

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Уральский государственный лесотехнический университет»

*На правах рукописи*

**ГАСИЛОВА ОЛЬГА СЕРГЕЕВНА**

**МЕТОДИКА ОБЕСПЕЧЕНИЯ БЕЗОПАСНОСТИ ДОРОЖНОГО  
ДВИЖЕНИЯ НА РЕГУЛИРУЕМЫХ ПЕРЕСЕЧЕНИЯХ  
ПРИ НАЛИЧИИ ПОВОРОТНЫХ ПОТОКОВ**

Специальность **05.22.10** – Эксплуатация автомобильного транспорта

**ДИССЕРТАЦИЯ**

на соискание ученой степени кандидата  
технических наук

Научный руководитель:  
кандидат технических наук, доцент  
Сидоров Борис Андреевич

Екатеринбург – 2021

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
ГЛАВА 1. ВЛИЯНИЕ РАЗЛИЧНЫХ ФАКТОРОВ НА БЕЗОПАСНОСТЬ ДОРОЖНОГО ДВИЖЕНИЯ НА ПЕРЕСЕЧЕНИЯХ.....	12
1.1 Влияние конфигурации пересечений на безопасность дорожного движения .....	12
1.2 Анализ аварийности на пересечениях г. Екатеринбурга .....	16
1.3 Понятие «поток насыщения» и его учет при расчетах длительности светофорного цикла	21
Выводы по первой главе .....	29
ГЛАВА 2. РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДВИЖЕНИЯ ТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ НА ПЕРЕСЕЧЕНИИ, ОПРЕДЕЛЯЮЩАЯ ДИСТАНЦИЮ МЕЖДУ АВТОМОБИЛЯМИ, ОБЕСПЕЧИВАЮЩУЮ БЕЗОПАСНОСТЬ ДОРОЖНОГО ДВИЖЕНИЯ .....	32
2.1 Нахождение минимально безопасного расстояния между автомобилями при различных соотношениях параметров движения автомобилей.....	46
2.1.1 Нахождение минимально безопасного расстояния между автомобилями при условии, что время остановки автомобиль $A_2$ больше времени остановки автомобиля $A_1$ .....	46
2.1.2 Нахождение минимально безопасного расстояния между автомобилями при условии, что время остановки автомобиль $A_2$ больше или равно времени остановки автомобиля $A_1$	52
2.2 Нахождение минимально безопасного расстояния между автомобилями, движущимися в поворотных потоках на регулируемых пересечениях .....	84
Выводы по второй главе .....	92
ГЛАВА 3. РАЗРАБОТКА МЕТОДИКИ ОБЕСПЕЧЕНИЯ БЕЗОПАСНОСТИ ДОРОЖНОГО ДВИЖЕНИЯ НА РЕГУЛИРУЕМЫХ ПЕРЕСЕЧЕНИЯХ ПРИ НАЛИЧИИ ПОВОРОТНЫХ ПОТОКОВ С УЧЕТОМ ПОЛУЧЕННОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДВИЖЕНИЯ ТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ .....	94
3.1 Существующий расчет длительности светофорного цикла и его элементов на пересечении.....	95
3.2 Последовательность расчета длительности цикла и его элементов в разработанной методике .....	101
Выводы по третьей главе .....	103
ГЛАВА 4. НАТУРНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ДВИЖЕНИЯ ТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ НА ПЕРЕСЕЧЕНИИ С ПОВОРОТНЫМИ ПОТОКАМИ.....	104
4.1 Методика исследования дорожного движения на пересечениях.....	104
4.2 Исследование дорожного движения на пересечении ул. Сибирский тракт – пер. Базовый.....	106
4.3 Экономическая эффективность от использования математической модели движения транспортных средств .....	120

Выводы по четвертой главе .....	121
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	123
СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ.....	125
СЛОВАРЬ ТЕРМИНОВ.....	126
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	127
ПРИЛОЖЕНИЯ.....	137
<i>Приложение 1</i> .....	137
<i>Приложение 2</i> .....	139
<i>Приложение 3</i> .....	140

## ВВЕДЕНИЕ

**Актуальность темы исследования.** При повышении уровня автомобилизации на определенном этапе в обязательном порядке возникает вопрос об эффективности функционирования улично-дорожной сети (УДС) при условии обеспечения безопасности дорожного движения. Эта проблема решается разными способами. Вне населенных пунктов увеличение пропускной способности достигается за счет увеличения числа полос и уменьшения числа конфликтных точек на УДС. Кроме этого регулируется доступ на автомобильную дорогу путем ограничения возможностей въезда и съезда в зависимости от класса автомобильной дороги. Одновременно рассматриваются вопросы обеспечения безопасности дорожного движения.

В населенных пунктах такие меры применять практически невозможно. Сложившиеся архитектурно-планировочные решения без вложения огромных материальных средств изменить невозможно. Количество и расположение пересечений во многом обуславливают пропускную способность улично-дорожной сети.

Аварийность на пересечениях занимает по статистике дорожно-транспортных происшествий (ДТП) третье место после ДТП, связанных с неправильно выбранной скоростью движения и других нарушений. Из этого можно сделать вывод, что существующие и не изменяющиеся десятилетиями методы расчета светофорных циклов не приводят к желаемому результату по снижению аварийности на пересечениях. Кроме этого, реальная пропускная способность на пересечениях не соответствует расчетной. Особенно это проявляется при неблагоприятных погодных условиях (дождь, весенняя распутица), когда влага попадает на поверхности трения тормозных механизмов.

Сложившаяся практика расчета длительности циклов светофорного регулирования направлена на обеспечение максимальной пропускной способности по всем направлениям движения на пересечении. При этом учитывается интенсивность движения транспортных и пешеходных потоков и состав транспортных потоков. Транспортный поток представляют условным легковым автомобилем, к которому сводят все транспортные средства с помощью коэффициентов приведения. Значения коэффициентов приведения у разных авторов не совпадают. Так, например, Клиновштейн Г.И., Афанасьев М.Б. рекомендуют коэффициент приведения, равный 1,5 для учета грузовых автомобилей до 2 т включительно. А Капитанов В.Т. и Шауро С.В. значение приведенного коэффициента 1,5 рекомендуют для учета грузовых автомобилей грузоподъемностью до 3 т. У зарубежных авторов коэффициенты приведения также имеют различные значения: Вебстер Ф. оценивал коэффициенты приведения к легковому автомобилю для автомобилей большой и средней грузоподъемности как 1,75 [113, 114, 115]; Миллер А. принимал для тех же типов автомобилей значение 1,85 [107, 108]; Брэнстон Д. принимал это значение, равным, 1,74

[100]. При этом все авторы исходят из того, что длительность цикла светофорного регулирования определяется с учетом обеспечения безопасности дорожного движения, но не предлагают, как ее обеспечить. В существующих нормативных документах рекомендуется использовать значения коэффициентов приведения так же в разных диапазонах. В Методических рекомендациях Минтранса РФ по организации дорожного движения на регулируемых пересечениях, утвержденных 02.07.2017 г. приводятся следующие значения коэффициентов: для легковых автомобилей – 1,0; для грузовых автомобилей – от 1,149 до 1,647; для автобусов – от 1,093 до 2,362. ГОСТ 32965-2014 «Методы учета интенсивности движения транспортного потока» указывает следующие значения коэффициентов приведения: для легковых автомобилей – 1,0; для грузовых автомобилей – от 1,5 до 2,0; для автопоездов – от 2,2 до 3,2 и для автобусов – 3,0. Диапазон длительности цикла светофорного регулирования варьируется от 25 до 120 секунд включительно опять же из соображений обеспечения безопасности дорожного движения.

Увеличившееся число транспортных средств на улично-дорожной сети в последние годы привело к необходимости научно-обоснованной корректировки расчета режимов работы светофорной сигнализации. В крупных городах сегодня можно наблюдать большой разброс превышения рекомендованной длительности циклов светофорной сигнализации, составляющей 150, 180, 200 и более секунд. При этом аварийность на пересечениях по-прежнему остается высокой, особенно на пересечениях с поворотными потоками, следовательно, существующие методики расчета режимов работы светофорной сигнализации требуют изменения. В существующих методиках расчета светофорной сигнализации ключевым моментом является определение потока насыщения. Но ни одна методика расчета светофорного цикла не учитывает особенности движения автомобилей на пересечениях с поворотными потоками. При поворотном движении часто наблюдается изменение скоростного режима транспортных средств. Это происходит из-за таких факторов, как резкое замедление впереди движущегося автомобиля перед поворотом, непосредственно за поворотом, из-за внезапно возникшего препятствия в виде пешехода, неровностей проезжей части и др. Из этого следует, что совершенствование методики расчета светофорного цикла на регулируемых пересечениях при наличии поворотных потоков актуально и позволит обеспечить безопасность дорожного движения.

**Степень разработанности темы исследования.** Можно выделить следующих авторов, работающих в направлении повышения эффективности организации дорожного движения: Г.И. Клинковштейна, М.Б. Афанасьева, В.И. Коноплянко, Е.М. Лобанова, Ю.А. Кременца, М.П. Печерского, В.В. Сильянова, П.А. Кравченко, С.А. Евтюкова, В.В. Зырянова, С.В. Жанказиева, А.М. Плотникова, А.Ю. Михайлова, И.Н. Пугачева, А.Э. Горева, А.И. Солодкого, А.В. Белова, Д.В. Лихачева. За рубежом в исследования по указанной тематике большой вклад внесли следующие авторы: Ф. Вебстер, Т.М. Мэтсон, У.С. Смит, Ф.В. Харт и др.

Однако то, что аварийность на регулируемых пересечениях все еще находится на очень высоком уровне, практически подтверждает, что существующие методики определения длительности светофорного цикла и организации дорожного движения на этих пересечениях нуждаются в совершенствовании. Анализ выполненных работ показывает отсутствие в настоящее время моделей движения транспортных средств, обеспечивающих безаварийное их прохождение через пересечение.

**Цель диссертационного исследования.** Разработка методики обеспечения безопасности дорожного движения на регулируемых пересечениях при наличии поворотных потоков путем совершенствования организации движения автомобилей на них.

**Объект исследования** – процесс движения транспортных средств на регулируемых пересечениях.

**Предмет исследования** – организация и безопасность движения автомобилей на регулируемых пересечениях при наличии поворотных потоков.

**Задачи исследования:**

1. Выполнить анализ влияния конфигурации пересечений и транспортных потоков, движущихся по одним и тем же полосам движения на них в разных направлениях, на безопасность дорожного движения.

2. Оценить полноту учета факторов, формирующих понятие «поток насыщения».

3. Определить учет влияния дополнительных факторов в существующих методиках расчета длительности светофорного цикла при движении транспортных средств на пересечениях.

4. Разработать математическую модель движения транспортных средств на пересечении, определяющую дистанцию между автомобилями, обеспечивающую безопасность дорожного движения.

5. Разработать методику обеспечения безопасности дорожного движения на регулируемых пересечениях при наличии поворотных потоков с учетом полученной математической модели движения транспортных средств.

**Научная новизна диссертационного исследования заключается в следующем:**

1. Установлены дополнительные факторы, влияющие на обеспечение безопасности дорожного движения на пересечениях при наличии поворотных потоков.

2. Обоснована необходимость использования минимально безопасного расстояния между движущимися транспортными средствами при определении длительности светофорного цикла.

3. Разработана математическая модель движения транспортных средств на пересечении, определяющая дистанцию между автомобилями, обеспечивающую безопасность дорожного движения.

4. Разработана методика обеспечения безопасности дорожного движения на регулируемых пересечениях при наличии поворотных потоков с учетом полученной математической модели движения транспортных средств.

5. Получены два патента на полезные модели «Устройство для оценки безопасности дорожного движения».

**Теоретическая значимость исследования** заключается в разработке математической модели движения транспортных средств на пересечении, использование которой обеспечит безопасность дорожного движения при организации движения на пересечениях.

**Практическая значимость исследования.** Применение разработанных в диссертационной работе методики обеспечения безопасности дорожного движения на пересечениях при наличии поворотных потоков, а также математической модели движения транспортных средств на пересечении, позволит:

1. Уточнить длительность цикла светофорной сигнализации для пересечений с поворотными потоками с учетом дополнительных факторов.

2. Повысить безопасность дорожного движения на пересечениях при наличии поворотных потоков.

3. Решать другие задачи по обеспечению безопасности дорожного движения для любых участков улично-дорожной сети (например, обеспечение безопасности дорожного движения в заторовых ситуациях, разработка математических моделей движения автономных транспортных средств, проведение экспертизы ДТП).

**Методы исследования.** Для решения задач диссертационного исследования методологической основой служат методы математического анализа, статистической обработки данных, математического моделирования движения транспортных средств.

**Положения, выносимые на защиту:**

– обоснование дополнительных факторов, влияющих на безопасность дорожного движения на пересечениях при наличии поворотных потоков;

– обоснование необходимости уточнения расчета длительности цикла светофорной сигнализации;

– математическая модель движения транспортных средств на пересечении, определяющая дистанцию между автомобилями, обеспечивающую безопасность дорожного движения;

– методика обеспечения безопасности дорожного движения на регулируемых пересечениях при наличии поворотных потоков с учетом полученной математической модели движения транспортных средств.

**Область исследования** соответствует требованиям паспорта научной специальности ВАК: 05.22.10 – Эксплуатация автомобильного транспорта, п. 7 «Исследования в области безопасно-

сти движения с учетом технического состояния автомобиля, дорожной сети, организации движения автомобилей; проведение дорожно-транспортной экспертизы».

**Степень достоверности научных положений и результатов** обосновывается тем, что теоретические исследования выполнены на основе применения методов математического анализа, экспериментальные материалы получены на основе натурных исследований, результаты практических исследований подтверждают теоретические выводы.

**Апробация работы.** Основные результаты теоретических и экспериментальных исследований доложены на заседании комиссии по использованию результатов диссертационной работы в производственной деятельности МБУ «Центр организации движения» г. Екатеринбург, что подтверждено соответствующим Актом внедрения (Приложение 3).

Основные положения диссертационной работы доложены, обсуждены и одобрены на научно-практических конференциях: научно-практическом семинаре «Подготовка и переподготовка специалистов в области организации автомобильных перевозок, технической эксплуатации автомобилей и обеспечения безопасности дорожного движения в современных условиях» (Курган, КГУ, 11-12 марта 2015 г.); XII Всероссийской научно-технической конференции студентов и аспирантов «Научное творчество молодежи – лесному комплексу России» и конкурса по программе «Умник» (Екатеринбург, УГЛТУ, 01-30 апреля 2016 г.); международной научно-практической конференции «Модернизация и научные исследования в транспортном комплексе» (Пермь, ПНИПУ, 09-10 ноября 2017 г.); III ежегодной выставке-форуме транспортно-логистических услуг и технологий «TransUral 2017» «Современные тенденции и основные направления развития автомобильных перевозок. Инновации в обеспечении безопасности дорожного движения» (Екатеринбург, Экспо, 15-17 ноября 2017 г.); 77-й международной научно-методической и научно-исследовательской конференции МАДИ (Москва, МАДИ, 28 января-01 февраля 2019 г.); международной научно-практической конференции «Модернизация и научные исследования в транспортном комплексе» (Пермь, ПНИПУ, 07-08 ноября 2019 г.); XIII международной научно-технической конференции «Эффективный ответ на современные вызовы с учетом взаимодействия человека и природы, человека и технологий: социально-экономические и экологические проблемы лесного комплекса» (Екатеринбург, УГЛТУ, 02-04 февраля 2021 г.).

Теоретические положения и результаты работы внедрены в образовательную деятельность по подготовке специалистов в УГЛТУ по направлениям «Техника и технологии наземного транспорта» и «Технология транспортных процессов» (Приложение 1), в ФГБОУ ВО «Курганский государственный университет» по направлениям подготовки «Техника и технологии наземного транспорта», «Технология транспортных процессов», «Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов» (Приложение 2).



Разработанные методика обеспечения безопасности дорожного движения на регулируемых пересечениях при наличии поворотных потоков и математическая модель движения транспортных средств на пересечении, определяющая дистанцию между автомобилями, обеспечивающую безопасность дорожного движения, могут быть использованы не только в Екатеринбурге, но и в любом регионе Российской Федерации.

**Публикации по теме исследования.** По теме диссертации опубликовано 18 печатных работ, в том числе 4 статьи в научных журналах, включённых в перечень ведущих рецензируемых научных изданий, утверждённых ВАК РФ, одна – в журнале, рецензируемом Scopus, 2 патента РФ на полезные модели и 11 публикаций в прочих изданиях.

**Структура и объем работы.** Диссертационная работа включает в себя введение, четыре главы, заключение, список литературы и приложения. Содержит 140 страниц машинописного текста, 14 таблиц, 41 рисунок, 153 формулы, 3 приложения и список использованной литературы из 118 наименований.

Во введении представлена актуальность темы диссертационного исследования, определены её цели и задачи, показана научная новизна полученных результатов, сформулированы положения, выносимые на защиту, апробация и практическая значимость работы.

В первой главе проведен анализ аварийности на пересечениях г. Екатеринбурга. Рассмотрено порядка 500 пересечений с ДТП, большая часть из которых являются регулируемыми. На 82 % пересечений транспортные потоки движутся с одной и той же полосы движения в разных направлениях. Анализ показал, что наибольшее число ДТП происходит в Орджоникидзевском районе г. Екатеринбурга. По конфигурации самыми аварийными являются четырехсторонние пересечения. По данным ГИБДД одной из основных причин возникновения ДТП является несоблюдение водителями скоростного режима движения транспортных средств. В отчетных документах не приводятся материалы об указании дистанции между автомобилями, движущимися в потоке, между тем движение транспортных средств с безопасной дистанцией является основным фактором, обеспечивающим безопасность движения.

Отмечено, что понятие «поток насыщения» развивалось в течение последних 70-ти лет. Осознание необходимости его введения пришло тогда, когда возникла проблема организации дорожного движения в условиях насыщенных транспортных потоков. Анализ работ как российских, так и авторов за рубежом показал, что количественная оценка безопасности движения на пересечениях определяется по-разному. Расчеты, выполненные по формулам разных авторов, дают неоднозначные результаты.

Сделаны выводы, что при определении длительности светофорного цикла необходимо дополнительно учитывать следующие факторы: резкое замедление впереди движущегося автомо-

биля перед поворотом, непосредственно за поворотом, из-за внезапно возникшего препятствия в виде пешехода, неровностей проезжей части.

Были проанализированы научные работы в области организации и безопасности дорожного движения. Анализ показал, что указанные выше факторы при определении длительности светового цикла не учитывались в проведенных ранее исследованиях.

Вторая глава посвящена разработке математической модели движения транспортных средств на пересечении, определяющей дистанцию между автомобилями, обеспечивающую безопасность дорожного движения. Составлена система дифференциальных уравнений движения двух транспортных средств. В этих уравнениях учитываются следующие переменные: замедление автомобиля; время движения 1-го и 2-го автомобилей до полной остановки; время запаздывания, включающее время реакции водителя и время запаздывания срабатывания тормозного привода; время нарастания замедления.

Считается, что замедление автомобилей изменяется по линейному закону на промежутке времени нарастания замедления. Безаварийное движение транспортных средств на пересечении возможно, когда они движутся с безопасной дистанцией (минимально безопасным расстоянием между автомобилями). В математической модели рассмотрены все возможные случаи движения следующих друг за другом двух автомобилей с минимально безопасным расстоянием, которое обеспечит исключение столкновения при резком торможении впереди идущего транспортного средства.

В научной литературе при изучении движения автомобиля  $A$  при экстренном торможении в основном рассматриваются две модели движения. В рамках этих моделей необходимо определить остановочный путь транспортных средств. Изучением закономерностей изменения величин остановочного пути занимались такие авторы, как Евтюков С.А., Васильев Я.В., Иларионов В.А., Суворов Ю.Б., Боровский Б.Е. и др.

Существующие математические модели движения транспортных средств не точно определяют дистанцию между автомобилями, обеспечивающую безопасность дорожного движения.

Предложенная математическая модель движения транспортных средств на пересечении позволяет находить минимально безопасное расстояние между ними в общем виде.

В третьей главе разработана методика обеспечения безопасности дорожного движения на регулируемых пересечениях при наличии поворотных потоков с учетом полученной математической модели движения транспортных средств.

Использование методики дает возможность обеспечить безопасность дорожного движения путем учета в расчетах дополнительных факторов, влияние которых ранее не учитывалось.

Использование полученной математической модели движения транспортных средств позволит определить минимально безопасное расстояние между движущимися друг за другом транспортными средствами.

В четвёртой главе представлены результаты выполненных натурных исследований движения транспортных средств на пересечении с поворотными потоками. Определены скорости движения транспортных средств на разрешающий сигнал светофора, расстояния между автомобилями в «пачке», движущимися на разрешающий сигнал светофора. Выявлено, что аварийные ситуации создаются в условиях формирования «пачки» автомобилей. Причем эта аварийная ситуация может повторяться многократно после каждого замедления какого-либо транспортного средства при возникновении помех для движения.

Выполненные исследования показали, что при движении автомобилей на пересечении с одной и той же полосы движения происходит замедление потока от двух до пяти раз в течение горения разрешающего сигнала светофора. Это приводит к возникновению риска возникновения ДТП, уменьшению пропускной способности и неэффективности организации дорожного движения на пересечении.

Определен социально-экономический эффект, который достигается за счет обеспечения безопасности дорожного движения на пересечениях. Снижение аварийности является результатом использования разработанной математической модели при организации дорожного движения автомобилей на пересечениях.

## ГЛАВА 1. ВЛИЯНИЕ РАЗЛИЧНЫХ ФАКТОРОВ НА БЕЗОПАСНОСТЬ ДОРОЖНОГО ДВИЖЕНИЯ НА ПЕРЕСЕЧЕНИЯХ

### 1.1 Влияние конфигурации пересечений на безопасность дорожного движения

Одним из первых специалистов по организации дорожного движения является американский исследователь Метсон Т.М. В опубликованной им в 1955 г. работе [57] подчеркивается особая роль пересечений в обеспечении безопасности дорожного движения. Автор указывает, что они являются важными устройствами автомобильных дорог и городских улиц, поскольку влияют на транспортные потоки и безопасность движения.

Место пересечения определяется планировкой дорог и улиц, а процесс пересечения – правилами и регулированием движения. Приближаясь к пересечению, водители уменьшают скорость или изменяют направления движения, с тем, чтобы избежать столкновения с другими автомобилями.

На пересечении существуют типичные примеры элементарных маневров, такие как отклонение, слияние и пересечение. Типичные примеры элементарных маневров на пересечении по Метсону Т.М. изображены на рисунке 1.1.

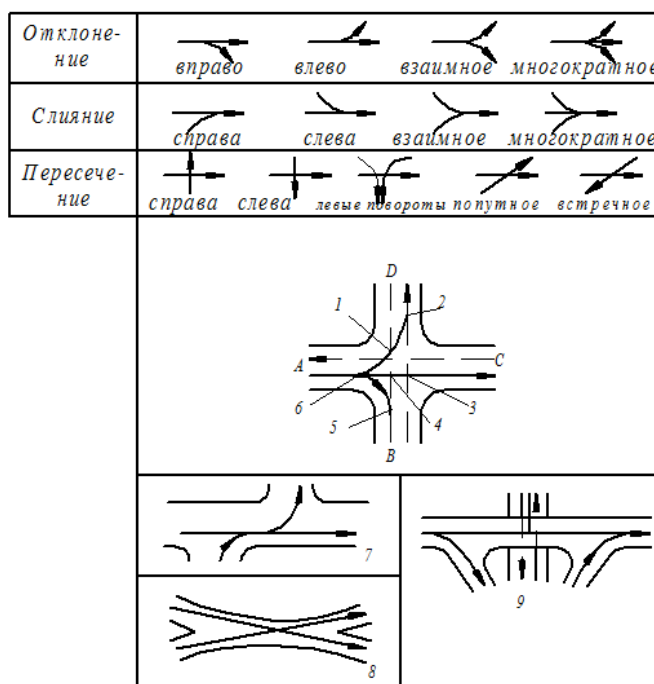


Рисунок 1.1 – Схемы элементарных маневров на пересечениях:

1 – пересечение  $A_{лев}$  с C и D; 2 – слияние  $A_{лев}$  с B; 3 – пересечение A и B; 4 – пересечение A и D; 5 – слияние  $A_{прав}$  с D; 6 – многократное отклонение; 7 – смещенное пересечение; 8 – косое пересечение; 9 – пересечение в разных уровнях

При каждом отклонении, слиянии или пересечении между двумя или большим числом автомобилей имеется возможность столкновений. Зона возможных столкновений выходит за пределы пересечения и распространяется на подходах к пересечению, где водители вынуждены снижать скорости.

Движение через пересечение обуславливается составом, интенсивностью и скоростью входящих потоков, формой и геометрическими размерами пересечения, погодой, освещением и другими факторами.

На обычном пересечении двух дорог образуются 32 точки конфликтов, из которых 16 наиболее опасных относятся к маневрам пересечений. На примыканиях имеется только 9 точек конфликтов, из которых 3 образуется за счет маневра пересечения. На регулируемых пересечениях, когда по сигналу одновременно останавливаются два противоположных потока, остается всего лишь 8 точек конфликтов, из которых лишь 2 относятся к маневру пересечения.

Из вышесказанного следует, что на безопасность движения влияет как конфигурация пересечения, так и виды, и количество маневров, совершаемых на нем.

Метсон Т.М. показывает возможные конфигурации пересечений, которые существуют и в настоящее время (рисунок 1.2).

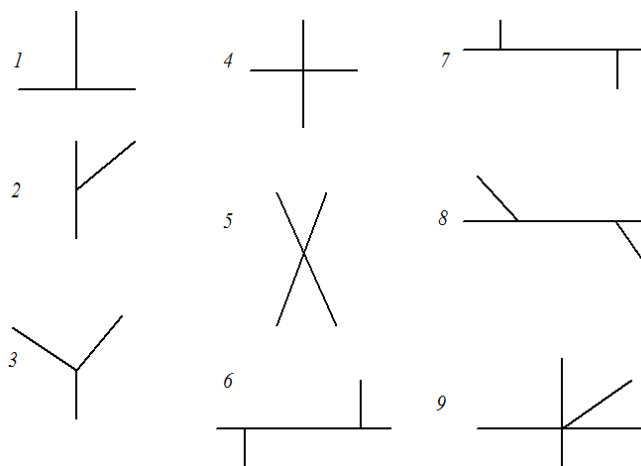


Рисунок 1.2 – Конфигурация пересечений:

1 – Т-образное примыкание; 2 – Т-образное косое примыкание; 3 – V-образное разветвление; 4 – крестообразное (под прямым углом) пересечение; 5 – косое пересечение; 6 – ступенчатое правое пересечение; 7 – ступенчатое левое пересечение; 8 – ступенчатое косое пересечение; 9 – многостороннее пересечение

По статистике около 40 % общего числа ДТП происходит в местах пересечения улиц и дорог, в населенных пунктах эта доля еще выше [66]. Также на пересечениях дорог транспортные потоки с разных направлений вынуждены делить доступ к одним и тем же точкам пространства, что неизбежно приводит к задержкам. По числу пересекающихся дорог пересечения в од-

ном уровне, как отмечают авторы Пугачев И.Н., Горев А.Э., Солодкий А.И, Белов А.В. подразделяются на следующие типы:

- трехстороннее или Т-образное пересечение (пересечение, имеющее три подхода);
- четырехстороннее или Х-образное пересечение (наиболее распространенное пересечение, образуется при пересечении двух дорог под некоторым углом, то есть имеет четыре подхода);
- многостороннее пересечение (пересечение, имеющее более четырех подходов).

Исследования ДТП показали, что наибольшее их число происходит в так называемых конфликтных точках, то есть в местах, где в одном уровне пересекаются траектории движения транспортных средств и пешеходов, а также в местах отклонения или слияния транспортных потоков [66]. Наиболее часто такое взаимодействие участников дорожного движения возникает на пересечениях дорог, где встречаются потоки различных направлений.

Конфликтные точки на пересечении оцениваются количественно в отечественных и зарубежных работах по-разному. При этом в зависимости от множества конфликтных точек можно оценивать опасность разных участков дороги и сравнивать разные схемы организации движения между собой. Известны наиболее распространенные варианты количественной оценки:

- простейшая методика пятибалльной системы оценки узла основана на использовании условных баллов в зависимости от вида конфликтной точки. Характеристика (условная опасность) любого пересечения определяется по формуле [37, 38, 39, 66]:

$$m = n_0 + 3n_c + 5n_n,$$

где  $n_0$ ,  $n_c$ ,  $n_n$  – число точек отклонения, слияния и пересечения соответственно;

- десятибалльная система оценки конфликтных точек. Эта оценка обеспечивает видение влияния каждой конфликтной точки [25, 37, 38, 39]. Кроме этого она предопределяет движение транспортных средств в конфликтной зоне. Дополнительно учитывается встречное движение по одной полосе проезжей части автомобилей при проведении ремонтных работ одного направления. При оценке конфликтных точек используют условные баллы: отклонения – 1; слияния – 2; пересечения под углом  $30^\circ$  – 3,  $60^\circ$  – 4,  $120^\circ$  – 7,  $150^\circ$  – 9,  $180^\circ$  (встречное движение по полосе) – 10;

- в США используется еще один метод, характеризующий безопасность дорожного движения на нерегулируемых пересечениях. При этом оценка степени опасности производится с учетом минимизации интенсивности конфликтующих транспортных потоков. Метод базируется на сумме интенсивностей дорожного движения для двух конфликтующих потоков с их минимальным значением [25, 37, 38, 39];

- Шелков Ю.Д. [25, 65, 86] при оценке комплексных схем организации дорожного движения опирается на суммарную конфликтную загрузку без учета конфликтов транспортных потоков:

$$R = 5 \sum \frac{\lambda_{nj} \cdot \lambda_{nj+1}}{(\lambda_{nj} + \lambda_{nj+1})^2} + 3 \sum \frac{\lambda_{cj} \cdot \lambda_{cj+1}}{(\lambda_{cj} + \lambda_{cj+1})^2} + \sum \frac{\lambda_{oj} \cdot \lambda_{oj+1}}{(\lambda_{oj} + \lambda_{oj+1})^2}$$

где  $\lambda_{nj}, \lambda_{nj+1}$  – интенсивности движения потоков:  $j$  и  $j+1$  – соответственно, образующих конфликтную точку пересечения потоков, авт./сут.;

$\lambda_{cj}, \lambda_{cj+1}$  – интенсивности движения потоков:  $j$  и  $j+1$  – соответственно, образующих конфликтную точку слияния потоков, авт./сут.;

$\lambda_{oj}, \lambda_{oj+1}$  – интенсивности движения потоков:  $j$  и  $j+1$  – соответственно, образующих конфликтную точку отклонения потоков, авт./сут.

Вопросами транспортной опасности при маневрах отклонения, слияния и пересечения на перекрестках и подходах к ним большое внимание было уделено в работе Живоглядовой Л.В. [25]. Проведенные исследования в работе [25] показали, что существующие методики оценки перекрестка по степени сложности (по пятибалльной и десятибалльной системе оценки) широко применимы на практике, но не учитывают интенсивность потоков и вероятность конфликтования. Таким образом, согласно [25] предложенные методики оценки конфликтной загрузки на перекрестках и подходах к ним, выполненные в России и за рубежом, приводят к отличающимся друг от друга результатам.

Решением транспортных проблем на кольцевых пересечениях занимается Поздняков М.Н. [69]. Еще в 2005 г. он указывал на отсутствие четких критериев выбора вариантов организации движения на кольцевых пересечениях, методики применения светофорного регулирования на кольцевых пересечениях, а также динамического управления вариантом организации движения на кольцевом пересечении. В дальнейшем М.Н. Поздняков разработал классификацию кольцевых пересечений и методику определения способа организации движения на них при наличии центрального направляющего островка среднего диаметра.

Кадасев Д.А. [31] предложил свой анализ видов классификации перекрестков. Он показал, что они имеют условное деление и не отражают особенности перекрестка: характеристику зоны застройки перекрестка, геометрию, остановочные пункты городского пассажирского транспорта и кроме этого интенсивности движения транспортного и пешеходного потоков. Чаще всего уровень транспортного узла характеризуется технической категорией образующих его городских улиц. Д.А. Кадасев разработал собственную методику расчета величины цикла светофорного регулирования и величины разрешающих сигналов в его пределах. По его мнению, методика обеспечивает минимизацию суммарной транспортной задержки и позволяет повысить эффективность пропускную способность на перекрестках УДС.

Цариков А.А. в своем исследовании отмечает, что при определении количественных характеристик цикла светофорного регулирования необходимо учитывать геометрические параметры УДС. По его мнению, возникновение заторовых ситуаций наблюдается и при наличии запаса

пропускной способности УДС. Он это объясняет образованием больших очередей, возникающих из-за случившихся дорожно-транспортных происшествий и несовершенных циклов светофорного регулирования на пересечении. Появление заторов очень быстро охватывает ближайшие регулируемые перекрестки УДС. Описанная ситуация чаще всего приводит к последующей утратой в возможности управления дорожным движением на конкретном участке улично-дорожной сети [92, 93, 94, 95].

## **1.2 Анализ аварийности на пересечениях г. Екатеринбурга**

Не смотря на прилагаемые большие усилия по повышению безопасности дорожного движения, аварийность в Российской Федерации является актуальной проблемой. По официальным данным ГИБДД МВД России в 2019 г. в Российской Федерации произошло 164358 ДТП, в которых погибло 16981 и ранено 210877 человек [67]. Одним из опасных мест концентрации ДТП являются перекрестки. На перекрестках по данным этого же источника было совершено 28800 ДТП (+3,1), что составляет 19,6 % от общего числа ДТП. Аварийность на перекрестках в 2019 году занимает первое место среди ДТП, связанных с неправильно выбранной скоростью движения (9,4 %), выездом на полосу встречного движения (8,5 %) и нарушением правил проезда пешеходных переходов (11 %).

Аналогичную картину по состоянию аварийности можно наблюдать и в крупных регионах. По данным сайта УГИБДД ГУ МВД России по Свердловской области в 2019 г. в Свердловской области произошло 3071 ДТП, в которых погибло 402 и ранено 3949 человек. В Екатеринбурге за это же время произошло 1126 ДТП, в которых погибло 61 и ранено 1404 человек (рисунок 1.3). Так же, как и в России, в Свердловской области и г. Екатеринбурге большое число ДТП совершается на пересечениях [1, 2, 12, 14, 54, 76].



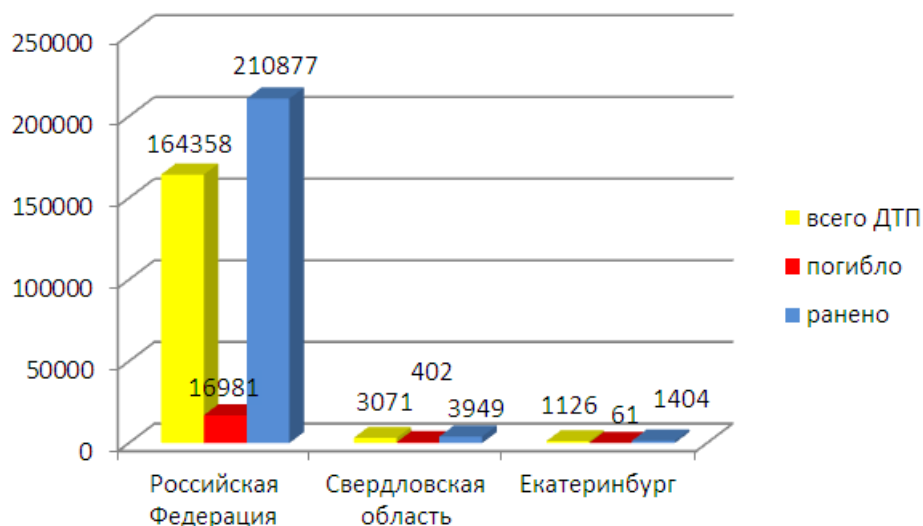


Рисунок 1.3 – Распределение числа ДТП в 2019 г.

Поскольку перекрестки являются местами, где часто возникают ДТП и задержки движения, рассмотрим их подробнее на примере г. Екатеринбурга [12]. Екатеринбург включает семь административных районов, которые отличаются плотностью улично-дорожной сети и количеством пересечений. Объектом внимания стали пересечения, на которых произошло за год одно ДТП и более. Распределение числа ДТП на таких пересечениях с учетом их конфигурации представлено в таблице 1.1, рисунках 1.4-1.6.

Таблица 1.1 – Распределение числа ДТП на пересечениях с учетом их конфигурации по районам г. Екатеринбурга

Районы г. Екатеринбур- га	Конфигурация пересечений											
	трехстороннее				четырёхстороннее				многостороннее			
	2010 г.	2013 г.	2016 г.	2019 г.	2010 г.	2013 г.	2016 г.	2019 г.	2010 г.	2013 г.	2016 г.	2019 г.
Железнодорожный	15	10	11	10	11	10	14	8	0	0	0	0
Октябрьский	11	4	6	7	32	10	7	12	2	1	2	1
Кировский	29	24	8	12	44	48	16	22	1	1	0	0
Верх-Исетский	46	34	19	13	30	26	14	22	0	0	0	0
Орджоникид- зевский	34	24	12	20	63	53	14	30	1	1	0	0
Чкаловский	43	38	4	8	25	16	3	4	2	1	0	0
Ленинский	35	25	8	6	57	48	20	18	3	2	1	1
<b>ВСЕГО:</b>	<b>213</b>	<b>159</b>	<b>68</b>	<b>76</b>	<b>262</b>	<b>211</b>	<b>88</b>	<b>116</b>	<b>9</b>	<b>6</b>	<b>3</b>	<b>2</b>

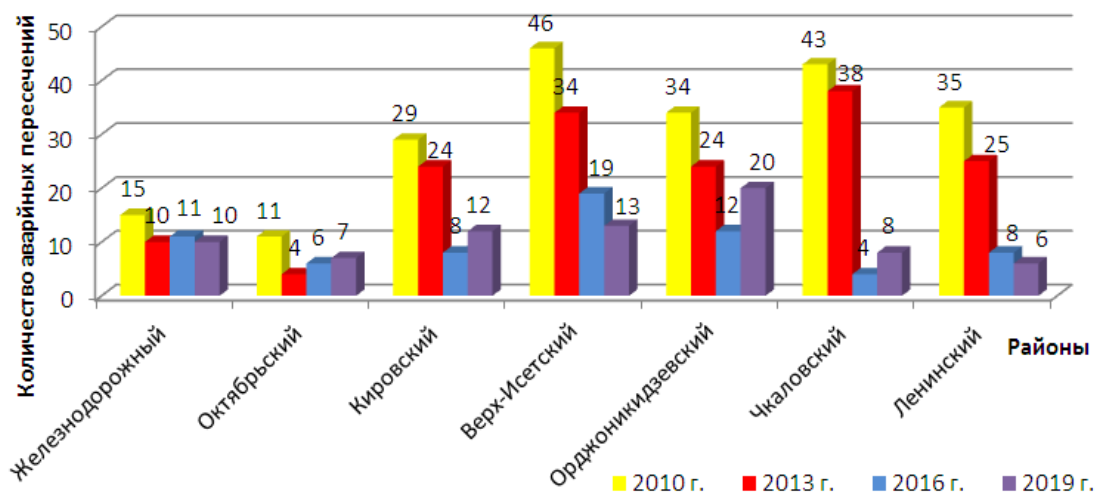


Рисунок 1.4 – Распределение числа ДТП на трехсторонних пересечениях по районам г. Екатеринбурга

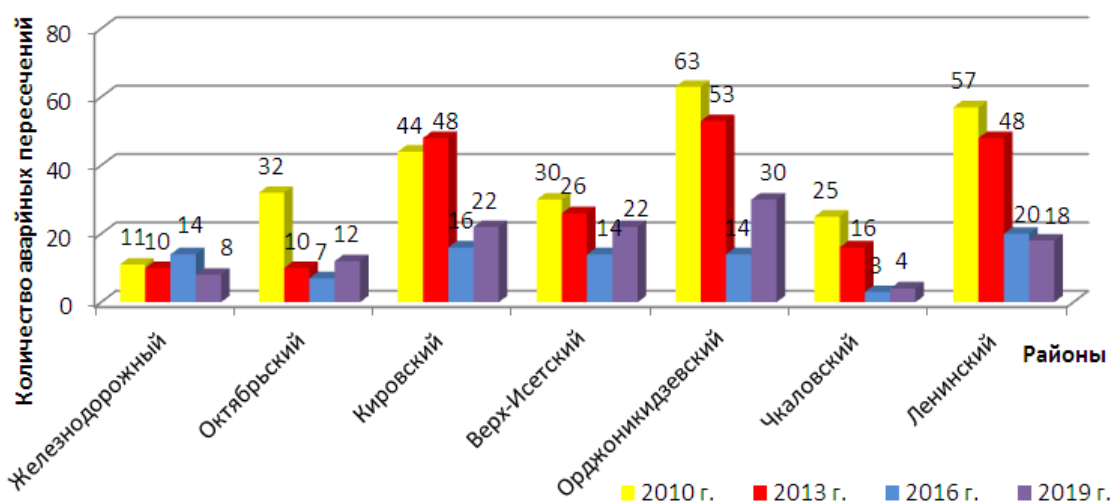


Рисунок 1.5 – Распределение числа ДТП на четырехсторонних пересечениях по районам г. Екатеринбурга

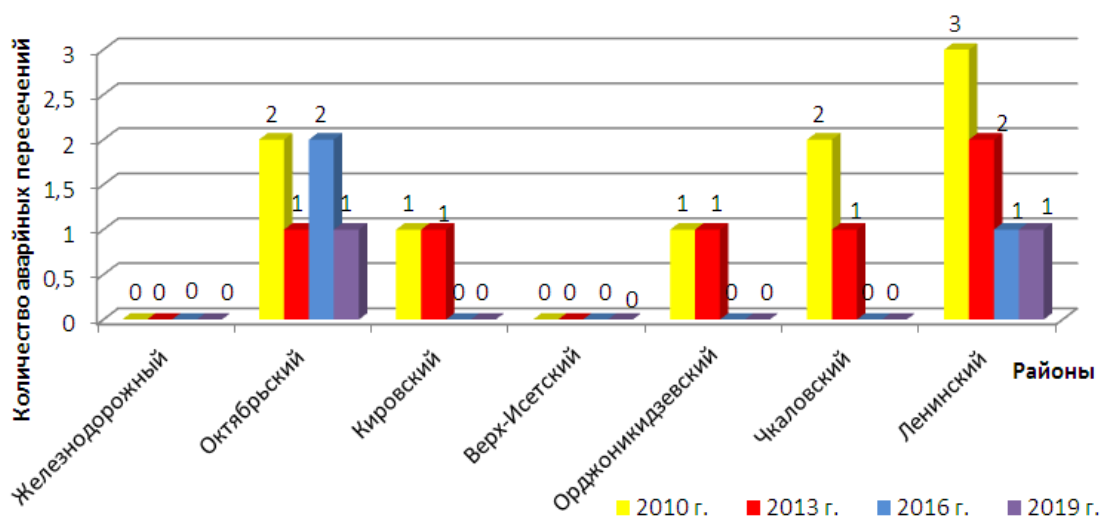


Рисунок 1.6 – Распределение числа ДТП на многосторонних пересечениях по районам г. Екатеринбурга

Как видно из таблицы 1.1 в Екатеринбурге существует порядка 500 наиболее аварийных пересечений. Орджоникидзевский, Ленинский и Верх-Исетский районы привлекают особое внимание с точки зрения аварийности. Наибольшее число ДТП происходит на четырехсторонних пересечениях (262 – 2010 г., 211 – 2013 г., 88 – 2016 г., 116 – 2019 г.), наименьшее число ДТП – на многосторонних пересечениях. Небольшое количество ДТП на многосторонних пересечениях объясняется их небольшим удельным весом в общем числе пересечений. Аварийность по районам отличается от общей по городу. В Верх-Исетском, Железнодорожном и Чкаловском районах большее число ДТП приходится на трехсторонние пересечения. Наибольшая аварийность на четырехсторонних пересечениях наблюдается в Ленинском, Кировском и Орджоникидзевском районах.

Анализ рассмотренных пересечений показал, что 72 % из них являются регулируемыми, 28 % нерегулируемыми (таблица 1.2). На регулируемых пересечениях организовано двухфазное, трехфазное, четырехфазное регулирование. На 82 % пересечений транспортные потоки движутся с одной и той же полосы движения в разных направлениях. Большая часть пересечений имеет 4 полосы для движения транспортных средств.

Таблица 1.2 – Распределение аварийных пересечений по районам г. Екатеринбурга

Районы г. Екатеринбурга	Количество пересечений		
	всего	регулируемых	нерегулируемых
Железнодорожный	47	33	14
Октябрьский	31	25	6
Кировский	79	52	27
Верх-Исетский	74	51	23
Орджоникидзевский	101	74	27
Чкаловский	55	37	18
Ленинский	79	63	16
<b>ВСЕГО:</b>	<b>466</b>	<b>335</b>	<b>131</b>

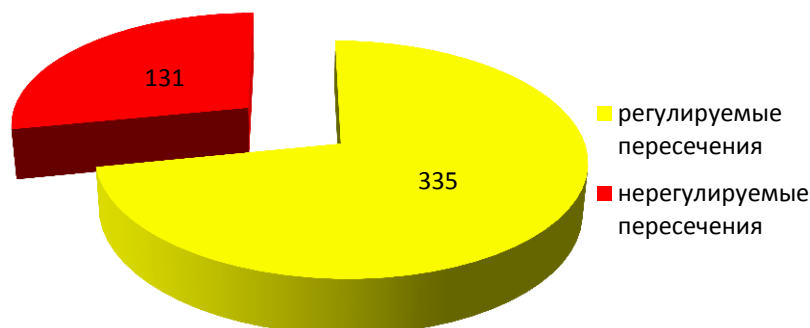


Рисунок 1.7 – Распределение аварийных пересечений

В таблице 1.3 приведены последствия ДТП на рассматриваемых пересечениях по районам г. Екатеринбурга.

Таблица 1.3 – Последствия ДТП на пересечениях по районам г. Екатеринбурга

Районы г. Екатерин- бурга	Количество ДТП											
	всего				погибло				ранено			
	2010 г.	2013 г.	2016 г.	2019 г.	2010 г.	2013 г.	2016 г.	2019 г.	2010 г.	2013 г.	2016 г.	2019 г.
Железнодорожный	285	199	32	22	1	0	1	0	19	2	36	32
Октябрьский	180	112	18	24	1	0	2	1	25	14	28	31
Кировский	369	636	27	49	2	0	2	1	93	31	25	52
Верх-Исетский	467	1185	43	49	6	1	3	3	68	46	58	72
Орджоникидзевский	1028	887	41	68	7	5	0	3	170	119	66	88
Чкаловский	1782	1149	10	15	3	0	0	0	53	7	5	20
Ленинский	1006	739	39	40	2	0	0	0	75	69	49	68
<b>ВСЕГО:</b>	<b>5117</b>	<b>4907</b>	<b>210</b>	<b>267</b>	<b>22</b>	<b>6</b>	<b>8</b>	<b>8</b>	<b>503</b>	<b>288</b>	<b>267</b>	<b>363</b>

Различия в конфигурации пересечений приводят к разному расположению на них конфликтных точек, а как следствие совершению ДТП.

Анализ числа ДТП в Российской Федерации за 2018-2019 гг. показывает, что аварийность на пересечениях занимает первое место. Горев А.Э. считает, что для того, чтобы снизить число конфликтных точек и степень их опасности на пересечениях, необходимо проводить мероприятия по повышению безопасности дорожного движения на них [15, 75]. Чаще всего максимальную возможную опасность наблюдают в точках пересечения транспортных потоков. Этот вывод основан на наблюдениях, показывающих, что случившиеся там ДТП заканчиваются с более высокой тяжестью их последствий, чем при ДТП в точках отклонения или слияния [117, 118].

Анализ выполненных работ отечественными и зарубежными авторами показывает, что безопасность дорожного движения на пересечениях во многом зависит от организации дорожного движения на них и ее обеспечение сводится к расчетам длительности цикла светофорного регулирования [3, 7, 8, 9, 59, 64, 68]. Ключевым моментом при определении величины цикла светофорного регулирования является понятие «поток насыщения».

### 1.3 Понятие «поток насыщения» и его учет при расчетах длительности светофорного цикла

Идеальным вариантом является такая организация дорожного движения, при которой движение транспортных средств на пересечениях не является сдерживающим фактором пропускной способности улично-дорожной сети. Это возможно при организации движения в разных уровнях. В 30-ые годы прошлого века вышло несколько работ, посвященных обоснованию оборудования перекрестков с автоматически регулируемым движением. Этим вопросом занимались не только специалисты по организации дорожного движения Ходот В.В., Образцов [91], но и крупнейшие математики, такие как Колмогоров А.Н. [46]. Колмогоров А.Н. приводит схему разобщения движения в 2-х уровнях на перекрестке (рисунок 1.8), которая, по его мнению, обладает следующими преимуществами:

- исключены даже «попутные пересечения», имеющиеся в схеме В. Ходота;
- значительно проще и удобнее организация пешеходного движения на предложенной А.Н. Колмогоровым схеме (рисунок 1.8) – для него нужен только один тоннель на глубине трех метров, в то время как у В. Ходота требуется или тоннель на глубине десяти метров, или мостики над улицей;
- в схеме В. Ходота часть тоннельных спусков начинается в 200-х метрах от перекрестка, у А.Н. Колмогорова все спуски расположены вдвое ближе, так как устранено их последовательное расположение по одной улице;
- часть движения, пропускаемого через тоннели, немного меньше, чем у В. Ходота, все правые повороты делаются на поверхности.

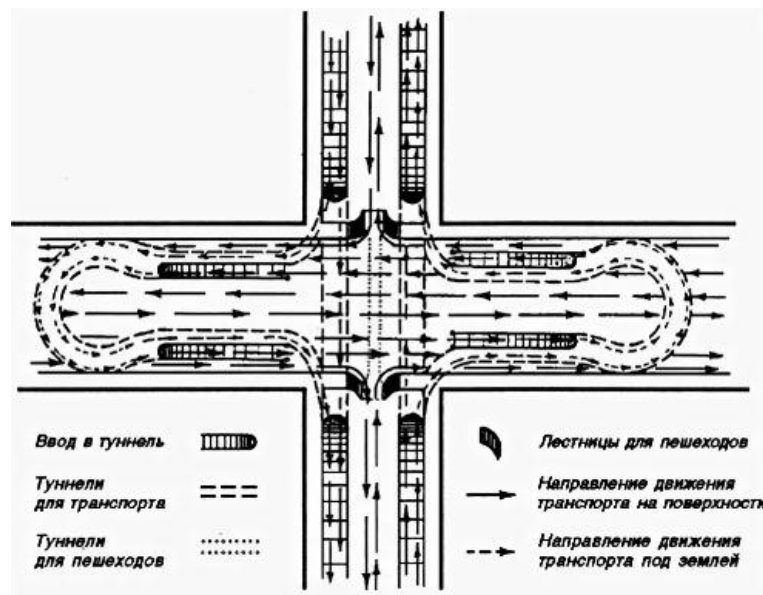


Рисунок 1.8 – Схема разобщения движения в 2-х уровнях на перекрестке

Потребность в регулировании дорожного движения возникает тогда, когда появляются пересечения траекторий в одном уровне, по которым движутся участники дорожного движения. При невысокой интенсивности дорожного движения оно регулируется при помощи знаков приоритета [72]. При повышении интенсивности движения, особенно если она намного больше по главной дороге, движение по второстепенной дороге замедляется вплоть до его прекращения [4]. Чаще всего при этом увеличивается число ДТП на таких пересечениях. Возникает необходимость во введении светофорного регулирования. Существуют четыре известных условия введения светофорного регулирования [18, 43, 44, 45, 65, 77]:

- **Условие 1** задано в виде сочетаний критических интенсивностей движения на главной и второстепенной дорогах (таблица 1.4);

Таблица 1.4 – Сочетание критических интенсивностей движения на главной и второстепенной дорогах

Число полос движения в одном направлении		Интенсивность движения по главной дороге в 2-х направлениях, ед./ч	Интенсивность движения по второстепенной дороге в 1-м наиболее загруженном направлении, ед./ч
Главная дорога	Второстепенная дорога		
одна	одна	750	75
		670	100
		580	125
		500	150
		410	175
		380	190
2 или более	одна	900	75
		800	100
		700	125
		600	150
		500	175
		400	200
2 или более	2 или более	900	100
		825	125
		750	150
		675	175
		600	200
		525	225
		480	240

Ввод светофорного регулирования считается обоснованным, если наблюдаемая на перекрестке интенсивность конфликтующих транспортных потоков в течение каждого из любых 8 ч обычного рабочего дня не менее заданных сочетаний.

- **Условие 2** задано в виде сочетания критических интенсивностей конфликтующих транспортного и пешеходного потоков. Ввод светофорного регулирования считается обоснованным,

если в течение каждого из любых 8 ч обычного рабочего дня по дороге в двух направлениях движется не менее 600 ед./ч (для дорог с разделительной полосой 1000 ед./ч) транспортных средств и в то же время эту улицу переходят в одном, наиболее загруженном направлении не менее 150 чел/ч. Для населенных пунктов с населением менее 10 тыс. чел. значения интенсивности движения транспортных средств и пешеходов по условиям 1 и 2 составляют 70 % от указанных.

- **Условие 3** заключается в том, что светофорное регулирование вводится, когда условия 1 и 2 целиком не выполняются, но оба выполняются не менее чем на 80 %.

- **Условие 4** задано определенным числом ДТП. Введение светофорного регулирования считается оправданным, если за последние 12 мес. на перекрестке произошло не менее 3 ДТП (которые могли бы быть предотвращены при наличии светофорной сигнализации) и хотя бы одно из условий 1 или 2 выполняется не менее чем на 80%.

С появлением светофорного регулирования вводятся понятия такта регулирования – период действия определенной комбинации светофорных сигналов; фазы – совокупность основного и следующего за ним промежуточного такта; цикла – периодически повторяющаяся совокупность всех фаз; режима светофорного регулирования (светофорная сигнализация) – длительность цикла, а также число, порядок чередования и длительность составляющих цикл тактов и фаз [43, 44, 45, 77]. Эти термины применяются в расчетах для повышения эффективности организации дорожного движения на пересечениях.

Ввод светофорного регулирования приводит к необходимости решения задачи, связанной с определением длительности горения зеленого сигнала по направлениям. Решение поставленной задачи приведет к обеспечению максимальной пропускной способности перекрестка [6, 20].

В реальности все стоящие транспортные средства, ожидающие включения зеленого сигнала, не начинают движение одновременно. При расчете длительности светофорного цикла исходят из предположения, что транспортные потоки движутся равномерно. В реальных условиях такое движение транспортных потоков не наблюдается. Особенно заметна неравномерность движения у транспортных средств, начинающих его на разрешающий сигнал светофора и заканчивающих движение в данном такте.

Такая неравномерность движущегося потока, конечно, была замечена авторами, которые занимались расчетами длительности светофорной сигнализации и поскольку все расчеты строились на эмпирическом наблюдении, то для определения максимальной пропускной способности пересечений была взята часть потока с постоянными характеристиками.

Таким образом, научное мнение пришло к пониманию необходимости введения понятия «поток насыщения», которое остается одним из основных параметров транспортных потоков на регулируемых пересечениях в течение многих лет. Анализ работ специалистов разных стран

показал, что каждый автор трактует понятие «поток насыщения» по-своему. Так, например, Водроп [112] на стр. 337 определяет поток насыщения как поток, наступающий, когда транспортные средства движутся с минимально возможными интервалами. В каждой фазе транспортные средства прибывают с потоком  $q$ , соответствующие индексу фазы, следовательно, с интервалом  $1/q$ . Некоторые транспортные средства останавливаются в течение красного сигнала, длительностью  $r$ . На зеленый сигнал первый автомобиль отрывается, но он это делает не из-за потерянного времени  $a$ , а из-за ускорения. После первого автомобиля, следующие за ним транспортные средства движутся с одинаковой дистанцией между ними. Это период, когда транспортные средства следуют друг за другом при минимальных дистанциях и поток  $p$  называется потоком насыщения. В оставшееся время горения зеленого сигнала автомобили прибывают к перекрестку и движутся с интервалом  $1/p$  без задержки.

Кременец Ю.А. [41, 42] понимает под потоком насыщения максимальную интенсивность разъезда очереди при полностью насыщенной фазе.

В Руководстве по регулированию дорожного движения в городах [77] поток насыщения представлен в виде выраженной максимальной интенсивности движения в данном направлении (направлениях) при включенном зеленом сигнале. В нем содержатся рекомендации по определению потоков насыщения путем проведения натурных исследований тогда, когда на подходе к перекрестку скапливаются большие группы транспортных средств.

В Руководстве по проектированию городских улиц и дорог [78] поток насыщения – это пропускная способность полосы при движении транспортных средств без остановки со скоростью 15 км/ч.

Далее Врубель Ю.А. [10, 11] определяет поток насыщения как среднюю интенсивность движения убывающих автомобилей от стоп-линии за время горения зеленого сигнала при наличии длинной очереди транспортных средств. По мнению автора, поток насыщения включает в себя одновременно и потерянное время, и длительность горения зеленого сигнала.

Другими авторами в дальнейшем были предложены следующие понятия потока насыщения:

- это интенсивность движения, при которой нет задержек в течение горения зеленого сигнала, и автомобили движутся без остановки (используемое в настоящее время в Канаде руководство по регулируемым пересечениям [111]);

- это интенсивность движения, когда автомобили пересекают перекресток при реальных условиях. Разрешающий сигнал постоянно горит при этом, а транспортные средства движутся без задержек (Руководство по пропускной способности дорог США (HCM 2000) [105, 106]);



- это самое большое число автомобилей, которое способно пересечь перекресток за время горения зеленого сигнала (Руководство ФРГ по проектированию организации дорожного движения [104]).

Как отмечает в своей работе автор Левашев А.Г., повышения эффективности организации движения на регулируемых пересечениях при проектировании можно добиться уточнением существующих расчетных характеристик транспортных потоков, а так же разработкой новых методик или приспособлением существующих методик расчета режимов регулирования с одновременной оценкой их результативности [51]. Он предложил методику, которая основывается на идеальном потоке насыщения, определяемом на регулируемых пересечениях. Следуя его методике, в которой для замены момента наступления равномерного транспортного потока рекомендуется использовать регрессионную модель. Возможность ее использования была подтверждена статистическими критериями и полученной расчетной величиной вводимого им идеального потока насыщения.

Тогда, когда значение потока насыщения нельзя определить при натурных исследованиях, применяется величина «идеального потока насыщения» [50]. Его значение корректируется поправочными коэффициентами, значения которых зависят от характерных условий местности. Так, например, в американском «Руководстве по пропускной способности дорог 1985» (1985 Highway Capacity Manual) поток насыщения, равный 1800 прив.ед./ч, рассматривается как «идеальный уровень насыщения» и применяется в сочетании с поправочными коэффициентами. Поток насыщения  $S$  в конкретных дорожных условиях определяется по формуле:

$$S = S_0 \cdot N \cdot f_w \cdot f_{HV} \cdot f_G \cdot f_P \cdot f_{BB} \cdot f_A \cdot f_{RT} \cdot f_{LT}$$

где  $S_0$  – идеальный поток насыщения, принятый равным 1800 (прив. ед/ч);

$N$  – количество полос движения;

$f_w$  – коэффициент, учитывающий ширину полосы движения;

$f_{HV}$  – коэффициент, учитывающий грузовые автомобили;

$f_G$  – коэффициент, учитывающий продольные уклоны;

$f_P$  – коэффициент, учитывающий паркирование;

$f_{BB}$  – коэффициент, учитывающий помехи, создаваемые автобусами;

$f_A$  – коэффициент, учитывающий тип территории;

$f_{RT}$  – коэффициент, учитывающий правые повороты (т.е. помехи создаваемые пешеходами);

$f_{LT}$  – коэффициент, учитывающий левые повороты.

Следовательно, определение величины идеального потока насыщения приводит к необходимости обследования очередей автомобилей, движущихся на регулируемом перекрестке за время горения зеленого сигнала, причем транспортный поток состоит только из легковых автомобилей. Это возможно при соблюдении условий, которые обуславливают возможность ис-

пользования понятия «идеальный поток насыщения» (ширина полосы движения 3,6 м, уклон на подходе к перекрестку равен 0%, сухое дорожное покрытие, отсутствие помех, создаваемых паркующимися автомобилями и остановками общественного транспорта, отсутствие конфликтующих пешеходных, велосипедных, и транспортных потоков, и отсутствие грузовых автомобилей (автобусов) в потоке [105, 106]).

Главной целью регулирования движения на перекрестке согласно Метсону Т.М. [57] с помощью светофоров является обеспечение максимальной пропускной способности с минимальными задержками. Любой длительности цикла регулирования соответствует собственная максимальная пропускная способность пересечения. При двухфазном регулировании длительность цикла определяется по формуле:

$$C = \frac{34200}{3600 - (V_1 - V_2)2,1},$$

где  $V$  – интенсивность движения автомобилей в час.

В приведенном ранее Руководстве [77] длительность цикла регулирования считают по формуле:

$$T = \frac{1,5L + 5}{1 - (y_1 + y_2 + \dots + y_n)},$$

где  $T$  – длительность цикла в сек;

$L$  – сумма всех переходных интервалов в сек;

$y_1$  – фазовый коэффициент, который равен наибольшему из отношений  $M/M_n$ , подсчитанных для всех подходов к перекрестку, обслуживаемых фазой 1;

$y_2, \dots, y_n$  – соответствующий фазовые коэффициенты для фаз 2, ...,  $n$ , подсчитанные аналогичным образом;

$M$  – интенсивность движения на рассматриваемом подходе к перекрестку в направлениях (направлении), обслуживаемых данной фазой, в ед./ч;

$M_n$  – поток насыщения для этих же направлений (направления) в ед./ч.

В соответствии с требованиями обеспечения безопасности движения согласно Шелкову Ю.Д. [65], величина цикла не может быть меньше 25 с и превышать 120 с. Длительность цикла светофорного регулирования определяется по формуле:

$$T_{\text{ц}} = \frac{1,5 \cdot T_{\text{п}} + 5}{1 - Y},$$

где  $T_{\text{п}}$  – потерянное время в цикле регулирования (для практических расчетов может быть определено как сумма переходных интервалов в цикле), с;

$Y$  – сумма расчетных фазовых коэффициентов.

При равномерном прибытии транспортных средств к перекрестку через одинаковые промежутки времени наименьшая длительность цикла определяется из условий [43, 44, 45]. Автомобили, которые прибывают к перекрестку в  $j$ -м направлении за период, равный циклу регулирования  $T_{ц}$ , покидают перекресток в течение основного такта  $i$ -й фазы с интенсивностью, равной потоку насыщения  $M_{nij}$ . В реальных условиях движения такое прибытие автомобилей к перекрестку наблюдается не часто. Гораздо чаще для отдельных перекрестков характерно случайное прибытие (дистанции между последовательно прибывающими автомобилями разные).

Случайному прибытию транспортных средств соответствует формула цикла, предложенная английским исследователем Ф. Вебстером на основе минимизации транспортной задержки:

$$T_{ц} = \frac{1,5 \cdot T_{П} + 5}{1 - Y}, \text{ обозначив } \sum_1^n y_i = Y \text{ и } \sum_1^n t_{Pi} = T_{П},$$

где  $t_{Pi}$  – длительность промежуточного такта в данной фазе регулирования, с;

$y_i$  – фазовый коэффициент данного направления;

$n$  – число фаз.

В методике расчета светофорных циклов [33] длительность светофорного цикла определяется по формуле:

$$T = \frac{1,5P + 5}{I - \sum_{i=1}^n y_i},$$

где  $P$  – потерянное время в цикле, которое складывается из части (0,5 – 0,8) длительности желтых сигналов и времени запаздывания начала движения автомобилей в каждой фазе, с;

$y_i$  – фазовые коэффициенты, равные максимальной величине отношения интенсивности движения ( $J_i$ ) к интенсивности разгрузки очереди или потока насыщения  $C_i$  в  $i$ -ой фазе;

$n$  – количество фаз в цикле (обычно две или три).

Величину длительности циклов, находящуюся в пределах от 30 до 180 с [26] ряд авторов устанавливают, исходя из натуральных наблюдений, и считают их возможными для применения на регулируемых пересечениях с отличающимися условиями движения и иным составом транспортного потока. Наблюдениями подтверждено, что интенсивность движения ТС и пешеходов изменяется не только в течение дня, часа, но и в более короткие промежутки времени. Отрицание этого факта в расчетах приводит к организации дорожного движения с заторами, поскольку при этом расчетная длительность цикла получается меньше необходимой. В случае, если расчетная длительность цикла определена больше необходимой длительности, возникают необоснованные задержки транспортных средств на пересечении.

Поляков А.А. [70, 71] предложил свой вариант определения длительности циклов на пересечениях со светофорным регулированием. Автор установил существенное различие элементов,

характеризующих движение автомобиля на перегоне и в зоне перекрестка. Эти элементы отличаются друг от друга по характеру и последовательности движения автомобиля. В последовательности определения расчета пропускной способности на перегоне наиболее важную роль играет процесс торможения автомобиля. И задача сводится к определению наименьшего допустимого (безопасного) расстояния между движущимися автомобилями при различных скоростях движения. Условия пропуска автомобилей через стоп-линию характеризуются наличием следующих этапов движения: замедление и остановка автомобиля перед пересечением; стоянка в ожидании пропуска, пуск автомобиля после появления сигнала, разрешающего движение, ускорение и прохождение пересечения с ограниченной скоростью, установленной правилами движения или определяемой условиями его безопасности.

При двухтактном светофорном регулировании полная длительность цикла определялась Поляковым А.А. по формуле:

$$A = t_1 + t_2 = t_3 + c_1 + t_k + c_2,$$

где  $A$  – полная длительность цикла смены сигналов, с;

$t_3$  – длительность зеленого сигнала для пропуска движения по одной из пересекающихся улиц, с;

$t_k$  – то же, для второй улицы – период красного сигнала для первой улицы;

$c_1$  и  $c_2$  – длительность периодов желтого сигнала, с.

При расчете длительности цикла светофорного регулирования, предлагаемой Цариковым А.А. [95], сначала определяются значения потоков насыщения, базирующихся на характеристиках условий движения на перекрестке (направление движения, уклоны, ширина полосы и т.д.). В дальнейшем, используя соотношения (деления) данных по интенсивности движения и потока насыщения, определяют фазовые коэффициенты. После суммирования которых переходят к расчету длительности циклов регулирования по формуле:

$$T_{ц} = \frac{1,5 \cdot L + 5}{1 - Y},$$

где  $L$  – сумма переходных интервалов, с;

$Y$  – сумма фазовых коэффициентов.

Когда по выполненным расчетам величина цикла регулирования  $T_{ц}$  больше значения 80, 100 и 120 с, для двух-, трех- и четырехфазного регулирования соответственно, длительность цикла рассчитывают по формуле:

$$T_{ц} = \frac{L}{1 - Y}.$$

Таким образом, предлагаемая последовательность расчетов дает возможность пропускать транспортные средства по направлениям исходя из пропорциональности интенсивности движения, то есть в условиях высокой плотности транспортных потоков.

При движении транспортных средств в реальных условиях существует ряд дополнительных факторов, которые влияют на пропускную способность пересечения [32]. К таким факторам относятся: резкое замедление впереди движущегося автомобиля перед поворотом, непосредственно за поворотом, из-за внезапно возникшего препятствия в виде пешехода; неровности проезжей части. Анализ влияния дополнительных факторов на возникновение ДТП на регулируемых пересечениях с поворотными потоками приведен в таблице 1.5.

Таблица 1.5 – Дополнительные факторы, влияющие на безопасность дорожного движения и пропускную способность пересечения

№ пп	Дополнительные факторы	ДТП, с учетом указанных факторов, %
1	Резкое замедление впереди движущегося автомобиля перед поворотом	21
2	Резкое замедление впереди движущегося автомобиля непосредственно за поворотом	29
3	Резкое замедление впереди движущегося автомобиля из-за внезапно возникшего препятствия в виде пешехода	43
4	Резкое замедление впереди движущегося автомобиля из-за неровности проезжей части	7

В существующих методиках влияние этих факторов, не смотря на их значимость, не учитывается ни при определении потока насыщения, ни при определении длительности основных тактов особенно при наличии поворотных потоков на пересечениях. Указанные факторы приводят к резким изменениям скоростного режима транспортных средств на пересечениях при наличии поворотных потоков, а также создают аварийные ситуации и не обеспечивают расчетную пропускную способность пересечения.

### Выводы по первой главе

Одним из первых авторов в области организации дорожного движения был американский специалист Метсон Т.М., который в 1955 г. опубликовал свою книгу «Организация движения». Он уже определяет главной целью регулирования движения на перекрестках с помощью свето-

форов – обеспечение максимальной пропускной способности с минимальными задержками [6]. Метсон Т.М. отмечает, что каждой продолжительности цикла регулирования соответствует своя предельная пропускная способность перекрестка. Она в основном зависит от соотношения интенсивности движения и интервала зеленого света. При этом в своих расчетах автор подразумевает, что расчет любой продолжительности цикла регулирования обеспечивает безопасное движение транспортных средств.

Анализ статистических данных аварийности в г. Екатеринбурге показал значительное число ДТП, совершаемых на пересечениях. Они занимают третье место среди ДТП, связанных с неправильно выбранной скоростью движения и выездом на полосу встречного движения. По официальным данным ГИБДД МВД России в 2019 г. в Российской Федерации аварийность на перекрестках в 2019 году (19,6 % от общего числа ДТП) занимает первое место среди ДТП, связанных с неправильно выбранной скоростью движения (9,4 %), выездом на полосу встречного движения (8,5 %) и нарушением правил проезда пешеходных переходов (11 %). Это подтверждает необходимость совершенствования организации движения на пересечениях.

Анализ влияния конфигурации пересечений и транспортных потоков, движущихся с одной и той же полосы движения на них в разных направлениях, на безопасность дорожного движения проводился ежегодно на почти 500 пересечениях. Установлено, что наибольшее число ДТП происходит на четырехсторонних пересечениях (54 %). На трехсторонних пересечениях происходит 44 % ДТП, 2 % ДТП происходит на многосторонних пересечениях. Доля аварийных пересечений с транспортными потоками, движущимися прямо, а также налево и (или) направо по одним и тем же полосам движения, составляет 82 %.

Понятие «поток насыщения» развивалось в течение последних 70-ти лет. Осознание необходимости его введения пришло тогда, когда увеличившаяся интенсивность транспортных потоков привела к необходимости совершенствования организации дорожного движения. Обзор исследований как отечественных, так и зарубежных авторов показал, что не существует методов объективной оценки безопасности движения на перекрестках. Отсутствует перечень однозначных критериев, которые можно было бы использовать при оценке безопасности дорожного движения количественно.

Поляков А.А. отметил важность учета процесса торможения автомобиля при определении пропускной способности перегона. И задача определения пропускной способности перегона сводится к определению наименьшего допустимого (безопасного) расстояния между движущимися автомобилями при различных скоростях движения. Хотя Поляков А.А. правильно отмечает значение наименьшего допустимого (безопасного) расстояния между движущимися автомобилями при различных скоростях движения, он аналитически его не определяет. Другие авторы этого определения так же не приводят.

При движении транспортных средств в реальных условиях существует ряд дополнительных факторов, которые влияют на безопасность дорожного движения. К таким факторам относятся: резкое замедление впереди движущегося автомобиля перед поворотом, непосредственно за поворотом, из-за внезапно возникшего препятствия в виде пешехода; неровности проезжей части. В существующих методиках влияние этих факторов, несмотря на их значимость, не учитывается ни при определении потока насыщения, ни при определении длительности основных тактов особенно при наличии поворотных потоков на пересечениях.

## ГЛАВА 2. РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДВИЖЕНИЯ ТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ НА ПЕРЕСЕЧЕНИИ, ОПРЕДЕЛЯЮЩАЯ ДИСТАНЦИЮ МЕЖДУ АВТОМОБИЛЯМИ, ОБЕСПЕЧИВАЮЩУЮ БЕЗОПАСНОСТЬ ДОРОЖНОГО ДВИЖЕНИЯ

Безопасность дорожного движения зависит от многих факторов: режим движения транспортных средств, техническое состояние транспортных средств, дорожные условия, квалификация водителей транспортных средств и др. [40, 47, 49].

Ключевыми факторами, обеспечивающими безопасность дорожного движения, являются скорость движения транспортных средств и расстояние между ними [21]. Следовательно, возникает задача о необходимости аналитического определения минимально безопасного расстояния (дистанции) между движущимися автомобилями.

В научной литературе при изучении движения автомобиля  $A$  при экстренном торможении в основном рассматриваются две модели движения. В рамках этих моделей необходимо определить остановочный путь транспортных средств. Изучением закономерностей изменения величин остановочного пути занимались такие авторы, как Евтюков С.А., Васильев Я.В., Иларионов В.А., Суворов Ю.Б., Боровский Б.Е. и др. [5, 22, 23].

В первой модели движения закон изменения ускорения  $a(t)$  при экстренном торможении при выполнении неравенства  $V^0 > \frac{j}{2}(T - t_3)$  определяется равенством

$$a(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t \leq t_3; \\ -\frac{1}{2}j, & t_3 < t \leq T; \\ -j, & T < t \leq t_{\text{ост}}^{(2)}; \\ 0, & t > t_{\text{ост}}^{(2)}, \end{cases}$$

а при выполнении неравенства  $V^0 \leq \frac{j}{2}(T - t_3)$  определяется равенством

$$a(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t \leq t_3; \\ -\frac{1}{2}j, & t_3 < t \leq t_{\text{ост}}^{(1)}; \\ 0, & t > t_{\text{ост}}^{(1)}, \end{cases}$$

где  $t_3 = t_p + t_{3n}$  – время запаздывания автомобиля  $A$ ;

$t_p$  – время реакции водителя автомобиля  $A$ ;

$t_{3n}$  – время запаздывания срабатывания тормозного привода автомобиля  $A$ ;

$t_{нз}$  – время нарастания замедления автомобиля  $A$ ;



$j$  – установившееся замедление автомобиля  $A$  в данных дорожных условиях;

$T$  – определяется равенством  $T=t_p+t_{3n}+t_{нз}$ ;

$V^0$  – скорость автомобиля  $A$  в начальный момент времени  $t_0=0$ ;

$t_{осм}^{(1)}$  – время остановки автомобиля  $A$  при выполнении неравенства  $V^0 \leq \frac{j}{2}(T - t_3)$ ;

$t_{осм}^{(2)}$  – время остановки автомобиля  $A$  при выполнении неравенства  $V^0 > \frac{j}{2}(T - t_3)$ .

График функции  $a(t)$  для первой модели движения изображен на рисунке 2.1.

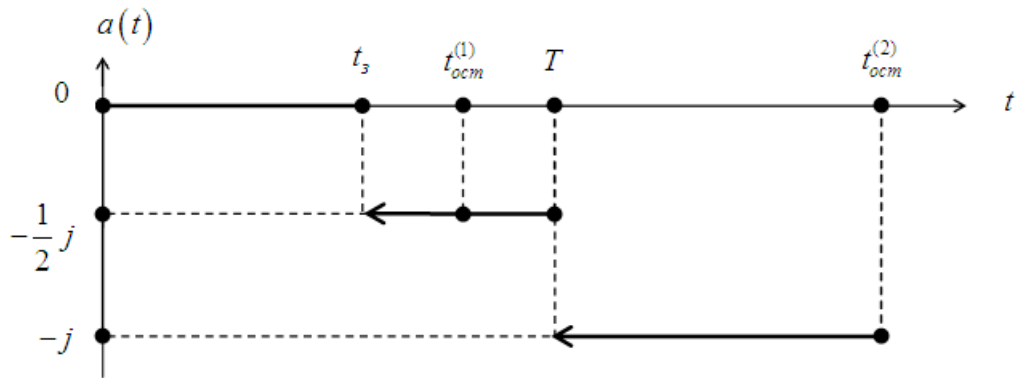


Рисунок 2.1 – График функции  $a(t)$  для первой модели движения

Во второй модели движения закон изменения ускорения  $a(t)$  при экстренном торможении при выполнении неравенства  $V^0 > \frac{j}{2}(T - t_3)$  определяется равенством

$$a(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t \leq t_3; \\ -\alpha(t - t_3), & t_3 < t \leq T; \\ -j, & T < t \leq t_{осм}^{(2)}, \end{cases} \quad (2.1)$$

а при выполнении неравенства  $V^0 \leq \frac{j}{2}(T - t_3)$  определяется равенством

$$a(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t \leq t_3; \\ -\alpha(t - t_3), & t_3 < t \leq t_{осм}^{(1)}, \end{cases} \quad (2.2)$$

где

$$\alpha = \frac{j}{T - t_3}.$$

График функции  $a(t)$  для второй модели движения изображен на рисунке 2.2.

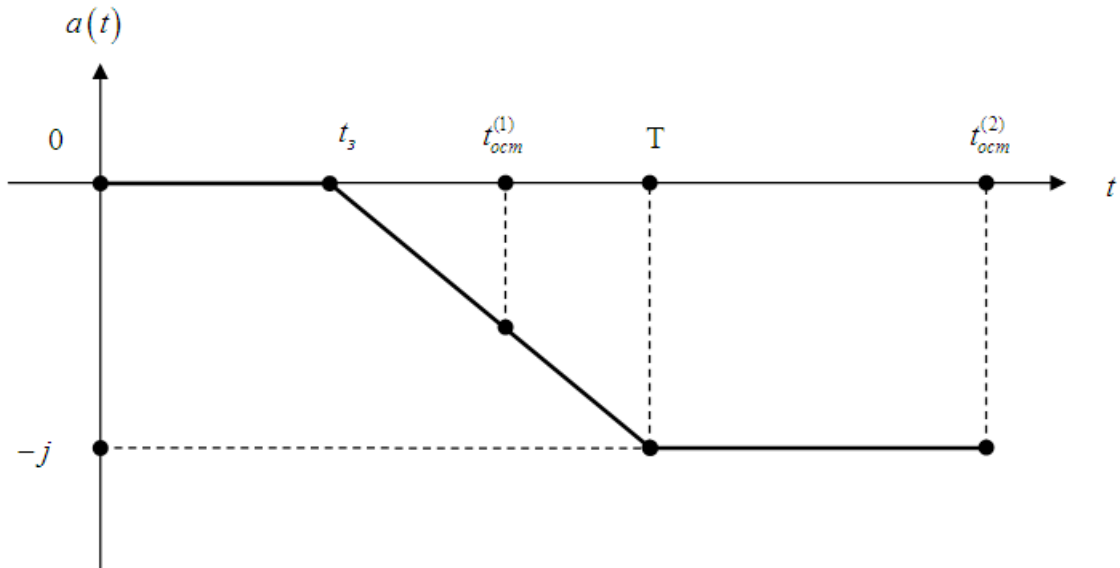


Рисунок 2.2 – График функции  $a(t)$  для второй модели движения

В первой и второй моделях движения за начальный момент времени  $t_0=0$  берется момент возникновения опасности для движения автомобиля.

Прямолинейное поступательное движение автомобиля  $A$  при экстренном торможении в первой и второй моделях движения на отрезке времени  $[0, \bar{t}]$  может быть описано системой дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \frac{dV(t)}{dt} = a(t); \\ \frac{dS(t)}{dt} = V(t), \end{cases} \quad (2.3)$$

с начальными условиями

$$\begin{cases} V(0) = V^0; \\ S(0) = 0, \end{cases} \quad (2.4)$$

где  $V(t)$  – скорость автомобиля  $A$  в момент времени  $t$ ;

$S(t)$  – путь, пройденный автомобилем  $A$  к моменту времени  $t$ ;

$a(t)$  – ускорение автомобиля  $A$  в момент времени  $t$ .

Подставляя значения ускорения в уравнения (2.3) и интегрируя систему уравнений (2.3) с учетом начальных условий (2.4) мы получим законы изменения скорости и пройденного пути автомобиля при экстренном торможении для любой из двух моделей движения автомобиля.

В работах Карева Б.Н., Сидорова Б.А., Михалевой Л.В., Недоростова П.М. [35, 36, 58] рассматривается вопрос нахождения минимально безопасного расстояния между автомобилями, движущимися в попутном направлении на горизонтальном участке дороги для первой модели

движения. Были получены законы изменения скорости автомобиля и пройденного пути при экстренном торможении с использованием первой модели движения автомобиля.

В настоящей работе при математическом моделировании рассматривается движение автомобиля при экстренном торможении на основе второй модели, т.е. когда ускорение при выполнении неравенства  $V^0 \leq \frac{j}{2}(T - t_3)$  задается равенством (2.2), или когда ускорение при выполнении неравенства  $V^0 > \frac{j}{2}(T - t_3)$  задается равенством (2.1).

Пусть выполняется неравенство  $V^0 > \frac{j}{2}(T - t_3)$ , тогда закон изменения ускорения для второй модели движения определяется равенством (2.1).

Вычислим значения функции  $V(t)$  в различные моменты времени  $t \in [0, t_{ocm}^{(2)}]$  с учетом начального условия  $V(0) = V^0$ .

Пусть  $t \in [0, t_3]$ , тогда

$$V(t) = V^0 + \int_0^t a(\tau) d\tau = V^0 + \int_0^t 0 d\tau = V^0. \quad (2.5)$$

Пусть  $t \in (t_3, T]$ , тогда

$$V(t) = V^0 + \int_0^t a(\tau) d\tau = V^0 + \int_0^{t_3} 0 \cdot d\tau - \int_{t_3}^t \alpha(\tau - t_3) d\tau = V^0 - \frac{\alpha}{2} t_3^2 + \alpha t_3 t - \frac{\alpha}{2} t^2. \quad (2.6)$$

Пусть  $t \in (T, t_{ocm}^{(2)}]$

$$V(t) = V^0 + \int_0^t a(\tau) d\tau = V^0 + \int_0^{t_3} 0 \cdot d\tau - \int_{t_3}^T \alpha(\tau - t_3) d\tau + \int_T^t (-j) d\tau = V^0 + \frac{\alpha}{2}(T^2 - t_3^2) - jt. \quad (2.7)$$

Так как  $t = t_{ocm}^{(2)}$  – момент времени остановки автомобиля, то

$$V(t) = 0 \quad (2.8)$$

для  $\forall t : t > t_{ocm}^{(2)}$ .

Вычислим значения функции  $S(t)$  в различные моменты времени  $t \in [0, t_{ocm}^{(2)}]$  с учетом начального условия  $S(0) = 0$  и равенств (2.5) - (2.8).

Пусть  $t \in [0, t_3]$ , тогда

$$S(t) = \int_0^t V(\tau) d\tau = \int_0^t V^0 d\tau = V^0 t. \quad (2.9)$$

Пусть  $t \in (t_3, T]$ , тогда

$$S(t) = \int_0^t V(\tau) d\tau = \int_0^{t_3} V^0 d\tau + \int_{t_3}^t \left[ V^0 - \frac{\alpha}{2} t_3^2 + \alpha t_3 \tau - \frac{\alpha}{2} \tau^2 \right] d\tau = \frac{\alpha}{6} t_3^3 + \left[ V^0 - \frac{\alpha}{2} t_3^2 \right] t + \frac{\alpha t_3}{2} t^2 - \frac{\alpha}{6} t^3. \quad (2.10)$$

Пусть  $t \in (T, t_{ocm}^{(2)})$

$$S(t) = \int_0^t V(\tau) d\tau = \int_0^{t_3} V^0 d\tau + \int_{t_3}^T \left[ V^0 - \frac{\alpha}{2} t_3^2 + \alpha t_3 \tau - \frac{\alpha}{2} \tau^2 \right] d\tau + \int_T^t \left\{ V^0 + \frac{\alpha}{2} (T^2 - t_3^2) - jt \right\} d\tau = -\frac{\alpha}{6} (T^3 - t_3^3) + \left[ V^0 + \frac{\alpha}{2} (T^2 - t_3^2) \right] t - \frac{j}{2} t^2. \quad (2.11)$$

Пусть  $t > t_{ocm}^{(2)}$ , тогда

$$S(t) = \frac{1}{2} (T + t_3) V^0 + \frac{(V^0)^2}{2j} - \frac{j}{24} (T - t_3)^2. \quad (2.12)$$

Решение системы уравнений (2.3) с начальными условиями (2.4) при выполнении неравенства  $V^0 > \frac{j}{2} (T - t_3)$  и равенства (2.1) имеет вид:

$$V(t) = \begin{cases} V^0, & 0 \leq t \leq t_3; \\ V^0 - \frac{\alpha}{2} t_3^2 + \alpha t_3 t - \frac{\alpha}{2} t^2, & t_3 < t \leq T; \\ V^0 + \frac{\alpha}{2} [T^2 - t_3^2] - jt, & T < t \leq t_{ocm}^{(2)}; \\ 0, & t > t_{ocm}^{(2)} \end{cases} \quad (2.13)$$

$$S(t) = \begin{cases} V^0 t, & 0 \leq t \leq t_3; \\ \frac{\alpha}{6} t_3^3 + \left[ V^0 - \frac{\alpha}{2} t_3^2 \right] t + \frac{\alpha t_3}{2} t^2 - \frac{\alpha}{6} t^3, & t_3 < t \leq T; \\ -\frac{\alpha}{6} (T^3 - t_3^3) + \left[ V^0 + \frac{\alpha}{2} (T^2 - t_3^2) \right] t - \frac{j}{2} t^2, & T < t \leq t_{ocm}^{(2)}; \\ \frac{1}{2} (T + t_3) V^0 + \frac{(V^0)^2}{2j} - \frac{j}{24} (T - t_3)^2, & t > t_{ocm}^{(2)}. \end{cases} \quad (2.14)$$

Формулы (2.13) и (2.14) позволяют определять скорость и длину пройденного пути в любой момент торможения автомобиля.

Будем рассматривать движение двух автомобилей  $A_1$  и  $A_2$ , которые движутся в попутном направлении, в случае, когда автомобиль,  $A_1$ , движущийся перед автомобилем  $A_2$  и находящийся от него на расстоянии  $S^0$ , применил экстренное торможение.

Законы изменения пути и скорости автомобиля  $A_1$  в этом случае имеют вид:

$$V_1(t) = \begin{cases} V_1^0, & 0 \leq t \leq t_{13}; \\ V_1^0 - \frac{\alpha_1}{2} t_{13}^2 + \alpha t_{13} t - \frac{\alpha_1}{2} t^2, & t_{13} < t \leq T_1; \\ V_1^0 + \frac{\alpha_1}{2} [T_1^2 - t_{13}^2] - j_1 t, & T_1 < t \leq t_{1ocm}^{(2)}; \\ 0, & t > t_{1ocm}^{(2)}, \end{cases} \quad (2.15)$$

$$S_1(t) - S^0 = \begin{cases} V_1^0 t, & 0 \leq t \leq t_{13}; \\ \frac{\alpha_1}{6} t_{13}^3 + \left[ V_1^0 - \frac{\alpha_1}{2} t_{13}^2 \right] t + \frac{\alpha_1 t_{13}}{2} t^2 - \frac{\alpha_1}{6} t^3, & t_{13} < t \leq T_1; \\ -\frac{\alpha_1}{6} (T_1^3 - t_{13}^3) + \left[ V_1^0 + \frac{\alpha_1}{2} (T_1^2 - t_{13}^2) \right] t - \frac{j_1}{2} t^2, & T_1 < t \leq t_{1ocm}^{(2)}; \\ \frac{1}{2} (T_1 + t_{13}) V_1^0 + \frac{(V_1^0)^2}{2j_1} - \frac{j_1}{24} (T_1 - t_{13})^2, & t > t_{1ocm}^{(2)}, \end{cases} \quad (2.16)$$

где  $t_{13} = t_{13n}$  – время запаздывания автомобиля  $A_1$ ;

$t_{13n}$  – время запаздывания срабатывания тормозного привода автомобиля  $A_1$ ;

$t_{1нз}$  – время нарастания замедления автомобиля  $A_1$ ;

$j_1$  – установившееся замедление автомобиля  $A_1$  в данных дорожных условиях;

$T_1 = t_{13} + t_{1нз}$ ;

$S^0$  – расстояние между автомобилями в момент времени  $t_0 = 0$ ;

$t_{1ocm}^{(2)}$  – время остановки автомобиля  $A_1$ ;

$$\alpha_1 = \frac{j_1}{T_1 - t_{13}}.$$

Законы изменения пути и скорости автомобиля  $A_2$  в этом случае имеют вид:

$$V_2(t) = \begin{cases} V_2^0, & 0 \leq t \leq t_{23}; \\ V_2^0 - \frac{\alpha_2}{2} t_{23}^2 + \alpha t_{23} t - \frac{\alpha_2}{2} t^2, & t_{23} < t \leq T_2; \\ V_2^0 + \frac{\alpha_2}{2} [T_2^2 - t_{23}^2] - j_2 t, & T_2 < t \leq t_{2ocm}^{(2)}; \\ 0, & t > t_{2ocm}^{(2)}, \end{cases} \quad (2.17)$$

$$S_2(t) = \begin{cases} V_2^0 t, & 0 \leq t \leq t_{23}; \\ \frac{\alpha_2}{6} t_{23}^3 + \left[ V_2^0 - \frac{\alpha_2}{2} t_{23}^2 \right] t + \frac{\alpha_2 t_{23}}{2} t^2 - \frac{\alpha_2}{6} t^3, & t_{23} < t \leq T_2; \\ -\frac{\alpha_2}{6} (T_2^3 - t_{23}^3) + \left[ V_2^0 + \frac{\alpha_2}{2} (T_2^2 - t_{23}^2) \right] t - \frac{j_2}{2} t^2, & T_2 < t \leq t_{2ocm}^{(2)}; \\ \frac{1}{2} (T_2 + t_{23}) V_2^0 + \frac{(V_2^0)^2}{2j_2} - \frac{j_2}{24} (T_2 - t_{23})^2, & t > t_{2ocm}^{(2)}. \end{cases} \quad (2.18)$$

где  $t_{23} = t_{2p} + t_{23n}$  – время запаздывания автомобиля  $A_2$ ;

$t_{2p}$  – время реакции водителя автомобиля  $A_2$ ;

$t_{23n}$  – время запаздывания срабатывания тормозного привода автомобиля  $A_2$ ;

$t_{2нз}$  – время нарастания замедления автомобиля  $A_2$ ;

$j_2$  – установившееся замедление автомобиля  $A_2$  в данных дорожных условиях;

$T_2 = t_{23} + t_{2нз}$ ;

$t_{2ocm}^{(2)}$  – время остановки автомобиля  $A_2$ ;

$$\alpha_2 = \frac{j_2}{T_2 - t_{23}}.$$

Время движения автомобиля  $A_1$  до полной остановки  $t_{1ocm}^{(2)} > 0$  определяется из условия

$$V_1(t) = 0. \quad (2.19)$$

Из равенств (2.15) следует, что моменты времени, при которых выполняется равенство (2.19) могут быть найдены из уравнений:

$t_{1ocm}^{(1)}$  на полуинтервале времени  $(t_{13}, T_1]$

$$t^2 - 2t_{13}t - \left( \frac{2V_1^0}{\alpha_1} - t_{13}^2 \right) = 0; \quad (2.20)$$

$t_{1ocm}^{(2)}$  на полуинтервале  $(T_1, t_{1ocm}^{(2)}]$

$$V_1^0 + \frac{\alpha_1}{2} [T_1^2 - t_{13}^2] - j_1 t = 0. \quad (2.21)$$

Рассмотрим уравнение (2.20). Дискриминант уравнения равен

$$D = \frac{2}{\alpha_1} V_1^0 > 0.$$

Отсюда следует, что уравнение (2.20) имеет два действительных различных корня, которые определяются равенством

$$t_{1,2} = t_{13} \pm \sqrt{\frac{2}{\alpha_1} V_1^0}.$$

Корень

$$t_1 = t_{13} - \sqrt{\frac{2}{\alpha_1} V_1^0}$$

является посторонним, так как  $t_1 < t_{13}$ , а это означает, что  $t_1 \notin (t_{13}, T_1]$ .

Если выполняется неравенство

$$t_2 = t_{13} + \sqrt{\frac{2}{\alpha_1} V_1^0} \leq T_1$$

то автомобиль  $A_1$  остановится при

$$t_{1ocm}^{(1)} = t_2 = t_{13} + \sqrt{\frac{2}{\alpha_1} V_1^0}, \quad (2.22)$$

а остановочный путь будет равен

$$S_{1ocm}^{(1)} = t_{13} V_1^0 + \frac{2}{3} V_1^0 \sqrt{\frac{2V_1^0}{j_1} (T_1 - t_{13})}, \quad (2.23)$$

т.е. автомобиль  $A_1$  остановится во время нарастания замедления.

Если выполняется неравенство

$$t_2 = t_{13} + \sqrt{\frac{2}{\alpha_1} V_1^0} > T_1, \quad (2.24)$$

то автомобиль  $A_1$  остановится при  $t = t_{1ocm}^{(2)}$ , где  $t_{1ocm}^{(2)}$  определяется равенством

$$t_{1ocm}^{(2)} = \frac{1}{j_1} \left[ V_1^0 + \frac{\alpha_1}{2} (T_1^2 - t_{13}^2) \right] = \frac{1}{j_1} \left[ V_1^0 + \frac{j_1}{2} (T_1 + t_{13}) \right].$$

Неравенства (2.22), (2.24) равносильны неравенствам

$$V^0 \leq \frac{\alpha}{2} (T - t_3)^2 = \frac{j}{2} (T - t_3), \quad (2.25)$$

$$V^0 > \frac{\alpha}{2} (T - t_3)^2 = \frac{j}{2} (T - t_3) \quad (2.26)$$

соответственно.

Остановочный путь, пройденный автомобилем  $A_1$  к моменту времени  $t_{1ocm}^{(2)}$ , будет определяться равенством

$$S_{1ocm}^{(2)} = \frac{1}{2j_1} \left[ V_1^0 + \frac{\alpha_1}{2} (T_1^2 - t_{13}^2) \right]^2 - \frac{\alpha_1}{6} (T_1^3 - t_{13}^3). \quad (2.27)$$

Раскрывая скобки в равенстве (2.27), приводя подобные члены, получим выражение остановочного пути

$$S_{locm}^{(2)} = \frac{1}{2}(T_1 + t_{13})V_1^0 + \frac{(V_1^0)^2}{2j_1} - \frac{j_1}{24}(T_1 - t_{13})^2, \quad (2.28)$$

пройденного автомобилем  $A_1$  к моменту времени  $t_{locm}^{(2)}$ .

Из равенства (2.28) видно, что остановочный путь  $S_{locm}^{(2)}$  может быть представлен в виде

$$S_{locm}^{(2)} = S_{locm} - \Delta S_1,$$

где  $S_{locm}$  – определяется равенством

$$S_{locm} = \frac{1}{2}(T_1 + t_{13})V_1^0 + \frac{(V_1^0)^2}{2j_1}, \quad (2.29)$$

а  $\Delta S_1$  определяется равенством

$$\Delta S_1 = \frac{j_1}{24}(T_1 - t_{13})^2.$$

Равенство (2.28) показывает, что остановочный путь автомобиля  $A_1$ , который определяется с помощью равенства (2.29), на величину  $\Delta S_1$  меньше остановочного пути автомобиля, рассчитанного по формуле (2.28). В общем случае не учитывать величину  $\Delta S_1$  нельзя, так как она может не быть маленькой.

Таким образом, получили, что остановочный путь автомобиля  $A_1$ , при использовании второй модели движения автомобиля при экстренном торможении, может быть определен по формуле

$$S_{locm}^{(2)} = \begin{cases} t_{13}V_1^0 + \frac{2}{3}V_1^0 \sqrt{\frac{2V_1^0}{j_1}(T_1 - t_{13})}, & 0 < V_1^0 \leq \frac{j_1}{2}(T_1 - t_{13}); \\ \frac{1}{2}(T_1 + t_{13})V_1^0 + \frac{(V_1^0)^2}{2j_1} - \frac{j_1}{24}(T_1 - t_{13})^2, & V_1^0 > \frac{j_1}{2}(T_1 - t_{13}). \end{cases} \quad (2.30)$$

Равенства (2.30) позволяют не только вычислить остановочный путь автомобиля, но и дают более точную аналитическую связь длины остановочного пути с техническим состоянием тормозной системы автомобиля.

Рассмотрим прямолинейное поступательное движение автомобилей  $A_1$  и  $A_2$ , причем автомобиль  $A_2$  движется сзади автомобиля  $A_1$ . За начальный момент времени  $t_0 = 0$  принимаем момент обнаружения водителем автомобиля  $A_2$  момента начала торможения водителем автомоби-



ля  $A_1$ . Считаем, что автомобили  $A_1$  и  $A_2$  в начальный момент времени имели скорости  $V_1^0$  и  $V_2^0$  соответственно, причем скорости удовлетворяют неравенству

$$V_1^0 < V_2^0. \quad (2.31)$$

Будем считать, что в начальный момент времени  $t_0 = 0$ , расстояние между автомобилями  $A_1$  и  $A_2$  равно  $S^0$ . Допустим, что выполняются неравенства

$$V_1^0 \leq \frac{j_1}{2}(T_1 - t_{13}) \quad (2.32)$$

и

$$V_2^0 \leq \frac{j_2}{2}(T_2 - t_{23}). \quad (2.33)$$

Законы изменения пути и скорости при экстренном торможении автомобиля  $A_1$  при выполнении неравенства (2.31) имеют вид

$$V_1(t) = \begin{cases} V_1^0, & 0 \leq t \leq t_{13}; \\ V_1^0 - \frac{\alpha_1}{2}t_{13}^2 + \alpha_1 t_{13}t - \frac{\alpha_1}{2}t^2, & t_{13} < t \leq t_{1ocm}^{(1)}; \\ 0, & t \geq t_{1ocm}^{(1)}; \end{cases} \quad (2.34)$$

$$S_1(t) - S^0 = \begin{cases} V_1^0 t, & 0 \leq t \leq t_{13}; \\ \frac{\alpha_1}{6}t_{13}^3 + \left[ V_1^0 - \frac{\alpha_1}{2}t_{13}^2 \right] t + \frac{\alpha_1 t_{13}}{2}t^2 - \frac{\alpha_1}{6}t^3, & t_{13} < t \leq t_{1ocm}^{(1)}; \\ t_{13}V_1^0 + \frac{2}{3}V_1^0 \sqrt{\frac{2V_1^0}{j_1}(T_1 - t_{13})}, & t \geq t_{1ocm}^{(1)}, \end{cases} \quad (2.35)$$

где  $\alpha_1 = \frac{j_1}{T_1 - t_{13}}$ ;

$t_{13} = t_{13n}$  - время запаздывания автомобиля  $A_1$ ;

$t_{13n}$  - время запаздывания срабатывания тормозного привода автомобиля  $A_1$ ;

$t_{1нз}$  - время нарастания замедления автомобиля  $A_1$ ;

$j_1$  - величина установившегося замедления в данных дорожных условиях для автомобиля  $A_1$ ;

$T_1 = t_{13n} + t_{1нз}$ ;

$S^0$  - расстояние между автомобилями в момент времени  $t_0 = 0$ ;

$t_{1ocm}^{(1)}$  - время остановки автомобиля  $A_1$  при выполнении неравенства (2.32) определено равенством (2.22).

Законы изменения скорости и длины пройденного пути для автомобиля  $A_2$  также имеют вид

$$V_2(t) = \begin{cases} V_2^0, & 0 \leq t \leq t_{23}; \\ V_2^0 - \frac{\alpha_2}{2} t_{23}^2 + \alpha_2 t_{23} t - \frac{\alpha_2}{2} t^2, & t_{23} < t \leq t_{2ocm}^{(1)}; \\ 0, & t > t_{2ocm}^{(1)}; \end{cases} \quad (2.36)$$

$$S_2(t) = \begin{cases} V_2^0 t, & 0 \leq t \leq t_{23}; \\ \frac{\alpha_2}{6} t_{23}^3 + \left[ V_2^0 - \frac{\alpha_2}{2} t_{23}^2 \right] t + \frac{\alpha_2 t_{23}}{2} t^2 - \frac{\alpha_2}{6} t^3, & t_{23} < t \leq t_{2ocm}^{(1)}; \\ t_{23} V_2^0 + \frac{2}{3} V_2^0 \sqrt{\frac{2V_2^0}{\alpha_2}}, & t \geq t_{2ocm}^{(1)}; \end{cases} \quad (2.37)$$

где  $\alpha_2 = \frac{j_2}{T_2 - t_{23}}$ ;

$j_2$  – величина установившегося замедления в данных дорожных условиях для автомобиля  $A_2$ ;

$t_{23}$  – время запаздывания срабатывания тормозного привода автомобиля  $A_2$ ;

$T_2 = t_p + t_{23} + t_{2нз}$ ;

$t_{2нз}$  – время нарастания замедления автомобиля  $A_2$ ;

$t_p$  – время реакции водителя автомобиля  $A_2$ ;

$$t_{2ocm}^{(1)} = t_{23} + \sqrt{\frac{2V_2^0}{\alpha_2}} \leq T_2. \quad (2.38)$$

**Постановка задачи.** Пусть законы движения автомобилей  $A_1$  и  $A_2$  на отрезке времени  $[0, \bar{t}]$  описывается равенствами (2.34) - (2.35) и (2.36) - (2.37) соответственно. Необходимо выбрать такое минимально безопасное расстояние  $S_{\min}^0 \geq 0$  между автомобилями в начальный момент времени  $t_0 = 0$ , чтобы для любых  $\forall S^0 \geq 0: S^0 \geq S_{\min}^0$  неравенство

$$\Delta S(t) = S_1(t) - S_2(t) \geq 0 \quad (2.39)$$

выполнялось для всех  $t \in [0, \bar{t}]$ , а для  $\forall S^0 \geq 0: S^0 < S_{\min}^0$  на отрезке времени  $[0, \bar{t}]$  необходимо найти момент времени  $t_c \in [0, \bar{t}]$ , при котором произойдет столкновение автомобилей  $A_1$  и  $A_2$ .

Для нахождения минимально безопасного расстояния между автомобилями  $A_1$  и  $A_2$  в рассматриваемом случае при любых соотношениях параметров торможения этих автомобилей,

воспользуемся критериями, предложенными в работах Карева Б.Н., Сидорова Б.А., Недоростова П.М. [35, 36].

Сформулируем некоторые определения и утверждения, которые потребуются в дальнейшем.

**Определение 1.** Будем говорить, что столкновение автомобилей  $A_1$  и  $A_2$  на отрезке времени  $[0, \bar{t}]$  не произойдет, а отрезок времени  $[0, \bar{t}]$  будем называть безопасным (в смысле невозможности столкновения), если для любого  $t$  из этого отрезка выполняется неравенство (2.39).

**Определение 2.** Момент времени  $t_k$  будем называть моментом касания автомобилей  $A_1$  и  $A_2$  на отрезке времени  $[0, \bar{t}]$ , если  $t_k \in [0, \bar{t}]$  и выполняется равенство

$$\Delta S(t_k) = 0.$$

**Определение 3.** Момент касания  $t_k \in [0, \bar{t}]$  будем называть опасным моментом касания, или моментом столкновения автомобилей  $A_1$  и  $A_2$  на отрезке времени  $[0, \bar{t}]$ , если выполняется условия:  $\exists \varepsilon > 0$ :

$$\begin{aligned} 1) \Delta V(t) < 0 \text{ при } t_k - \varepsilon < t < t_k; \\ 2) \Delta V(t_k) \leq 0; \\ 3) \Delta V(t) < 0 \text{ при } t_k \leq t \leq t_k + \varepsilon. \end{aligned} \quad (2.40)$$

Механический смысл неравенства (2.40) состоит в том, что после момента касания начинает происходить деформация элементов кузова автомобилей, поэтому расстояние между центрами масс автомобилей  $A_1$  и  $A_2$  начинает уменьшаться.

**Определение 4.** Момент касания  $t_k \in [0, \bar{t}]$  будем называть безопасным моментом касания автомобилей  $A_1$  и  $A_2$  на отрезке времени  $[0, \bar{t}]$ , если выполняются условия:  $\exists \varepsilon > 0$ :

$$\begin{aligned} 1) \Delta V(t) \leq 0 \text{ при } t_k - \varepsilon < t < t_k; \\ 2) \Delta V(t_k) = 0; \\ 3) \Delta V(t) \geq 0 \text{ при } t_k \leq t \leq \bar{t}. \end{aligned} \quad (2.41)$$

Механический смысл этого определения состоит в том, что автомобиль  $A_2$ , догнав и коснувшись передней кромкой переднего бампера задней кромки заднего бампера автомобиля  $A_1$  в момент времени  $t = t_k$ , или начнет двигаться с той же скоростью, что и автомобиль  $A_1$ , или начнет отставать от автомобиля  $A_1$ .

Отметим, что условия (2.41) совпадают с необходимым условием минимума функции  $\Delta S(t)$  на отрезке времени  $[0, \bar{t}]$  в момент времени  $t = t_k$ .

**Определение 5.** Выбранное начальное расстояние  $S^0$  будем называть безопасным на отрезке времени  $[0, \bar{t}]$  для автомобилей  $A_1$  и  $A_2$ , если неравенство (2.39) выполняется для всех моментов времени  $t$  из отрезка  $[0, \bar{t}]$ .

Безопасное расстояние  $S^0$ , вообще говоря, является функционалом от параметров движения автомобилей  $A_1$  и  $A_2$ , т. е. зависит от ускорений автомобилей  $a_i(t)$  ( $i=1,2$ ) на отрезке времени  $[0, \bar{t}]$ , начальных скоростей  $V_1^0$  и  $V_2^0$ , технического состояния, дорожных условий и т.д. Следует отметить, что если для заданного движения автомобилей мы нашли некоторое безопасное расстояние  $\bar{S}^0$ , то любое расстояние  $S^0 \geq \bar{S}^0$  будет тоже безопасным. Так как множество безопасных расстояний

$$S^0 = \{S^0 : \forall t \in [0, \bar{t}] \Rightarrow \Delta S(t) \geq 0\}$$

для рассматриваемых движений автомобилей  $A_1$  и  $A_2$  ограничено снизу нулем, то существует точная нижняя граница этого множества

$$S_{\min}^0 = \inf S^0 \geq 0 \quad (2.42)$$

такая, что любое  $S^0 \geq S_{\min}^0$  является безопасным начальным расстоянием для заданных движений автомобилей  $A_1$  и  $A_2$ , а для любого  $S^0 < S_{\min}^0$  автомобили  $A_1$  и  $A_2$  неизбежно столкнутся.

**Определение 6.** Наименьшее значение из множества  $S^0$ , определенное равенством (2.42), будем называть минимально безопасным расстоянием и обозначать  $S_{\min}^0$ .

**Утверждение 1.** Если при движении автомобилей  $A_1$  и  $A_2$  функция

$$s(t) = \int_0^t \Delta V(\tau) d\tau = \Delta S(t) - S^0$$

принимает неотрицательные значения на отрезке времени  $[0, \bar{t}]$ , то столкновение автомобилей  $A_1$  и  $A_2$  на этом отрезке времени не произойдет, а безопасное расстояние  $S^0$  может быть любым неотрицательным числом, т. е. минимально безопасное расстояние  $S_{\min}^0 = 0$ .

**Утверждение 2.** Если функция  $s(t)$  принимает на отрезке времени  $[0, \bar{t}]$  как отрицательные, так и неотрицательные значения, то минимально безопасное расстояние для этого отрезка времени определяется равенством

$$S_{\min}^0 = - \inf_{t \in [0, \bar{t}]} s(t).$$

Данные утверждения дают практический метод нахождения минимально безопасного расстояния между автомобилями  $A_1$  и  $A_2$  для заданного отрезка времени.

При экстренном торможении автомобиля  $A_2$  для нахождения минимально безопасного расстояния  $S_{\min}^0$  в качестве отрезка времени  $[0, \bar{t}]$  необходимо рассматривать отрезок времени  $[0, t_{2ocm}]$ , где  $t_{2ocm}$  — время движения автомобиля  $A_1$  до полной остановки.

Таким образом, для нахождения минимально безопасного расстояния  $S_{\min}^0$  в случае, если функция  $s(t)$  может принимать на отрезке времени  $[0, t_{2ocm}]$  как положительные, так и отрицательные значения, необходимо:

1) найти все моменты времени  $t_i$  подозрительные на экстремум, т.е. точки, в которых выполняется равенство

$$\Delta V(t_i) = 0;$$

2) найти все точки  $t_k$  ( $k = 1, 2, \dots, m$ ) (безопасные моменты касания), в которых функция  $s(t)$  достигает отрицательного минимума, тогда минимально безопасное расстояние определяется равенством

$$S_{\min}^0 = - \min_{k=1,2,\dots,m} \{s(t_k)\},$$

если  $s(t_{2ocm}) \geq 0$ , и

$$S_{\min}^0 = - \min \{s(t_1), \dots, s(t_m), s(t_{2ocm})\},$$

если  $s(t_{2ocm}) < 0$ .

Если функция  $s(t)$  принимает только положительные значения, т.е.  $s(t) \geq 0$  для всех  $t \in [0, t_{2ocm}]$ , то в этом случае  $S_{\min}^0 = 0$ .

Метод, основанный на доказанных утверждениях, позволяет в дальнейшем находить минимально безопасное расстояние между автомобилями, движущимися в попутном направлении, при любом техническом состоянии автомобилей  $A_1, A_2$  и любых дорожных условиях.

## 2.1 Нахождение минимально безопасного расстояния между автомобилями при различных соотношениях параметров движения автомобилей

### 2.1.1 Нахождение минимально безопасного расстояния между автомобилями при условии, что время остановки автомобиля $A_2$ больше времени остановки автомобиля $A_1$

А) Пусть выполняются неравенства

$$0 < t_{13n} < t_{1ocm}^{(1)} \leq t_{23} < t_{2ocm}^{(1)}. \quad (2.43)$$

Из неравенства (2.43) следует, что автомобиль  $A_1$  после начала торможения остановится раньше автомобиля  $A_2$  [13, 60, 103].

Учитывая равенства (2.13)-(2.14), (2.19)-(2.21) и неравенства (2.43), запишем выражения функций  $\Delta V(t)$  и  $s(t) = \Delta S(t) - S^0$ , где функции  $\Delta V(t)$  и  $s(t)$  определены равенствами на отрезке времени  $[0, t_{2ocm}^{(1)}]$ .

$$\Delta V = \begin{cases} V_1^0 - V_2^0, & 0 \leq t \leq t_{13}; \\ (V_1^0 - V_2^0 - \frac{\alpha_1}{2} t_{13}^2) + \alpha_1 t_{13} t - \frac{\alpha_1}{2} t^2, & t_{13} < t \leq t_{1ocm}^{(1)}; \\ -V_2^0, & t_{1ocm}^{(1)} < t \leq t_{23}; \\ -V_2^0 + \frac{\alpha_2}{2} t_{23}^2 - \alpha_2 t_{23} t + \frac{\alpha_2}{2} t^2, & t_{23} < t \leq t_{2ocm}^{(1)}. \end{cases} \quad (2.44)$$

$$s(t) = \begin{cases} (V_1^0 - V_2^0)t, & 0 \leq t \leq t_{13}; \\ \frac{\alpha_1}{6} t_{13}^3 + \left[ (V_1^0 - V_2^0) - \frac{\alpha_1}{2} t_{13}^2 \right] t + \frac{\alpha_1 t_{13}}{2} t^2 - \frac{\alpha_1}{6} t^3, & t_{13} < t \leq t_{1ocm}^{(1)}; \\ t_{13} V_1^0 + \frac{2}{3} V_1^0 \sqrt{\frac{2V_1^0}{\alpha_1}} - V_2^0 t, & t_{1ocm}^{(1)} < t \leq t_{23}; \\ t_{13} V_1^0 + \frac{2}{3} V_1^0 \sqrt{\frac{2V_1^0}{\alpha_1}} - \frac{\alpha_2}{6} t_{23}^3 - \left[ V_2^0 - \frac{\alpha_2}{2} t_{23}^2 \right] t - \frac{\alpha_2 t_{23}}{2} t^2 + \frac{\alpha_2}{6} t^3, & t_{23} < t \leq t_{2ocm}^{(1)}. \end{cases} \quad (2.45)$$

На отрезке времени  $[0, t_{13}]$  безопасных моментов касания нет. Функция

$$\Delta V(t) = V_1^0 - V_2^0 < 0$$

принимает на этом отрезке времени отрицательные значения, а функция  $s(t)$ , принимая отрицательные значения, строго монотонно убывает. При  $t = t_{13}$  выполняются неравенства

$$\begin{cases} \Delta V(t_{13}) < 0; \\ s(t_{13}) < 0. \end{cases}$$

На полуинтервале  $(t_{13}, t_{1ocm}^{(1)})$  функция  $\Delta V(t)$  имеет вид

$$\Delta V(t) = -\frac{\alpha_1}{2}t^2 + \alpha_1 t_{13}t + (V_1^0 - V_2^0 - \frac{\alpha_1}{2}t_{13}^2).$$

Моменты времени  $t_{1,2}$  подозрительные на безопасный момент касания на полуинтервале  $(t_{13}, t_{1ocm}^{(1)})$  являются решениями уравнения

$$\frac{\alpha_1}{2}t^2 - \alpha_1 t_{13}t - (V_1^0 - V_2^0 - \frac{\alpha_1}{2}t_{13}^2) = 0. \quad (2.46)$$

Определим дискриминант уравнения (2.46)

$$D = \alpha_1^2 t_{13}^2 + 2\alpha_1(V_1^0 - V_2^0 - \frac{\alpha_1}{2}t_{13}^2) = 2\alpha_1(V_1^0 - V_2^0) < 0.$$

Отсюда следует, что уравнение (2.46) действительных корней не имеет, ветви параболы направлены вниз и, следовательно,

$$\Delta V(t) < 0$$

для  $\forall t \in (t_{13}, t_{1ocm}^{(1)})$ . Функция  $s(t)$ , принимая отрицательные значения, строго монотонно убывает на полуинтервале  $(t_{13}, t_{1ocm}^{(1)})$ . При  $t = t_{1ocm}^{(1)}$  выполняются неравенства

$$\begin{cases} \Delta V(t_{1ocm}^{(1)}) < 0; \\ s(t_{1ocm}^{(1)}) < 0. \end{cases} \quad (2.47)$$

**A1)** Пусть в неравенствах (2.43) выполняется строгое неравенство

$$t_{1ocm}^{(1)} < t_{23} \quad (2.48)$$

На полуинтервале  $(t_{1ocm}^{(1)}, t_{23})$  функция  $\Delta V(t)$  имеет вид

$$\Delta V(t) = -V_2^0 < 0$$

для  $\forall t \in (t_{1ocm}^{(1)}, t_{23})$ . Функция  $s(t)$ , принимая в силу неравенств (2.47) отрицательные значения, строго монотонно убывает на полуинтервале  $(t_{1ocm}^{(1)}, t_{23})$ . При  $t = t_{23}$  выполняются неравенства

$$\begin{cases} \Delta V(t_{23}) < 0; \\ s(t_{23}) < 0. \end{cases}$$

На полуинтервале  $(t_{23}, t_{2ocm}^{(1)})$  функция  $\Delta V(t)$  имеет вид

$$\Delta V(t) = -V_2^0 + \frac{\alpha_2}{2}t_{23}^2 - \alpha_2 t_{23}t + \frac{\alpha_2}{2}t^2. \quad (2.49)$$

Моменты времени подозрительные на безопасный момент касания являются корнями уравнения

$$\Delta V(t) = -V_2^0 + \frac{\alpha_2}{2} t_{23}^2 - \alpha_2 t_{23} t + \frac{\alpha_2}{2} t^2 = 0. \quad (2.50)$$

Вычислим дискриминант данного уравнения

$$D = \alpha_2^2 t_{23}^2 - 2\alpha_2 \left( -V_2^0 + \frac{\alpha_2}{2} t_{23}^2 \right) = 2\alpha_2 V_2^0 > 0.$$

Так как дискриминант уравнения (2.50) положителен, то уравнение имеет два действительных различных корня

$$t_{1,2} = \frac{\alpha_2 t_{23} \pm \sqrt{2\alpha_2 V_2^0}}{\alpha_2}.$$

Корень

$$t_1 = \frac{\alpha_2 t_{23} - \sqrt{2\alpha_2 V_2^0}}{\alpha_2} = t_{23} - \sqrt{\frac{2V_2^0}{\alpha_2}} < t_{23}$$

посторонний, так как  $t_1 \notin (t_{23}, t_{2ocm}^{(1)})$ .

Из равенства

$$t_2 = \frac{\alpha_2 t_{23} + \sqrt{2\alpha_2 V_2^0}}{\alpha_2} = t_{23} + \sqrt{\frac{2V_2^0}{\alpha_2}} = t_{2ocm}^{(1)}$$

следует, что корень  $t_2$  является безопасным моментом касания на полуинтервале  $(t_{23}, t_{2ocm}^{(1)})$ .

Так как коэффициент при  $t^2$  в выражении (2.49) положителен, то ветви параболы направлены вверх и, следовательно, при  $\forall t \in (t_1, t_2)$  функция  $\Delta V(t)$  принимает отрицательные значения. Из чего следует, что функция  $s(t)$  на интервале  $\forall t \in (t_{23}, t_{2ocm}^{(1)}) \subset (t_1, t_2 = t_{2ocm}^{(1)})$  принимает отрицательные значения и строго монотонно убывает. При  $t = t_{2ocm}^{(1)}$  выполняются неравенства

$$\begin{cases} \Delta V(t_{2ocm}^{(1)}) = 0; \\ s(t_{2ocm}^{(1)}) < 0. \end{cases}$$

Таким образом, получили, что при выполнении условий (2.43) и неравенств (2.48) функция  $s(t)$ , принимая отрицательные значения, строго монотонно убывает на отрезке  $[0, t_{2ocm}^{(1)}]$  и достигает отрицательного наименьшего значения при  $t = t_{2ocm}^{(1)}$ .

Минимально безопасное расстояние в этом случае определяется равенством

$$S_{\min}^0 = (V_2^0 t_{23} - V_1^0 t_{13}) + \frac{2}{3} \left[ V_2^0 \sqrt{\frac{2V_2^0}{\alpha_2}} - V_1^0 \sqrt{\frac{2V_1^0}{\alpha_1}} \right]$$



или с учетом равенств

$$\alpha_1 = \frac{j_1}{T_1 - t_{13}}, \quad \alpha_2 = \frac{j_2}{T_2 - t_{23}}$$

имеем

$$S_{\min}^0 = (V_2^0 t_{23} - V_1^0 t_{13}) + \frac{2}{3} \left[ V_2^0 \sqrt{\frac{2V_2^0}{j_2} (T_2 - t_{23})} - V_1^0 \sqrt{\frac{2V_1^0}{j_1} (T_1 - t_{13})} \right].$$

Графики функций  $\Delta V$  и  $s(t)$  изображены на рисунке 2.3.

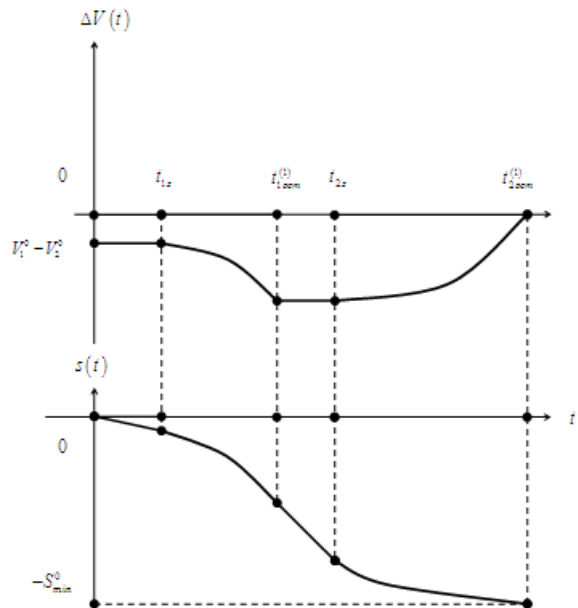


Рисунок 2.3 – Графики функций  $\Delta V$  и  $s(t)$

**A2)** Пусть в неравенствах (2.43) выполняется равенство

$$t_{1ocm}^{(1)} = t_{23}. \quad (2.51)$$

В этом случае равенства (2.44), (2.45) имеют вид:

$$\Delta V = \begin{cases} V_1^0 - V_2^0, & 0 \leq t \leq t_{13}; \\ (V_1^0 - V_2^0 - \frac{\alpha_1}{2} t_{13}^2) + \alpha_1 t_{13} t - \frac{\alpha_1}{2} t^2, & t_{13} < t \leq t_{1ocm}^{(1)} = t_{23}; \\ -V_2^0 + \frac{\alpha_2}{2} t_{23}^2 - \alpha_2 t_{23} t + \frac{\alpha_2}{2} t^2, & t_{23} < t \leq t_{2ocm}^{(1)} \end{cases} \quad (2.52)$$

$$s(t) = \begin{cases} (V_1^0 - V_2^0)t, & 0 \leq t \leq t_{13}; \\ \frac{\alpha_1}{6}t_{13}^3 + \left[ (V_1^0 - V_2^0) - \frac{\alpha_1}{2}t_{13}^2 \right]t + \frac{\alpha_1 t_{13}}{2}t^2 - \frac{\alpha_1}{6}t^3, & t_{13} < t \leq t_{1ocm}^{(1)} = t_{23}; \\ t_{13}V_1^0 + \frac{2}{3}V_1^0 \sqrt{\frac{2V_1^0}{\alpha_1}} - \frac{\alpha_2}{6}t_{23}^3 - \left[ V_2^0 - \frac{\alpha_2}{2}t_{23}^2 \right]t - \frac{\alpha_2 t_{23}}{2}t^2 + \frac{\alpha_2}{6}t^3, & t_{23} < t \leq t_{2ocm}^{(1)}. \end{cases} \quad (2.53)$$

В этом случае полуинтервал  $(t_{1ocm}^{(1)}, t_{23}]$  в выражениях функций  $\Delta V(t)$  и  $s(t)$  отсутствует.

Проверим, сохранилась ли непрерывность функции  $\Delta V(t)$  в точке  $t = t_{1ocm}^{(1)} = t_{23}$ . Рассмотрим разность

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow t_{23}^-} \Delta V(t) - \lim_{t \rightarrow t_{23}^+} \Delta V(t) &= \left( V_1^0 - V_2^0 - \frac{\alpha_1}{2}t_{13}^2 \right) + \alpha_1 t_{13} \cdot \left( t_{13} + \sqrt{\frac{2V_1^0}{\alpha_1}} \right) - \frac{\alpha_1}{2} \cdot \left( t_{13} + \sqrt{\frac{2V_1^0}{\alpha_1}} \right)^2 - \\ &+ V_2^0 - \frac{\alpha_2}{2} \cdot \left( t_{13} + \sqrt{\frac{2V_1^0}{\alpha_1}} \right)^2 + \alpha_2 \cdot \left( t_{13} + \sqrt{\frac{2V_1^0}{\alpha_1}} \right)^2 - \frac{\alpha_2}{2} \cdot \left( t_{13} + \sqrt{\frac{2V_1^0}{\alpha_1}} \right)^2 = \\ &= V_1^0 - \frac{\alpha_1}{2}t_{13}^2 + \alpha_1 t_{13}^2 + \alpha_1 t_{13} \cdot \sqrt{\frac{2V_1^0}{\alpha_1}} - \frac{\alpha_1}{2}t_{13}^2 - \alpha_1 t_{13} \cdot \sqrt{\frac{2V_1^0}{\alpha_1}} - \frac{\alpha_1}{2} \cdot \frac{2V_1^0}{\alpha_1} = 0. \end{aligned}$$

Из последнего равенства следует непрерывность функции  $\Delta V(t)$  в точке  $t = t_{1ocm}^{(1)} = t_{23}$ . Так как функция  $\Delta V(t)$  в точке  $t = t_{1ocm}^{(1)} = t_{23}$  непрерывна, то функция  $s(t)$  также непрерывна в этой точке.

Как и в случае А1 на отрезке времени  $[0, t_{13}]$  безопасных моментов касания нет. Функция

$$\Delta V(t) < 0$$

Для  $\forall t \in [0, t_{13}]$ , а функция  $s(t)$ , принимая отрицательные значения, строго монотонно убывает. При  $t = t_{13}$  выполняются неравенства

$$\begin{cases} \Delta V(t_{13}) < 0; \\ s(t_{13}) < 0. \end{cases}$$

На полуинтервале  $(t_{13}, t_{1ocm}^{(1)} = t_{23}]$  функция  $\Delta V(t)$  удовлетворяет неравенству

$$\Delta V(t) < 0$$

$\forall t \in (t_{13}, t_{1ocm}^{(1)} = t_{23}]$ . Так как дискриминант уравнения (2.46)

$$D = 2\alpha_1(V_1^0 - V_2^0) < 0,$$

то данное уравнение действительных корней не имеет, а коэффициент при  $t^2$  в выражении функции  $\Delta V(t)$  отрицательный, то ветви параболы направлены вниз. Следовательно, функция

$s(t)$ , принимая отрицательные значения, строго монотонно убывает на полуинтервале  $(t_{13}, t_{1ocm}^{(1)} = t_{23}]$ . При  $t = t_{1ocm}^{(1)} = t_{23}$  выполняются неравенства

$$\begin{cases} \Delta V(t_{1ocm}^{(1)} = t_{23}) < 0; \\ s(t_{1ocm}^{(1)} = t_{23}) < 0. \end{cases} \quad (2.54)$$

На полуинтервале  $(t_{1ocm}^{(1)} = t_{23}, t_{2ocm}^{(1)})$  функция  $\Delta V(t)$  имеет вид (2.49). Моменты времени подозрительные на безопасный момент касания являются корнями уравнения (2.50). Дискриминант уравнения (2.50)

$$D = 2\alpha_2 V_2^0 > 0.$$

Так как дискриминант уравнения (2.50) положителен, то уравнение имеет два действительных различных корня  $t_1, t_2$ . Корень

$$t_1 = \frac{\alpha_2 t_{23} - \sqrt{2\alpha_2 V_2^0}}{\alpha_2} = t_{23} - \sqrt{\frac{2V_2^0}{\alpha_2}} < t_{23}$$

посторонний, а корень  $t_2 = t_{2ocm}^{(1)}$  является безопасным моментом касания на полуинтервале  $(t_{23}, t_{2ocm}^{(1)})$ .

Так как коэффициент при  $t^2$  в выражении (2.49) положителен, то ветви параболы направлены вверх и, следовательно, при  $\forall t \in (t_1, t_2)$  функция  $\Delta V(t)$  принимает отрицательные значения. Так как  $t_1 < t_{23}$  то  $\forall t \in (t_{23}, t_{2ocm}^{(1)}) \subset (t_1, t_2 = t_{2ocm}^{(1)})$ . Из чего следует, что функция  $s(t)$  на интервале  $\forall t \in (t_{23}, t_{2ocm}^{(1)}) \subset (t_1, t_2 = t_{2ocm}^{(1)})$  принимает отрицательные значения и строго монотонно убывает. При  $t = t_{2ocm}^{(1)}$  выполняются неравенства

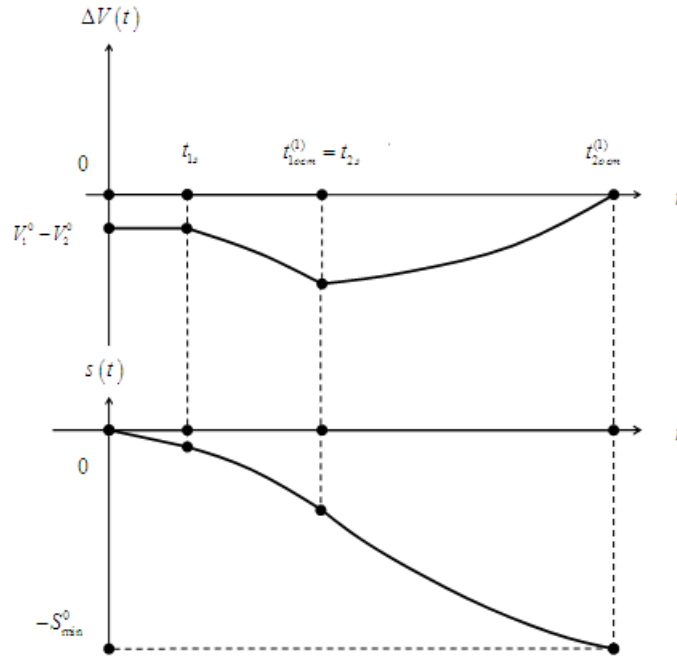
$$\begin{cases} \Delta V(t_{2ocm}^{(1)}) = 0; \\ s(t_{2ocm}^{(1)}) < 0. \end{cases}$$

Таким образом, получили, что при выполнении условий (2.43) и равенства (2.51) функция  $s(t)$ , принимая отрицательные значения, строго монотонно убывает на отрезке  $[0, t_{2ocm}^{(1)}]$  и достигает отрицательного наименьшего значения при  $t = t_{2ocm}^{(1)}$ .

Минимально безопасное расстояние в этом случае определяется равенством

$$S_{\min}^0 = (V_2^0 - V_1^0)t_{23} + \frac{2}{3}V_2^0 \sqrt{\frac{2V_2^0}{\alpha_2}} + \frac{1}{3}V_1^0 \sqrt{\frac{2V_1^0}{\alpha_1}}.$$

Графики функций  $\Delta V$  и  $s(t)$  изображены на рисунке 2.4.

Рисунок 2.4 – Графики функций  $\Delta V$  и  $s(t)$ 

**2.1.2 Нахождение минимально безопасного расстояния между автомобилями при условии, что время остановки автомобиля  $A_2$  больше или равно времени остановки автомобиля  $A_1$**

**В)** Пусть выполняются неравенства

$$0 < t_{13n} \leq t_{23} < t_{1ocm}^{(1)} \leq t_{2ocm}^{(1)}. \quad (2.55)$$

Учитывая равенства (2.13) - (2.14), (2.19) - (2.21) и неравенства (2.55), запишем выражения функций  $\Delta V(t)$  и  $s(t) = \Delta S(t) - S^0$ , где функции  $\Delta V(t)$  и  $\Delta S(t)$  определены на отрезке времени  $[0, t_{2ocm}^{(1)}]$ .

$$\Delta V = \begin{cases} V_1^0 - V_2^0, & 0 \leq t \leq t_{13}; \\ (V_1^0 - V_2^0 - \frac{\alpha_1}{2} t_{13}^2) + \alpha_1 t_{13} t - \frac{\alpha_1}{2} t^2, & t_{13} < t \leq t_{23}; \\ \left[ (V_1^0 - V_2^0) - \left( \frac{\alpha_1}{2} t_{13}^2 - \frac{\alpha_2}{2} t_{23}^2 \right) \right] + (\alpha_1 t_{13} - \alpha_2 t_{23}) t - \left( \frac{\alpha_1}{2} - \frac{\alpha_2}{2} \right) t^2, & t_{23} < t \leq t_{1ocm}^{(1)}; \\ -V_2^0 + \frac{\alpha_2}{2} t_{23}^2 - \alpha_2 t_{23} t + \frac{\alpha_2}{2} t^2, & t_{1ocm}^{(1)} < t \leq t_{2ocm}^{(1)} \end{cases} \quad (2.56)$$

$$s(t) = \begin{cases} (V_1^0 - V_2^0)t, & 0 \leq t \leq t_{13}; \\ \frac{\alpha_1}{6}t_{13}^3 + \left[ (V_1^0 - V_2^0) - \frac{\alpha_1}{2}t_{13}^2 \right]t + \frac{\alpha_1 t_{13}}{2}t^2 - \frac{\alpha_1}{6}t^3, & t_{13} < t \leq t_{23}; \\ \left( \frac{\alpha_1}{6}t_{13}^3 - \frac{\alpha_2}{6}t_{23}^3 \right) + \left[ (V_1^0 - V_2^0) - \left( \frac{\alpha_1}{2}t_{13}^2 - \frac{\alpha_2}{2}t_{23}^2 \right) \right]t + \left( \frac{\alpha_1 t_{13}}{2} - \frac{\alpha_2 t_{23}}{2} \right)t^2 - \left( \frac{\alpha_1}{6} - \frac{\alpha_2}{6} \right)t^3, & t_{23} < t \leq t_{locm}^{(1)}; \\ t_{13}V_1^0 + \frac{2}{3}V_1^0 \sqrt{\frac{2V_1^0}{\alpha_1}} - \frac{\alpha_2}{6}t_{23}^3 - \left[ V_2^0 - \frac{\alpha_2}{2}t_{23}^2 \right]t - \frac{\alpha_2 t_{23}}{2}t^2 + \frac{\alpha_2}{6}t^3, & t_{locm}^{(1)} < t \leq t_{2ocm}^{(1)}. \end{cases} \quad (2.57)$$

На отрезке времени  $[0, t_{13}]$  безопасных моментов касания нет. Функция

$$\Delta V(t) = V_1^0 - V_2^0 < 0$$

принимает на этом отрезке времени отрицательные значения, а функция  $s(t)$ , принимая отрицательные значения, строго монотонно убывает. При  $t = t_{13}$  выполняются неравенства

$$\begin{cases} \Delta V(t_{13}) < 0; \\ s(t_{13}) < 0. \end{cases} \quad (2.58)$$

**В1)** Пусть в условиях (2.55) выполняется строгое неравенство

$$0 < t_{13m} < t_{23}. \quad (2.59)$$

На полуинтервале  $(t_{13}, t_{23}]$  функция  $\Delta V(t)$  имеет вид

$$\Delta V(t) = -\frac{\alpha_1}{2}t^2 + \alpha_1 t_{13}t + \left( V_1^0 - V_2^0 - \frac{\alpha_1}{2}t_{13}^2 \right).$$

Моменты времени  $t_{1,2}$ , подозрительные на безопасный момент касания на полуинтервале  $(t_{13}, t_{locm}^{(1)})$  являются решениями уравнения

$$\frac{\alpha_1}{2}t^2 - \alpha_1 t_{13}t - (V_1^0 - V_2^0 - \frac{\alpha_1}{2}t_{13}^2) = 0. \quad (2.60)$$

Определим дискриминант уравнения (2.60)

$$D = \alpha_1^2 t_{13}^2 + 2\alpha_1 (V_1^0 - V_2^0 - \frac{\alpha_1}{2}t_{13}^2) = 2\alpha_1 (V_1^0 - V_2^0) < 0.$$

Отсюда следует, что уравнение (2.60) действительных корней не имеет, ветви параболы направлены вниз и, следовательно,

$$\Delta V(t) < 0$$

для  $\forall t \in (t_{13}, t_{23}]$ . Функция  $s(t)$ , принимая отрицательные значения, строго монотонно убывает на полуинтервале  $(t_{13}, t_{23}]$ . При  $t = t_{23}$  выполняются неравенства

$$\begin{cases} \Delta V(t_{23}) < 0; \\ s(t_{23}) < 0. \end{cases} \quad (2.61)$$

На полуинтервале  $(t_{23}, t_{1ocm}^{(1)})$  функция  $\Delta V(t)$  имеет вид

$$\Delta V(t) = -\left(\frac{\alpha_1}{2} - \frac{\alpha_2}{2}\right)t^2 + (\alpha_1 t_{13} - \alpha_2 t_{23})t + \left[ (V_1^0 - V_2^0) - \left(\frac{\alpha_1}{2}t_{13}^2 - \frac{\alpha_2}{2}t_{23}^2\right) \right]. \quad (2.62)$$

Моменты времени  $t_{1,2}$ , подозрительные на безопасный момент касания на полуинтервале  $(t_{23}, t_{1ocm}^{(1)})$  являются решениями уравнения

$$\left(\frac{\alpha_1}{2} - \frac{\alpha_2}{2}\right)t^2 - (\alpha_1 t_{13} - \alpha_2 t_{23})t - \left[ (V_1^0 - V_2^0) - \left(\frac{\alpha_1}{2}t_{13}^2 - \frac{\alpha_2}{2}t_{23}^2\right) \right] = 0. \quad (2.63)$$

Вычислим дискриминант  $D$  уравнения (2.63)

$$D = \alpha_1 \alpha_2 (t_{23} - t_{13})^2 + 2(\alpha_1 - \alpha_2)(V_1^0 - V_2^0). \quad (2.64)$$

**В1.1)** Пусть выполняется строгое неравенство

$$\alpha_1 - \alpha_2 < 0. \quad (2.65)$$

В этом случае дискриминант  $D > 0$ , следовательно, уравнение (2.63) имеет два действительных различных корня

$$t_{1,2} = \frac{(\alpha_1 t_{13} - \alpha_2 t_{23}) \pm \sqrt{D}}{(\alpha_1 - \alpha_2)}.$$

Рассмотрим разность

$$\begin{aligned} t_1 - t_{23} &= \frac{\alpha_1 t_{13} - \alpha_2 t_{23} + \sqrt{D}}{\alpha_1 - \alpha_2} - t_{23} = \frac{\sqrt{D} - \alpha_1 (t_{23} - t_{13})}{\alpha_1 - \alpha_2} = \frac{D - \alpha_1^2 (t_{23} - t_{13})^2}{(\alpha_1 - \alpha_2)(\sqrt{D} + \alpha_1 (t_{23} - t_{13}))} = \\ &= \frac{\alpha_1 \alpha_2 (t_{23} - t_{13})^2 + 2(\alpha_1 - \alpha_2)(V_1^0 - V_2^0) - \alpha_1^2 (t_{23} - t_{13})^2}{(\alpha_1 - \alpha_2)(\sqrt{D} + \alpha_1 (t_{23} - t_{13}))} = \\ &= \frac{\alpha_1 (\alpha_2 - \alpha_1) (t_{23} - t_{13})^2 + 2(\alpha_1 - \alpha_2)(V_1^0 - V_2^0)}{(\alpha_1 - \alpha_2)(\sqrt{D} + \alpha_1 (t_{23} - t_{13}))} < 0, \end{aligned}$$

следовательно, корень  $t_1 \notin (t_{23}, t_{1ocm}^{(1)})$ , т.е. является посторонним. Разность

$$t_2 - t_{23} = \frac{\alpha_1 t_{13} - \alpha_2 t_{23} - \sqrt{D}}{\alpha_1 - \alpha_2} - t_{23} = \frac{\alpha_1 (t_{13} - t_{23}) - \sqrt{D}}{\alpha_1 - \alpha_2} > 0,$$

следовательно, выполняется неравенство

$$t_2 > t_{23}.$$

Теперь рассмотрим разность

$$t_2 - t_{1ocm}^{(1)} = \frac{-\alpha_2(t_{23} - t_{13}) - \sqrt{D} - (\alpha_1 - \alpha_2) \sqrt{\frac{2V_1^0}{\alpha_1}}}{\alpha_1 - \alpha_2}. \quad (2.66)$$

Знак разности (2.66) зависит от знака выражения, стоящего в числителе.

**В1.1.1)** Пусть выполняется строгое неравенство

$$-\alpha_2(t_{23} - t_{13}) - \sqrt{D} - (\alpha_1 - \alpha_2) \sqrt{\frac{2V_1^0}{\alpha_1}} < 0. \quad (2.67)$$

Тогда разность (2.65) положительна, т.е. выполняется неравенство

$$t_2 > t_{1ocm}^{(1)},$$

следовательно,  $t_2 \notin (t_{23}, t_{1ocm}^{(1)})$ . Это означает, что на полуинтервале  $(t_{23}, t_{1ocm}^{(1)})$  безопасных моментов касания нет.

Так как коэффициент при  $t^2$  в выражении параболы (2.62) положителен, то ветви параболы направлены вверх. При  $\forall t \in (t_1, t_2)$  выполняется неравенство

$$\Delta V(t) < 0. \quad (2.68)$$

Так как  $(t_{23}, t_{1ocm}^{(1)}) \subset (t_1, t_2)$  то неравенство (2.68) справедливо для  $\forall t \in (t_{23}, t_{1ocm}^{(1)})$ . Отсюда следует, что функция  $s(t)$ , принимая отрицательные значения, строго монотонно убывает на полуинтервале  $(t_{23}, t_{1ocm}^{(1)})$ . При  $t = t_{1ocm}^{(1)}$  выполняются неравенства

$$\begin{cases} \Delta V(t_{1ocm}^{(1)}) < 0; \\ s(t_{1ocm}^{(1)}) < 0. \end{cases} \quad (2.69)$$

Рассмотрим полуинтервал  $(t_{1ocm}^{(1)}, t_{2ocm}^{(1)})$ .

**В1.1.1.1)** Пусть в условиях (2.55) выполняется строгое неравенство

$$t_{1ocm}^{(1)} < t_{2ocm}^{(1)}. \quad (2.70)$$

На полуинтервале  $(t_{1ocm}^{(1)}, t_{2ocm}^{(1)})$  функция  $\Delta V(t)$  имеет вид (2.50)

$$\Delta V(t) = -V_2^0 + \frac{\alpha_2}{2} t_{23}^2 - \alpha_2 t_{23} t + \frac{\alpha_2}{2} t^2.$$

Рассмотрим уравнение

$$\Delta V(t) = -V_2^0 + \frac{\alpha_2}{2} t_{23}^2 - \alpha_2 t_{23} t + \frac{\alpha_2}{2} t^2 = 0.$$

Дискриминант данного уравнения

$$D = \alpha_2^2 t_{23}^2 - 2\alpha_2 \left( -V_2^0 + \frac{\alpha_2}{2} t_{23}^2 \right) = 2\alpha_2 V_2^0 > 0.$$

Так как дискриминант уравнения (2.50) положителен, то уравнение имеет два действительных различных корня

$$t_{1,2} = \frac{\alpha_2 t_{23} \pm \sqrt{2\alpha_2 V_2^0}}{\alpha_2}.$$

Корень

$$t_1 = \frac{\alpha_2 t_{23} - \sqrt{2\alpha_2 V_2^0}}{\alpha_2} = t_{23} - \sqrt{\frac{2V_2^0}{\alpha_2}} < t_{23} < t_{1ocm}^{(1)}$$

посторонний, так как  $t_1 \notin (t_{1ocm}^{(1)}, t_{2ocm}^{(1)})$ .

Из равенства

$$t_2 = \frac{\alpha_2 t_{23} + \sqrt{2\alpha_2 V_2^0}}{\alpha_2} = t_{23} + \sqrt{\frac{2V_2^0}{\alpha_2}} = t_{2ocm}^{(1)}$$

следует, что корень  $t_2$  является безопасным моментом касания на полуинтервале  $(t_{23}, t_{2ocm}^{(1)})$ .

Так как коэффициент при  $t^2$  в выражении (2.49) положителен то ветви параболы направлены вверх и, следовательно, при  $\forall t \in (t_1, t_2)$  функция  $\Delta V(t)$  принимает отрицательные значения.

Из чего следует, что функция  $s(t)$  на интервале  $\forall t \in (t_{23}, t_{2ocm}^{(1)}) \subset (t_1, t_2 = t_{2ocm}^{(1)})$  принимает отрицательные значения и строго монотонно убывает. При  $t = t_{2ocm}^{(1)}$  выполняются неравенства

$$\begin{cases} \Delta V(t_{2ocm}^{(1)}) = 0; \\ s(t_{2ocm}^{(1)}) < 0. \end{cases}$$

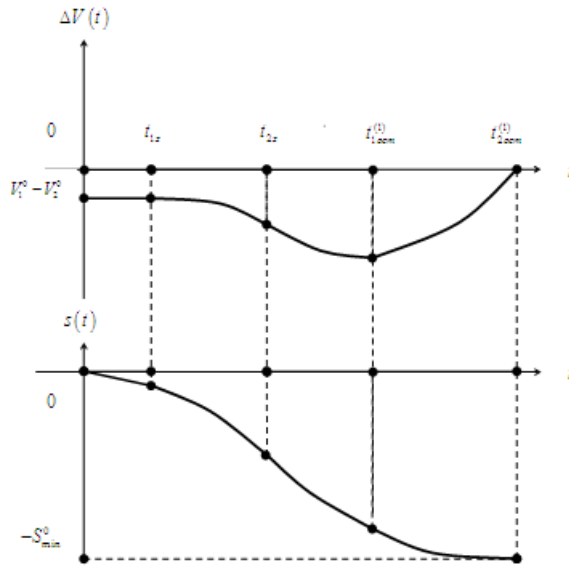
Таким образом, получили, что при выполнении условий (2.55), (2.59), (2.65), (2.67) и неравенства (2.70) функция  $s(t)$ , принимая отрицательные значения, строго монотонно убывает на отрезке  $[0, t_{2ocm}^{(1)}]$  и достигает отрицательного наименьшего значения при  $t = t_{2ocm}^{(1)}$ .

Минимально безопасное расстояние в этом случае определяется равенством

$$S_{\min}^0 = (V_2^0 t_{23} - V_1^0 t_{13}) + \frac{2}{3} \left[ V_2^0 \sqrt{\frac{2V_2^0}{\alpha_2}} - V_1^0 \sqrt{\frac{2V_1^0}{\alpha_1}} \right].$$

Графики функций  $\Delta V$  и  $s(t)$  изображены на рисунке 2.5.



Рисунок 2.5 – Графики функций  $\Delta V$  и  $s(t)$ 

**В1.1.1.2)** Пусть в условиях (2.55) выполняется равенство

$$t_{1ocm}^{(1)} = t_{2ocm}^{(1)}. \quad (2.71)$$

В этом случае полуинтервал  $[t_{1ocm}^{(1)}, t_{2ocm}^{(1)}]$  в выражениях функций  $\Delta V(t)$  и  $s(t)$  отсутствует.

При  $t = t_{1ocm}^{(1)} = t_{2ocm}^{(1)}$  выполняются условия

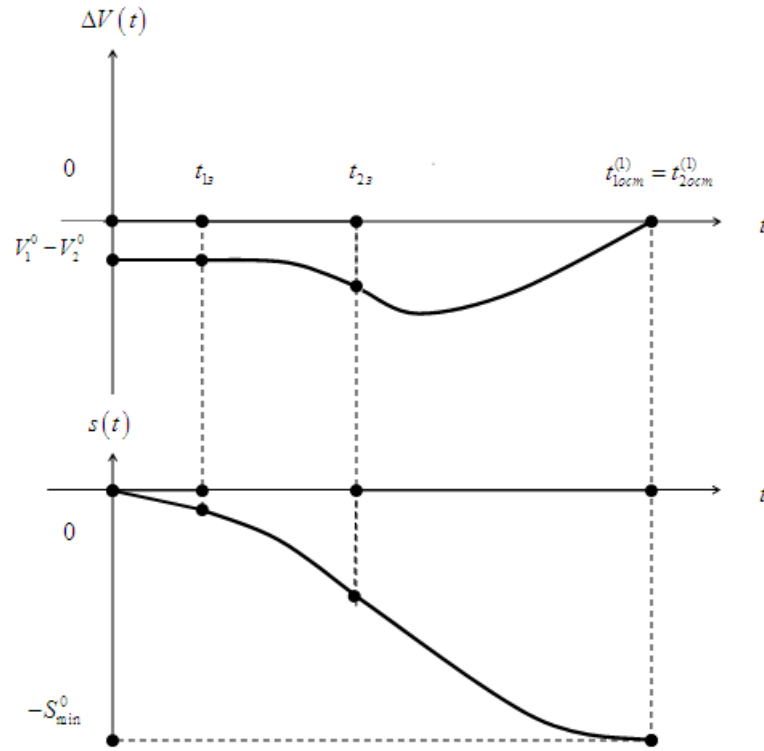
$$\begin{cases} \Delta V(t_{1ocm}^{(1)} = t_{2ocm}^{(1)}) = 0; \\ s(t_{1ocm}^{(1)} = t_{2ocm}^{(1)}) < 0. \end{cases}$$

Таким образом, получили, что при выполнении условий (2.55), (2.59), (2.65), (2.67) и равенства (2.71) функция  $s(t)$ , принимая отрицательные значения, строго монотонно убывает на отрезке  $[0, t_{2ocm}^{(1)}]$  и достигает отрицательного наименьшего значения при  $t = t_{1ocm}^{(1)} = t_{2ocm}^{(1)}$ .

Минимально безопасное расстояние  $S_{min}^0$  в этом случае равно

$$S_{min}^0 = (V_2^0 t_{2s} - V_1^0 t_{1s}) + \frac{2}{3} \left[ V_2^0 \sqrt{\frac{2V_2^0}{\alpha_2}} - V_1^0 \sqrt{\frac{2V_1^0}{\alpha_1}} \right].$$

Графики функций  $\Delta V$  и  $s(t)$  изображены на рисунке 2.6.

Рисунок 2.6 – Графики функций  $\Delta V$  и  $s(t)$ 

**V1.1.2)** Пусть в условиях (2.55) выполняется равенство

$$-\alpha_2(t_{23} - t_{13}) - \sqrt{D} - (\alpha_1 - \alpha_2) \sqrt{\frac{2V_1^0}{\alpha_1}} = 0. \quad (2.72)$$

Тогда разность (2.65) равна нулю, т.е. выполняется равенство

$$t_2 = t_{locm}^{(1)},$$

следовательно,  $t_2 \in (t_{23}, t_{locm}^{(1)})$ .

**V1.1.2.1)** Пусть в условиях (2.55) выполняется строгое неравенство (2.70)

$$t_{locm}^{(1)} < t_{2ocm}^{(1)}.$$

На полуинтервале  $(t_{locm}^{(1)}, t_{2ocm}^{(1)})$  функция  $\Delta V(t)$  имеет вид (2.50)

$$\Delta V(t) = -V_2^0 + \frac{\alpha_2}{2} t_{23}^2 - \alpha_2 t_{23} t + \frac{\alpha_2}{2} t^2.$$

Рассмотрим уравнение

$$\Delta V(t) = -V_2^0 + \frac{\alpha_2}{2} t_{23}^2 - \alpha_2 t_{23} t + \frac{\alpha_2}{2} t^2 = 0.$$

Так как дискриминант этого уравнения положителен, то уравнение имеет два действительных различных корня

$$t_{1,2} = \frac{\alpha_2 t_{23} \pm \sqrt{2\alpha_2 V_2^0}}{\alpha_2}.$$

Корень

$$t_1 = \frac{\alpha_2 t_{23} - \sqrt{2\alpha_2 V_2^0}}{\alpha_2} = t_{23} - \sqrt{\frac{2V_2^0}{\alpha_2}} < t_{23} < t_{1ocm}^{(1)} \quad (2.73)$$

посторонний, так как  $t_1 \notin (t_{1ocm}^{(1)}, t_{2ocm}^{(1)})$ .

Из равенства

$$t_2 = \frac{\alpha_2 t_{23} + \sqrt{2\alpha_2 V_2^0}}{\alpha_2} = t_{23} + \sqrt{\frac{2V_2^0}{\alpha_2}} = t_{2ocm}^{(1)}$$

следует, что корень  $t_2$  является безопасным моментом касания на полуинтервале  $(t_{1ocm}^{(1)}, t_{2ocm}^{(1)})$ .

Так как коэффициент при  $t^2$  в выражении (2.49) положителен то ветви параболы направлены вверх и, следовательно, при  $\forall t \in (t_1, t_2)$  функция  $\Delta V(t)$  принимает отрицательные значения.

Из чего следует, что функция  $s(t)$  для  $\forall t \in (t_{1ocm}^{(1)}, t_{2ocm}^{(1)}) \subset (t_1, t_2 = t_{2ocm}^{(1)})$  принимает отрицательные значения и строго монотонно убывает.

Отсюда следует, что

$$\lim_{t \rightarrow t_{1ocm}^{(1)} + 0} \Delta V(t) = \Delta V(t_{1ocm}^{(1)}) < 0.$$

С другой стороны

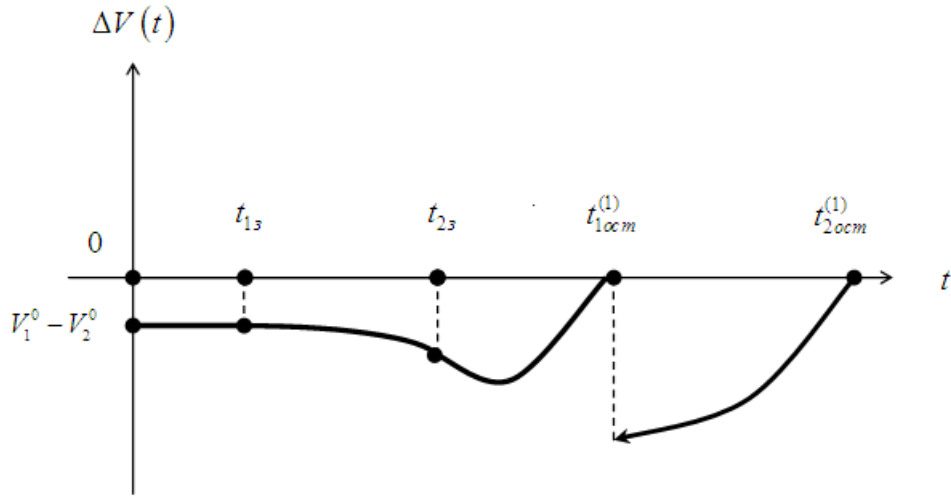
$$\lim_{t \rightarrow t_{1ocm}^{(1)} - 0} \Delta V(t) = \Delta V(t_{1ocm}^{(1)}) = 0,$$

т.е.

$$\lim_{t \rightarrow t_{1ocm}^{(1)} - 0} \Delta V(t) \neq \lim_{t \rightarrow t_{1ocm}^{(1)} + 0} \Delta V(t)$$

чего быть не может, так как функция  $\Delta V(t)$  является непрерывной.

Это означает, что при выполнении условий (2.55), (2.59), (2.69), (2.72) неравенство (2.70) выполняться не может. График функций  $\Delta V$  изображен на рисунке 2.7.

Рисунок 2.7 – График функций  $\Delta V$ 

**В1.1.2.2)** Пусть в условиях (2.55) выполняется равенство (2.71)

$$t_{1ocm}^{(1)} = t_{2ocm}^{(1)}.$$

В этом случае полуинтервал  $(t_{1ocm}^{(1)}, t_{2ocm}^{(1)})$  в выражениях функций  $\Delta V$  и  $s(t)$  отсутствует.

Функции  $\Delta V$  и  $s(t)$  имеют вид:

$$\Delta V(t) = \begin{cases} V_1^0 - V_2^0, & 0 \leq t \leq t_{13}; \\ (V_1^0 - V_2^0 - \frac{\alpha_1}{2} t_{13}^2) + \alpha_1 t_{13} t - \frac{\alpha_1}{2} t^2, & t_{13} < t \leq t_{23}; \\ \left[ (V_1^0 - V_2^0) - \left( \frac{\alpha_1}{2} t_{13}^2 - \frac{\alpha_2}{2} t_{23}^2 \right) \right] + (\alpha_1 t_{13} - \alpha_2 t_{23}) t - \left( \frac{\alpha_1}{2} - \frac{\alpha_2}{2} \right) t^2, & t_{23} < t \leq t_{1ocm}^{(1)} = t_{2ocm}^{(1)}; \end{cases}$$

$$s(t) = \begin{cases} (V_1^0 - V_2^0)t, & 0 \leq t \leq t_{13}; \\ \frac{\alpha_1}{6} t_{13}^3 + \left[ (V_1^0 - V_2^0) - \frac{\alpha_1}{2} t_{13}^2 \right] t + \frac{\alpha_1 t_{13}}{2} t^2 - \frac{\alpha_1}{6} t^3, & t_{13} < t \leq t_{23}; \\ \left( \frac{\alpha_1}{6} t_{13}^3 - \frac{\alpha_2}{6} t_{23}^3 \right) + \left[ (V_1^0 - V_2^0) - \left( \frac{\alpha_1}{2} t_{13}^2 - \frac{\alpha_2}{2} t_{23}^2 \right) \right] t + \left( \frac{\alpha_1 t_{13}}{2} - \frac{\alpha_2 t_{23}}{2} \right) t^2 - \left( \frac{\alpha_1}{6} - \frac{\alpha_2}{6} \right) t^3, & t_{23} < t \leq t_{1ocm}^{(1)} = t_{2ocm}^{(1)}. \end{cases}$$

Таким образом, получили, что при выполнении условий (2.55), (2.59), (2.65), (2.72) и равенства (2.71) функция  $s(t)$ , принимая отрицательные значения, строго монотонно убывает на отрезке  $[0, t_{1ocm}^{(1)} = t_{2ocm}^{(1)}]$  и достигает отрицательного наименьшего значения при  $t = t_{1ocm}^{(1)} = t_{2ocm}^{(1)}$ .

Графики функций  $\Delta V$  и  $s(t)$  изображены на рисунке 2.8.

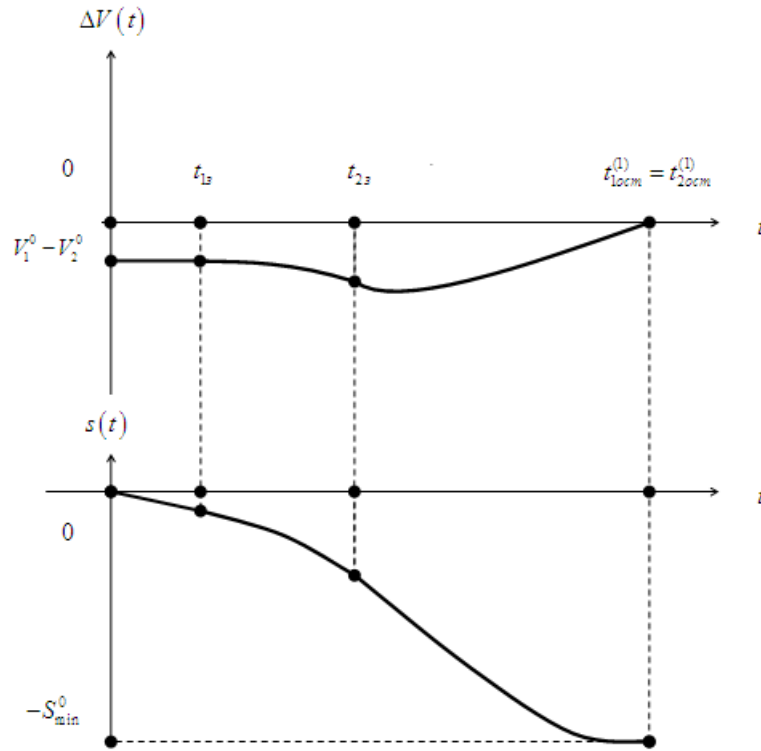


Рисунок 2.8

Минимально безопасное расстояние  $S_{\min}^0$  в этом случае равно

$$S_{\min}^0 = (V_2^0 t_{23} - V_1^0 t_{13}) + \frac{2}{3} \left[ V_2^0 \sqrt{\frac{2V_2^0}{\alpha_2}} - V_1^0 \sqrt{\frac{2V_1^0}{\alpha_1}} \right].$$

**В1.1.3)** Пусть выполняется неравенство

$$-\alpha_2(t_{23} - t_{13}) - \sqrt{D} - (\alpha_1 - \alpha_2) \sqrt{\frac{2V_1^0}{\alpha_1}} > 0. \quad (2.74)$$

Тогда разность (2.65) отрицательна, т.е. выполняется неравенство

$$t_2 < t_{locm}^{(1)}. \quad (2.75)$$

Из выполнения неравенств  $t_2 > t_{23}$  и (2.75) следует, что  $t_2 \in (t_{23}, t_{locm}^{(1)})$ . Так как коэффициент при  $t^2$  в выражении функции  $\Delta V(t)$  на полуинтервале  $(t_{23}, t_{locm}^{(1)})$  положителен, то ветви параболы направлены вверх. При переходе через точку  $t = t_2$  функция  $\Delta V(t)$  меняет знак с «-» на «+», следовательно, момент времени  $t = t_2$  является безопасным моментом касания. Так как ветви параболы направлены вверх и выполняется неравенство (2.75) то

$$\Delta V(t_{locm}^{(1)}) > 0. \quad (2.76)$$

**В1.1.3.1)** Пусть в условиях (2.55) выполняется строгое неравенство (2.70)

$$t_{1осм}^{(1)} < t_{2осм}^{(1)}.$$

На полуинтервале  $(t_{1осм}^{(1)}, t_{2осм}^{(1)})$  функция  $\Delta V(t)$  имеет вид (2.50)

$$\Delta V(t) = -V_2^0 + \frac{\alpha_2}{2} t_{2з}^2 - \alpha_2 t_{2з} t + \frac{\alpha_2}{2} t^2.$$

Рассмотрим уравнение

$$\Delta V(t) = -V_2^0 + \frac{\alpha_2}{2} t_{2з}^2 - \alpha_2 t_{2з} t + \frac{\alpha_2}{2} t^2 = 0.$$

Корни данного уравнения удовлетворяют неравенствам

$$t_1 < t_{2з} < t_{1осм}^{(1)} < t_2 = t_{2осм}^{(1)}.$$

При  $\forall t \in (t_1, t_2)$  функция  $\Delta V(t)$  удовлетворяет неравенству

$$\Delta V(t) < 0,$$

так как ветви параболы направлены вверх.

Но тогда

$$\lim_{t \rightarrow t_{1осм}^{(1)} + 0} \Delta V(t) = \Delta V(t_{1осм}^{(1)}) < 0,$$

что противоречит неравенству (2.76).

Полученное противоречие показывает, что при выполнении условий (2.55), (2.59), (2.65), (2.74) неравенство (2.70) выполняться не может. График функций  $\Delta V$  изображены на рисунке 2.9.

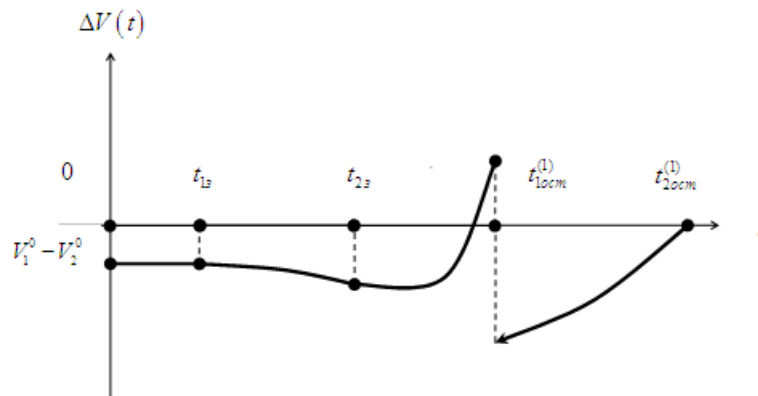


Рисунок 2.9 – График функций  $\Delta V$

**В1.1.3.2)** Пусть в условиях (2.55) выполняется равенство (2.71)

$$t_{1осм}^{(1)} = t_{2осм}^{(1)}.$$

В этом случае полуинтервал  $(t_{1осм}^{(1)}, t_{2осм}^{(1)})$  в выражениях функций  $\Delta V$  и  $s(t)$  отсутствует.

В этом случае при выполнении условий (2.55), (2.59), (2.65), (2.72) и равенства (2.71) функция  $s(t)$ , принимая отрицательные значения, строго монотонно убывает на отрезке

$[0, t_{1ocm}^{(1)} = t_{2ocm}^{(1)}]$  и достигает отрицательного наименьшего значения при  $t = t_{1ocm}^{(1)} = t_{2ocm}^{(1)}$ . Графики функций  $\Delta V$  и  $s(t)$  изображены на рисунке 2.10.

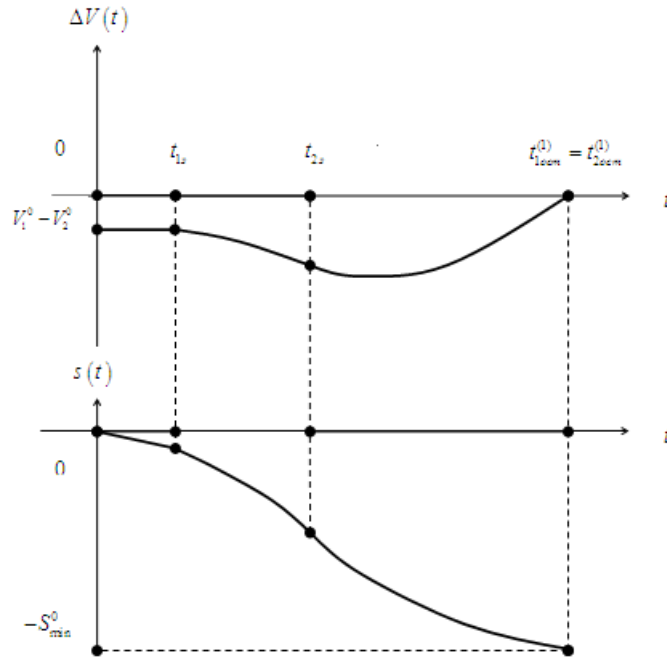


Рисунок 2.10

Минимально безопасное расстояние  $S_{min}^0$  в этом случае равно

$$S_{min}^0 = (V_2^0 t_{23} - V_1^0 t_{13}) + \frac{2}{3} \left[ V_2^0 \sqrt{\frac{2V_2^0}{\alpha_2}} - V_1^0 \sqrt{\frac{2V_1^0}{\alpha_1}} \right].$$

**В1.2)** Пусть выполняется равенство

$$\alpha_1 - \alpha_2 = 0. \quad (2.77)$$

В этом случае выражения функций  $\Delta V(t)$  и  $s(t) = \Delta S(t) - S^0$ , где функции  $\Delta V(t)$  и  $\Delta S(t)$  определены на отрезке времени  $[0, t_{2ocm}^{(1)}]$  имеют вид:

$$\Delta V = \begin{cases} V_1^0 - V_2^0, & 0 \leq t \leq t_{13}; \\ (V_1^0 - V_2^0 - \frac{\alpha}{2} t_{13}^2) + \alpha t_{13} t - \frac{\alpha}{2} t^2, & t_{13} < t \leq t_{23}; \\ \left[ (V_1^0 - V_2^0) - \frac{\alpha}{2} (t_{13}^2 - t_{23}^2) \right] + \alpha (t_{13} - t_{23}) t, & t_{23} < t \leq t_{1ocm}^{(1)}; \\ -V_2^0 + \frac{\alpha}{2} t_{23}^2 - \alpha t_{23} t + \frac{\alpha}{2} t^2, & t_{1ocm}^{(1)} < t \leq t_{2ocm}^{(1)} \end{cases}$$

$$s(t) = \begin{cases} (V_1^0 - V_2^0)t, & 0 \leq t \leq t_{13}; \\ \frac{\alpha}{6}t_{13}^3 + \left[ (V_1^0 - V_2^0) - \frac{\alpha}{2}t_{13}^2 \right]t + \frac{\alpha t_{13}}{2}t^2 - \frac{\alpha}{6}t^3, & t_{13} < t \leq t_{23}; \\ \frac{\alpha}{6}(t_{13}^3 - t_{23}^3) + \left[ (V_1^0 - V_2^0) - \frac{\alpha}{2}(t_{13}^2 - t_{23}^2) \right]t + \frac{\alpha}{2}(t_{13} - t_{23})t^2, & t_{23} < t \leq t_{locm}^{(1)}; \\ t_{13}V_1^0 + \frac{2}{3}V_1^0 \sqrt{\frac{2V_1^0}{\alpha_1}} - \frac{\alpha}{6}t_{23}^2 - \left[ V_2^0 - \frac{\alpha}{2}t_{23}^2 \right]t - \frac{\alpha t_{23}}{2}t^2 + \frac{\alpha}{6}t^3, & t_{locm}^{(1)} < t \leq t_{2ocm}^{(1)}, \end{cases}$$

где  $\alpha = \alpha_1 = \alpha_2$ .

На отрезке времени  $[0, t_{13}]$  безопасных моментов касания нет, так как

$$\Delta V(t) = V_1^0 - V_2^0 < 0.$$

Рассмотрим полуинтервал  $(t_{13}, t_{23}]$ . Так как дискриминант  $D$  уравнения (2.60)

$$\frac{\alpha}{2}t^2 - \alpha t_{13}t - (V_1^0 - V_2^0 - \frac{\alpha}{2}t_{13}^2) = 0$$

удовлетворяет неравенству

$$D = \alpha^2 t_{13}^2 + 2\alpha (V_1^0 - V_2^0 - \frac{\alpha}{2}t_{13}^2) = 2\alpha (V_1^0 - V_2^0) < 0$$

то уравнение (2.60) действительных корней не имеет, ветви параболы направлены вниз и, следовательно,

$$\Delta V(t) < 0$$

На полуинтервале  $(t_{13}, t_{23}]$  функция  $s(t)$ , принимая отрицательные значения, строго монотонно убывает. При  $t = t_{23}$  выполняются неравенства (2.61)

$$\begin{cases} \Delta V(t_{23}) < 0; \\ s(t_{23}) < 0. \end{cases}$$

На полуинтервале  $(t_{23}, t_{locm}^{(1)}]$  функция  $\Delta V(t)$  имеет вид

$$\Delta V(t) = \alpha(t_{13} - t_{23})t + \left[ (V_1^0 - V_2^0) - \frac{\alpha}{2}(t_{13}^2 - t_{23}^2) \right].$$

Момент времени  $t_3$  подозрительные на безопасный момент касания на полуинтервале  $(t_{23}, t_{locm}^{(1)}]$  является решением уравнения

$$\alpha(t_{13} - t_{23})t - \left[ (V_1^0 - V_2^0) - \frac{\alpha}{2}(t_{13}^2 - t_{23}^2) \right] = 0, \quad (2.78)$$

и определяется равенством



$$t_3 = \frac{1}{\alpha(t_{13} - t_{23})} \left[ V_1^0 - V_2^0 - \frac{\alpha}{2}(t_{13}^2 - t_{23}^2) \right]. \quad (2.79)$$

Проверим, принадлежит ли данный корень полуинтервалу  $(t_{23}, t_{1ocm}^{(1)})$ ? Для этого рассмотрим разность

$$t_3 - t_{23} = \frac{1}{\alpha(t_{13} - t_{23})} \left[ V_2^0 - V_1^0 + \frac{\alpha}{2}(t_{13}^2 - t_{23}^2) \right] - t_{23} = \frac{V_2^0 - V_1^0 + \frac{\alpha}{2}(t_{13} - t_{23})^2}{\alpha(t_{13} - t_{23})} < 0.$$

Следовательно,  $t_3 \notin (t_{23}, t_{1ocm}^{(1)})$ . Это означает, что на полуинтервале  $(t_{23}, t_{1ocm}^{(1)})$  безопасных моментов касания нет.

Так как коэффициент при  $t$  в выражении функции  $\Delta V(t)$  на полуинтервале  $(t_{23}, t_{1ocm}^{(1)})$  отрицательный и выполняется неравенство

$$t_3 < t_{23},$$

то

$$\Delta V(t) < 0$$

для  $\forall t \in (t_{23}, t_{1ocm}^{(1)})$ . На полуинтервале  $(t_{23}, t_{1ocm}^{(1)})$  функция  $s(t)$ , принимая отрицательные значения, строго монотонно убывает. При  $t = t_{23}$  выполняются неравенства (2.69)

$$\begin{cases} \Delta V(t_{1ocm}^{(1)}) < 0; \\ s(t_{1ocm}^{(1)}) < 0. \end{cases}$$

**В1.2.1)** Пусть в условиях (2.55) выполняется строгое неравенство (2.70)

$$t_{1ocm}^{(1)} < t_{2ocm}^{(1)}.$$

На полуинтервале  $(t_{1ocm}^{(1)}, t_{2ocm}^{(1)})$  функция  $\Delta V(t)$  имеет вид (2.50)

$$\Delta V(t) = -V_2^0 + \frac{\alpha}{2}t_{23}^2 - \alpha t_{23}t + \frac{\alpha}{2}t^2.$$

Рассмотрим уравнение

$$\Delta V(t) = -V_2^0 + \frac{\alpha}{2}t_{23}^2 - \alpha t_{23}t + \frac{\alpha}{2}t^2 = 0.$$

Дискриминант данного уравнения

$$D = \alpha^2 t_{23}^2 - 2\alpha \left( -V_2^0 + \frac{\alpha}{2}t_{23}^2 \right) = 2\alpha V_2^0 > 0.$$

Так как дискриминант этого уравнения положителен, то уравнение имеет два действительных различных корня

$$t_{1,2} = \frac{\alpha t_{23} \pm \sqrt{2\alpha V_2^0}}{\alpha}.$$

Корень  $t_1$  удовлетворяет неравенству (2.73)

$$t_1 = \frac{\alpha t_{23} - \sqrt{2\alpha V_2^0}}{\alpha} = t_{23} - \sqrt{\frac{2V_2^0}{\alpha}} < t_{23} < t_{1ocm}^{(1)}$$

является посторонним, так как  $t_1 \notin (t_{1ocm}^{(1)}, t_{2ocm}^{(1)})$ .

Из равенства

$$t_2 = \frac{\alpha t_{23} + \sqrt{2\alpha V_2^0}}{\alpha} = t_{23} + \sqrt{\frac{2V_2^0}{\alpha}} = t_{2ocm}^{(1)}$$

следует, что корень  $t_2$  является безопасным моментом касания на полуинтервале  $(t_{1ocm}^{(1)}, t_{2ocm}^{(1)})$ .

Так как коэффициент при  $t^2$  в выражении (2.49) положителен, то ветви параболы направлены вверх и, следовательно, при  $\forall t \in (t_1, t_2)$  функция  $\Delta V(t)$  принимает отрицательные значения. Из чего следует, что функция  $s(t)$  на интервале  $\forall t \in (t_{23}, t_{2ocm}^{(1)}) \subset (t_1, t_2 = t_{2ocm}^{(1)})$  принимает отрицательные значения и строго монотонно убывает. При  $t = t_{2ocm}^{(1)}$  выполняются условия

$$\begin{cases} \Delta V(t_{2ocm}^{(1)}) = 0; \\ s(t_{2ocm}^{(1)}) < 0. \end{cases}$$

Таким образом, получили, что при выполнении условий (2.55), (2.59), (2.77) и неравенства (2.70) функция  $s(t)$ , принимая отрицательные значения, строго монотонно убывает на отрезке  $[0, t_{2ocm}^{(1)}]$  и достигает отрицательного наименьшего значения при  $t = t_{2ocm}^{(1)}$ .

Минимально безопасное расстояние в этом случае определяется равенством

$$S_{\min}^0 = (V_2^0 t_{23} - V_1^0 t_{13}) + \frac{2}{3} \left[ V_2^0 \sqrt{\frac{2V_2^0}{\alpha}} - V_1^0 \sqrt{\frac{2V_1^0}{\alpha}} \right].$$

Графики функций  $\Delta V$  и  $s(t)$  изображены на рисунке 2.11.

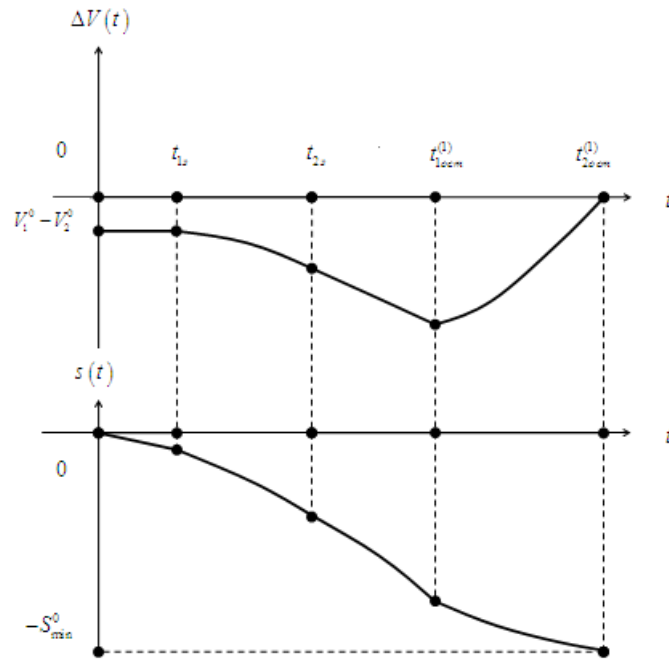


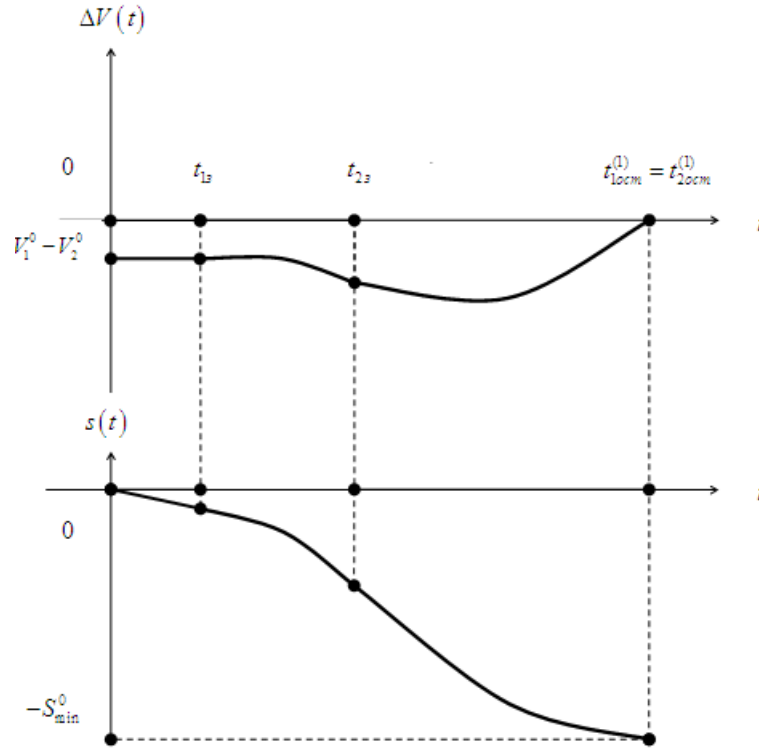
Рисунок 2.11

**В1.2.2)** Пусть в условиях (2.55) выполняется равенство (2.71)

$$t_{locm}^{(1)} = t_{2ocm}^{(1)}.$$

В этом случае полуинтервал  $(t_{locm}^{(1)}, t_{2ocm}^{(1)})$  в выражениях функций  $\Delta V$  и  $s(t)$  отсутствует.

При выполнении условий (2.55), (2.59), (2.77) и равенства (2.71) функция  $s(t)$ , принимая отрицательные значения, строго монотонно убывает на отрезке  $[0, t_{locm}^{(1)} = t_{2ocm}^{(1)}]$  и достигает отрицательного наименьшего значения при  $t = t_{locm}^{(1)} = t_{2ocm}^{(1)}$ . Графики функций  $\Delta V$  и  $s(t)$  изображены на рисунке 2.12.

Рисунок 2.12- Графики функций  $\Delta V$  и  $s(t)$ 

**В1.3)** Пусть выполняется строгое неравенство

$$\alpha_1 - \alpha_2 > 0. \quad (2.80)$$

Дискриминант  $D$  уравнения (2.63)

$$\left(\frac{\alpha_1}{2} - \frac{\alpha_2}{2}\right)t^2 - (\alpha_1 t_{1з} - \alpha_2 t_{2з})t - \left[(V_1^0 - V_2^0) - \left(\frac{\alpha_1}{2} t_{1з}^2 - \frac{\alpha_2}{2} t_{2з}^2\right)\right] = 0.$$

определён равенством (2.64)

$$D = \alpha_1 \alpha_2 (t_{2з} - t_{1з})^2 + 2(\alpha_1 - \alpha_2)(V_1^0 - V_2^0)$$

**В1.3.1)** Пусть выполняется строгое неравенство

$$D = \alpha_1 \alpha_2 (t_{2з} - t_{1з})^2 + 2(\alpha_1 - \alpha_2)\Delta V > 0. \quad (2.81)$$

В этом случае уравнение (2.63) имеет два действительных различных корня

$$t_{1,2} = \frac{(\alpha_1 t_{1з} - \alpha_2 t_{2з}) \pm \sqrt{D}}{(\alpha_1 - \alpha_2)}.$$

Рассмотрим разность

$$t_1 - t_{23} = \frac{\alpha_1 t_{13} - \alpha_2 t_{23} + \sqrt{D}}{\alpha_1 - \alpha_2} - t_{23} =$$

$$\frac{\alpha_1(\alpha_2 - \alpha_1)(t_{23} - t_{13})^2 + 2(\alpha_1 - \alpha_2)(V_1^0 - V_2^0)}{(\alpha_1 - \alpha_2)(\sqrt{D} + \alpha_1(t_{23} - t_{13}))} < 0.$$

Это означает, что  $t_1 \notin (t_{23}, t_{10cm}^{(1)})$ , то есть корень  $t_1$  посторонний.

Теперь рассмотрим разность

$$t_2 - t_{23} = \frac{\alpha_1 t_{13} - \alpha_2 t_{23} - \sqrt{D}}{\alpha_1 - \alpha_2} - t_{23} = \frac{-\alpha_1(t_{23} - t_{13}) - \sqrt{D}}{\alpha_1 - \alpha_2} < 0.$$

Следовательно, и корень  $t_2 \notin (t_{23}, t_{10cm}^{(1)})$ .

Получили, что на полуинтервале  $(t_{23}, t_{10cm}^{(1)})$  безопасных моментов касания нет.

Так как коэффициент при  $t^2$  в выражении функции  $\Delta V(t)$  на полуинтервале  $(t_{23}, t_{10cm}^{(1)})$  положителен, то ветви параболы направлены вверх. Следовательно, функция  $\Delta V(t)$  при  $t > t_1 > t_2$  принимает положительные значения, но тогда

$$\lim_{t \rightarrow t_{23} + 0} \Delta V(t) = \Delta V(t_{23}) > 0,$$

что противоречит первому неравенству (2.58).

Полученное противоречие показывает, что при выполнении условий (2.55), (2.59), (2.80) неравенство (2.81) выполняться не может. График функции  $\Delta V$  изображен на рисунке 2.13.

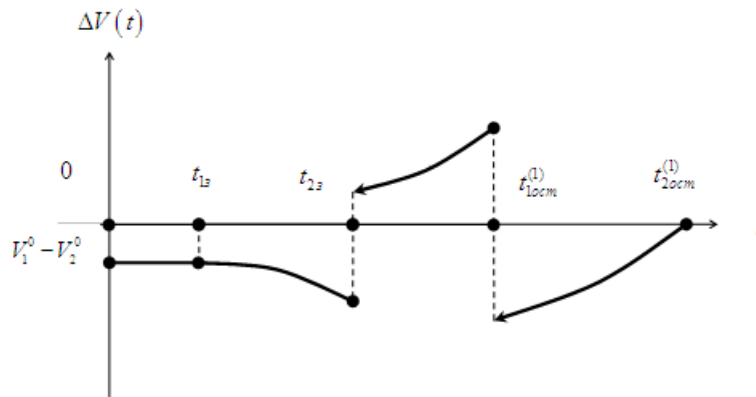


Рисунок 2.13 – График функции  $\Delta V$

**В1.3.2)** Пусть выполняется строгое неравенство

$$D = \alpha_1 \alpha_2 (t_{23} - t_{13})^2 + 2(\alpha_1 - \alpha_2) \Delta V = 0. \quad (2.82)$$

В этом случае уравнение (2.63) имеет два действительных равных корня

$$t_{1,2} = \frac{(\alpha_1 t_{13} - \alpha_2 t_{23})}{(\alpha_1 - \alpha_2)}.$$

Рассмотрим разность

$$t_1 - t_{23} = \frac{\alpha_1 t_{13} - \alpha_2 t_{23}}{\alpha_1 - \alpha_2} - t_{23} = \frac{\alpha_1 (t_{13} - t_{23})}{(\alpha_1 - \alpha_2)} < 0.$$

Это означает, что  $t_1 \notin (t_{23}, t_{1ocm}^{(1)})$ . Следовательно, на полуинтервале  $(t_{23}, t_{1ocm}^{(1)})$  безопасных моментов касания нет.

Так как коэффициент при  $t^2$  в выражении функции  $\Delta V(t)$  на полуинтервале  $(t_{23}, t_{1ocm}^{(1)})$  положителен, то ветви параболы направлены вверх. Следовательно, функция  $\Delta V(t)$  при  $t > t_1 = t_2$  принимает положительные значения, но тогда

$$\lim_{t \rightarrow t_{23}^+} \Delta V(t) = \Delta V(t_{23}) > 0,$$

что противоречит первому неравенству (2.61).

Полученное противоречие показывает, что при выполнении условий (2.55), (2.59), (2.80) неравенство (2.82) выполняться не может. График функции  $\Delta V$  изображен на рисунке 2.14.

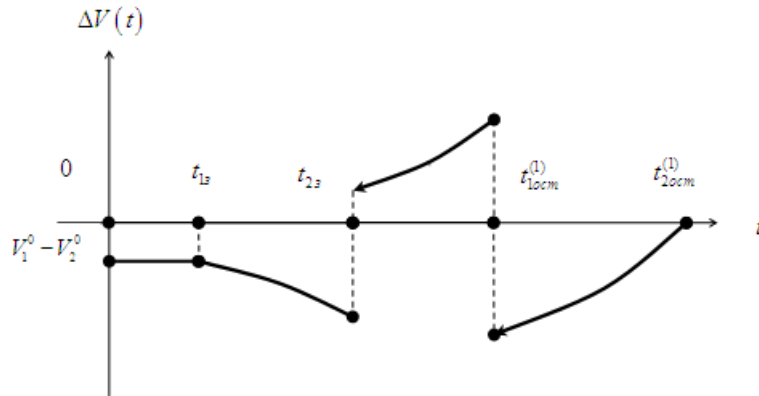


Рисунок 2.14 – График функции  $\Delta V$

**В1.3.3)** Пусть выполняется строгое неравенство

$$D = \alpha_1 \alpha_2 (t_{23} - t_{13})^2 + 2(\alpha_1 - \alpha_2) \Delta V < 0. \quad (2.83)$$

В этом случае уравнение (2.63) не имеет действительных корней.

Так как коэффициент при  $t^2$  в выражении функции  $\Delta V(t)$  на полуинтервале  $(t_{23}, t_{1ocm}^{(1)})$  положителен, то ветви параболы направлены вверх. Следовательно, функция  $\Delta V(t)$  при  $t \in (-\infty, +\infty)$  принимает положительные значения, но тогда

$$\lim_{t \rightarrow t_{23}^+} \Delta V(t) = \Delta V(t_{23}) > 0,$$

что противоречит первому неравенству (2.61).

Полученное противоречие показывает, что при выполнении условий (2.55), (2.59), (2.80) неравенство (2.83) выполняться не может. График функции  $\Delta V$  изображен на рисунке 2.15.

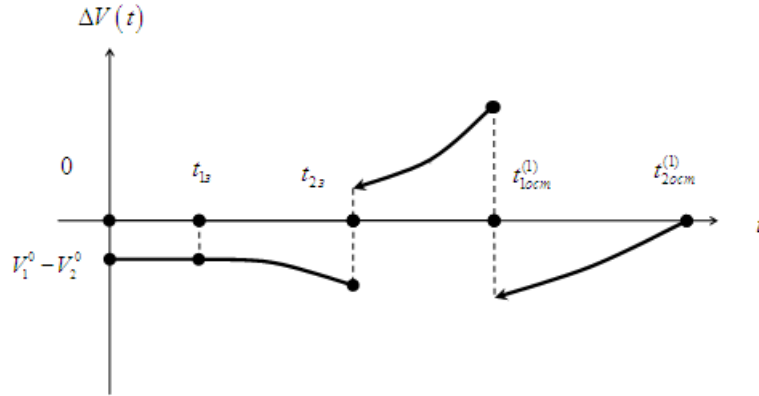


Рисунок 2.15 – График функции  $\Delta V$

**В2)** Пусть в условиях (2.55) выполняется равенство

$$0 < t_{1з} = t_{2з}. \quad (2.84)$$

В этом случае полуинтервал  $(t_{1з}, t_{2з}]$  в выражениях функций  $\Delta V(t)$  и  $s(t)$  отсутствует.

Они имеют вид:

$$\Delta V = \begin{cases} V_1^0 - V_2^0, & 0 \leq t \leq t_{1з} = t_{2з}; \\ \left[ (V_1^0 - V_2^0) - t_{2з}^2 \left( \frac{\alpha_1}{2} - \frac{\alpha_2}{2} \right) \right] + t_{2з} (\alpha_1 - \alpha_2) t - \left( \frac{\alpha_1}{2} - \frac{\alpha_2}{2} \right) t^2, & t_{1з} = t_{2з} < t \leq t_{1осм}^{(1)}; \\ -V_2^0 + \frac{\alpha_2}{2} t_{2з}^2 - \alpha_2 t_{2з} t + \frac{\alpha_2}{2} t^2, & t_{1осм}^{(1)} < t \leq t_{2осм}^{(1)}. \end{cases} \quad (2.85)$$

$$s(t) = \begin{cases} (V_1^0 - V_2^0)t & 0 < t < t_{1з} = t_{2з}; \\ t_{2з}^3 \left( \frac{\alpha_1}{6} - \frac{\alpha_2}{6} \right) + \left[ (V_1^0 - V_2^0) - t_{2з}^2 \left( \frac{\alpha_1}{2} - \frac{\alpha_2}{2} \right) \right] t + t_{2з} \left( \frac{\alpha_1}{2} - \frac{\alpha_2}{2} \right) t^2 - \\ - \left( \frac{\alpha_1}{6} - \frac{\alpha_2}{6} \right) t^3, & t_{1з} = t_{2з} < t \leq t_{1осм}^{(1)}; \\ t_{2з} V_1^0 + \frac{2}{3} V_1^0 \sqrt{\frac{2V_1^0}{\alpha_1}} - \frac{\alpha_2}{6} t_{2з}^2 - \left[ V_2^0 - \frac{\alpha_2}{2} t_{2з}^2 \right] t - \frac{\alpha_2 t_{2з}}{2} t^2 + \frac{\alpha_2}{6} t^3, & t_{1осм}^{(1)} < t \leq t_{2осм}^{(1)}. \end{cases} \quad (2.86)$$

На отрезке времени  $[0, t_{1з} = t_{2з}]$  безопасных моментов касания нет, так как

$$\Delta V(t) = V_1^0 - V_2^0 < 0$$

для  $\forall t \in [0, t_{13} = t_{23}]$ . Функция  $s(t)$  на отрезке времени  $[0, t_{13} = t_{23}]$ , принимая отрицательные значения, строго монотонно убывает. При  $t = t_{13}$  выполняются неравенства (2.58)

$$\begin{cases} \Delta V(t_{23}) < 0; \\ s(t_{23}) < 0. \end{cases}$$

Моменты времени  $t_{1,2}$ , подозрительные на безопасный момент касания на полуинтервале  $(t_{23}, t_{1locm}^{(1)})$  являются решениями уравнения

$$\left(\frac{\alpha_1}{2} - \frac{\alpha_2}{2}\right)t^2 - (\alpha_1 - \alpha_2)t_{23}t - \left[(V_1^0 - V_2^0) - t_{23}^2\left(\frac{\alpha_1}{2} - \frac{\alpha_2}{2}\right)\right] = 0. \quad (2.87)$$

Дискриминант  $D$  уравнения (2.87) определен равенством

$$D = 2(\alpha_1 - \alpha_2)(V_1^0 - V_2^0). \quad (2.88)$$

**B2.1)** Пусть выполняется строгое неравенство (2.65)

$$\alpha_1 - \alpha_2 < 0.$$

Дискриминант  $D$ , положителен. Следовательно, уравнение (2.87) имеет два действительных различных корня

$$t_{1,2} = \frac{(\alpha_1 - \alpha_2)t_{23} \pm \sqrt{D}}{(\alpha_1 - \alpha_2)}.$$

Рассмотрим разность

$$t_1 - t_{23} = \frac{(\alpha_1 - \alpha_2)t_{23} + \sqrt{D}}{\alpha_1 - \alpha_2} - t_{23} = \frac{\sqrt{D}}{\alpha_1 - \alpha_2} < 0,$$

то есть выполняется неравенство

$$t_1 < t_{23}, \quad (2.89)$$

следовательно, корень  $t_1 \notin (t_{23}, t_{1locm}^{(1)})$ , т.е. является посторонним. Разность

$$t_2 - t_{23} = \frac{(\alpha_1 - \alpha_2)t_{23} - \sqrt{D}}{\alpha_1 - \alpha_2} - t_{23} = \frac{-\sqrt{D}}{\alpha_1 - \alpha_2} > 0,$$

следовательно, выполняется неравенство

$$t_2 > t_{23}.$$

Теперь рассмотрим разность

$$t_2 - t_{1locm}^{(1)} = \frac{-\sqrt{D} - (\alpha_1 - \alpha_2)\sqrt{\frac{2V_1^0}{\alpha_1}}}{\alpha_1 - \alpha_2}. \quad (2.90)$$

Знак разности (2.90) зависит от знака выражения, стоящего в числителе.



**B2.1.1)** Пусть выполняется строгое неравенство

$$-\sqrt{D} - (\alpha_1 - \alpha_2) \sqrt{\frac{2V_1^0}{\alpha_1}} < 0. \quad (2.91)$$

Тогда разность (2.90) положительна, следовательно, выполняется неравенство

$$t_2 > t_{1locm}^{(1)}. \quad (2.92)$$

Так как выполняются неравенства (2.89) и (2.92) и коэффициент при  $t^2$  в выражении функции  $\Delta V(t)$  на полуинтервале  $(t_{23}, t_{1locm}^{(1)})$  положителен, то ветви параболы направлены вверх и, следовательно, для  $\forall t \in (t_{23}, t_{1locm}^{(1)}) \subset (t_1, t_2)$  выполняется неравенство

$$\Delta V(t) < 0.$$

Функция  $s(t)$  на полуинтервале времени  $(t_{23}, t_{1locm}^{(1)})$ , принимая отрицательные значения, строго монотонно убывает. При  $t = t_{1locm}^{(1)}$  выполняются неравенства (2.69)

$$\begin{cases} \Delta V(t_{1locm}^{(1)}) < 0; \\ s(t_{1locm}^{(1)}) < 0. \end{cases}$$

**B2.1.1.1)** Пусть выполняется строгое неравенство (2.70)

$$t_{1locm}^{(1)} < t_{2locm}^{(1)}.$$

Рассмотрим полуинтервал  $(t_{1locm}^{(1)}, t_{2locm}^{(1)})$ . Функция  $\Delta V(t)$  имеет вид (2.50)

$$\Delta V(t) = -V_2^0 + \frac{\alpha_2}{2} t_{23}^2 - \alpha_2 t_{23} t + \frac{\alpha_2}{2} t^2.$$

Рассмотрим уравнение

$$\Delta V(t) = -V_2^0 + \frac{\alpha_2}{2} t_{23}^2 - \alpha_2 t_{23} t + \frac{\alpha_2}{2} t^2 = 0.$$

Дискриминант данного уравнения

$$D = \alpha_2^2 t_{23}^2 - 2\alpha_2 \left( -V_2^0 + \frac{\alpha_2}{2} t_{23}^2 \right) = 2\alpha_2 V_2^0 > 0.$$

Так как дискриминант этого уравнения положителен, то уравнение имеет два действительных различных корня

$$t_{1,2} = \frac{\alpha_2 t_{23} \pm \sqrt{2\alpha_2 V_2^0}}{\alpha_2}.$$

Корень  $t_1$  удовлетворяет неравенству (2.73)

$$t_1 = \frac{\alpha t_{23} - \sqrt{2\alpha V_2^0}}{\alpha} = t_{23} - \sqrt{\frac{2V_2^0}{\alpha}} < t_{23} < t_{1ocm}^{(1)}$$

является посторонним, так как  $t_1 \notin (t_{1ocm}^{(1)}, t_{2ocm}^{(1)})$ .

Из равенства

$$t_2 = \frac{\alpha_2 t_{23} + \sqrt{2\alpha_2 V_2^0}}{\alpha_2} = t_{23} + \sqrt{\frac{2\alpha_2 V_2^0}{\alpha_2}} = t_{2ocm}^{(1)}$$

следует, что корень  $t_2$  является безопасным моментом касания на полуинтервале  $(t_{1ocm}^{(1)}, t_{2ocm}^{(1)})$ .

Так как коэффициент при  $t^2$  в выражении (2.49) положителен, то ветви параболы направлены вверх и, следовательно, при  $\forall t \in (t_1, t_2)$  функция  $\Delta V(t)$  принимает отрицательные значения. Из чего следует, что функция  $s(t)$  на интервале  $\forall t \in (t_{23}, t_{2ocm}^{(1)}) \subset (t_1, t_2 = t_{2ocm}^{(1)})$  принимает отрицательные значения и строго монотонно убывает. При  $t = t_{2ocm}^{(1)}$  выполняются условия

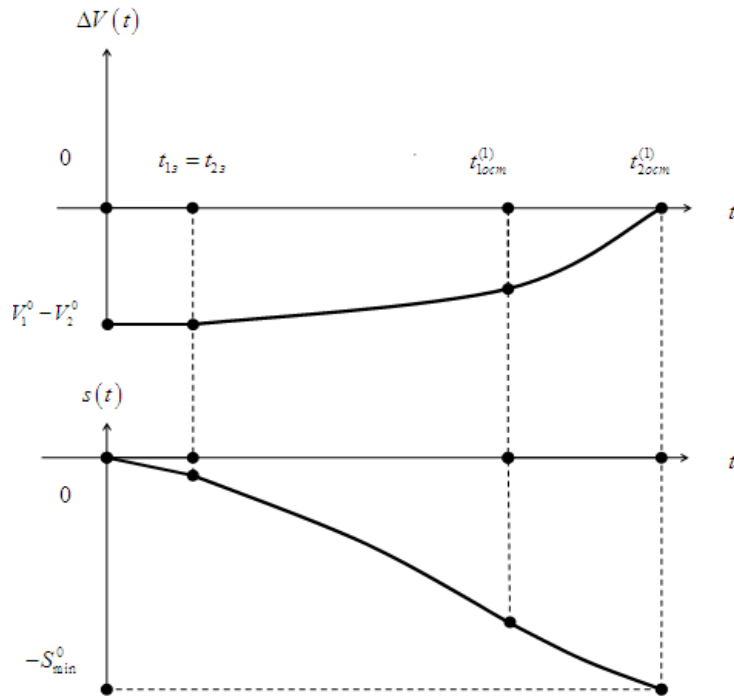
$$\begin{cases} \Delta V(t_{2ocm}^{(2)}) = 0; \\ s(t_{2ocm}^{(2)}) < 0. \end{cases}$$

Таким образом, получили, что при выполнении равенств (2.84) - (2.86) и неравенств (2.65) и (2.91) функция  $s(t)$  достигает отрицательного наименьшего значения при  $t = t_{2ocm}^{(1)}$ .

Минимально безопасное расстояние в этом случае определяется равенством

$$S_{\min}^0 = (V_2^0 - V_1^0)t_{13} + \frac{2}{3} \left[ V_2^0 \sqrt{\frac{2V_2^0}{\alpha_2}} - V_1^0 \sqrt{\frac{2V_1^0}{\alpha_1}} \right].$$

Графики функций  $\Delta V$  и  $s(t)$  изображены на рисунке 2.16.

Рисунок 2.16 – Графики функций  $\Delta V$  и  $s(t)$ 

**В2.1.1.2)** Пусть выполняется равенство (2.71)

$$t_{1locm}^{(1)} = t_{2ocm}^{(1)}.$$

В этом случае полуинтервал  $(t_{1locm}^{(1)}, t_{2ocm}^{(1)})$  в выражениях функций  $\Delta V$  и  $s(t)$  отсутствует, а функции имеют вид

$$\Delta V = \begin{cases} V_1^0 - V_2^0, & 0 \leq t \leq t_{13} = t_{23}; \\ \left[ (V_1^0 - V_2^0) - t_{23}^2 \left( \frac{\alpha_1}{2} - \frac{\alpha_2}{2} \right) \right] + t_{23} (\alpha_1 - \alpha_2) t - \left( \frac{\alpha_1}{2} - \frac{\alpha_2}{2} \right) t^2, & t_{13} = t_{23} < t \leq t_{1locm}^{(1)} = t_{2ocm}^{(1)}. \end{cases} \quad (2.93)$$

$$s(t) = \begin{cases} (V_1^0 - V_2^0) t & 0 < t < t_{13} = t_{23}; \\ t_{23}^3 \left( \frac{\alpha_1}{6} - \frac{\alpha_2}{6} \right) + \left[ (V_1^0 - V_2^0) - t_{23}^2 \left( \frac{\alpha_1}{2} - \frac{\alpha_2}{2} \right) \right] t + t_{23} \left( \frac{\alpha_1}{2} - \frac{\alpha_2}{2} \right) t^2 - \\ - \left( \frac{\alpha_1}{6} - \frac{\alpha_2}{6} \right) t^3 & t_{13} = t_{23} < t \leq t_{1locm}^{(1)} = t_{2ocm}^{(1)}. \end{cases} \quad (2.94)$$

Минимально безопасное расстояние в этом случае равно

$$S_{\min}^0 = (V_2^0 - V_1^0) \left[ t_{13} + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{2V_1^0}{\alpha_1}} \right].$$

Графики функций  $\Delta V$  и  $s(t)$  изображены на рисунке 2.17.

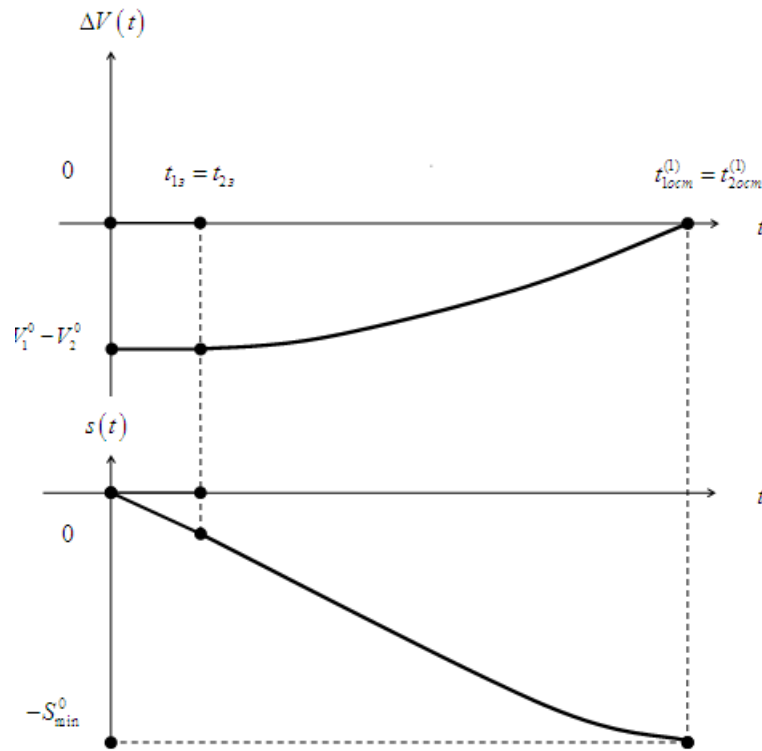


Рисунок 2.17

**В2.1.2)** Пусть выполняется равенство

$$-\sqrt{D} - (\alpha_1 - \alpha_2) \sqrt{\frac{2V_1^0}{\alpha_1}} = 0. \quad (2.95)$$

Тогда разность (2.44) равна нулю, следовательно, выполняется равенство

$$t_2 = t_{1ocm}^{(1)}. \quad (2.96)$$

Ветви параболы  $\Delta V(t)$  направлены вверх и для  $\forall t \in (t_{2s}, t_{1ocm}^{(1)}) \subset (t_1, t_2 = t_{1ocm}^{(1)})$  выполняется неравенство

$$\Delta V(t) < 0.$$

При  $t = t_{1ocm}^{(1)}$  выполняется равенство

$$\Delta V(t_{1ocm}^{(1)}) = 0. \quad (2.97)$$

**В2.1.2.1)** Пусть выполняется строгое неравенство (2.70)

$$t_{1ocm}^{(1)} < t_{2ocm}^{(1)}.$$

Рассмотрим полуинтервал  $(t_{1ocm}^{(1)}, t_{2ocm}^{(1)})$ . Функция  $\Delta V(t)$  имеет вид (2.50)

$$\Delta V(t) = -V_2^0 + \frac{\alpha_2}{2} t_{2s}^2 - \alpha_2 t_{2s} t + \frac{\alpha_2}{2} t^2.$$

Так как дискриминант  $D$  уравнения

$$\Delta V(t) = -V_2^0 + \frac{\alpha_2}{2} t_{23}^2 - \alpha_2 t_{23} t + \frac{\alpha_2}{2} t^2 = 0.$$

больше нуля, т.е.

$$D = \alpha_2^2 t_{23}^2 - 2\alpha_2 \left( -V_2^0 + \frac{\alpha_2}{2} t_{23}^2 \right) = 2\alpha_2 V_2^0 > 0. \quad (2.98)$$

то данное уравнение имеет два действительных, различных корня, которые удовлетворяют, как было показано ранее, условиям

$$t_1 = \frac{\alpha_2 t_{23} - \sqrt{2\alpha_2 V_2^0}}{\alpha_2} < t_{1ocm}^{(1)} < t_2 = \frac{\alpha_2 t_{23} + \sqrt{2\alpha_2 V_2^0}}{\alpha_2} = t_{23} + \sqrt{\frac{2V_2^0}{\alpha_2}} = t_{2ocm}^{(1)}$$

Так как коэффициент при  $t^2$  в выражении (2.98) положителен, то ветви параболы направлены вверх и, следовательно, при  $\forall t \in (t_1, t_2)$  функция  $\Delta V(t)$  принимает отрицательные значения т.е.

$$\Delta V(t) < 0. \quad (2.99)$$

Из чего следует, что функция  $s(t)$  на интервале  $\forall t \in (t_{1ocm}^{(1)}, t_{2ocm}^{(1)}) \subset (t_1, t_2 = t_{2ocm}^{(1)})$  принимает отрицательные значения и строго монотонно убывает. Но тогда

$$\lim_{t \rightarrow t_{1ocm}^{(1)} + 0} \Delta V(t) = \Delta V(t_{1ocm}^{(1)}) < 0,$$

что противоречит равенству (2.97).

Таким образом, получили, что при выполнении равенств (2.84) - (2.86) и неравенств (2.65) и (2.95) неравенство (2.70) выполняться не может.

График функции  $\Delta V(t)$  изображен на рисунке 2.18.

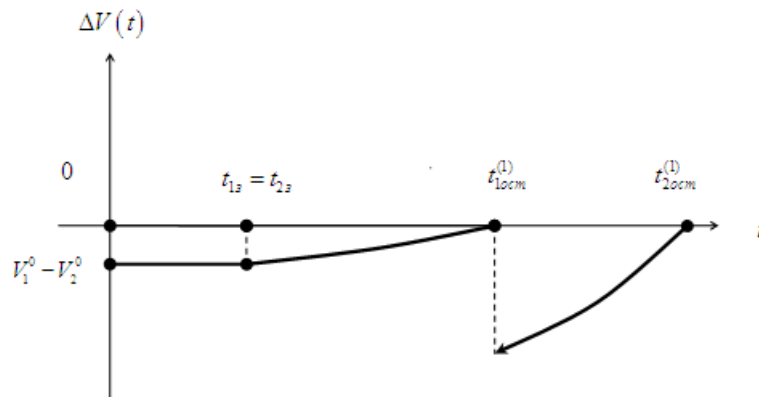


Рисунок 2.18 – График функции  $\Delta V(t)$

**В2.1.2.2)** Пусть выполняется равенство (2.71)

$$t_{1ocm}^{(1)} = t_{2ocm}^{(1)}.$$

В этом случае функции  $\Delta V(t)$  и  $s(t)$  имеют вид (2.93) и (2.94).

Функция  $s(t)$  в этом случае достигает отрицательного наименьшего значения при

$$t = t_{1ocm}^{(1)} = t_{2ocm}^{(1)}.$$

Минимально безопасное расстояние в этом случае равно

$$S_{\min}^0 = (V_2^0 - V_1^0) \left[ t_{1з} + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{2V_1^0}{\alpha_1}} \right].$$

Графики функций  $\Delta V$  и  $s(t)$  изображены на рисунке 2.19.

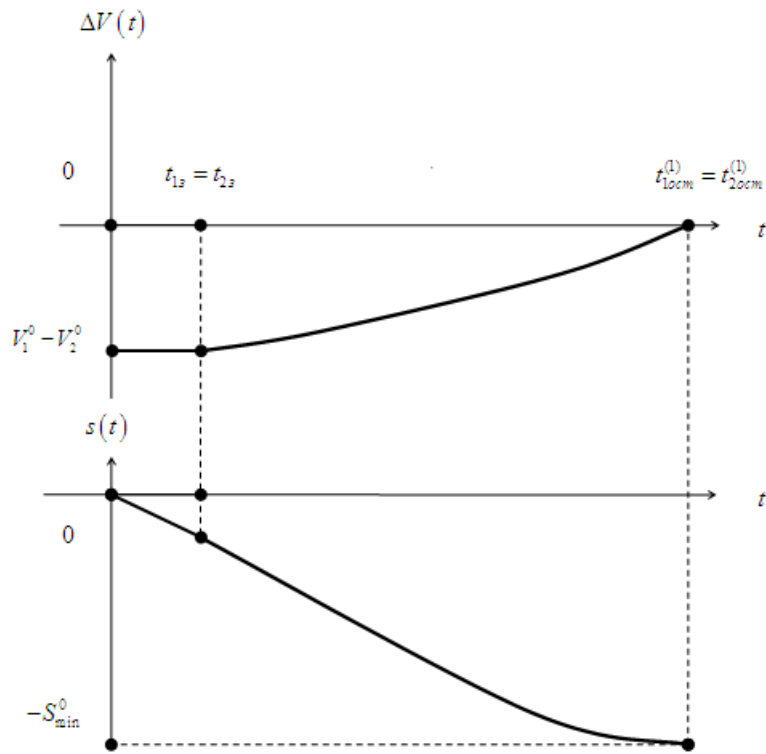


Рисунок 2.19 – Графики функций  $\Delta V$  и  $s(t)$

**B2.1.3)** Пусть выполняется строгое неравенство

$$-\sqrt{D} - (\alpha_1 - \alpha_2) \sqrt{\frac{2V_1^0}{\alpha_1}} > 0. \quad (2.100)$$

Тогда разность (2.89) отрицательна, следовательно, выполняется неравенство

$$t_2 < t_{1ocm}^{(1)}. \quad (2.101)$$

Так как выполняется неравенство

$$t_1 < t_{2з} < t_2 < t_{1ocm}^{(1)}, \quad (2.102)$$

и ветви параболы  $\Delta V(t)$  направлены вверх, то для  $\forall t \in (t_1, t_2)$  выполняется неравенство

$$\Delta V(t) < 0,$$

а для  $\forall t \in (-\infty, t_1) \cup (t_2, +\infty)$

$$\Delta V(t) > 0,$$

но тогда

$$\Delta V(t_{1ocm}^{(1)}) > 0. \quad (2.103)$$

**В2.1.3.1)** Пусть выполняется строгое неравенство (2.70)

$$t_{1ocm}^{(1)} < t_{2ocm}^{(1)}.$$

Рассмотрим полуинтервал  $(t_{1ocm}^{(1)}, t_{2ocm}^{(1)}]$ . Функция  $\Delta V(t)$  имеет вид (2.50)

$$\Delta V(t) = -V_2^0 + \frac{\alpha_2}{2} t_{23}^2 - \alpha_2 t_{23} t + \frac{\alpha_2}{2} t^2.$$

Так как дискриминант  $D$  уравнения

$$\Delta V(t) = -V_2^0 + \frac{\alpha_2}{2} t_{23}^2 - \alpha_2 t_{23} t + \frac{\alpha_2}{2} t^2 = 0$$

больше нуля, т.е.

$$D = \alpha_2^2 t_{23}^2 - 2\alpha_2 \left( -V_2^0 + \frac{\alpha_2}{2} t_{23}^2 \right) = 2\alpha_2 V_2^0 > 0,$$

то данное уравнение имеет два действительных, различных корня, которые удовлетворяют, как было показано ранее, условиям

$$t_1 = \frac{\alpha_2 t_{23} - \sqrt{2\alpha_2 V_2^0}}{\alpha_2} < t_{1ocm}^{(1)} < t_2 = \frac{\alpha_2 t_{23} + \sqrt{2\alpha_2 V_2^0}}{\alpha_2} = t_{23} + \sqrt{\frac{2V_2^0}{\alpha_2}} = t_{2ocm}^{(1)}$$

Так как коэффициент при  $t^2$  в выражении (2.98) положителен, то ветви параболы направлены вверх и, следовательно, при  $\forall t \in (t_1, t_2)$  функция  $\Delta V(t)$  принимает отрицательные значения, т.е. выполняется неравенство (2.99)

$$\Delta V(t) < 0.$$

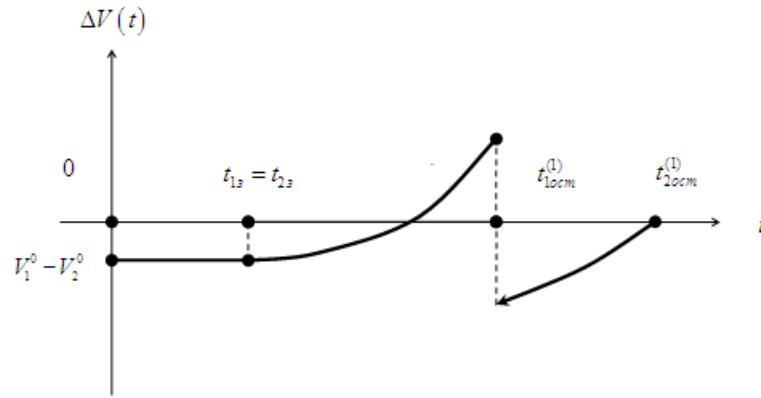
Тогда

$$\lim_{t \rightarrow t_{1ocm}^{(1)+0} } \Delta V(t) = \Delta V(t_{1ocm}^{(1)}) < 0,$$

что противоречит неравенству (2.103).

Полученное противоречие показывает, что при выполнении равенств (2.84) - (2.86) и неравенств (2.65) и (2.100) неравенство (2.70) выполняться не может.

График функции  $\Delta V(t)$  изображен на рисунке 2.20.

Рисунок 2.20- График функции  $\Delta V(t)$ 

**В2.1.3.2)** Пусть выполняется равенство (2.71)

$$t_{1ocm}^{(1)} = t_{2ocm}^{(1)}.$$

В этом случае полуинтервал  $(t_{1ocm}^{(1)}, t_{2ocm}^{(1)})$  в выражениях функций  $\Delta V$  и  $s(t)$  отсутствует, а функции имеют вид (2.93), (2.94).

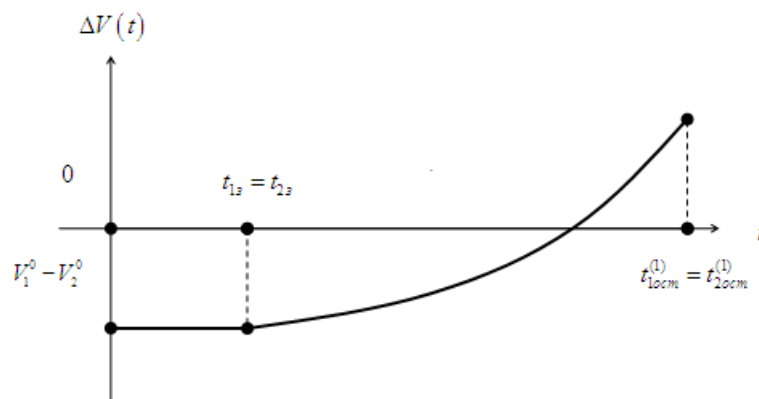
Из равенства (2.71) следует, что выполняется равенство

$$\Delta V(t_{1ocm}^{(1)} = t_{2ocm}^{(1)}) = 0,$$

но это противоречит неравенству (2.103).

Полученное противоречие показывает, что при выполнении равенств (2.84) - (2.86) и неравенств (2.65) и (2.100) неравенство (2.71) выполняться не может.

График функции  $\Delta V(t)$  изображен на рисунке 2.21.

Рисунок 2.21 – График функции  $\Delta V(t)$ 

**В2.2)** Пусть выполняется равенство (2.77)

$$\alpha_1 - \alpha_2 = 0.$$

В этом случае дискриминант



$$D = 0.$$

Уравнение (2.87) с учетом равенства (2.84) имеет единственный кратный действительный корень

$$t_{1,2} = t_{2,3}.$$

Но тогда

$$\lim_{t \rightarrow t_{2,3} + 0} \Delta V(t) = \Delta V(t_{2,3}) = 0,$$

что так же противоречит первому неравенству (2.61)

$$\begin{cases} \Delta V(t_{2,3}) < 0; \\ s(t_{2,3}) < 0. \end{cases}$$

График функции  $\Delta V(t)$  изображен на рисунке 2.22.

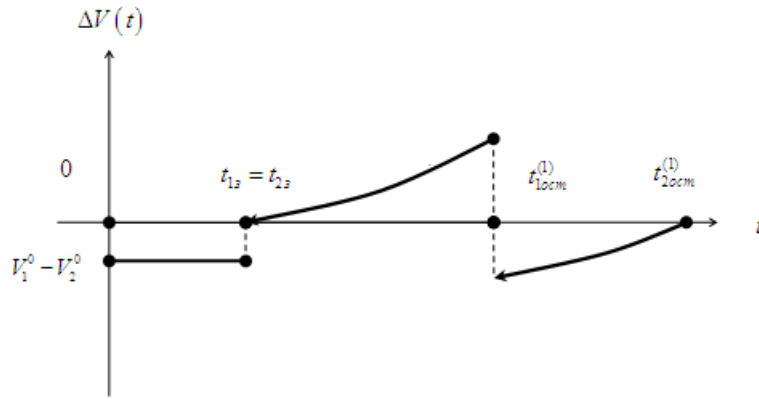


Рисунок 2.22 – График функции  $\Delta V(t)$

**В 2.3)** Пусть выполняется строгое неравенство (2.80)

$$\alpha_1 - \alpha_2 > 0.$$

В этом случае дискриминант

$$D < 0.$$

Уравнение (2.87) с учетом равенства (2.84) не имеет действительных корней.

Так как коэффициент при  $t^2$  в выражении функции  $\Delta V(t)$  на полуинтервале  $(t_{2,3}, t_{locm}^{(1)})$  отрицателен, то ветви параболы направлены вниз и для  $\forall t_1 \in (t_{2,3}, t_{locm}^{(1)}) \subset (t_1, t_2)$  выполняется неравенство

$$\Delta V(t) < 0.$$

Функция  $s(t)$ , принимая отрицательные значения, строго монотонно убывает на полуинтервале  $(t_{23}, t_{1ocm}^{(1)})$ . При  $t = t_{1ocm}^{(1)}$  выполняются неравенства (2.69)

$$\begin{cases} \Delta V(t_{1ocm}^{(1)}) < 0; \\ s(t_{1ocm}^{(1)}) < 0. \end{cases}$$

**В2.3.1)** Пусть в условиях (2.55) выполняется строгое неравенство (2.70)

$$t_{1ocm}^{(1)} < t_{2ocm}^{(1)}.$$

На полуинтервале  $(t_{1ocm}^{(1)}, t_{2ocm}^{(1)})$  функция  $\Delta V(t)$  имеет вид (2.50)

$$\Delta V(t) = -V_2^0 + \frac{\alpha}{2} t_{23}^2 - \alpha t_{23} t + \frac{\alpha}{2} t^2.$$

Рассмотрим уравнение

$$\Delta V(t) = -V_2^0 + \frac{\alpha}{2} t_{23}^2 - \alpha t_{23} t + \frac{\alpha}{2} t^2 = 0.$$

Дискриминант данного уравнения

$$D = \alpha^2 t_{23}^2 - 2\alpha \left( -V_2^0 + \frac{\alpha}{2} t_{23}^2 \right) = 2\alpha V_2^0 > 0.$$

Так как дискриминант этого уравнения положителен, то уравнение имеет два действительных различных корня

$$t_{1,2} = \frac{\alpha t_{23} \pm \sqrt{2\alpha V_2^0}}{\alpha}.$$

Корень  $t_1$  удовлетворяет неравенству (2.73)

$$t_1 = \frac{\alpha t_{23} - \sqrt{2\alpha V_2^0}}{\alpha} = t_{23} - \sqrt{\frac{2V_2^0}{\alpha}} < t_{23} < t_{1ocm}^{(1)}$$

является посторонним, так как  $t_1 \notin (t_{1ocm}^{(1)}, t_{2ocm}^{(1)})$ .

Из равенства

$$t_2 = \frac{\alpha t_{23} + \sqrt{2\alpha V_2^0}}{\alpha} = t_{23} + \sqrt{\frac{2V_2^0}{\alpha}} = t_{2ocm}^{(1)}$$

Таким образом, получили, что при выполнении условий (2.55), (2.84), (2.80) и неравенства (2.70) функция  $s(t)$ , принимая отрицательные значения, строго монотонно убывает на отрезке  $[0, t_{2ocm}^{(1)})$  и достигает отрицательного наименьшего значения при  $t = t_{2ocm}^{(1)}$ .

Минимально безопасное расстояние в этом случае определяется равенством

$$S_{\min}^0 = (V_2^0 - V_1^0)t_{23} + \frac{2}{3} \left[ V_2^0 \sqrt{\frac{2V_2^0}{\alpha_2}} - V_1^0 \sqrt{\frac{2V_1^0}{\alpha_1}} \right].$$

Графики функций  $\Delta V$  и  $s(t)$  изображены на рисунке 2.23.

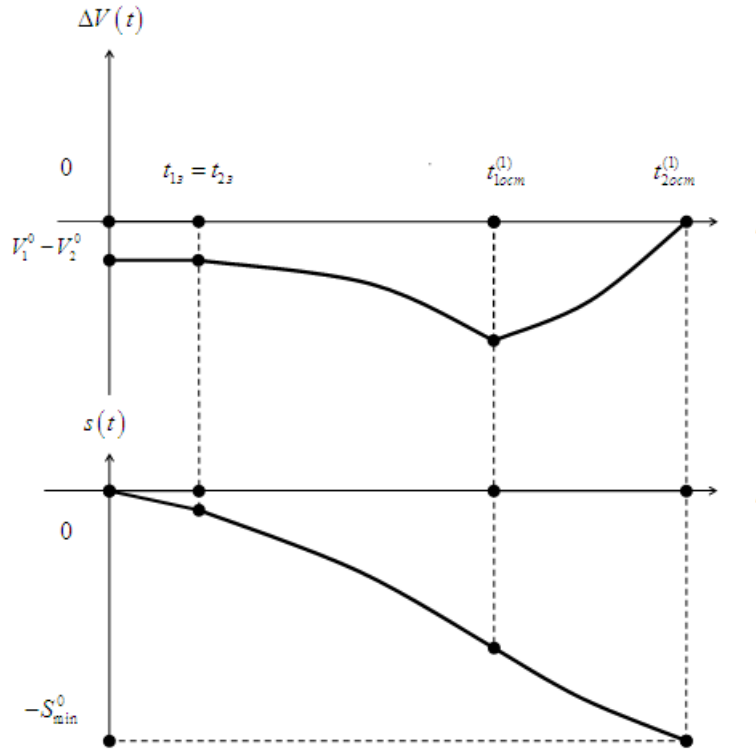


Рисунок 2.23- Графики функций  $\Delta V$  и  $s(t)$

**В2.3.2)** Пусть в условиях (2.559) выполняется равенство (2.71)

$$t_{locm}^{(1)} = t_{2ocm}^{(1)}.$$

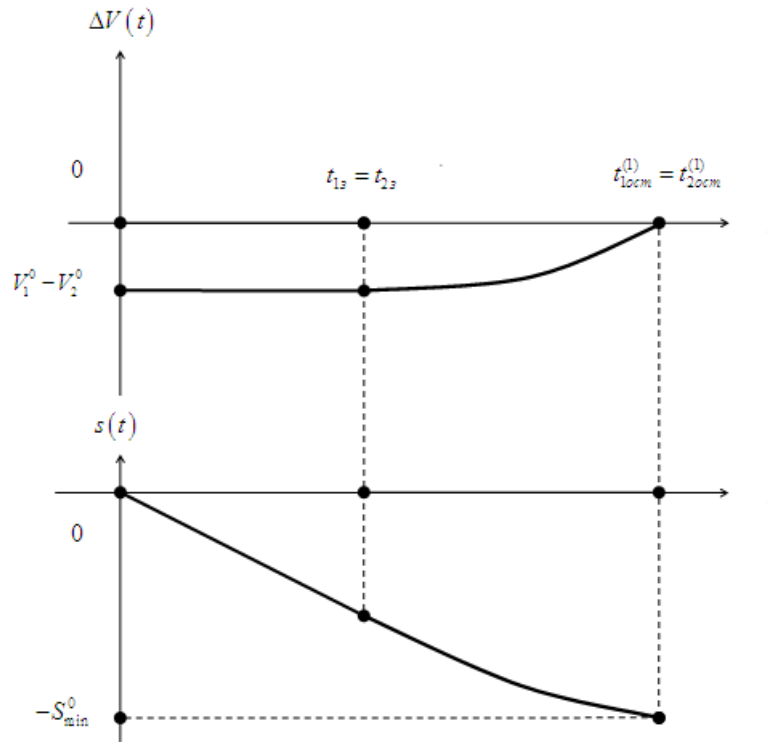
В этом случае полуинтервал  $(t_{locm}^{(1)}, t_{2ocm}^{(1)})$  в выражениях функций  $\Delta V$  и  $s(t)$  отсутствует.

При выполнении условий (2.55), (2.84), (2.80) и равенства (2.71) функция  $s(t)$ , принимая отрицательные значения, строго монотонно убывает на отрезке  $[0, t_{1ocm}^{(1)} = t_{2ocm}^{(1)}]$  и достигает отрицательного наименьшего значения при  $t = t_{1ocm}^{(1)} = t_{2ocm}^{(1)}$ .

Минимально безопасное расстояние в этом случае определяется равенством

$$S_{\min}^0 = (V_2^0 - V_1^0)t_{23} + \frac{2}{3} \left[ V_2^0 \sqrt{\frac{2V_2^0}{\alpha_2}} - V_1^0 \sqrt{\frac{2V_1^0}{\alpha_1}} \right].$$

Графики функций  $\Delta V$  и  $s(t)$  изображены на рисунке 2.24.

Рисунок 2.24 – Графики функций  $\Delta V$  и  $s(t)$ 

## 2.2 Нахождение минимально безопасного расстояния между автомобилями, движущимися в поворотных потоках на регулируемых пересечениях

### Пример 1

Пусть автомобили  $A_1$  и  $A_2$  имеют следующие параметры торможения:

- для автомобиля  $A_1$

$t_{1з} = 0,2 \text{ с}$  - время запаздывания срабатывания тормозного привода;

$t_{1нз} = 2 \text{ с}$  - время нарастания замедления;

$j_1 = 4,9 \text{ м/с}^2$  - замедление автомобиля.

- для автомобиля  $A_2$

$t_p = 1,0 \text{ с}$  - время реакции водителя;

$t_{2зн} = 0,3 \text{ с}$  - время запаздывания срабатывания тормозного привода;

$t_{2з} = t_p + t_{2зн} = 1,3 \text{ с}$ ;

$t_{2нз} = 3,0 \text{ с}$  - время нарастания замедления;

$j_2 = 5,6 \text{ м/с}^2$  - замедление автомобиля.

Неравенства (2.32), (2.33), (2.43) накладывают ограничения на величину скоростей автомобилей  $A_1$  и  $A_2$ .

Скорость автомобиля  $A_1$  должна удовлетворять неравенству

$$V_1^0 \leq \min \begin{cases} \frac{j_1}{2t_{1нз}} (t_{2з} - t_{1з})^2 = 1,48 \text{ м/с}; \\ \frac{j_1}{2} \times t_{1нз} = 4,9 \text{ м/с}, \end{cases}$$

т.е. скорость автомобиля

$$V_1 = 1,48 \text{ м/с} \quad (V_1 = 5,328 \text{ км/ч}).$$

Скорость автомобиля  $A_2$  должна удовлетворять неравенству

$$V_2^0 \leq \frac{j_2}{2} \times t_{2нз} = \frac{5,6}{2} \times 3 = 8,4 \text{ м/с}.$$

Для определенности будем считать, что скорости автомобилей равны:

- для автомобиля  $A_1$

$$V_1^0 = 1,2 \text{ м/с} \quad (V_1^0 = 4,32 \text{ км/ч})$$

- для автомобиля  $A_2$

$$V_2^0 = 5,0 \text{ м/с} \quad (V_2^0 = 18 \text{ км/ч}).$$

Учитывая значения параметров торможения и скоростей автомобилей  $A_1$  и  $A_2$  запишем выражения функций  $\Delta V(t)$  и  $s(t) = \Delta S(t) - S^0$ , где функции  $\Delta V(t)$  и  $s(t)$  определены равенствами (2.44) и (2.45) на отрезке времени  $[0, t_{2осм}^{(1)}]$ .

$$\Delta V = \begin{cases} -3,8, & 0 \leq t \leq 0,2; \\ -3,849 + 0,49 \times t - 1,225 \times t^2, & 0,2 < t \leq 1,179; \\ -5, & 1,179 < t \leq 1,3; \\ -3,422 - 2,428 \times t + 0,936 \times t^2, & 1,3 < t \leq 3,614 \end{cases} \quad (2.104)$$

$$s(t) = \begin{cases} -3,8 \times t, & 0 \leq t \leq 0,2; \\ 0,003 - 3,849 \times t + 0,245 \times t^2 - 0,408 \times t^3, & 0,2 < t \leq 1,179; \\ 1,032 - 5 \times t, & 1,179 < t \leq 1,3; \\ 0,348 - 3,422 \times t - 1,214 \times t^2 + 0,312 \times t^3, & 1,3 < t \leq 3,614. \end{cases} \quad (2.105)$$

На отрезке времени  $[0, 2]$  безопасных моментов касания нет. Функция

$$\Delta V(t) = -3,8 < 0$$

принимает на этом отрезке времени отрицательные значения, а функция  $s(t)$ , принимая отрицательные значения, строго монотонно убывает. При  $t = t_{1,3}$  выполняются неравенства

$$\begin{cases} \Delta V(0,2) = -3,8 < 0; \\ s(0,2) = -0,76 < 0. \end{cases}$$

На полуинтервале  $(0,2;1,179]$  функция  $\Delta V(t)$  имеет вид

$$\Delta V(t) = -1,225 \times t^2 + 0,49 \times t - 3,849.$$

Моменты времени  $t_{1,2}$ , подозрительные на безопасный момент касания на полуинтервале  $(0,2;1,179]$  являются решениями уравнения

$$\Delta V(t) = 1,225 \times t^2 - 0,49 \times t + 3,849 = 0. \quad (2.106)$$

Определим дискриминант уравнения (2.106)

$$D = 0,24 - 4 \times 1,225 \times 3,849 = -18,62 < 0.$$

Отсюда следует, что уравнение (2.106) действительных корней не имеет, ветви параболы направлены вниз и, следовательно,  $\Delta V(t) < 0$  для  $\forall t \in (0,2;1,179]$ . Функция  $s(t)$ , принимая отрицательные значения, строго монотонно убывает на полуинтервале  $(0,2;1,179]$ . При  $t = t_{1,ocm}^{(1)} = 1,179$  выполняются неравенства

$$\begin{cases} \Delta V(1,179) = -4,974 < 0; \\ s(1,179) = -4,863 < 0. \end{cases} \quad (2.107)$$

**A1)** Пусть в неравенствах (2.43) выполняется строгое неравенство

$$t_{1,ocm}^{(1)} = 1,179 < t_{2,3} = 1,3 \quad (2.108)$$

На полуинтервале  $(1,179;1,3]$  функция  $\Delta V(t)$  имеет вид

$$\Delta V(t) = -V_2^0 = -5 < 0$$

для  $\forall t \in (1,179;1,3]$ . Функция  $s(t)$ , принимая в силу неравенств (2.47) отрицательные значения, строго монотонно убывает на полуинтервале  $(1,179;1,3]$ . При  $t = t_{2,3} = 1,3$  выполняются неравенства

$$\begin{cases} \Delta V(1,3) = -5 < 0; \\ s(1,3) = -5,468 < 0. \end{cases}$$

На полуинтервале  $(1,3;3,614]$  функция  $\Delta V(t)$  имеет вид

$$\Delta V(t) = -3,422 - 2,428 \times t + 0,936 \times t^2. \quad (2.109)$$

Моменты времени подозрительные на безопасный момент касания являются корнями уравнения

$$\Delta V(t) = -3,422 - 2,428 \times t + 0,936 \times t^2 = 0. \quad (2.110)$$

Вычислим дискриминант данного уравнения

$$D = (2,428)^2 + 4 \times 0,936 \times 3,422 = 5,895 + 12,812 = 18,707 > 0.$$

Так как дискриминант уравнения (2.110) положителен, то уравнение имеет два действительных различных корня

$$t_{1,2} = \frac{2,428 \pm \sqrt{18,707}}{1,872}.$$

Корень

$$t_1 = \frac{2,428 - \sqrt{18,707}}{1,872} = -1,013 < 0$$

посторонний, так как  $t_1 \notin (1,3; 3,614]$ .

Из равенства

$$t_2 = 3,61 \approx t_{2ocm}^{(1)} = 3,614$$

следует, что корень  $t_2$  является безопасным моментом касания на полуинтервале  $(1,3; 3,14]$ .

Так как коэффициент при  $t^2$  в выражении (2.49) положителен, то ветви параболы направлены вверх и, следовательно, при  $\forall t \in (t_1, t_2)$  функция  $\Delta V(t)$  принимает отрицательные значения. Из чего следует, что функция  $s(t)$  на интервале  $\forall t \in (t_{23}, t_{2ocm}^{(1)}) \subset (t_1, t_2 = t_{2ocm}^{(1)})$  принимает отрицательные значения и строго монотонно убывает. При  $t = t_{2ocm}^{(1)}$  выполняются неравенства

$$\begin{cases} \Delta V(3,14) = 0; \\ s(3,14) < 0. \end{cases}$$

Таким образом, получили, что при выполнении условий (2.43) и неравенств (2.108) функция  $s(t)$ , принимая отрицательные значения, строго монотонно убывает на отрезке  $[0, t_{2ocm}^{(1)}]$  и достигает отрицательного наименьшего значения при  $t = 3,14$ .

Минимально безопасное расстояние в этом случае определяется равенством

$$\begin{aligned} S_{\min}^0 &= (V_2^0 t_{23} - V_1^0 t_{13}) + \frac{2}{3} \left[ V_2^0 \sqrt{\frac{2V_2^0}{\alpha_2}} - V_1^0 \sqrt{\frac{2V_1^0}{\alpha_1}} \right] = \\ &= (5 \times 1,3 - 1,2 \times 0,2) + \frac{2}{3} \left[ 5 \times \sqrt{\frac{2 \times 5}{1,867}} - 1,2 \times \sqrt{\frac{2 \times 1,2}{2,45}} \right] = 13,183 \text{ м} \end{aligned}$$

**Пример 2**

В) Пусть выполняются неравенства

$$0 < t_{1зп} \leq t_{2з} < t_{1ост}^{(1)} < t_{2ост}^{(1)}. \quad (2.111)$$

Параметры торможения автомобилей  $A_1$  и  $A_2$  возьмем те же, что и в предыдущем примере, а величины скоростей  $V_1^0$  и  $V_2^0$  выберем так, чтобы выполнялись неравенства (2.111).

Из неравенств (2.32) и (2.111) следует, что скорость  $V_1^0$  автомобиля  $A_1$  должна удовлетворять неравенствам

$$\frac{\alpha_1}{2} (t_{2з} - t_{1з})^2 < V_1^0 < \frac{j_1}{2} t_{1з}$$

Подставляя параметры торможения автомобиля  $A_1$  в предыдущие неравенства, получим неравенство

$$1,482 < V_1^0 < 4,9.$$

В дальнейшем будем считать, что скорости автомобилей  $A_1$  и  $A_2$  в момент возникновения опасности для движения автомобиля  $A_2$  будут равны:

для  $A_1$

$$V_1^0 = 4 \text{ м/с} \quad (14,4 \text{ км/ч});$$

для  $A_2$

$$V_2^0 = 5 \text{ м/с} \quad (18, \text{ км/ч}).$$

Проверим, выполняется ли при выбранных скоростях неравенство

$$t_{1ост}^{(1)} < t_{2ост}^{(1)}. \quad (2.112)$$

Время движения автомобиля  $A_1$  до полной остановки при скорости  $V_1^0 = 4 \text{ м/с}$  составит

$$t_{1ост}^{(1)} = t_{1з} + \sqrt{\frac{2V_1^0}{\alpha_1}} = 0,2 + \sqrt{\frac{2 \times 4}{2,45}} = 2,007 \text{ с}. \quad (2.113)$$

Время движения автомобиля  $A_2$  до полной остановки при скорости  $V_2^0 = 5 \text{ м/с}$  составит

$$t_{2ост}^{(1)} = t_{2з} + \sqrt{\frac{2V_2^0}{\alpha_2}} = 1,3 + \sqrt{\frac{2 \times 5}{1,867}} = 3,614 \text{ с}. \quad (2.114)$$

Сравнивая равенства (2.113) и (2.114), видим, что неравенство (2.112) выполняется.

Учитывая значения параметров торможения и скоростей автомобилей  $A_1$  и  $A_2$  запишем выражения функций  $\Delta V(t)$  и  $s(t) = \Delta S(t) - S^0$ , где функции  $\Delta V(t)$  и  $s(t)$  определены равенствами (2.44) и (2.45) на отрезке времени  $[0, t_{2ост}^{(1)}]$ .



$$\Delta V = \begin{cases} -1, & 0 \leq t \leq 0,2; \\ -3,07 + 0,49 \times t - 1,225 \times t^2, & 0,2 < t \leq 1,3; \\ 0,529 - 1,937 \times t - 0,292 \times t^2, & 1,3 < t \leq 2,007; \\ -3,422 - 2,427 \times t + 0,934 \times t^2, & 2,007 < t \leq 3,614 \end{cases} \quad (2.115)$$

$$s(t) = \begin{cases} -t, & 0 \leq t \leq 0,2; \\ 0,003 - 0,049 \times t + 0,245 \times t^2 - 0,408 \times t^3, & 0,2 < t \leq 1,3; \\ -0,668 + 0,529 \times t - 0,969 \times t^2 - 0,097 \times t^3, & 1,3 < t \leq 2,007; \\ 5,503 - 3,422 \times t - 1,234 \times t^2 + 0,311 \times t^3, & 2,007 < t \leq 3,614. \end{cases} \quad 2.116)$$

На отрезке времени  $[0; 0,2]$  безопасных моментов касания нет. Функция

$$\Delta V(t) = V_1^0 - V_2^0 = 4 - 5 = -1 < 0$$

принимает на этом отрезке времени отрицательные значения, а функция  $s(t)$ , принимая отрицательные значения, строго монотонно убывает. При  $t = t_{1,3} = 0,2$  с выполняются неравенства

$$\begin{cases} \Delta V(0,2) = -1 < 0; \\ s(0,2) = -0,2 < 0. \end{cases}$$

**В1)** Пусть в условиях (2.55) выполняется строгое неравенство

$$0 < t_{1,3} = 0,2 < t_{2,3} = 1,3. \quad (2.117)$$

На полуинтервале  $(0,2; 1,3]$  функция  $\Delta V(t)$  имеет вид

$$\Delta V(t) = -1,225 \times t^2 + 0,49 \times t - 3,07.$$

Моменты времени  $t_{1,2}$ , подозрительные на безопасный момент касания на полуинтервале  $(t_{1,3}, t_{1,3}^{(1)}]$  являются решениями уравнения

$$\Delta V(t) = -1,225 \times t^2 + 0,49 \times t - 3,07 = 0. \quad (2.118)$$

Определим дискриминант уравнения (2.118)

$$D = \alpha_1^2 t_{1,3}^2 + 2\alpha_1(V_1^0 - V_2^0 - \frac{\alpha_1}{2} t_{1,3}^2) = 2\alpha_1(V_1^0 - V_2^0) = 2 \times 2,45 \times (-1) = -4,9 < 0.$$

Отсюда следует, что уравнение (2.118) действительных корней не имеет, ветви параболы направлены вниз и, следовательно,  $\Delta V(t) < 0$  для  $\forall t \in (0,2; 1,3]$ . Функция  $s(t)$ , принимая отрицательные значения, строго монотонно убывает на полуинтервале  $(0,2; 1,3]$ . При  $t = t_{2,3} = 1,3$  выполняются неравенства

$$\begin{cases} \Delta V(1,3) = -4,503 < 0; \\ s(t_{2,3}) = -0,543 < 0. \end{cases} \quad (2.119)$$

На полуинтервале  $(1,3; 2,007]$  функция  $\Delta V(t)$  имеет вид

$$\begin{aligned} \Delta V(t) &= -\left(\frac{\alpha_1}{2} - \frac{\alpha_2}{2}\right)t^2 + (\alpha_1 t_{1,3} - \alpha_2 t_{2,3})t + \left[ (V_1^0 - V_2^0) - \left(\frac{\alpha_1}{2} t_{1,3}^2 - \frac{\alpha_2}{2} t_{2,3}^2\right) \right] = \\ &= 0,292 \times t^2 - 1,937 \times t + 0,529 \end{aligned} \quad (2.120)$$

Моменты времени  $t_{1,2}$ , подозрительные на безопасный момент касания на полуинтервале  $(1,3; 2,007]$  являются решениями уравнения

$$0,292 \times t^2 - 1,937 \times t - 0,529 = 0. \quad (2.121)$$

Вычислим дискриминант  $D$  уравнения (2.121)

$$D = \alpha_1 \alpha_2 (t_{2,3} - t_{1,3})^2 + 2(\alpha_1 - \alpha_2)(V_1^0 - V_2^0). \quad (2.122)$$

**В1.3)** Выполняется строгое неравенство

$$\alpha_1 - \alpha_2 = 2,45 - 1,867 = 0,59 > 0. \quad (2.123)$$

Дискриминант  $D$  уравнения (2.121) определён равенством

$$D = \alpha_1 \alpha_2 (t_{2,3} - t_{1,3})^2 + 2(\alpha_1 - \alpha_2)(V_1^0 - V_2^0). \quad (2.124)$$

Вычислим (2.124) дискриминант уравнения (2.121)

$$D = \alpha_1 \alpha_2 (t_{2,3} - t_{1,3})^2 + 2(\alpha_1 - \alpha_2)(V_1^0 - V_2^0) = 2,45 \times 1,867 \times 1,21 - 2(2,45 - 1,867) = 4,369 > 0$$

**В1.3.1)** Следовательно, выполняется строгое неравенство

$$D = \alpha_1 \alpha_2 (t_{2,3} - t_{1,3})^2 + 2(\alpha_1 - \alpha_2)\Delta V = 4,369 > 0. \quad (2.125)$$

В этом случае уравнение (2.121) имеет два действительных различных корня

$$t_{1,2} = \frac{(\alpha_1 t_{1,3} - \alpha_2 t_{2,3}) \pm \sqrt{D}}{(\alpha_1 - \alpha_2)} = \frac{2,45 \times 0,2 - 1,867 \times 1,3 \pm \sqrt{4,369}}{0,583} = \frac{-1,937 \pm 2,09}{0,583}.$$

Корень

$$t_1 = \frac{-1,937 - 2,09}{0,583} = 6,907$$

является посторонним, т.к.  $t_1 < 0$ .

Корень

$$t_2 = \frac{-1,937 + 2,09}{0,583} = 0,262$$

удовлетворяет неравенству

$$t_2 = 0,262 > t_{locm}^{(1)} = 2,007,$$

следовательно, он не принадлежит полуинтервалу  $(1,3; 2,007]$ . Значит, на этом полуинтервале безопасных моментов касания нет.

Так как коэффициент при  $t^2$  в выражении функции  $\Delta V(t)$  на  $(1,3; 2,007]$  положителен, то ветви параболы направлены вверх. Следовательно, функция  $\Delta V(t)$  при  $t_1 < t_{23} \leq t \leq t_{locm}^{(1)} < t_2$  принимает отрицательные значения. Функция  $s(t)$ , принимая в силу неравенств (2.119) отрицательные значения, строго монотонно убывает.

При  $t = t_{locm}^{(1)} = 2,007$  выполняются неравенства

$$\begin{cases} \Delta V(2,007) = -4,535 < 0; \\ s(t_{23}) = -4,93 < 0. \end{cases} \quad (2.126)$$

Рассмотрим полуинтервал  $(2,007; 3,614]$ . На полуинтервале  $(1,3; 2,007]$  функция  $\Delta V(t)$  имеет вид

$$\Delta V(t) = 0,934 \times t^2 - 2,427 \times t - 3,422.$$

Моменты времени подозрительные на безопасный момент касания являются корнями уравнения

$$\Delta V(t) = 0,934 \times t^2 - 2,427 \times t - 3,422 = 0. \quad (2.127)$$

Вычислим дискриминант уравнения (2.127)

$$D = (2,427)^2 + 4 \times 0,934 \times 3,422 = 18,614 > 0.$$

Так как дискриминант уравнения (2.127) положителен, то уравнение имеет два действительных различных корня

$$t_{1,2} = \frac{2,427 \pm \sqrt{18,614}}{2 \times 0,934} = \frac{2,427 \pm 4,314}{1,868}.$$

Корень

$$t_1 = \frac{2,427 - 4,314}{1,868} = -1,01$$

посторонний, так как  $t_1 = -1,01 < 0 < t_{locm}^{(1)}$  и, следовательно, не принадлежит полуинтервалу  $(2,007; 3,614]$ .

Корень  $t_2$  равен

$$t_2 = \frac{2,427 + 4,314}{1,868} \approx 3,614,$$

т.е. выполняется равенство  $t_2 = t_{2ocm}^{(1)} = 3,614$ , следовательно, корень  $t_2$  является безопасным моментом касания на полуинтервале  $(2,007; 3,614]$ .

Так как коэффициент при  $t^2$  в выражении функции  $\Delta V(t)$  на полуинтервале  $(2,007; 3,614]$  положителен, то ветви параболы направлены вверх. Следовательно, функция  $\Delta V(t)$  при  $t \in (2,007; 3,614) \subset (2,007; 3,614]$  принимает отрицательные значения. Функция  $s(t)$  принимая в силу неравенств (2.126) отрицательные значения строго монотонно убывает.

Таким образом, получили, что функция  $s(t)$  принимает наименьшее отрицательное значение при  $t_2 = t_{2ocm}^{(1)} = 3,614$ , следовательно,

$$S_{\min}^0 = -s(3,614) = 8,3 \text{ м}.$$

### Выводы по второй главе

Безаварийное движение транспортных средств возможно, если расстояние между ними (дистанция) таково, что даст возможность остановиться второму автомобилю  $A_2$  без столкновения при любой динамике движения первого автомобиля  $A_1$ . Такое расстояние между автомобилями будет называться минимально безопасным расстоянием.

В используемых в настоящее время методах расчета величины безопасной дистанции между автомобилями при торможении принимается замедление автомобиля, равного половине величины максимального замедления [30, 84].

В разработанной математической модели рассмотрены все возможные случаи движения следующих друг за другом двух автомобилей с минимально безопасным расстоянием, которое обеспечит исключение столкновения при резком торможении впереди идущего транспортного средства. Считается, что замедление автомобилей изменяется по линейному закону на промежутке времени нарастания замедления.

Существующие математические модели движения транспортных средств не точно определяют дистанцию между автомобилями, обеспечивающую безопасность дорожного движения.

Предложенная математическая модель движения транспортных средств на пересечении позволяет находить минимально безопасное расстояние между ними в общем виде. Так, например, в частном случае при скорости  $V_1=4$  м/с, с которой довольно часто движутся автомобили в

поворотных потоках на регулируемых пересечениях, минимально безопасное расстояние равно

$$S_{\min}^0 = 8,3 \text{ м} .$$

### **ГЛАВА 3. РАЗРАБОТКА МЕТОДИКИ ОБЕСПЕЧЕНИЯ БЕЗОПАСНОСТИ ДОРОЖНОГО ДВИЖЕНИЯ НА РЕГУЛИРУЕМЫХ ПЕРЕСЕЧЕНИЯХ ПРИ НАЛИЧИИ ПОВОРОТНЫХ ПОТОКОВ С УЧЕТОМ ПОЛУЧЕННОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДВИЖЕНИЯ ТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ**

Во всех существующих методиках после проведения натурных исследований на пересечении и принятии вывода о необходимости ввода светофорного регулирования основной задачей является расчет длительности светофорного цикла на пересечении.

В разработку существующих методик расчета длительности светофорного цикла на пересечениях и их совершенствование внесли вклад многие отечественные и зарубежные ученые и специалисты в области организации движения: Поляков А.А., Вебстер Ф., Владимиров В.А., Кременец Ю.А., Печерский М.П., Афанасьев М.Б., Бренстон Д., Лобанов Е.М., Шелков Ю.Д., Зырянов В.В., Левашев А.Г., Михайлов А.Ю., Плотников А.М., Пугачев И.Н., Лихачев Д.В. и др. [27, 28, 29, 34, 48, 52, 53, 80, 81, 87, 90, 96, 97, 98, 99, 101, 102, 109, 110, 116].

Все указанные выше авторы исходили из практически одинаковой последовательности выполнения вычислений при определении конкретного значения длительности светофорного цикла на пересечении.

Методика обеспечения безопасности дорожного движения на регулируемых пересечениях при наличии поворотных потоков предусматривает несколько этапов ее выполнения. На первом этапе выполняются расчеты длительности светофорного цикла, изложенные в работе Кременца Ю.А., Печерского М.П., Афанасьева М.Б [45]. Схематично длительность светофорного цикла определяется в следующей последовательности (рисунок 3.1).

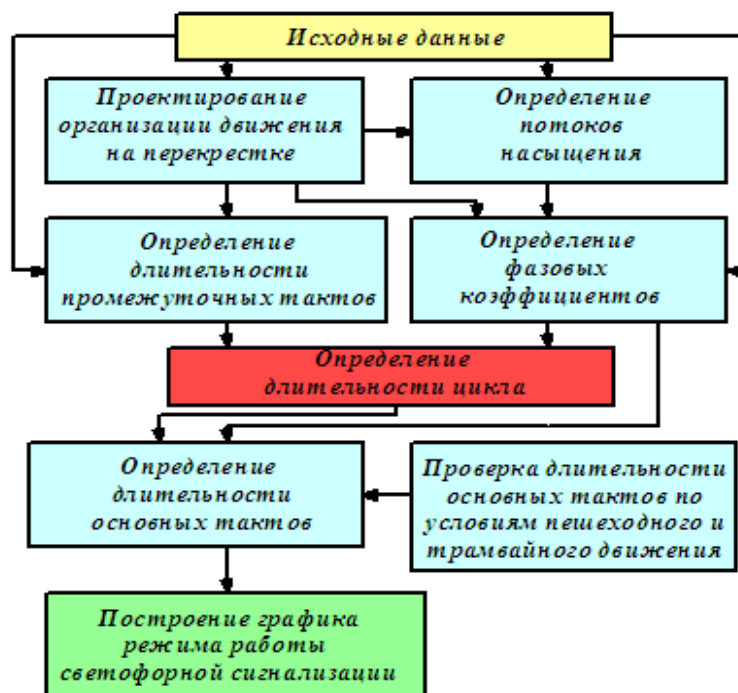


Рисунок 3.1 – Последовательность расчета длительности цикла и его элементов

### 3.1 Существующий расчет длительности светофорного цикла и его элементов на пересечении

Начальным этапом расчета светофорного цикла является определение характеристик пересечения, которые влияют на результаты вычислений. К ним относятся: ширина проезжей части, число и ширина полос в каждом направлении движения, ширина разделительных полос, ширина тротуаров и радиусы их закругления, продольные уклоны дороги на подходах к перекрестку, интенсивность движения транспортных и пешеходных потоков при движении в час «пик», состав транспортных потоков, средняя скорость движения транспортных средств на подходах и в зоне перекрестка [55, 56, 61, 62, 63, 73, 74].

Перед тем, как приступить к определению длительности светофорного цикла, необходимо разработать пофазный разъезд транспортных и пешеходных потоков, определить количество фаз, учитывая принципы пофазного разъезда. Число основных и промежуточных тактов регулирования равно количеству фаз, определяемому при формировании пофазного разъезда на перекрестке. Значение цикла светофорной сигнализации соразмерно фазовому коэффициенту. Конкретное его значение равно максимальному отношению приведенной интенсивности движения к потоку насыщения для различных направлений в данной фазе регулирования. Промежуточные такты зависят от геометрических характеристик перекрестка и скорости движения

автомобилей в его зоне. Основные такты являются составной частью цикла светофорной сигнализации.

Исходя из результатов натурного экспериментальных исследований при условии достаточного количества транспортных средств в очереди перед пересечением рассчитывается поток насыщения для всех направлений фаз регулирования. Порядок определения потока насыщения изложен в методике [45]. Количественная оценка величины потока насыщения может быть разной в зависимости от: количества полос движения и их ширины; продольного уклона на подходах к перекрестку; состояния дорожного покрытия; видимости перекрестка водителем; наличия в зоне перекрестка пешеходов и т.д. Указанные выше факторы говорят о том, что он должен определяться для каждого конкретного перекрестка экспериментально по методике [45].

Определив фактическое количество транспортных средств, проходящих через сечение дороги за единицу времени на подходах к перекрестку, сравниваем эти значения с потоками насыщения. После этого определяют величину цикла светофорного регулирования и длительность разрешающих сигналов. Последовательность их определения изложена в трудах авторов [43, 44, 45, 65, 77], занимающихся организацией дорожного движения, и в общем виде представлена ниже.

Указанная методика экспериментального определения потока насыщения очень трудоемкая и она не применяется для впервые организуемых пересечений. Вследствие этого на практике поток насыщения рассчитывается по приближенному методу. Кратко основные этапы которого представлены ниже.

На горизонтальных участках дороги при прямолинейном движении поток насыщения определяется по зависимости, полученной опытным путем. Она учитывает ширину проезжей части, по которой движутся автомобили в указанном направлении рассчитываемой фазы регулирования:

$$M_{ij\text{прям}} = 525B_{ПЧ} , \quad (3.1)$$

где  $M_{ij\text{прям}}$  – поток насыщения, ед./час;

$B_{ПЧ}$  – ширина проезжей части в данном направлении данной фазы, м;

$i$  и  $j$  – соответственно номер фазы и номер направления.

Указанную зависимость (3.1) можно использовать при значениях ширины проезжей части больше или равной 5,4 м и меньше или равной 18 м. Если на подходе к пересечению несколько полос движения, то поток насыщения рассчитывается по указанной зависимости отдельно для каждой полосы движения. Если на подходе к перекрестку участок улично-дорожной сети не горизонтальный, то при определении потока насыщения учитывается величина продольного



уклона дороги. Каждый процент уклона на подъеме снижает (на спуске – увеличивает) поток насыщения на 3 процента. При проведении вычислений величину уклона определяют на отрезке, находящемся на расстоянии шестьдесят метров от стоп-линии в направлении перекрестка.

При движении транспортных средств с одной и той же полосы движения в разных направлениях и если соблюдается условие, что поворотные потоки составляют более 10 % от общей интенсивности движения в расчётном направлении данной фазы, поток насыщения, полученный по формуле (3.1), корректируют:

$$M_{nij} = M_{nij\text{прям}} \frac{100}{a + 1,75b + 1,25c}, \quad (3.2)$$

где  $a$ ,  $b$  и  $c$  – интенсивность движения транспортных средств соответственно прямо, налево и направо в процентах от общей интенсивности в рассматриваемом направлении данной фазы регулирования.

Поворотные потоки препятствуют движению основного потока в прямом направлении и изменяют величину потока насыщения, следствием чего является необходимость его изменения.

Если расчеты потока насыщения проводятся для поворотных направлений, где транспортные средства движутся по специально выделенным полосам, поток насыщения определяется в зависимости от радиуса поворота  $R$ :

- для одноподрядного движения

$$M_{nij\text{пов}} = \frac{1800}{1 + \frac{1,525}{R}}, \quad (3.3)$$

- для двухрядного движения

$$M_{nij\text{пов}} = \frac{3000}{1 + \frac{1,525}{R}}. \quad (3.4)$$

Радиус поворота определяется по проектной документации, либо путем проведения натуральных измерений. Если на проезжей части несколько полос движения, то в формулу (3.4) подставляют средние значения радиуса.

В случае если выявляются неучтенные факторы, которые могут влиять на величину потока насыщения, то их учитывают с помощью поправочных коэффициентов. Величины поправочных устанавливаются такие, что в результате условия движения на перекрестке подразделяются на три группы: хорошие, средние и плохие (таблица 3.1). Таким образом, величина потока насыщения будет изменена в зависимости от того, какие условия движения наблюдаются на пе-

рекрестке. Поправочный коэффициент используют в качестве множителя для величины потока насыщения, определенного по формулам (3.1-3.4).

Таблица 3.1 – Поправочные коэффициенты, отражающие условия движения на перекрестке

Условия движения	Описание условий	Поправочный коэффициент
Хорошие	Отсутствует влияние пешеходов и стоящих автомобилей. Хороший обзор, достаточная ширина проезжей части на выходе с перекрестка. В темное время суток освещение перекрестка в пределах норм	1,2
Средние	Наличие характеристик из групп «Хорошие» и «Плохие» условия	1,0
Плохие	Низкая средняя скорость движения. Неудовлетворительные скорость и сцепные качества покрытия. Имеется влияние стоящих автомобилей, конфликтов с транспортными потоками при поворотном движении, пешеходов. Плохой обзор перекрестка, слабая освещенность проезжей части	0,85

В дальнейшем по формуле (3.5) определяют величины фазовых коэффициентов для всех рассматриваемых направлений движения на пересечении в конкретной фазе регулирования:

$$y_{ij} = \frac{N_{ij}}{M_{nij}} \quad (3.5)$$

где  $y_{ij}$  – фазовый коэффициент данного направления;

$N_{ij}$  и  $M_{nij}$  – соответственно приведенная интенсивность движения для рассматриваемого периода суток и поток насыщения в данном направлении данной фазы регулирования ед./час.

Для дальнейших расчетов используется наибольшее значение фазового коэффициента  $y_{ij}$  в данной фазе. Значения фазовых коэффициентов по величине меньшие, чем расчетное значение фазового коэффициента, используют в дальнейшем для определения минимально необходимой длительности времени горения зеленого сигнала в соответствующих направлениях движения.

В случае, когда транспортный поток движется в течение двух фаз и более для него отдельно рассчитывают фазовый коэффициент, который независимо от значения не принимают в качестве расчетного. Однако этот фазовый коэффициент должен быть не более сумм расчетных фазовых коэффициентов тех фаз, в течение которых этот поток пропускается. Если это условие не соблюдается, то один из расчетных фазовых коэффициентов, входящих в эту сумму, должен быть искусственно увеличен.

В дальнейшем необходимо знать ряд условий, чтобы по формуле (3.6) рассчитать величину промежуточного такта: время реакции водителя на смену сигналов светофора и время, необхо-

димое для проезда от стоп-линии до дальней конфликтной точки автомобилю, начинающему движение в следующей фазе, в большинстве случаев по значению близки друг к другу; предполагают, что при торможении автомобиля перед стоп-линией замедление постоянно, тогда:

$$t_{ni} = \frac{v_a}{7,2a_T} + \frac{3,6(l_i + l_a)}{v_a}, \quad (3.6)$$

где  $v_a$  – средняя скорость транспортных средств при движении на подходе к перекрестку и в зоне перекрестка без торможения (с ходу), км/час;

$a_T$  – среднее замедление транспортного средства при включении запрещающего сигнала (для практических расчетов  $a_T = 3 \dots 4$  м/с<sup>2</sup>);

$l_i$  – расстояние от стоп-линии до самой дальней конфликтной точки (ДКТ), м;

$l_a$  – длина транспортного средства, наиболее часто встречающегося в потоке, м.

Во время горения промежуточного такта могут двигаться и пешеходы, оставшиеся на пересечении во время горения зеленого сигнала светофора. Максимальное время, которое потребуется для этого пешеходу

$$t_{ni(пш)} = \frac{B_{пш}}{4v_{пш}}, \quad (3.7)$$

где  $B_{пш}$  – ширина проезжей части, пересекаемой пешеходом в  $i$ -й фазе регулирования, м;

$v_{пш}$  – расчетная скорость движения пешехода (обычно принимается 1,3 м/с).

Для дальнейших расчетов выбирают максимальные значения из промежуточных тактов, рассчитанных по формулам (3.6-3.7).

На практике наблюдается неравномерность движения транспортных средств на подходе к перекрестку. Для отдельных перекрестков характерен стохастический процесс прибытия автомобилей. В случае стохастического прибытия транспортных средств используется формула, предложенная Ф. Вебстером на основе минимизации транспортной задержки:

$$T_{ц} = \frac{1,5T_{п} + 5}{1 - Y}, \quad (3.8)$$

где  $\sum y_i = Y$  и  $\sum t_{ni} = T_{п}$ .

Для обеспечения безопасности дорожного движения длительность светофорного цикла должна варьироваться в пределах от двадцати пяти секунд до ста двадцати секунд.

Длительность основного такта  $t_{oi}$  в  $i$ -й фазе регулирования пропорциональна расчетному фазовому коэффициенту этой фазы:

$$t_{oi} = \frac{(T_{II} - T_{II})y_i}{Y}. \quad (3.9)$$

Длительность основного такта не устанавливают менее семи секунд для обеспечения безопасности движения. В дальнейшем длительность основных тактов должна обеспечивать пропуск в соответствующих направлениях пешеходного и трамвайного движения.

Длительность основного такта, необходимая для пропуска пешеходов по какому-то определенному направлению  $t_{III}$ , рассчитывают по формуле

$$t_{III} = 5 + \frac{B_{III}}{v_{III}}. \quad (3.10)$$

Длительность основного такта, необходимая для пропуска трамвая через перекресток, зависит от пути, проходимого трамваем от стоп-линии до самой ДКТ перекрестка, и его скорости

$$t_{mp} = \frac{3,6(l_i + l_{mp})}{v_{mp}}, \quad (3.11)$$

где  $t_{mp}$  – длительность такта регулирования, обеспечивающего пропуск трамвая, с;

$l_i$  – путь движения трамвая от стоп-линии до самой ДКТ с транспортными средствами, начинающими движение в следующей фазе, м;

$l_{mp}$  – длина трамвайного поезда, м;

$v_{mp}$  – скорость движения трамвая в зоне перекрестка (в расчетах может быть принята равной 20 км/ч).

Итоговая оценка схемы организации дорожного движения определяется средней задержкой транспортных средств. Со средней задержкой транспортных средств непосредственно связана степень насыщения направления движения  $x_{ij}$ . Она определяется путем деления среднего числа прибывающих в данном направлении к перекрестку в течение длительности цикла транспортных средств на максимальное число транспортных средств, покинувших перекресток в том же направлении в течение разрешающего сигнала:

$$x_{ij} = \frac{N_{ij}T_{II}}{M_{nij}t_{oi}} \quad (3.12)$$

где  $N_{ij}$  и  $M_{nij}$  – соответственно интенсивность движения и поток насыщения в данном направлении, ед./час;

$t_{oi}$  – длительность основного такта в том же направлении, с.

При значении величины степени насыщения в рассматриваемом направлении больше, чем единица, возникает заторовое состояние. В расчетах предусматривают наличие запаса пропуск-

ной способности. Это достигается тем, что значения величины степени насыщения в рассматриваемом направлении не должны быть больше 0,85-0,90.

### **3.2 Последовательность расчета длительности цикла и его элементов в разработанной методике**

В реальных условиях движения на пересечении с поворотными потоками возникают ситуации, которые влияют на безопасность дорожного движения на пересечении, но в используемой на первом этапе методике определения длительности светофорного цикла они не учтены. Указанные ситуации возникают под действием дополнительных факторов в том или ином сочетании во время движения транспортных средств в течение длительности основного такта.

Поэтому на втором этапе определяются величины скоростей движения транспортных средств и минимально безопасные расстояния между движущимися транспортными средствами, аналитически определенными в настоящей работе, зависящие от величины скоростей движения. Движение транспортных средств с минимально безопасным расстоянием повлияет на безопасность дорожного движения.

Проведенные натурные исследования показывают, что во время действия основного такта торможение части потока при движении на пересечении с поворотными потоками, вызванное перечисленными выше факторами, происходит от двух до пяти раз в зависимости от конфигурации пересечения. Это приводит к тому, что реальное количество автомобилей, прошедших через пересечение с поворотными потоками оказывается меньше расчетного по используемой методике определения длительности светофорного цикла. Определяемая же длительность основного такта по существующей методике не учитывает влияние выше перечисленных факторов на количество прошедших автомобилей через пересечение.

При определении длительности светофорного цикла на практике производятся расчеты на первом этапе по существующей методике, где определенная величина потока насыщения не изменяется за все время длительности основного такта. Исследования показали, что на различных пересечениях существует большой разброс скоростей движения, зависящий от условий видимости, конфигурации пересечения, климатических условий, опыта водителей и т.д. При этом для обеспечения безопасности дорожного движения необходимо соблюдать минимально безопасное расстояние между транспортными средствами, которое при скорости  $V_I=4$  м/с равно  $S_{\min}^0=8,3$  м.

Следовательно, необходимо увеличить длительность основного такта для движения транспортных средств, не успевших пройти через пересечение. На третьем этапе в зависимости от длительности основного такта при движении транспортных средств на пересечении прямо и направо по одной и той же полосе движения его время должно быть увеличено, что можно учитывать введением поправочного коэффициента в существующую методику определения длительности светофорного цикла. Величина поправочного коэффициента  $k_n$  будет определяться конкретно для каждого пересечения. После корректировки длительности основного такта в рассматриваемых направлениях движения необходимо скорректировать длительность цикла на пересечении с поворотными потоками. Последовательность расчета длительности цикла и его элементов в разработанной методике обеспечения безопасности дорожного движения на регулируемых пересечениях при наличии поворотных потоков будет схематично выглядеть следующим образом (рисунок 3.2).



Рисунок 3.2 – Предлагаемая последовательность расчета длительности цикла и его элементов

Наблюдения показали, что для каждого пересечения характерны свои условия движения и соответствующие им минимально безопасные расстояния. Движение транспортных средств с дистанцией, соответствующей минимально безопасному расстоянию, может быть обеспечено с помощью установки дорожного знака 3.16 «Ограничение минимальной дистанции».

### Выводы по третьей главе

Разработана методика обеспечения безопасности дорожного движения на регулируемых пересечениях при наличии поворотных потоков, которая учитывает влияние дополнительных факторов, влияющих на безопасность дорожного движения на пересечениях при наличии поворотных потоков.

Использование величины минимально безопасного расстояния между движущимися друг за другом транспортными средствами в расчетах длительности основных тактов позволит определить длительность цикла светофорной сигнализации на пересечении более точно.

Методика предполагает использование поправочного коэффициента  $k_n$  для определения скорректированной длительности основного такта и цикла светофорной сигнализации, что обеспечит безопасность дорожного движения на пересечении. Предложена установка дорожного знака на подходе к пересечению 3.16 «Ограничение минимальной дистанции» в зависимости от условий движения на пересечениях и соответствующих им минимально безопасным расстояниям.

## **ГЛАВА 4. НАТУРНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ДВИЖЕНИЯ ТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ НА ПЕРЕСЕЧЕНИИ С ПОВОРОТНЫМИ ПОТОКАМИ**

Натурные исследования транспортных потоков, движущихся с одной и той же полосы движения в трех направлениях, проводились с 2010 по 2019 годам на почти 500 пересечениях [79, 83, 85]. Для анализа были отобраны пересечения с высокой интенсивностью дорожного движения и наличием на них поворотных потоков. Для подтверждения результатов аналитических выводов сопоставлены характеристики дорожного движения на реальных пересечениях, где за год происходило максимальное число ДТП и расчетные данные. Проведенные натурные исследования показали, что во время действия основного такта торможение части потока при движении на пересечениях с поворотными потоками происходит от двух до пяти раз в зависимости от конфигурации пересечения. Это вызвано такими факторами, как резкое замедление впереди движущегося автомобиля перед поворотом, непосредственно за поворотом, из-за внезапно возникшего препятствия в виде пешехода.

### **4.1 Методика исследования дорожного движения на пересечениях**

Для сбора статистического материала о параметрах дорожного движения проводится изучение характеристик транспортных и пешеходных потоков [24]. Для этого используют следующие методы: документальные, натурные, методы на основе математического моделирования.

Документальные методы применяются при наличии большого объема статистических отчетных данных. Как правило, при документальном методе используются статистические данные ГИБДД МВД России или ее регионов. Кроме этого изучается проектная документация по улично-дорожной сети, характеризующая основные параметры улиц и дорог. Документальные исследования очень часто используются для сравнения с данными, полученными при проведении натурных исследований.

Натурные исследования состоят в получении реальных параметров дорожного движения за какой-либо промежуток времени. Метод натурных исследований позволяет получить самую точную информацию о состоянии дорожного движения. В свою очередь натурные исследования делятся на две группы: получение данных на стационарных постах и с использованием подвижных средств – дорожных лабораторий.



Методы на основе математического моделирования основаны на использовании либо детерминированных, либо стохастических математических моделях.

В настоящей работе был выбран метод натурных исследований, который заключался в следующем: проводилась фиксация характеристик дорожного движения с помощью стационарно установленных камер видеонаблюдения на пересечениях с поворотными потоками. Исследования проводились в часы «пик». При обработке видеоматериалов определялись: величины скорости движения транспортных средств на зеленый сигнал светофора; количество замедлений транспортного потока под воздействием дополнительных факторов; распределение транспортных и пешеходных потоков по направлениям; интенсивности движения транспортных потоков; состав транспортных потоков; формирование «пачек» автомобилей в поворотных потоках; расстояния между движущимися автомобилями в «пачке» на разрешающий сигнал светофора; длительности основных тактов на пересечении; длительность цикла светофорной сигнализации на пересечении.

Под «пачкой» автомобилей в настоящей работе понимается группа движущихся автомобилей, формирующаяся под воздействием дополнительных факторов, геометрически видимая как отдельная составляющая транспортного потока.

После обработки экспериментальных данных проводилось сравнение расстояний между транспортными средствами, движущимися в «пачке» на разрешающий сигнал, с минимально безопасным расстоянием, полученным аналитически на основе разработанной математической модели.

Определялась скорость движения автомобилей в «пачке», характеризующая замедление транспортного потока и уменьшение пропускной способности пересечения в конкретном направлении движения.

Определялись скорости движения остальных транспортных средств, проходящих через пересечение в поворотных потоках на разрешающий сигнал светофора.

Длительность основных тактов определялась по существующей методике определения длительности светофорного цикла.

В дальнейшем проводилось сравнение пропускной способности на пересечении при движении транспортных потоков с замедлением потока и без замедления на основе скоростей движения транспортных средств. После этого определялся диапазон величины поправочного коэффициента для определения длительности основного такта. После корректировки длительности основного такта в рассматриваемых направлениях движения корректировалась длительность цикла на пересечении с поворотными потоками.

## 4.2 Исследование дорожного движения на пересечении ул. Сибирский тракт – пер. Базовый

В качестве примера для оценки степени загруженности и безопасности дорожного движения было выбрано четырехстороннее пересечение ул. Сибирский тракт – пер. Базовый г. Екатеринбург (рисунок 4.1).

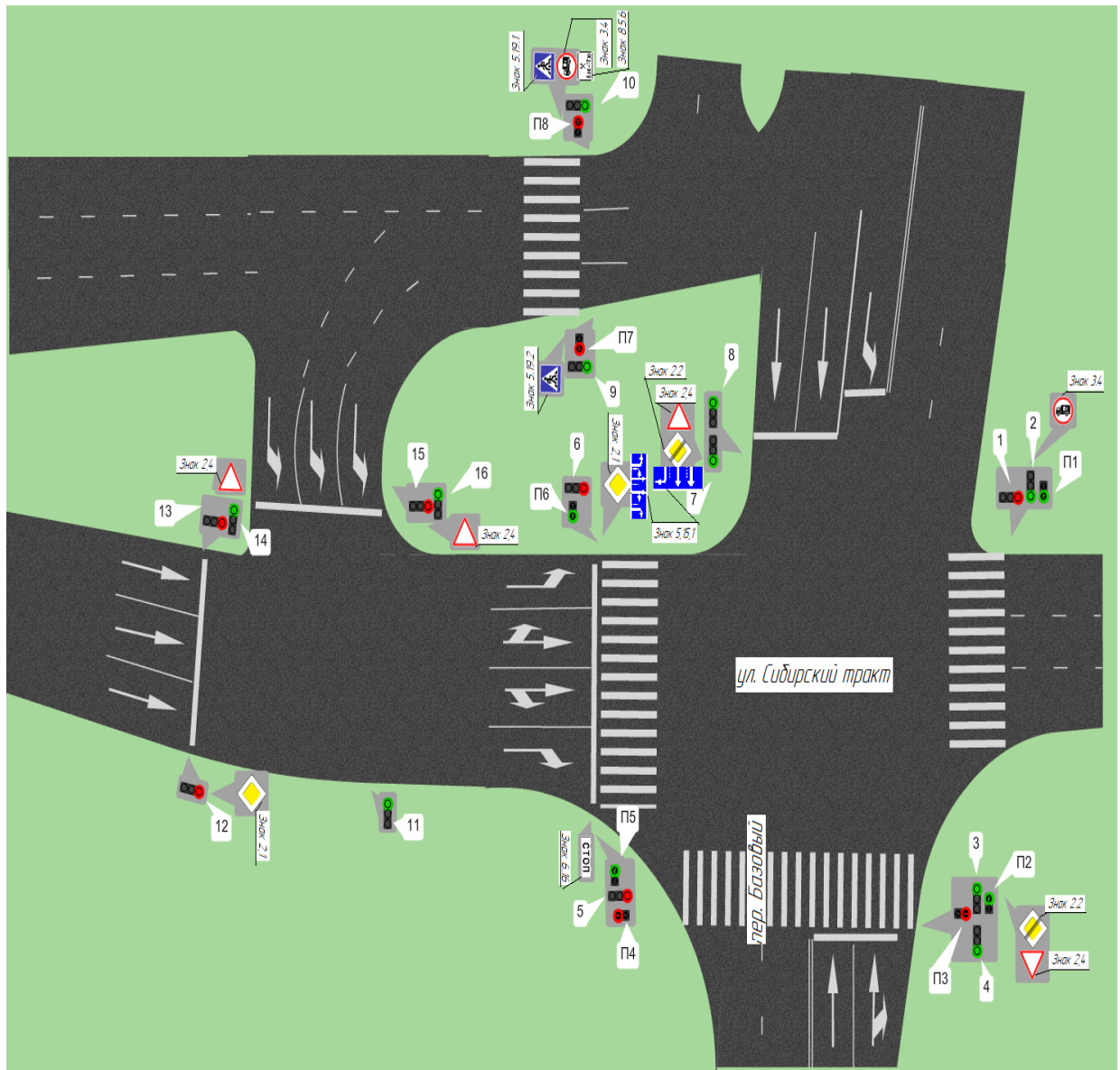


Рисунок 4.1 – План перекрестка ул. Сибирский тракт – пер. Базовый

Применяемые технические средства организации дорожного движения на пересечении [16, 17, 19, 43, 82]:

**Дорожные знаки по ГОСТ Р 52289 - 2019:**

- Знак 2.1 «Главная дорога»;

- Знак 2.2 «Конец главной дороги»;
- Знак 2.4 «Уступите дорогу»;
- Знак 3.4 «Движение грузовых автомобилей запрещено»;
- Знак 5.15.1 «Направления движения по полосам»;
- Знаки 5.19.1 и 5.19.2 «Пешеходный переход»;
- Знак 6.16 «Стоп-линия»;
- Табличка 8.5.6 «Время действия».

**Дорожная разметка по ГОСТ Р 52289 - 2019:**

- горизонтальная разметка 1.1, 1.5, 1.6, 1.12, 1.14.1, 1.18.

**Светофоры по ГОСТ Р 52289 - 2019:**

- Транспортный светофор типа Т.1;
- Пешеходный светофор типа П.1.

Пересечение ул. Сибирский тракт и пер. Базовый является четырехсторонним и имеет Х-образный вид. На данном участке дороги ул. Сибирский тракт пересекает пер. Базовый, а также ул. Комсомольская (путепровод). В северо-восточной части от перекрестка находится Уральский государственный лесотехнический университет. Через данное пересечение в северном (Комсомольская улица) и южном (переулок Базовый) направлении проходит европейский автомобильный маршрут Е22 из британского Холихеда в Ишим. Маршрут проходит по территории Великобритании, Нидерландов, Германии, Швеции, Латвии и России. Движение транспортных средств на ул. Сибирский тракт на пересечении осуществляется с запада на восток, имеет четыре полосы движения. Движение на ул. Комсомольская (путепровод) ограничено для грузовых автомобилей массой более 3,5 тонн. В южном направлении от пересечения пер. Базовый пересекают железнодорожные пути, что влияет на ситуацию на пересечении. В часы «пик» на этом участке наблюдаются заторы на ул. Сибирский тракт с запада на восток, на пер. Базовый с юга на север и ул. Комсомольская (путепровод) с севера на юг.

Распределение направлений на пересечении ул. Сибирский тракт – пер. Базовый представлено на рисунке 4.2. Интенсивность движения и состав транспортных и пешеходных потоков на пересечении после проведения натурных исследований представлены в таблицах 4.1-4.2.

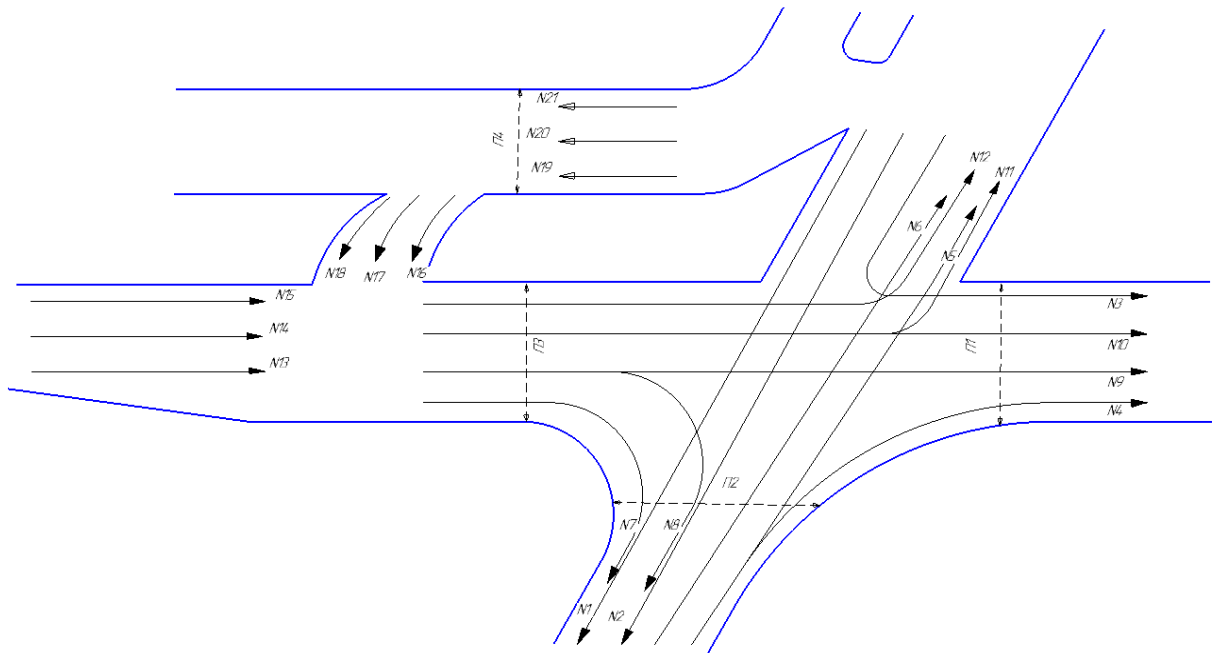


Рисунок 4.2 – Схема пересечения с обозначением транспортных (N1-N12) и пешеходных (Nп1-Nп4) потоков

Таблица 4.1 – Интенсивность движения транспортных потоков на пересечении

	Номер направления											
	N <sub>1</sub>	N <sub>2</sub>	N <sub>3</sub>	N <sub>4</sub>	N <sub>5</sub>	N <sub>6</sub>	N <sub>7</sub>	N <sub>8</sub>	N <sub>9</sub>	N <sub>10</sub>	N <sub>11</sub>	N <sub>12</sub>
Интенсивность, авт./ч	685	889	277	304	303	707	281	70	257	433	15	431

Таблица 4.2 – Состав транспортных потоков на пересечении

Состав	Номер направления											
	N <sub>1</sub>	N <sub>2</sub>	N <sub>3</sub>	N <sub>4</sub>	N <sub>5</sub>	N <sub>6</sub>	N <sub>7</sub>	N <sub>8</sub>	N <sub>9</sub>	N <sub>10</sub>	N <sub>11</sub>	N <sub>12</sub>
Легковые автомобили	582	844	256	304	303	707	242	70	257	433	13	406
Двухосные грузовые автомобили	58	42	12	7	19	6	-	-	-	-	-	-
Четырехосные грузовые автомобили	16	3	2	14	32	14	17	2	5	29	1	23
Грузовые автомобили (масса 8-14 т)	11	-	2	7	19	4	11	-	8	4	1	-
Грузовые автомобили (масса более 14 т)	17	-	4	2	5	-	1	-	-	-	-	-
Автобусы	1	-	1	2	2	-	-	-	5	3	-	-

Продолжение таблицы 4.2

Состав	Номер направления											
	N <sub>1</sub>	N <sub>2</sub>	N <sub>3</sub>	N <sub>4</sub>	N <sub>5</sub>	N <sub>6</sub>	N <sub>7</sub>	N <sub>8</sub>	N <sub>9</sub>	N <sub>10</sub>	N <sub>11</sub>	N <sub>12</sub>
Сочленённые автобусы	-	-	-	-	-	-	-	-	6	6	-	2

На рассматриваемом пересечении был выполнен расчет приведенной интенсивности движения (таблица 4.3), который представлен в виде масштабной картограммы транспортных потоков (рисунок 4.3).

Таблица 4.3 – Приведенная интенсивность движения транспортных потоков на пересечении

	Номер направления											
	N <sub>1</sub>	N <sub>2</sub>	N <sub>3</sub>	N <sub>4</sub>	N <sub>5</sub>	N <sub>6</sub>	N <sub>7</sub>	N <sub>8</sub>	N <sub>9</sub>	N <sub>10</sub>	N <sub>11</sub>	N <sub>12</sub>
Интенсивность, ед./ч	796	913	301	376	475	756	306	74	324	504	17	460

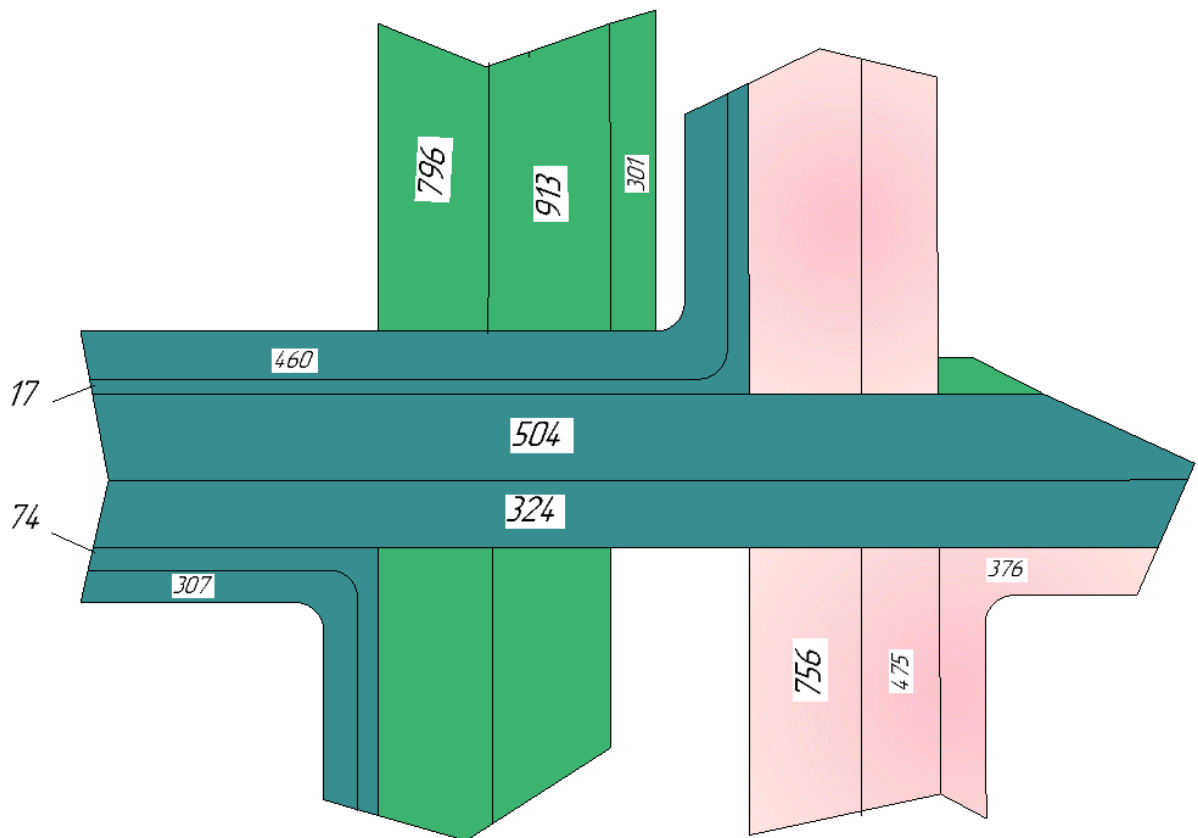


Рисунок 4.3 – Картограмма интенсивности транспортных (ед./ч) потоков

Длительность цикла светофорного регулирования на пересечении в утреннее время равна 110 с. Длительность основного такта: для первой фазы 16 с, для второй фазы 15 с, для третьей

фазы 57 с, для четвертой фазы 10 с. На пересечении ул. Сибирский тракт – пер. Базовый организовано четырехфазное управление движением (рисунок 4.4).

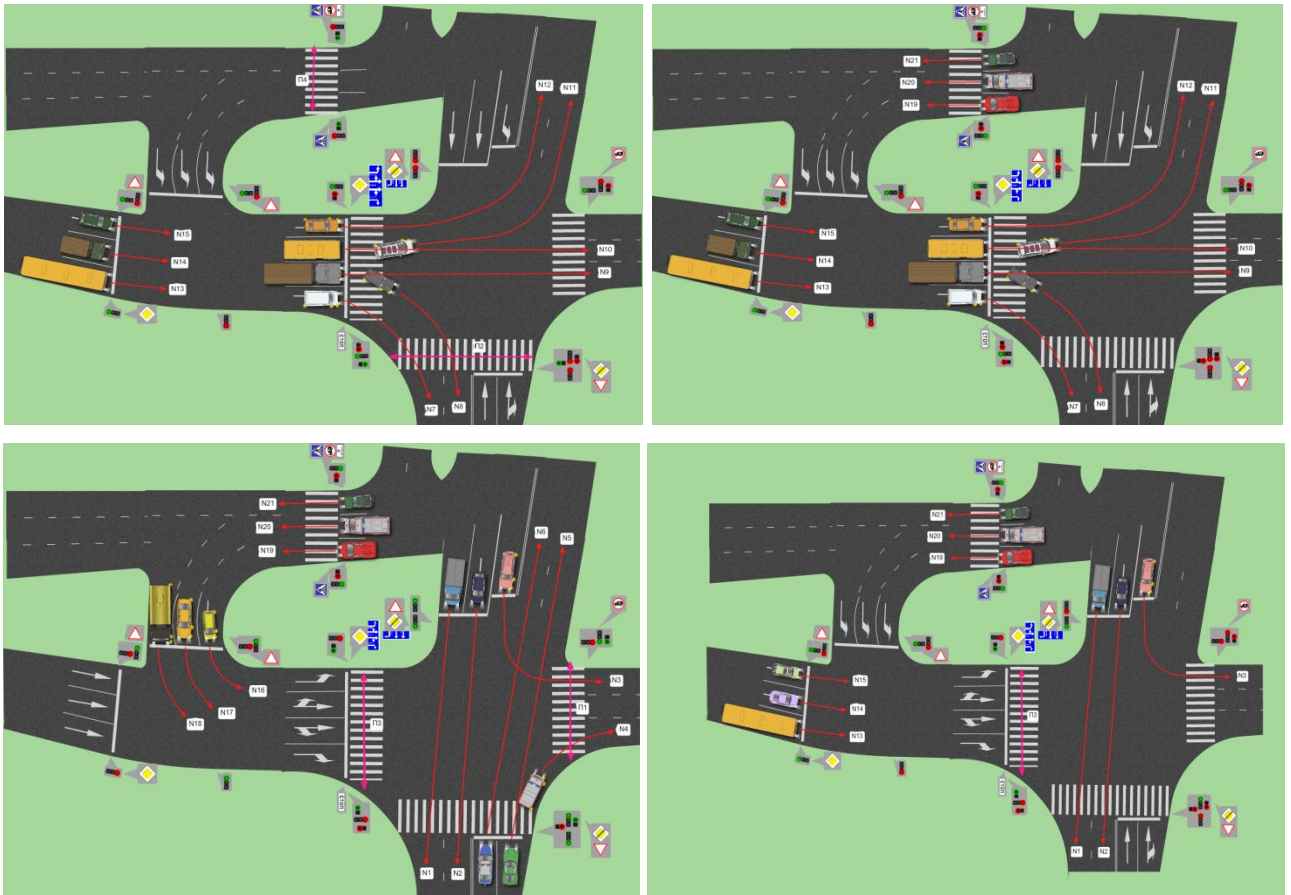


Рисунок 4.4 – Организация движения на перекрестке  
(пофазный принцип управления движением)

Режим работы светофорной сигнализации, обеспечивающий пофазный разъезд транспортных средств на пересечении ул. Сибирский тракт – пер. Базовый представлен на рисунке 4.5.

Номера направлений	Номера светофоров	График включения сигналов Тп=110 с	Длительность, с			
			тз	тж	тк	ткж
7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15	1, 5, 6, 12, 13, 15		47	3	59	1
19, 20, 21	9, 10		88	3	18	1
16, 17, 18	11, 14, 15		55	3	53	1
1, 2, 3	3, 8		70	3	36	1
4, 5, 6	2, 4, 7		57	3	49	1
П 4	П 7, П 8		14	-	96	-
П 2	П 3, П 4		22	-	88	-
П 1	П 1, П 2		57	-	53	-
П 3	П 5, П 6		70	-	40	-

Рисунок 4.5 – Режим работы светофорной сигнализации

Длительность разрешающего сигнала в фазе с потоком прямо и направо по одной и той же полосе движения составила 57 с. Интенсивность движения правоповоротного потока составила 376 ед./час, потока в прямом направлении 475 ед./час. При движении транспортных средств на рассматриваемом пересечении прямо и направо по одной и той же полосе движения происходило замедление потока от двух до четырех раз. При этом с указанным замедлением, как правило, двигались «пачки», состоящие от двух до четырех автомобилей (таблица 4.4). Как видно из таблицы 4.4 движение автомобилей в «пачках» на разрешающий сигнал наблюдается в каждом из 32 циклов светофорного регулирования. «Пачки», состоящие из двух автомобилей наблюдались 26 раз из 32 циклов светофорного регулирования, «пачки», состоящие из трех автомобилей, встречались 35 раз, «пачки», состоящие из четырех автомобилей, наблюдались 10 раз и «пачки», состоящие из пяти автомобилей, встречались 3 раза. То есть за время горения разрешающего сигнала в течение одного часа в «пачках» двигалось 212 автомобилей. А замедление транспортного потока при повороте направо наблюдалось 74 раза.







Натурные исследования показали, что с дистанцией 5 м в «пачке» двигались 10 % автомобилей, с дистанцией 6 м – 27 % автомобилей, с дистанцией 7 м – 35 % автомобилей, с дистанцией 8 м – 19 % автомобилей, с дистанцией 10 м – 1 % автомобилей и с дистанцией 11 м – 1 % автомобилей.

Расчеты по результатам натурных исследований показали, что средняя скорость автомобилей за 32 цикла светофорного регулирования при движении прямо и направо по одной и той же полосе составляет 4,34 м/с (таблица 4.5). Как видно из таблицы, наблюдается значительное изменение скорости автомобилей, движущихся в поворотных потоках. Это объясняется действием дополнительных факторов, которые проявляются в виде замедления транспортного потока.

Таблица 4.5 – Значения скорости автомобилей, движущимися прямо и направо на разрешающий сигнал светофора

Горение зеленого сигнала	1-27 – порядковый номер автомобиля в очереди																										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
1		3,56	3,05	3,53	3,77	3,54	3,63	3,68	3,41	3,59	4,82	4,19	4,51	4,21	6,61	4,54	3,71	4,31	4,65	3,24	3,93	6,35	4,10	2,08	6,58	3,59	7,60
2		2,88	3,16	4,51	2,78	2,69	2,93	5,20	3,67	3,70	5,35	6,10	6,25	5,70	3,77	5,00	3,19	3,97	5,25	5,70	3,84	4,59					
3		3,16	2,17	2,41	2,33	2,24	3,11	6,19	4,88	4,15	6,94	5,45	4,98	3,63	4,41	3,51	3,99	7,17	6,48	9,00							
4		2,54	3,69	3,52	4,87	3,79	4,40	4,41	3,34	3,16	4,68	3,34	5,60	3,50	5,02	3,87	8,88	7,64	4,90	8,54							
5		1,42	2,43	2,76	4,06	3,13	3,66	1,73	10,15	3,61	4,78	3,54	5,20	3,35	3,39	6,65	4,07	5,02	4,09	2,88	8,50						
6		2,17	1,79	1,77	2,73	2,78	3,03	3,42	3,74	4,32	3,31	5,69	5,44	3,97	10,58	9,03	1,66	3,73	4,20	3,36	3,53						
7		2,77	3,56	3,78	3,51	2,80	2,26	2,40	2,95	2,92	4,02	3,88	3,14	4,32	6,41	5,45	4,72	3,99	4,76	4,40							
8		1,74	2,58	3,62	4,34	1,87	1,92	2,43	2,94	1,91	2,14	2,80	2,69	2,69	2,06	2,57	3,57	4,11	9,39	5,46	5,15	8,82					
9		2,12	2,77	2,05	2,20	2,33	3,25	3,05	3,79	3,41	4,12	6,49	6,07	3,38	6,04	5,76	3,74	5,19	3,42	5,35							
10		4,20	4,34	4,89	6,10	6,28	7,18	5,47	5,82	7,67	6,60	7,12	8,19	6,59	7,01	7,12	7,86	7,74	9,45	9,60	7,81	8,36					
11		4,02	2,13	3,53	3,53	4,12	3,81	4,89	4,84	4,97	3,78	3,53	7,08	5,59	7,09	5,06	7,02	7,20	5,98	4,59	4,26						
12		2,17	2,98	5,01	3,49	4,50	4,11	4,37	5,03	3,56	3,88	3,53	4,84	2,22	3,71	3,60	5,82	5,59	3,43	4,91	5,20	7,42					
13		4,00	2,59	3,48	3,16	1,92	3,51	3,53	3,71	4,94	2,73	4,98	3,44	4,68	3,57	3,49	4,85	3,41	8,13	6,74	8,90	4,91	6,98				
14		2,32	3,61	3,19	2,96	3,43	2,80	3,93	2,37	4,36	6,76	4,63	3,55	4,73	5,39	3,92	3,18	3,09	5,74	3,89							
15		2,79	2,56	2,07	2,68	5,32	4,85	4,45	3,94	4,22	3,90	4,74	3,10	2,22	4,77	3,41	3,68	3,28	3,25	4,62	5,39	6,30	5,49				
16		1,75	2,20	3,42	4,35	3,64	4,61	3,37	3,59	4,78	6,10	5,24	4,43	5,51	4,20	10,28	4,06	6,27	8,85	5,62	4,03	4,99					
17		2,84	2,87	4,36	4,97	5,10	4,30	6,30	5,05	4,38	3,65	7,28	5,08	5,04	5,81	5,36	4,75	4,38	4,96	8,99	6,12	6,40					
18		2,60	2,42	3,28	2,84	7,06	5,61	3,18	3,19	3,78	2,44	2,76	2,71	2,75	3,32	5,31	4,05	6,78	6,32	6,04	6,14	7,20					
19		3,09	2,48	2,80	2,93	2,58	3,66	4,24	3,07	4,08	4,06	7,21	3,45	6,53	5,41	7,63	6,77	5,52	6,21	6,99							
20		3,96	2,46	3,12	2,79	2,81	3,66	3,54	3,11	2,98	2,60	2,73	3,07	4,79	5,13	4,21	5,86	7,35	4,77	7,90	5,23						
21		2,00	3,60	6,51	4,46	2,80	2,70	3,30	3,36	3,45	3,20	5,72	7,00	3,32	4,52	5,30	4,04	4,30	5,05	7,40							



Значения минимально безопасного расстояния по математической модели для автомобилей, движущихся в «пачке» приведено в таблице 4.6.

Таблица 4.6 – Значения минимально безопасного расстояния по математической модели для автомобилей, движущихся в «пачке»

Переменные	Расстояния между автомобилями в «пачке»						
	5 м	6 м	7 м	8 м	9 м	10 м	11 м
Частота встречаемости расстояний, %	10	27	35	19	7	1	1
Диапазон изменения скорости первого автомобиля в «пачке», м/с	1,39-3,37	1,84-4,9	1,46-4,52	1,92-5,47	2,4-4,9	2,57-6,59	7,01
Диапазон изменения скорости следующего автомобиля в «пачке», м/с	2,14-3,6	1,84-5,2	1,78-5,25	2,4-5,82	2,95-8,0	3,57-7,01	7,12
Минимально безопасное расстояние по математической модели, м	3,3-7,3	2,2-9,1	2,4-9,6	3,2-8,5	3,5-18,5	6,3-10,4	9,8

Как видно из таблицы, расстояние между автомобилями, движущимися в «пачке» находится в пределах от 5 до 11 м, то есть крайние значения расстояний отличаются друг от друга в 2,2 раза. При этом диапазон изменения скорости первого автомобиля в «пачке» находится в пределах от 1,39 до 7,01 м/с и отличается в 5 раз друг от друга. Диапазон изменения скорости следующего автомобиля в «пачке» находится в пределах от 1,78 до 8,0 м/с, то есть отличается в 4,5 раза друг от друга. Минимально безопасное расстояние, определенное с использованием математической модели, находится в пределах от 2,2 до 18,5 м. Значения величины минимально безопасного расстояния, определённые по математической модели, показывают, что в поворотных потоках безопасную дистанцию поддерживают всего 35-45 % водителей. Это является одной из причин высокой аварийности на пересечениях с поворотными потоками.

Действие дополнительных факторов на пересечениях с поворотными потоками проявляются не только при движении автомобилей в «пачках», но и в случае прямолинейно движущихся автомобилей, следующих за «пачкой». В таблице 4.7 приведены результаты натурных исследований, проведенных на около 100 пересечениях.

Таблица 4.7 – Значения минимально безопасного расстояния по математической модели между последним автомобилем в «пачке» и следующим за ним автомобилем

Переменные	Расстояния между последним автомобилем в «пачке» и следующим за ним автомобилем						
	6 м	8 м	9 м	10 м	11 м	13 м	14 м
Частота встречаемости расстояний, %	29	11	10	12	11	21	6
Диапазон изменения скорости последнего автомобиля в «пачке», м/с	2,7 - 4,7	4,5	1,7	1,9	2,4	3,2 - 3,5	4,0
Диапазон изменения скорости следующего автомобиля за «пачкой», м/с	3,3 - 6,02	5,1	5,1	4,1	6,5	5,6 - 7,2	7,17
Минимально безопасное расстояние по математической модели, м	5,2 - 11,7	7,9	12,9	9,1	17,2	12,3 - 18,0	17,0

Как видно из таблицы, расстояние между последним автомобилем в «пачке» и следующим за ним автомобилем находится в пределах от 6 до 14 м, то есть крайние значения расстояний отличаются друг от друга в 2,3 раза. При этом диапазон изменения скорости последнего автомобиля в «пачке» находится в пределах от 1,7 до 4,7 м/с и отличается в 2,7 раза друг от друга. Диапазон изменения скорости следующего автомобиля за «пачкой» находится в пределах от 3,3 до 7,2 м/с, то есть отличается в 2,2 раза друг от друга. Минимально безопасное расстояние, определенное с использованием математической модели, находится в пределах от 5,2 до 18,0 м. Значения величин минимально безопасного расстояния, определённые по математической модели, показывают, что в случае, если транспортное средство движется прямолинейно за «пачкой» в повторных потоках, безопасную дистанцию между ними поддерживают всего 25-30 % водителей. Это также является одной из причин высокой аварийности на пересечениях с поворотными потоками.

В результате обработки данных, полученных при натурных исследованиях, с целью возможности дальнейшего их применения на практике, была составлена таблица 4.8.

Таблица 4.8 – Определение величины поправочного коэффициента  $k_n$  с учетом минимально безопасного расстояния по математической модели

№ пп	Величина скорости автомобиля $A_1$ , км/ч	Величина скорости автомобиля $A_2$ , км/ч	Минимально безопасное расстояние по математической модели $S_{\min}^0$ , м	Значение поправочного коэффициента $k_n$ , %
1.	5,4 - 16,2	6,5 - 18,0	2,6 - 7,6	7
2.	7,2 - 14,4	9,0 - 16,2	3,9 - 6,8	8 - 10
3.	9,0 - 10,8	10,8 - 12,6	4,6 - 5,3	9
4.	10,8 - 18,0	12,6 - 21,6	5,3 - 10,2	9 - 13
5.	12,6 - 14,4	13,7 - 16,2	5,4 - 6,8	6 - 8
6.	14,4 - 16,2	16,2 - 19,8	6,8 - 9,4	8 - 13
7.	16,2 - 18,0	18,0 - 21,6	7,6 - 10,2	8 - 13
8.	18,0 - 19,8	19,8 - 23,4	8,3 - 11,0	7 - 12
9.	19,8 - 21,6	23,4 - 27,0	11,0 - 13,9	12 - 15
10.	21,6 - 23,4	25,2 - 27,0	11,8 - 12,6	11

Экспериментальные данные показали, что в большинстве случаев диапазон изменения скорости автомобилей  $A_1$  и  $A_2$  находится в пределах от 5,4 до 23,4 км/ч и от 6,5 до 27 км/ч соответственно на пересечениях с поворотными потоками. Для удобства использования на практике эти диапазоны изменения скорости автомобилей были разбиты на десять интервалов. В каждом интервале для минимальных и максимальных значений величин скорости определены минимально безопасные расстояния по математической модели.

В соответствии с разработанной методикой обеспечения безопасности дорожного движения на регулируемых пересечениях при наличии поворотных потоков в зависимости от соотношения минимально безопасных расстояний, определенных по математической модели, и значений дистанции, поддерживаемой водителями между автомобилями в «пачках» при поворотном движении на пересечениях, полученных при натурных исследованиях, были определены значения поправочных коэффициентов  $k_n$  для корректировки длительности основного такта. Эти коэффициенты позволят учесть влияние дополнительных факторов на пересечении с поворотными потоками на определение длительности основного такта. После корректировки длительности основного такта в рассматриваемых направлениях движения необходимо скорректировать длительность цикла на пересечении с поворотными потоками.

На пересечении ул. Сибирский тракт – пер. Базовый при движении транспортных средств прямо и направо по одной и той же полосе движения средняя величина скорости автомобиля  $A_1$  составила 12,62 км/ч, средняя величина скорости автомобиля  $A_2$  составила 18,23 км/ч. Для указанных величин скорости минимально безопасное расстояние по математической модели составляет 11 м. Значение поправочного коэффициента для этого минимально безопасного расстояния будет равно 13 %. То есть длительность основного такта для рассматриваемых направ-

лений должна быть увеличена на 7 с, что составит 64 с. Тогда длительность цикла светофорной сигнализации составит 117 с. График светофорной сигнализации на пересечении с учетом поправочного коэффициента представлен на рисунке 4.6.

Номера направлений	Номера светофоров	График включения сигналов Тц=117 с	Длительность, с			
			tз	tж	tк	tк ж
7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15	1, 5, 6, 12, 13, 15		47	3	66	1
19, 20, 21	9, 10		88	3	25	1
16, 17, 18	11, 14, 15		55	3	58	1
1, 2, 3	3, 8		70	3	43	1
4, 5, 6	2, 4, 7		64	3	49	1
П 4	П 7, П 8		14	-	103	-
П 2	П 3, П 4		22	-	95	-
П 1	П 1, П 2		57	-	60	-
П 3	П 5, П 6		70	-	47	-

Рисунок 4.6 – Предлагаемый режим работы светофорной сигнализации на пересечении ул. Сибирский тракт – пер. Базовый

### 4.3 Экономическая эффективность от использования математической модели движения транспортных средств

В соответствии с ОДМ 218.11.006-2021 все виды экономических эффектов, получаемых в результате внедрения инноваций, условно можно подразделить на две группы: финансовые эффекты и социально-экономические эффекты. Социально-экономические эффекты можно разделить на следующие виды: эффекты на транспорте; эффекты, характеризующие социальные результаты и эффекты в других отраслях. К эффектам, характеризующим социальные результаты, относится сокращение потерь от дорожно-транспортных происшествий.

При расчете социально-экономического ущерба от ДТП  $C_{ДТП}^{сум}$  согласно ОДМ 218.6.025-2017 используются средние значения потерь, наносимых обществу, в соответствии с данными от этого ущерба. При упрощенных расчетах социально-экономический ущерб за год определяется из выражения



$$C_{ДТП}^{сущ} = N_{П}Y_{П} + N_{р}Y_{р} + N_{ТС}Y_{ТС},$$

где  $N_{П}$ ,  $N_{р}$ ,  $N_{ТС}$  – количество соответственно погибших взрослых, раненых, автомобилей, получивших повреждение;

$Y_{П}$ ,  $Y_{р}$ ,  $Y_{ТС}$  – нормативные социально-экономические оценки ущерба соответственно в случае гибели, ранения людей, повреждения транспортных средств.

По официальным данным ГИБДД МВД по Свердловской области в 2020 г. в Екатеринбурге произошло 1078 ДТП, в которых погибло 57 человек, ранено 1354 человек. По статистике на пересечения приходится от 30 до 40 % ДТП.

Экспериментальные данные показали, что при движении на пересечениях с поворотными потоками 35-45 % водителей поддерживают безопасную дистанцию. После внедрения предложенных в диссертационном исследовании мероприятий число водителей, поддерживающих безопасную дистанцию, увеличилось на 20 %.

Таким образом, социально-экономический ущерб от ДТП до внедрения мероприятий на пересечениях в г. Екатеринбург составил

$$C_{ДТП(до)}^{сущ} = 17 \cdot 16,085 + 406 \cdot 0,496 + 323 \cdot 0,258 = 558,155 \text{ млн. руб}$$

После внедрения мероприятий составил

$$C_{ДТП(после)}^{сущ} = 3 \cdot 16,085 + 81 \cdot 0,496 + 64 \cdot 0,258 = 104,943 \text{ млн. руб}$$

$$\Delta C_{ДТП}^{сущ} = 558,155 - 104,943 = 453,212 \text{ млн. руб}$$

Экономическая эффективность от предложенных мероприятий в диссертационном исследовании составит 453,212 млн. рублей.

### **Выводы по четвертой главе**

Выполненные натурные исследования показали наличие замедлений транспортных средств в поворотных потоках на регулируемых пересечениях вследствие действия дополнительных факторов.

Установлено, что при движении транспортных средств на пересечении прямо и направо по одной и той же полосе движения происходит замедление потока от двух до пяти раз. При этом

формируются «пачки», состоящие, как правило, от двух до четырех автомобилей. Это приводит к возникновению аварийных ситуаций на пересечении и снижает на нем эффективность организации дорожного движения.

Под «пачкой» автомобилей в настоящей работе понимается группа движущихся автомобилей, формирующаяся под воздействием дополнительных факторов, геометрически видимая как отдельная составляющая транспортного потока.

Социально-экономический эффект достигается за счет снижения аварийности на пересечениях. Обеспечение безопасности дорожного движения является результатом использования разработанной математической модели при организации дорожного движения автомобилей на пересечениях.

В зависимости от диапазона изменения скорости автомобилей  $A_1$  и  $A_2$  и величины их абсолютного значения при движении транспортных средств на пересечении прямо и направо по одной и той же полосе движения с учетом значения минимально безопасного расстояния, определенного по математической модели, длительность основного такта по разработанной методике должна быть увеличена в среднем на 6-15 %. На такую же величину изменяется длительность светофорного цикла. Поправочный коэффициент  $k_n$  используется для корректировки длительности основного такта и длительности светофорного цикла на пересечении с поворотными потоками.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В соответствии с федеральными законами № 443-ФЗ от 29.12.2017 г. «Об организации дорожного движения в Российской Федерации и о внесении изменений в отдельные законодательные акты Российской Федерации» [88] и № 196-ФЗ от 10.12.1995 г. «О безопасности дорожного движения» [89] в целях повышения эффективности организации дорожного движения при условии обеспечения безопасности дорожного движения, итогом диссертационного исследования являются следующие результаты:

1. Анализ статистических данных аварийности в г. Екатеринбурге показал значительное число ДТП, совершаемых на пересечениях. Они занимают третье место среди ДТП, связанных с неправильно выбранной скоростью движения и выездом на полосу встречного движения. По официальным данным ГИБДД МВД России в 2019 г. в Российской Федерации аварийность на перекрестках в 2019 году (19,6 % от общего числа ДТП) занимает первое место среди ДТП, связанных с неправильно выбранной скоростью движения (9,4 %), выездом на полосу встречного движения (8,5 %) и нарушением правил проезда пешеходных переходов (11 %). Это подтверждает необходимость совершенствования организации движения на пересечениях.

2. Анализ влияния конфигурации пересечений и транспортных потоков, движущихся по одним и тем же полосам движения на них в разных направлениях, на безопасность дорожного движения проводился ежегодно на около 500 пересечениях. Установлено, что наибольшее число ДТП происходит на четырехсторонних пересечениях (54 %). На трехсторонних пересечениях происходит 44 % ДТП, 2 % ДТП происходит на многосторонних пересечениях. На 82 % пересечений транспортные потоки движутся с одной и той же полосы движения в разных направлениях.

3. Понятие «поток насыщения» - ключевое понятие, используемое при организации дорожного движения на регулируемых пересечениях. Анализ работ специалистов разных стран показывает, что многие авторы трактуют понятие «поток насыщения» неодинаково. Не смотря на разность подходов к определению величины потока насыщения, обеспечение безопасности дорожного движения при этом не учитывается. Не учитывается влияние всех факторов, необходимых для определения потока насыщения, обеспечивающих безопасность дорожного движения. Это приводит к неоднозначности определения длительности светофорного цикла, длительности основных тактов на пересечении и необходимости изменения существующих расчетов длительности светофорного цикла на пересечениях с учетом обеспечения безопасности дорожного движения.

4. Обоснованы дополнительные факторы, влияющие на безопасность дорожного движения на пересечениях при наличии поворотных потоков. В существующих методиках расчета длительности светофорного цикла влияние этих факторов, несмотря на их значимость, не учитывается ни при определении потока насыщения, ни при определении длительности основных тактов особенно при наличии поворотных потоков на пересечениях.

5. Разработана математическая модель движения транспортных средств на пересечении, определяющая дистанцию между автомобилями, обеспечивающую безопасность дорожного движения.

6. Разработана методика обеспечения безопасности дорожного движения на регулируемых пересечениях при наличии поворотных потоков с учетом полученной математической модели движения транспортных средств. Введен поправочный коэффициент  $k_n=6-15\%$  для корректировки длительности основного такта и цикла в зависимости от условий движения на пересечениях и соответствующих им минимально безопасным расстояниям. Предложена установка дорожного знака на подходе к пересечению 3.16 «Ограничение минимальной дистанции».

7. Определенное минимально безопасное расстояние в математической модели движения транспортных средств может быть использовано при разработке алгоритмов управления автономными транспортными средствами, в интеллектуальных транспортных системах.

Таким образом, использование результатов исследования даст возможность решить актуальную научно-практическую задачу по обеспечению безопасности дорожного движения на регулируемых пересечениях при наличии поворотных потоков и повысить эффективность организации движения.

**СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ**

- БДД – безопасность дорожного движения;
- ДКТ – дальняя конфликтная точка;
- ДТП – дорожно-транспортное происшествие;
- ИТС – интеллектуальные транспортные системы;
- ОДД – организация дорожного движения;
- ПДД – правила дорожного движения;
- ПЧ – проезжая часть;
- ТП – транспортный поток;
- ТС – транспортное средство;
- УДС – улично-дорожная сеть.

**СЛОВАРЬ ТЕРМИНОВ**

Дорожно-транспортное происшествие – это событие, возникшее в процессе движения по дороге транспортного средства и с его участием, при котором погибли или ранены люди, повреждены транспортные средства, сооружения, грузы либо причинен иной материальный ущерб.

Интенсивность дорожного движения – количество транспортных средств и (или) пешеходов, проходящих за единицу времени в одном направлении на определенном участке дороги.

Минимально безопасное расстояние – это расстояние между двумя движущимися автомобилями в попутном направлении, при котором при любых соотношениях параметров движения автомобилей столкновения не произойдет.

Организация дорожного движения – деятельность по упорядочению движения транспортных средств и (или) пешеходов на дорогах, направленная на снижение потерь времени (задержек) при движении транспортных средств и (или) пешеходов, при условии обеспечения безопасности дорожного движения.

«Пачка» автомобилей – группа движущихся автомобилей, формирующаяся под воздействием дополнительных факторов, геометрически видимая как отдельная составляющая транспортного потока.

Плотность транспортного потока – число автомобилей, занимающих единицу длины полосы движения на дороге в любой данный момент, является пространственной характеристикой, определяющей степень стесненности движения на полосе дороги.

Пропускная способность дороги – максимальное значение интенсивности дорожного движения в одном направлении на определенном участке дороги при условии обеспечения безопасности дорожного движения.

Технические средства организации дорожного движения – сооружения и устройства, являющиеся элементами обустройства дорог и предназначенные для обеспечения организации дорожного движения (дорожные знаки, разметка, светофоры, дорожные ограждения, направляющие устройства и иные сооружения и устройства).

Эффективность организации дорожного движения – соотношение потерь времени (задержек) при движении транспортных средств и (или) пешеходов до и после реализации мероприятий по организации дорожного движения при условии обеспечения безопасности дорожного движения.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Алексеева, О. В. Натурные исследования перестроений транспортных средств на улично-дорожной сети / О. В. Алексеева, О. С. Гасилова, Е. А. Ивачев, М. О. Лыжина // Организация и безопасность дорожного движения : материалы X международной научно-практической конференции, посвященной 85-летию со дня рождения д.т.н., проф. Л.Г. Резника – Тюмень : ТИУ, 2017. – Т.2. – С. 139-142.
2. Алексеева, О. В. Оценка безопасности движения в интенсивных транспортных потоках / О. В. Алексеева, О. С. Гасилова, Б. Н. Карев, Л. В. Михалева, Б. А. Сидоров // Транспорт и машиностроение Западной Сибири. – 2016. – № 2(6). – С.14-19.
3. Астафьева, О. М. Реализация программы обеспечения безопасности движения в субъектах УрФО / О. М. Астафьева, О. С. Гасилова, Б. А. Сидоров // Эффективный ответ на современные вызовы с учетом взаимодействия человека и природы, человека и технологий: социально-экономические и экологические проблемы лесного комплекса : материалы XIII Международной научно-технической конференции – Екатеринбург : УГЛТУ, 2021. – С. 314-317.
4. Андронов, Р. В. Понятие затора и формирование очередей на регулируемом пересечении в условиях плотного транспортного потока / Р. В. Андронов, Б. П. Елькин, Д. А. Гензе // Научно-технический вестник Поволжья. – 2015. – № 1. – С. 39-41.
5. Афанасьев, А. С. Влияние внешних воздействующих факторов на установившееся замедление автомобиля при проведении дорожно-транспортной экспертизы / А. С. Афанасьев, Н. В. Чудакова // Известия международной академии аграрного образования. – 2017. – № 32. – С 23-27.
6. Беляев, А. С. Использование имитационного моделирования в повышении пропускной способности улично-дорожной сети / А. С. Беляев, А. Е. Кунгуров, О. С. Гасилова, В. П. Митюков // Научное творчество молодежи – лесному комплексу России : материалы VII Всероссийской научно-технической конференции – Екатеринбург : УГЛТУ, 2015. – Ч. 1. – С. 266-268.
7. Васильева, Н. В. К вопросу обеспечения равномерности и безопасности движения автомобильного транспорта в городской среде / Н. В. Васильева // Вестник гражданских инженеров. – 2015. – № 4(51). – С. 128-132.
8. Васильева, Н. В. Обеспечение равномерности и безопасности движения автомобильного транспорта в городских условиях / Н. В. Васильева // «Актуальные проблемы безопасности дорожного движения. Сборник докладов» СПбГАСУ. – СПб., 2015. – С. 99-103.
9. Васильева, Н. В. Оценка влияния различных факторов на условия движения автомобильного транспорта в городских условиях / Н. В. Васильева // «Актуальные проблемы безопасности дорожного движения. Сборник докладов» СПбГАСУ. – СПб., 2016. – С. 144-149.

10. Врубель, Ю. А. О потоке насыщения / Ю. А. Врубель. Белорус. политех. ин-т. – Минск, 1988. – 7 с. Рук. деп. в ЦБНТИ Минавтотранса РСФСР, № 663 – ат 89.
11. Врубель, Ю. А. Оценка качества дорожного движения / Ю. А. Врубель, Д. В. Капский // Социально-экономические проблемы развития и функционирования транспортных систем городов и зон их влияния : материалы XXII междунар. научн.-практ. конф. – Екатеринбург, 2016. – С. 216-221.
12. Гасилова, О. С. Влияние на безопасность дорожного движения конфигурации перекрестков / О. С. Гасилова, Б. А. Сидоров, О. Н. Чернышев // Современные проблемы науки и образования. – 2012. – № 5. – С. 94.
13. Гасилова, О. С. Нахождение минимально безопасного расстояния между прямолинейно движущимися транспортными средствами на регулируемых пересечениях / О.С. Гасилова // Транспорт. Транспортные сооружения. Экология. – 2017. – № 4. – С. 49-63.
14. Гасилова, О. С. Связь между траекториями движения автомобилей на пересечениях и безопасностью дорожного движения / О. С. Гасилова, Б. А. Сидоров // Научное творчество молодежи – лесному комплексу России : материалы XII Всероссийской научно-технической конференции – Екатеринбург : УГЛТУ, 2016. – Ч. 1. – С. 226-228.
15. Горев, А. Э. Организация автомобильных перевозок и безопасность движения : учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений / А. Э. Горев, Е. М. Олещенко. – М. : Издательский центр «Академия», 2006. – 256 с.
16. ГОСТ Р 51256-2018 Технические средства организации дорожного движения. Разметка дорожная. Классификация. Технические требования. – М. : Стандартинформ, 2018. – 37 с.
17. ГОСТ Р 52282-2004 Технические средства организации дорожного движения. Светофоры дорожные. Типы и основные параметры. Общие технические требования. Методы испытаний. – М. : Стандартинформ, 2004. – 16 с.
18. ГОСТ Р 52289-2019 Технические средства организации дорожного движения. Правила применения дорожных знаков, разметки, светофоров, дорожных ограждений и направляющих устройств. – М. : Стандартинформ, 2020. – 134 с.
19. ГОСТ Р 52290-2004. Технические средства организации дорожного движения. Знаки дорожные. Общие технические требования. – М. : Стандартинформ, 2004. – 125 с.
20. Дзюба, А. П. Повышение пропускной способности регулируемых пересечений в одном уровне : дис. ... канд. техн. наук 05.23.14 / Дзюба Александр Петрович. – Киев, 1989. – 175 с.
21. Добромиров, В. Н. Скорость как фактор влияния на безопасность дорожного движения / В. Н. Добромиров, С. С. Евтюков // Современные проблемы науки и образования. – 2013. – № 5. – С. 73.



22. Евтюков, С. А. Расследование и экспертиза дорожно-транспортных происшествий / С. А. Евтюков, Я. В. Васильев. – СПб. : ДНК, 2004. – 280 с.
23. Евтюков, С. А. Экспертиза ДТП. Справочник / С. А. Евтюков, Я. В. Васильев. – СПб. : ДНК, 2006. – 536 с.
24. Есаулкова, А. В. Влияние пешеходных потоков на пропускную способность регулируемых пересечений / А. В. Есаулкова, А. Е. Павлова, О. С. Гасилова, Б. А. Сидоров // Научное творчество молодежи – лесному комплексу России : материалы VII Всероссийской научно-технической конференции. – Екатеринбург : УГЛТУ, 2014. – Ч. 1. – С. 27-30.
25. Живоглядова, Л. В. Оценка безопасности движения на основе моделирования конфликтной загрузки перекрестков : автореф. дис. ... канд. техн. наук : 05.22.10, 05.23.11 / Живоглядова Лилия Владимировна; [Место защиты : Моск. гос. автомобил.-дорож. ин-т (техн. ун-т)] – Москва, 2005. – 20 с.
26. Живоглядов, В. Г. Теория движения транспортных и пешеходных потоков / В. Г. Живоглядов. – Ростов н/Д. : Изд-во журн. «Изв. вузов. Сев.- Кавк. регион», 2005. – 1082 с.
27. Жигадло, А. П. Новый подход к вводу дополнительной левоповоротной секции светофорного регулирования / А. П. Жигадло, С. В. Дорохин, Д. В. Лихачев // Вестник Сибирского государственного автомобильно-дорожного университета. – 2019. – Т. 16, № 4 (68). – С. 432-445.
28. Зырянов, В. В. Организация дорожного движения : учебное пособие / В. В. Зырянов, Н. А. Синеокая. – Ростов-на-Дону : Ростовский гос. строит. ун-т, 2014. – 92 с.
29. Зырянов, В. В. Современные подходы к разработке комплексных схем организации дорожного движения / В. В. Зырянов, В. Г. Кочерга, М. Н. Поздняков // Транспорт Российской Федерации. – 2011. – № 1 (32). – С. 54-59.
30. Иларионов, В. А. Экспертиза дорожно-транспортных происшествий / В. А. Иларионов. – М. : Транспорт, 1989. – 124 с.
31. Кадасев, Д. А. Повышение системной безопасности транспортных потоков оптимизацией светофорного регулирования их движения : автореф. дис. ... канд. техн. наук : 05.22.10 / Кадасев Дмитрий Анатольевич; [Место защиты: Моск. гос. автомобил.-дорож. ин-т (техн. ун-т)] – Москва, 2008. – 19 с.
32. Капитанов, В. Т. О факторах, определяющих дорожно-транспортную аварийность в регионах России / В.Т. Капитанов, А.Б. Чубуков, В.В. Сильянов, О.Ю. Моница // Наука и техника в дорожной отрасли. – 2019. – С. 18-23.
33. Капитанов, В. Т. Методика расчета светофорных циклов : пособие / В. Т. Капитанов, С. В. Шауро. – М. : МВД СССР ВНИИБДД, 1979. – 50 с.

34. Капитанов, В. Т. Управление транспортными потоками в городах / В. Т. Капитанов, Б. В. Хилажев. – М. : Транспорт, 1985. – 94 с.
35. Карев, Б. Н. Методы расчета безопасных расстояний при попутном движении транспортных средств : монография / Б. Н. Карев, Б. А. Сидоров, П. М. Недоростов. – Екатеринбург : Изд-во УГЛТУ, 2005. – 315 с.
36. Карев, Б. Н. Анализ возможностей столкновения автомобилей, движущихся в попутном направлении / Б. Н. Карев, Б. А. Сидоров // Материалы научно-технической конференции студентов и аспирантов : материалы научно-технической конференции – Екатеринбург : УГЛТУ, 2004. – С. 172-177.
37. Клинковштейн, Г. И. Организация дорожного движения : учеб. для вузов / Г. И. Клинковштейн, М. Б. Афанасьев М.Б. – 3-е изд., перераб. и доп. – М. : Транспорт, 1992. – 207 с.
38. Клинковштейн, Г. И. Организация дорожного движения : учеб. для вузов / Г. И. Клинковштейн, М. Б. Афанасьев М.Б. – 4-е изд., перераб. и доп. – М. : Транспорт, 1997. – 231 с.
39. Клинковштейн, Г. И. Организация дорожного движения : учеб. для вузов / Г. И. Клинковштейн, М. Б. Афанасьев М.Б. – 5-е изд., перераб. и доп. – М. : Транспорт, 2001. – 247 с.
40. Коноплянко В. И. Безопасность движения : учебное пособие / В. И. Коноплянко, О. П. Гуджоян, В. В. Зырянов, А. С. Березин. – Кемерово, 1998 г. – 72 с.
41. Кременец, Ю. А. Инженерные расчеты в регулировании движением / Ю. А. Кременец, М. П. Печерский. – М. : Высшая школа, 1977. – 110 с.
42. Кременец, Ю. А. Применение технических средств для регулирования дорожным движением / Ю. А. Кременец, М. П. Печерский. – М. : Высшая школа, 1974. – 173 с.
43. Кременец, Ю. А. Технические средства регулирования дорожного движения: учебник для вузов / Ю. А. Кременец, М. П. Печерский. – М. : Транспорт, 1981. – 252 с.
44. Кременец, Ю. А. Технические средства организации дорожного движения: учеб. для вузов / Ю. А. Кременец. – М. : Транспорт, 1990. – 255 с.
45. Кременец, Ю. А. Технические средства организации дорожного движения: учебник для вузов / Ю. А. Кременец, М. П. Печерский, М. Б. Афанасьев. – М. : ИКЦ «Академкнига». 2005. – 279 с.
46. Колмогоров, А. Н. Письма читателей / А. Н. Колмогоров // Строительство Москвы. – М. : Издание Моссовета, 1936. – № 19. – С. 12-14.
47. Корчагин, В. А. О системной безопасности дорожного движения / В. А. Корчагин, В. Э. Клявин, А. В. Симаков, А. В. Двуреченская // Вестник липецкого государственного технического университета. – 2018. – С. 43-47.

48. Кочерга, В. Г. Интеллектуальные транспортные системы в дорожном движении : учебное пособие / В. Г. Кочерга, В. В. Зырянов, В. И. Коноплянко. – Ростов н/Д : Рост. гос. строит. ун-т, 2001. – 108 с.
49. Кравченко, П. А. Системность, компетентность, ответственность – ключевые факторы обеспечения безопасности дорожного движения в России / П. А. Кравченко, Е. М. Олещенко // Транспорт Российской Федерации. – 2016. – С. 22-27.
50. Левашев, А. Г. Проектирование регулируемых пересечений : учеб. пособие / А. Г. Левашев, А. Ю. Михайлов, И. М. Головных. – Иркутск : Изд-во ИрГТУ, 2007. – 208 с.
51. Левашев, А. Г. Повышение эффективности организации дорожного движения на регулируемых пересечениях : автореф. дис. ... канд. техн. наук : 05.22.10 / Левашев Алексей Георгиевич; [Место защиты : Волгогр. гос. техн. ун-т] – Волгоград, 2004. – 17 с.
52. Лихачев, Д. В. Исследование процесса ввода специализированной левоповоротной фазы регулирования / Д. В. Лихачев, С. В. Дорохин // Мир транспорта и технологических машин. – 2018. – № 2 (61). – С. 40-47.
53. Лихачев, Д. В. Повышение эффективности левоповоротного движения в зоне регулируемого перекрестка : автореф. дис. ... канд. техн. наук : 05.22.10 / Лихачев Дмитрий Валерьевич; [Место защиты : Орл. гос. ун-т им. И. С. Тургенева] – Орел, 2020. – 26 с.
54. Лыжина, М. О. Влияние типов пересечений на безопасность дорожного движения / М. О. Лыжина, О. С. Гасилова, Б. А. Сидоров // Научное творчество молодежи – лесному комплексу России : материалы XIII Всероссийской научно-технической конференции – Екатеринбург : УГЛТУ, 2017. – С. 323-325.
55. Методические рекомендации по разработке и реализации мероприятий по организации дорожного движения. Организация динамической маршрутизации транспортных потоков [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://standartgost.ru/g/pkey-14293734703>
56. Методические рекомендации по разработке и реализации мероприятий по организации дорожного движения. Организация дорожного движения на регулируемых пересечениях [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://standartgost.ru/g/pkey-14293734706>
57. Метсон Т. М. Организация движения / Т. М. Метсон, У. С.Смит, Ф. В. Хард; пер. с англ. Р. Л. Гончаровой и др.; под ред. А. П. Алексева. – М. : Научно-техн. изд-во Мин-ва авт. тр-та и шоссейных дорог РСФСР, 1960. – 463 с.
58. Михалева, Л. В. Влияние динамики транспортных средств на безопасность дорожного движения : монография / Л. В. Михалева, Б. Н. Карев, Б. А. Сидоров. – Екатеринбург : Уральский гос. лесотехнический ун-т, 2008. – 208 с.

59. Михалева, Л. В. Оценка безопасности движения автомобилей в рамках системы ВАДС / Л. В. Михалева, О. В. Алексеева, О. С. Гасилова, Б. А. Сидоров // Известия ТулГУ. Технические науки. – 2011. – № 4. – С. 220-227.
60. Михалева, Л. В. Результаты определения минимально безопасного расстояния между легковыми автомобилями, движущимися в попутном направлении / Л. В. Михалева, О. В. Алексеева, О. С. Гасилова, Б. А. Сидоров // Известия ТулГУ. Технические науки. – 2011. – № 4. – С. 214-219.
61. Отраслевой дорожный методический документ «Методические рекомендации по оценке пропускной способности автомобильных дорог» (ОДМ 218.2.020-2012). – М. : Росавтодор, 2012. – 148 с.
62. Отраслевой дорожный методический документ «Методические рекомендации по проектированию светофорных объектов на автомобильных дорогах» (ОДМ 218.6.003-2011). – М. : Росавтодор, 2013. – 51 с.
63. Отраслевой дорожный методический документ «Рекомендации по обеспечению безопасности движения на автомобильных дорогах» (ОДМ 218.4.005–2010). – М. : Росавтодор, 2010. – 199 с.
64. Отраслевой дорожно-методический документ «Руководство по устранению и профилактике возникновения участков концентрации ДТП при эксплуатации автомобильных дорог» (ОДМ 218.4.004-2009). – М. : Росавтодор, 2009 – 94 с.
65. Организация дорожного движения в городах : метод. пособие. под общ. ред. Ю. Д. Шелкова / НИЦ ГАИ МВД России. – М. : 1995. – 143 с.
66. Организация дорожного движения : учеб. пособие для учреждений высш. проф. образования / И. Н. Пугачев, А. Э. Горев, А. И. Солодкий, А. В. Белов; под ред. А. Э. Горева. – М. : Издательский центр «Академия», 2013. – 240 с.
67. Официальный сайт ГИБДД. – Режим доступа : <https://media.mvd.ru/files/embed/1799170>
68. Плотников, А.М. Методология обеспечения безопасности движения на регулируемых пересечениях улично-дорожных сетей мегаполисов : автореф. дис. ... д-ра техн. наук : 05.22.10 / Плотников Анатолий Михайлович; [Место защиты: С.-Петербург. гос. архитектур.-строит. ун-т] – Санкт-Петербург, 2016. – 35 с.
69. Поздняков М. Н. Совершенствование организации дорожного движения на кольцевых пересечениях : автореф. дис. ... канд. техн. наук : 05.22.10 / Поздняков Михаил Николаевич; [Место защиты : Волгогр. гос. техн. ун-т] – Волгоград, 2005. – 23 с.
70. Поляков, А. А. Городское движение и планировка улиц / А. А. Поляков. – М.-Л. : Госстройиздат, 1953. – 251 с.

71. Поляков, А. А. Организация движения на улицах и дорогах / А. А. Поляков. – М. : Транспорт, 1965. – 376 с.
72. Постановление Правительства РФ от 23.10.1993 № 1090 «О Правилах дорожного движения» (вместе с Основными положениями по допуску транспортных средств к эксплуатации и обязанности должностных лиц по обеспечению безопасности дорожного движения) [Электронный ресурс]. Режим доступа: [http://www.consultant.ru/document/cons\\_doc\\_LAW\\_2709/](http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_2709/)
73. Постановление Правительства РФ от 16.11.2018 № 1379 «Об утверждении Правил определения основных параметров дорожного движения и ведения их учета» [Электронный ресурс]. Режим доступа: [http://www.consultant.ru/document/cons\\_doc\\_LAW\\_311550/#dst100009](http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_311550/#dst100009)
74. Приказ Министерства транспорта РФ от 18.04.2019 № 114 «Об утверждении Порядка мониторинга дорожного движения» [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://www.garant.ru/hotlaw/federal/1278046/>
75. Пугачёв, И. Н. Организация и безопасность дорожного движения: учебное пособие для студентов высших учебных заведений / И. Н. Пугачёв, А. Э. Горев, Е. М. Олещенко. – М. : Издательский центр «Академия», 2009. – 272 с.
76. Романов, В. В. Оценка безопасности дорожного движения на пересечениях автомобильных дорог / В. В. Романов, Э. З. Грехова, О. С. Гасилова // Научное творчество молодежи – лесному комплексу России : материалы XV Всероссийской научно-технической конференции – Екатеринбург : УГЛТУ, 2019. – С. 305-308.
77. Руководство по регулированию дорожного движения в городах. – М. : Стройиздат, 1974. – 97 с.
78. Руководство по проектированию городских улиц и дорог. – М. : Стройиздат, 1980. – 222 с.
79. Сидоров, А. Б. Предлагаемая схема организации дорожного движения с учетом движения на перекрестке при светофорном регулировании / А. Б. Сидоров, О. С. Гасилова // Научное творчество молодежи – лесному комплексу России : материалы IV Всероссийской научно-технической конференции – Екатеринбург : УГЛТУ, 2008. – Ч. 1. – С. 309-311.
80. Совершенствование методов оценки качества и безопасности дорожного движения : монография / И. Н. Пугачев, Н. Г. Шешера, А. В. Каменчуков. – Хабаровск : Изд-во «Тихоокеанский государственный университет», 2018. – 160 с.
81. Солодкий, А. И. Транспортное моделирование в решении задач организации дорожного движения / А. И. Солодкий // Транспортное планирование и моделирование : сб. трудов II межд. научн.-практ. конф. – СПб. : СПб гос. архит.-строит. ун-т. – 2017. – С. 243-252.
82. СП 34.13330.2012. Автомобильные дороги. Актуализированная редакция СНиП 2.05.02-85\*. М. : Росстандарт, 2013. – 106 с.

83. Столяров, П. А. Повышение пропускной способности улично-дорожной сети / П. А. Столяров, О. С. Гасилова, Б. А. Сидоров // Научное творчество молодежи – лесному комплексу России : материалы VII Всероссийской научно-технической конференции – Екатеринбург : УГЛТУ, 2013. – Ч. 1. – С. 295-297.

84. Суворов, Ю. Б. Судебная дорожно-транспортная экспертиза : Судеб.-эксперт. оценка действий водителей и др. лиц, ответств. за обеспечение безопасности дорож. движения, на участках ДТП : учебное пособие для студентов вузов / Ю. Б. Суворов ; Моск. гос. техн. ун-т им. Н.Э. Баумана. – М. : Экзамен : Право и закон, 2003. – 202 с.

85. Тарасов, С. А. Совершенствование организации дорожного движения на пересечениях с интенсивными пешеходными потоками / С. А. Тарасов, О. С. Гасилова, Б. А. Сидоров // Научное творчество молодежи – лесному комплексу России : материалы VII Всероссийской научно-технической конференции – Екатеринбург : УГЛТУ, 2013. – Ч. 1. – С. 301-303.

86. Указания по разметке автомобильных дорог. – М. : Транспорт, 1976. – 154 с.

87. Управление транспортными потоками в городах: монография / Е. А. Андреева, К. Бётгер, Е. В. Белкова, А. Н. Бурмистров, Р. Р. Гизатуллин, А. Э. Горев, Р. В. Душкин, С. В. Жанказиев, А. Д. Жарков, Т. С. Колосова, А. В. Кузнецов, Е. А. Курочкин, В. В. Курц, В. П. Морозов, А. В. Прохоров, А. И. Солодкий, В. Л. Швецов; под. общ. ред. А. Н. Бурмистрова, А. И. Солодкого. – М. : Изд-во. «Инфра-М», 2019. – 207 с.

88. Федеральный закон от 29.12.2017 № 443-ФЗ (ред. от 31.07.2020) «Об организации дорожного движения в Российской Федерации и о внесении изменений в отдельные законодательные акты Российской Федерации» [Электронный ресурс]. Режим доступа: [http://www.consultant.ru/document/cons\\_doc\\_LAW\\_286793/](http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_286793/)

89. Федеральный закон от 10.12.1995 № 196-ФЗ (ред. от 08.12.2020) «О безопасности дорожного движения» [Электронный ресурс]. Режим доступа: [http://www.consultant.ru/document/cons\\_doc\\_LAW\\_8585/](http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_8585/)

90. Феофилова, А. А. Обоснование условий распределения транспортных потоков на улично-дорожной сети городов : автореф. дис. ... канд. техн. наук : 05.22.10 / Феофилова Анастасия Александровна; [Место защиты: Волгогр. гос. техн. ун-т] – Волгоград, 2013 – 18 с.

91. Ходот, В. В. Оборудование перекрестка с автоматически регулируемым движением / В. В. Ходот // Строительство Москвы. – М. : Издание Моссовета, 1936. – № 11. – С. 12-14.

92. Цариков, А. А. Перспективы развития систем управления движением на улично-дорожной сети крупного города / А. А. Цариков // Сборник Международной научно-технической конференции. – 2010. – Тюмень. – С. 326-330.

93. Цариков, А. А. Пути повышения пропускной способности и безопасности движения поворотных маневров / А. А. Цариков // Вестник Сибирской государственной автомобильно-дорожной академии. – 2009. – № 3 (13). – С. 31-36.
94. Цариков, А. А. Развитие методов расчета регулируемых узлов на улично-дорожной сети / А. А. Цариков // Вестник Уральского государственного университета путей сообщения. – 2009. – № 3-4. – С. 118-123.
95. Цариков, А. А. Развитие методов расчета регулируемых узлов на улично-дорожной сети города : автореф. дис. ... канд. техн. наук : 05.22.01 / Цариков Алексей Алексеевич; [Место защиты : Ур. гос. ун-т путей сообщ.] – Екатеринбург, 2010. – 18 с.
96. Черных, Н. В. Влияние планировочных решений на пропускную способность улично-дорожной сети / Н. В. Черных // «Актуальные проблемы безопасности дорожного движения. Сборник докладов» СПбГАСУ. – СПб., 2018. – С. 238-243.
97. Чванов, В. В. Исследование влияния интенсивности движения транспортных потоков на аварийность на сети дорог федерального значения / В. В. Чванов // Транспорт. Наука, техника, управление: Научный информационный сборник. Вып. 5. – М. : ВИНТИ, 2007.
98. Bang Karl - Lennart. Optimal control of isolated traffic signals // Traffic. Engineering and Control. Vol. 17, 1976, № 7, p. 288-292.
99. Blunden, W. R., Pretty R. L. On the theory of deterministic cyclic traffic flows in networks // Vehicular Traffic Sci. New York, 1967, p. 287-299.
100. Branston, D. A. Comparison of observed and estimated queue lengths at oversaturated traffic signals. // Traffic Eng. and Contr., 1978, v19, № 7, p. 322-327.
101. Drew, D. R. Traffic flow theory control. – N.Y. Mc GrawHill, 1968, – 430 p.
102. Gerlough, D. L. Some problem in intersection Traffic control. Proceedings of the theory of traffic flow. 1961, p. 10-27.
103. Gorev, A. Prerequisite for accident-free traffic at signal-controlled intersections / A. Gorev, O. Gasilova, B. Sidorov // Architecture and Engineering. – 2021. – vol. 6. – № 1. – p. 73-80.
104. Handbuch fuer die Bemessung von Strassenverkehrsanlagen (HBS 2001). – Forschungsgesellschaft fuer Strassen und Verkehrswesen, Koeln, Januar 2002.
105. Highway Capacity Manual // Transportation Research Board, National Research Council. – Washington, D.C., USA. – 2000. – 1134 p.
106. Highway capacity manual 2010 // Transportation Research Board, National Research Council. – Washington, D.C., USA. – 2010.
107. Miller, A. J. Settings for Fixed – Cycle Traffic Signais. Operational Research Quarterly. Vol. 14, № 4, 1963, p. 373-386.

108. Miller, A. J. The Capacity of Signalized Intersections in Australia. // Australian Road Research Board, ARRB Bulletin No.3, 1968.
109. Signalized Intersection Capacity Method. NCHRP Project 3-28(2). JHK & Associates, Tucson, Ariz., Feb. 1983.
110. Signalized Intersection Capacity Study. Final Report, NCHRP, Project 3-28(2). JHK & Associates, Tucson, Ariz., Dec. 1982.
111. Teply, S. Canadian Capacity Guide for Signalized Intersections. – Committee Canadian Capacity Guide for Signalized Intersections, Second Edition, 1995. – 117 p.
112. Wardrop, J.G. Some theoretical aspects of road traffic research. – Proc. Inst. Civ. Eng. Part II, 1952, 1(2), p. 325 – 365.
113. Webster, F. V., Wardrop, J. P. Capacity of Urban intersection // Traffic Engineering and Control, vol. 4 № 7, 1962, p. 17-21.
114. Webster, F. V., Cobbe B. M. Traffic Signals | Road Research Technical Paper N56, HMSQ, London, 1966 – 111 p.
115. Webster, F. V. Traffic Signal Settings. – London, England : Her Majesty's Stationery Office, 1958.
116. Yeo, Y.F., Weesakul, B. Delays to road traffic at an intersection // J. Appl. Probability 1, № 2, 1964, p. 297-310.

#### **Патенты на полезные модели**

117. Патент № 135172 Российская Федерация МПК G09В 19/14 (2006.01). Устройство для оценки безопасности дорожного движения : № 2013426812 : заявлено 11.06.2013 : опубликовано 27.11.2013 / Гасилова О. С., Алексеева О. В. заявитель и патентообладатель УГЛТУ. 3 с.
118. Патент № 192549 Российская Федерация МПК G09В 19/14 (2006.01) G09В 1/14 (2006.01) : Устройство для оценки безопасности дорожного движения : № 2019115421 : заявлено 20.05.2019 : опубликовано 23.09.2019 / Алексеева О. В., Гасилова О. С., Старков В. В., Безсолицин Н. П., Демидов Д. В., Шерстобитов С. В., Сидоров Б. А. заявитель и патентообладатель УГЛТУ. 10 с.



## ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1



«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор по образовательной  
деятельности ФГБОУ ВО  
«Уральский государственный  
лесотехнический университет»  
М.А. Реньш

«21» 09 2020 г.

## АКТ

внедрения материалов, содержащихся в кандидатской диссертации  
«Методика обеспечения безопасности дорожного движения на регулируемых  
пересечениях при наличии поворотных потоков»  
ГАСИЛОВОЙ Ольги Сергеевны в учебный процесс  
Уральского государственного лесотехнического университета

Комиссия в составе:

- доктора технических наук, доцента Е.Е. Шишкиной – директора инженерно-технического института;
- кандидата технических наук А.А. Чижова – заместителя директора, председателя методической комиссии инженерно-технического института;
- кандидата технических наук, доцента Б.А. Сидорова – заведующего кафедрой «Автомобильный транспорт и транспортная инфраструктура»,

настоящим актом подтверждает внедрение материалов, содержащихся в кандидатской диссертации «Методика обеспечения безопасности дорожного движения на регулируемых пересечениях при наличии поворотных потоков» (автор: О.С. Гасилова) в учебный процесс выпускающей кафедры инженерно-технического института автомобильного транспорта и транспортной инфраструктуры для изучения дисциплин: «Технические средства и организация дорожного движения», «Расследование дорожно-транспортных происшествий», «Методы моделирования и проектирования схем движения транспортных средств» со студентами направления подготовки 23.03.01, 23.04.01 «Технология транспортных процессов».

В учебный процесс внедрены также результаты диссертационной работы, изложенные в следующих изданиях:

1. Гасилова, О.С. Влияние на безопасность дорожного движения конфигурации перекрестков / О.С. Гасилова, Б.А. Сидоров, О.Н. Чернышев // Современные проблемы науки и образования. – 2012. – № 5. – С. 94.

2. Гасилова, О.С. Нахождение минимально безопасного расстояния между прямолинейно движущимися транспортными средствами на

регулируемых пересечениях / О.С. Гасилова // Транспорт. Транспортные сооружения. Экология. – 2017. – № 4. – С. 49–63.

3. Патент № 135172 Российская Федерация МПК G09В 19/14 (2006.01). Устройство для оценки безопасности дорожного движения : № 2013426812 : за-явлено 11.06.2013 : опубликовано 27.11.2013 / Гасилова О.С., Алексеева О.В. заявитель и патентообладатель УГЛТУ. 3 с.

Использование результатов диссертационной (кандидатской) работы «Методика обеспечения безопасности дорожного движения на регулируемых пересечениях при наличии поворотных потоков» О.С. Гасиловой обсуждено на заседании методической комиссии инженерно-технического института Уральского государственного лесотехнического университета «17» сентября 2020 г., протокол № 1.

Председатель комиссии:  
директор ИТИ, д.т.н., доцент  
Члены комиссии:  
зам. директора ИТИ, к.т.н.  
зав. кафедрой АТиТИ,  
к.т.н., доцент



Е.Е. Шишкина



А.А. Чижов



Б.А. Сидоров

«УТВЕРЖДАЮ»

Первый проректор

ФГБОУ ВО «Курганский  
государственный университет»

Т.Р. Змызгова

20 дл г.

АКТ

о внедрении результатов диссертационной работы  
Гасиловой Ольги Сергеевны  
**«МЕТОДИКА ОБЕСПЕЧЕНИЯ БЕЗОПАСНОСТИ ДОРОЖНОГО  
ДВИЖЕНИЯ НА РЕГУЛИРУЕМЫХ ПЕРЕСЕЧЕНИЯХ  
ПРИ НАЛИЧИИ ПОВОРОТНЫХ ПОТОКОВ»**  
в учебный процесс



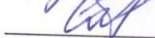
Мы, нижеподписавшиеся, заведующий кафедрой «Автомобильный транспорт», канд. техн. наук, доцент Шабуров В.Н., д.т.н., профессор Васильев В.И., к.т.н., доцент Савельев А.В., составили настоящий акт о том, что результаты диссертационной работы Гасиловой Ольги Сергеевны внедрены в учебный процесс по направлениям подготовки 23.06.01 «Техника и технологии наземного транспорта» (научная специальность 05.22.10 «Эксплуатация автомобильного транспорта»), 23.03.01, 23.04.01 «Технология транспортных процессов», 23.03.03 «Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов» на кафедре «Автомобильный транспорт».

Зав. кафедрой

«Автомобильный транспорт», к.т.н.

Профессор, д.т.н.

Доцент, к.т.н.

 В.Н. Шабуров  
 В.И. Васильев  
 А.В. Савельев

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ  
МУНИЦИПАЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
«ЦЕНТР ОРГАНИЗАЦИИ ДВИЖЕНИЯ»

620102, г. Екатеринбург, ул. Гурзуфская, 48  
тел./факс: 233-57-66, 233-59-39. 376-42-10  
ИНН 667128495 БИК 046577001  
Р/счет 40701810900003000001  
л/счет 890101007033, отд.л/с 890111070  
от «16» апреля 2021 года N 480  
на N от

Руководителю кафедры  
«Автомобильный транспорт» УГЛТУ  
Б.А. Сидорову  
г. Екатеринбург, ул. Сибирский тракт, 37

Акт внедрения  
результатов диссертационной работы Гасиловой О.С.

по теме: «Методика обеспечения безопасности дорожного движения на регулируемых пересечениях при наличии поворотных потоков», представленной на соискание ученой степени кандидата технических наук

Настоящий акт составлен в том, что результаты диссертационного исследования Гасиловой О.С. использованы МБУ «Центр организации движения» г. Екатеринбург при разработке схем организации движения и светофорного регулирования.

Разработанная в диссертационном исследовании математическая модель используется при рассмотрении изменения фаз светофорных объектов при наличии поворотных потоков. Ее использование дает возможность повысить безопасность дорожного движения на пересечениях.

Предложенные в диссертационном исследовании рекомендации доказали свою практическую эффективность в решении задачи повышения безопасности дорожного движения и могут быть использованы в практике по моделированию улично-дорожной сети, в том числе при разработке КСОДД.

С уважением,  
Заместитель директора



Е.Б. Евсеев