9$ Гц, а при $l^*=L/R=60$ $\omega_{11}=5.92$ Гц. Уменьшение частоты происходит в 7,5 раз.

4. Параметр продольной силы существенно влияет на частоты при длине рассматриваемого участка нефтепровода менее $L = 13,5 R$, а при уменьшении длины участка частота свободных колебаний резко падает.

Частота собственных колебаний нефтепроводов глубиной заложения $H=2,0$ м, толщиной стенки $h= R /40$, параметр продольной силы $P=0,2$

Таблица 3.6

Частота Гц	$\kappa = 0,05 \cdot 10^7$ Н/м ³ ; $p_0=0$ (МПа); $V=3.0$ м/с					$\kappa = 0,05 \cdot 10^7$ Н/м ³ ; $p_0=1,8$ (МПа); $V=3.0$ м/с				
	L/R					L/R				
	10	15	20	30	40	10	15	20	30	40
$\omega_{1,1}$	39,84	17,74	10,03	4,58	2,75	39,84	17,74	10,03	4,58	2,75
$\omega_{2,1}$	-	9,13	12,29	13,28	13,44	8,56	21,84	23,34	23,87	23,96
$\omega_{3,1}$	28,27	38,21	39,63	40,13	40,22	45,43	52,18	53,21	53,59	53,64
	$\kappa = 0,8 \cdot 10^7$ Н/м ³ ; $p_0=0$ (МПа); $V=3.0$ м/с					$\kappa = 0,8 \cdot 10^7$ Н/м ³ ; $p_0=1,8$ (МПа); $V=3.0$ м/с				
$\omega_{1,1}$	40,10	18,33	11,02	6,48	5,34	40,10	18,33	11,02	6,48	5,34
$\omega_{2,1}$	-	11,05	13,78	14,67	14,81	10,59	22,71	24,15	24,67	24,75
$\omega_{3,1}$	29,08	38,82	40,21	40,71	40,79	45,95	53,62	53,65	54,02	54,08
	$\kappa = 1,2 \cdot 10^7$ Н/м ³ ; $p_0=0$ (МПа); $V=3.0$ м/с					$\kappa = 1,2 \cdot 10^7$ Н/м ³ ; $p_0=1,8$ (МПа); $V=3.0$ м/с				
$\omega_{1,1}$	40,24	18,63	11,52	7,29	6,30	40,24	18,63	11,52	7,29	6,30
$\omega_{2,1}$	-	11,95	14,52	15,36	15,49	11,52	23,16	24,58	25,08	25,17
$\omega_{3,1}$	29,51	39,14	40,52	41,02	41,10	46,22	52,86	53,88	54,25	54,31

5. Из анализа графиков, приведённых на рисунке 3.3, видно, что при некоторых значениях параметра $l^*=L/R$, минимальные частоты для стержневой и оболочечной теории совпадают, $\omega_{11} = \omega_{21}$. Это означает, что параметр $l^*=L/R$ устанавливает критерий применимости оболочечной и стержневой теории. Уравнивая выражения (3.16) и (3.17) получим выражение критического параметра длины нефтепровода l^* :

$$l^* = \frac{L}{R} = \frac{\pi}{\sqrt{h_v}} \sqrt[4]{\frac{\rho^* R h (18 + 12 P) + 15 \mu_{bj}}{12 \kappa^* \rho^* R h + 48 (3 + p^* - 2 q_{cp}^* R h + \mu_{bj}^*)}}, \quad (3.18)$$

при отсутствии внутреннего рабочего давления и продольной сжимающей силы выражение (3.18) приобретает вид:

$$l^* = \frac{L}{R} = \frac{\pi}{\sqrt{h_v}} \sqrt[4]{\frac{18 \rho^* R h + 15 \mu_{bj}}{12 \kappa^* \rho^* R h + 48 (3 - 2 q_{cp}^* R h + \mu_{bj}^*)}}. \quad (3.19)$$

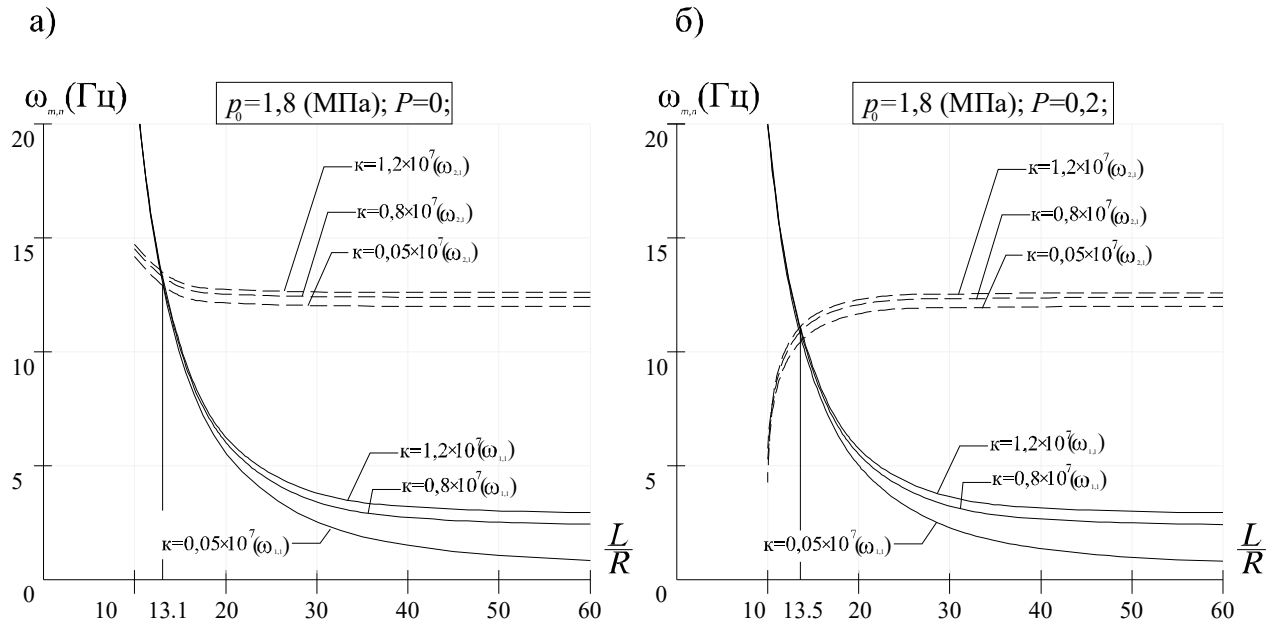


Рисунок 3.6 Графики зависимость частоты свободных колебаний для $m=1$ и $m=2$ от параметра длины участка нефтепровода для безнапорных труб: а) при отсутствии продольной силы; б) параметр продольной силы равен 0,2.

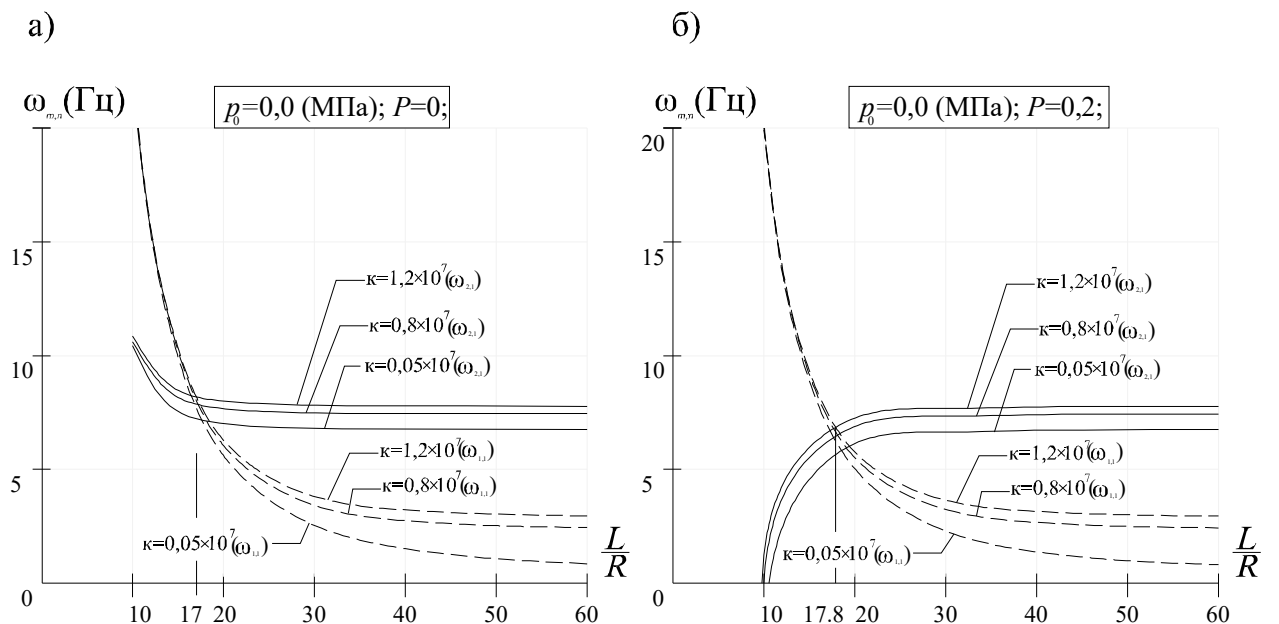


Рисунок 3.7 Графики зависимость частоты свободных колебаний для $m=1$ и $m=2$ от параметра длины участка нефтепровода при внутреннем давлении $p_0=1,8$ МПа: а) при отсутствии продольной силы; б) параметр продольной силы равен 0,2.

Выводы при анализе (3.18) и (3.19) следующие:

- внутреннее рабочее давление оказывает существенное влияние на величину l^* . При увеличении параметра p^* параметр длины $l^*=L/R$ уменьшается, потому что внутреннее рабочее давление препятствует деформации поперечного сечения нефтепровода, приближая расчётную схему к стержню с недеформируемым контуром поперечного сечения (см. рисунки 3.5 и 3.6). Это

подтверждается расчётными данными таблиц 3.5 и 3.6, к примеру, для коэффициента упругого отпора грунта $\kappa = 0,8 \cdot 10^7 \text{ Н/м}^3$, для длины участка $L = 10 R$ при отсутствии внутреннего давления частота свободных колебаний $\omega_{21} = 21,23 \text{ Гц}$, а при давлении $p_0 = 1,8 \text{ МПа}$ $\omega_{21} = 29,06 \text{ Гц}$ (см. табл. 3.5).

- с увеличением параметра упругого отпора κ^* длина l^* уменьшается, так например $p_0 = 0$ и $P = 0,2$ для $\kappa = 0,05 \cdot 10^7 (\text{Н/м}^3)$ $l^* = L/R = 13,1$, а для $\kappa = 1,2 \cdot 10^7 (\text{Н/м}^3)$ при прочих равных условиях параметр длины $l^* = L/R = 12,93$ (см. рисунок 3.5);

- при $l \leq l^*$ следует определять частоты по (3.17), при $l \geq l^*$ частоты определяются по (3.16) то есть по стержневой теории для не деформируемого контура поперечного сечения;

- с увеличением глубины заложения нефтепровода и давления грунта $q_{гр}^*$ значение параметра длины l^* увеличивается, то есть граница применимости смещается в сторону теории оболочек;

- с увеличением присоединённой массы грунта длина l^* уменьшается;

е) параметр продольной сжимающей силы P мало влияет на длину l^* , так как он снижает частоты свободных колебаний не только при $m=2, n=1$ (по теории оболочек), но и при $m=1, n=1$ (по теории стержней).

3.4 Учёт демпфера при нахождении частотных характеристик подземных нефтепроводов.

В параграфе 2.7 изложены основные положения по учёту сил сопротивления среды для подземного газопровода, применим эту же методику для решения задачи о свободных колебаниях с учётом демпфера для подземного нефтепровода, тогда нормальная составляющая сил инерции запишется в виде:

$$X_3 = -R h \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + p_0 - \kappa R w - \gamma H (2 - \alpha_1 \cos \theta - \alpha_2 \cos 2\theta) + \quad (3.20)$$

$$+ \mu_{bj} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \rho_0 \Phi_{mn} \frac{R}{E h} \left(R^2 \frac{\partial^4 w}{\partial \theta^2 \partial t^2} + V^2 \frac{\partial^4 w}{\partial \theta^2 \partial \xi^2} \right) - \eta \frac{\partial w}{\partial t},$$

а уравнение движения оболочки для подземного нефтепровода примет вид:

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial^3 u}{\partial \xi^3} + h_v^2 \frac{\partial^3}{\partial \theta^3} \left(\frac{\partial^2 \mathfrak{G}_2}{\partial \theta^2} + \mathfrak{G}_2 \right) + 2 \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} \varepsilon_0 \right) - \frac{R}{Eh} p_0 \frac{\partial^3 \mathfrak{G}_2}{\partial \theta^3} + \frac{R \mu_{bj}}{Eh} \frac{\partial^4 w}{\partial \theta^2 \partial t^2} + \\
& + \frac{R^2 w_{\kappa} \cdot \partial^2 w}{Eh \cdot \partial \theta^2} + \frac{R \gamma H}{Eh} \frac{\partial^3 \mathfrak{G}_2}{\partial \theta^3} (2 - \alpha_1 \cos \theta - 2 \cos 2\theta) + \frac{R \gamma H}{Eh} \left(\frac{\partial^2 \mathfrak{G}_2}{\partial \theta^2} \alpha_1 \sin \theta + \right. \\
& \left. + \frac{\partial^2 \mathfrak{G}_2}{\partial \theta^2} 2 \alpha_2 \sin 2\theta \right) + \frac{R \gamma H}{Eh} \left(\frac{\partial \mathfrak{G}_2}{\partial \theta} \alpha_1 \cos \theta - \frac{\partial \mathfrak{G}_2}{\partial \theta} 4 \alpha_2 \cos 2\theta \right) - \frac{R^2 \rho}{Eh} \left(\frac{\partial^3 u}{\partial \xi \partial t^2} - \frac{\partial^3 v}{\partial \xi \partial t^2} - \right. \\
& \left. - \frac{\partial^3 w}{\partial \theta^2 \partial t} \right) + \rho_0 \Phi_{mn} \frac{R}{Eh} \left(R^2 \frac{\partial^4 w}{\partial^2 \theta \partial t^2} + V^2 \frac{\partial^4 w}{\partial^2 \theta \partial \xi^2} \right) + R \eta \frac{\partial^3 w}{\partial^2 \theta \partial t}.
\end{aligned} \tag{3.21}$$

Решив данное уравнение, получим систему разделяющихся линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка относительно функции времени $\varphi(t)$: $\varphi''(t) + 2d_m \varphi'(t) + \omega_{mn}^2 \varphi(t) = 0$, которое применительно к нашему решению записывается как:

$$\begin{aligned}
& \left[\rho_0 \frac{R}{Eh} R h \frac{m^2}{h_v^2} \left(\frac{\lambda_n^2}{m^2} + 1 + m^2 \right) + \mu_{bj} \frac{R}{Eh h_v^2} m^4 + \rho_{неф} \frac{R}{Eh h_v^2} \Phi_{mn} R^2 m^4 \right] \varphi''(t) + \\
& + \frac{\eta R m^2}{Eh} \frac{m^2}{h_v^2} \varphi'(t) + \\
& + \frac{m^2}{h_v^2} \left[\lambda_n^4 + m^4 (m^2 - 1) (m^2 - 1 + p^* - 2q_{zp}^*) + \kappa^* m^4 - \lambda_n^4 m^4 P / n^2 - \lambda_n^4 \rho_0^* \Phi_{mn} V^2 m^4 h_v \right] \frac{h_v^2}{m^2} \varphi(t) = 0.
\end{aligned} \tag{3.22}$$

Поделив каждый компонент выражения (3.22) на

$$\begin{aligned}
& \frac{R m^2}{E h h_v^2} \left[\rho_0 R h \left(\frac{\lambda_n^2}{m^2} + 1 + m^2 \right) + \mu_{bj} m^2 + \rho_{неф} R^2 \Phi_{mn} m^2 \right] \text{ получим:} \\
& \varphi''(t) + \frac{\eta m^2}{\rho_0 R h \left(\frac{\lambda_n^2}{m^2} + 1 + m^2 \right) + \mu_{bj} m^2 + \rho_{неф} R^2 \Phi_{mn} m^2} \varphi'(t) + \\
& + \frac{\lambda_n^4 + m^4 (m^2 - 1) (m^2 - 1 + p^* - 2q_{zp}^*) + \kappa^* m^4 - \lambda_n^4 m^4 P / n^2 - \lambda_n^4 \rho_0^* \Phi_{mn} V^2 m^4 h_v}{\rho^* R h (\lambda_n^2 h_v + m^2 + m^4) + \mu_{bj}^* m^4 + \rho_0^* \Phi_{mn} R^2 m^4} \varphi(t) = 0,
\end{aligned} \tag{3.23}$$

где компонент $2d$ при $\varphi'(t)$ есть коэффициент демпфирования или

$$d_m = \frac{\eta m^2}{2 \left[\rho_0 R h \left(\frac{\lambda_n^2}{m^2} + 1 + m^2 \right) + \mu_{bj} m^2 + \rho_{неф} R^2 \Phi_{mn} m^2 \right]}, \text{ а компонент при}$$

$\varphi(t)$ — квадрат частоты свободных колебаний (ω_{mn}^2) определяемая выражением:

$$\omega_{mn}^2 = \frac{\lambda_n^4 + m^4(m^2 - 1)(m^2 - 1 + p^* - 2q_{cp}^*) + \kappa^* m^4 - \lambda_n^4 m^4 P / n^2 - \lambda_n^4 \rho_0^* \Phi_{mn} V^2 m^4 h_v}{\rho^* R h (\lambda_n^2 h_v + m^2 + m^4) + \mu_{bj}^* m^4 + \rho_0^* \Phi_{mn} R^2 m^4}.$$

Решением системы уравнений (3.23), является квадратное уравнение вида $s^2 + 2d_m s + \omega_{mn}^2 = 0$, корни которого определяются выражением $s_{1,2} = -d_m \pm \sqrt{d_m^2 - \omega_{mn}^2}$. При $d_m < \omega_{mn}$, корни этого квадратного уравнения будут комплексные сопряжённые или $s_{1,2} = -d_m \pm i\sqrt{\omega_{mn}^2 - d_m^2}$. Для комплексных сопряженных корней общее решение дифференциального уравнения имеет вид:

$$\varphi(t) = e^{d_m t} \left(C_1 \cos\left(t\sqrt{\omega_{mn}^2 - d_m^2}\right) + C_2 \sin\left(t\sqrt{\omega_{mn}^2 - d_m^2}\right) \right). \quad (3.24)$$

Это выражение определяет форму колебаний демпфированной оболочки. Отсюда следует, что круговая частота свободных колебаний оболочки ω_{mn}^* с учётом сил сопротивления среды определяется как:

$$\omega_{mn}^* = \sqrt{\omega_{mn}^2 - d_m^2} = \omega_{mn} \sqrt{1 - \frac{d_m^2}{\omega_{mn}^2}}. \quad (3.25)$$

Частотные характеристики, с учётом влияния демпфера и без него, определим для нефтепровода, уложенного на глубину 2,0 м в илистой почве, имеющей динамический коэффициент вязкости которой варьируется от $\eta=0,5 \cdot 10^4$ (Па·с) до $\eta=4 \cdot 10^4$ (Па·с). Примем трубопровод радиусом $R=630$ мм с толщиной стенки $h=21,0$ мм, длину участка обозначим как $L = 10 \cdot R$. Коэффициент упругого отпора грунта в данном случае принимаем $\kappa=0$, а физико-механические характеристики грунта (объемный вес $\gamma_{cp}=1,0$ г/см³, $E=10$ кгс/см²) в соответствии с методическими указания по инженерно-геологическому обследованию болот при изысканиях автомобильных и железных дорог М:1973 (см. таблицу 2.7), коэффициент присоединённой массы грунта для данной ситуации в соответствии с (2.5): при $m=1$ $\kappa_{bj}=0,94$; при $m=2$ $\kappa_{bj}=0,49$; при $m=3$ $\kappa_{bj}=0,33$. Результаты расчёта смотри таблицу 3.7.

Расчёт частотных характеристик подземного нефтепровода с учётом демпфера (см. таблицу 3.7), уложенного в обводнённый илистый грунт показывает, что минимальные частоты реализуются по оболочечной форме колебаний при $m=2$. Для нефтепровода с внутренним рабочим давлением $p_0=4,0$ МПа, когда динамической вязкости грунтовой среды $\eta < 5,04 \cdot 10^4$ (Па·с) коэффициент демпфирования меньше частоты собственных колебаний ($d_m < \omega_{mn}$), колебания затухающе периодические.

При значениях $\eta = 5,04 \cdot 10^4$ (Па·с), состояние будет критическим и колебательного процесса для оболочечных форм при $m=2$ не происходит. Для значений коэффициента динамической вязкости $\eta > 5,04 \cdot 10^4$ (Па·с) коэффициент демпфирования становится больше частоты собственных колебаний ($d_m > \omega_{mn}$), в этом случае движение не будет колебательным, однако из данных таблицы 3.7 видно, что для значений волновых чисел $m=1$ и $m=3$ затухающий колебательный процесс происходит. В случае, когда коэффициент динамической вязкости грунтовой среды в пределах $6,95 \cdot 10^4 < \eta < 7,46 \cdot 10^4$ (Па·с), минимальные частоты реализуются по оболочечной форме колебаний, но уже с образованием 3-х полувольт ($m=3$). Для коэффициента динамической вязкости в границах $7,46 \cdot 10^4 < \eta < 13,5 \cdot 10^4$ (Па·с) минимальные частоты реализуются при $m=1$, то есть по стержневой теории, а для значений коэффициента динамической вязкости $\eta=1,35 \cdot 10^5$ (соответствует суглинка мягкопластичному текучему) демпфирующие свойства грунта полностью гасят колебательный процесс по всем формам.

Частотные характеристики нефтепровода уложенного в обводнённый грунт с учётом влияния сил сопротивления среды и без неё.

Таблица 3.7

$\eta \cdot 10^4$ (Па·с)	$H=2,0\text{ м}; P=0,05; L/R = 1/10; \kappa = 0; h/R = 1/30;$											
	$p_0=1,0$ (МПа);			$p_0=2,5$ (МПа);			$p_0=4,0$ (МПа);			$p_0=6,0$ (МПа);		
	$\frac{\omega_{1,1}}{\omega_{1,1}^*}$	$\frac{\omega_{2,1}}{\omega_{2,1}^*}$	$\frac{\omega_{3,1}}{\omega_{3,1}^*}$	$\frac{\omega_{1,1}}{\omega_{1,1}^*}$	$\frac{\omega_{2,1}}{\omega_{2,1}^*}$	$\frac{\omega_{3,1}}{\omega_{3,1}^*}$	$\frac{\omega_{1,1}}{\omega_{1,1}^*}$	$\frac{\omega_{2,1}}{\omega_{2,1}^*}$	$\frac{\omega_{3,1}}{\omega_{3,1}^*}$	$\frac{\omega_{1,1}}{\omega_{1,1}^*}$	$\frac{\omega_{2,1}}{\omega_{2,1}^*}$	$\frac{\omega_{3,1}}{\omega_{3,1}^*}$
0,5	$\frac{30,75}{30,74}$	$\frac{16,87}{16,74}$	$\frac{44,39}{44,29}$	$\frac{30,75}{30,74}$	$\frac{20,22}{20,11}$	$\frac{49,25}{49,15}$	$\frac{30,75}{30,74}$	$\frac{23,09}{22,99}$	$\frac{53,67}{53,58}$	$\frac{30,75}{30,74}$	$\frac{26,43}{26,35}$	$\frac{59,05}{58,97}$
Разница %	0,02%	0,79%	0,24%	0,02%	0,55%	0,19%	0,02%	0,42%	0,16%	0,02%	0,32%	0,14%
1,0	$\frac{30,75}{30,72}$	$\frac{16,87}{16,33}$	$\frac{44,39}{43,96}$	$\frac{30,75}{30,72}$	$\frac{20,22}{19,77}$	$\frac{49,25}{48,86}$	$\frac{30,75}{30,72}$	$\frac{23,09}{22,69}$	$\frac{53,67}{53,31}$	$\frac{30,75}{30,72}$	$\frac{26,43}{26,09}$	$\frac{59,05}{58,73}$

Разница %	0,09%	3,22%	0,97%	0,09%	2,23%	0,79%	0,09%	1,71%	0,66%	0,09%	1,30%	0,55%
1,5	<u>30,75</u> 30,69	<u>16,87</u> 15,62	<u>44,39</u> 43,42	<u>30,75</u> 30,69	<u>20,22</u> 19,19	<u>49,25</u> 48,38	<u>30,75</u> 30,69	<u>23,09</u> 22,19	<u>53,67</u> 52,87	<u>30,75</u> 30,69	<u>26,43</u> 25,65	<u>59,05</u> 58,32
Разница %	0,19%	7,41%	2,19%	0,19%	5,09%	1,78%	0,19%	3,89%	1,49%	0,19%	2,95%	1,23
2,5	<u>30,75</u> 30,58	<u>16,87</u> 13,11	<u>44,39</u> 41,63	<u>30,75</u> 30,58	<u>20,22</u> 17,21	<u>49,25</u> 46,78	<u>30,75</u> 30,58	<u>23,09</u> 20,50	<u>53,67</u> 51,41	<u>30,75</u> 30,58	<u>26,43</u> 24,21	<u>59,05</u> 57,00
Разница %	0,54%	22,31%	6,22%	0,54%	14,91%	5,01%	0,54%	11,21%	4,21%	0,54%	8,43%	3,46%
3,0	<u>30,75</u> 30,51	<u>16,87</u> 11,05	<u>44,39</u> 40,36	<u>30,75</u> 30,51	<u>20,22</u> 15,70	<u>49,25</u> 45,64	<u>30,75</u> 30,51	<u>23,09</u> 19,25	<u>53,67</u> 50,39	<u>30,75</u> 30,51	<u>26,43</u> 23,16	<u>59,05</u> 56,08
Разница %	0,78%	34,49%	9,09%	0,78%	22,37%	7,31	0,78%	16,62%	6,12	0,78%	12,39%	5,03%
3,5	<u>30,75</u> 30,42	<u>16,87</u> 7,97	<u>44,39</u> 38,80	<u>30,75</u> 30,42	<u>20,22</u> 13,70	<u>49,25</u> 44,28	<u>30,75</u> 30,42	<u>23,09</u> 17,66	<u>53,67</u> 49,15	<u>30,75</u> 30,42	<u>26,43</u> 21,85	<u>59,05</u> 54,97
Разница %	1,06%	52,77%	12,59%	1,06%	32,25%	10,10%	1,06%	23,51%	8,43%	1,06%	17,33%	6,91%
4,5	<u>30,75</u> 30,21	<u>16,87</u> -	<u>44,39</u> 34,66	<u>30,75</u> 30,21	<u>20,22</u> 6,57	<u>49,25</u> 40,70	<u>30,75</u> 30,21	<u>23,09</u> 12,94	<u>53,67</u> 45,95	<u>30,75</u> 30,21	<u>26,43</u> 18,25	<u>59,05</u> 52,13
Разница %	1,75%	100%	21,92%	1,75%	67,47%	17,36%	1,75%	43,95%	14,38%	1,75%	30,96%	11,71%
5,5	<u>30,75</u> 29,94	<u>16,87</u> -	<u>44,39</u> 28,67	<u>30,75</u> 29,94	<u>20,22</u> -	<u>49,25</u> 35,73	<u>30,75</u> 29,94	<u>23,09</u> -	<u>53,67</u> 41,61	<u>30,75</u> 29,94	<u>26,43</u> 12,35	<u>59,05</u> 48,36
Разница %	2,63%	100%	35,43%	2,63%	100%	27,45%	2,63%	100%	22,46%	2,63%	53,28%	18,12%
7,0	<u>30,75</u> 29,43	<u>16,87</u> -	<u>44,39</u> 10,47	<u>30,75</u> 29,43	<u>20,22</u> -	<u>49,25</u> 23,76	<u>30,75</u> 29,43	<u>23,09</u> -	<u>53,67</u> 31,92	<u>30,75</u> 29,43	<u>26,43</u> -	<u>59,05</u> 40,32
Разница %	4,29%	100%	76,45%	4,29%	100%	51,76%	4,29%	100%	40,51	4,29%	100%	31,72%
13,5	<u>30,75</u> 17,10	<u>16,87</u> -	<u>44,39</u> -	<u>30,75</u> 17,10	<u>20,22</u> -	<u>49,25</u> -	<u>30,75</u> 17,10	<u>23,09</u> -	<u>53,67</u> -	<u>30,75</u> 17,10	<u>26,43</u> -	<u>59,05</u> -

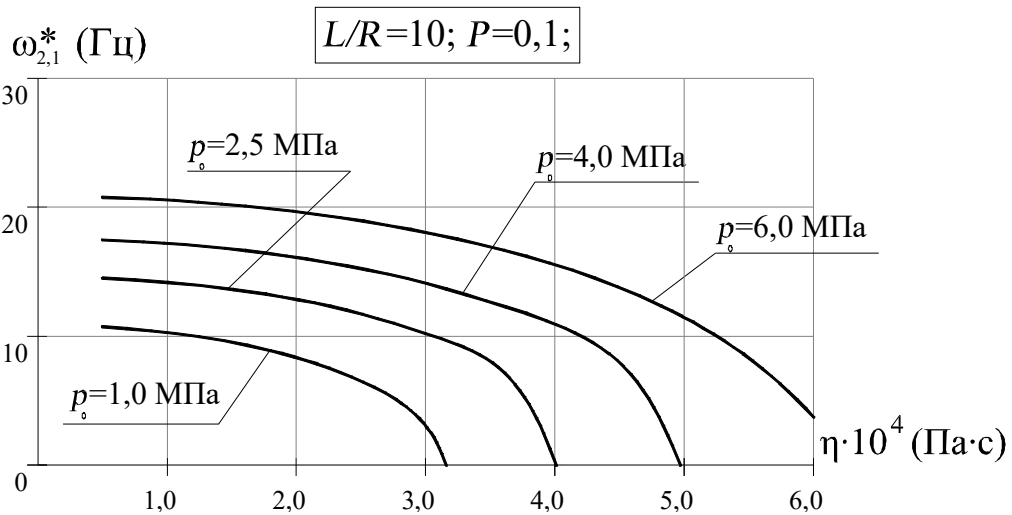


Рисунок 3.8 Зависимость частот свободных колебаний для подземного нефтепровода от коэффициента динамической вязкости грунтовой среды для $m=2$ волновых чисел.

Вывод по главе 3.

1. Задача о нахождении частот собственных колебаний для тонкостенного нефтепровода большого диаметра, помещённого в грунтовую среду, решена в полном объёме. Решение по нахождению частоты собственных колебаний найдены с использованием геометрически нелинейного варианта полубезмоментной теории цилиндрических оболочек среднего изгиба и допущений Власова-Новожилова с учётом давления грунта на стенку нефтепровода, коэффициента упругого отпора грунта, потока протекающей нефти, внутреннего рабочего давления, параметров тонкостенности, длины, продольной сжимающей силы.

2. Расчётные данные показали, что:

- минимальная частота реализуется для оболочечных форм колебаний ($m=2$, $n=1$), с учётом деформации поперечного сечения;
- внутреннее рабочее давление существенно влияет на частоту собственных колебаний тонкостенного нефтепровода и чем больше величина давления, тем выше значение частоты;
- при возрастании продольной сжимающей силы частотные характеристики снижаются. При нулевом внутреннем давлении для продольной сжимающей силы $P \geq 0,15$ в грунтах с коэффициентом упругого отпора менее $0,05 \cdot 10^7$ Н/м³ частота падает и может, обратиться в ноль, что свидетельствует о потере устойчивости поперечного сечения (сплющиванию).

3. Установлена граница применимости, в виде параметра l^* , использования стержневой и оболочечной теории при расчёте подземных тонкостенных нефтепроводов большого диаметра.

4. При рассмотрении частотных характеристик нефтепровода с учётом влияния сил сопротивления среды (демпфера) установлено, что силы сопротивления среды зависят от коэффициента динамической вязкости. При некоторых значениях данного показателя, коэффициент демпфирования $d_m > \omega_{mn}$, в этом случае колебательный процесс не происходит, движение

называется аperiodическим. При $d_m < \omega_{mn}$ колебательный процесс будет затухающе периодическим. При $d_m = \omega_{mn}$ движение является аperiodическим, а состояние критическим.

4. Глава 4. ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ ПОДЗЕМНЫХ ТОНКОСТЕННЫХ ТРУБОПРОВОДОВ БОЛЬШОГО ДИАМЕТРА С УЧЁТОМ ДЕМПФЕРА.

4.1 Параметрические колебания подземных газопроводов.

Анализ работ по проблеме динамической устойчивости магистральных трубопроводов большого диаметра показывает, что большинство работ в этой области посвящено стержневым системам [7, 9].

Данный параграф посвящён параметрическим колебаниям тонкостенных трубопроводов (цилиндрических оболочек) при пульсирующем внутреннем давлении, продольной сжимающей силы, реакции упругого отпора грунта и скорости потока нефти.

Рассмотрим участок подземного газопровода, который подвергается воздействию нестационарного внутреннего рабочего давления $P(t)$:

$$P(t) = P_0 (1 + \mu \cos \omega_0 t); \quad (4.1)$$

где: P_0 – внутреннее рабочее давление; ω_0 – частота возбуждения, соответствующая характеристикам насосной станции; $\mu \leq 0,5$ – коэффициент возбуждения [6].

Не стационарное рабочее давление приводит к возбуждению стационарную продольную сжимающую силу, которая описывается функцией:

$$F(t) = F (1 + \mu \cos \omega_0 t), \quad (4.2)$$

а так же коэффициент упругого отпора грунта, который описывается функцией:

$$\kappa(t) = \kappa (1 + \mu \cos \omega_0 t); \quad (4.3)$$

где: F – продольная сжимающая сила; κ – коэффициент упругого отпора грунта.

Во второй главе данной работы получено дифференциальное уравнение движения элемента в перемещениях (2.26), которое содержит 4 неизвестные

функции координат и времени t : u , v , w и ϑ_2 . К (2.26) присоединив соотношения полубезмоментной теории цилиндрических оболочек:

$$\frac{\partial v}{\partial \theta} + w = 0; \quad \frac{\partial v}{\partial \xi} + \frac{\partial u}{\partial \theta} = 0; \quad \vartheta_2 = \frac{\partial w}{\partial \theta} - v; \quad (4.4)$$

получаем полную систему дифференциальных уравнений, состоящую из четырёх уравнений (2.26) и (4.4).

Решая систему (2.26) и (4.4) методом Фурье, и принимая шарнирный тип закрепления по концам рассматриваемого участка, представим относительное радиальное перемещение $w(\xi, \theta, t)$ в виде (2.27), из условия (4.4) получим остальные компоненты перемещений u , v и ϑ_2 (2.28). Подставив (4.1) ... (4.3), (2.27), (2.28) без учёта побочных коэффициентов $a_{m,m+1}$, $a_{m,m+2}$, получаем систему разделяющихся дифференциальных уравнений движения оболочки относительно функций времени $\varphi(t)$:

$$\begin{aligned} & \left[\frac{R^2 \rho_0 h}{E h} \frac{m^2}{h_v^2} \left(\frac{\lambda_n^2}{m^2} + 1 + m^2 \right) + \mu_{bj} \frac{R}{E h h_v^2} m^4 \right] \varphi''(t) + \frac{\eta R m^2}{E h} \frac{m^2}{h_v^2} \varphi'(t) + \\ & + \left\{ \lambda_n^4 + m^4 (m^2 - 1) (m^2 - 1 + \rho^* - 2q_{cp}^*) + \kappa^* m^4 - \lambda_n^4 m^4 P / n + \right. \\ & \left. + \left[\kappa^* m^4 + p^* m^4 (m^2 - 1) - \lambda_n^4 m^4 P / n \right] \mu \cos \omega_0 t \right\} \cdot \varphi(t) = 0. \end{aligned} \quad (4.5)$$

Вынесем за скобки четыре первых слагаемых при $\varphi(t)$ и поделим каждый

компонент на $\frac{R^2 \rho_0 h}{E h} \frac{m^2}{h_v^2} \left(\frac{\lambda_n^2}{m^2} + 1 + m^2 \right) + \mu_{bj} \frac{R}{E h h_v^2} m^4$, получим:

$$\begin{aligned} & \varphi''(t) + \frac{\eta m^2}{R \rho_0 h \left(\frac{\lambda_n^2}{m^2} + 1 + m^2 \right) + \mu_{bj} m^4} \varphi'(t) + \\ & + \frac{\lambda_n^4 + m^4 (m^2 - 1) (m^2 - 1 + p^* - 2q_{cp}^*) + \kappa^* m^4 - \lambda_n^4 m^4 P / n}{\rho^* R h (\lambda_n^2 h_v + m^2 + m^4) + \mu_{bj}^* m^4} \times \\ & \times \left[1 - \frac{\left[\lambda_n^4 m^4 P / n - \kappa^* m^4 - p^* m^4 (m^2 - 1) \right]}{\left[\lambda_n^4 + m^4 (m^2 - 1) (m^2 - 1 + p^* - 2q_{cp}^*) + \kappa^* m^4 - \lambda_n^4 m^4 P / n \right]} \mu \cos \omega_0 t \right] \varphi(t) = 0. \end{aligned} \quad (4.6)$$

Полученное уравнение (4.6) представляет разделяющуюся систему дифференциальных уравнений Матье при $m, n = 1, 2, \dots$

$$\varphi''(t) + 2\varepsilon_0 \varphi'(t) + \omega_{mn}^2 (1 - \delta_{mn} \cos \omega_0 t) \varphi(t) = 0, \quad (4.7)$$

где: ω_{mn}^2 – есть квадрат частоты свободных колебаний подземного участка газопровода без учёта побочных коэффициентов $a_{m,m+1}$, $a_{m,m+2}$, определяемая выражением (2.32); δ_{mn} – коэффициент возбуждения определяется выражением (4.8):

$$\delta_{mn} = \frac{\lambda_n^4 m^4 P / n - \kappa^* m^4 - p^* m^4 (m^2 - 1)}{\lambda_n^4 + m^4 (m^2 - 1)(m^2 - 1 + p^* - 2q_{cp}^*) + \kappa^* m^4 - \lambda_n^4 m^4 P / n} \cdot \mu; \quad (4.8)$$

$2\varepsilon_0$ – коэффициент демпфирования:

$$2\varepsilon_0 = \frac{\eta m^2}{R \rho_0 h \left(\frac{\lambda_n^2}{m^2} + 1 + m^2 \right) + \mu_{bj} m^2} \quad (4.9)$$

Решение уравнения Матье (4.7) для областей неустойчивости, полученное [8, 9] представляет собой неравенства для нахождения границ первой, второй, третьей и так далее областей неустойчивости:

- главная первая область неустойчивости

$$1 - \sqrt{\frac{\delta_{mn}^2}{4} - \frac{4(2\varepsilon_0)^2}{\omega_0^2}} < \left(\frac{2\omega_{mn}}{\omega_0} \right)^2 < 1 + \sqrt{\frac{\delta_{mn}^2}{4} - \frac{4(2\varepsilon_0)^2}{\omega_0^2}}; \quad (4.10)$$

для малых значений коэффициента динамической вязкости ($\eta < 1 \cdot 10^2$ Па·с, для сравнения динамический коэффициент вязкости воды при 0°C равен $\eta_{\text{воды}} = 1,73 \cdot 10^{-3}$ Па·с) коэффициент демпфирования $2\varepsilon_0$, определяемый выражением (4.9), как это было замечено в параграфе 2.7, не учитывается, следовательно, границы области динамической неустойчивости следует определять выражением:

$$1 - \sqrt{\frac{\delta_{mn}^2}{4}} < \left(\frac{2\omega_{mn}}{\omega_0} \right)^2 < 1 + \sqrt{\frac{\delta_{mn}^2}{4}}; \quad (4.10^*)$$

- вторая область неустойчивости

$$4 + \frac{2(\delta_{mn})^2}{3} - \sqrt{\delta_{mn}^4 - \frac{64(2\varepsilon_{mn})^2}{\omega_0^2}} < \left(\frac{2\omega_{mn}}{\omega_0} \right)^2 < 4 + \frac{2(\delta_{mn})^2}{3} + \sqrt{\delta_{mn}^4 - \frac{64(2\varepsilon_{mn})^2}{\omega_0^2}}; \quad (4.11)$$

в условиях отсутствия демпфирования выражение приобретает вид:

$$4 + \frac{2(\delta_{mn})^2}{3} - \sqrt{\delta_{mn}^4} < \left(\frac{2\omega_{mn}}{\omega_0} \right)^2 < 4 + \frac{2(\delta_{mn})^2}{3} + \sqrt{\delta_{mn}^4}; \quad (4.11^*)$$

- третья область неустойчивости

$$9 + \frac{81(\delta_{mn})^2}{64} - \sqrt{\frac{3^{12}(\delta_{mn})^6}{2^{18}} - \frac{324(2\varepsilon_0)^2}{\omega_0^2}} < \left(\frac{2\omega_{mn}}{\omega_0} \right)^2 < 9 + \frac{81(\delta_{mn})^2}{64} + \sqrt{\frac{3^{12}(\delta_{mn})^6}{2^{18}} - \frac{324(2\varepsilon_0)^2}{\omega_0^2}}; \quad (4.12)$$

и соответственно без демпфера:

$$9 + \frac{81(\delta_{mn})^2}{64} - \sqrt{\frac{3^{12}(\delta_{mn})^6}{2^{18}}} < \left(\frac{2\omega_{mn}}{\omega_0} \right)^2 < 9 + \frac{81(\delta_{mn})^2}{64} + \sqrt{\frac{3^{12}(\delta_{mn})^6}{2^{18}}}. \quad (4.12^*)$$

Неравенства (4.10), (4.11), (4.12) содержат дополнительные условия:

- для первой области

$$\delta_{mn} > 4 \frac{2\varepsilon_{mn}}{\omega_0}, \quad (4.13)$$

- для второй области

$$\delta_{mn} > 2 \sqrt{2 \frac{2\varepsilon_{mn}}{\omega_0}}, \quad (4.14)$$

- для третьей области

$$\delta_{mn} > \frac{8}{3} \sqrt{\frac{4 \left(\frac{2\varepsilon_{mn}}{\omega_0} \right)^2}{9}}. \quad (4.15)$$

Анализ полученных значений, как это было замечено в [8, 52], показывает, что при наличии затухания (демпфирования), чтобы был заметен резонанс $\omega_{mn} \approx \omega_0$, требуется большая глубина модуляции $\delta_{mn} \cdot \omega_{mn}^2$, чем в случае резонанса $\omega_{mn} \approx \omega_0/2$ и ещё тяжелее осуществить резонанс при $\omega_{mn} \approx 3\omega_0/2$.

Оценка возможности возникновения параметрического резонанса для газопровода заключается в нахождении нижней и верхней границ областей методом подстановки значений в (4.10), (4.11), (4.12) и (4.10*), (4.11*), (4.12*), далее при известных значениях ω_{mn} , ω_0 , p_0 , P , k , находится точка. Если точка

попадает в очерченную область, то возникновение параметрического резонанса очень велико.

Используя предложенную методику, построены области динамической неустойчивости для газопроводов большого диаметра, уложенного в грунтовой среде с коэффициентом динамической вязкости $\eta = 0,7 \cdot 10^4$ Па·с (для сравнения: $\eta_{\text{вода}} = 1,7 \cdot 10^{-3}$ Па·с, $\eta_{\text{ртуть}} = 1,55 \cdot 10^{-3}$ Па·с, $\eta_{\text{нефть}} = 0,128$ Па·с), при различных параметрах тонкостенности. Для сравнения расчёт произведён с учётом влияния демпфера и без него. Результаты смотри таблицу 4.1.

Зависимость частот возмущения ω_0 (Гц) для 2-х областей динамической неустойчивости от внутреннего рабочего давления при коэффициенте динамической вязкости $\eta = 0,5 \cdot 10^4$ Па·с с учётом и без учёта демпфера.

Таблица 4.1

С учётом демпфера							
$\eta = 0,5 \cdot 10^4$ Па·с; $h/R = 1/30$; $P = F/F_s = 0,1$; $L/R = 1/10$; $\kappa = 0$, $H = 2$ м;							
p_0 (МПа)	2,0	4,2	5,0	6,4	8,0	10,0	12,0
1-я область	=	<u>45,26</u>	<u>49,41</u>	<u>56,31</u>	<u>63,64</u>	<u>72,09</u>	<u>79,88</u>
	-	45,26	47,58	51,24	55,02	59,34	63,35
2-я область	=	=	=	<u>13,42</u>	<u>15,03</u>	<u>16,79</u>	<u>18,38</u>
	-	-	-	12,19	12,84	13,67	14,47
Без учёта демпфера							
$\eta = 0,0$ Па·с; $h/R = 1/30$; $P = F/F_s = 0,1$; $L/R = 1/10$; $\kappa = 0$, $H = 2$ м;							
p_0 (МПа)	2,0	4,2	5,0	6,4	8,0	10,0	12,0
1-я область	<u>34,90</u>	<u>46,81</u>	<u>51,01</u>	<u>57,99</u>	<u>65,42</u>	<u>73,93</u>	<u>81,83</u>
	34,90	43,81	46,19	49,91	53,75	58,13	62,17
2-я область	<u>8,71</u>	<u>11,44</u>	<u>12,32</u>	<u>13,76</u>	<u>15,25</u>	<u>16,95</u>	<u>19,95</u>
	8,71	10,72	11,19	11,92	12,68	13,57	18,51
С учётом демпфера							
$\eta = 0,5 \cdot 10^4$ Па·с; $h/R = 1/40$; $P = F/F_s = 0,1$; $L/R = 1/10$; $\kappa = 0$, $H = 2$ м;							
p_0 (МПа)	2,00	2,95	3,85	6,00	8,00	10,00	12,00
1-я область	=	<u>31,38</u>	<u>36,82</u>	<u>48,39</u>	<u>57,58</u>	<u>65,72</u>	<u>73,10</u>
	-	31,38	34,29	40,23	44,97	49,24	53,16
2-я область	=	=	<u>8,47</u>	<u>11,28</u>	<u>13,15</u>	<u>14,80</u>	<u>16,28</u>
	-	-	8,47	9,26	10,19	11,08	11,91
Без учёта демпфера							
$\eta = 0,0$ Па·с; $h/R = 1/40$; $P = F/F_s = 0,1$; $L/R = 1/10$; $\kappa = 0$, $H = 2$ м;							
p_0 (МПа)	2,00	2,95	3,85	6,00	8,00	10,00	12,00
1-я область	<u>26,33</u>	<u>32,70</u>	<u>38,22</u>	<u>49,96</u>	<u>59,25</u>	<u>67,48</u>	<u>74,91</u>
	26,33	30,17	33,16	39,20	43,99	48,30	52,24
2-я область	<u>6,53</u>	<u>7,95</u>	<u>9,09</u>	<u>11,44</u>	<u>13,28</u>	<u>14,90</u>	<u>16,36</u>
	6,53	7,35	7,94	9,15	10,13	11,03	11,86
С учётом демпфера							
$\eta = 0,5 \cdot 10^4$ Па·с; $h/R = 1/50$; $P = F/F_s = 0,1$; $L/R = 1/10$; $\kappa = 0$, $H = 2$ м;							

p_0 (МПа)	1,5	2,2	2,81	6,00	8,00	10,00	12,00
1-я область	-	<u>21,42</u>	<u>25,24</u>	<u>41,20</u>	<u>49,08</u>	<u>55,99</u>	<u>62,20</u>
	-	21,42	23,46	31,68	35,85	39,58	42,98
2-я область	-	-	<u>5,80</u>	<u>9,36</u>	<u>10,95</u>	<u>12,33</u>	<u>13,57</u>
	-	-	5,80	7,16	8,03	8,82	9,55
Без учёта демпфера							
$\eta = 0,0$ Па·с; $h/R = 1/50$; $P = F/F_s = 0,1$; $L/R = 1/10$; $\kappa = 0$, $H = 2$ м;							
p_0 (МПа)	1,5	2,2	2,81	6,00	8,00	10,00	12,00
1-я область	<u>17,43</u>	<u>22,36</u>	<u>26,24</u>	<u>42,41</u>	<u>50,36</u>	<u>57,31</u>	<u>63,56</u>
	17,43	20,57	22,66	31,00	35,20	38,94	42,35
2-я область	<u>4,37</u>	<u>5,43</u>	<u>6,23</u>	<u>9,44</u>	<u>11,01</u>	<u>12,38</u>	<u>13,61</u>
	4,37	5,01	5,42	7,11	7,99	8,79	9,53

Анализ значений в таблице 4.1 и на рисунке 4.1 показывает, что для толстостенных трубопроводов ($h/R=1/30$) верхняя и нижняя граница области сходятся при значении внутреннего рабочего давления $p_0=4,7$ МПа, а для параметра тонкостенности $h/R=1/50$, при $p_0=1,80$ МПа, следовательно, с уменьшением параметра тонкостенности область динамической неустойчивости увеличивается, это говорит о том, что трубопроводы с большей толщиной стенки менее подвержены параметрическому резонансу. Значения в таблицах 4.1 и на рисунке 4.1 показывают, что для параметра тонкостенности $h/R=1/30$ для первой области неустойчивости при значении параметра продольной силы $P=0,1$ нижняя и верхняя границы сходятся, когда внутреннее рабочее давление равно $p_0=4,2$ МПа. Без учёта влияния демпфера эта граница находится при значении $p_0=2,0$ МПа, это означает что, область динамической неустойчивости, для расчётов без учёта влияния демпфера, как это видно на рисунке 4.1, расширяется, следовательно, учёт сил сопротивления среды дает более узкую область неустойчивости, а значит для определённых значений частот возбуждения, исключает возможность возникновения параметрического резонанса из части области без учёта демпфера (3-я область неустойчивости в таблице не отражена, так как значения актуальны только при давлении $p_0 > 30$ МПа).

С увеличением вязкости грунтовой среды разница в границах динамической неустойчивости с учётом и без учёта демпфера увеличивается, следовательно, для более стабильных грунтов учёт сил сопротивления среды

будет наиболее важен, так как сужает область неустойчивости либо вообще исключает её существование. Например, для грунтовой среды с коэффициентом динамической вязкости $\eta=2,0 \cdot 10^4$ Па·с при параметре тонкостенности $h/R=1/30$ разница площадей для 1-ой области динамической неустойчивости с учётом и без учётом демпфера составляет 76%, а для грунта с коэффициентом вязкости $\eta=0,5 \cdot 10^4$ Па·с эта разница составляет 28% (см. рисунки 4.1 и 4.2). Для вязкости $\eta=2,0 \cdot 10^4$ грунта 2-я область динамической неустойчивости полностью отсутствует при учёте влияния демпфера, в то время как без его учёта границы определяются, а для вязкости $\eta=0,5 \cdot 10^4$ обе границы 2-ой области определяются.

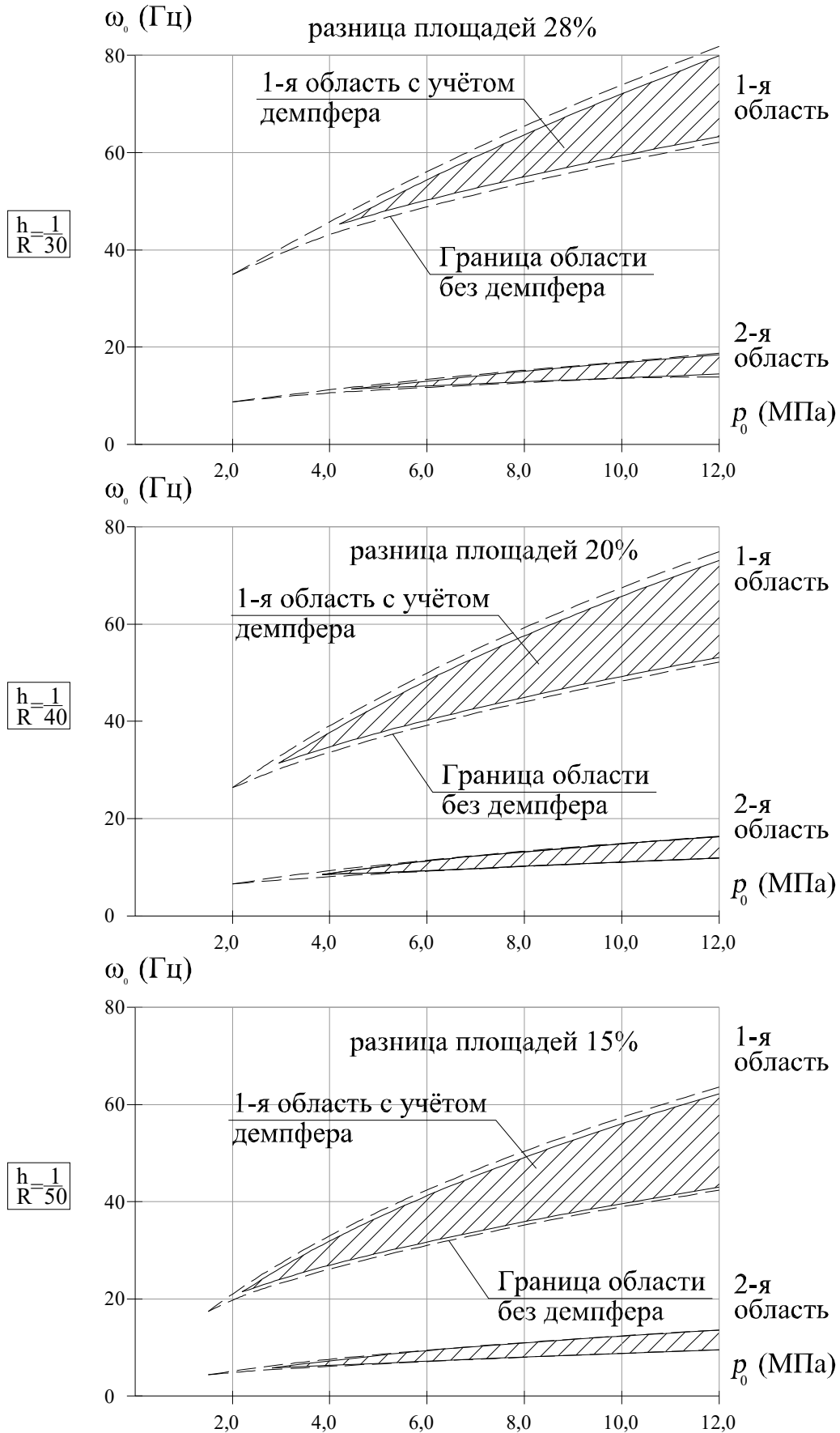


Рисунок 4.1 Области динамической неустойчивости в зависимости от внутреннего давления для подземного газопровода, уложенного в грунт с коэффициентом вязкости $\eta = 0,5 \cdot 10^4$ Па·с.

Зависимость частот возмущения ω_0 (Гц) для 2-х областей динамической неустойчивости от внутреннего рабочего давления при коэффициенте динамической вязкости $\eta = 2,0 \cdot 10^4$ Па·с с учётом и без учёта демпфера.

Таблица 4.2

С учётом демпфера							
$\eta = 2,0 \cdot 10^4$ Па·с; $h/R=1/30$; $P=F/F_s = 0,01$; $L/R = 1/10$; $\kappa = 0$, $H=2$ м;							
p_0 (МПа)	2,0	4,0	6,0	6,5	7,0	10,0	12,0
1-я область	=	=	<u>59,31</u>	<u>61,13</u>	<u>63,18</u>	<u>74,67</u>	<u>81,69</u>
	-	-	59,31	60,67	61,70	67,53	71,51
2-я область	=	=	=	=	=	=	=
	-	-	-	-	-	-	-
Без учёта демпфера							
$\eta = 0,0$ Па·с; $h/R=1/30$; $P=F/F_s = 0,1$; $L/R = 1/10$; $\kappa = 0$, $H=2$ м;							
p_0 (МПа)	1,1	2,0	4,0	6,5	7,0	10,0	12,0
1-я область	<u>40,85</u>	<u>46,11</u>	<u>56,33</u>	<u>67,85</u>	<u>69,96</u>	<u>81,95</u>	<u>89,23</u>
	40,85	43,61	49,30	55,27	56,36	62,50	66,27
2-я область	<u>10,13</u>	<u>11,31</u>	<u>13,44</u>	<u>15,76</u>	<u>16,19</u>	<u>18,56</u>	<u>19,99</u>
	10,13	10,71	11,83	13,01	13,23	14,48	15,26
С учётом демпфера							
$\eta = 2,0 \cdot 10^4$ Па·с; $h/R=1/40$; $P=F/F_s = 0,01$; $L/R = 1/10$; $\kappa = 0$, $H=2$ м;							
p_0 (МПа)	0,5	2,0	4,3	6,0	8,0	10,0	12,0
1-я область	=	=	<u>43,38</u>	<u>51,04</u>	<u>59,13</u>	<u>66,46</u>	<u>73,23</u>
	-	-	43,38	47,27	51,47	55,36	58,99
2-я область	=	=	=	=	=	=	=
	-	-	-	-	-	-	-
Без учёта демпфера							
$\eta = 0,0$ Па·с; $h/R=1/40$; $P=F/F_s = 0,1$; $L/R = 1/10$; $\kappa = 0$, $H=2$ м;							
p_0 (МПа)	0,5	2,0	4,3	6,0	8,0	10,0	12,0
1-я область	<u>26,52</u>	<u>36,34</u>	<u>49,06</u>	<u>57,12</u>	<u>65,56</u>	<u>73,16</u>	<u>80,11</u>
	26,52	32,30	38,89	43,03	47,43	51,44	55,16
	<u>6,61</u>	<u>8,72</u>	<u>11,28</u>	<u>12,88</u>	<u>14,54</u>	<u>16,03</u>	<u>17,40</u>
	6,61	7,79	9,09	9,94	10,86	11,70	12,49
2-я область	<u>6,61</u>	<u>8,72</u>	<u>11,28</u>	<u>12,88</u>	<u>14,54</u>	<u>16,03</u>	<u>17,40</u>
	6,61	7,79	9,09	9,94	10,86	11,70	12,49
С учётом демпфера							
$\eta = 2,0 \cdot 10^4$ Па·с; $h/R=1/50$; $P=F/F_s = 0,01$; $L/R = 1/10$; $\kappa = 0$, $H=2$ м;							
p_0 (МПа)	0,2	1,5	3,0	6,0	8,0	10,0	12,0
1-я область	=	=	<u>29,95</u>	<u>42,68</u>	<u>49,75</u>	<u>56,08</u>	<u>61,86</u>
	-	-	29,95	36,49	40,28	43,74	46,94
2-я область	=	=	=	=	=	<u>12,30</u>	<u>13,59</u>
	-	-	-	-	-	9,73	10,35
Без учёта демпфера							
$\eta = 0,0$ Па·с; $h/R=1/50$; $P=F/F_s = 0,1$; $L/R = 1/10$; $\kappa = 0$, $H=2$ м;							
p_0 (МПа)	0,2	1,5	3,0	6,0	8,0	10,0	12,0
1-я область	<u>17,74</u>	<u>25,64</u>	<u>34,04</u>	<u>47,34</u>	<u>54,64</u>	<u>61,42</u>	<u>67,05</u>
	17,74	22,42	26,75	33,66	37,56	41,09	44,34
2-я область	<u>4,26</u>	<u>6,11</u>	<u>7,80</u>	<u>10,42</u>	<u>11,86</u>	<u>13,15</u>	<u>14,32</u>
	4,26	5,38	6,24	7,68	8,50	9,26	9,96

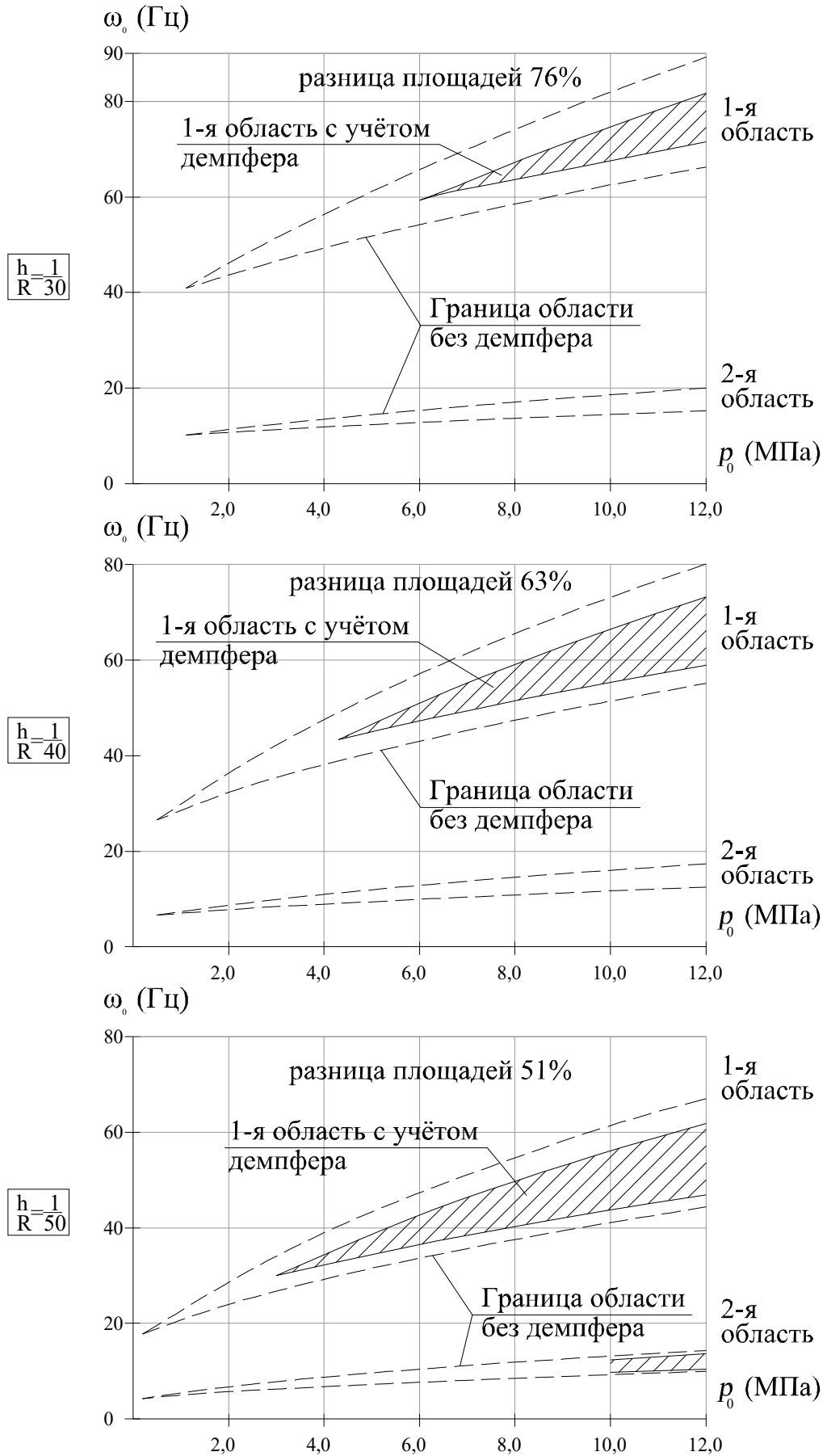


Рисунок 4.2 Области динамической неустойчивости в зависимости от внутреннего давления для подземного газопровода, уложенного в грунт с коэффициентом вязкости $\eta = 2,0 \cdot 10^4$ Па·с.

Далее построим области динамической неустойчивости в зависимости от параметра продольной силы с учётом влияния демпфирующих свойств грунтовой среды. Полученные значения приведены в таблице 4.3.

Зависимость частот возмущения ω_0 (Гц) для первой и второй области динамической неустойчивости от параметра продольной силы для различных параметров тонкостенности.

Таблица 4.3

$\eta = 0,5 \cdot 10^4$ Па·с; $h/R=1/30$; $p_0=3,0$ (МПа); $L/R=1/10$; $\kappa=0$, $H=2$ м;							
$P=F/F_3$	0,183	0,197	0,214	0,23	0,235	0,24	0,25
1-я область	<u>29,97</u> 29,97	<u>29,78</u> 25,52	<u>32,08</u> 20,83	<u>51,44</u> 14,35	<u>90,16</u> 12,19	= 10,06	= 6,11
2-я область	= -	<u>6,5</u> 6,5	<u>7,74</u> 4,42	<u>6,97</u> 2,72	<u>7,31</u> 2,26	<u>8,00</u> 1,8	<u>14,61</u> <u>1,03</u>
3-я область	= -	= -	<u>2,4</u> 2,4	<u>3,31</u> 1,27	<u>4,49</u> 0,99	<u>14,74</u> 0,74	<u>37,13</u> 0,34
$\eta = 0,5 \cdot 10^4$ Па·с; $h/R=1/40$; $p_0=3,0$ (МПа); $L/R=1/10$; $\kappa=0$, $H=2$ м;							
$P=F/F_3$	0,218	0,228	0,24	0,25	0,257	0,26	0,27
1-я область	<u>19,71</u> 19,71	<u>19,79</u> 17,11	<u>22,20</u> 13,22	<u>36,82</u> 9,36	= 6,56	= 5,43	= 2,27
2-я область	= -	<u>4,15</u> 4,15	<u>4,47</u> 2,15	<u>4,69</u> 1,77	<u>5,46</u> 1,16	= 0,93	= 0,36
3-я область	= -	= -	<u>1,51</u> 1,51	<u>2,30</u> 0,81	<u>18,83</u> 0,47	= 0,35	= 0,09
$\eta = 0,5 \cdot 10^4$ Па·с; $h/R=1/50$; $p_0=3,0$ (МПа); $L/R=1/10$; $\kappa=0$, $H=2$ м;							
$P=F/F_3$	0,257	0,266	0,276	0,287	0,30	-	-
1-я область	<u>13,51</u> 13,51	<u>13,52</u> 11,64	<u>15,27</u> 8,96	<u>48,57</u> 5,44	= 1,72	= -	= -
2-я область	= -	<u>4,32</u> 4,32	<u>3,05</u> 1,85	<u>3,38</u> 0,99	= 0,28	= -	= -
3-я область	= -	= -	<u>1,12</u> 1,22	<u>2,29</u> 0,43	= 0,07	= -	= -

Анализ значений в таблице 4.3 и на рисунке 4.3 показывает, что с увеличением параметра продольной силы области динамической неустойчивости расширяются для всех параметров тонкостенности, что может привести к параметрическому резонансу и потери динамической устойчивости для трубопровода.

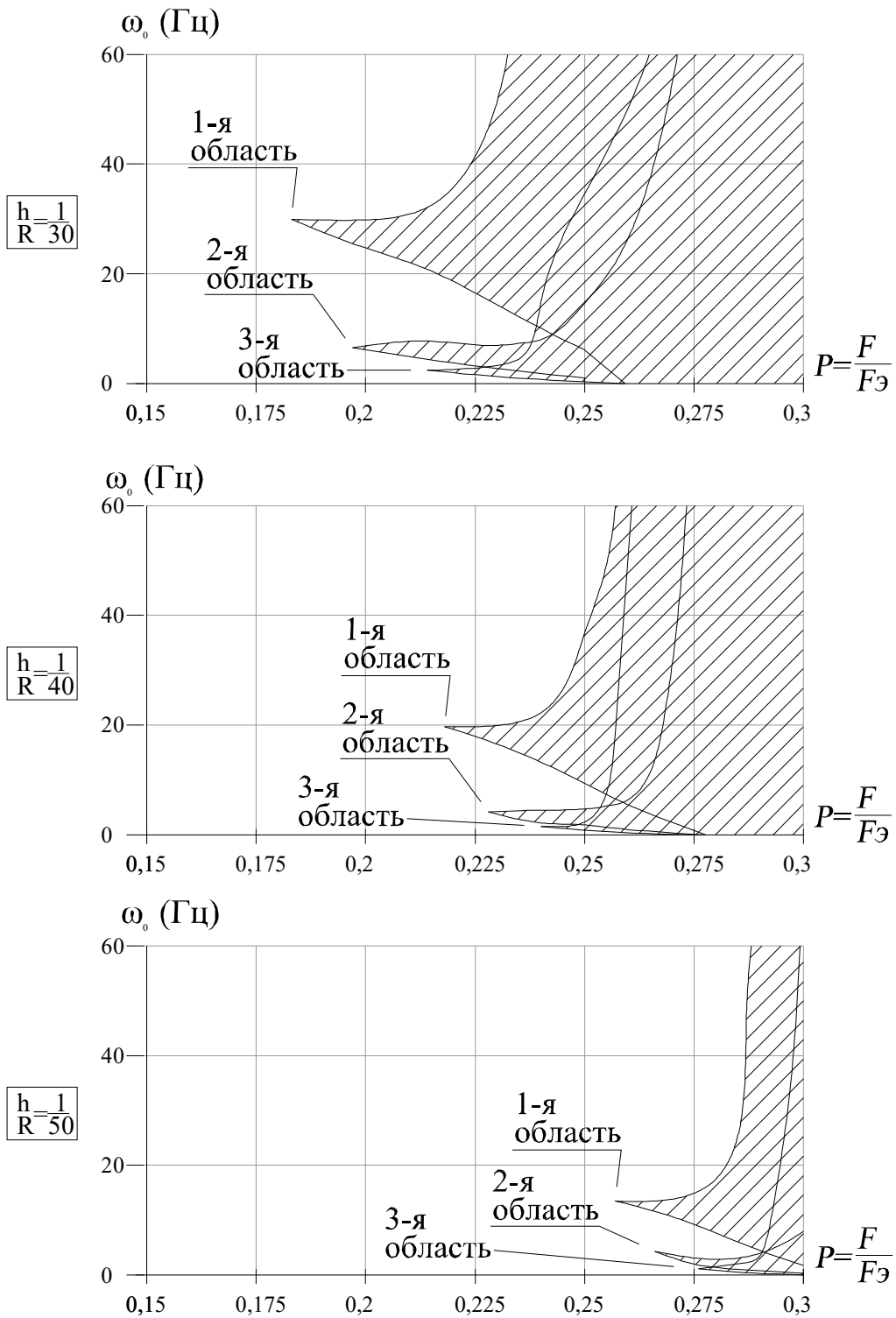


Рисунок 4.3 Области динамической неустойчивости для подземного газопровода, уложенного в грунт с коэффициентом динамической вязкости $\eta = 0,5 \cdot 10^4$ Па·с с различными параметрами тонкостенности в зависимости от величины параметра продольной силы.

Зависимость частот возмущения ω_0 (Гц) для областей динамической неустойчивости от коэффициента динамической вязкости подземного газопровода

Таблица 4.4

$h/R=1/30; P=F/F_s=0,1; L/R=1/10; \kappa=0, H=2\text{м};$								
	$p_0=6,0$ (МПа);				$p_0=12,0$ (МПа);			
$\eta \cdot 10^4$ Па·с	0,1	0,58	1,0	1,2	0,1	0,5	1,5	3,2
1-я область	<u>55,97</u> 49,56	<u>54,64</u> 50,65	<u>53,08</u> 52,07	<u>52,59</u> 52,59	<u>81,54</u> 62,73	<u>79,99</u> 63,68	<u>76,36</u> 66,19	<u>70,90</u> 70,90
2-я область	<u>13,43</u> 11,84	<u>12,54</u> 12,54	= -	= -	<u>18,56</u> 14,48	<u>18,43</u> 14,56	<u>15,73</u> 15,73	= -
$h/R=1/40; P=F/F_s=0,1; L/R=1/10; \kappa=0, H=2\text{м};$								
	$p_0=6,0$ (МПа);				$p_0=12,0$ (МПа);			
$\eta \cdot 10^4$ Па·с	0,1	1,03	1,5	2,1	0,1	2,17	3,0	4,4
1-я область	<u>49,71</u> 39,59	<u>46,91</u> 41,57	<u>45,61</u> 42,64	<u>44,07</u> 44,07	<u>74,56</u> 52,56	<u>67,66</u> 56,63	<u>65,24</u> 58,45	<u>61,62</u> 61,62
2-я область	<u>11,47</u> 9,21	<u>10,21</u> 10,21	= -	= -	<u>16,38</u> 11,90	<u>13,73</u> 13,73	= -	= -
$h/R=1/50; P=F/F_s=0,1; L/R=1/10; \kappa=0, H=2\text{м};$								
	$p_0=6,0$ (МПа);				$p_0=12,0$ (МПа);			
$\eta \cdot 10^4$ Па·с	0,1	0,7	1,55	3,1	0,1	2,0	2,84	5,7
1-я область	<u>42,18</u> 31,22	<u>40,76</u> 32,05	<u>38,89</u> 33,31	<u>35,88</u> 35,88	<u>63,29</u> 42,54	<u>58,44</u> 45,05	<u>56,53</u> 46,26	<u>50,88</u> 50,88
2-я область	<u>9,45</u> 7,14	<u>9,30</u> 7,23	<u>8,13</u> 8,13	= -	<u>13,62</u> 9,55	<u>12,84</u> 9,97	<u>4,53</u> 4,53	= -

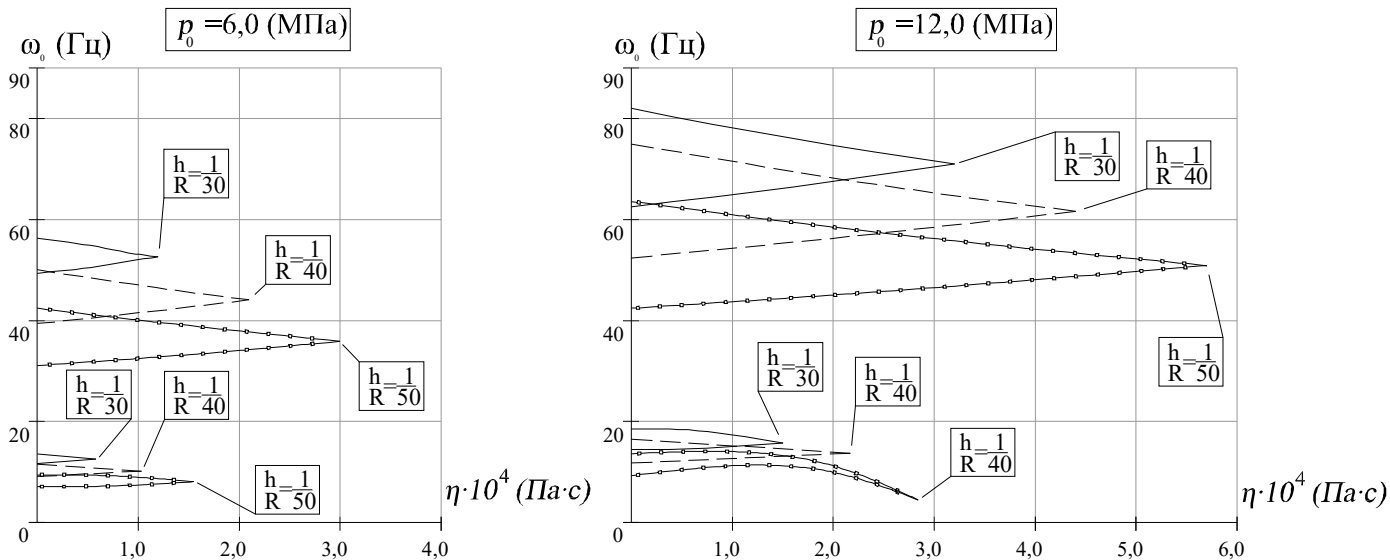


Рисунок 4.4 Области динамической неустойчивости для подземного газопровода, уложенного в грунт с различным коэффициентом динамической вязкости, для различных параметров тонкостенности.

Исследования влияния коэффициента динамической вязкости на частоту возбуждения, результаты которого занесены в таблицу 4.4 и отражены на рисунке 4.4. показывают, что с увеличением данного коэффициента область динамической неустойчивости сужается и при некоторых значениях границы

верхней и нижней зоны сходятся в одной точке, в которой область заканчивает своё существование, следовательно, с последующим увеличением значений коэффициента вязкости грунтовой среды динамическая неустойчивость газопровода будет обеспечена. Для трубопроводов с меньшим параметром тонкостенности эта граница смещена в сторону больших значений динамической вязкости. Например, при $h/R=1/30$ и давлении 6,0 МПа для 1-ой области неустойчивости сходимость найдена для значения $\eta = 1,2 \cdot 10^4$ Па·с, а при параметре $h/R=1/50$ для $\eta = 3,1 \cdot 10^4$ Па·с, это говорит о том, что трубопроводы с большей толщиной стенки менее подвержены параметрическому резонансу. С увеличением внутреннего рабочего давления области неустойчивости для всех параметров тонкостенности увеличиваются, это объясняется увеличением собственных частот колебаний, которые были исследованы в параграфе 2.3.

4.2 Параметрические колебания подземных нефтепроводов.

В данном параграфе решается задача динамической устойчивости подземных нефтепроводов большого диаметра при нестационарном внутреннем рабочем давлении, продольной сжимающей силы, реакции упругого отпора грунта, давления грунта, присоединённой массы грунта, протекающего потока жидкости, а так же сил сопротивления среды.

Рассмотрим участок подземного нефтепровода, который подвергается воздействию пульсирующего внутреннего рабочего давления $p(t)$:

$$p(t) = p_0(1 + \mu \cos \omega_0 t), \quad (4.16)$$

оно приводит к возбуждению скорости потока жидкости, описываемое функцией:

$$V(t) = V_0(1 + \mu \cos \omega_0 t); \quad (4.17)$$

где: p_0 – внутреннее рабочее давление; V_0 – скорость потока жидкости; ω_0 – частота возбуждения, соответствующая характеристикам насосной станции; $\mu \leq 0,5$ – коэффициент возбуждения [6].

Не стационарное внутреннее рабочее давление приводит стационарную продольную сжимающую силу к функции:

$$F(t) = F(1 + \mu \cos \omega_0 t); \quad (4.18)$$

с коэффициент упругого отпора грунта к функции:

$$\kappa(t) = \kappa(1 + \mu \cos \omega_0 t); \quad (4.19)$$

где: F – продольная сжимающая сила; κ – коэффициент упругого отпора грунта.

Опираясь на метод, изложенный в параграфе 4.1, получаем систему разделяющихся дифференциальных уравнений движения оболочки относительно функций времени $\varphi(t)$ и, вынося за скобки пять первых слагаемых при $\varphi(t)$, получим:

$$\begin{aligned} & \varphi''(t) + \frac{\eta m^2}{R \rho_0 h \left(\frac{\lambda_n^2}{m^2} + 1 + m^2 \right) + \mu_{bj} m^2 + \rho_0 \Phi_{mn} R^2 m^2} \varphi'(t) + \\ & + \frac{\lambda_n^4 + m^4 (m^2 - 1) (m^2 - 1 + p^* - 2q_{cp}^*) + \kappa^* m^4 - \lambda_n^4 m^4 P / n - \lambda_n^4 \rho_0^* \Phi_{mn} V^2 m^4 h_v}{\rho^* R h (\lambda_n^2 h_v + m^2 + m^4) + \mu_{bj}^* m^4 + \rho_0 \Phi_{mn} R^2 m^2} \times \\ & \times \left[1 - \frac{\left[\lambda_n^4 m^4 P / n + \lambda_n^4 \rho_0^* \Phi_{mn} V^2 m^4 h_v - \kappa^* m^4 - p^* m^4 (m^2 - 1) \right]}{\left[\lambda_n^4 + m^4 (m^2 - 1) (m^2 - 1 + p^* - 2q_{cp}^*) + \kappa^* m^4 - \lambda_n^4 m^4 P / n - \lambda_n^4 \rho_0^* \Phi_{mn} V^2 m^4 h_v \right]} \mu \cos \omega_0 t \right] \varphi(t) = 0 \end{aligned} \quad (4.20)$$

Полученное уравнение (4.20) представляет разделяющуюся систему дифференциальных уравнений Матье при $m, n = 1, 2, \dots$

$$\varphi''(t) + 2\varepsilon_0 \varphi'(t) + \omega_{mn}^2 (1 - \delta_{mn} \cos \omega_0 t) \varphi(t) = 0; \quad (4.21)$$

где ω_{mn}^2 есть квадрат частоты свободных колебаний подземного участка нефтепровода без учёта побочных коэффициентов $a_{m,m+1}$, $a_{m,m+2}$, определяемый выражением (3.10).

Коэффициент возбуждения δ_{mn} определяется выражением из (4.20):

$$\delta_{mn} = \frac{\lambda_n^4 m^4 P / n + \lambda_n^4 \rho_0^* \Phi_{mn} V^2 m^4 h_v - \kappa^* m^4 - p^* m^4 (m^2 - 1)}{\lambda_n^4 + m^4 (m^2 - 1) (m^2 - 1 + p^* - 2q_{cp}^*) + \kappa^* m^4 - \lambda_n^4 m^4 P / n - \lambda_n^4 \rho_0^* \Phi_{mn} V^2 m^4 h_v} \cdot \mu. \quad (4.22)$$

Коэффициент демпфирования $2\varepsilon_0$ из (4.20):

$$2\varepsilon_0 = \frac{\eta m^2}{R\rho_0 h \left(\frac{\lambda_n^2}{m^2} + 1 + m^2 \right) + \mu_{bj} m^2 + \rho_0 \Phi_{mn} R^2 m^2}. \quad (4.23)$$

Оценка динамической устойчивости для подземных нефтепроводов аналогична газопроводам и заключается в нахождении границ, как это было рассмотрено в параграфе 4.1, удовлетворяющим неравенствам (4.10... 4.12) и дополнительным условиям (4.13 ... 4.15).

Для наглядности предложенной методики в отношении тонкостенных подземных нефтепроводов рассмотрим участки различного диаметра, уложенные в грунтовую среду с разными значениями коэффициента динамической вязкости с различными значениями параметра продольной силы и внутреннего давления.

Значения, полученные в таблицах (4.5...4.6) и на рисунках (4.5...4.6) позволяют сделать аналогичные выводы в отношении подземных нефтепроводов большого диаметра, как и выводы, описанные в параграфе 4.1 в области параметрического резонанса для подземного газопровода.

Зависимость частот возмущения ω_0 (Гц) для областей динамической неустойчивости от внутреннего рабочего давления при коэффициенте динамической вязкости $\eta = 0,5 \cdot 10^4$ Па·с с учётом и без учёта демпфера для подземного нефтепровода.

Таблица 4.5

С учётом демпфера					
$\eta = 0,5 \cdot 10^4$ Па·с; $h/R=1/30$; $P=F/F_0=0,1$; $L/R=1/10$; $\kappa=0$, $H=2$ м;					
p_0 (МПа)	2,0	4,2	5,0	6,3	8,0
1-я область	= -	<u>42,78</u> 42,78	<u>46,59</u> 44,98	<u>52,54</u> 48,17	<u>59,79</u> 51,92
2-я область	= -	= -	= -	<u>11,52</u> 11,52	<u>14,15</u> 12,14
Без учёта демпфера					
$\eta = 0,0$ Па·с; $h/R=1/30$; $P=F/F_0=0,1$; $L/R=1/10$; $\kappa=0$, $H=2$ м;					
p_0 (МПа)	2,0	4,2	5,0	6,3	8,0
1-я область	<u>33,18</u> 33,18	<u>44,15</u> 41,49	<u>48,04</u> 43,71	<u>54,06</u> 46,96	<u>61,40</u> 50,77
2-я область	<u>8,28</u> 8,28	<u>10,81</u> 10,17	<u>11,63</u> 10,61	<u>12,87</u> 11,25	<u>14,35</u> 12,00
С учётом демпфера					

$\eta = 0,5 \cdot 10^4 \text{ Па}\cdot\text{с}; \quad h/R=1/40; \quad P=F/F_s = 0,1; \quad L/R = 1/10; \quad \kappa = 0, \quad H = 2\text{м};$					
p_0 (МПа)	2,00	2,95	3,85	6,00	8,00
1-я область	=	<u>29,52</u>	<u>34,57</u>	<u>45,25</u>	<u>53,79</u>
	-	29,52	32,29	37,80	42,22
2-я область	=	=	<u>7,98</u>	<u>10,57</u>	<u>12,32</u>
	-	-	7,98	8,72	9,59
Без учёта демпфера					
$\eta = 0,0 \text{ Па}\cdot\text{с}; \quad h/R=1/40; \quad P=F/F_s = 0,1; \quad L/R = 1/10; \quad \kappa = 0, \quad H = 2\text{м};$					
p_0 (МПа)	2,00	2,95	3,85	6,00	8,00
1-я область	<u>24,70</u>	<u>30,68</u>	<u>35,83</u>	<u>46,66</u>	<u>55,29</u>
	24,70	28,45	31,27	36,88	41,34
2-я область	<u>6,18</u>	<u>7,48</u>	<u>8,54</u>	<u>10,72</u>	<u>12,42</u>
	6,18	6,95	7,50	8,62	9,53
С учётом демпфера					
$\eta = 0,5 \cdot 10^4 \text{ Па}\cdot\text{с}; \quad h/R=1/50; \quad P=F/F_s = 0,1; \quad L/R = 1/10; \quad \kappa = 0, \quad H = 2\text{м};$					
p_0 (МПа)	1,5	2,2	2,82	6,00	8,00
1-я область	=	<u>20,09</u>	<u>23,65</u>	<u>38,40</u>	<u>45,72</u>
	-	20,09	22,05	29,68	33,56
2-я область	=	=	<u>5,45</u>	<u>8,75</u>	<u>10,21</u>
	-	-	5,45	6,72	7,53
Без учёта демпфера					
$\eta = 0,0 \text{ Па}\cdot\text{с}; \quad h/R=1/50; \quad P=F/F_s = 0,1; \quad L/R = 1/10; \quad \kappa = 0, \quad H = 2\text{м};$					
p_0 (МПа)	1,5	2,2	2,81	6,00	8,00
1-я область	<u>16,49</u>	<u>20,91</u>	<u>24,54</u>	<u>39,47</u>	<u>46,86</u>
	16,49	19,35	21,33	29,07	32,97
2-я область	<u>4,11</u>	<u>5,09</u>	<u>5,84</u>	<u>8,82</u>	<u>10,27</u>
	4,11	4,72	5,11	6,68	7,50

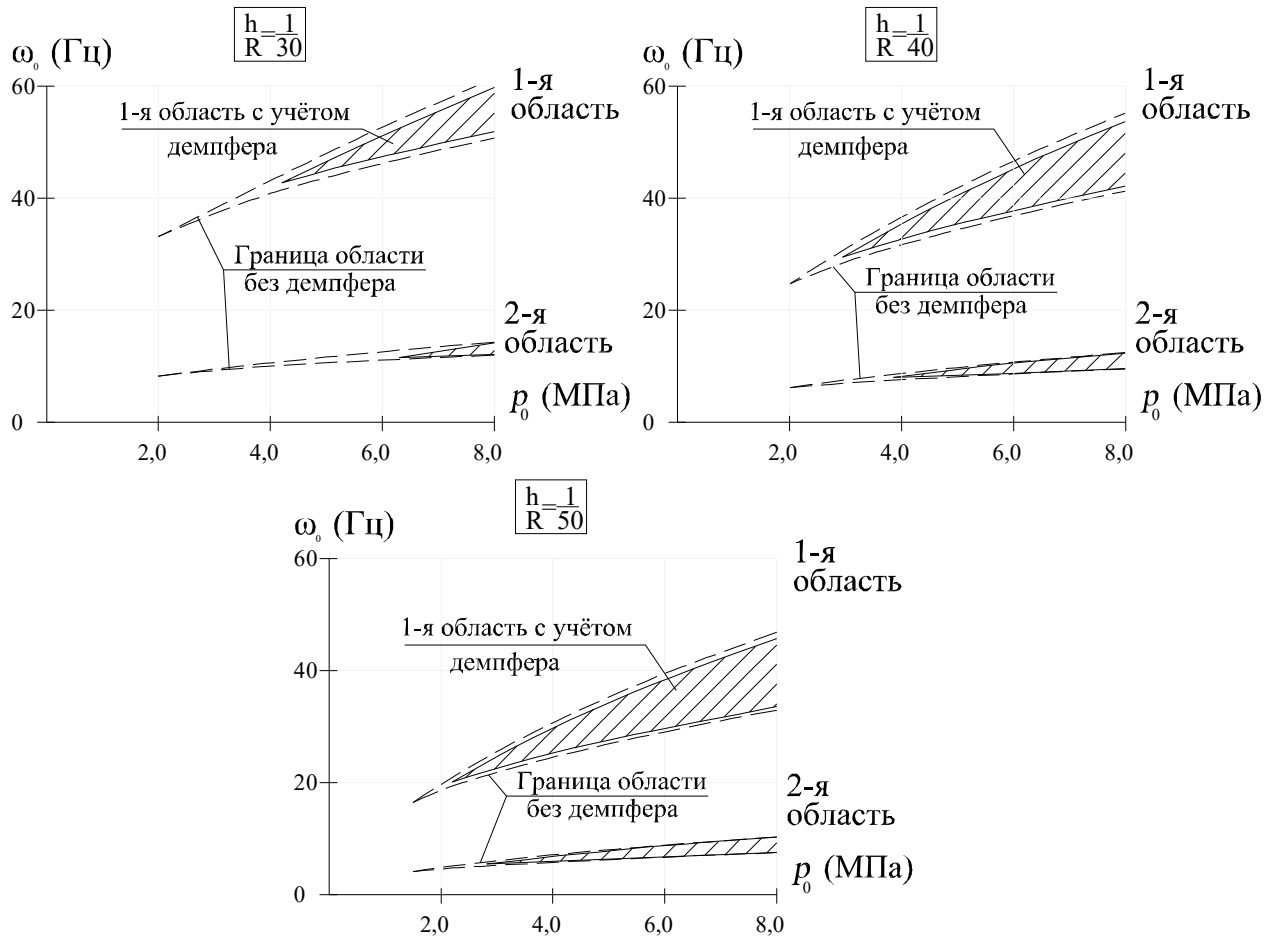


Рисунок 4.5 Области динамической неустойчивости в зависимости от внутреннего давления для подземного нефтепровода, уложенного в грунт с коэффициентом вязкости $\eta=0,5 \cdot 10^4$ Па·с.

Зависимость частот возмущения ω_0 (Гц) для областей динамической неустойчивости от параметра продольной силы для различных параметров тонкостенности.

Таблица 4.6

$\eta=0,5 \cdot 10^4$ Па·с; $h/R=1/30$; $p_0=3,0$ (МПа); $L/R=1/10$; $\kappa=0$, $H=2$ м;							
$P=F/F_3$	0,182	0,197	0,216	0,23	0,235	0,24	0,25
1-я область	<u>28,65</u> 28,65	<u>28,32</u> 25,42	<u>30,67</u> 19,76	<u>42,83</u> 14,60	<u>60,71</u> 12,84	<u>164,03</u> 10,66	= 6,89
2-я область	= -	<u>6,33</u> 6,33	<u>6,44</u> 4,20	<u>6,56</u> 2,85	<u>6,78</u> 2,39	<u>7,21</u> 1,95	<u>10,27</u> 1,18
3-я область	= -	= -	<u>2,27</u> 2,27	<u>2,94</u> 1,35	<u>3,54</u> 1,08	<u>5,76</u> 0,83	= 0,42
$\eta=0,5 \cdot 10^4$ Па·с; $h/R=1/40$; $p_0=3,0$ (МПа); $L/R=1/10$; $\kappa=0$, $H=2$ м;							
$P=F/F_3$	0,217	0,228	0,24	0,25	0,256	0,26	0,27
1-я область	<u>18,85</u> 18,85	<u>18,81</u> 16,34	<u>20,74</u> 12,84	<u>30,98</u> 9,35	<u>105,38</u> 7,14	= 5,71	= 2,63
2-я область	= -	<u>4,02</u> 4,02	<u>4,25</u> 2,69	<u>4,40</u> 1,79	<u>4,81</u> 1,30	<u>5,51</u> 1,01	= 0,42
3-я область	= -	= -	<u>1,49</u> 1,49	<u>2,04</u> 0,84	<u>3,91</u> 0,55	= 0,39	= 0,12
$\eta=0,5 \cdot 10^4$ Па·с; $h/R=1/50$; $p_0=3,0$ (МПа); $L/R=1/10$; $\kappa=0$, $H=2$ м;							
$P=F/F_3$	0,256	0,265	0,275	0,28	0,287	0,29	0,3

1-я область	$\frac{12,72}{12,72}$	$\frac{12,71}{11,01}$	$\frac{14,13}{8,58}$	$\frac{16,95}{7,16}$	$\frac{48,19}{5,06}$	$\frac{=}{4,16}$	$\frac{=}{1,62}$
2-я область	$\frac{=}{-}$	$\frac{2,71}{2,71}$	$\frac{2,87}{1,79}$	$\frac{2,91}{1,41}$	$\frac{3,19}{0,92}$	$\frac{3,53}{0,74}$	$\frac{=}{0,26}$
3-я область	$\frac{=}{-}$	$\frac{=}{-}$	$\frac{1,01}{1,01}$	$\frac{1,22}{0,69}$	$\frac{2,21}{0,40}$	$\frac{2,71}{0,29}$	$\frac{=}{0,07}$

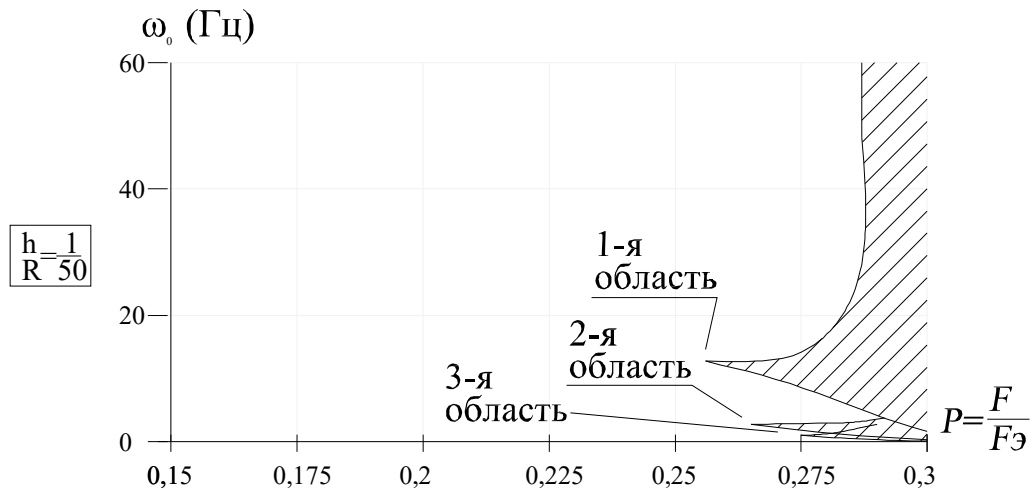
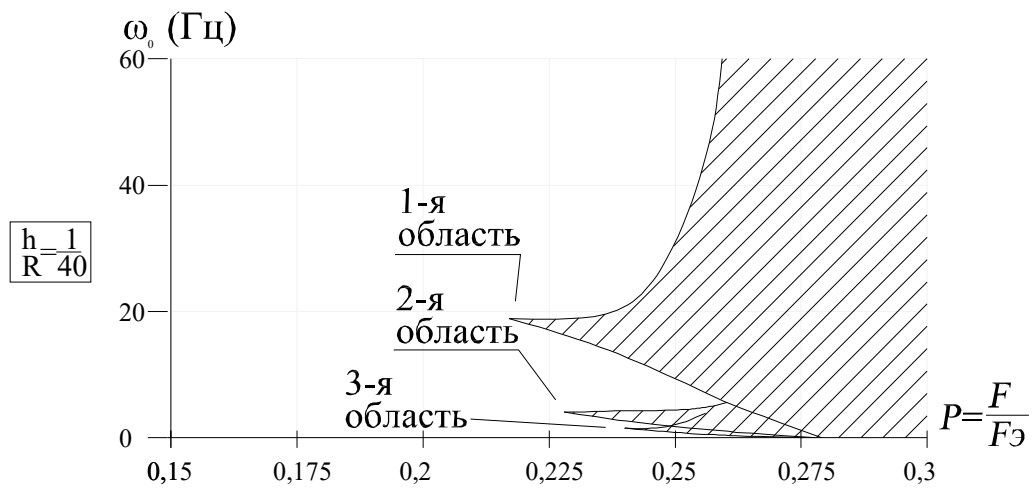
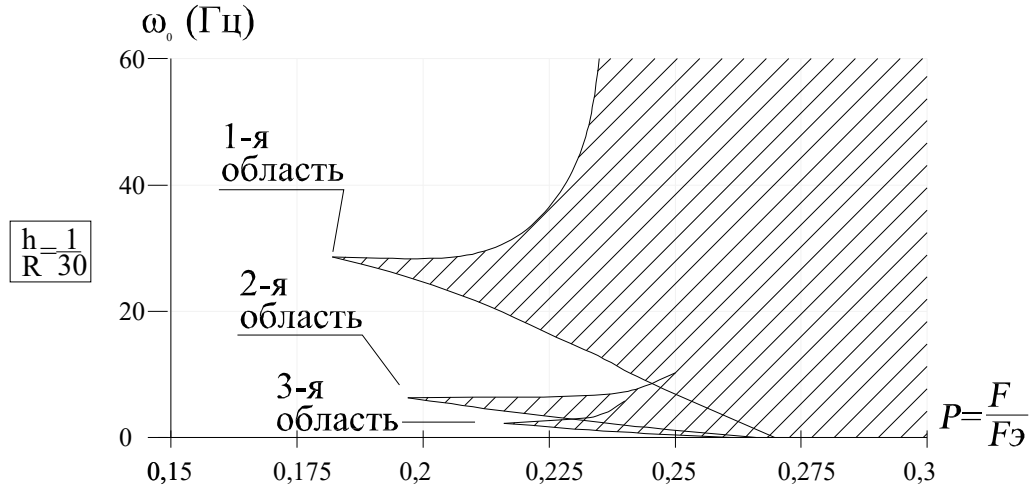


Рисунок 4.6 Области динамической неустойчивости для подземного нефтепровода, уложенного в грунт с коэффициентом динамической вязкости $\eta = 0,5 \cdot 10^4$ Па·с с различными параметрами тонкостенности в зависимости от величины параметра продольной силы.

Зависимость частот возмущения ω_0 (Гц) для областей динамической неустойчивости от коэффициента динамической вязкости для подземного нефтепровода

Таблица 4.7

$h/R=1/30;$ $P=F/F_3=0,1; L/R=1/10; \kappa=0, H=2\text{м}; V=3,0\text{ м/с.}$								
	$p_0=4,0\text{ (МПа);}$				$p_0=6,0\text{ (МПа);}$			
$\eta \cdot 10^4\text{ Па}\cdot\text{с}$	0,1	0,2	0,5	1,0	0,1	0,2	0,59	1,2
1-я область	<u>42,88</u> 41,16	<u>42,6</u> 41,41	<u>42,01</u> 42,01	= -	<u>52,39</u> 46,48	<u>52,09</u> 46,72	<u>50,93</u> 47,69	<u>49,25</u> 49,25
2-я область	<u>10,56</u> 10,08	<u>10,31</u> 10,31	= -	= -	<u>12,58</u> 11,12	<u>12,54</u> 11,14	<u>11,80</u> 11,80	= -
$h/R=1/40;$ $P=F/F_3=0,1; L/R=1/10; \kappa=0, H=2\text{м}; V=3,0\text{ м/с.}$								
	$p_0=3,0\text{ (МПа);}$				$p_0=6,0\text{ (МПа);}$			
$\eta \cdot 10^4\text{ Па}\cdot\text{с}$	0,1	0,54	1,0	1,1	0,1	1,0	1,2	2,1
1-я область	<u>36,39</u> 31,90	<u>35,29</u> 32,80	<u>34,20</u> 33,80	<u>34,00</u> 34,00	<u>46,38</u> 37,06	<u>43,93</u> 38,78	<u>42,20</u> 40,23	<u>41,18</u> 41,18
2-я область	<u>8,69</u> 7,59	<u>8,11</u> 8,11	= -	= -	<u>10,71</u> 8,62	<u>9,42</u> 9,42	= -	= -
$h/R=1/50;$ $P=F/F_3=0,1; L/R=1/10; \kappa=0, H=2\text{м}; V=3,0\text{ м/с.}$								
	$p_0=3,0\text{ (МПа);}$				$p_0=6,0\text{ (МПа);}$			
$\eta \cdot 10^4\text{ Па}\cdot\text{с}$	0,1	0,95	1,5	1,9	0,1	1,0	1,5	3,1
1-я область	<u>30,50</u> 24,65	<u>30,50</u> 24,65	<u>27,94</u> 26,63	<u>27,26</u> 27,26	<u>39,26</u> 29,19	<u>37,38</u> 30,32	<u>36,41</u> 30,99	<u>33,55</u> 33,55
2-я область	<u>7,07</u> 5,75	<u>6,33</u> 6,33	= -	= -	<u>8,81</u> 6,68	<u>8,51</u> 6,86	<u>7,62</u> 7,62	= -

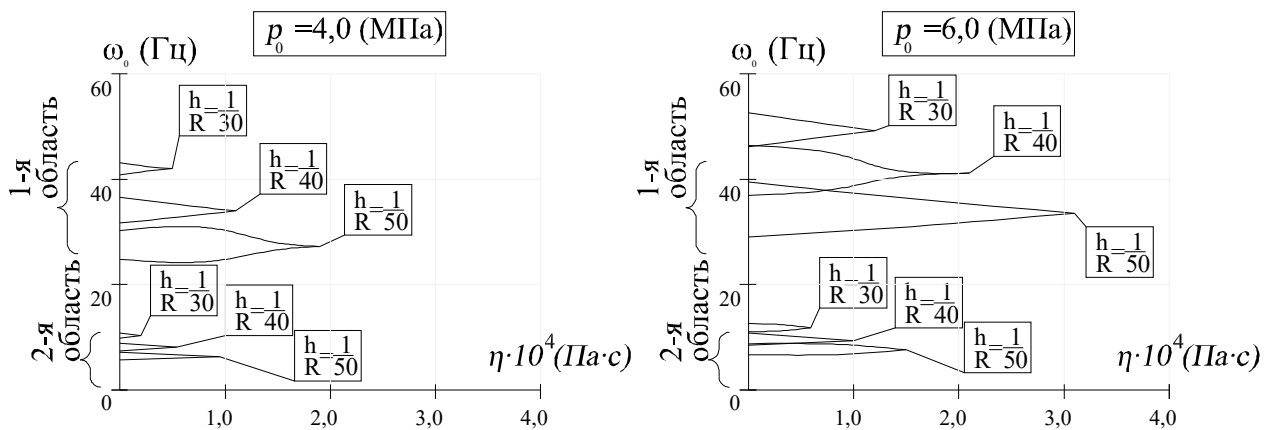


Рисунок 4.7 Области динамической неустойчивости для подземного нефтепровода, уложенного в грунт с различным коэффициентом динамической вязкости, для различных параметров тонкостенности.

Вывод по главе 4.

1. Решена задача параметрического резонанса для объекта исследования с различным диаметром и толщиной стенки, при нестационарном воздействии внутреннего давления, упругого отпора грунта, параметра продольной сжимающей силы и потока протекающей жидкости. Получена разделяющаяся система дифференциальных уравнений Матье, при помощи которой строятся области динамической неустойчивости для оценки возможности возникновения параметрического резонанса.

2. Исследована динамическая устойчивость подземных газо - и нефтепроводов, уложенных в грунтовую среду с различными коэффициентами динамической вязкости при различных параметрах тонкостенности трубопровода, внутреннего рабочего давления, параметра продольной силы. Исследования показывают, что:

- с увеличением вязкости грунтовой среды область динамической неустойчивости сужается и при некоторых значениях перестаёт существовать, то есть для трубопроводов, уложенных в грунт с динамическим коэффициентом вязкости более $\eta > 8 \cdot 10^5$ Па·с, возникновение параметрического резонанса исключено;
- для нестабильных грунтовых сред $0,1 \cdot 10^4 < \eta < 8 \cdot 10^5$ Па·с, в которые уложен трубопровод, потеря динамической устойчивости возможна и вероятность её появления тем выше, чем меньше динамическая вязкость грунтовой среды. Трубопроводов с более толстой стенкой $h/R=1/30$ более выгодны с позиции динамической устойчивости, так как область динамической неустойчивости в 1,5-2,0 раза меньше чем при $h/R=1/40$ или $h/R=1/50$;
- области неустойчивости для одинаковых значений механических и геометрических характеристик подземных нефтепроводов и газопроводов мало различимы (не более 20%), следовательно, возникновение параметрического резонанса одинаково вероятно в обоих случаях.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Для выбранной расчётной схемы в виде замкнутой цилиндрической оболочки с применением геометрически нелинейного варианта полубезмоментной теории цилиндрических оболочек решена задача динамического расчёта для подземных прямолинейных участков трубопроводов большого диаметра с учётом внешнего давления грунта на стенку трубопровода, упругого отпора грунта, присоединённой массы грунта, демпфера, стационарного внутреннего давления и продольной сжимающей силы.

2. Получены формулы по нахождению частот свободных колебаний для подземного тонкостенного трубопровода большого диаметра при различных параметрах тонкостенности и длины участка трубопровода в зависимости от коэффициента упругого отпора грунта, глубины заложения трубопровода, параметра продольной сжимающей силы, внутреннего давления и стационарного потока жидкости.

3. Анализ значений для частот и форм собственных колебаний для тонкостенных подземных трубопроводов показал:

– для трубопроводов с заявленными параметрами тонкостенности $1/30$; $1/40$; $1/50$ минимальные частоты реализуются при $n=1$, $m=2$, то есть по оболочечной форме колебаний;

– увеличением давления внутри трубопровода приводит к увеличению частотных характеристик, это объясняется повышением жёсткости за счёт внутреннего давления, которое препятствует овализации поперечного сечения;

– с уменьшением толщины трубопроводов как для нефти, так и для газопроводов значения частотных характеристик снижаются;

– с увеличением коэффициента упругого отпора грунта k частота свободных колебаний увеличивается, что так же свидетельствует об увеличении жёсткости трубопровода за счёт отпора грунта, который препятствует деформации поперечного сечения трубопровода. Увеличение

частоты собственных колебаний для газопровода составляет 26,06%, а для нефтепровода 31,77%;

- при увеличении параметра продольной силы собственные частоты нефтепроводов и газопроводов резко снижаются;

- для тонкостенных газопроводов частотные характеристики по сравнению с нефтепроводами при одинаковых параметрах выше на 70-100%, это объясняется вовлечением в колебательный процесс присоединённой массы жидкости нефтепровода;

4. Произведён учёт влияния сил сопротивления среды (демпфера) при составлении аналитических зависимостей для определения частоты свободных колебаний, а так же установление границы между апериодическим и затухающе периодическим колебательным процессом. Анализ результатов, полученных с применением данных зависимостей, показывает, что при увеличении коэффициента динамической вязкости η (Па·с) частота собственных колебаний с учётом сил сопротивления среды ω_{21}^* снижается и при некоторых значениях для различных величин внутреннего рабочего давления может, обратиться в «ноль», то есть, в данном случае коэффициент демпфирования d_{21} равен частоте собственных колебаний без учёта влияния демпфера ω_{21} , колебательный процесс будет апериодическим, а состояние критическим. Иначе говоря, при некоторых условиях, масса один раз может перейти через положение равновесия и возвратиться к нему с другой стороны. При $d_m < \omega_{mn}$ свободные колебания можно условно назвать периодическими или затухающе периодическими с периодом $T_1 = 2\pi/\sqrt{(\omega_{mn}^2 + d_{mn}^2)}$. При $d_m > \omega_{mn}$ движение тоже является апериодическим (колебательного процесса не происходит). Присоединённая масса грунта μ_{bj} тоже является своеобразным демпфером и как показали расчёты, снижает частоту свободных колебаний в 1,5 - 2 раза, однако учитывать в расчётах её следует не всегда. Учёт присоединённой массы грунтовой среды следует производить для слабых обводнённых грунтов, торфяников или ила, с коэффициентом

упругого отпора $\kappa < 0,45 \cdot 10^7 \text{ Н/м}^3$, а присоединенная масса для грунтов с коэффициентом упругого отпора $\kappa > 0,45 \cdot 10^7 \text{ Н/м}^3$ не учитывается, то есть $\mu_{bj} = 0$.

5. Решена задача параметрического резонанса для объекта исследования с различным диаметром и толщиной стенки, при нестационарном воздействии внутреннего давления, упругого отпора грунта, параметра продольной сжимающей силы и потока протекающей жидкости. Получена разделяющаяся система дифференциальных уравнений Матье, при помощи которой строятся области динамической неустойчивости для оценки возможности возникновения параметрического резонанса.

6. Исследована динамическая неустойчивость подземных трубопроводов, уложенных в грунт, с различными коэффициентами динамической вязкости, геометрическими характеристиками, внутренним давлением, и продольной силой. Исследования показывают, что:

- с увеличением вязкости грунтовой среды область динамической неустойчивости сужается и при некоторых значениях перестаёт существовать, то есть для трубопроводов, уложенных в грунт с динамическим коэффициентом вязкости более $\eta > 8 \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot \text{с}$, возникновение параметрического резонанса исключено;

- для нестабильных грунтовых сред $0,1 \cdot 10^4 < \eta < 8 \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot \text{с}$, в которые уложен трубопровод, потеря динамической устойчивости возможна и вероятность её появления тем выше, чем меньше динамическая вязкость грунтовой среды. Трубопроводов с более толстой стенкой $h/R = 1/30$ более выгодны с позиции динамической устойчивости, так как область динамической неустойчивости в 1,5-2,0 раза меньше чем при $h/R = 1/40$ или $h/R = 1/50$;

- области неустойчивости для одинаковых значений механических и геометрических характеристик подземных нефтепроводов и газопроводов мало различимы (не более 20%), следовательно, возникновение параметрического резонанса одинаково вероятно в обоих случаях.

Рекомендации к практическому применению:

Полученные в диссертации решения могут быть использованы при проектировании подземных тонкостенных магистральных трубопроводов большого диаметра, а так же при проведении технической экспертизы.

СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

КС – компрессорная станция

НС – насосная станция

ПНАЭ – правила устройства и безопасной эксплуатации оборудования и трубопроводов атомных энергетических установок

СП – свод правил

ВНИИГ – многопрофильное геолого-геофизическое предприятие, объединяющее научный потенциал ведущих российских предприятий в области геолого-геофизических исследований.

НДС – напряженно-деформированное состояние

РТМ – руководящий технический материал

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Айнбиндер, А. Б. Расчет магистральных и промысловых трубопроводов на прочность и устойчивость. [Текст]: Айнбиндер А. Б. Расчет магистральных и промысловых трубопроводов на прочность и устойчивость. Справочное пособие. М: Недра, 1991. — 288 с.
2. Алфутов, Н.А. Основы расчета на устойчивость упругих систем / Н.А. Алфутов. – М.: Машиностроение, 1978. – 310с.
3. Андронов, А.А. О колебаниях системы с периодически меняющимися параметрами / А. А. Андронов, М. А. Леонтович // ЖРФХО. – 1927. – т. 59. – С. 115 – 127.
4. Аксельрад, Э. Л. Расчет трубопроводов / Э.Л.Аксельрад, В.П.Ильин.// – Л.: Машиностроение, 1972. – 240 с.
5. Баженов, В.А. Изгиб цилиндрических оболочек в упругой среде [Текст]. – Львов : "Вища школа", Изд-во при Львов. ун-те, 1975. – 167 с
6. Бакиров, Р.О. Динамический расчет и оптимальное проектирование подземных сооружений : Учеб. пособие для студентов, обучающихся по строит. специальностям / Р.О. Бакиров, Ф.В. Лой; Под ред. Р.О. Бакирова. - М. : Стройиздат, 2002 (Казань : ГУП ПИК Идел-Пресс). – 462 с.
7. Беляев, Н.М. Устойчивость призматических стержней под действием переменных продольных сил / Н.М. Беляев // Инженерные сооружения и строительная механика. – Л.: Изд. «Путь», 1924. – С.27 – 108.
8. Боголюбов, Н.Н. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний / Н.Н. Боголюбов, Ю.А. Митропольский. – М.: Наука, 1974. – 503 с.
9. Болотин, В.В. Динамическая устойчивость упругих систем / В.В.Болотин // – М.: Гос. изд – во технико – теоретической литературы, 1956. – 600 с.
10. Болотин, В.В. Конечные деформации гибких трубопроводов / В.В. Болотин // Труды московского энергетического института. – 1956. – вып. XIX. – С.272 – 291.
11. Болотин, В.В. Колебания и устойчивость упругой цилиндрической оболочки в потоке сжимаемой жидкости / В.В.Болотин // Инженерный сборник. – 1956. – т. 24. – С. 3 – 16.
12. Бородавкин, П.П. Прочность магистральных трубопроводов / П.П. Бородавкин, А. М. Синюков.// – М.: Недра, 1984. – 243 с.
13. Бочкарев, С. А. Собственные колебания цилиндрической оболочки, частично лежащей на упругом основании / С. А. Бочкарев //

- Вычислительная механика сплошных сред. – 2017. – Т. 10. – № 4. – С. 406-415. – DOI 10.7242/1999-6691/2017.10.4.32. *(на упругом основании)*
14. Бреславский, В.Е. Собственные колебания круговой цилиндрической оболочки, находящейся под действием гидростатического давления / В.Е. Бреславский // – М.: Известия АН СССР. – 1956. – №12. – С.117 – 120/
 15. Вайнберг, Д.В. Механические колебания и их роль в технике / Д. В. Вайнберг, Г.С Писаренко // – М.: Наука, 1965, – 276 с.
 16. Валиев, М. И. Собственные и параметрические колебания криволинейных участков трубопровода при пульсирующем движении слабосжимаемой жидкости / М. И. Валиев, В. В. Жолобов, Е. И. Тарновский // Наука и технологии трубопроводного транспорта нефти и нефтепродуктов. – 2013. – № 2(10). – С. 48-54.
 17. Васина В.Н. Параметрические колебания участка трубопровода с протекающей жидкостью/ В.Н. Васина // Вестник МЭИ. 2007. № 1. С. 1–1
 18. Власов, В.З. Общая теория оболочек и ее приложения в технике. – М.:Гостехиздат. –1949. – 784 с.
 19. Вольмир, А.С. Оболочки в потоке жидкости и газа. Задачи гидроупругости – М.: Наука, 1979. – 320 с.
 20. Вялов, С.С. Реологические основы механики грунтов: учеб. пособие для строит. вузов. – М.: Высшая школа, 1978. – 447 с.
 21. Галеркин,Б.Г. Напряжение и перемещения в круговом цилиндрическом трубопроводе / Б.Г. Галеркин, Я.И. Перельман // Известия ВНИИТ. 1940. Т. 27. С. 160–192.
 22. Гастев, В.А. Поперечные колебания и устойчивость стержней при действии периодически повторяющихся продольных импульсов / В.А. Гастев // Труды Ленинградского института авиаприборостроения, 1949, вып.1.
 23. Гладких, П.А. Вибрации в трубопроводах и методы их устранения / П.А. Гладких, С.А. Хачатурян.// – М.: Машгиз, 1969. – 230 с.
 24. Гольденблат, И.И. Некоторые вопросы колебаний и динамической устойчивости упругих систем / И.И. Гольденблат // сб. статей. Исследовательские работы по инженерным конструкциям. — Стройиздат, 1948. – С. 4 – 12.
 25. Гольденвейзер, А.Л. Теория упругих тонких оболочек. М.: Наука, 1976. 512 с.
 26. Гольденвейзер, А.Л. Свободные колебания тонких упругих оболочек / А.Л. Гольденвейзер, Б.Б. Лидский, П.Е. Товстик.// – М.: Наука, 1979. – 384 с.

27. Григолюк, Э.И. Устойчивость и колебания трехслойных оболочек / Э.И.Григолюк, П.П.Чулков // – М.: Машиностроение, 1973. – 172 с.
28. Григолюк, Э.И. Устойчивость оболочек / Э.И.Григолюк, В.В.Кабанов // – М.: Наука, 1978. – 360 с.
29. Денисов, Г.В. Собственные колебания заглубленных магистральных трубопроводов при сейсмическом воздействии / Г.В. Денисов, В.В. Лалин // Трубопроводный транспорт: теория и практика. – 2013. – № 4(38). – С. 14-17.
30. Дмитриев, А. В. Исследование параметра длины и продольной сжимающей силы по определению частот свободных колебаний подземных тонкостенных газопроводов большого диаметра / А. В. Дмитриев, В. Г. Соколов, А. В. Березнев // Транспортные сооружения. – 2019. – Т. 6. – № 3. – С. 36.
31. Иванюта, Э.И. О влиянии тангенциальных сил инерции на величину частоты свободных колебаний тонкой цилиндрической оболочки / Э.И. Иванюта, Р.М. Финкельштейн // Исследования по упругости и пластичности. – Л.: ЛГУ, 1963. вып.2 – С. 212 – 215.
32. Ильгамов, М.А. Колебания упругих оболочек, содержащих жидкости газ / М.А. Ильгамов. – М.: Наука, 1969. – 184 с.
33. Ильгамов, М. А. Вынужденные и параметрические колебания трубопровода / М. А. Ильгамов, М. М. Шакирьянов // Известия Уфимского научного центра РАН. – 2020. – № 3. – С. 5-11. – DOI 10.31040/2222-8349-2020-0-3-5-11.
34. Ильин, В.П. О применении полубезмоментной теории к определению частот свободных колебаний круговой цилиндрической оболочки/ В. П. Ильин, О.Б. Халецкая // Исследования по расчету строительных конструкций. Труды ЛИСИ. 1974. № 89. С. 49–60.
35. Ильин, В.П. Собственные частоты и формы свободных колебаний тонкостенных труб./ В.П. Ильин, О.Б. Халецкая // Строительство трубопроводов. 1974. № 1. С. 22.
36. Ильин В.П. О применении полубезмоментной теории к определению частот свободных колебаний круговой цилиндрической оболочки / В.П.Ильин, О.Б.Халецкая // Всб.: Исследования по расчету строительных конструкций // ТрудыЛИСИ, – 1974. – №89. – С.49–60.
37. Ильин, В.П. Применение полубезмоментной теории к задачам расчета тонкостенных труб/ В.П. Ильин // Проблемы расчета пространственных конструкций. Труды МИСИ. М., 1980. № 1. С. 45–55.

38. Ильин, В.П. Применение полубезмоментной теории к задачам расчета тонкостенных труб // Всб.: Проблемы расчета пространственных конструкций // Труды МИСИ. – М.: 1980. – С.45–55.
39. Ильин, В. П. Исследование параметрического резонанса в трубопроводах, содержащих пульсирующий поток жидкости / В.П. Ильин, В.Г.Соколов // Вопросы механики строительных конструкций и материалов. Межвузовский тематический сборник. – Л., 1987. – С. 6 – 10.
40. Ильин, В.П. Влияние закрепления концов магистральных трубопроводов большого диаметра на частоты свободных колебаний / В.П. Ильин, В.Г. Соколов // Промышленное и гражданское строительство. – 2009. – № 12. – С. 52-54.
41. Ишемгужин, И.Е. Демпфирование параметрических колебаний трубопровода / И. Е. Ишемгужин, Т. И. Габбасов, И. А. Шаммазов [и др.] // Электронный научный журнал Нефтегазовое дело. – 2011. – № 3. – С. 84-93.
42. Камерштейн, А.Г. Расчет трубопроводов на прочность. Справочная книга / А.Г. Камерштейн, В.В. Рождественский, М. Н. Ручимский.// – М.: Недра, 1969. – 440 с.
43. Катаев, В. П. Динамика трубопроводов с нестационарными потоком жидкости / В.П. Катаев, А.Е. Плуталов // Изв. вузов. Авиационная техника. – 1971. – № 2. – С. 95–97.
44. Катаев, В.П. Динамическая устойчивость трубопровода с потоком жидкости / В.П. Катаев // Динамика и прочность машин. – 1970. – ТХIV,В.П.–С. 116–120.
45. Киселев, В.А. Строительная механика. Специальный курс: Динамика и устойчивость сооружений. Изд. 3, исп. и доп. - М: Стройиздат, 1980 – с. 616.
46. Картвелишвили, Н. А. Поперечные колебания и динамическая прочность напорных трубопроводов в связи с кавитационными явлениями в турбинах / Н. А. Картвелишвили // Изв. Всесоюзного НИИ Гидротехники. – 1958. – Т. 49. – С. 31–53.
47. Клейн Г.К. Расчет подземных трубопроводов. М.: Стройиздат, 1969. 240 с. (*подземный трубопровод*)
48. Ковревский, А. П. Экспериментальное и теоретическое исследование колебаний труб, содержащих протекающую жидкость / А. П. Ковревский // Изв. вузов. Энергетика. – 1964. – № 4. – С. 89–94.
49. Ковревский, А.П. Динамика трубопроводов, содержащих неустановившийся поток жидкости / А.П. Ковревский // Прикл. мех. – 1970. – Т. VI, вып. 8. – С. 97–102.

50. Козлов, А.С. Учет присоединенных масс жидкости в математических моделях сильфонных чувствительных элементов систем управления / А. С. Козлов, Р. Я. Лабковская, О. И. Пирожникова, В. Л. Ткалич // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. – 2015. – Т. 58. – № 12. – С. 1016-1021. – DOI 10.17586/0021-3454-2015-58-12-1016-1021.
51. Кондрашев, Н.С. Параметрические колебания трубопроводов на упруго-демпфирующих опорах, вызываемые пульсирующим потоком./ Н.С. Кондрашев // В кн.: Рассеяние энергии при колебаниях механических систем. – Киев. 1968 – С. 427-433.
52. Крылов, Н.М. Исследование явлений резонанса при поперечных колебаниях стержней, находящихся под воздействием периодических нормальных сил / Н.М.Крылов, Н.Н.Боголюбов. – М.: ОНТИ. исследование колебаний конструкций. – 1935. – С.28 – 40.
53. Кузнецова, Е.Л. Собственные колебания трехслойных круговых цилиндрических оболочек в упругой среде / Е. Л. Кузнецова, Д. В. Леоненко, Э. И. Старовойтов // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. – 2015. – № 3. – С. 152-160.
54. Кукуджанов, С.Н. О влиянии нормального давления на частоты собственных колебаний цилиндрических оболочек / С.Н. Кукуджанов // Механика твердого тела, 1968. – №3. – С. 14–20.
55. Кукуджанов, С.Н. О влиянии неоднородного кручения и нормального давления на собственные колебания цилиндрической оболочки / С.Н. Кукуджанов // Строительная механика и расчет сооружений. – 1987. – №3. – С. 43–47.
56. Кукуджанов, С.Н. Колебания и динамическая устойчивость оболочек вращения, близких к цилиндрическим, находящихся под действием нормального давления и меридиональных усилий / С.Н. Кукуджанов // Изв. РАН, МТТ. – 2006. – № 2. – С. 48–59.
57. Лалин, В.В. Динамическое поведение бесконечных стержневых элементов на упруго-вязком основании под действием точечного источника возмущения / В.В. Лалин, Г.В. Денисов // Научный вестник Воронежского государственного архитектурно-строительного университета. Строительство и архитектура. – 2013. – № 2(30). – С. 105-113.
58. Мухин, А.А. Динамический критерий устойчивости трубопровода с протекающей жидкостью / А.А. Мухин // Изв. АН СССР, Механика. – 1965. – №3. – С. 154–155.
59. Муштари, Х.М. Нелинейная теория упругих оболочек./ Х.М. Муштари, К.З. Галимов // Казань: Таткнигоиздат, 1957. 431 с.

60. Натанзон, М. С. Параметрические колебания трубопровода, возбуждаемые пульсирующим расходом жидкости / М. С. Натанзон // Изв. АН СССР, Мех. и маш. – 1962. – № 4. – С.42–46.
61. Николаи Е.Л. Труды по механике. Серия: Библиотека русской науки. М., Техничко-теоретическая литература, 1955. — 583 с.
62. Новичков, Ю.Н. Исследование спектров частот собственных колебаний цилиндрических оболочек, содержащих сжимаемую жидкость / Ю.Н. Новичков // VI Всесоюзная конференция по теории оболочек и пластинок. – М.: Наука, 1966, – С. 600 – 606.
63. Новожилов, В.В. Теория тонких оболочек / В.В.Новожилов. – Л.: Судпрогаз, 1962. – 430 с.
64. Огибалов, П.М. Вопросы динамики и устойчивости оболочек / П.М. Огибалов. – М.: Изд-во Моск.Ун-та, 1963. – 418 с.
65. Ониашвили, О.Д. Некоторые динамические задачи теории оболочек / О.Д. Ониашвили.// – М.: Изд. АН СССР. – 1957. – 195 с.
66. Ониашвили, О.Д. Некоторые динамические задачи теории оболочек / О.Д.Ониашвили. – М.: Изд. АН СССР. – 1957. – 195 с.
67. Ониашвили, О.Д. О динамической устойчивости оболочек / О.Д.Ониашвили // Сообщения АН Груз. ССР. – 1950. – №3. – С.3 – 12.
68. Постнов, В.А. Вибрация корабля. / Постнов В.А., Калинин В.С., Ростовец Д. - М. Л.: Судостроение, 1983. 248 с.
69. Салиева, О.К. Собственные крутильные колебания цилиндрической оболочки в упругой среде./ О. К. Салиева, Н. Р. Шарипова // *Universum: технические науки*. 2019. №12-1 (69). (*подземный трубопровод*)
70. Сафаров, И.И. Собственные линейные колебания цилиндрической оболочки в упругой среде / И. И. Сафаров, М. Ш. Ахмедов, А. О. Умаров // *Вестник Пермского университета. Серия: Математика. Механика. Информатика*. – 2015. – № 3(30). – С. 40-45. (*подземный трубопровод*)
71. Светлицкий, В.А. Колебаний гибких труб с протекающей жидкостью / В.А. Светлицкий // *Известия вузов. – Машиностроение*, 1966. – №3
72. Соколов, В.Г. Динамическая устойчивость стальных газопроводов при подводной прокладке / В.Г. Соколов, А.А. Ефимов // *Известия высших учебных заведений. Нефть и газ*. – 2007. – № 4. – С. 47-50
73. Соколов, В.Г. О демпфирующем влиянии воды на свободные колебания морских глубоководных трубопроводов / В.Г. Соколов // *Вестник гражданских инженеров*. – 2010. – № 3(24). – С. 39-41
74. Соколов, В.Г. Колебания, статическая и динамическая устойчивость трубопроводов большого диаметра: дис. ... доктор. техн. наук: 05.23.17 / Соколов Владимир Григорьевич. – Спб., 2011. – 314 с.

75. Соколов, В. Г. Свободные колебания и статическая устойчивость нефтепровода большого диаметра с учетом потока жидкости, продольной сжимающей силы и упругого основания / В. Г. Соколов, И. О. Разов // Вестник гражданских инженеров. – 2014. – № 1(42). – С. 49-53.
76. Соколов, В. Г. Параметрические колебания и динамическая устойчивость магистральных газопроводов при наземной прокладке / В. Г. Соколов, И. О. Разов // Вестник гражданских инженеров. – 2014. – № 2(43). – С. 65-68.
77. Соколов, В.Г. Свободные колебания тонкостенных газопроводов большого диаметра при полуподземной прокладке / В.Г. Соколов, И.О. Разов // Вестник гражданских инженеров. – 2016. – № 6(59). – С. 114-120.
78. Соколов, В. Г. Свободные колебания подземных прямолинейных тонкостенных участков газопроводов / В. Г. Соколов, А. В. Дмитриев // Вестник гражданских инженеров. – 2019. – № 2(73). – С. 29-34. – DOI 10.23968/1999-5571-2019-16-2-29-34.
79. Султангареев, Р.Х. Обеспечение работоспособности газопроводов в зонах геодинамической активности. Автореф. дисс. на соиск. учен. степ. канд. тех. наук. Уфа /УГНТУ/, 2009. 24 с.
80. Тимошенко, С.П. Колебания в инженерном деле / С.П. Тимошенко.// – М.: Наука, 1967. – 444 с.
81. Феодосьев, В.И. О колебаниях и устойчивости трубы при протекании через нее жидкости / В.И. Феодосьев // Инж. сборник. – 1952. – Т.10.–С. 169 – 170.
82. Филин, А. Прикладная механика твердого деформируемого тела. Том 3. Динамика и устойчивость деформируемых систем. М.: Наука, Гл. ред. физ-мат литературы, 1981. – 480 с.
83. Филиппов, А.П. Колебания механических систем / А.П.Филиппов // Киев Наук,думка, 1955. – 96 с.
84. Челомей, В. Н. (пред.). / Колебания линейных систем Под ред. В. В. Болотина.// – М.: Машиностроение, 1978 – Т. 1.. 352 с.
85. Чижов, В.Ф. Динамика и устойчивость трубопровода / В.Ф. Чижов // Строительная механика и расчет сооружений. – 1987. – №4. – С.33 – 34.
86. Шмидт Г. Параметрические колебания. - М.: Мир, 1978 - 336 с.
87. Щеглов, Г.А. Динамическая устойчивость прямого трубопровода с протекающей жидкостью под действием двух параметрических возбуждений: автореф. дис. ... канд. физ. – мат. наук: 05.13.16 / Щеглов Георгий Александрович; [МГТУ им. Баумана]. – М., 1999. – 15 с.
88. Ahmed, M.K. Natural frequencies and mode shapes of variable thickness elastic cylindrical shells resting on a Pasternak foundation / M.K. Ahmed // Journal of Vibration and Control. –2016.– Vol. 22, no. 1. – P. 37-50.

89. Arnold, R.N. Flexural vibrations of the walls of thin cylindrical shells having freely supported ends / R.N. Arnold, N. Ronald, G. B. Warburton. // Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences – 1949. – Vol. 197. – P. 238 - 256.
90. Chen, H. Vibration of a Pipeline Containing Fluid Flow with Elastic Support / H. Chen // M. Sc. Thesis, Ohio University. – 1991. – P. 61.
91. Chen, S. S. Dynamic stability of tube conveying fluid / S.S. Chen // Journ. Of the Eng. Mech. Division. – October, 1971. – Vol. 97. – P. 1469 – 1485.
92. Chen, S. S. Free vibration of fluid conveying cylindrical sheells / S. S. Chen, G. S. Rosenberg // Journ of Eng of India. – 1974. – vol. 9. – №2. – P. 420 – 526.
93. Djondjorov, P. Dynamic stability of fluid conveying cantilevered pipes on elastic foundations / P. Djondjorov, V. Vassilev, Dzhupanov // Journal of Sound and Vibration. – 2001. Vol. 247(3) – P.537 – 546.
94. Fung, Y. C. On the vibrations of thin cylindrical shells under internal pressure / Y. C Fung // J. Aeronaut. Sci. – 1957. – Vol. 24. – № 9.
95. Kouretzis, G.P. Analysis of buried pipelines subjected to ground surface settlement and heave. / G.P. Kouretzis, D. Karamitros, S.W. Sloan // Canadian Geotechnical Journal. – 2015. – Vol. 52 – P.1058-1071.
96. Hsu, C. S. On the parametric excitation of a dynamic system having multiple degrees of freedom / C. S. Hsu // J. Appl. Mech. – 1963. – Vol. 30, № 3. – P.367 –372.
97. Kim, Y. Free vibration analysis of FGM cylindrical shell partially resting on Pasternak elastic foundation with an oblique edge / Y. Kim // Compos. Part B-Eng., – 2015. –Vol. 70, P. 263-276.
98. Massa, A.L. The Influence of Internal Pressure on Pipeline Natural Frequency / A.L. Massa, N.S. Galgoul, N.O. Junior, A.C. Fernandes, F.M. Coelho, S.F. Neto // – 2009.
99. Niordson, R.I. Vibrations of a cylindrical tube containing flowing fluid / R.I. Niordson // Kungliga Tekniska Hogskolans Hongligar. – 1953. – №73.
100. Paidoussis, M.P. Flutter of thin cylindrical shells conveying fluid / M.P.Paidoussis, J.P.Denise // Journ .of sound and vibrations. – 1972. – Vol. 20(1). – P.9 – 26.
101. Paidoussis, M. P. Dynamic stability of pipes conveying fluid / M.P.Paidoussis, N.T.Issid // Journ. of sound and vibr. – 1974. – 33 (3). – P. 264 – 294.
102. Paidoussis, M.P. Experiments on parametric resonance of pipes containing pulsate flow / M.P.Paidoussis, N.T.Issid // Trans of ASME. – June 1976, – P. 198–202.

103. Paidoussis, M.P. Flow-induced instabilities of cylindrical structures / M.P.Paidoussis // *Appl.Mech.Reviws.* – 1987.–Vol.40. – P. 162 – 175.
104. Paliwal, D.N. Free vibrations of circular cylindrical shell on Winkler and Pasternak foundations. / D.N. Paliwal, R.K. Pandey, T. Nath // *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, – 1996. – Vol. 69. – P. 79-89.
105. Ruocco, E. An Exponential Matrix Method for the Buckling Analysis of Underground Pipelines Subjected to Landslide Loads / E. Ruocco, R.D. Laora, V. Minutolo // *Procedia Earth and Planetary Science*, – 2016, P.25-34.
106. Sokolov , V. Effect of internal pressure on parametric vibrations and dynamic stability of thin-walled ground pipeline larger diameter connect with elastic foundation / V. Sokolov , I. Razov ,Y. Ogorodnova // *MATEC Web of Conferences* 73 , 04002 (2016).
107. Sofiyev A.H. Effects of elastic foundation on the vibration of laminated non-homogeneous orthotropic circular cylindrical shells / A.H. Sofiyev, S.N. Keskin, Ali H. Sofiyev // *Shock Vib.* – 2004. – Vol. 11, no. 2. – P. 89-101.
108. Stein, R. A. Vibration of pipes containing flowing fluids / R. A. Stein, M. W. Torbiner // *Journ. of Appl. Mech.* – 1970. – Vol. 92. – P. 906 – 916.
109. Torkaman-Asadi, M.A. Free vibration analysis of cylindrical shells partially resting on an elastic foundation. / M.A. Torkaman-Asadi, R.D. Firouz-Abadi // *Meccanica* – 2016. – Vol. 51, P.1113–1125
110. Xü, W. Study on vortex-induced vibrations (VIV) of free spanning pipeline considering pipe-soil interaction boundary conditions. / W.-H. Xü, W.-D. Xie, X.-F. Gao, Y.-X. Ma // *Chuan Bo Li Xue/Journal of Ship Mechanics.* – 2018. – Vol. 51, P. 446-453
111. Yang, H. Parametric resonance of submerged floating pipelines with bi-frequency parametric and vortex-induced oscillations excitations / H. Yang, Z. Wang, F. Xiao // *Ships and Offshore Structures*, – 2017. – Vol. 12 – P.395 - 403.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Сравнение результатов диссертационного исследования с результатами исследования других авторов.

Для прямолинейного участка подземного трубопровода большого диаметра в данном исследовании выведены выражения, позволяющие учитывать большое количество факторов, влияющих на значение частотных характеристик.

В отношении газопровода, данное выражение получено в главе 2:

$$\omega_{mn}^2 = \frac{\lambda_n^4 + m^4(m^2 - 1)(m^2 - 1 + p^* - 2q_{ep}^*) + \kappa^* m^4 - \lambda_n^4 m^4 P / n^2}{\rho^* R h (\lambda_n^2 h_v + m^2 + m^4) + \mu_{bj} m^4}, \quad (2.42)$$

где: m — число полуволин в окружном направлении;

n — число полуволин в продольном направлении;

$\lambda_n = \frac{n\pi R}{L\sqrt{h_v}}$ — параметр длины трубопровода (величина безразмерная);

$h_v = \frac{h}{R\sqrt{12(1-\nu^2)}}$ — параметр относительной толщины оболочки (величина

безразмерная), ν — коэффициент Пуассона материала цилиндрической оболочки;

$p^* = p_0 \frac{R}{Eh \cdot h_v^2}$ — параметр внутреннего рабочего давления (величина

безразмерная), p_0 — внутреннее рабочее давление (Н/м²), E — модуль упругости материала трубы (Н/м²);

$\rho^* = \rho_0 \frac{R}{Eh \cdot h_v^2}$ — параметр плотности материала трубопровода (с²/м²), ρ_0 —

плотность трубопровода (Н·с²/м⁴);

$\kappa^* = \frac{R^2 \kappa}{E_0 h \cdot h_v^2}$ — приведённый коэффициент упругого отпора грунта (величина

безразмерная);

$q_{ep}^* = \frac{\gamma HR}{E_0 h \cdot h_v^2}$ — параметр упругого отпора грунта (величина безразмерная);

$P = \frac{F}{F_3}$ — параметр продольной сжимающей силы (величина безразмерная);

F — продольная сжимающая сила (Н), F_3 — сила Эйлера (Н);

$\mu_{bj}^* = 0,4 \cdot \mu_{bj} \frac{R}{E_0 h \cdot h_v^2}$ — параметр присоединённой массы грунта (c^2);

ρ_0 — плотность жидкости.

Далее анализируются результаты решений, полученные согласно выражения (2,42) и (3,11) с результатами, опубликованными в научных статьях, а так же справочной литературе, которые подтверждают достоверность полученного в диссертации решения.

I. При отсутствии продольной сжимающей силы $F=0$, которая учитывается в виде её параметра $P = \frac{0}{F_3} = 0$, а так же в условии надземной прокладки, то есть при $2q_{ep}^* = 0$, $k^* = 0$ и $\mu_{bj} = 0$, из выражения (2.42) получаем выражение:

(A1)

с

которое было получено С.Н. Кукуджановым в работе для определения квадрата частоты свободных колебаний.

Преобразование, без учета тангенциальной составляющей сил инерции в продольном направлении, выполняется следующим образом:

$$\begin{aligned}
\omega_{mn}^2 &= \frac{\lambda_n^4 + m^4(m^2 - 1)(m^2 - 1 + p^* - 0) + 0 \cdot m^4 - \lambda_n^4 m^4 0 / n^2}{\rho^* Rh(m^2 + m^4) + 0 \cdot m^4} = \\
&= \frac{\frac{n^4 \pi^4 R^4}{L^4 h_v^2} + m^4(m^2 - 1)(m^2 - 1 + p^*)}{\rho^* Rh(m^2 + m^4)} = \frac{\frac{\lambda_n^4}{h_v^2} + m^4(m^2 - 1)(m^2 - 1 + p^*)}{\rho \frac{R}{E h h_v^2} Rh(m^2 + m^4)} = \\
&= \frac{\lambda_n^4 / h_v^2 + m^4(m^2 - 1)(m^2 - 1 + p^*)}{\frac{\gamma}{g} \frac{R^2 h}{E h h_v^2} (m^2 + m^4)} = \\
&= \frac{E g h_v^2}{\gamma R^2} \frac{m^4(m^2 - 1)(m^2 - 1 + p^*) + \lambda_n^4 / h_v^2}{(m^2 + m^4)}.
\end{aligned}$$

II. Для безнапорных трубопроводов ($p_0=0$ МПа), при отсутствии продольной сжимающей силы, в условии надземной прокладки, выражение (2.42) приобретает вид:

$$\begin{aligned}
\omega_{mn}^2 &= \frac{\lambda_n^4 + m^4(m^2 - 1)(m^2 - 1 + 0 - 0) + 0 \cdot m^4 - \lambda_n^4 m^4 0 / n^2}{\rho^* Rh(m^2 + m^4) + 0 \cdot m^4} = \\
&= \frac{\lambda_n^4 + m^4(m^2 - 1)(m^2 - 1)}{\rho^* Rh(m^2 + m^4)}.
\end{aligned} \tag{A2}$$

Данное выражение преобразовывается в известную формулу Тимошенко С.П. по определению собственной частоты свободных колебаний для бесконечно длинной трубы ($\lambda_n \rightarrow 0$) с изгибной цилиндрической жёсткостью $D = Eh^3/12(1 - \nu^2)$, при $\rho^* = \rho \frac{R}{E h h_v}$, $h_v = \frac{h}{R \sqrt{12(1 - \nu^2)}}$.

$$\begin{aligned}\omega_{mn}^2 &= \frac{0 + m^4(m^2 - 1)(m^2 - 1)}{\rho_0 \frac{R}{Eh \cdot \left(\frac{h}{R\sqrt{12(1 - \nu^2)}} \right)^2} Rh(m^2 + m^4)} = \frac{m^4(m^2 - 1)(m^2 - 1)}{\rho_0 \frac{R^2}{Eh^3} h(m^2 + m^4)} = \\ &= \frac{m^4(m^2 - 1)(m^2 - 1)D}{\rho_0 \frac{R^2}{1} h(m^2 + m^4)} = \frac{m^4(m^2 - 1)(m^2 - 1)D}{\rho_0 R^4 h \cdot m^2(1 + m^2)} = \frac{m^2(m^2 - 1)^2 D}{\rho_0 R^4 h \cdot (m^2 + 1)}.\end{aligned}$$

Извлекая корень, получим формулу для частоты свободных изгибных колебаний по любой форме в плоскости поперечного сечения трубы ($m=2,3,\dots$), приведенное в монографии С.П. Тимошенко [80, 413]:

$$\omega = \sqrt{\frac{m^2(m^2 - 1)^2 D}{\rho_0 R^4 h \cdot (m^2 + 1)}} = \frac{m(m^2 - 1)}{R^2} \sqrt{\frac{D}{\rho_0 h \cdot (m^2 + 1)}} \quad (\text{A3})$$

III. Далее, используя динамический критерий устойчивости, для которого частота свободных колебаний обращается в ноль, из выражения (2,42), учитывая, что знаменатель не равен нулю получим:

$$\lambda_n^4 + m^4(m^2 - 1)(m^2 - 1 + p^* - 2q_{zp}^*) + \kappa^* m^4 - \lambda_n^4 m^4 P / n^2 = 0, \quad (\text{A4})$$

поделив каждый член выражения (A4) на $m^4(m^2 - 1)$ выразим величину:

$$2q_{zp}^* = m^2 - 1 + p^* + \frac{\kappa^*}{(m^2 - 1)} + \frac{\lambda_n^4}{m^4(m^2 - 1)} - \frac{\lambda_n^4 P}{n^2(m^2 - 1)}$$

и подставляя $\lambda_n = \frac{n\pi R}{L\sqrt{h_\nu}}$, $p^* = p_0 \frac{R}{Eh \cdot h_\nu^2}$, $\kappa^* = \frac{R^2 \kappa}{Eh \cdot h_\nu^2}$, $q_{zp}^* = \frac{\gamma HR}{Eh \cdot h_\nu^2}$, $n=1$, получим:

$$2\gamma H \frac{R}{Ehh_\nu^2} = (m^2 - 1) + p_0 \frac{R}{Ehh_\nu^2} + \frac{\kappa R}{(m^2 - 1) Ehh_\nu^2} + \frac{R}{m^4(m^2 - 1)} + \frac{\frac{n^4 \pi^4 R^4}{L^4 h_\nu^2}}{(m^2 - 1)} - \frac{\frac{n^4 \pi^4 R^4}{L^4 h_\nu^2} P}{(m^2 - 1)},$$

Произведя математические преобразования, получаем формулу для определения критического внешнего давления $Q_{кр} = 2\gamma H$ на трубопровод:

$$Q_{кр} = \frac{(m^2 - 1)D}{R^3} + \frac{\kappa R}{m^2 - 1} + p_0 + \frac{\pi^4 R^3 E h}{L^4 (m^2 - 1)} \left(\frac{1}{m^4} - P \right); \quad (A5)$$

где $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$ — цилиндрическая жёсткость трубы; $p_0, m, \kappa, R, L, E, P$ — то же, что и в выражении (2,42).

При нулевом внутреннем рабочем давлении, для бесконечно длинных участков трубопровода ($L \rightarrow \infty$) выражение (A5) приобретает формулу критического внешнего давления, полученную Е. Л. Николаи [61] для кольца в упругой среде, оказывающей сопротивление перемещениям стенки:

$$Q_{кр} = \frac{(m^2 - 1)D}{R^3} + \frac{\kappa R}{m^2 - 1}; \quad (A6)$$

Если исключается возможность продольных деформаций трубы, то в знаменатель первого члена формулы (A6) должен быть введен множитель $(1 - \nu^2)$, где ν — коэффициент Пуассона материала трубы. Формула (A6) для $m=2$ при $\kappa=0$ переходит в известную формулу М. Леви:

$$Q_{кр} = \frac{3D}{R^3}. \quad (A7)$$

Аналогичным образом из (A4) получим выражение для определения параметра критической продольной силы $P_{кр}$, при которой система теряет устойчивость для $m=1, n=1$:

$$P_{кр} = n^2 + \frac{\kappa L^4}{n^2 \pi^4 R^2 E h}. \quad (A8)$$

Учитывая что, $P = \frac{F_{кр}}{F_3}$, $F_3 = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$, $I = \pi D^3 h$, при $n=1$, подставив данные

значения в (A10) получим выражение (A11) для критического продольного усилия, предложенного А. В. Айбиндером [1]

$$F_{кр} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} + \frac{\kappa D L^2}{2\pi} \quad (A9)$$