

На правах рукописи



Чепилко Сергей Олегович

**ВЛИЯНИЕ НЕЛИНЕЙНОЙ ПОЛЗУЧЕСТИ
НА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ
СОСТОЯНИЕ СТАЛЕЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ
КОНСТРУКЦИЙ**

Специальность 2.1.9. Строительная механика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Санкт-Петербург – 2022

Работа выполнена в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет».

Научный руководитель: доктор технических наук, профессор
Рутман Юрий Лазаревич

Официальные оппоненты: **Тер-Эммануильян Татьяна Николаевна**,
доктор технических наук, доцент, ФГАОУ
ВО «Российский университет транспорта»
г. Москва, Институт пути, строительства
и сооружений, кафедра «Теоретическая
механика», доцент;

Арленинов Петр Дмитриевич,
кандидат технических наук, АО «НИЦ
Строительство» НИИЖБ им. А. А. Гvozдева,
г. Москва, лаборатория № 8 «Механики
железобетона», заместитель заведующего
лаборатории;

Ведущая организация: **ФГБОУ ВО «Донской государственный
технический университет».**

Защита состоится «26» мая 2022 г. в 13:30 часов на заседании диссертационного совета 24.2.380.01 при ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет» по адресу: 190005, г. Санкт-Петербург, ул. 2-я Красноармейская, д. 4, зал заседаний диссертационного совета (аудитория № 220 главного корпуса). Тел./факс: (812) 316-58-73; Email: rector@spbgasu.ru

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет» и на сайте: <http://dis.spbgasu.ru/specialtys/personal/chepilko-sergey-olegovich>

Автореферат разослан «14» апреля 2022 г.

Учёный секретарь
диссертационного совета



В. М. Попов

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность. Сталежелезобетонные конструкции появились в строительной практике достаточно давно, поскольку в них использована идея совместить в одной конструкции относительную легкость и простоту монтажа стальных балок, воспринимающих растягивающие усилия и бетонной (железобетонной плиты), работающей на сжатие. При этом конструктивно обеспечена совместная работа бетонной плиты и стальных балок. Совместная работа стальных балок с бетонной плитой существенно повышает жесткость конструкции, что позволяет увеличить пролет, уменьшить строительную высоту сечения, повысить несущую способность. Исходно основная область применения сталежелезобетонных конструкций – мостостроение, где несколько стальных балок или ферм объединены бетонной (железобетонной плитой). Помимо мостостроения подобные конструкции используются, например, в большепролетных перекрытиях, где их можно рассматривать, как ребристые плиты, поскольку число объединенных бетонной плитой стальных балок уже значительно. В некоторых случаях использование сталежелезобетонных конструкций является единственно возможным. Так, при реконструкциях перекрытий действующих зданий существенным требованием является сохранение как строительной высоты перекрытия, так и его весовых характеристик при возможном увеличении полезной нагрузки в соответствии с требованиями современных строительных норм.

Если рассматривать сталежелезобетонные конструкции в узком смысле, т. е. только как сталежелезобетонные балки – комплексные балки таврового сечения, состоящие из бетонной (железобетонной) плиты и стальной балки (это могут быть и фермы), – то необходимо выделить, пусть и с некоторой долей условности, два основных класса:

– сталежелезобетонные пролетные строения мостов, для которых характерно отношение собственных жесткостей бетонной плиты и стальной

балки порядка $\frac{E_b I_b}{E_s I_s} \approx 0,01$;

– сталежелезобетонные перекрытия, для которых это отношение составляет $\frac{E_b I_b}{E_s I_s} \approx 0,1 \div 0,5$.

В первом случае бетонной плитой объединяется малое число стальных балок (обычно две-три), в перекрытиях же стальных балок может быть много, и вся конструкция целиком может рассматриваться, как ортотропная плита. Влияние соседних балок друг на друга существенно только на напряжения в поперечном (относительно стальных балок) направлении. В продольном направлении достаточно рассматривать «вырезанную» из общего массива отдельную балку таврового сечения, состоящую из стальной балки и части бетонной плиты. Стандартный инженерный расчет такой балки производится,

как расчет классической комплексной балки в упругой стадии. Это верно только при сравнительно малых уровнях нагружения. Уже при величинах напряжений порядка $0,2 \div 0,4R_b$ начинает сказываться нелинейный характер работы бетона. Помимо собственно нелинейной диаграммы « $\varepsilon - \sigma$ », проявляющейся при мгновенном нагружении, длительное действие нагрузки вызывает в бетоне такие процессы, как ползучесть. Которая в свою очередь носит линейный характер также только при сравнительно низких уровнях нагружения. В соответствии со строительными нормами и правилами расчет СЖБ балок производится по предельным состояниям, как и для обычных железобетонных балок. Однако работа СЖБ балок имеет свою специфику, поскольку эксплуатационные нагрузки обычно существенно меньше предельных, но в за частую больше тех, при которых можно считать бетон работающим в упругой стадии. Фактически большая часть «рабочих» напряжений бетона, т. е. $0,2R_b < \sigma \leq R_b$ не может быть рассчитана по упругой стадии. Все эти вопросы, связанные с нелинейной работой бетона, требуют анализа их влияния на работу сталежелезобетонной конструкции в целом и сравнения с упругим расчетом. Учет нелинейности работы бетона позволяет оптимизировать подбор параметров сталежелезобетонной балки, что ведет к экономии материалов (выбор класса бетона и марки стали, их сечения и т. п.). В качестве нелинейной диаграммы бетона « $\varepsilon - \sigma$ » принята формула Сарджина, нормируемая в Еврокодах.

Степень разработанности темы исследования. Основные положения по расчету сталежелезобетонных конструкций в СССР были разработаны и приняты в практику проектирования еще в 60-е годы усилиями М. Е. Гибшмана, Н.С. и Н. Н. Стрелецких и их учеников. Полученные ими методики расчета относились в первую очередь к упругому расчету. Затем работы в этом направлении ушли на периферию научного поиска, и возврат интереса к сталежелезобетонным конструкциям начал происходить лишь на рубеже двухтысячных годов. При этом основное внимание уделялось расчету упоров на бетон, обеспечивающих совместную работу стальной балки с железобетонной плитой. Работа собственно сталежелезобетонных балок, учитывающая нелинейный характер работы железобетона, только сейчас начинает привлекать внимание исследователей.

Цели исследования:

- определение влияния нелинейных свойств бетона на работу СЖБ-балок;
- определение возможности учета результатов, относящихся к нелинейной работе бетона в СЖБ-балках в конечно-элементных моделях систем САПР.

Объект исследования: комплексные СЖБ-балки.

Предмет исследования: НДС СЖБ-балок.

Задачи исследования:

- влияние нелинейной работы бетона на сдвиговые усилия, возникающие на контакте сталь-бетон в СЖБ-балках;
- учет нелинейной работы бетона в расчете СЖБ-балок и особенности поведения СЖБ-балок с учетом нелинейной работы бетона;

- учет линейной ползучести бетона в расчете СЖБ-балок;
- учет нелинейной ползучести бетона в расчете СЖБ-балок;
- оптимизация проектирования СЖБ-балок на основе особенностей НД.

Научная новизна:

Получена разрешающая система нелинейных уравнений, для определения напряжений в СЖБ балке.

1) Получена разрешающая система интегральных уравнений ползучести для СЖБ-балок в линейной постановке, выписано ее решение в резольвентах, а также асимптотическое решение для случая теории упругой наследственности.

2) Получена разрешающая система интегральных уравнений ползучести для СЖБ-балок в нелинейной постановке, выписано ее асимптотическое решение для случая теории упругой наследственности.

3) Проведен анализ влияния нелинейных процессов на НДС СЖБ-балок и сравнение с линейным расчетом. Показана допустимость линейного расчета в системах САПР с последующей коррекцией.

Практическая значимость:

1. Результаты, учитывающие нелинейную работу СЖБ-балки при мгновенном нагружении, а также линейную и нелинейную ползучесть, позволяют оценивать напряжения в СЖБ-балке до момента образования зоны текучести в стальной балке (после чего необходим расчет по предельным состояниям 1-й группы).

2. Обоснована возможность использования систем САПР (ЛИРА, SCAD, и т. п.), в расчетах СЖБ-балок с последующим уточнением напряжений в бетоне, поскольку нелинейная работа бетона сравнительно слабо сказывается на работе стальной балки и ее прогибах.

3. Результаты, относящиеся к нелинейной ползучести могут быть применены (с некоторой доработкой) и при расчете обычных железобетонных балок.

4. Полученные результаты позволяют оптимизировать подбор параметров СЖБ-балок, тем самым давая возможность достигать экономии бетона и стали.

5. Выписанные в явном виде системы нелинейных уравнений могут быть численно решены в современных расчетных комплексах символьной математики, таких как Mathematica, Maple, MathCad и т.п., что делает ее доступной в использовании в повседневной инженерной практике.

Теоретическая значимость. Заключается в том, что примененный научно-методический подход позволяет аналитически единообразно подходить к расчету целого ряда практических задач, требующих учета нелинейной мгновенной и длительной работы бетона, относящихся, вообще говоря, как к сталежелезобетонным, так и обычным железобетонным балкам. При этом не накладывается особых требований на геометрическую связность и форму сечения.

Обоснованность и достоверность. В основе предложенных методик лежат корректные математические и физические модели и методы решения.

Публикации. Основные научные результаты диссертации опубликованы в 4 научных работах, в том числе 4 в рецензируемых изданиях из перечня, размещенного на официальном сайте ВАК.

Методология и методы диссертационного исследования. Опираются на применение общепринятые в настоящее время теоретические подходы. Используются методы строительной механики и теории упругости с опорой на существующие строительные нормы, а также теоретические результаты, полученные российскими и зарубежными учеными в данной области.

Апробация. Полученные теоретические и численные результаты подтверждены апробацией на следующих конференциях и семинарах:

1. Доклад в Доме Ученых: <https://www.youtube.com/watch?v=Cn9sABTowNE&feature=youtu.be>, Санкт-Петербург, 2020.

2. Доклад «Особенности расчета сталежелезобетонных комплексных балок по предельным состояниям 1 группы» на Вебинаре «**Расчет и проектирование строительных конструкций с использованием BIM-системы Ing+**», Санкт-Петербург, 2021.

3. IV Международная научно-техническая конференция «Строительство и архитектура: теория и практика инновационного развития» (CATPID-2021), г. Нальчик, 01-05 июля 2021 г. Доклад: «Расчет сталежелезобетонных балок с учетом нелинейной ползучести» (IV International Scientific and Technical Conference «Construction and Architecture: Theory and Practice of Innovative Development» (CATPID-2021) held in Nalchik from 01th to 05th July, 2021).

Область исследования соответствует требованиям паспорта научной специальности 2.1.9. (05.23.17) Строительная механика, пункту 2 – Линейная и нелинейная механика конструкций и сооружений, разработка физико-математических моделей их расчета; пункту 3 – Аналитические методы расчета сооружений и их элементов; пункту 4 – Численные методы расчета сооружений и их элементов.

Достоверность результатов. В основе предложенных методик лежат корректные математические и физические модели и методы решения.

Положения, выносимые на защиту:

1. Разрешающая система нелинейных уравнений для случая мгновенного нагружения сталежелезобетонной балки на основе нелинейной диаграммы $\varepsilon - \sigma$, соответствующей формуле Сарджина (нормируется в Еврокодах), полученная прямым интегрированием по сечению уравнений равновесия. Численное решение полученной системы не представляет сложности в любых современных системах символьной математики, таких как *MathCad*, *Maple*, *Mathematica*.

2. Разрешающая система интегральных уравнений для случая линейной ползучести в СЖБ-балках, полученная на основе уравнения ползучести Маслова-Арутюняна прямым интегрированием по сечению балки уравнений равновесия. Дано ее решение в резольвентах. Приведено асимптотическое решение, соответствующее теории упругой наследственности, т. е. отвечающее выдержанному бетону (месячный и более срок).

3. Разрешающая система интегральных уравнений для случая нелинейной ползучести в СЖБ-балках, полученная на основе нелинейного уравнения ползучести вязко-упруго-пластичности бетона прямым интегрированием по сечению балки уравнений равновесия. Для этой системы интегральных уравнений выведена асимптотическая система нелинейных уравнений, соответствующая теории упругой наследственности, численное решение которой также не представляет сложности.

Структура и объем работы

Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения и списка используемой литературы. Содержит 123 страницы, 31 рисунок, 146 формул, 11 таблиц.

Во введении обосновывается актуальность выбранной темы диссертации, определяются цели и задачи исследований по учету нелинейности работы бетона в СЖБ балках, отмечается научная новизна работы.

В первой главе произведен обзор состояния вопроса и рассмотрены некоторые вводные соображения, относящиеся к теме диссертационной работы.

Во второй главе произведен качественный анализ возможности аппроксимации диаграммы "ε – σ" бетона полиномами с целыми степенями и сделан вывод, что в общем случае таким представлением нужно пользоваться с известной осторожностью. Кроме того, сделан вывод о предпочтительности использования в нелинейных расчетах формулы Сарджина, нормируемой в Еврокодах. Рассмотрен расчет СЖБ балок по предельным состояниям с использованием формулы Сарджина и унифицированной диаграммы работы стали. Основное содержание главы – вывод разрешающей системы нелинейных уравнений для случая мгновенного нагружения СЖБ балки, удобной для инженерных расчетов, а также определение сдвигающих усилий на контакте «сталь-бетон». Произведены модельные расчеты и их анализ.

В третьей главе рассмотрена линейная ползучесть в СЖБ балках и вывод разрешающей системы интегральных уравнений на основе интегрального уравнения ползучести Маслова-Арутюняна, которое корректно при небольших уровнях нагружения. Вывод разрешающей системы уравнений производился при тех же допущениях, что и в случае мгновенного нагружения. Проведен качественный анализ полученной системы уравнений для разных мер ползучести. Приведено асимптотическое решение для случая теории упругой наследственности.

В четвертой главе рассмотрена нелинейная ползучесть в СЖБ балках и вывод разрешающей системы интегральных уравнений на основе интегрального уравнения вязко-упруго-пластичности бетона:

$$f(\sigma_b(z, t)) = E_b(t)\varepsilon_b(z, t) + E_b(t) \int_{t_0}^t K(t, \xi) f(\sigma_b(z, \xi)) d\xi.$$

Как и ранее, принятая система координат и основные расчетные допущения относительно СЖБ балки – те же, что и в случае линейной ползучести.

Для случая упругой наследственности получена асимптотическая разрешающая система нелинейных уравнений, произведены модельные расчеты, а также сравнение результатов с расчетами для случаев мгновенного нагружения и асимптотики системы уравнений линейной ползучести.

В *Заключении* кратко сформулированы результаты, полученные в диссертационной работе.

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ ДИССЕРТАЦИИ, ВЫНОСИМЫЕ НА ЗАЩИТУ

1. Расчет по предельным состояниям первой группы и вывод системы уравнений для случая мгновенного нагружения.

Возможность учета нелинейной работы бетона в СЖБ-балках рассматривалась в диссертационной работе единообразно при следующих принятых допущениях:

- 1) СЖБ-балка рассматривается, как классическая комплексная балка, т.е. в НДС учитываются только продольные напряжения растяжения-сжатия;
- 2) выполняется гипотеза плоских сечений;
- 3) стальная балка работает упруго;
- 4) СЖБ-балка однопролетная шарнирно-опертая;
- 5) параметры СЖБ-балки подобраны так, что бетон сжат в любом сечении;
- 6) бетон однороден и работает без трещин;
- 7) внешние силы растяжения-сжатия отсутствуют.

В качестве базового уравнения принято уравнение вязко-упруго-пластичности бетона, которое записывается в форме интегрального уравнения, связывающего относительные деформации и напряжения в бетоне:

$$f(\sigma_b(z, t)) = E_b(t)\varepsilon_b(z, t) + E_b(t) \int_{t_0}^t K(t, \xi) f(\sigma_b(z, \xi)) d\xi.$$

Как частные случаи оно включает в себя мгновенное нагружение (если отбросить интеграл в правой части при $t = t_0$), а также линейное уравнение ползучести Маслова-Арутюняна, если функция напряжений принимается в виде $f(\sigma_b(z, t)) = \sigma_b(z, t)$, уравнение переходит в линейное уравнение ползучести Маслова-Арутюняна.

При выводе системы уравнений для случая мгновенного нагружения локальная система координат принималась в центре тяжести бетонного сечения – см. рис. 1. Направления глобальных осей координат совпадают с локальными, а начало глобальных координат – в центре тяжести бетонного сечения в середине пролета балки.

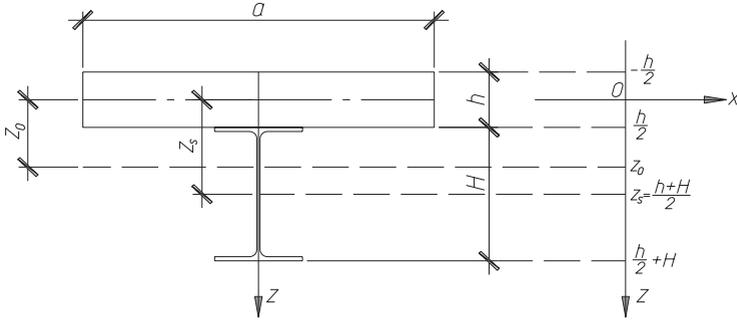


Рис. 1

Зависимость между напряжениями и относительными деформациями принимается по формуле Сарджина, нормируемой в Eurocode 2 и записанной в обозначениях, принятых в Российских нормах СП для сжатого бетона. Она имеет вид:

$$\sigma_b(\varepsilon) = -R_* \frac{\left(\frac{|\varepsilon|}{\varepsilon_{bo}}\right) \left(\frac{E_b \varepsilon_{bo}}{R_*} - \frac{|\varepsilon|}{\varepsilon_{bo}}\right)}{1 + \left(\frac{E_b \varepsilon_{bo}}{R_*} - 2\right) \left(\frac{|\varepsilon|}{\varepsilon_{bo}}\right)},$$

где ε_{bo} – предельная относительная деформация при равномерном осевом сжатии;

$$R_* = \begin{cases} R_{b,ser} & \text{– в расчетах по деформациям;} \\ R_b & \text{– в расчетах по прочности;} \end{cases}$$

E_b – начальный модуль деформации бетона при непродолжительном действии нагрузок.

Напряжения в стали и бетоне будут равны (z_0 и κ – положение нейтральной оси и кривизна):

$$\begin{aligned} \sigma_s &= E_s \varepsilon_s = E_s (z_0 - z) \kappa; \\ \sigma_b &= \sigma_b(\varepsilon_b) = \sigma_b \left((z_0 - z) |\kappa| \right). \end{aligned}$$

В принятых координатах $\kappa < 0$ и $|\kappa| = -\kappa$.

Необходимо отметить, что на форму и геометрическую связность стального сечения не накладывается никаких специальных условий, тем самым в состав стального сечения может быть включена продольная арматура железобетонной плиты, которая будет учитываться при определении геометрических характеристик сечения – положения центра тяжести, площади и момента инерции.

Использование гипотезы плоских сечений позволяет произвести интегрирование по сечению СЖБ-балки и оперировать интегральными усилиями:

$$N_b = \int_{A_b} \sigma_b dA_b; \quad N_s = \int_{A_s} \sigma_s dA_s; \quad M_b = \int_{A_b} \sigma_b (z - z_0) dA_b; \quad M_s = \int_{A_s} \sigma_s (z - z_0) dA_s.$$

Интегрирование по сечению дает:

$$N_s = \int_{A_s} \sigma_s dA_s = \int_{A_s} E_s (z_0 - z) \kappa dA_s = E_s A_s (z_0 - z_s) \kappa.$$

$$N_b = -E_b A_b \kappa \frac{(k-1)^2}{k(k-1)} \cdot \left(\frac{z_0}{(k-1)^2} + \xi + \frac{\xi^2}{h} \ln \left(\frac{\xi - \left(z_0 + \frac{h}{2} \right)}{\xi - \left(z_0 - \frac{h}{2} \right)} \right) \right),$$

$$M_s = \int_{A_s} \sigma_s (z_0 - z) dA_s = \int_{A_s} E_s \kappa (z_0 - z)^2 dA_s = E_s \kappa \left(I_s + A_s (z_0 - z_s)^2 \right);$$

$$M_b = -E_b A_b \kappa \frac{(k-1)^2}{k(k-2)} \left[\xi^2 + \xi z_0 + \frac{1}{(k-1)^2} \left(\frac{h^2}{12} + z_0^2 \right) + \frac{\xi^3}{h} \ln \left(\frac{\xi - \left(z_0 + \frac{h}{2} \right)}{\xi - \left(z_0 - \frac{h}{2} \right)} \right) \right].$$

Тут обозначено:

$$A_b = ah; \quad k = \frac{E_b \varepsilon_{bo}}{R_*}; \quad \xi = \frac{\varepsilon_{bo}}{(k-2) \kappa}; \quad A_s, \quad I_s - \text{площадь и момент инерции}$$

стальной балки.

Поскольку для шарнирно-опертых балок момент известен, получается разрешающая система (M_{beam} – известный внешний балочный момент):

$$\begin{cases} N_b + N_s = 0; \\ M_b + M_s = -M_{beam}. \end{cases}$$

Численное решение полученной системы не представляет особых трудностей в системах символьной математики, либо осуществляется любым итерационным методом. Начальное приближение принимается из упругой задачи.

В практических расчетах упоров на бетон, обеспечивающих совместную работу бетонной плиты и стальной балки, важным является определение сдвигающих сил на контакте «сталь-бетон». Следуя рассуждениям Тимошенко для вырезанного элемента плиты (см. рис. 2), можно получить сдвигающее усилие и накопленную на отрезке силу:

$$N_b = -N_s = -E_s A_s (z_0 - z_s) \kappa;$$

$$t_{cont}(y) = -\frac{d}{dy} N_b = E_s A_s \frac{d}{dy} ((z_0 - z_s) \kappa);$$

$$T_{cont}(a, b) = \int_a^b t_{cont}(y) dy = E_s A_s (z_0 - z_s) \kappa \Big|_{y=a}^{y=b};$$

$$T_{cont}(a, b) = - \int_a^b \frac{d}{dy} N_b dy = N_b(a) - N_b(b) = N_s(b) - N_s(a).$$

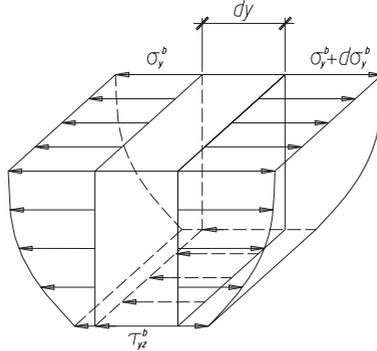


Рис. 2

На концах балки кривизна равна нулю (поскольку нулю равен момент), поэтому накопленная на половине балки сдвигающая сила равна $N_b(0)$ (интегральному сжимающему усилию в бетоне в середине пролета). В упругом расчете, т.е. с использованием начального модуля деформации бетона, интегральное сжимающее усилие в бетонном сечении всегда больше, чем в нелинейном. Тем самым, расчет упоров на бетон по упругой работе идет в некоторый расчетный запас.

Расчет по предельным состояниям производился с использованием функции Хевисайда (функции единичного скачка). Использование ее позволяет представлять сечение стальной балки и бетонной полки в виде суммы областей интегрирования простой формы и производить интегрирования в явном (формульном) виде. При этом результатами интегрирования будут суммы, в которые также входят функции Хевисайда. При таком подходе отпадает нужда в построении ветвящихся вычислительных алгоритмов вида «если...то...», что уменьшает вероятность ошибки и не требует написания сравнительно сложных компьютерных программ. Из расчетов видно, что расхождение в определении величины предельного момента по инженерным формулам, выписанным для случая идеального пластического шарнира в сравнении с формулами в расчете по предельно допустимым нормируемым деформациям, основанными на зависимости Сарджина, может быть, как сравнительно небольшим, так и ощутимым – порядка 10 %. Расчет с использованием диаграмм работы стали и бетона

дает в большинстве случаев меньшую величину, хотя в некоторых случаях возможно и обратное, если деформации в стали покидают площадку текучести и попадают на восходящую ветвь диаграммы. Кроме того, величина предельного момента, вычисленная с использованием обобщенной диаграммы деформирования стали, близка к идеальному пластическому моменту вовсе не во всех расчетных случаях, как можно было бы ожидать, исходя из того, что в этих расчетах относительные деформации в стали практически не лимитировались. Максимальное расхождение может также составить порядка 10 %.

Полученные в главе 2 теоретические результаты для случая мгновенного нагружения можно проиллюстрировать следующим расчетным примером.

Рассматривается СЖБ-балка со следующими параметрами:

Пролет $L = 8$ м; стальная балка – I40Б1 (ГОСТ Р 57837 – 2017);

$$h = 0,396 \text{ м}; A_s = 72,16 \text{ см}^2; I_s = 20020 \text{ см}^8; E_s = 2,06 \cdot 10^{11} \text{ Па};$$

$$\text{Бетонное сечение } b = 1,5 \text{ м}; h = 0,12 \text{ м};$$

1 – й вариант – бетон класса В10; $E_b = 19 \cdot 10^9$ Па; $R_b = 6$ МПа;

2 – й вариант – бетон класса В25; $E_b = 30 \cdot 10^9$ Па; $R_b = 14,5$ МПа.

Зависимость напряжений в верхнем волокне бетонной плиты от погонной нагрузки приведены на рис. 3 (балка I 40Б1, бетон класса В10).

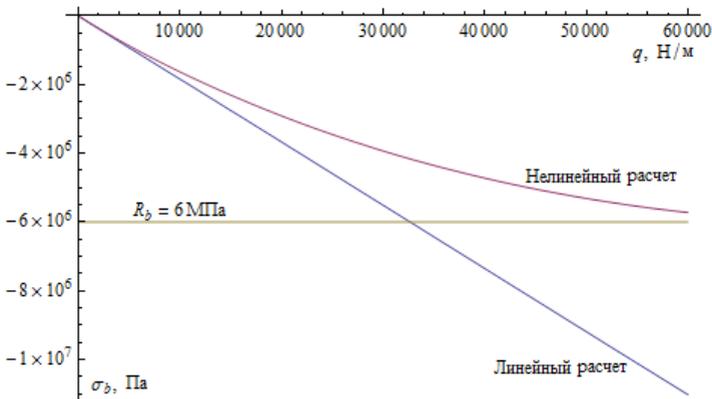


Рис. 3

Значения максимальных напряжений в СЖБ-балках сведены в таблицу 1. Погонные нагрузки приняты заведомо большими.

Таблица 1

Стальная балка – I 40Б1, бетонное сечение – $b = 1,5$ м; $h = 0,12$ м.								
Бетон В10								
	30 кН/м		40 кН/м		50 кН/м		60 кН/м	
	упр.	нелин.	упр.	нелин.	упр.	нелин.	упр.	нелин.
σ_b^{\max} , МПа	-5,51	-3,93	-7,35	-4,72	-9,19	-5,31	-11,02	-5,72
σ_s^{\max} , МПа	163,41	171,11	217,88	232,2	272,35	295,98	326,82	363,05
r_T	1,05		1,083		1,13		1,196	
Бетон В25								
	30 кН/м		40 кН/м		50 кН/м		60 кН/м	
	упр.	нелин.	упр.	нелин.	упр.	нелин.	упр.	нелин.
σ_b^{\max} , МПа	-6,65	-5,68	-8,86	-7,2	-11,08	-8,55	-13,29	-9,75
σ_s^{\max} , МПа	157,94	160,77	210,59	215,66	263,23	271,25	315,88	327,57
r_T	1,004		1,007		1,011		1,016	

Максимальные напряжения в СЖБ-балках

В таблице 2 приведены значения предельных погонных нагрузок, рассчитанных, исходя из:

– линейного расчета ($q_{lim}^{ЛР}$); указаны предельные нагрузки, при которых достигаются R_b и R_y ;

– нелинейного расчета по упругой работе стальной балки ($q_{lim}^{НЛР}$; достигается R_y);

– по предельным состояниям первой группы ($q_{lim}^{Сардж}$; первой достигается предельная относительная деформация ϵ_{b2} в верхнем волокне бетона).

Расчетное сопротивление стали принято пределу текучести $R_s = R_y = 370$ МПа (сталь С390).

Таблица 2

Предельные погонные нагрузки на модельную СЖБ балку

СЖБ-балка		$q_{lim}^{ЛР}$, кН/м	$q_{lim}^{НЛР}$, кН/м	$q_{lim}^{Сардж}$, кН/м
I 40Б1	В10	32,66 (по R_b)	61,01	70,17
		67,93 (по R_y)		
	В25	65,44 (по R_b)	66,86	82,18
		70,28 (по R_y)		

Анализ результатов, полученных для этой и других модельных СЖБ-балок, показывает:

1. Максимальные напряжения в бетоне в нелинейном расчете существенно ниже, чем напряжения в упругом.

2. По мере увеличения нагрузки первыми всегда «текут» стальные балки. Напряжения сжатия в бетоне при учете нелинейной работы при этом не достигают предельных значений, т.е. расчетного сопротивления на сжатие.

3. Напряжения в стальной балке несколько больше, чем в упругом расчете.

4. Стальные балки в составе СЖБ-балок сравнительно слабо чувствительны к качеству бетона (классу), если напряжения в них составляют порядка 200 МПа и ниже. Следовательно, если в процессе производства работ были нарушены какие-то требования технологии и бетон не соответствует проектной прочности, то для СЖБ-балок это может не носить фатальный характер, если стальная балка была запроектирована с некоторым запасом, а упоры на бетон способны обеспечивать совместную работу.

5. Значения накопленных сдвигающих усилий на контакте сталь-бетон в упругом и нелинейном расчете в зависимости от класса бетона по прочности могут значимо отличаться только при высоких уровнях нагружений. При этом упругий расчет идет в некоторый запас.

6. Упругий расчет СЖБ-балок может использоваться для оценки напряжений в стальной балке и в бетоне с достаточной для инженерной практики точностью только при малых уровнях нагружений;

7. Проектирование СЖБ-балок на максимальные нагрузки без учета нелинейной работы бетона некорректно.

2. Разрешающая система уравнений для случая линейной ползучести в СЖБ балках.

Локальная система координат принималась в центре тяжести стальной балки (см. рис. 4).

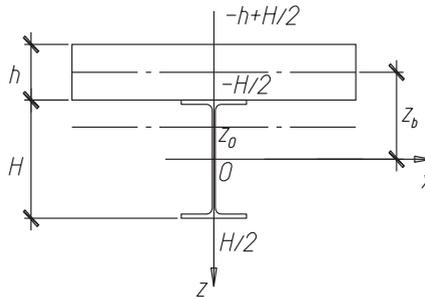


Рис. 4

Вывод разрешающей системы уравнений производился при тех же допущениях, что и в случае мгновенного нагружения.

После интегрирования по сечениям стальной балки и бетонной полки из условий равновесия получена разрешающая система интегральных уравнений интегральных уравнений Вольтерра 2-го рода для определения $\kappa(t)$ и $N_s(t)$:

$$\begin{cases} N_s(t) - \frac{m(t)}{1+m(t)} E_s A_s z_b \kappa(t) - \frac{E_b(t)}{1+m(t)} \int_{t_0}^t K(t, \xi) N_s(\xi) d\xi = 0; \\ \kappa(t) - \frac{m(t) z_b}{(EI)_\Sigma} N_s(t) - \frac{E_s I_s^0}{(EI)_\Sigma} E_b(t) \int_{t_0}^t K(t, \xi) \kappa(\xi) d\xi = -M_{beam} \frac{1 - E_b(t) \Phi(t, t_0)}{(EI)_\Sigma}. \end{cases}$$

Здесь обозначено

$$\Phi(t, t_0) = \int_{t_0}^t K(t, \xi) d\xi = -C(t, t_0) + \frac{1}{E_b(t)} - \frac{1}{E_b(t_0)};$$

$$(EI)_\Sigma = E_s I_s^0 + E_b(t) (I_b^0 + A_b z_b^2).$$

Полученная разрешающая система интегральных уравнений (10) – линейная, – поэтому для нее сравнительно просто может быть найдено решение в резольвентах.

$$\begin{cases} \varkappa(t) = \frac{F(t)}{\Delta(t)} + \int_{t_0}^t R_2(t, \xi) \frac{F(\xi)}{\Delta(\xi)} d\xi; \\ N_s(t) = \varphi_1(t) \frac{F(t)}{\Delta(t)} + \int_{t_0}^t (\varphi_1(t) R_2(t, \xi) + R_1(t, \xi) \varphi_1(\xi)) \frac{F(\xi)}{\Delta(\xi)} d\xi + \\ + \int_{t_0}^t R_1(t, \xi) \varphi_1(\xi) \int_{t_0}^{\xi} R_2(\xi, \tau) \frac{F(\tau)}{\Delta(\tau)} d\tau d\xi. \end{cases}$$

Тут:

$$\varphi_1(t) = \frac{m(t)}{1+m(t)} E_s A_s z_b; \varphi_2(t) = \frac{m(t) z_b}{(EI)_\Sigma}; \psi_1(t) = \frac{E_b(t)}{1+m(t)}; \psi_2(t) = \frac{E_s I_s^0}{(EI)_\Sigma} E_b(t);$$

$$\Delta(t) = 1 - \varphi_1(t) \varphi_2(t); F(t) = -\frac{M_{beam} E_b(t)}{(EI)_\Sigma} \left[C(t, t_0) + \frac{1}{E_b(t_0)} \right];$$

$R_1(t, \xi)$ – резольвента ядра $K_1(t, \xi)$:

$$R_1(t, \xi) \leftrightarrow K_1(t, \xi) = \psi_1(\xi) K(t, \xi);$$

$R_2(t, \xi)$ – резольвента ядра $K_2(t, \xi)$:

$$R_2(t, \xi) \leftrightarrow K_2(t, \xi) = \frac{\varphi_2(t) R_1(t, \xi) \varphi_1(\xi) + \psi_2(t) K(t, \xi)}{\Delta(t)}.$$

Анализ резольвент показывает, что если бетон подчиняется теории наследственности, то и сталежелезобетон также подчиняется теории наследственности. То обстоятельство, что сталежелезобетон, как и бетон, подчиняется теории наследственности, позволяет утверждать, что деформации ползучести

в сталежелезобетоне полностью обратимы. Если бетон подчиняется теории старения, то в общем случае сталежелезобетон не подчиняется теории старения. Эти результаты полностью согласуются с выводами В. Д. Харлаба для железобетона, приведенными в его монографии «Принципиальные вопросы линейной теории ползучести (с привязкой к бетону)» (С-Пб, 2014).

Если бетон подчиняется теории наследственности, то для полученной системы можно сразу указать асимптотическое (стационарное) решение, не зависящее от t_0 (то есть решение, соответствующее случаю $t \rightarrow \infty$). В той же монографии Харлаба В.Д. приведен без строгого обоснования способ осуществления такого предельного перехода. Данное утверждение было строго сформулировано, доказано и названо Теоремой Харлаба.

Получающаяся асимптотическая система уравнений имеет вид:

$$\begin{cases} N_s^* - \frac{m}{1+m} E_s A_s z_b \kappa^* - \frac{E_b}{1+m} (-C_\infty N_s^*) = 0 \\ \kappa^* - \frac{E_s I_s^0}{(EI)_\Sigma} E_b (-C_\infty \kappa^*) - \frac{m z_b}{(EI)_\Sigma} N_s^* = -M_{beam} \frac{(1 + E_b C_\infty)}{(EI)_\Sigma}. \end{cases}$$

Решение этой системы:

$$\kappa^* = -\frac{M_{beam}}{(EI)_{sb,\tau}^*}; \quad N_s^* = \frac{m}{1+m+\varphi} z_b E_s A_s \kappa^*, \quad \text{— где } \varphi = E_b C_\infty; \quad (EI)_{sb}^* \text{ — асим-}$$

птотическая изгибная жесткость СЖБ-балки. Если обозначить:

$$E_b^* = \frac{E_b}{1+\varphi}; \quad m^* = \frac{m}{1+\varphi}, \quad \text{— то в этих обозначениях } (EI)_{sb}^* \text{ примет вид:}$$

$$(EI)_{sb}^* = E_s I_s^0 + E_b^* I_b^0 + \frac{E_b^* A_b z_b^2}{1+m^*}.$$

Полученное выражение по своей структуре полностью аналогично выражению для начальной упругой жесткости СЖБ-балки:

$$(EI)_{sb} = E_s I_s^0 + E_b I_b^0 + \frac{E_b A_b z_b^2}{1+m}.$$

В принятой системе координат положение нейтральной оси будет записано в виде:

$$z_0^* = \frac{m^*}{1+m^*} z_b = \frac{m}{1+m+\varphi} z_b.$$

Финальные (асимптотические) значения напряжений в крайних волокнах СЖБ-балки будут равны:

$$\sigma_s^*(z) = \lim_{t \rightarrow \infty} \sigma_s(z, t) = E_s (z_0^* - z) \kappa^*;$$

$$\sigma_b^*(z) = \lim_{t \rightarrow \infty} \sigma_b(z, t) = E_b^* (z_0^* - z) \kappa^*.$$

3. Разрешающая система уравнений для случая нелинейной ползучести в СЖБ балках.

При выводе разрешающей системы интегральных уравнений функция напряжений была представлена в виде суммы линейной и нелинейной части:

$$f(\sigma) = \sigma + \delta(\sigma).$$

Выкладки аналогичные тем, что были произведены в случае линейной ползучести, позволили получить разрешающую систему интегральных уравнений для нелинейной ползучести в СЖБ-балках:

$$\begin{cases} L_1[\varkappa(t), N_s(t)] + \alpha_1(t) = 0; \\ L_2[\varkappa(t), N_s(t)] + \alpha_2(t) = \beta(t); \\ L_3[\varkappa(t), N_s(t), \sigma_b(z, t)] + \alpha_3(z, t) = 0; \end{cases}$$

$$L_1[\varkappa(t), N_s(t)] = N_s(t) - \frac{E_b(t)A_b z_b}{1+m(t)} \varkappa(t) - \frac{E_b(t)}{1+m(t)} \int_{t_0}^t K(t, \xi) N_s(\xi) d\xi;$$

$$L_2[\varkappa(t), N_s(t)] = \varkappa(t) - \frac{m(t)z_b}{(EI)_\Sigma} N_s(t) - \frac{E_s I_s^0}{(EI)_\Sigma} E_b(t) \int_{t_0}^t K(t, \xi) \varkappa(\xi) d\xi;$$

$$L_3[\varkappa(t), N_s(t), \sigma_b(z, t)] = \sigma_b(z, t) - E_b(t) \left(\frac{N_s(t)}{E_s A_s} - z \varkappa(t) \right) - E_b(t) \int_{t_0}^t K(t, \xi) \sigma_b(z, \xi) d\xi;$$

$$\alpha_1(t) = -\frac{\Delta(t)A_b}{1+m(t)} + \frac{E_b(t)A_b}{1+m(t)} \int_{t_0}^t K(t, \xi) \Delta(\xi) d\xi;$$

$$\alpha_2(t) = \frac{A_b \mu(t)}{(EI)_\Sigma} - \frac{E_b(t)A_b}{(EI)_\Sigma} \int_{t_0}^t K(t, \xi) \mu(\xi) d\xi;$$

$$\alpha_3(z, t) = \delta(\sigma_b(z, t)) - E_b(t) \int_{t_0}^t K(t, \xi) \delta(\sigma_b(z, \xi)) d\xi;$$

$$\beta(t) = -M_{beam} \frac{1 - E_b(t)S(t, t_0)}{(EI)_\Sigma}.$$

Все интегральные операторы в полученной системе – линейные. Операторы $L_1[\varkappa(t), N_s(t)]$ и $L_2[\varkappa(t), N_s(t)]$ совпадают с левыми частями разрешающей системы (1) для случая линейной ползучести. При этом операторы $\alpha_i[\dots]$ выписаны относительно функций, построенных по функции $\delta(t)$. При малых значениях $\delta(t)$ выписанная система переходит в систему, полученную при рассмотрении линейной ползучести.

Как и ранее, в случае, если бетон подчиняется теории упругой наследственности (выдержанный бетон), можно, воспользовавшись теоремой Харлаба, получить разрешающую асимптотическую систему нелинейных уравнений.

Система, отвечающая асимптотическому поведению СЖБ-балки, записывается следующим образом:

$$\begin{cases} N_s^* - \frac{E_b A_b z_b}{(1+m+\varphi)} \kappa^* - \frac{(1+\varphi) A_b \Delta^*}{1+m} = 0; \\ \kappa^* - \frac{m z_b}{(1+\varphi)(EI)_\Sigma^*} N_s^* + \frac{A_b \mu^*}{(EI)_\Sigma^*} = -\frac{M_{beam}}{(EI)_\Sigma^*}; \\ \sigma_b^*(z) - \frac{E_b}{(1+\varphi)} \left(\frac{N_s^*}{E_s A_s} - z \kappa^* \right) + \delta(\sigma_b^*(z)) = 0. \end{cases}$$

Тут обозначено:

$$\delta^*(z) = \delta(\sigma_b^*(z)) = \lim_{t \rightarrow \infty} \sigma_b(z, t); \quad \Delta^* = \frac{1}{A_b} \int_{A_b} \delta(\sigma_b^*(z)) dA_b;$$

$$\mu^* = \frac{1}{A_b} \int_{A_b} z \delta(\sigma_b^*(z)) dA_b; \quad (EI)_\Sigma^* = E_s J_s^0 + \frac{E_b I_b^0}{1+\varphi} + \frac{E_b A_b z_b^2}{1+\varphi}.$$

Если воспользоваться квадратурными формулами для выписанных выше интегралов Δ^* и μ^* , например, формулой Симпсона, то выписанная выше асимптотическая система приводится к эквивалентной нелинейной системе:

$$\begin{cases} f(\sigma_1^*) - \frac{M_{beam} E_b}{(1+\varphi)(EI)_\Sigma^*} \left(\frac{1+\varphi}{1+m+\varphi} z_b + \frac{h}{2} \right) - s_1(\Delta^*, \mu^*) + s_2(\Delta^*, \mu^*) = 0; \\ f(\sigma_2^*) - \frac{M_{beam} E_b z_b}{(1+m+\varphi)(EI)_\Sigma^*} - s_1(\Delta^*, \mu^*) = 0; \\ f(\sigma_3^*) - \frac{M_{beam} E_b}{(1+\varphi)(EI)_\Sigma^*} \left(\frac{1+\varphi}{1+m+\varphi} z_b - \frac{h}{2} \right) - s_1(\Delta^*, \mu^*) + s_2(\Delta^*, \mu^*) = 0. \end{cases}$$

Тут обозначено:

$$s_1(\Delta^*, \mu^*) = \frac{m}{1+m+\varphi} \left(\left(1 + \frac{m}{1+m+\varphi} \cdot \frac{E_b A_b z_b^2}{(1+\varphi)(EI)_{sb,\tau}^*} \right) \Delta^* - \frac{E_b A_b z_b}{(1+\varphi)(EI)_{sb,\tau}^*} \mu^* \right);$$

$$s_2(\Delta^*, \mu^*) = -\frac{E_b A_b}{(EI)_{sb,\tau}^*} \frac{h}{2} \left(\mu^* - \frac{m}{1+m+\varphi} \cdot \Delta^* z_b \right).$$

Нелинейная система позволяет определять асимптотическое значение напряжений в нижнем, центральном и верхнем волокнах сечения бетонной

плиты. Решается она любым итерационным способом, в качестве начального приближения можно взять упругое решение:

$$\begin{cases} \sigma_1^{(0)} = \frac{M_{beam} E_b}{(1+\varphi)(EI)_{sb,\tau}^*} \left(\frac{1+\varphi}{1+m+\varphi} z_b + \frac{h}{2} \right); \\ \sigma_2^{(0)} = \frac{M_{beam} E_b}{(1+\varphi)(EI)_{sb,\tau}^*} \frac{1+\varphi}{1+m+\varphi} z_b; \\ \sigma_3^{(0)} = \frac{M_{beam} E_b}{(1+\varphi)(EI)_{sb,\tau}^*} \left(\frac{1+\varphi}{1+m+\varphi} z_b - \frac{h}{2} \right). \end{cases}$$

Функция напряжений $f(\sigma)$ принимается в соответствии с формулой Сарджина зависимости напряжений от относительных деформаций. В этом случае ее можно записать следующим образом:

$$f(\sigma) = \frac{E_b \varepsilon_{b0}}{2} \left(- \left(k + (k-2) \frac{\sigma}{R_*} \right) + \sqrt{\left(k + (k-2) \frac{\sigma}{R_*} \right)^2 + 4 \frac{\sigma}{R_*}} \right).$$

При малых значениях напряжений она имеет традиционный вид квадратичной зависимости:

$$\bar{f}(\sigma) \approx \sigma - \left(\frac{k-1}{k} \right)^2 \frac{\sigma^2}{R_*}.$$

Однако при напряжениях порядка половины расчетного сопротивления бетона на сжатие, квадратичная зависимость работает плохо, что можно проиллюстрировать следующим графиком, построенным для бетона класса В25 (рис. 5):

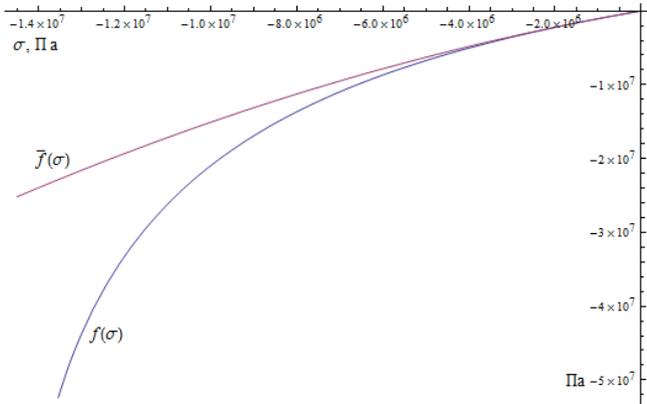


Рис. 5

Приведем пример расчета на асимптотическое поведение СЖБ-балок в случае нелинейной ползучести (теория упругой наследственности). Рассмотрим следующие модельные СЖБ-балки:

- 1) СЖБ-балка, проанализированная выше (см. «Мгновенное нагружение»);
- 2) СЖБ балка с пролетом 35 м; бетон (2 варианта) – классов В35 и В50; бетонное сечение – ширина 2 м, высота 0,15 м; стальная балка – сварной двутавр, высота 1006 мм, площадь сечения 362 см², момент инерции 584000 см⁴.

На рис. 6, 7 приведены графики максимальных напряжений в верхних волокнах в бетонной плите в зависимости от нагрузок. Расчеты по линейной и нелинейной теориям совмещены.

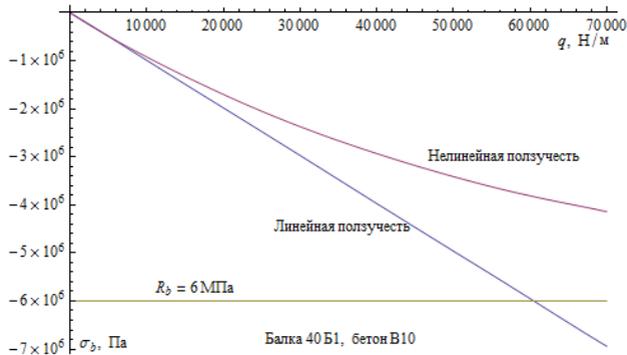


Рис. 6

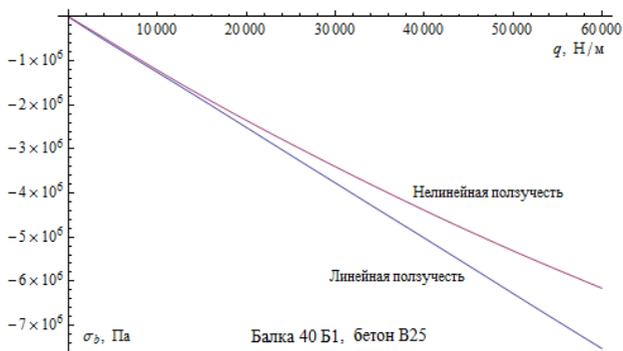


Рис. 7

На рис. 8, 9 аналогичные графики построены для максимальных напряжений в стальных балках.

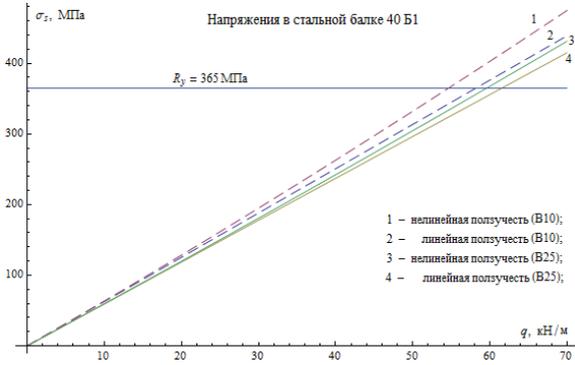


Рис. 8

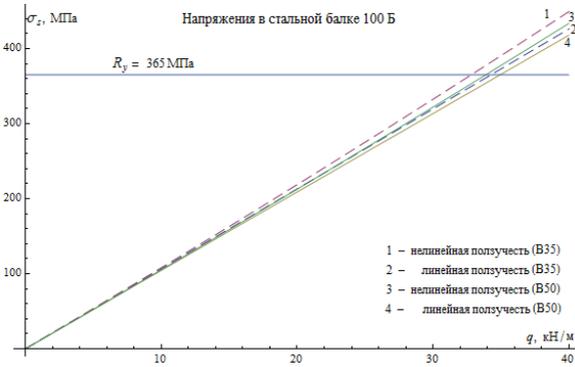


Рис. 9

В табл. 3 приведены предельные величины нагрузки, соответствующие достижению в нижнем волокне стальных балок напряжения $R_y = 365$ МПа (предельная нагрузка по упругой работе стальных балок). В таблице обозначено: $q_{\text{НелинРасч}}$ – предельная величина нагрузки полученная в нелинейном расчете для кратковременного нагружения; $q_{\text{ЛинПолз}}$ – то же для линейной ползучести; $q_{\text{НелинПолз}}$ – то же для нелинейной ползучести.

Таблица 3

Предельная нагрузка по упругой работе стальных балок

	40Б1		100Б	
	В10	В25	В35	В50
$q_{\text{НелинРасч}}$, кН/м	60,29	66,58	35,18	36,17
$q_{\text{ЛинПолз}}$, кН/м	58,20	61,56	34,26	34,94
$q_{\text{НелинПолз}}$, кН/м	54,65	59,60	32,81	33,88

Численные эксперименты позволяют сделать следующие выводы:

1. Поскольку процессы ползучести достаточно сильно растянуты во времени и при этом происходит перераспределение внутренних усилий между бетонной плитой и стальной балкой в сторону увеличения напряжений в последней, то имеется некоторый запас по упругой работе стальных балок при кратковременном нагружении. Из таблицы видно, эта величина составляет $\approx 10\%$ для первой модельной балки и $\approx 7\%$ для второй.

2. Разница в максимальных напряжениях в бетоне в расчетах, учитывающих линейную и нелинейную ползучесть, становится существенной только при высоких уровнях нагружений. При нелинейной работе бетона имеет место выравнивание напряжений в бетонном сечении по высоте.

3. Корректная оценка максимальных напряжений в бетонной части сечения СЖБ-балки при высоких уровнях нагружений может быть проведена только с учетом нелинейной работы бетона.

4. Значения максимальных напряжений в стальной балке в расчетах, учитывающих линейную и нелинейную ползучесть, даже при сравнительно высоких уровнях нагружений отличается незначительно.

5. В СЖБ-балках в нелинейном расчете первыми всегда начинают «течь» стальные балки. При этом исчерпание несущей способности (в расчете по предельным состояниям) первым происходит в бетоне.

6. Поскольку нагрузка, отвечающая пределу упругой работы стальных балок, в случае учета нелинейной ползучести ниже, чем при мгновенном (кратковременном) нагружении, то эту разницу можно считать запасом по мгновенному нагружению.

7. То обстоятельство, что разница в напряжениях (максимальных и средних) в стальной балке в расчетах с учетом линейной и нелинейной ползучести невелика, позволяет делать вывод о приемлемости расчетов стальных балок в составе СЖБ-балок в статически неопределимых системах с использованием МКЭ (SCAD, ЛИРА и т.п.). В расчетах на ползучесть достаточно использовать для бетона длительный модуль деформации $E_{b,\tau} = E_b / (1 + \varphi)$. При этом, полученные напряжения в бетонной части сечения, будут требовать перерасчета, который можно производить по моментам или напряжениям в стальной балке, полученным из конечноэлементного расчета.

ОБЩИЕ ВЫВОДЫ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

1. Получена разрешающая система нелинейных уравнений, для определения напряжений в СЖБ балке в случае мгновенного (кратковременного) нагружения.

2. Получена разрешающая система интегральных уравнений ползучести для СЖБ-балок в линейной постановке, выписано ее решение в резольвентах, а также асимптотическое решение для случая теории упругой наследственности.

3. Получена разрешающая система интегральных уравнений ползучести для СЖБ-балок в нелинейной постановке, выписано ее асимптотическое решение для случая теории упругой наследственности.

4. Полученные разрешающие уравнения для мгновенного нагружения могут быть применены и к расчету обычных железобетонных балок, поскольку никаких ограничений геометрической связности на стальное сечение не накладывалось.

5. Результаты, учитывающие нелинейную работу СЖБ-балки при мгновенном нагружении, а также линейную и нелинейную ползучесть, позволяют оценивать напряжения в СЖБ-балке до момента образования зоны текучести в стальной балке (после чего необходим расчет по предельным состояниям 1-й группы).

6. Обоснована возможность использования систем САПР (ЛИРА, SCAD, и т.п.), в расчетах СЖБ-балок с последующим уточнением напряжений в бетоне, поскольку нелинейная работа бетона сравнительно слабо скажется на работе стальной балки и ее прогибах.

7. Полученные результаты позволяют оптимизировать подбор параметров СЖБ-балок, тем самым давая возможность достигать экономии бетона и стали.

8. Выписанные в явном виде системы нелинейных уравнений могут быть численно решены в современных расчетных комплексах символьной математики, таких как Mathematica, Maple, MathCad и т.п., что делает ее доступной в использовании в повседневной инженерной практике.

ОСНОВНЫЕ НАУЧНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИОННОГО ИССЛЕДОВАНИЯ

Научные статьи, опубликованные в ведущих рецензируемых научных изданиях, размещенные на официальном сайте Высшей аттестационной комиссии и приравненные к ним:

1. *Чепилко С. О.* Линейная ползучесть в сталежелезобетонных балках // Вестник гражданских инженеров, 2019, 6(77), – 85-94 с.

2. *Чепилко С. О.* Расчет сталежелезобетонной балки при мгновенном нагружении с учетом нелинейности диаграммы ϵ – σ бетона // Вестник гражданских инженеров, 2020, 2(79), – 157-165 с.

3. *Чепилко С. О.* Нелинейная ползучесть в сталежелезобетонной балке // Вестник гражданских инженеров, 2020, 5(82), – 108-116 с.

4. *Чепилко С.О.* Уточненный расчет сталежелезобетонных балок по предельным состояниям 1 группы // Вестник гражданских инженеров. – 2021, 6(89), – 51-65 с.

Компьютерная верстка *М. В. Смирновой*

Подписано к печати 24.03.2022. Формат 60×84 ¹/₁₆. Бумага офсетная.

Усл. печ. л. 1,34. Тираж 120 экз. Заказ 27.

Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет.
190005, Санкт-Петербург, 2-я Красноармейская, д. 4.

Отпечатано на МФУ. 198095, Санкт-Петербург, ул. Розенштейна, д. 32, лит. А.