На правах рукописи

## ДЕНИСОВ Григорий Валентинович

# АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД РАСЧЕТА ЗАГЛУБЛЕННЫХ МАГИСТРАЛЬНЫХ ТРУБОПРОВОДОВ ПРИ СЕЙСМИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ С УЧЕТОМ ЛОКАЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ

Специальность 05.23.17 – Строительная механика

ΑΒΤΟΡΕΦΕΡΑΤ

диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук

Санкт-Петербург – 2014

Работа выполнена в ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный политехнический университет» на кафедре «Строительная механика и строительные конструкции»

Научный руководитель:	доктор технических наук, профессор Лалин Владимир Владимирович
Официальные оппоненты:	Уздин Александр Моисеевич, доктор технических наук, профессор, ФГБОУ ВПО «Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I», кафедра теоретической механики, профессор, заместитель заведующего по научно- исследовательской работе;
	Голоскоков Дмитрий Петрович, доктор технических наук, профессор, ФГБОУ ВО «Государственный университет морского и речного флота имени адмирала С.О. Макарова», заведующий кафедрой прикладной математики (г. Санкт-Петербург).
Велушая организация:	ФГБУН Институт проблем машиновеления

Ведущая организация: ФГБУН Институт проблем машиноведения Российской академии наук (ИПМаш РАН) (г. Санкт-Петербург).

Защита диссертации состоится «25» декабря 2014 г. в 12<sup>00</sup> часов на заседании диссертационного совета Д 212.223.03 при ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет» по адресу: 190005, г. Санкт-Петербург, 2-я Красноармейская ул., д. 4, зал заседаний диссертационного совета (аудитория 219).

Телефакс: (812) 316-58-72 Email: rector@spbgasu.ru

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет».

Диссертация размещена на сайте http://dis.spbgasu.ru

Автореферат разослан «\_\_\_» \_\_\_\_ 2014 г.

Ученый секретарь диссертационного совета доктор технических наук, профессор

Кондратьева Лидия Никитовна

## I. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность исследования.** Результаты многочисленных обследований существующих подземных трубопроводов, перенесших землетрясения, позволяют заключить, что наиболее опасными с точки зрения обеспечения прочности при сейсмических воздействиях являются зоны примыкания к другим трубопроводам, зданиям, сооружениям и конструктивным включениям (запорная арматура, компенсаторы, поворотные участки и т. п.), а так же участки сооружения, расположенные в областях с резким изменением свойств грунтов основания.

Следует отметить, что повреждения заглубленных трубопроводов, не доступных визуальному осмотру, зачастую приводят к вторичным последствиям землетрясения, таким как пожары, подтопление территорий, просадки дневной поверхности и т.п. В этой связи к данным сооружениям необходимо предъявлять повышенные требования по обеспечению надежности.

На фоне повышенной аварийности указанных выше участков заглубленных трубопроводов, необходимо отметить, что в действующих нормативных документах (СП 14.13330.2011, СП 36.13330.2012, СТО Газпром 2-2.1-249-2008) отсутствуют какие-либо специальные указания по расчету подобных, особых, частей сооружений. Таким образом, разработка аналитического метода расчета участков заглубленных магистральных трубопроводов, содержащих массовые и жесткостные неоднородности, обуславливающие локализацию колебаний при сейсмическом воздействии, является актуальным.

Степень разработанности темы исследования. Крупномасштабные исследовательские работы по изучению сейсмостойкости заглубленных трубопроводов, были выполнены во второй половине ХХ в. Исследованиями занимались А.С. Гехман, В.В. Болотин, Ш.Г. Напетваридзе, Б. Мардонов, Р.М. Мукурдумов, В.В. Спиридонов, Т.Р. Рашидов, Г.Х. Хожметов, В.П. Ильин и другие. На основе мирового опыта эксплуатации трубопроводов и анализа землетрясений, был разработан последствий сравнительно простой аналитический метод расчета, основанный на гипотезе «замороженной волны», что и было положено в основу нормативных методик, действующих и в наше время.

Согласно указанной методике, магистральные подземные и наземные (в насыпи) трубопроводы рассматриваются как защемленный в грунте стержень (т.е. неподвижный относительно грунта), воспринимающий сейсмические волны, распространяющиеся в грунтовой среде. В указанных выше работах, уравнение сейсмической волны, распространяющейся в грунте, принято в виде:

$$u(x,t) = u_{\max} \Phi\left(\omega\left(t - \frac{x}{V}\right)\right),\tag{1}$$

где u(x,t) – смещение точек грунта (трубопровода),  $u_{max}$  – максимальное смещение грунта при землетрясении,  $\Phi$  – гармоническая функция, V – скорость

движения фронта волны (фазовая скорость), *t* – время, *x* – координата рассматриваемой точки, *ω* – преобладающая частота колебаний грунта.

Дифференцированием (1) можно получить выражение для продольных деформаций. Для случая синусоидальной волны:

$$\varepsilon = \frac{\partial u}{\partial x} = u_{\max} \frac{\omega}{V} \cos \omega \left( t - \frac{x}{V} \right).$$
(2)

Преобразованиями (2) можно получить выражение для определения максимальных продольных напряжений, вошедшее в действующие нормы (СП 36.13330.2012 «Магистральные трубопроводы»):

$$\sigma_N = \frac{\pm 0.04 m_0 k_0 k_n a_c E_0 T_0}{c_p},$$
(3)

где  $m_0$  – коэффициент защемления трубопровода в грунте,  $k_0$  – коэффициент, учитывающий степень ответственности трубопровода,  $k_n$  – коэффициент землетрясения, указанные повторяемости коэффициенты  $m_0$ ,  $k_0$ , k<sub>n</sub> определяются согласно требованиям упомянутого СП 36.13330.2012;  $a_c$  – определяемое сейсмическое ускорение, по сейсмического данным микрорайонирования; Е<sub>0</sub> – модуль упругости; Т<sub>0</sub> – преобладающий период сейсмических колебаний грунтового массива,  $c_p$  – скорость распространения продольной сейсмической волны в грунтовом массиве, определяемые при изысканиях.

Аналогичный подход к расчету заглубленных трубопроводов на сейсмическое воздействие принят и в действующих нормах США и Японии, при этом регламентируется учет не только продольных, но и поперечных волн и волн Рэлея:

$$\varepsilon_a = \frac{V_g}{\alpha C},\tag{4}$$

где  $V_g$  – максимальная (пиковая) скорость грунта при землетрясении;  $\alpha$  – коэффициент, принимаемый в зависимости от типа волн (поперечные, продольные, волны Рэлея); C – скорость распространения волн. Напряжения, соответствующие деформациям, вычисленным по (4), эквиваленты напряжениям, вычисленным по (3), так как  $a_c T_0 / (2\pi) = V_g$ .

говоря, Строго такая постановка задачи справедлива только для однородных протяженных (линейных) участков сооружений. В действительности, наличие конструктивных включений (арматура, колодцы, поворотные участки и т.п.) и различий в свойствах грунтов основания приводит к возникновению локальных колебаний. Так же, ввиду высокой скорости распространения волн по сооружению, генератором колебаний могут выступать и отдельные участки трубопровода, наиболее подверженные сейсмическому воздействию. Вместе с тем, методика, изложенная в действующих нормах, не учитывает динамические свойства самого трубопровода.

Во второй половине XX в. для расчета сложных систем подземных трубопроводов с большим количеством ответвлений и включений (системы

водоснабжения, водоотведения и т.п.) Рашидовым Т. Р. была предложена «сейсмодинамическая» теория сейсмостойкости, основанная на представлении линейной части трубопровода стержневыми элементами конечной длины, а узловых соединений (конструктивные включения) – абсолютно твердыми телами. При этом, все рассматриваемые элементы и узлы находятся во взаимодействии с вмещающим грунтовым массивом. В дальнейшем, были выполнены работы по совершенствованию указанной методики в части учета различного рода нелинейностей (деформация стыков, проскальзывание по грунту и т.п.). Отметим, что решение задачи в предложенной нелинейной постановке требует применения численных методов и разработки специальных программных средств.

Большинство исследований последних лет основано на применении трудоемких численных методов, без разработки сравнительно простых аналитических методик.

#### Цель и задачи исследования.

*Цель исследования* – разработка аналитического метода расчета участков заглубленных магистральных трубопроводов при сейсмическом воздействии с учетом локальных колебаний, обусловленных наличием массовой и жесткостной неоднородности.

Задачи исследования:

1. Обзор и анализ современных методов расчета магистральных трубопроводов на динамические, в том числе сейсмические, воздействия.

2. Исследование отклика прямолинейного однородного заглубленного трубопровода на упругом и вязко-упругом основании, в зависимости от спектра динамического воздействия.

3. Применение и развитие известных аналитических решений для продольных и поперечных колебаний стержней к описанию динамического отклика заглубленного трубопровода с конструктивным включением и (или) кусочно-однородным грунтовым основанием.

4. Исследование явлений трансформации (прохождения и отражения) продольных и поперечных волн, распространяющихся по стержню, вследствие наличия точечного массового включения и различий в жесткости основания.

5. Разработка аналитического метода расчета участков заглубленного трубопровода, примыкающих к конструктивным включениям и расположенных в областях с резким изменением свойств грунтового основания.

Объект исследования – участки подземных и наземных (в насыпи) промысловых и магистральных трубопроводов с конструктивными включениями и расположенные на неоднородном основании.

Предмет исследования – напряженное состояние участков заглубленных магистральных трубопроводов с конструктивными включениями и расположенных на неоднородном основании при динамическом, в том числе сейсмическом, воздействии.

#### Научная новизна исследования.

1. Получены аналитические зависимости для описания поведения прямолинейного однородного заглубленного трубопровода, как бесконечного стержневого элемента на вязко-упругом основании, в зависимости от спектра динамического воздействия.

2. Получены аналитические зависимости для коэффициентов отражения и прохождения продольных и поперечных волн, распространяющихся по трубопроводу, вследствие трансформации от точечных массовых включений.

3. Получены аналитические зависимости для коэффициентов отражения и прохождения продольных и поперечных волн, распространяющихся по трубопроводу, вследствие различий в жесткости основания.

4. Разработан метод расчета участков заглубленного трубопровода, примыкающих к конструктивным включениям и участков, расположенных в области резкого изменения свойств грунтового основания, при сейсмическом воздействии.

Методология и методы исследования. Исследования выполнены в рамках основных положений строительной механики стержневых систем и динамики сооружений. В качестве метода исследования принято математическое моделирование в рамках моделей «стержень на упругом основании» и «балка типа Бернулли-Эйлера на упругом основании».

**Личный вклад автора.** Все полученные результаты диссертационной работы принадлежат автору лично. В печатных работах, опубликованных в соавторстве, автору в равной степени принадлежит постановка задач и формулировка основных положений, определяющих научную новизну исследований.

Область исследования соответствует требованиям паспорта научной специальности ВАК: 05.23.17 – Строительная механика, в части п.3 «Аналитические методы расчета сооружений и их элементов», п.7 «Теория и методы расчета сооружений в экстремальных ситуациях (землетрясения, ураганы, взрывы и так далее)».

Практическая ценность и реализация результатов исследований. В отличие большинства современных исследований, основанных ОТ на численных методов, работа применении выполнена с использованием аналитических методов. Это позволило получить сравнительно простые аналитические решения для участков сооружений, характеризующихся повышенной аварийностью, в рамках принятого нормативного подхода.

Полученные результаты могут быть использованы при практических расчетах следующих участков заглубленных трубопроводов, расположенных в сейсмически активных районах:

1. Участков с конструктивной неоднородностью (участки с запорной арматурой, компенсаторами, поворотные участки и т. п);

2. Участков, расположенных в областях с резким изменением свойств грунтового основания (переходы через болота, тектонические разломы и т. п.).

Достоверность полученных результатов и выводов диссертационной работы подтверждается использованием общепринятых допущений качественной строительной механики и хорошей согласованностью с полученными результатами, другими исследователями в ходе натурных экспериментов и численного моделирования.

Апробация работы. Основные положения работы были доложены и обсуждены на пяти научно-технических семинарах и конференциях: семинар на кафедре «Строительная механика и теория упругости» Санкт-Петербургского государственного политехнического университета, 20 декабря 2012 г.; 25-я Международная конференция «Математическое моделирование в механике деформируемых сред и конструкций. Методы граничных и конечных элементов. BEM-FEM 2013», СПбГАСУ, Санкт-Петербург, 23-26 сентября 2013 г; семинар на кафедре «Прочность материалов и конструкций» Петербургского государственного университета путей сообщения, 11 февраля 2014 г.; семинар на кафедре «Строительная механика» Санкт-Петербургского государственного архитектурно-строительного университета, 18 февраля 2014 г.: IX Международная конференция «Проблемы прочности материалов и сооружений на транспорте», ПГУПС, Санкт-Петербург, 27-28 мая 2014 г.

**Публикации.** Материалы диссертации опубликованы в 13 статьях общим объемом 6,11 п. л., лично автором 3,69 п. л., из них 11 статей в периодических изданиях, входящих в перечень ВАК РФ на момент написания.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и списка литературы, включающего в себя 111 наименований. Общий объем диссертации составляет 99 страниц машинописного текста. Работа содержит 51 рисунок и 3 таблицы.

<u>Во введении</u> приводится обоснование актуальности рассматриваемой проблемы, приводится обзор литературных источников, формулируются цели, задачи и методы исследования.

<u>В первой главе</u> рассматриваются особенности спектра собственных колебаний сложных строительных конструкций. На численных примерах наглядно показано наличие смешанного спектра, образованного дискретной и сплошной частями. Рассмотрены возможности возникновения локализации колебаний. Показано, что для учета локальных колебаний, в ряде случаев имеющих определяющее значение в задачах обеспечения прочности и надежности всей конструкции, необходимо выполнение трудоемкого модального анализа либо разработка специальных аналитических решений позволяющих учесть данную особенность динамики сооружения.

<u>Во второй главе</u> рассматриваются вопросы динамики линейной части заглубленного трубопровода без массовых включений как стержня бесконечной протяженности на однородном упругом и вязко-упругом основании. Показано существование смешанного спектра реализующегося в виде низкочастотных локальных колебаний отдельных участков и в виде высокочастотных бегущих волн. Указанное разделение спектра определяется частотой отсечки. Получено явное аналитическое выражение для определения длины участка сооружения, реагирующего на динамическое воздействие от точечного источника.

третьей <u>главе</u> B рассматриваются вопросы участка динамики трубопровода содержащего одно точечное массовое включение. Для низкочастотных воздействий проводятся исследования ловушечных мод обусловленные наличием неоднородности), (локальные колебания, ДЛЯ высокочастотных воздействий – трансформации волн. Для последних получены явные аналитические выражения для коэффициентов отражения и прохождения продольных и поперечных волн, распространяющихся по трубопроводу в случае наличия массового включения.

<u>В четвертой главе</u> рассматриваются вопросы динамики трубопровода содержащего одно протяженное включение в виде участка на слабом основании. Для низкочастотных воздействий проводятся исследования ловушечных мод, для высокочастотных – трансформация волн. Получены явные аналитические выражения для коэффициентов отражения и прохождения продольных и поперечных волн, распространяющихся по трубопроводу в случае неоднородности основания.

<u>В пятой главе</u> рассматриваются вопросы расчета участков трубопроводов при сейсмических воздействиях. По результатам исследований разработана методика расчета участков трубопроводов, характеризующихся жесткостной и массовой неоднородностями. Выполнено сравнение с результатами полученными другими исследователями.

<u>В заключении</u> приводятся основные результаты, полученные в работе.

## II. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ ДИССЕРТАЦИИ, ВЫНОСИМЫЕ НА ЗАЩИТУ

1. Получены аналитические зависимости для описания поведения прямолинейного однородного заглубленного трубопровода, как бесконечного стержневого элемента на вязко-упругом основании, в зависимости от спектра динамического воздействия.

Рассмотрим вынужденные продольные колебания трубопровода, как стержня на вязко-упругом основании (Рис. 1), от точечного кинематического воздействия в установившемся режиме.



Рис. 1. Продольные колебания. Постановка задачи

Уравнение колебаний стержня u = u(x,t) запишем в виде:

$$EA\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - m\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - c\frac{\partial u}{\partial t} - ku = 0, \quad -\infty < x < +\infty, \tag{5}$$

где *E* – модуль упругости материала стержня, *A* – площадь поперечного сечения стержня, *m* – погонная масса стержня, *c* – коэффициент продольной вязкости

упругого основания, k – коэффициент продольной жесткости упругого основания (Рис. 1). Внешнее воздействие – гармоническое смещение точки x = 0 с амплитудой  $u_0$  и частотой  $\omega$  – преобладающая частота колебаний вмещающего грунтового массива.

Считая, что для установившегося режима, колебания происходят с частотой вынуждающего воздействия, при условии ограниченности решения на бесконечности и  $u(0,t) = u_0 cos \omega t$ , были получены следующие выражения:

$$u(x,t) = u_0 \exp \left( -\frac{\gamma a^*}{2} |x| \right) \cos \omega t, \quad \omega < \omega^*, \tag{6}$$

$$u(x,t) = \frac{u_0}{2} \exp\left(-\frac{\gamma a}{2}|x|\right) \left(\cos\left(x - \omega t\right) + \cos\left(x + \omega t\right)\right) \quad \omega > \omega^*, \tag{7}$$

здесь  $a^* = \sqrt{\frac{k - m\omega^2 - 0.25\gamma^2 m\omega^2}{EA}}, \ a = \sqrt{\frac{m\omega^2 - k + 0.25\gamma^2 m\omega^2}{EA}}, \ \gamma -$ коэффициент

неупругого сопротивления,  $\omega^*$  – частота отсечки, которая для случая вязкоупругого основания определяется выражением:

$$\omega^* = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{c^2}{4m^2}}.$$
(8)

Теперь рассмотрим поперечные колебания трубопровода, в рамках модели балки Бернулли-Эйлера, расположенной на упруго-вязком основании (Рис. 2).

Рис. 2. Поперечные колебания. Постановка задачи

Уравнение колебаний балки u = u(x,t) запишем в виде:

$$EI\frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + m\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + c\frac{\partial u}{\partial t} + Ku = 0, \quad -\infty < x < +\infty, \tag{9}$$

где E – модуль упругости материала стержня, I – момент инерции поперечного сечения балки, m – погонная масса, c – коэффициент вязкости упругого основания, K – коэффициент жесткости упругого основания (Рис. 2). Внешнее воздействие – гармоническое смещение точки x = 0 с амплитудой  $u_0$  и частотой  $\omega$  – преобладающая частота колебаний вмещающего грунтового массива. Принимая условие ограниченности решения на бесконечности,  $u(0,t) = u_0 cos\omega t$ , u'(0,t) = 0, после преобразований и отделения комплексной составляющей, были получены следующие выражения:

$$u(x,t) = u_0 \left( \cos \left( *x \right) + \sin \left( *x \right) \exp \left( -\frac{x}{2} |x| \right) \exp \left( -\frac{x}{2} |x| \right) \cos \omega t, \quad \omega < \omega^{**}, \quad (10)$$

$$u(x,t) = \frac{u_0}{2} \left\{ x p \left\{ s \mid x \right\} \right\} \cos \left\{ x \right\} \exp\left(-\frac{\gamma s}{2} \mid x \mid\right) \cos \omega t, \quad \omega > \omega^{**}, \quad (11)$$

здесь 
$$e^* = \sqrt[4]{\frac{K - m\omega^2 - 0.25\gamma^2 m\omega^2}{EI}}, \ e = \sqrt[4]{\frac{m\omega^2 - K + 0.25\gamma^2 m\omega^2}{EI}}, \ \gamma -$$
коэффициент

неупругого сопротивления,  $\omega$  – преобладающая частота колебаний вмещающего грунтового массива,  $\omega^{**}$  – частота отсечки, которая для случая вязко-упругого основания определяется выражением:

$$\omega^{**} = \sqrt{\frac{K}{m} - \frac{c^2}{4m^2}}.$$
(12)

Из сравнения (6) и (7), (10) и (11) следует: <u>низкочастотные воздействия с</u> частотами ниже частоты отсечки приводят к возникновению локальных затухающих колебаний, а высокочастотные, с частотами выше частоты отсечки, – к возникновению бегущих волн, затухающих по мере распространения по сооружению. Представим зависимости (6) и (7) для положительного x в виде поверхностей при  $u_0 = 1$  на Рис. 3, 4, где горизонтальные оси соответствуют времени t и координате x, вертикальная ось – смещению u, а горизонтальный участок поверхности соответствует участку стержня, до которого волна еще не дошла.



Рис. 3. Распространение колебаний u=u(x,t) при  $\omega < \omega^*$ 



Рис. 4. Распространение колебаний u=u(x,t)при  $\omega > \omega^*$ 

В практическом отношении наибольший интерес представляет собой оценка максимальной длины участка сооружения, подверженного динамическим воздействиям. Область влияния ограничим стократным уменьшением амплитуды колебаний.

Начнем с продольных колебаний (7). Используя взаимосвязь координаты x, времени t и волнового числа a, отметим, что волна дойдет до точки с координатой x = L в момент времени  $t_1 = aL / \omega$ . При этом, задавая амплитуду колебаний в данной точке в 100 раз меньше начальной, математически задачу представим в виде:

$$\begin{cases} u(0,0) = u_0, \\ u(L,t_1) = \frac{u_0}{2} \exp\left(-\frac{\gamma L a}{2}\right) \cos \left(L - \omega t_1\right) \cos \left(L + \omega t_1\right), \end{cases}$$
(13)  
$$u(0,0) = 100u(L,t_1).$$

Принимая сумму косинусов во втором выражении равную 2, для *L* получим:

$$L = \frac{2\ln 100}{\gamma} \sqrt{\frac{EA/m}{\omega^2 (1 - k/(m\omega^2) + 0.25\gamma^2)}}.$$
 (14)

Длина участка балки, подвергающегося динамическому воздействию от точечного источника, при аналогичной постановке задачи (13), составит:

$$L = \frac{2\ln 100}{\gamma} \sqrt[4]{\frac{EI/m}{\omega^2 (1 - K/(m\omega^2) + 0.25\gamma^2)}}.$$
 (15)

Из сравнения (14) и (15) видно, что длина участка сооружения, подверженного продольным воздействиям на порядок выше длины, подверженной поперечным колебаниям. В реальных условиях, для наиболее на нескальном труб часто применяемых основании, длина участка подверженного продольным воздействиям может достигать нескольких километров, поперечным – несколько сот метров.

2. Получены аналитические зависимости для коэффициентов отражения и прохождения продольных и поперечных волн, распространяющихся по трубопроводу, вследствие трансформации от точечных массовых включений.

Рассмотрим продольные колебания трубопровода как бесконечного стержня на однородном упругом основании с продольной жесткостью k, имеющего одно массовое включение M в точке x=0. Пусть по данному стержню распространяется сейсмическая волна (волновые цуги) из отрицательной области с амплитудой  $u_0$  и частотой  $\omega$  (Рис. 5).



Рис.5. Продольные колебания. Постановка задачи

Выражение для продольной волны примем в виде

$$u(x,t) = u_0 e^{i(bx - \omega t)}, \quad \omega > \omega^*, \tag{16}$$

где  $b = \sqrt{(m\omega^2 - k)/EA}$ ,  $\omega^*$  – частота отсечки ( $\omega^* = \sqrt{k/m}$ ), *i* – мнимая единица, *EA* – продольная жесткость стержня, *m* – погонная масса стержня.

Решение для каждого из участков стержня представлено в виде суперпозиции волн, распространяющихся в противоположные стороны,

согласно общему решению уравнения продольных колебаний стержня. Решение для левого участка стержня получено в виде:

$$u_1(x,t) = u_0 e^{i(bx - \omega t)} - V u_0 e^{-i(bx + \omega t)}, \quad x < 0,$$
(17)

где первое слагаемое характеризует падающую волну, соответствующую (16), второе – отраженную, с неким коэффициентом отражения *V*. Аналогично получено решение для другого участка стержня:

$$u_2(x,t) = W u_0 e^{i(bx - \omega t)}, \quad x > 0,$$
 (18)

здесь *W* – коэффициент прохождения волны.

Указанные коэффициенты отражения и прохождения были определены из граничных условий, которые получены на основе вариационного принципа Гамильтона. Принимая в качестве главных граничных условий ограниченность решения на бесконечности и неразрывность перемещений двух участков стержня в точке x=0 ( $u_1=u_2$ ) было получено следующее естественное граничное условие:

$$M \left. \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right|_{x=0} = EA \left( \frac{\partial u_2}{\partial x} - \frac{\partial u_1}{\partial x} \right) \right|_{x=0}.$$
 (19)

Решив систему уравнений из главных и естественных граничных условий, были получены следующие выражения (формулы типа Френеля):

$$V = B - Di, \quad W = (1 - B) + Di,$$
 (20)

где  $B = \frac{(M\omega^2)^2}{(M\omega^2)^2 + 4E^2A^2b^2}, D = \frac{2EAbM\omega^2}{(M\omega^2)^2 + 4E^2A^2b^2}.$ 

После отделения мнимой составляющей в (20), выражение для коэффициента прохождения продольных волн примет вид:

$$W^* = \frac{2EAb}{\sqrt{(M\omega^2)^2 + 4E^2A^2b^2}},$$
 (21)

для коэффициента отражения –

$$V^* = 1 - \frac{2EAb}{\sqrt{(M\omega^2)^2 + 4E^2A^2b^2}}.$$
 (22)

Для поперечных колебаний решения для положительной и отрицательной областей балки представим в виде:

$$u_1(x,t) = u_0 e^{i(bx - \omega t)} - V u_0 e^{-i(bx + \omega t)} - V * u_0 e^{(bx - i\omega t)}, \quad \omega > \omega * *,$$
(23)

$$u_{2}(x,t) = W u_{0} e^{i(bx - \omega t)} + W * u_{0} e^{-(bx + i\omega t)}, \quad \omega > \omega * *,$$
(24)

здесь  $b = \sqrt[4]{(m\omega^2 - K)/EI}$ ,  $\omega^{**}$  – частота отсечки ( $\omega^{**} = \sqrt{K/m}$ ), V\*, W\* – коэффициенты отражения и прохождения для экспоненциально затухающих волн, V и W – соответствуют ранее принятым обозначениям. Данные коэффициенты определены из граничных условий, которые были получены на

основе вариационного принципа Гамильтона. Принимая в качестве главных граничных условий ограниченность решений на бесконечности, неразрывность перемещений и углов поворота двух участков стержня в точке x = 0 ( $u_1 = u_2$  и  $u_1^* = u_2^*$ ), было получено следующее естественное граничное условие:

$$M \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\Big|_{x=0} = EI\left(\frac{\partial^3 u_1}{\partial x^3} - \frac{\partial^3 u_2}{\partial x^3}\right)\Big|_{x=0}, \quad \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2}\Big|_{x=0} = \frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2}\Big|_{x=0}.$$
 (25)

Решив систему уравнений из главных и естественных граничных условий, было получено:

$$V = H - Ri, \quad V^* = R + Hi,$$

$$W = (1 - H) + Ri, \quad W^* = -R - Hi,$$

$$H = \frac{(M\omega^2)^2}{(4EIb^3)^2 + 8EIb^3M\omega^2 + 2(M\omega^2)^2}, \quad R = \frac{M\omega^2(4EIb^3 + M\omega^2)}{(4EIb^3)^2 + 8EIb^3M\omega^2 + 2(M\omega^2)^2}.$$
(26)

После отделения мнимой и экспоненциально затухающий составляющей в (26), выражение для коэффициента прохождения продольных волн примет вид:

$$W^{**} = \frac{4EIb^{3} + M\omega^{2}}{\sqrt{(4EIb^{3})^{2} + 8EIb^{3}M\omega^{2} + 2(M\omega^{2})^{2}}},$$
(27)

для коэффициента отражения –

где

$$V^{**} = 1 - \frac{4EIb^3 + M\omega^2}{\sqrt{(4EIb^3)^2 + 8EIb^3M\omega^2 + 2(M\omega^2)^2}},$$
(28)

Отметим, что (21) и (28) меньше 1, что указывает на уменьшение амплитуды колебаний вследствие вовлечения в колебательный процесс массового включения. При отсутствии массы (M=0) коэффициент прохождения равен 1, т.е. отсутствуют потери амплитуды; при значительной массе включения ( $M \rightarrow \infty$ ), коэффициент прохождения стремится к нулю (полное отражение). В случае наложения отраженной волны на вновь падающую, в наиболее неблагоприятном случае – случае полного отражения – амплитуда колебаний увеличится в 2 раза по сравнению с исходной. Так же, обратим внимание на то, что указанные коэффициенты всегда положительны, то есть отраженная волна всегда меняет полярность на противоположную, а проходящая – сохраняет полярность падающей волны (Рис. 6).

Рис. 6. Трансформация продольных волн

3. Получены аналитические зависимости для коэффициентов отражения и прохождения продольных и поперечных волн, распространяющихся по трубопроводу, вследствие различий в жесткости основания.

Рассмотрим продольные колебания трубопровода как бесконечного стержня на кусочно-однородном упругом основании. Пусть волна распространяется ИЗ отрицательной В положительную области x. а скачкообразное изменение свойств основания с  $k_1$  на  $k_2$  ( $k_2 > k_1$ ) происходит в точке x = 0 (Рис. 7).



Рис.7. Продольные колебания. Постановка задачи

Продольную волну примем в виде (16), тогда решения для положительной и отрицательной области представим в виде:

$$u_1(x,t) = u_0 e^{i(bx - \omega t)} - V u_0 e^{-i(bx + \omega t)}, \quad x < 0,$$
(29)

$$u_2(x,t) = W u_0 e^{i(bx - \omega t)}, \quad x > 0,$$
 (30)

где  $b = \sqrt{(m\omega^2 - k)/EA}$ , *V*, *W* – коэффициенты отражения и прохождения волн, которые были определены из граничных условий, полученных на основе вариационного принципа Гамильтона. Принимая в качестве главных граничных условий ограниченность решения на бесконечности и неразрывность перемещений двух участков стержня в точке x=0 ( $u_1=u_2$ ) получено:

$$\left. \frac{\partial u_2}{\partial x} \right|_{x=0} = \left. \frac{\partial u_1}{\partial x} \right|_{x=0}.$$
(31)

Решив систему уравнений из главных и естественных граничных условий, были получены формулы типа Френеля:

$$V = \frac{b_2 - b_1}{b_1 + b_2}, \quad W = \frac{2b_1}{b_1 + b_2}.$$
(32)

Для поперечных колебаний решения для положительной и отрицательной областей балки представим в виде:

$$u_1(x,t) = u_0 e^{i(bx - \omega t)} - V u_0 e^{-i(bx + \omega t)} - V * u_0 e^{(bx - i\omega t)}, \quad x < 0,$$
(33)

$$u_2(x,t) = W u_0 e^{i(bx - \omega t)} + W * u_0 e^{-(bx + i\omega t)}, \quad x > 0,$$
(34)

здесь  $b = \sqrt[4]{(m\omega^2 - k)/EI}$ , V\*, W\* – коэффициенты отражения и прохождения для экспоненциально затухающих волн, V и W – соответствуют ранее принятым обозначениям.

Принимая в качестве главных граничных условий ограниченность решений на бесконечности, неразрывность перемещений и углов поворота двух участков стержня в точке x=0 ( $u_1=u_2$  и  $u_1^*=u_2^*$ ), используя вариационный принцип Гамильтона, было получено следующее естественное граничное условие:

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2}\Big|_{x=0} = \frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2}\Big|_{x=0}, \quad \frac{\partial^3 u_1}{\partial x^3}\Big|_{x=0} = \frac{\partial^3 u_2}{\partial x^3}\Big|_{x=0}.$$
(35)

Решив систему из главных и естественных граничных условий, было получено:

$$V = \frac{2b_1b_2(b_2 - b_1)}{(b_1 + b_2)(b_1^2 + b_2^2)} - \left(\frac{(b_2 - b_1)^2}{b_1^2 + b_2^2}\right)i, \quad V^* = \frac{b_2 - b_1}{b_1 + b_2} + \left(\frac{b_2 - b_1}{b_1 + b_2}\right)i,$$

$$W = \frac{2b_1^2}{b_2(b_1 + b_2)}, \quad W^* = \frac{2b_1^3(b_2 - b_1)}{b_2(b_1 + b_2)(b_1^2 + b_2^2)} - \left(\frac{2b_1^2(b_2 - b_1)}{(b_1 + b_2)(b_1^2 + b_2^2)}\right)i.$$
(36)

После отделения мнимой и экспоненциально затухающий составляющей в (36), выражение для коэффициента прохождения волн примет вид:

$$W^{**} = \frac{2b_1^2}{b_2(b_1 + b_2)},\tag{37}$$

для коэффициента отражения –

$$V^{**} = 1 - \frac{2b_1^2}{b_2(b_1 + b_2)}.$$
(38)

Коэффициенты отражения (32), (38) имеет знак, что с физической точки зрения, должно характеризовать полярность отраженной волны, обусловленную соотношением жесткостей участков. В рассматриваемом же случае, на примере продольных волн, при распространении волны из области с жесткостью  $k_1$  в область  $k_2$  ( $k_2 > k_1$ ) отраженная волна сохранит полярность (Рис. 8). В противном случае, полярность волны изменится (Рис. 9).



Рис. 8. Волны в стержне при  $k_2 > k_1$ 



Рис. 9. Волны в стержне при  $k_1 > k_2$ 

Отметим, что в условиях реального сейсмического воздействия, при большом количестве толчков за малый промежуток времени, с большой долей

вероятности можно предположить существование нескольких независимых волновых цугов распространяющихся по трубопроводу. В этой связи, возможно наложение отраженной волны на вновь падающую с увеличением амплитуды.

4. Разработан метод расчета участков заглубленного трубопровода, примыкающих к конструктивным включениям и участка, расположенного в области резкого изменения свойств грунтового основания, при сейсмическом воздействии.

На основании выполненных исследований можно заключить, что напряженное состояние участка трубопровода с точечным включением и участка, расположенного в области резкого изменения свойств грунтового основания, т.е. содержащего протяженную неоднородность в виде участка на слабых грунтах, в общем случае при сейсмическом воздействии формируется:

- напряжениями, обусловленными колебаниями грунта,
- напряжениями, обусловленными локальными колебаниями,

• напряжениями, обусловленными бегущими волнами.

Отметим, что указанные напряжения являются дополнительными к напряженному состоянию трубопровода, обусловленному прочими нагрузками основного сочетания, т.е. собственным весом трубы и обратной засыпки, рабочим давлением, температурными воздействиями и т.п.

В ходе исследований было установлено, что напряжениями, обусловленными ловушечными модами, т.е. собственными модами точечных и протяженных включений, можно пренебречь по причине их малости по сравнению с прочими.

Напряжения, обусловленные колебаниями грунта, регламентируется действующими нормами (СП 36.13330.2012 «Магистральные трубопроводы»).

В ходе исследований были получены следующие выражения для определения напряжений, обусловленных локальными продольными колебаниями:

$$\sigma_{1p} = \pm a_c \left(\frac{T_0}{2\pi}\right)^2 \sqrt{\frac{Em}{A}} \sqrt{\omega^{*2} - \omega^2},$$
(39)

поперечными -

$$\sigma_{1s} = \pm a_c \left(\frac{T_0}{2\pi}\right)^2 \frac{D}{2} \sqrt{\frac{Em}{I}} \sqrt{\omega^{**^2} - \omega^2}, \qquad (40)$$

бегущими продольными волнами:

$$\sigma_{2p} = \pm a_c \left(\frac{T_0}{2\pi}\right)^2 \sqrt{\frac{Em}{A}} \sqrt{\omega^2 - \omega^{*2}},\tag{41}$$

поперечными -

$$\sigma_{2s} = \pm a_c \left(\frac{T_0}{2\pi}\right)^2 \frac{D}{2} \sqrt{\frac{Em}{I}} \sqrt{\omega^2 - \omega^{**2}},\tag{42}$$

где *D* – наружный диаметр трубопровода, прочие обозначения соответствуют ранее принятым.

Полученные зависимости характеризуют дополнительные напряжения, обусловленные локализацией колебаний. Анализируя (39) и (40) отметим, что наибольшие напряжения будут соответствовать колебаниям с наименьшей частотой. Анализируя (41) и (42) отметим, что частота колебаний, строго говоря, может находиться в широком интервале, ограниченном слева частотой отсечки. В этих условиях, частоту бегущих волн (высокочастотных колебаний), можно принять наибольшей, обычно фиксируемой при реальных землетрясениях – 220 Рад/с (35 Гц).

С учетом сказанного, максимальные продольные напряжения, обусловленные низкочастотными локальными колебаниями в области точечного включения или протяженной неоднородности в виде участка на слабых грунтах, будут определяться выражением:

$$\sigma_{1p} = \pm a_c \left(\frac{T_0}{2\pi}\right)^2 \sqrt{\frac{Em}{A}} \sqrt{W_b^2 - w_p^2},$$

$$W_b = \max \, \mathcal{A}^*, \Omega^*, w_p = \min\left\{\frac{2\pi}{T_0}, \omega^*\right\},$$
(43)

поперечные -

$$\sigma_{1s} = \pm a_c \left(\frac{T_0}{2\pi}\right)^2 \frac{D}{2} \sqrt{\frac{Em}{I}} \sqrt{W_{bb}^2 - w_s^2},$$

$$W_{bb} = \max \, \mathcal{A}^{**}, \Omega^{**}, W_s = \min\left\{\frac{2\pi}{T_0}, \omega^{**}\right\},$$
(44)

где в качестве частот отсечки принята максимальная из возможных на рассматриваемом участке, в качестве частоты колебаний – минимальная из преобладающей частоты колебаний частиц грунта и частоты отсечки (здесь  $\omega^*$  и  $\Omega^*$  – частоты отсечки продольных колебаний для каждого участка трубопровода,  $\omega^{**}$  и  $\Omega^{**}$  – поперечных колебаний).

Выражение для максимальных продольных напряжений, обусловленных бегущими волнами, можно представить в виде:

$$\sigma_{2p} = \pm a_c \left(\frac{T_0}{2\pi}\right)^2 \sqrt{\frac{Em}{A}} \sqrt{\langle \langle \pi \cdot 35 \rangle^2 - W_b^2 \rangle}, \qquad (45)$$
$$W_b = \min \langle \langle \pi \cdot \Omega \rangle^*, \qquad (45)$$

поперечные -

$$\sigma_{2s} = \pm a_c \left(\frac{T_0}{2\pi}\right)^2 \frac{D}{2} \sqrt{\frac{Em}{I}} \sqrt{\mathbf{Q}\pi \cdot 35^2 - W_{bb}^2},$$

$$W_{bb} = \min \mathbf{Q}^{**}, \Omega^{**},$$
(46)

где в качестве частот колебаний принята наибольшая фиксируемая при реальных землетрясениях, в качестве частоты отсечки — минимальная из возможных на рассматриваемом участке.

Результаты количественных оценок для наиболее часто применяемых труб для магистральных нефте- и газопроводов, расположенных на нескальном грунтовом основании, приведены в Табл. 1.

<u>k</u>	Пориол	Varian	Труба		Напряжения, МПа		
К,	Период,	g c k o p.,			СЦиП	Локальные	Бегущие
МПа	1 <sub>0</sub> , C	$u_c, M/C$	D, MM	<i>m</i> , K17M	Спип	колебания	волны
<u>10</u>	$\frac{10}{20}$ 0,3	4,0	1220x12	1300	127,0	<u>58,8</u>	<u>139,0</u>
20						120,0	179,0
<u>10</u> 0.4	1.0	$1220 \times 12$	500	170.0	<u>107,0</u>	<u>128,0</u>	
20	20 0,4	4,0	1220X12	300	170,0	217,0	99,0
<u>10</u>	0.3	4,0	1020x12	1000	127,0	<u>64,8</u>	<u>130,0</u>
20	20 0,5					130,0	156,0
<u>10</u>	$\frac{10}{20}$ 0,4	4.0	1020x12	400	170,0	<u>117,0</u>	<u>114,0</u>
20		4,0				233,0	-
20	0,2	2,0	1220x12	1300	51,0	<u>18,4</u>	<u>27,8</u>
50						42,3	21,7
20	0.5	2.0	100v10	500	128.0	<u>119,0</u>	54,2
50	0,5	2,0	1220X12	500	128,0	268,0	_

Табл. 1. Количественная оценка напряжений

Примечания:

1. Над чертой приведены значения соответствующие продольным колебаниям, под чертой – поперечным.

2. Прочерки в ячейках указывают на невозможность возникновения бегущих волн, вследствие невыполнения частотного условия.

3. Напряжения по СНиП приведены без учета дополнительных коэффициентов.

4. Цветом выделены строки, соответствующие газопроводам.

Таким образом, вследствие локальных колебаний, действующие напряжения более чем в 2 раза превышают сейсмические напряжения, вычисляемые по нормативной методике.

#### Общие выводы

1. В реальных условиях, с учетом сил неупругого сопротивления, низкочастотные воздействия, с частотами ниже частоты отсечки, являющейся функцией жесткости основания и погонной массы трубопровода, приводят к возникновению локальных экспоненциально затухающих колебаний; высокочастотные воздействия порождают бегущие волны, затухающие с течением времени. Получено аналитическое выражение для определения длины участка сооружения, реагирующего на динамическое воздействие от точечного источника. Получено аналитическое выражение для определения частоты отсечки для случая вязко-упругого основания.

2. При определенных параметрах трубопровода с конструктивным массовым включением или участком на слабом основании, низкочастотная сейсмическая нагрузка может привести к возникновению локальных колебаний указанных неоднородностей, при относительно покоящемся трубопроводе в целом.

3. Высокочастотные сейсмические воздействия, порождающие бегущие волны, распространяющиеся по трубопроводу, вследствие наличия массового включения или кусочно-однородного основания трансформируются на проходящие и отраженные, что может привести к увеличению уровня исходного воздействия. В наиболее неблагоприятном случае – случае полного отражения – происходит увеличение исходного воздействия в 2 раза. Получены явные аналитические выражения для коэффициентов отражения и прохождения продольных и поперечных волн (формулы типа Френеля) распространяющихся по трубопроводу, имеющего массовые и жесткостные неоднородности.

4. Получены явные аналитические выражения и предложена методика расчета участков заглубленных магистральных трубопроводов при сейсмическом воздействии с учетом локальных колебаний, обусловленных наличием массовой и жесткостной неоднородности.

5. При определенных параметрах участка трубопровода с массовыми и жесткостными неоднородностями, действующие напряжения, обусловленные локализацией колебаний на указанных участках, могут в несколько раз превышать напряжения, действующие на однородных участках, что является определяющим в задачах обеспечения прочности сооружения. Указанные, дополнительные напряжения, не регламентируются действующими нормативными документами.

## **III. ОСНОВНЫЕ НАУЧНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ** ДИССЕРТАЦИОННОГО ИССЛЕДОВАНИЯ:

публикации в периодических научных изданиях, рекомендованных ВАК РФ:

1. Денисов, Г.В. О сплошном спектре колебаний балочных элементов конструкции при высокочастотных воздействиях / Г.В. Денисов, В.В. Лалин // Инженерно-строительный журнал. – 2012. – № 1 (27). – С. 91 – 97 (0,81 / 0,40 п. л.).

2. Денисов, Г.В. Влияние конструктивных включений на прочность подземных трубопроводов при динамических воздействиях / Г.В. Денисов, В.В. Лалин // Транспорт и хранение нефтепродуктов и углеводородного сырья. – 2012. – № 2. – С. 11 – 13 (0,35 / 0,18 п. л.).

3. Денисов, Г.В. К вопросу о локализации колебаний в строительных конструкциях / Г.В. Денисов // Инженерно-строительный журнал. – 2012. – № 5 (31). – С. 60 – 64 (0,58 п. л.).

4. Денисов, Г.В. Особенности поведения подземных трубопроводов с конструктивными включениями при динамических воздействиях / Г.В. Денисов, В.В. Лалин // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2012. – № 4. – С.54 – 58 (0,29 / 0,15 п. л.).

5. Лалин, В.В. Трансформация волн, распространяющихся по струне и балке, как следствие неоднородности упругого основания / В.В. Лалин, **Г.В.** Денисов // Вестник гражданских инженеров. – 2013. – № 1(36). – С.46 – 54 (0,58 / 0,29 п. л.).

6. Денисов, Г.В. Трансформация волн, распространяющихся по заглубленному трубопроводу, вследствие конструктивных включений / Г.В. Денисов, В.В. Лалин // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2013. – № 2. – С.56 – 62 (0,35 / 0,18 п. л.).

7. Лалин, В.В. Динамическое поведение бесконечных стержневых элементов на упруго-вязком основании под действием точечного источника возмущения / В.В. Лалин, **Г.В. Денисов** // Научный вестник Воронежского ГАСУ. Строительство и архитектура. – 2013. – № 2(30). – С.105 – 113 (1,04 / 0,52 п. л.).

8. Денисов, Г.В. Собственные колебания заглубленных магистральных трубопроводов при сейсмическом воздействии / Г.В. Денисов, В.В. Лалин // Трубопроводный транспорт: теория и практика. – 2013. – № 4(38). – С. 14 – 17 (0,46 / 0,23 п. л.).

9. Денисов, Г.В. Предложения по расчету участков заглубленных магистральных трубопроводов с конструктивным включением на сейсмическое воздействие / Г.В. Денисов, В.В. Лалин // Транспорт и хранение нефтепродуктов и углеводородного сырья. – 2013. – № 3. – С. 20 – 23 (0,46 / 0,23 п. л.).

10. Денисов, Г.В. Динамическое поведение заглубленного трубопровода с участком на слабых грунтах / Г.В. Денисов, В.В. Лалин // Труды РГУ нефти и газа имени И. М. Губкина. – 2013. – № 3 (272). – С. 52 – 58 (0,40 / 0,20 п. л.).

11. Денисов, Г.В. К расчету участков заглубленных магистральных трубопроводов с конструктивными включениями на сейсмическое воздействие / Г.В. Денисов // Современные проблемы науки и образования. – 2014. – № 4; URL: http://www.science-education.ru/118-14133 (0,69 п. л.).

### Публикации в других изданиях:

12. Денисов, Г.В. Влияние конструктивных включений и неоднородности основания на динамику заглубленных магистральных трубопроводов / Г.В. Денисов, В.В. Лалин // Математическое моделирование в механике деформируемых сред и конструкций. Методы граничных и конечных элементов: XXV Международная конференция / СОЛО – СПб., 2013. – С.78-79 (0,05 / 0,02 п. л.).

13. Денисов, Г.В. Коэффициенты отражения и прохождения волн, бегущих по стержню и балке, как следствие неоднородности упругого основания / Г.В. Денисов, В.В. Лалин // IX Международная конференция по проблемам прочности материалов и сооружений на транспорте / ФГБОУ ВПО ПГУПС – СПб., 2014. – С.25 (0,05 / 0,02 п. л.).