

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АРХИТЕКТУРНО-
СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

На правах рукописи

КОВАЛЬ ПАВЕЛ СЕРГЕЕВИЧ

**НЕСУЩАЯ СПОСОБНОСТЬ И ДЕФОРМАТИВНОСТЬ
ПРЕДВАРИТЕЛЬНО НАПРЯЖЕННЫХ МНОГОСЛОЙНЫХ
ДЕРЕВОПЛИТ ПРИ ИЗГИБЕ**

Специальность 05.23.01 – Строительные конструкции, здания и сооружения

Диссертация
на соискание ученой степени кандидата технических наук

Научный руководитель:
доктор технических наук,
профессор А. Г. Черных

Санкт-Петербург – 2021

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	5
Глава 1. АНАЛИЗ СОСТОЯНИЯ ВОПРОСА И ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЙ ПРЕДВАРИТЕЛЬНО НАПРЯЖЕННЫХ МНОГОСЛОЙНЫХ ДЕРЕВОПЛИТ	12
1.1 Общая характеристика составных деревянных элементов конструкций на механических связях.....	12
1.2 Исследование направлений развития составных многослойных панелей и плит из древесины и древесных материалов.....	16
1.3 Анализ предпосылок и практика применения предварительно напряженных деревянных конструкций.....	25
1.4 Исследование влияния сил фрикционного взаимодействия между элементами деревянных конструкций на их несущую способность.....	33
1.5 Исследование конструктивных решений и опыта применения предварительно напряженных многослойных деревоплит	37
1.6 Анализ расчетных методик предварительно напряженных многослойных деревоплит	53
Выводы по первой главе.....	60
Глава 2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАН- НОГО СОСТОЯНИЯ ПРЕДВАРИТЕЛЬНО НАПРЯЖЕННОЙ ДЕРЕВОПЛИТЫ ПРИ ИЗГИБЕ	62
2.1 Напряженно-деформированное состояние предварительно напряженной многослойной деревоплиты при изгибе, как трансверсально-изотропной пластинки, нагруженной силами в двух плоскостях.....	62
2.2 Работа предварительно напряженной многослойной деревоплиты, как составной плиты на податливых связях.....	99
Выводы по второй главе.....	117

Глава 3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ РАБОТЫ ПРЕДВАРИТЕЛЬНО НАПРЯЖЕННОЙ МНОГОСЛОЙНОЙ ДЕРЕВОПЛИТЫ ПРИ ИЗГИБЕ.....	119
3.1 Определение зависимости растягивающих усилий в винтовых стержнях от крутящего момента	120
3.2 Экспериментальное исследование несущей способности и деформативности фрикционных связей в деревянных конструкциях	125
3.2.1 Соединения, нагруженные вдоль волокон	126
3.2.2 Соединения, нагруженные поперек волокон	131
3.3 Экспериментальное исследование деформативности ПНД при изгибе.....	135
3.3.1 Методика экспериментального определения вертикальных деформаций крупноформатных плоскостных объектов (ПНД) методом сплошного лазерного сканирования изгибаемой поверхности	136
3.3.2 Планирование эксперимента	138
3.3.3 Образцы и установка для испытаний.....	140
3.3.4 Методика испытаний.....	144
3.3.5 Результаты испытаний.....	149
3.4 Экспериментальное исследование несущей способности ПНД при изгибе	154
Выводы по третьей главе	159
Глава 4. РАЗРАБОТКА МЕТОДИКИ РАСЧЕТА ПРЕДВАРИТЕЛЬНО НАПРЯЖЕННЫХ МНОГОСЛОЙНЫХ ДЕРЕВОПЛИТ ПО ПРЕДЕЛЬНЫМ СОСТОЯНИЯМ ПРИ ИЗГИБЕ.....	161
4.1 Критерии наступления предельных состояний ПНД.....	161
4.2 Напряженно-деформированное состояние предварительно напряженной многослойной деревоплиты, изготовленной из	

конструкционных пиломатериалов, отсортированных по классам прочности.....	163
4.3 Распределение сил, действующих на ПНД	168
4.4 Методика расчета ПНД по предельным состояниям при изгибе	172
Выводы по четвертой главе	176
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	178
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	180
ПРИЛОЖЕНИЕ А.....	209
ПРИЛОЖЕНИЕ Б.....	252
ПРИЛОЖЕНИЕ В	258
ПРИЛОЖЕНИЕ Г.....	265
ПРИЛОЖЕНИЕ Д.....	266

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы исследования Развитие строительной отрасли привело к возникновению потребности в конструкциях, сечения элементов которых превышают «природный» сортамент древесины. Существует два основных способа создания деревянных элементов больших сечений: склеивание и сплачивание пиломатериалов на механических связях, обладающих податливостью. Изменившаяся за последние десятилетия структура рынка строительной индустрии, а также более строгие технологические требования, предъявляемые к производству КДК по сравнению с составными конструкциями из цельной древесины, приводят к постепенному увеличению доли последних в общем объеме, это относится и к конструкциям построечного изготовления. Применение современных типов составных многослойных деревоплит позволяет повысить несущую способность, жесткость, огнестойкость покрытий, перекрытий и настилов из древесины по сравнению с балочными. Создавать аналогичные конструкции на основе КДК нерационально, ввиду неизбежности возникновения в них усилий, растягивающих древесину поперек волокон. В составных же многослойных деревоплитах они воспринимаются поперечными связями. Одним из наиболее перспективных решений деревоплит можно считать предварительно напряженные многослойные деревоплиты (ПНД). Вместе с тем, в нормах проектирования отсутствуют методики проектирования составных ДК, работающих в плоскости, параллельной швам сплачивания, а также методики расчета деревянных плит, изгибающихся в двух направлениях, т.е. работающих по пространственной схеме. Это позволяет сделать вывод об актуальности темы исследования.

Степень разработанности темы исследования. В развитие теории расчета составных деревянных стержней внесли вклад А. Р. Ржаницын, П. Ф. Плешков, В. Г. Писчиков, А. Б. Губенко, Г. В. Свенцицкий, В. М. Коченов, М. Е. Каган, А. В. Дятлов, В. С. Деревягин, В. В. Пинаджан,

К. С. Завриев, Н. Ю. Кушелев, А. В. Турков и др. Значительная часть исследований составных панелей и плит относится к ребристым многослойным конструкциям с деревянным каркасом и обшивками из листовых материалов. Их разработками и изучением занимались П. А. Дмитриев, В. И. Жаданов, И. С. Инжутов, Р. Б. Орлович, Д. А. Украинченко, М. М. Жербин, А. Г. Черных, А. С. Черных, Б. В. Лабудин, Е. В. Попов и др. Комбинированные ребристые деревожелезобетонные плиты пролетных строений автодорожных мостов предложены В. П. Стуковым и В. И. Кулишем. Основой для этих разработок послужили в первую очередь труды в области теории упругости изотропных и анизотропных пластин Н. И. Мусхелишвили, С. П. Тимошенко, С. Войновского-Кригера, С. Г. Лехницкого, С. А. Амбарцумяна и др.

Исследованием предварительно напряженных и управляемых конструкций из дерева занимались Ю. М. Иванов, П. А. Дмитриев, В. А. Грачев, В. И. Кулиш, В. Н. Головач, И. С. Инжутов, Б. В. Накашидзе, С. Б. Турковский, И. М. Линьков, И. Г. Яшин, Л. В. Панченко, А. Б. Шмидт, А. Ф. Рожков, С. В. Деордиев, М. Б. Москалев и др.

ПНД были созданы с целью повышения эксплуатационных качеств гвоздевых деревоплит путем поперечного обжатия. Впервые данная технология была применена в 1976 году при восстановлении аварийного моста через р. Геберт в провинции Онтарио (Канада) инженерами P. F. Csagoly и R. J. Taylor. ПНД исследовались M. A. Ritter, A. G. Dimakis, M. G. Oliva, R. L. Tuomi, M. Accorsi, E. Sarisley, E. A. Geske, L. Mason, W. J. McCutcheon, R. C. Moody, J. P. Wacker, H. Ganga Rao и др., а также упоминаются в ряде публикаций Р. Б. Орловичем, Е. Н. Серовым, П. А. Дмитриевым, В. А. Уткиным, П. Н. Кобзевым, А. Ф. Рожковым. Существует несколько отличных друг от друга инженерных методик расчета ПНД, в которых используются упрощенные расчетные схемы (балочные). При этом обобщенная теория изгиба составных предварительно напряженных многослойных деревоплит отсутствует, а балочные схемы не

адекватны рассматриваемой конструкции ПНД, что выражается, в частности, в несоответствии расчетных прогибов фактическим.

Цель исследования заключается в определении напряженно-деформированного состояния предварительно напряженных многослойных деревоплит при изгибе и разработке методики их расчета по первой и второй группам предельных состояний.

Задачи исследования:

1. Теоретически определить НДС предварительно напряженной многослойной деревоплиты при изгибе с учетом анизотропии материала, а также действия сжимающих сил в ее срединной плоскости.
2. Исследовать работу конструкции как составной плиты с учетом податливости связей.
3. Исследовать упругие свойства соединения, создаваемого за счет сил трения взаимодвижения элементов ДК.
4. Разработать модель ПНД для лабораторных исследований, а также методику определения изогнутой поверхности плиты опытным путем.
5. Экспериментально исследовать деформативность и несущую способность предварительно напряженных многослойных деревоплит.
6. Разработать методику расчета ПНД по предельным состояниям и практические рекомендации по их проектированию.

Объект исследования – изгибаемая предварительно напряженная многослойная деревоплита (ПНД).

Предмет исследования – напряженно-деформированное состояние предварительно напряженной многослойной деревоплиты при изгибе.

Область исследования соответствует паспорту научной специальности 05.23.01 – Строительные конструкции, здания и сооружения в части п. 3 «Создание и развитие эффективных методов расчета и экспериментальных исследований вновь возводимых, восстанавливаемых и усиливаемых строительных конструкций, наиболее полно учитывающих

специфику воздействий на них, свойства материалов, специфику конструктивных решений и другие особенности».

Научная новизна:

1. Установлены значения модулей упругости фрикционных связей при воздействиях вдоль и поперек волокон G_x и G_z .
2. Разработана оригинальная методика экспериментального исследования крупноформатных плоскостных объектов (ПНД) методом сплошного лазерного сканирования деформируемой поверхности. Получена математическая модель, описывающая изогнутую поверхность ПНД при изгибе.
3. Получены новые экспериментальные данные по несущей способности и характеру разрушения ПНД при изгибе. Подтверждено распределение усилий в поперечном сечении плиты как в изотропном теле.
4. Разработана методика расчета предварительно напряженных многослойных деревоплит по предельным состояниям при изгибе, учитывающая их характерные особенности, выявленные в ходе теоретических и экспериментальных исследований (анизотропия, характер НДС, составность конструкции).

Теоретическая значимость диссертационной работы заключается в обосновании расчетной модели для определения напряженно-деформированного состояния предварительно напряженных многослойных деревоплит при изгибе.

Практическая значимость диссертационной работы заключается в:

1. Определении упругих свойств связей, создаваемых за счет сил фрикционного взаимодействия элементов ДК.
2. Разработке методики экспериментального исследования крупноформатных плоскостных объектов методом сплошного лазерного сканирования деформируемой поверхности.

3. Разработке методики расчета и рекомендаций по проектированию предварительно напряженных многослойных деревоплит по первой и второй группам предельных состояний.

Методология исследования основывается на применении научных методов познания, классических положений механики твердого деформируемого тела, а также теории расчета конструкций и сооружений с применением древесины, планирования экспериментов и математической статистики.

Положения, выносимые на защиту

1. Расчетная модель ПНД как трансверсально-изотропной пластинки, находящейся под совместным действием сил в срединной плоскости и в плоскости, перпендикулярной ей.
2. Результаты экспериментальных исследований упругих свойств связей, создаваемых за счет сил фрикционного взаимодействия элементов ДК.
3. Математическая модель деформирования ПНД под действием сосредоточенной силы, полученная при помощи оригинальной методики лазерного сканирования.
4. Результаты экспериментальных исследований несущей способности ПНД при изгибе сосредоточенной силой, приложенной в центре плиты.
5. Методика расчета ПНД по первой и второй группам предельных состояний.

Степень достоверности результатов обеспечивается применением общепринятых понятий, гипотез и допущений механики твердого деформируемого тела, современных подходов в анализе напряженно-деформированного состояния конструкций из дерева, использованием поверенного аттестованного измерительного оборудования; подтверждена удовлетворительной сходимостью результатов теоретических и экспериментальных исследований изгибаемых предварительно напряженных многослойных деревоплит при кратковременном нагружении.

Апробация диссертационной работы.

Основные выводы и результаты диссертационного исследования представлялись на следующих всероссийских и международных научных симпозиумах, конференциях и конгрессах:

- IV Международный съезд-конгресс Ассоциации деревянного домостроения, СПб, СПбГАСУ, 2011;
- 65-я Международная научно-практическая конференция студентов, аспирантов, молодых ученых и докторантов «Актуальные проблемы строительства и архитектуры», СПб, СПбГАСУ, 2012;
- II Международный конгресс молодых ученых «Актуальные проблемы современного строительства», СПб, СПбГАСУ, 2013;
- Международная научно-практическая конференция «Современные проблемы переработки древесины», СПб, СПбГЛТУ, 2013;
- XLII научная и научно-практическая конференция НИУ ИТМО, СПб, 2013;
- XVII Международный симпозиум «Современные строительные конструкции из металла, дерева и пластмасс», Украина, Одесса, ОГАСУ, 2013;
- IV Международный конгресс молодых ученых «Актуальные проблемы современного строительства», СПб, СПбГАСУ, 2014;
- IX Международная научно-практическая конференция «Инновации в деревянном строительстве», СПб, СПбГАСУ, 2018;
- 75-я научная конференция профессорско-преподавательского состава и аспирантов университета «Архитектура – строительство – транспорт», СПб, СПбГАСУ, 2019;
- 73-я научно-практическая конференция студентов, аспирантов и молодых учёных «Актуальные проблемы современного строительства», СПб, СПбГАСУ, 2020.

Публикации. Материалы диссертационного исследования опубликованы в 12 печатных работах общим объемом 7,26 п.л., лично

автором – 5,69 п.л., в т.ч. 7 работ опубликованы в изданиях, входящих в перечень ведущих рецензируемых научных журналов, утвержденный ВАК РФ.

Внедрение результатов диссертационной работы. Результаты исследований внедрены в практической области:

- при разработке рабочей документации в рамках реконструкции объекта капитального строительства «Здание Главного корпуса (восточная терраса) объекта строительства Пансионат в районе села Прасковеевка, г. Геленджик, Краснодарский край» – соответствующий Акт о внедрении результатов научно-исследовательской работы предоставлен в приложении Г;
- в учебный процесс по дисциплине «Конструкции из дерева и пластмасс» (для обучающихся по направлению подготовки по специальности 08.05.01 «Строительство уникальных зданий и сооружений») – соответствующий Акт о внедрении результатов научно-исследовательской работы предоставлен в приложении Д.

Структура и объем диссертационной работы

Диссертационная работа включает введение, четыре главы с выводами по каждой из них, заключение, список литературы и приложения. Объем работы – 208 страниц машинописного текста, включая 12 таблиц и 84 рисунка. Список литературы содержит 240 наименований, в том числе 85 – на иностранных языках.

Работа выполнена при Федеральном государственном образовательном учреждении высшего образования «Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет» (ФГБОУ ВО СПбГАСУ).

Глава 1. АНАЛИЗ СОСТОЯНИЯ ВОПРОСА И ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЙ ПРЕДВАРИТЕЛЬНО НАПРЯЖЕННЫХ МНОГОСЛОЙНЫХ ДЕРЕВОПЛИТ

1.1 Общая характеристика составных деревянных элементов конструкций на механических связях

Размеры элементов строительных конструкций из цельной древесины естественным образом ограничены размерами растущего дерева, а также технологическими ограничениями по его обработке и транспортировке. Однако развитие строительной отрасли приводит к возникновению потребности в перекрытии пролетов, которые не позволяет обеспечить применение пиломатериалов или круглых лесоматериалов в качестве готовых конструкций [47; 54]. Традиционно для создания конструкций из цельной древесины, сечения элементов которых превышают «природный» сортамент, применяют сплачивание при помощи механических связей, обладающих некоторой податливостью, а для элементов большой длины – сращивание и наращивание в продольном направлении. Основные способы создания элементов составного сечения приведены на рисунке 1.1.

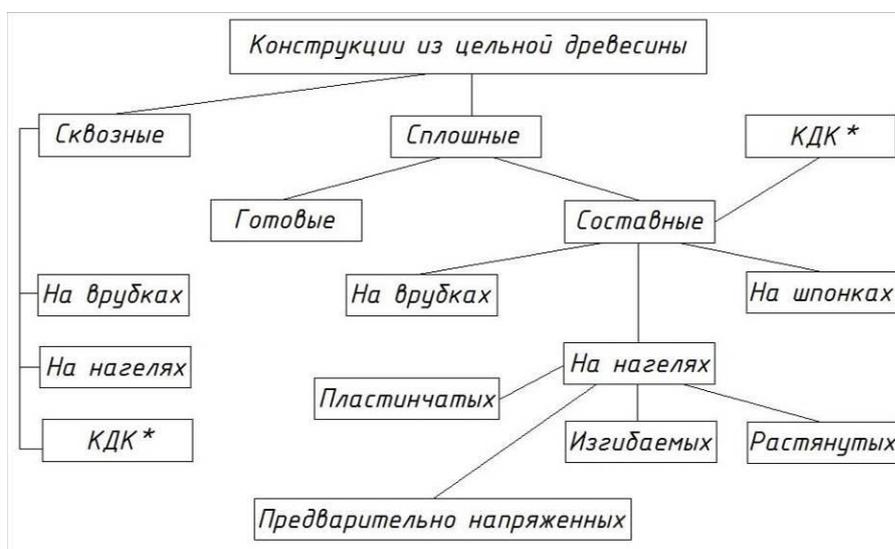


Рисунок 1.1. Классификация деревянных конструкций из цельной древесины.

Сопряжения на врубках и шпонках, в силу своей трудоемкости, на сегодняшний день практически не применяются [46; 54; 105]. Соединения на нагелях представлены в большом многообразии форм и материалов (гладкие стальные цилиндрические нагели, деревянные нагели, гвозди, ввинченные и вклеенные стержни, пластинчатые нагели и т.д.). Что касается клеевых швов, необходимо отметить, что они считаются абсолютно жесткими [127], т.е. не обладают податливостью, таким образом, составной элемент, сплоченный при помощи клея, следует рассматривать как монолитный. Однако, в случае, если между отдельными слоями имеются зазоры, а их контакт осуществляется через короткие прокладки, такой стержень проявляет свойства составного [93]. В практике строительства на сегодняшний день клееные деревянные элементы практически полностью вытеснили составные на податливых связях, исключая индивидуальное домостроение. Однако следует признать, что, как и все прочие технические решения, КДК должны иметь собственную область рационального применения. Например, в условиях пониженной влажности нормами не рекомендуется применение клееных конструкций [96; 127]. Важно отметить, что применение составных ДК отвечает более строгим требованиям в части соблюдения принципов устойчивого развития, т.к. в этом случае не применяется клей, следовательно, снижается потребление энергии и выброс вредных веществ в окружающую среду на этапе производства конструкций, их эксплуатации и утилизации [210].

Функционально связи в составных стержнях можно разделить на два типа, как правило, реализуемые за счет одного и того же соединительного элемента (болта, винта и т.п.) [103; 104]:

1. связи сдвига (воспринимают сдвигающие усилия в швах между отдельными ветвями);
2. поперечные связи (способствуют прижатию отдельных элементов друг к другу).

Основные подходы, принятые при расчете составных стержней, можно разделить на две группы:

1. с рассмотрением составного стержня как сложной, многократно статически неопределимой системы элементов, скрепленных между собой упругими связями двух типов – сдвига и поперечными [103; 104];
2. с условным представлением составного стержня, как единого, с приведенными характеристиками [93; 96; 127].

Составные деревянные балки применялись уже в античности и впервые упоминаются Витрувием [19]. К началу XIX в. известны конструкции с применением врубок, шпонок, болтов, хомутов [33; 206]. В 1855 г. опубликован труд Д. И. Журавского «О мостах раскосной системы Гау» с приложением «Замечания относительно сопротивления бруса, подверженного силе, нормальной к его длине» [45]. В 1889 г. Рэнкин (W. J. M. Rankine) впервые использовал в качестве связей наклонно расположенные болты (рисунок 1.2) [206], применив таким образом «принцип струны», который позднее был сформулирован в ЛИСИ Е. Н. Серовым в 80-х гг. XX в. [114; 116; 117; 118].

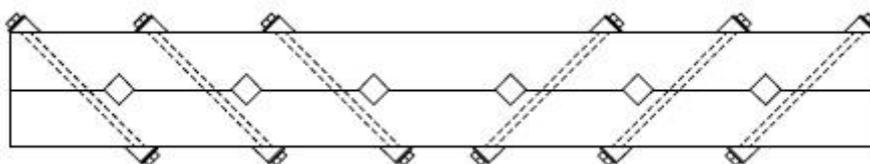


Рисунок 1.2. Составная балка Рэнкина на наклонных болтах [206].

В 20-50-е гг. XX в. наблюдался рост количества исследований, объемов строительства, а также показателей эффективности конструкций из цельной древесины [36; 47; 138]. Разрабатывались новые перспективные конструкции, в т.ч. составные на податливых связях. Проектировались и возводились многочисленные специальные сооружения – мосты, башни и мачты высотой

до 200,0 м, купола и оболочки и т.п. [54]. В. С. Деревягиным в 1932 г. была предложена оригинальная конструкция составных балок на пластинчатых дубовых нагелях. Важнейший вклад в развитие теории расчета составных деревянных стержней внесли С. П. Тимошенко, А. Р. Ржаницын, П. Ф. Плешков, В. Г. Писчиков, А. Б. Губенко, Г. В. Свенцицкий, В. М. Коченов, М. Е. Каган, А. В. Дятлов, В. С. Деревягин, В. В. Пинаджан, К. С. Завриев, Н. Ю. Кушелев [32; 54; 59; 60; 91; 92; 93; 103; 104; 134].

Современные формы составных ДК слабо представлены в практике строительства, однако в последние годы наметился рост интереса к исследованиям в этой области. Например, в работах А. В. Туркова рассмотрены вопросы работы составных деревянных стержней, включая элементы пространственных конструкций, при воздействии динамических нагрузок [136; 137; 138; 139]. Объяснить вновь возросший интерес к составным ДК можно изменившейся структурой рынка строительной индустрии, а также более строгими технологическими требованиями к производству клееных конструкций, чем к конструкциям из цельной древесины, что закономерно будет приводить к перераспределению производственных мощностей в пользу последних. Другая причина – появление новых конструкций, к которым возможно применять принципы проектирования составных ДК [117; 140]. При создании КДК с шириной сечения свыше 240 мм на практике выполняют сечение сплоченным из двух или более клееных пакетов, вместо склейки заготовок по пласти и по кромке [155]. Сплачивание производится при помощи постановки вклеенных или ввинченных стержней, и элемент следует считать составным, работающим в плоскости, параллельной его швам сплачивания. Если все ветви такого составного стержня имеют одинаковое закрепление, и нагрузка по их длине распределена пропорционально моментам инерции сечений, то связи сдвига не участвуют в работе, а элемент в целом следует считать монолитным [93].

Набирающие популярность конструкции из однонаправленного клееного шпона (*LVL*), в силу специфики этого материала наиболее часто

проектируют с вертикальным расположением слоев, а т.к. максимальная толщина стандартных брусьев из *LVL* не превышает 106 мм [130], то элементы выполняют многоветвевыми со связями в виде нагелей различных типов [149].

Составные элементы с высотой сечения, превышающей сортамент пиломатериалов, заменяются КДК. В связи с этим возрастает актуальность вопросов проектирования составных ДК, работающих в плоскости, параллельной швам сплачивания, т.е. с увеличенной шириной сечения. Вместе с тем, в нормах проектирования не уделено должное внимание этой проблеме. Согласно ГОСТ Р 56705-2015 [31] составные элементы конструкций определяются как элементы в виде составного по высоте сечения из брусьев, досок или клееных элементов, соединенных податливыми связями по их длине. Однако, например А. Р. Ржаницын указывает, что составным элементом (стержнем) следует считать некоторое количество монолитных прямолинейных стержней, соединенных податливыми либо жесткими связями по всей длине [103; 104]. По П. Ф. Плешкову составной стержень – стержень, составленный из нескольких ветвей, упруго скрепленных между собой [93]. Таким образом, элементы, поперечное сечение которых сплачивается по ширине, также должны считаться составными, а теория их расчета – учитывать податливость связей.

1.2 Исследование направлений развития составных многослойных панелей и плит из древесины и древесных материалов

В 60-80 гг. XX в. основной вектор исследований и развития теории расчета составных конструкций с применением древесины и древесных материалов сместился на многослойные плиты покрытий и перекрытий, стеновые панели. Были разработаны многочисленные варианты конструкций с деревянным каркасом (как правило, из досок) и обшивками из листовых материалов – фанеры, цементно-стружечных плит, асбестоцементных плит и

т.п. [69; 78; 98; 100; 101; 111]. Основой для этих разработок послужили в первую очередь труды в области теории упругости изотропных и анизотропных пластин Н. И. Мусхелишвили, С. П. Тимошенко, С. Войновского-Кригера, С. Г. Лехницкого, С. А. Амбарцумяна, Б. Г. Галеркина и др. [6; 21; 67; 68; 75; 135]. Важнейшие исследования анизотропии механических свойств древесины и материалов на ее основе провели Е. К. Ашкенази, Г. А. Гениев, Б. А. Освенский, А. Н. Митинский, Ю. С. Соболев, А. Л. Рабинович, А. П. Павлов, Ф. П. Белянкин, Ю. М. Иванов, Е. Н. Серов, В. Н. Глухих [13; 14; 15; 22; 24; 25; 49; 71; 72; 80; 82; 83; 97; 114; 116; 117; 118; 123].

Значительный вклад в изучение и разработку новых типов многослойных плит и панелей внесли П. А. Дмитриев, В. И. Жаданов, И. С. Инжутов, Р. Б. Орлович, Д. А. Украинченко, М. М. Жербин, Н. П. Борисова [17; 40; 41; 42; 43; 44; 79; 141]. Несущая способность и деформативность составных стеновых панелей с деревянным каркасом и обшивками из листовых материалов, как элементов многослойных ограждающих конструкций изучены А. Г. Черных, А. С. Черных, С. Г. Каратаевым [148; 151; 152]. Совместная работа обшивок и ребер различных стеновых панелей с учетом податливости связей рассмотрена в работах Б. В. Лабудина, Е. В. Попова и др. [65; 66; 95].

Конструкции ребристых пролетных строений автодорожных мостов с использованием клееных деревянных ребер и железобетонных плит предложены В. П. Стуковым [131; 132], В. И. Кулишем [62; 63; 64]. Ими теоретически и экспериментально рассмотрена совместная работа ребер и плиты, исследована податливость связей в таких конструкциях.

В последние годы активно развивается производство перекрестно-клееных плит из древесины (ДПК по [31]), так называемых CLT (англ. Cross Laminated Timber). Эти плиты, в том числе, применяются в строительстве мостов [157; 182], многоэтажных [133; 164; 166; 216; 227; 228; 231], а также малоэтажных зданий в конструкциях стен, покрытий и перекрытий.

Совместная работа CLT-плиты и клееных деревянных ребер, соединенных при помощи податливых связей изучена Т. П. Черновой [65; 146; 239]. Помимо клееных существуют и составные массивные плиты из древесины – перекрестные дощато-гвоздевые панели (нем. Massiv-Holz-Mauer, МНМ), представляющие собой панельные конструкции заводского изготовления из 5-15 слоев из досок толщиной 23-24 мм, уложенных взаимно перекрестными рядами (рисунок 1.3) [85; 94; 145]. Соединение слоев выполняется по пласти при помощи алюминиевых гвоздей. Применяются панели МНМ в качестве несущих стен и перегородок малоэтажных зданий.



Рисунок 1.3. Опорный узел перекрестной дощато-гвоздевой стеновой панели.

Отдельно следует отметить безреберный настил – известную с начала XX в. деревоплиту (рисунок 1.4), называемую также гвоздевой деревоплитой (ГД). Эта конструкция представляет собой ряд досок, поставленных на ребро вплотную друг к другу и сплоченных гвоздями или иными нагелями [46; 54; 77; 81]. Широкое применение ГД нашли в качестве элементов покрытий промышленных зданий в 30-е гг. XX в., когда возводились с этой целью значительно чаще других конструкций [113]. Этому способствовали относительная дешевизна древесины в тот момент, в т.ч. применение

низкосортной древесины и обрезков (что допустимо для ГД [54]), простота изготовления и монтажа деревоплит, их легкость, а также возможность не устраивать дополнительного утепления за счет высокого сопротивления древесины теплопередаче в направлении поперек волокон. Кроме того, за счет своей массивности ГД обладают повышенной огнестойкостью [77]. С конструктивной точки зрения преимуществами деревоплит являются значительная жесткость (по этой причине ГД применяются для устройства полов спортивных залов и танцевальных площадок), высокая несущая способность (как следствие – малая строительная высота), а также отсутствие необходимости устраивать скатные связи в покрытии за счет образования жесткого диска [46; 77].

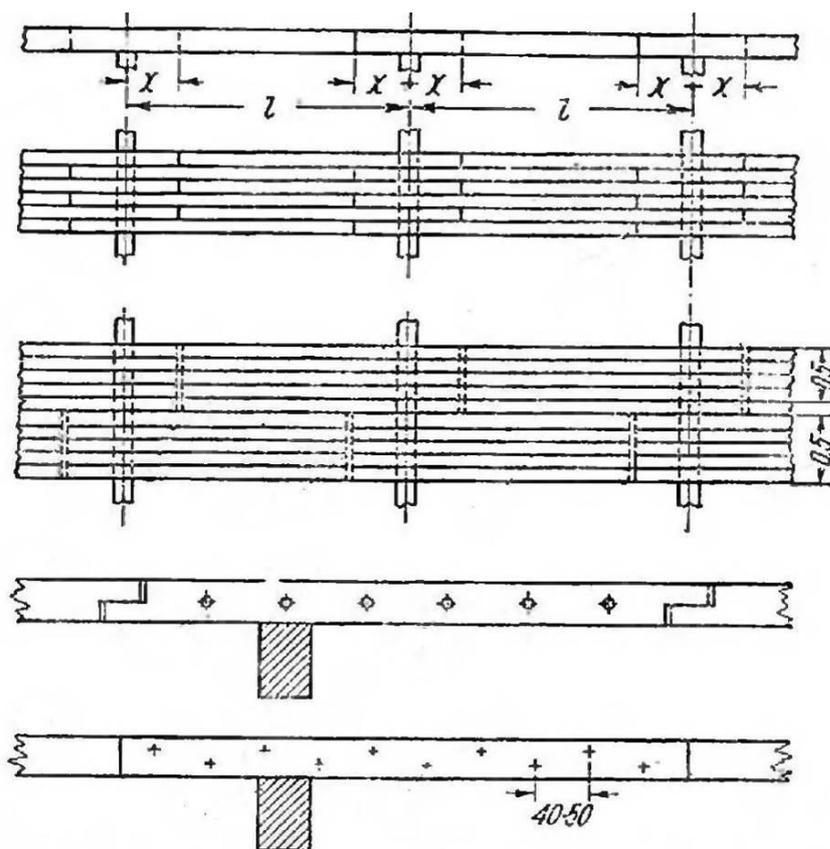


Рисунок 1.4. Конструкция деревоплиты построечного изготовления (из досок) и из заготавливаемых щитов.

Деревоплиты могут выполняться из отдельных досок или заранее заготавливаемых щитов, как правило, неразрезными многопролетными.

Расчет ведется по балочной схеме. Методика расчета была предложена В. Г. Писчиковым, В. А. Замараевым, М. Е. Каганом [77].

В качестве основного конструктивного недостатка гвоздевых деревоплит, применявшихся в первой половине XX в., можно выделить загнивание древесины ГД, вызываемое конденсацией водяных паров на внутренних поверхностях щелей между отдельными элементами плиты [113]. Комплекс мероприятий по устранению возможности попадания влаги в эти щели (создание слоя пароизоляции под деревоплитой и вентилируемого воздушного зазора над ней) способствует снижению огнестойкости конструкции [54], кроме того, зачастую пароизоляционный слой устраивался в фанерном исполнении, что приводило к ускоренному загниванию. В связи с этим следует отметить эволюцию норм проектирования по отношению к деревоплитам. Если в СНиП II-Б.5-54 приводятся требования к деревоплитам в ряду прочих конструкций [119], то в СНиП II-В.4-62 и СНиП II-В.4-71* указано, что «применение деревоплиты в покрытиях и перекрытиях зданий не допускается» [120; 121], а в СНиП II-25-80 и последующих редакциях норм деревоплиты не упоминаются [122; 126; 127]. Но и после этого рядом авторов [46; 81] область применения гвоздевых деревоплит определяется как покрытия отапливаемых производственных зданий с относительной влажностью воздуха не более 60%, либо отапливаемых зданий пониженной капитальности в лесоизбыточных районах [54]. Существенно повысить срок службы ГД позволяет антисептирование пиломатериалов, из которых они изготавливаются. Важно отметить, что указанные области применения, а также конструктивные недостатки относятся к периоду, когда практически не применялись эффективные утеплители, и деревоплиты использовались в качестве конструкций, не требующих дополнительного утепления.

В специализированных нормах по проектированию мостов и труб положения, относящиеся к ГД, сохраняются [125]. Список технической и учебной литературы, в которой приводятся требования и рекомендации по проектированию гвоздевых деревоплит в качестве настилов при устройстве

автодорожных мостов, весьма представителен [23; 39; 46; 58; 62; 63, 64; 90; 125; 131; 132; 142; 143]. При этом, как правило, плиту рекомендуют проектировать ребристой, а поверх ее укладывать железобетонное либо асфальтобетонное покрытие. Совместная работа дерево- и железобетонной плит могут быть учтены [62; 63; 64; 131; 132], что приводит к снижению материалоемкости и коэффициента армирования. Кроме того, упрощается производство бетонных работ, ввиду отсутствия необходимости дополнительно устраивать опалубку.

За рубежом составные многослойные деревоплиты, включая гвоздевые, продолжают использоваться при строительстве различных зданий и сооружений, а, следовательно, и совершенствуются. ГД широко применяются в строительстве автодорожных и пешеходных мостов в странах Европы [165; 175; 182; 186; 196; 203], Северной Америки [176; 207; 218], Тихоокеанского региона [169; 172; 173; 192; 211; 229]. Однако, в Канаде, например, деревоплиты активно применяются и в покрытиях и перекрытиях общественных зданий, разработаны нормы и рекомендации по их проектированию [209]. Канадский опыт в данном вопросе следует считать передовым [180] (рисунки 1.5-1.8).

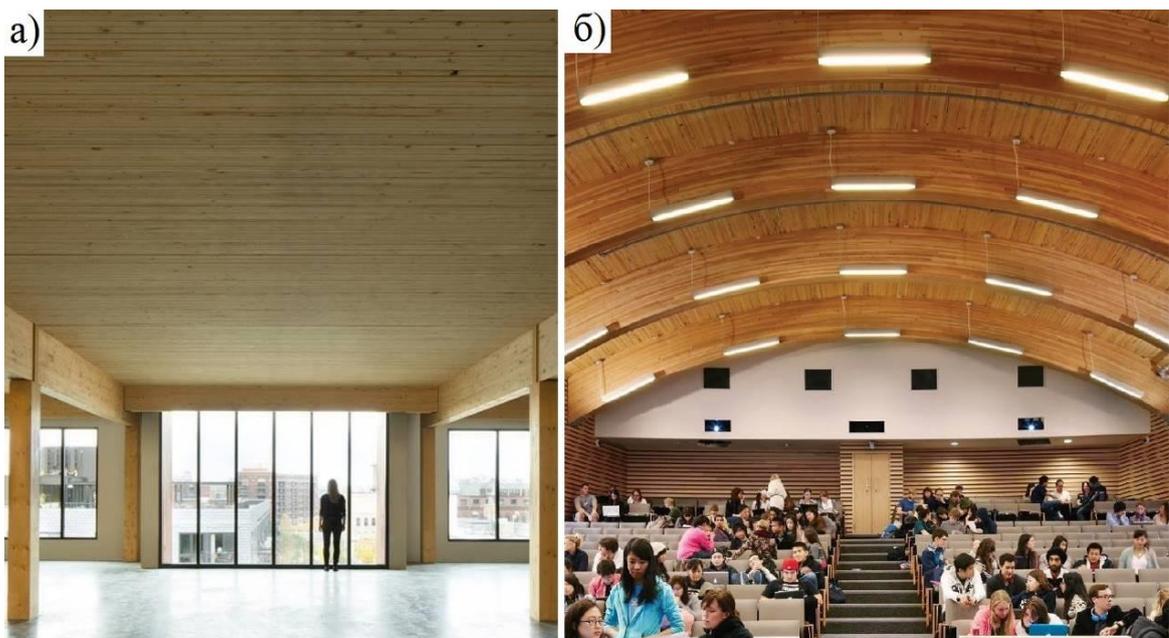


Рисунок 1.5. Деревоплита в общественных зданиях: а) перекрытие
б) криволинейное покрытие.

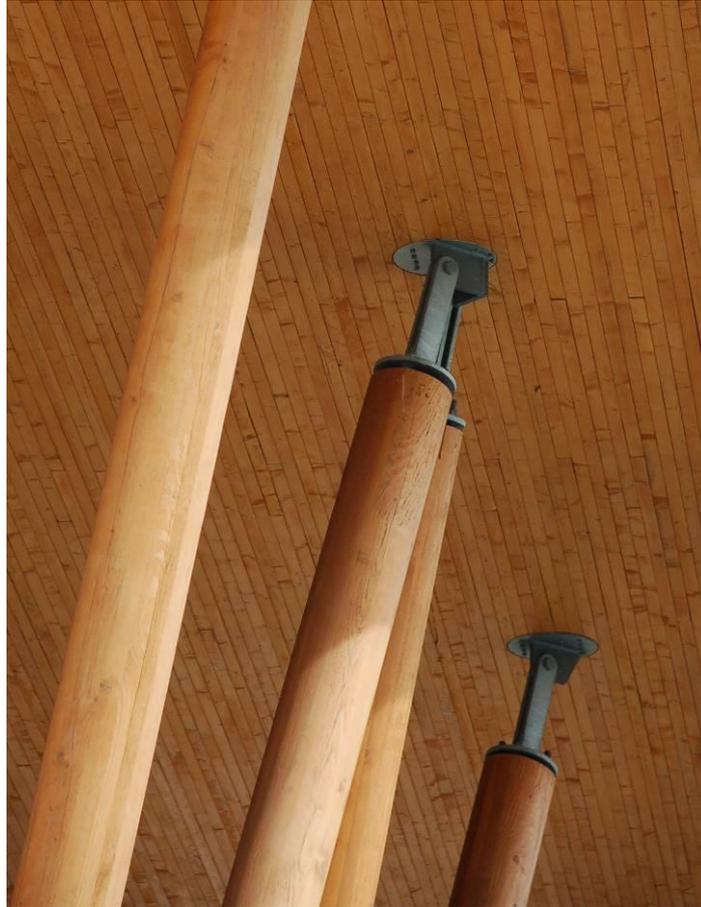


Рисунок 1.6. Безригельное опирание деревоплиты.

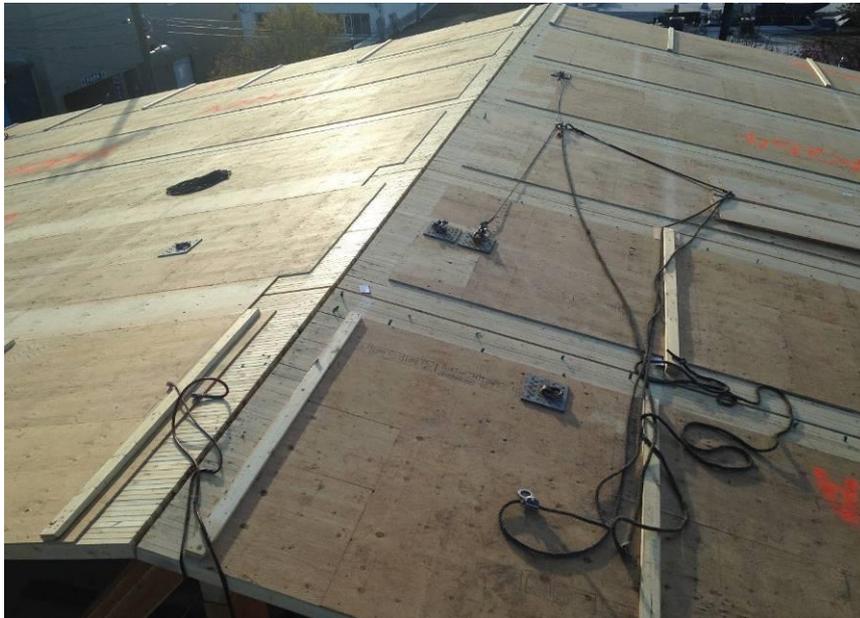


Рисунок 1.7. Монтаж деревоплит в покрытии.

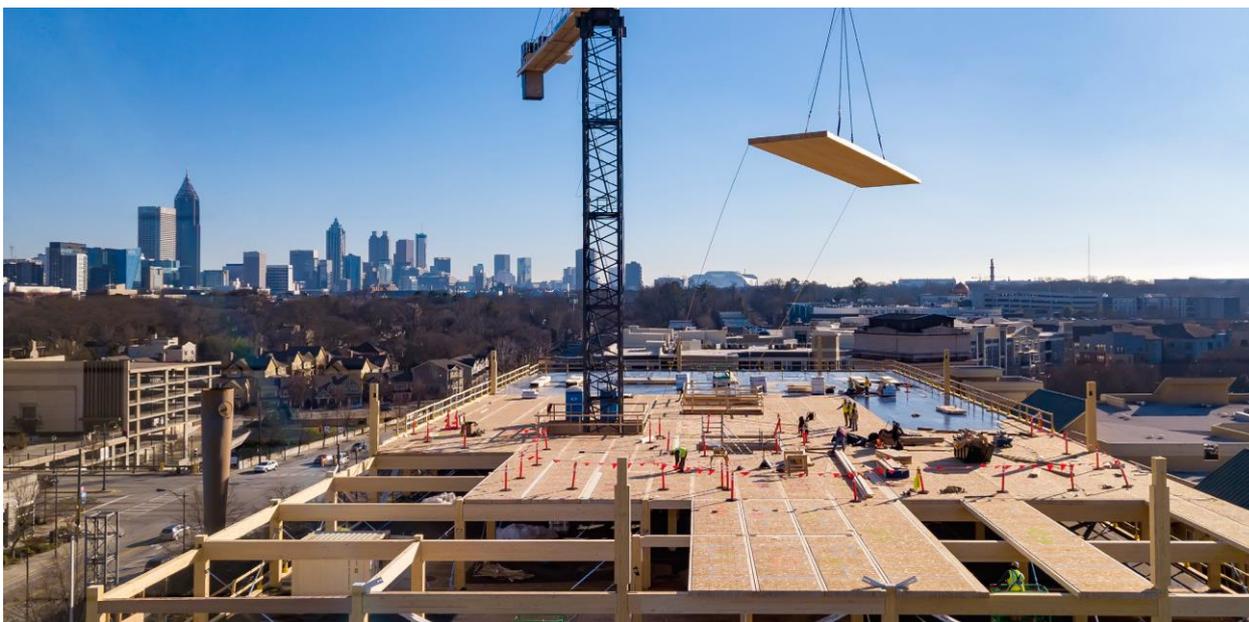


Рисунок 1.8. Монтаж деревоплит в перекрытии.

Учитывая прогресс технологий и возросшие возможности индустрии производства строительных материалов, деталей строительных конструкций и метизов, отдельно следует отметить, что появились новые типы деревоплит, в которых в той или иной степени устранены недостатки, присущие классическим ГД. Например, при изменении влажности древесины гвоздевой деревоплиты, швы сплачивания между ее элементами раскрываются, плита «рассыхается», т.е. перестает быть беспустотной [54], а в образовавшиеся щели, во-первых, попадает влага, вызывая загнивание, а во-вторых – в случае пожара проникает пламя. Однако сплачивание пиломатериалов при помощи винтов, а также напрягаемой арматуры, обеспечивает плотное прилегание элементов друг к другу [128; 182; 209]. Одним из новых типов составных плит являются предварительно напряженные многослойные деревоплиты (ПНД). Наиболее значительные недостатки, ввиду которых ранее было ограничено применение ГД, могут устраняться правильным изолированием конструкции от влаги, а также применением в составе многослойного пирога покрытия эффективных утеплителей (рисунок 1.9).

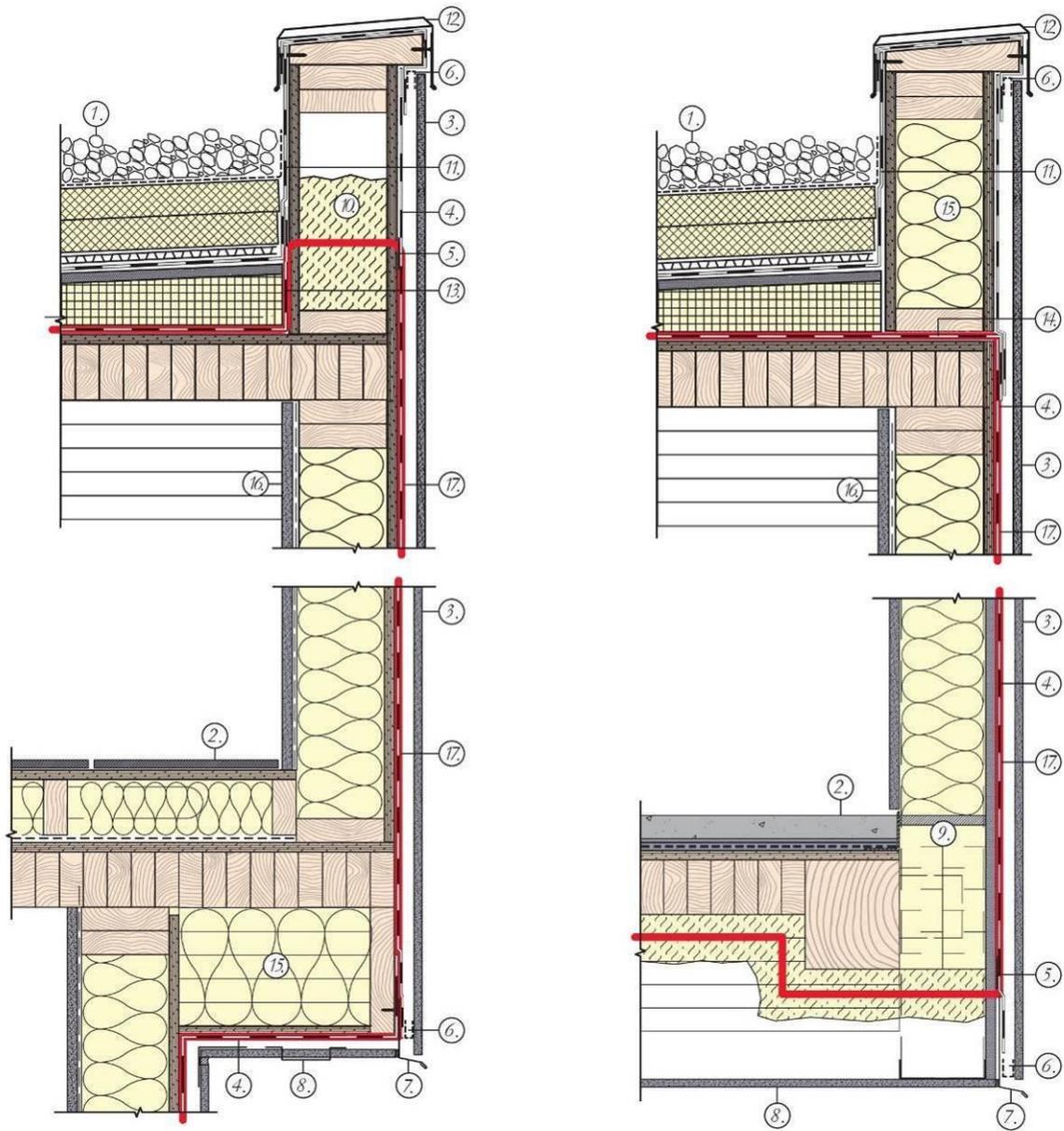


Рисунок 1.9. Деревоплита в составе многослойной конструкции [209]:

1 – кровельный пирог (инверсионная кровля); 2 – пирог пола; 3 – навесной вентилируемый фасад; 4 – гидро-ветрозащитная диффузионная мембрана; 5 – лента ПСУЛ; 6 – защитная сетка от насекомых; 7 – капельник; 8 – карнизный софит; 9 – уплотнитель; 10 – паронепроницаемый утеплитель; 11 – кровельная мембрана по парапету; 12 – покрытие парапета листовым металлом; 13 – пароизоляция по парапету; 14 – пароизоляция под парапет, внахлестку с гидро-ветрозащитной диффузионной мембраной; 15 – паропроницаемый утеплитель; 16 – гипсокартонный лист; 17 – закрытый паронепроницаемый контур.

Применение современных типов составных многослойных деревоплит позволяет повысить несущую способность, жесткость, огнестойкость и скорость возведения конструкций настилов, покрытий и перекрытий из древесины, обладая при этом эстетической привлекательностью. Создавать аналогичные конструкции на основе КДК нерационально, ввиду неизбежности работы таких плит по пространственной схеме в случае их неравномерного нагружения, либо под действием сосредоточенных нагрузок, что приведет к растяжению древесины поперек волокон. В составных же многослойных деревоплитах эти усилия будут восприняты поперечными связями. Кроме того, разрушение составной плиты на податливых связях, будет происходить пластически, а не хрупко. За счет податливости соединений усилия в параллельно работающих элементах выравниваются [54]. В этом смысле известный принцип дробности Г. Г. Карлсена [54; 116; 117] приобретает новое прочтение: с одной стороны, чем больше связей меньшего диаметра будет установлено в соединении, тем выше будет несущая способность составной конструкции, а с другой – сама по себе составность деревоплиты при работе ее на изгиб по пространственной схеме приводит к равномерному распределению напряжений в сечении за счет наличия множества небольших раскрытий стыков. Таким образом, для составных многослойных конструкций на податливых связях может учитываться принцип «дробности составного сечения».

1.3 Анализ предпосылок и практика применения предварительно напряженных деревянных конструкций

Древесина, в силу своего строения (как природный строительный материал), в процессе роста приобретает начальные напряжения в поперечном направлении – стенки волокон ранней и поздней древесины оказываются деформированными [26; 123]. Таким образом, можно

предположить, что древесина является материалом, по природе предварительно напряженным в направлении поперек волокон.

Вводить в систему дополнительные силовые факторы, повышающие сопротивляемость сооружения действующим нагрузкам, при возведении конструкций из дерева люди начали значительно раньше появления понятия предварительного напряжения. Например, тюркские кочевые народы Закавказья, столетия ранее жившие на территории современных Азербайджана и Ирана, в качестве передвижного сборно-разборного жилища использовали не знакомую нам сегодня юрту, а так называемый алачыг. Его несущий каркас состоит из 25-30 изогнутых жердей диаметром 3-5 см и длиной 3-5 м, толстыми концами по кругу воткнутых в землю, а тонкими – в специальное кольцо, притянутое к земле веревкой [76]. Анкеровка может выполняться пригрузением (рисунок 1.10) или подвязыванием к вбитому в землю колу. Таким образом не только создается куполообразная форма жилища, но и придается дополнительная устойчивость каркасу от ветровых воздействий.



Рисунок 1.10. Алачыг, конструкция несущего каркаса.

В 2003-2004 гг. на антарктической станции Беллинсгаузен был возведен православный храм. Архитектура здания вдохновлена образцами русского деревянного зодчества, поэтому оно представляет собой сруб высотой около 13,0 м и размерами в плане 10,2х5,5 м. Основной инженерной задачей стало обеспечение устойчивости сооружения, ввиду действия значительных ветровых нагрузок [154]. Реализованное конструктивное решение представляет собой систему предварительного напряжения венцов сруба поперек волокон [89], притягивающую его к фундаменту и не позволяющую раскрываться межвенцовым швам (рисунок 1.11).

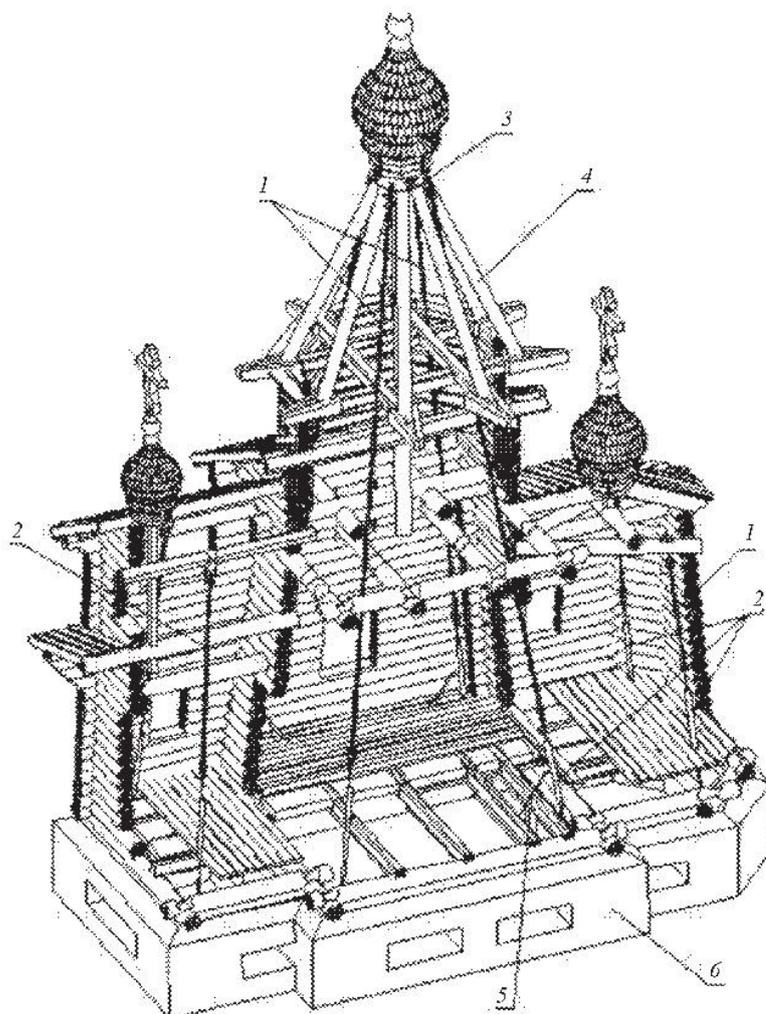


Рисунок 1.11. Общие конструктивные решения храма: 1 – остовые цепные тяги; 2 – стяжные пружинные муфты; 3 – стальной бандажный хомут; 4 – стропильная система шатра; 5 – ручная регулировка тяг; 6 – фундамент.

Помимо обеспечения устойчивости сооружения, предварительное напряжение может способствовать повышению жесткости конструкции, снижению материалоемкости, более полному использованию прочностных свойств материала [106]. При этом можно отметить, что само по себе предварительное напряжение является одним из способов регулирования напряженно-деформированного состояния, позволяющим создавать управляемые конструкции [74; 106]. Вопросы управления НДС конструкций рассматривались академиком Н. П. Абовским и его учениками [1; 2; 3; 4; 5; 52; 84].

Исследованием предварительно напряженных и управляемых конструкций из дерева занимались Ю. М. Иванов, П. А. Дмитриев, В. А. Грачев, В. И. Кулиш, В. Н. Головач, И. С. Инжутов, Б. В. Накашидзе, М. А. Риттер, И. М. Линьков, И. Г. Яшина, А. Б. Шмидт, А. Ф. Рожков, С. В. Деордиев, М. Б. Москалев и др. [8; 9; 10; 11; 12; 37; 38; 49; 50; 51; 52; 62; 63; 64; 70; 74; 87; 88; 106; 218].

Одной из главных сложностей в создании предварительно напряженных конструкций из древесины является то, что растянутые элементы, как правило, выполняются из стали, коэффициент линейного расширения которой сильно отличается от соответствующего коэффициента для древесины. В Советском Союзе в 70-х гг. XX в. был проведен ряд исследований по использованию в качестве напрягаемых элементов стеклопластиковой арматуры (СПА) [62; 63; 64].

Одним из самых наглядных результатов возможностей регулирования напряжений в ДК является предварительно напряженная большепролетная линзообразная блок-ферма пролетом до 96,0 м, предложенная П. А. Дмитриевым, И. С. Инжутовым и др. [11]. Верхний пояс выполняется из ребристых клефанерных плит, нижний пояс – из стали, решетка – комбинированная (рисунок 1.12). Важной особенностью конструкции является эффект самонапряжения, автоматически возникающий в ней при работе [106].

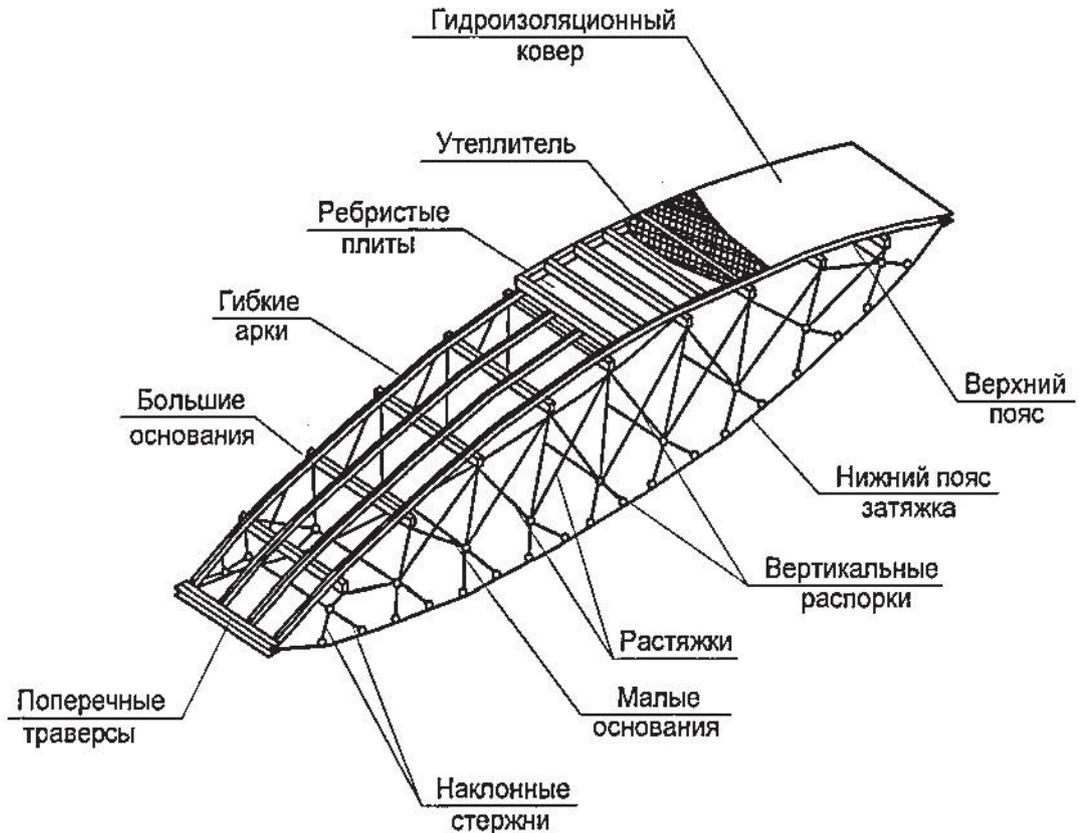


Рисунок 1.12. Предварительно напряженная большепролетная линзообразная блок-ферма пролетом до 96,0 м [11; 106].

Оригинальное решение предварительно напряженной двускатной гнутоклееной балки предложено А. Б. Шмидтом [10; 153]. Гибкие затяжки закреплены в опорных узлах, проходят вдоль нижней наклонной грани и петлевидно огибают систему блоков в коньковом узле. Таким образом в конструкции снимается распор, а также происходит сжатие в направлении поперек волокон, обратное действию растягивающих радиальных напряжений.

М. Б. Москалевым исследованы металлодеревянные плитно-структурные конструкции с регулированием усилий в затяжках, предложена конструкция безмоментного узлового соединения нижнего пояса с раскосами (рисунок 1.13) [74]. И. М. Линьковым, И. С. Инжутовым, С. В. Деордиевым, А. Ф. Рожковым и др. разработаны рёбристые плиты покрытия, блок-фермы с верхними поясами в виде рёбристых плит, управляемые блок-секции с

предварительно напряженными деревянными элементами (рисунок 1.14) [70; 88; 106].

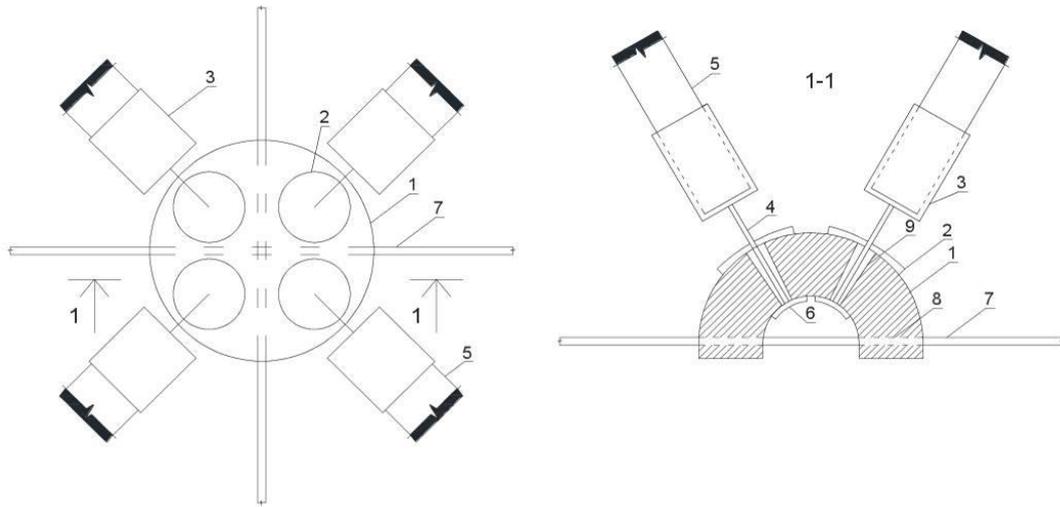


Рисунок 1.13. Узел сопряжения нижнего пояса и раскосов плитно-структурной конструкции системы М. Б. Москалева [74]: 1 – стальная сфера; 2 – внешняя шайба; 3 – обойма; 4 – стержневой соединительный элемент; 5 – деревянный раскос; 6 – внутренняя шайба; 7 – стальной пояс; 8, 9 – конические отверстия.

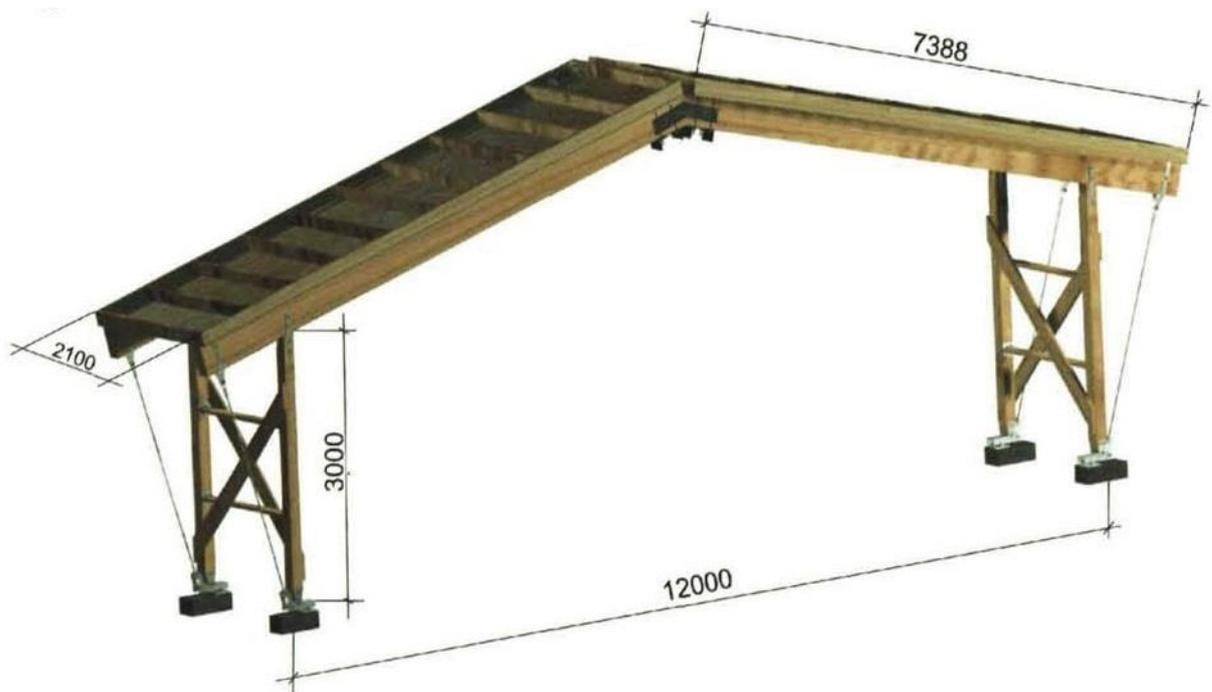


Рисунок 1.14. Управляемая рамно-панельная блок-секция [106].

В условиях повышенной сейсмической активности и длительной изоляции традиционные технологии строительства из древесины в Японии приобрели своеобразные формы, в современности развивающиеся отлично от практики остального мира. Типичным конструктивным решением являются узлы с клиньями «*kusabi*» [224; 240]. Неразрезная балка проходит сквозь колонну и расклинивается в пазу. Полученный узел обладает конечной жесткостью и способен воспринимать изгибающие моменты (рисунок 1.15).

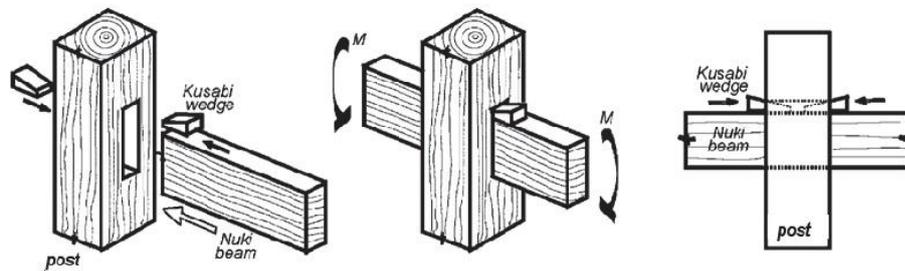


Рисунок 1.15. Традиционный японский узел конечной жесткости с клиньями [224].

В Университете г. Неягава (префектура Осака, Япония) Т. Сиратори разработал вариант данного узла с использованием растянутых нагелей, обладающий повышенной жесткостью (рисунок 1.16) [224]. На основе этого решения им предлагаются также предварительно напряженные диафрагмы жесткости (рисунок 1.17).

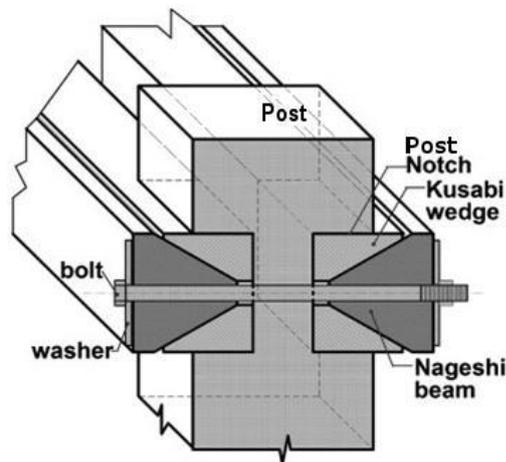


Рисунок 1.16. Предварительно напряженный узел системы Сиратори [224].

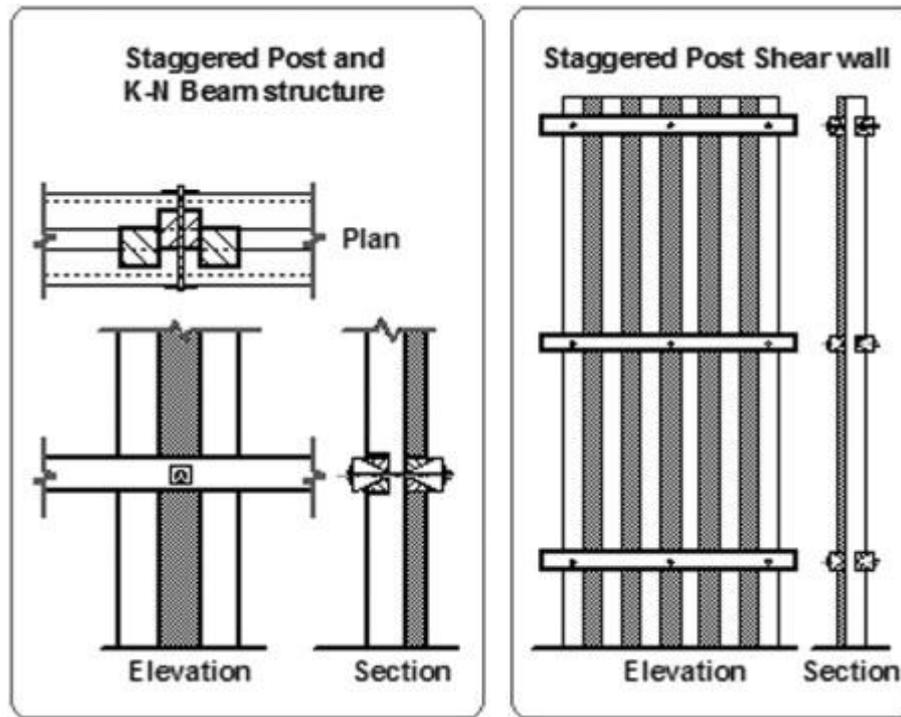


Рисунок 1.17. Предварительно напряженная диафрагма жесткости системы Сиратори [224].

Исследования и практика строительства показывают, что применение конструктивных решений с предварительным напряжением ДК, а также с учетом возможности регулирования напряженно-деформированного состояния их элементов позволяет добиться повышения технико-экономических показателей сооружения [74; 106]. При этом, не смотря на высокую деформативность древесины в направлении поперек волокон [16; 73], предварительное напряжение может производиться с приложением усилий к деревянным элементам конструкции под различными углами относительно волокон. Для снятия негативных эффектов, вызванных смятием древесины, в системе необходимо предусматривать возможность регулирования усилий или деформаций, в т.ч. применять дерелаксационные устройства.

1.4 Исследование влияния сил фрикционного взаимодействия между элементами деревянных конструкций на их несущую способность

Как правило, силы трения при проектировании ДК не учитываются, т.к. при изменении эксплуатационной влажности меняются линейные размеры элементов в радиальном и тангенциальном направлениях. Ввиду этого происходит раскрытие швов соединения (т. н. «рассыхание» конструкции), следовательно, фрикционное взаимодействие может быть нарушено. Несмотря на это, в советских и российских нормах проектирования деревянных конструкций последовательно сохраняются положения, связанные с положительным или отрицательным влиянием трения в случаях:

1. Если трение вызывает дополнительные напряжения в элементах (коэффициент трения 0,6) [120; 121];
2. Если трение вызывает увеличение угла между направлением действия силы и направлением волокон (коэффициент трения 0,6) [120; 121];
3. Если трение ухудшает условия работы (коэффициент трения 0,6) [120; 121; 122; 126; 127];
4. Если равновесие системы обеспечено только за счет трения торца одного элемента о боковую поверхность другого с постоянным прижатием их и при отсутствии вибрационного или повторного ударного воздействия нагрузки (коэффициент трения 0,3) [120; 121; 122; 126; 127];
5. Если равновесие системы обеспечено только за счет трения боковых поверхностей элементов с постоянным прижатием их и при отсутствии вибрационного или повторного ударного воздействия нагрузки (коэффициент трения 0,2) [120; 121; 122; 126; 127].

Например, случай 4 характерен для работы сетчатых сводов [48; 121], а случай 5 описывает конструктивные особенности предварительно напряженных многослойных деревоплит [142; 218].

При проектировании и строительстве временных зданий и сооружений некоторые конструктивные решения, обладающие рядом недостатков для капитальных зданий, напротив, приобретают определенные преимущества. Конструкции, в которых все соединения выполняются на основе только фрикционного взаимодействия элементов, как правило, следует относить к быстровозводимым [53]. В то же время, за счет короткого срока службы сооружения, возможная усушка элементов не вызовет значительного снижения сил трения. Причем, данный эффект можно снизить путем применения сухих пиломатериалов.

Примером таких конструкций служит система сборно-разборных арочных лесов-кружал Круциани пролетом до 100,0 м (рисунки 1.18-1.19). При малых пролетах кружальные арки представляют собой пакеты гнутых досок, уложенных плашмя и стянутых хомутами, а при больших – решетчатые арки, в которых такие же пакеты образуют пояса, между которых установлены под углом распорки [48].

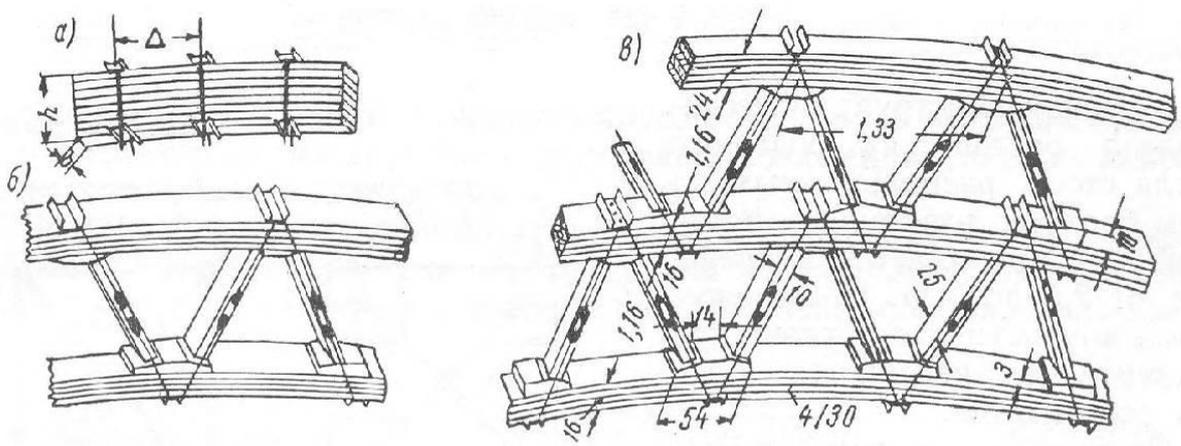


Рисунок 1.18. Сборно-разборные арочные кружала системы Круциани [48].

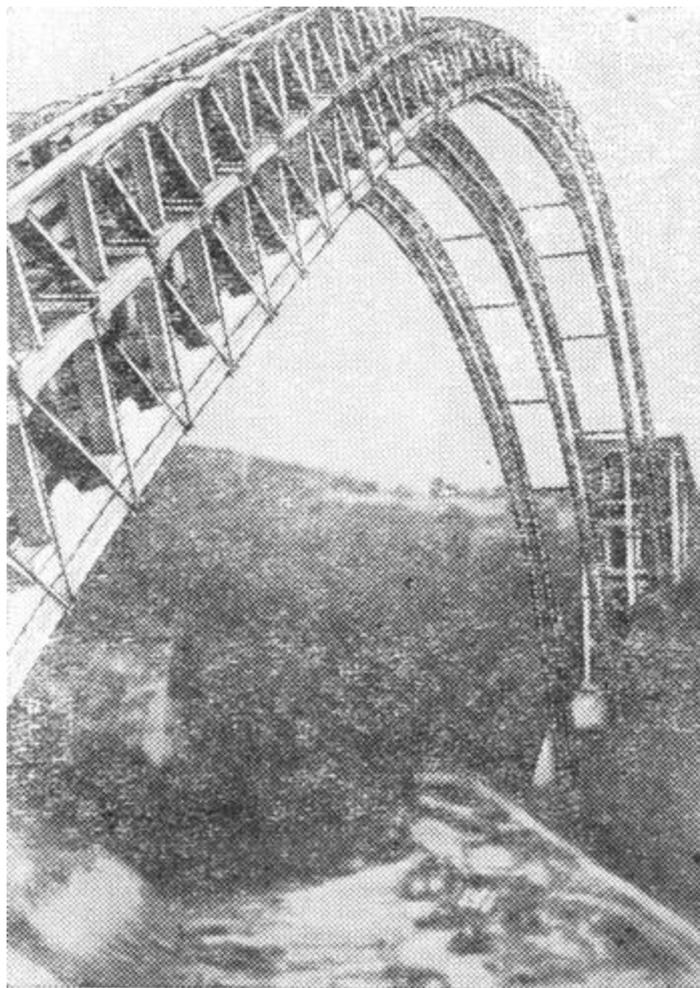


Рисунок 1.19. Кружала системы Круциани пролетом 100,0 м, г. Варезе (Италия), в процессе монтажа.

К случаям, в которых трение в системе возникает, благодаря постоянному прижатию боковых поверхностей элементов друг к другу, могут быть отнесены конструкции с узлами на растянутых нагелях. В ЛИСИ соединения древесно-слоистых пластиков на болтах с контролируемым уровнем затяжки изучались Л. В. Панченко [86]. Была проанализирована работа такого соединения с учетом сил трения на поверхностях контакта соединяемых элементов. Для слоистых пластиков снижено влияние изменения влажности, т.к. они менее подвержены разбуханию и усушке, чем древесина, поэтому потери сил трения также снижены. Принципиальная схема соединения приведена на рисунке 1.20. Приложение нагрузки P вызывает в нагеле изгибающий момент, который изменяет положение его

нейтральной оси. При этом произведение силы натяжения болта P_1 и его вертикальной деформации U создает момент с обратным знаком, противодействующий изменению положения нейтральной оси нагеля [86]. Кроме того, дополнительное сопротивление смещению элементов оказывают и собственно силы трения $P_{тр}$. Сила натяжения P_1 ограничивается, исходя из предела прочности материала болта на растяжение.

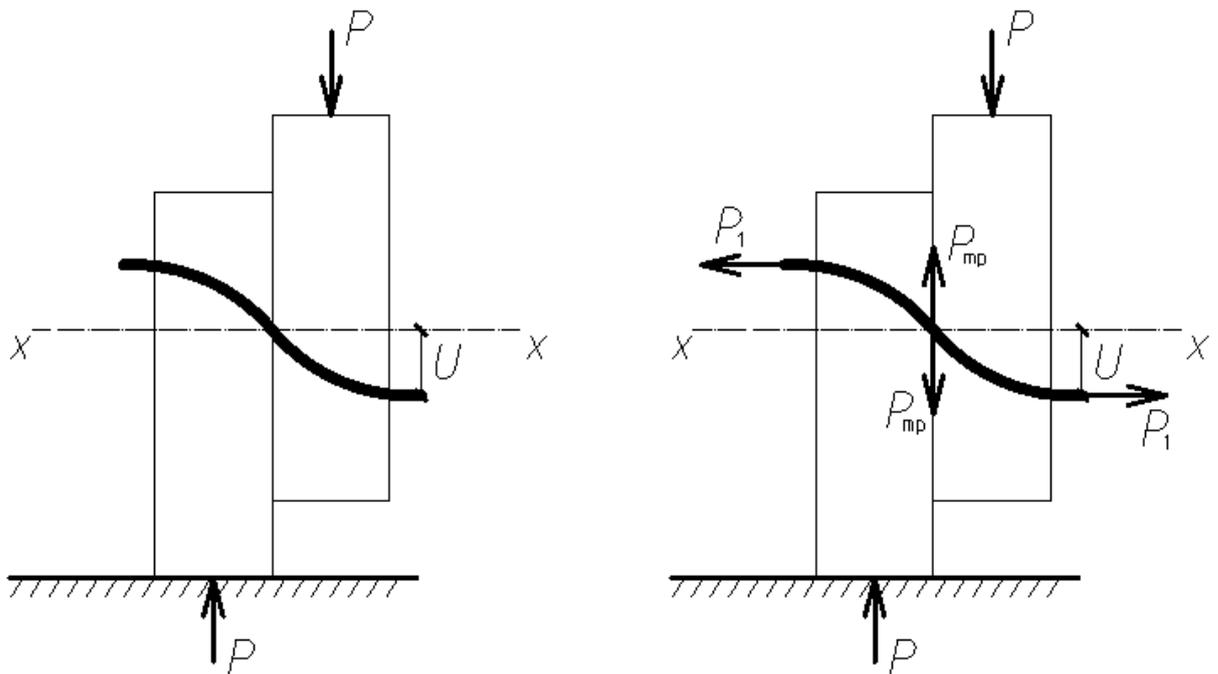


Рисунок 1.20. Схема работы односрезного несимметричного нагельного соединения с учетом трения контактирующих поверхностей (справа) и без него (слева).

Таким образом, проектирование деревянных конструкций и соединений с учетом сил фрикционного взаимодействия их элементов представляет возможности создавать быстровозводимые сборно-разборные сооружения, в т.ч. большепролетные. Коэффициент трения торца одного элемента по пласти другого выше, чем коэффициент трения боковых поверхностей элементов друг о друга на 30%. Однако, более предпочтительным следует признать создание сил трения на пласть элементов, ввиду значительно большей их площади. Кроме того, постоянный

и равномерный прижим элементов под углом, как правило, затруднительно обеспечить, ввиду неравномерности деформаций вдоль волокон и под углом к ним. В то же время давление поперек волокон способно создавать значительные силы трения на боковых поверхностях контактирующих деревянных элементов, что позволяет значительно повысить жесткость и несущую способность их соединения [86]. Можно предположить, что силы фрикционного взаимодействия в таких «обжатых» соединениях реализуют принцип дробности в его предельном выражении.

1.5 Исследование конструктивных решений и опыта применения предварительно напряженных многослойных деревоплит

Плитная конструкция, в которой ряд деревянных или комбинированных из металла и дерева [192; 229] элементов установлен «на ребро» и обжат в поперечном направлении натяжением соединительных элементов, создающим силы трения на поверхностях контакта, называется предварительно напряженной многослойной деревоплитой (ПНД). Также указанная конструкция известна, как поперечно обжатая деревоплита [142], в англоязычной литературе – Stress-Laminated Timber Deck или SLTD [176; 218], в немецкоязычной – Quervorgespannte Holzplatte или QS-Holzplatte [204]. Плита может выполняться из цельной или клееной древесины, LVL [169; 172], а соединители – из полимерной [218], высокопрочной стальной арматуры [175; 176], либо тросов [196; 218]. Согласно определению ГОСТ Р 56705-2015 предварительно напряженные многослойные плиты настила (ПНД) – это «многослойные плиты настила, изготовленные из уложенных на ребро досок с пиленными либо строгаными поверхностями или клееных деревянных элементов, удерживаемых вместе силами трения от предварительного напряжения» [31]. Общий вид и конструкция ПНД представлены на рисунках 1.21-1.23. Как правило, такие плиты используются для пролетных строений мостов, однако возможно также и другое их

применение, например, для устройства труб под проезжей частью автомобильных дорог [204], покрытий и перекрытий [210].



Рисунок 1.21. Общий вид моста с предварительно напряженной многослойной древесиной. Мост Большого Эрика на р. Гурон (Big Eric's Bridge, Huron river).



Рисунок 1.22. Конструкция предварительно напряженной многослойной древесины, поперечное сечение.

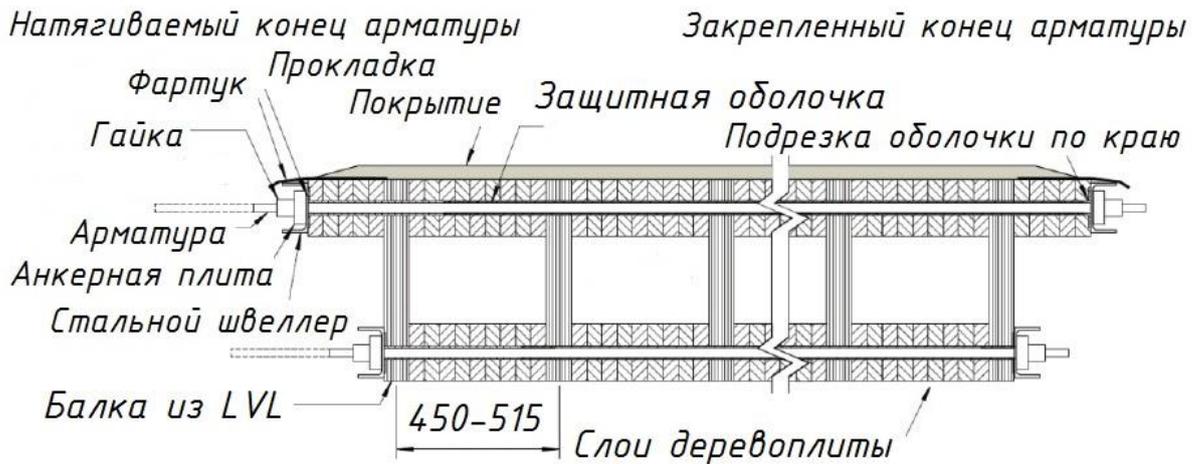


Рисунок 1.23. Конструкция предварительно напряженной многослойной деревоплиты, коробчатое поперечное сечение.

Впервые технология поперечного обжата гвоздевой деревоплиты была применена в 1976 году при восстановлении аварийного моста через р. Геберт (Hebert Creek) в канадской провинции Онтарио инженерами Р. Ф. Csagoly и R. J. Taylor [142; 162; 176; 218]. В случае действия значительных сосредоточенных либо линейно распределенных сил гвоздевая деревоплита может быть подвержена расслоению, ввиду податливости связей. На рисунке 1.24 представлено асфальтобетонное покрытие проезжей части, имеющее колейность, вызванную деформацией пролетного строения моста в виде гвоздевой деревоплиты – вертикальными смещениями слоев относительно друг друга. Это так называемый «клавишный эффект», который является одной из существенных проблем использования ГД при строительстве и эксплуатации автодорожных мостов. Похожая картина деформирования может быть характерна и для плит, безригельно опертых на стойки (рисунок 1.6), а также для некоторых других случаев. Ремонт осуществляется выравниванием расслоившегося участка и последующим обжатием в поперечном направлении (перпендикулярно слоям) [218]. Таким образом, на поверхностях контакта слоев возникают силы трения, обеспечивающие перераспределение усилий между отдельными элементами ГД и препятствующие ее расслоению. Другим положительным эффектом

обжатия является устранение щелей в швах конструкции при ее «рассыхании», что повышает стойкость к загниванию и действию огня.



Рисунок 1.24. Деформации асфальтобетонного покрытия проезжей части, вызванные расслоением гвоздевой деревоплиты.

Первоначально технология обжатия существующих ГД предполагала устройство верхнего и нижнего рядов напрягаемых стержней, установленных попарно [176; 218]. На рисунке 1.25 изображен типовой узел анкерки напрягаемой арматуры, применявшийся в первых мостах с ПНД. Конструкция включает в себя существующую ГД (1), пару высокопрочных арматурных стержней (2), стальную упорную плиту (10), передающую усилия на продольные траверсы (3), распределяющие их по всей длине плиты и исключающие местное смятие древесины поперек волокон под шайбами. Стальные стержни (2) проходят через защитную стальную втулку (6), приваренную к упорной плите (10). Для защиты от коррозии арматурные стержни (2) помещены в ПВХ-трубку (7), а анкерные гайки – в защитный кожух (4). В случае необходимости устройства стыка защитной трубки (7) по длине, он выполняется разборным с дополнительной трубкой большего

диаметра (9). Во всех соединениях укладываются уплотнительные прокладки (5) и (8).

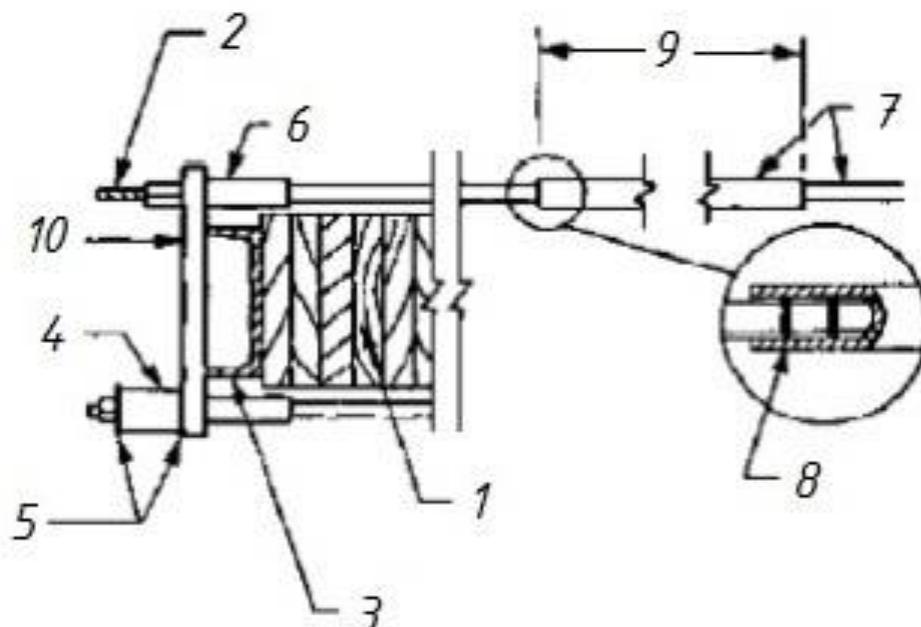


Рисунок 1.25. Типовой узел анкеровки (первоначальный вариант):

1 – деревоплита; 2 – винтовая арматура; 3 – траверса; 4 – защитный кожух;
5 – неопреновые прокладки; 6 – стальная втулка; 7 – защитная ПВХ-трубка;
8 – неопреновые уплотнительные кольца; 9 – разборное соединение (стык по длине); 10 – упорная плита.

В период с 1976 по 1990 г. в Онтарио таким образом было восстановлено 10 мостов [176; 197; 218; 219]. В первых проектах натяжение арматуры осуществлялось при помощи двух гидравлических домкратов, что позволяло напрягать одновременно две пары стержней с разных концов плиты. При таком способе обжатия последовательное натяжение каждой новой пары стержней уменьшает напряжения в ранее растянутой паре. При усилении деревоплиты моста через р. Геберт потребовалось выполнить работы в двенадцать приемов (проходок по всем стержням), чтобы обеспечить требуемый уровень напряжений [218]. Более эффективно

использование системы гидравлических домкратов, позволяющей осуществлять обжатие равномерно по всей длине плиты [158].

ПНД исследуются в США, начиная с 1985 г., М. А. Ritter, А. G. Dimakis, М. G. Oliva, R. L. Tuomi, М. Accorsi, E. Sarisley, E. A. Geske, L. Mason, W. J. McCutcheon, R. C. Moody, J. P. Wacker, Н. Ganga Rao и др. [158; 208; 215; 217]. R. J. Ross, М. А. Ritter и К. С. Schad доказали, что поперечное обжатие не влияет на модуль упругости материала [222]. Были проведены многочисленные испытания ПНД различной конструкции, опытно-конструкторские разработки. Особо следует отметить, что было найдено оригинальное применение технологии обжатия ГД, а именно – при строительстве новых пролетных строений мостов [215]. Причем, было определено, что эксплуатационный уровень предварительного напряжения арматурных стержней создает силы трения, позволяющие отказаться от дополнительных соединителей между элементами плиты [215; 218]. Вновь возводимые мосты предлагалось устраивать с пропуском арматурных стержней через отверстия, просверленные в срединной плоскости ПНД (см. рисунок 1.22), что позволило сократить расход металла, а также обеспечить дополнительную защиту металлических элементов от механических воздействий и агрессивных сред. При этом отверстия рекомендовалось сверлить по технологическим соображениям (удобство монтажа, допуски при сборке) несколько больше диаметра арматуры, что исключало контакт металла и древесины в гнезде. Таким образом, стержни работают только на растяжение [218]. Также описываемое конструктивное решение по анкеровке арматуры позволило отказаться и от распределительной траверсы из стального швеллера, расположенного по граням плиты. Вместо швеллера было предложено использовать толстые стальные шайбы-пластины, отдельные для каждого стержня. Эффективность данного решения подтверждена экспериментально [215; 217]. В период между 1989 и 2004 гг. в странах Северной Америки построено более 400 мостов с ПНД различной

конструкции, включая реконструкцию старых мостов с ГД [106; 142; 221]. Пролеты мостов плитной конструкции с ПНД могут достигать 11,0 м [176].

Начиная с 1990-х гг. и в последующее десятилетие выполнено большое количество исследований преднапряженных деревоплит не только в Северной Америке, но и в странах Западной Европы [159; 185; 187; 188; 189; 223; 225; 238], Скандинавии [174; 177; 181; 183; 202; 230], Прибалтики [163; 196], Тихоокеанского региона [161; 169; 170; 171; 173; 192; 195], Южной Америки [167; 168; 184; 193; 212; 214] и Африки. Дальнейшие разработки были связаны с развитием технологии ПНД, в т.ч. для строительства большепролетных мостов. Одно из первых предложенных решений состояло в том, чтобы заменить сплошные элементы деревоплиты сквозными фермами с параллельными поясами и облегченной решеткой или двутавровыми балками. Экспериментальные исследования, проведенные А. G. Dimakis, М. G. Oliva и М. A. Ritter, показали работоспособность данного решения [179]. Однако более перспективным решением оказалось создание ребристых ПНД с ребрами из клееных балок или LVL, а также плит коробчатого сечения (см. рисунок 1.23). Численные и лабораторные, полевые испытания проведены К. I. Crews, В. Dickson, Н. Ganga Rao, S. Barger, S. Davis, I. Latheef, R. Lopez-Anido, G. Walter, S. Bakoss, J. L. Nunes de Góes, A. A. Dias, S. E. Taylor, М. Н. Triche, L. E. Hislop, P. A. Morgan, J. A. Kainz, J. P. Wacker, М. A. Ritter, S. Bishop и др. [169; 170; 171; 173; 199; 212; 226]. Методика расчета по первой и второй группам предельных состояний разработана Крюсом и Риттером [169; 170]. Плиты коробчатого сечения и ребристые позволяют перекрывать пролеты до 36,0 м [142; 226]. К недостаткам таких конструкций следует отнести пониженную жесткость в поперечном направлении [212], перенапряжение крайних ребер [226], сложность определения НДС элементов, приводящая к значительным неточностям в расчетных методиках [142; 226].

В последние годы R. Kliger, R. Crocetti, K. Ekholm, K. Karlsson, K. Dahl, N. I. Bovim, K. A. Malo, J. Idnurm, A. Funk, S. Salm, M. Evekad, P. Jacobsson,

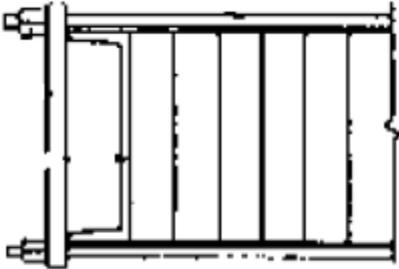
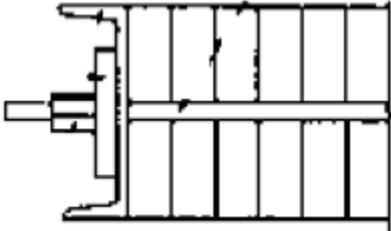
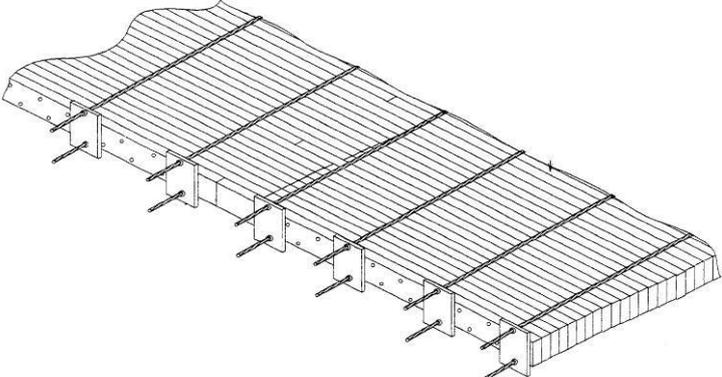
А. Mokotemara, M. G. Salomon, L. M. Ayina Ohandja выполнены исследования процесса разрушения ПНД, работы их в запредельном состоянии [177; 181; 183; 196; 202]. Выявлен нелинейный характер работы предварительно напряженной многослойной деревоплиты при разрушении.

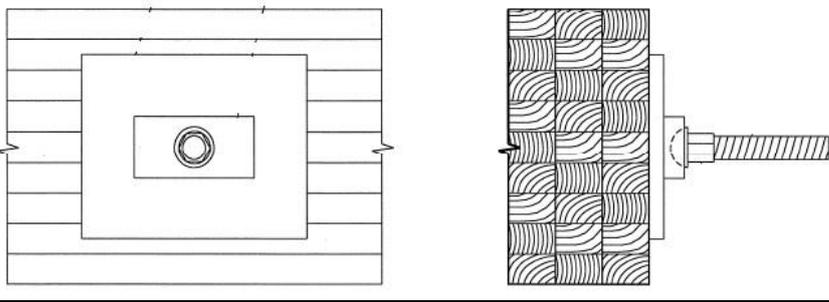
Ряд исследований посвящен более сложным конструкциям, включающим предварительно напряженные многослойные деревоплиты. Н. Gotou, Т. Sasaki, S. Usuki, R. Abe и D. H. Vui предложен и экспериментально исследован новый тип ПНД повышенной жесткости – коробчатого сечения со стальными решетчатыми стенками [192]. P. Gutemberg de Alcântara, A. A. Dias, A. Baltrusaitis, R. Steiger, S. Schubert, A. Güzlow, M. Hugener и D. Gsell изучали динамические свойства ПНД в подвесных пешеходных мостах [163; 193; 225]. G. J. H. Freedman и A. Kermani разработали, исследовали и внедрили несколько типов арочных и комбинированных пролетных строений на основе предварительного напряжения поперек волокон [159; 185; 186; 187; 188; 189; 238].

Можно выделить множество конструктивных форм пролетных строений мостов с применением ПНД. Подобные или аналогичные решения могут применяться также и для перекрытий и покрытий. Приведем основную классификацию в таблице 1.1.

Таблица 1.1. Типы конструкций мостов с ПНД

№ п/п	Характеристика	Схема, рисунок, пример (фото)
1. По способу устройства		
1.1	Обжатые гвоздевые	-
1.2	Вновь возводимые	-
2. По системе обжатия		

2.1	С парой стержней над и под плитой и с распределительной траверсой из швеллера	
2.2	С пропуском стержней в теле плиты через ее срединную плоскость и с распределительной траверсой из швеллера	
2.3	С парой стержней над и под плитой	
2.4	С пропуском стержней в теле плиты через ее срединную плоскость	

2.5	С пропуском нескольких рядов стержней в теле плиты симметрично относительно ее срединной плоскости	
2.6	С тросами	
3. По материалу и сечению		
3.1	Из досок и брусьев	
3.2	Из клееных балок с ориентацией швов сплачивания перпендикулярно слоям КДК	
3.3	Из клееных балок с ориентацией швов сплачивания параллельно слоям КДК	-
3.4	Из LVL	-

3.5	Из двутавровых деревянных балок или ферм	
3.6	Из двутавровых металлодеревянных балок или ферм	
3.7	Ребристые П- образные с КДК или LVL	
3.8	Ребристые коробчатого сечения с КДК или LVL	

3.9	Из отесанных бревен	-
4. По конструктивной схеме		
4.1	Плитные однопролетные и многопролетные разрезные	
4.2	Плитные многопролетные неразрезные	
4.3	Криволинейные плиты (арочные)	

4.4	Комбинированные плитно-арочные или плитно-ферменные	
4.6	Комбинированные с ПНД, применяющимися не в качестве настила	

Одна из основных проблем эксплуатации ПНД – потеря усилий натяжения арматурных стержней за счет релаксации напряжений в металле, поперечных деформаций в древесине, развивающихся во времени [107; 108; 109; 110], а также воздействия переменных температурно-влажностных условий, приводящих к разбуханию и усушке древесины и удлинению металлических стержней. К настоящему моменту разработаны меры борьбы с чрезмерной потерей усилий натяжения [218]. Основной метод заключается в многократном обжиге древесины на начальном этапе:

1. при монтаже пролетного строения;
2. через неделю после первого обжиге;
3. через 6-8 недель после первого обжиге.

Для ПНД, выполненных из пиломатериалов, усилия натяжения арматурных стержней должны контролироваться и доводиться до проектных значений в первые два года эксплуатации – ежегодно, впоследствии – один раз в два года, при этом в случае, если мониторинг показывает малую потерю напряжений – один раз в пять лет [218; 220]. Для ПНД, выполненных с применением КДК, LVL, контроль и подтяжка проводятся первые два раза – один раз в два года, затем – один раз в пять лет. В США J. P. Wacker, M. A. Ritter, T. S. Gentry, K. N. Brohammer, J. Wells, J. A. Kainz, M. Nelson, D. L. Wood, S. R. Duwadi, N. Yazdani, J. Kadnar, M. H. Triche, L. E. Hislop, P. A. Morgan, S. Bishop, C. Calil, P. D. Hilbrich Lee и др. [190; 191; 197; 198; 199; 200; 201; 219; 220; 226; 232; 234; 235; 236; 237] провели ряд работ по обследованию, лабораторным и полевым испытаниям, а также мониторингу большого количества мостов с предварительно напряженными многослойными деревоплитами различной конструкции. Были исследованы вопросы влияния конструктивных решений по анкеровке, породы древесины, температурно-влажностных условий и обработки различными защитными составами на уровень натяжения арматурных стержней в течение времени. Доказано, что приведенный выше план контроля и подтяжки арматурных стержней справедливы для различных конструктивных решений, пород, местностей и позволяет обеспечить надежную работу пролетного строения по пространственной схеме до 50 и более лет [158]. Отдельно стоит отметить, что исследования работы ПНД при отрицательных температурах, проведенные J. P. Wacker [234; 237], показали, что начальная влажность древесины значительно влияет на потерю напряжений в стержнях. Для сухой древесины влажностью до 7% уровень натяжения арматуры при снижении температуры от 21,1°C до -34,4°C упал на 7%, а для ПНД с начальной влажностью слоев более 30% при аналогичном снижении температуры усилия натяжения упали на 85% [234]. При влажности древесины слоев 17% аналогичный показатель составил 22%. Во всех случаях при повышении температуры до исходного уровня напряжения в арматурных стержнях

возвращались к начальным значениям, что позволило автору сделать вывод о применимости данных конструкций в местностях с холодным климатом при использовании сухой древесины. Другое исследование, проведенное J. A. Kainz, J. P. Wacker и M. A. Ritter [200] показало схожие результаты. Ряд плит с различными уровнем предварительного напряжения и влажностью древесины был подвергнут циклическому замораживанию и нагреву при температурах от 22°C до -19°C. Выявлено, что давление на поверхностях контакта элементов ПНД падает при значительном охлаждении до 70% от начального, однако, практически полностью восстанавливается при повторном нагревании, в случае, если влажность древесины не превышает 19% [200].

R. Kliger и R. Crocetti проведены экспериментальные исследования и численное моделирование несущей способности узла обжатия и потерь напряжения в арматурных стержнях для образцов ПНД, усиленных винченными стержнями различного диаметра, в условиях переменной влажности [174]. Несущая способность смятию поперек волокон усиленного узла возрастала до 85% по сравнению с узлом без усиления. При уменьшении влажности потери напряжений в стержнях усиленных образцов оказались меньше на 16,1-26,9% по сравнению с узлом без усиления. При длительных испытаниях с циклическим понижением и повышением относительной влажности воздуха от 85% до 30% (3 полных цикла) потери напряжений в стержнях неусиленных образцов составили до 22,3%, усиленных – около 0%.

Полученная в результате обжатия конструкция (ПНД) при действии сосредоточенных или линейно распределенных сил не работает по схеме цилиндрического изгиба, а изгибается в двух направлениях, т.е. как пространственная конструкция. Принципиальная схема ее работы показана на рисунке 1.26.

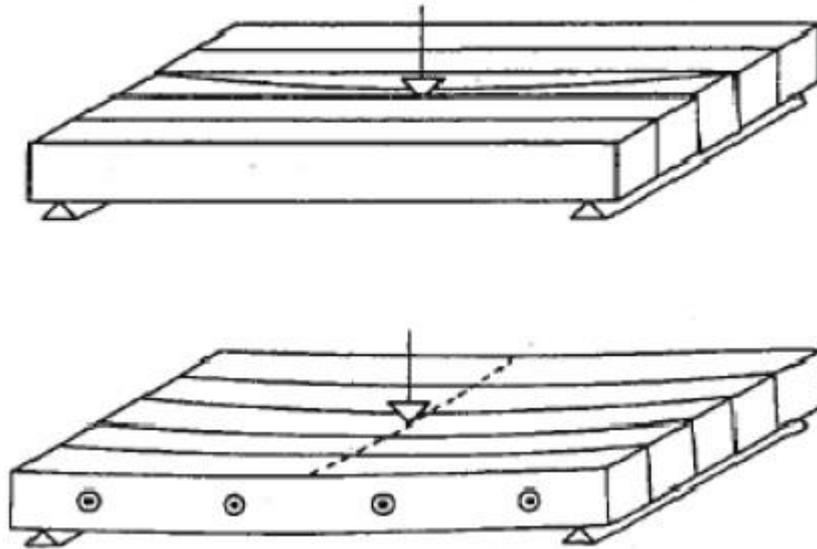


Рисунок 1.26. Работа предварительно напряженной многослойной деревоплиты по пространственной схеме (внизу).

Важно отметить, что при изгибе плиты в двух направлениях в растянутой зоне ее, соответственно, будет возникать растяжение не только в продольном, но и в поперечном направлении. Эти усилия будут воспринимать арматурные стержни. При этом швы в плите будут стремиться к раскрытию. Таким образом, предварительно напряженная многослойная деревоплита качественно отличается от ГД по характеру работы, что должно учитываться в процессе ее проектирования. К настоящему времени проведено значительное число исследований ПНД, и фактически в инженерную практику введен новый класс деревянных конструкций [158; 208; 215; 217]. В 1979 г. предварительно напряженные многослойные деревоплиты были внесены в нормы проектирования мостов на дорогах общего пользования провинции Онтарио ОНВДС (Ontario Highway Bridge Design Code) [213]. К 1991 г. были разработаны американские нормы проектирования мостов с предварительно напряженными многослойными деревоплитами – AASHTO Standard Specifications [156], а также ряд рекомендаций по проектированию [194; 233]. Впоследствии ПНД вошли в нормы проектирования в Австралии, Новой Зеландии, странах ЕС [182; 211;

229]. Возведено значительное количество сооружений по всему миру. В СССР предварительно напряженные многослойные деревоплиты не изучались, в современной России – упоминаются в ряде публикаций Р. Б. Орловичем, Е. Н. Серовым, П. А. Дмитриевым, В. А. Уткиным, П. Н. Кобзевым, А. Ф. Рожковым [39; 106; 115; 142; 143], однако, экспериментальные и теоретические исследования работы ПНД, по-видимому, проводились только в СПбГАСУ [150; 55; 56; 57]. На сегодняшний день нашей стране до сих пор нет ни одной подобной конструкции.

1.6 Анализ расчетных методик предварительно напряженных многослойных деревоплит

Существует несколько отличных друг от друга инженерных методик расчета ПНД [160]. Наиболее широко распространенными являются следующие методики, разработанные соответственно, в Канаде, Австралии, США и Евросоюзе:

1. Риттера (Ritter) [218];
2. Крюса (Crews) [172; 218];
3. Западновиргинского Университета (*West Virginia University*) [160; 177];
4. Еврокод 5 (*EN 1995-2:2004*) [182].

Названные методики расчета ПНД в первую очередь предназначены для проектирования автодорожных мостов. В других случаях возведения предварительно напряженных многослойных деревоплит в качестве несущих конструкций стандартные расчетные положения могут применяться лишь со значительными оговорками.

Методика Риттера основывается на применении диаграмм зависимости двух условных параметров α , β и θ , выражающих взаимосвязь между условными модулями упругости и сдвига плиты, а также ее геометрическими характеристиками, построенными на основе экспериментальных данных

[218]. Ширина проектируемой конструкции и высота ее сечения принимаются постоянными. Проектирование производится в два этапа:

1. расчет сечений деревянных элементов;
2. расчет требуемого предварительного напряжения арматуры.

На первом этапе деревоплита рассчитывается по двум предельным состояниям с учетом определенных особенностей, связанных с условным изменением модулей упругости и сдвига, вызванных поперечным обжатием конструкции. Модули упругости и сдвига поперек волокон согласно данным [218], полученным экспериментальным путем, составляют 1,3% и 3% от модуля упругости вдоль волокон соответственно – см. расчет по формулам (1.1) - (1.2). Важно отметить, что эти соотношения справедливы для хвойных пород древесины, произрастающих в Северной Америке (дугласова пихта, тсуга, красная сосна, веймутова сосна), и не могут применяться к прочим породам без проведения дополнительных исследований.

$$E_{90} = 0,013E_0, \quad (1.1)$$

$$G = 0,03E_0. \quad (1.2)$$

Расчетная схема плитного сооружения (деревоплиты) при расчете по методике Риттера упрощается до условной шарнирно опертой балки [218]. За ширину этой балки D_w принимается ширина полосы распределения временной нагрузки от колесных пар автомобиля, определяемая по диаграмме на рисунке 1.27 зависимости от параметров α и θ , которые в свою очередь рассчитываются по формулам (1.3) и (1.4):

$$\alpha = \frac{2G_{90}}{\sqrt{EC_B E_{90}}}, \quad (1.3)$$

$$\theta = \frac{b}{2L} \sqrt[4]{\frac{EC_B}{E_{90}}}, \quad (1.4)$$

где: E_0 – модуль упругости древесины вдоль волокон; E_{90} – модуль упругости древесины поперек волокон; G_{90} – модуль сдвига древесины поперек волокон; C_B – коэффициент, учитывающий наличие торцевых стыков элементов по длине плиты; b – ширина плиты; L – пролет плиты (условной балки).

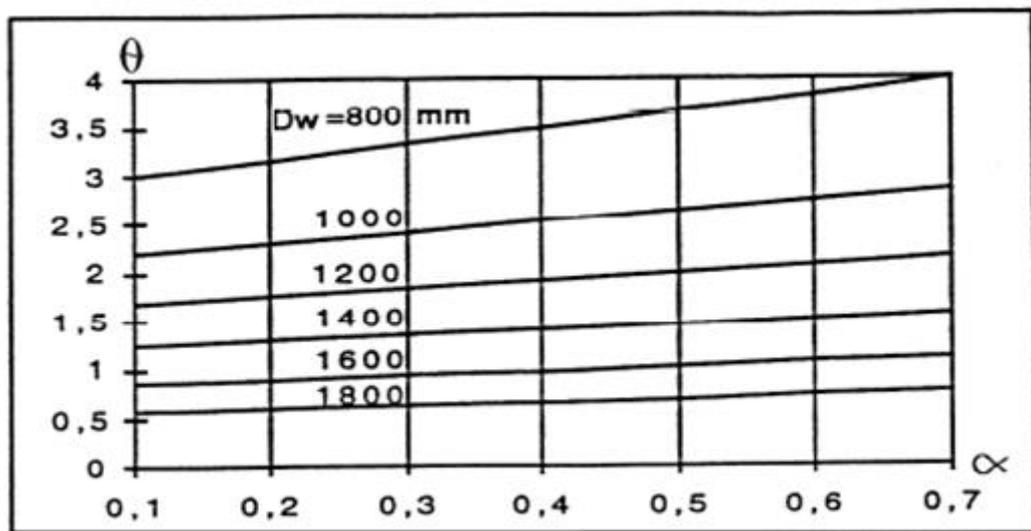


Рисунок 1.27. Диаграмма, используемая для определения фиктивной ширины по Риттеру [218].

Схема распределения нагрузки от колесных пар автомобиля с выделенными условными балками фиктивной ширины D_w приведена на рисунке 1.28:

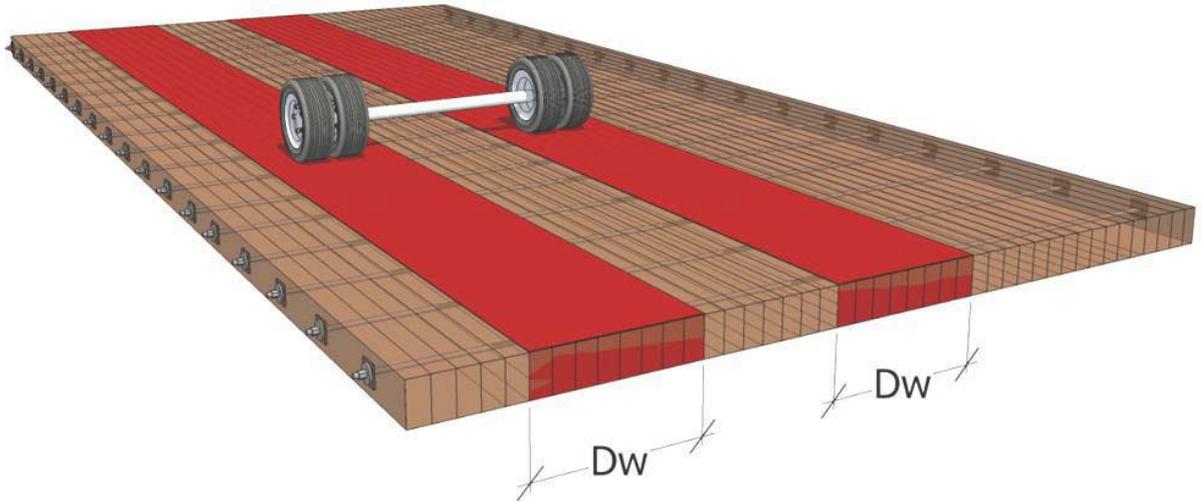


Рисунок 1.28. Распределение нагрузки от колесных пар автомобиля [160].

Дальнейший расчет сечений деревянных элементов производится по стандартным формулам сопротивления материалов для изгибаемых балок.

Расчет требуемого предварительного напряжения арматуры производится на стадиях монтажа и эксплуатации отдельно [218]. Основными критериями для определения монтажного и эксплуатационного значений предварительного напряжения арматуры являются величины поперечного изгибающего момента в плите и усилия поперечного сдвига ее элементов в вертикальной плоскости. Определение этих величин производится по диаграммам зависимости от параметров α и θ [218], а также β , определяемого по формуле (1.5):

$$\beta = \frac{\pi b}{L} \sqrt{\frac{EC_B}{2G_{90}}}. \quad (1.5)$$

Монтажное значение предварительного напряжения арматуры в ПНД должно превышать эксплуатационное не менее чем в 2,5 раза [218].

Методика расчета ПНД Крюса [172] является развитием подхода Риттера [218] с некоторыми упрощениями. Для вычисления эффективной ширины распределения нагрузки по условной балке D_w используется

единственный параметр – модуль упругости материала вдоль волокон, а модули упругости и сдвига поперек волокон учитываются в модели балки опосредованно. Эффективная ширина определяется по формуле (1.6):

$$D_w = C_B \left[0,45 + \frac{L}{25} + \sqrt{\frac{E}{10000}} \right]. \quad (1.6)$$

Методика Западновиргинского Университета [160] также в основном повторяет методику Риттера. Считается, что нагрузка от колесной пары распределяется под углом 45° по высоте сечения. Эффективная ширина распределения нагрузки D_w определяется по формуле (1.5):

$$D_w = (b_w + 2t)C_B, \quad (1.5)$$

где: b_w – ширина колесной пары; t – толщина плиты.

В случае сосредоточенной нагрузки, ширину ее распределения D_w следует увеличивать на 15%.

Еврокод 5 (EN 1995-2:2004) [182] предусматривает три возможных способа расчета ПНД:

- представление плиты в качестве ортотропной пластинки с приведенными характеристиками (расчет методами теории упругости);
- представление плиты в качестве ортотропной пластинки с приведенными характеристиками (расчет методом конечных элементов);
- упрощенный расчет, основанный на методе Риттера.

Расчетная схема деревоплиты представляет собой фиктивную балку условной («эффективной») ширины b_{ef} . Предполагается, что распределение нагрузки происходит по средней плоскости плиты (нейтральной линии условной балки – см. рисунок 1.29). Ширина условной балки определяется по формуле (1.7):

$$b_{ef} = b_w + \frac{h \sin \beta}{2} + a, \quad (1.7)$$

Где: β – угол распределения нагрузки в теле плиты; a – добавочная ширина, зависящая от конструкции ПНД.

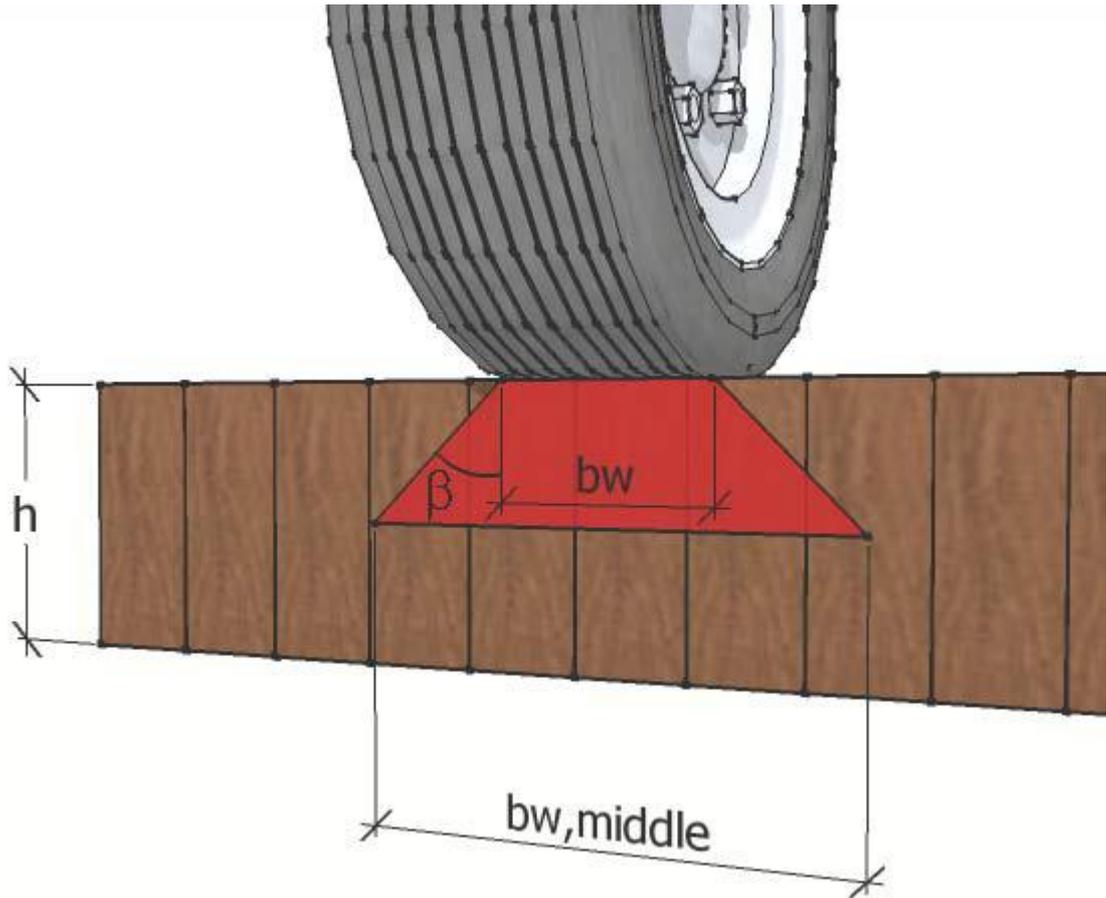


Рисунок 1.29. Распределение давления от колеса по толщине плиты по [160].

Методики расчета ПНД, описанные выше, базируются на стандартных расчетах деревоплит (гвоздевых и собираемых на шурупах) при действии нагрузок от движущегося автотранспорта с введением некоторых поправочных коэффициентов, полученных экспериментальным путем [170; 218]. В качестве расчетной схемы при этом выступает фиктивная балка некоторой условной ширины. Расчет эффективной ширины этой фиктивной балки значительно различается для всех методов [160]. При расчете по

различным методикам расчетный прогиб сооружения может отличаться до 3,5 раз [196], максимальная несущая способность – до 2,6 раза [160].

К недостаткам существующих методов расчета ПНД расчета можно отнести следующие:

1. Недостаточная изученность НДС конструкции при различных условиях опирания и нагружения;
2. Сложность адаптации к расчету на иные виды воздействий (помимо автомобильных нагрузок);
3. Сложность адаптации к расчету строительных конструкций вне транспортного строительства;
4. Отсутствие возможности учета совместной работы деревоплиты и бетонного или иного покрытия (в случае его устройства);
5. Сложность учета многообразия вариантов конструктивного исполнения ПНД, в т.ч. ребристых конструкций;
6. Применение экспериментальных зависимостей, полученных только для местных условий (например, Северной Америки для метода Риттера) при отсутствии общей теории;
7. Замена расчетной схемы плиты фиктивной балкой, т.е. исключение пространственной работы конструкции с изгибом в двух направлениях, что полностью противоречит основной конструктивной идее ПНД (см. рисунок 1.26) [160; 218];
8. Отсутствие учета сил, действующих в срединной плоскости конструкции (от натяжения арматуры).

На основании вышеизложенного можно заключить, что в настоящее время разработаны методики расчета для конкретных направлений применения ПНД, но отсутствует обобщенная теория изгиба составных предварительно напряженных (в поперечном направлении) многослойных деревоплит.

Выводы по первой главе

Анализ состояния вопроса, экспериментально-теоретических исследований и опытно-конструкторских разработок по составным плитным предварительно напряженным многослойным конструкциям из цельной древесины, позволяет сделать следующие выводы:

1. Составные конструкции на податливых связях обладают собственной областью рационального применения, отличной от области применения КДК. Теория расчета составных элементов, поперечное сечение которых спланируется по ширине, должна учитывать податливость связей.
2. Применение составных многослойных деревоплит в покрытиях и перекрытиях зданий, настилах мостов и т. п. позволяет повысить скорость монтажа конструкций, огнестойкость, эстетическую привлекательность, при обеспечении высокой несущей способности и жесткости. Основные недостатки традиционных составных деревоплит возможно устранить при помощи современных соединительных элементов и изоляционных материалов. Распределение напряжений при изгибе такой конструкции будет равномерным, а ее разрушение – пластическим.
3. Предварительное напряжение и регулирование НДС элементов конструкций позволяет добиться повышения технико-экономических показателей и является вполне традиционным приемом для ДК. Начальные напряжения могут создаваться приложением усилий под различными углами относительно волокон, в т.ч. поперек. При этом необходимо предусматривать возможность контроля и регулирования усилий.
4. Фрикционные соединения позволяют создавать быстровозводимые сборно-разборные сооружения, в т.ч. большепролетные. Такие соединения предпочтительнее устраивать по боковым поверхностям элементов ДК, обжимая их. Силы трения в обжатом соединении воплощают принцип дробности в его предельном выражении.

5. При изгибе предварительно напряженной многослойной деревоплиты в двух направлениях возникает растяжение в направлении поперек волокон, которое воспринимают арматурные стержни. Швы в плите стремятся к раскрытию. Характер работы ПНД отличается от характера работы гвоздевых деревоплит.
6. В существующих методиках расчета ПНД используются упрощенные расчетные схемы. Обобщенная теория изгиба составных предварительно напряженных многослойных деревоплит отсутствует.

Учитывая вышеизложенное, целью диссертационной работы является определение напряженно-деформированного состояния предварительно напряженных многослойных деревоплит при изгибе и разработка методики их расчета по первой и второй группам предельных состояний.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие основные задачи:

1. Теоретически определить НДС предварительно напряженной многослойной деревоплиты при изгибе с учетом анизотропии материала, а также действия сжимающих сил в ее срединной плоскости.
2. Исследовать работу конструкции как составной плиты с учетом податливости связей.
3. Исследовать упругие свойства соединения, создаваемого за счет сил фрикционного взаимодействия элементов ДК.
4. Разработать модель ПНД для лабораторных исследований, а также методику определения изогнутой поверхности плиты опытным путем.
5. Экспериментально исследовать деформативность и несущую способность предварительно напряженных многослойных деревоплит.
6. Разработать методику расчета ПНД по предельным состояниям и практические рекомендации по их проектированию.

Глава 2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ПРЕДВАРИТЕЛЬНО НАПРЯЖЕННОЙ МНОГОСЛОЙНОЙ ДЕРЕВОПЛИТЫ ПРИ ИЗГИБЕ

2.1 Напряженно-деформированное состояние предварительно напряженной многослойной деревоплиты при изгибе, как трансверсально-изотропной пластинки, нагруженной силами в двух плоскостях

Для элементов деревянных конструкций, с сечениями более 100 мм² следует принимать трансверсально-изотропную схему анизотропии [114; 116; 123]. Данный подход является общепринятым в проектировании ДК и КДК [116] и положен в основу нормирования расчетных характеристик древесины [127]. Исходя из этого, примем в качестве расчетной модели предварительно напряженной многослойной деревоплиты трансотропную пластину, причем, плоскость трансверсальной изотропии совпадает с ее поперечным сечением. Пластика нагружена силами, действующими в двух плоскостях (срединной и перпендикулярной ей). Силы в срединной плоскости возникают вследствие обжатия плиты.

Дифференциальное уравнение изогнутой поверхности для такой пластины будет иметь классический вид с добавлением в правой части сил, действующих в срединной плоскости [67; 112; 135; 144]:

$$\begin{aligned}
 D_1 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2D_3 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_2 \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = q(x; y) + \\
 + N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2},
 \end{aligned}
 \tag{2.1}$$

или в приведенном виде в случае равномерного сжатия в поперечном направлении

$$\frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + \frac{2D_3}{D_2} \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{D_1}{D_2} \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{N_y}{D_2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = \frac{q(x; y)}{D_2}. \quad (2.2)$$

Примем следующие допущения:

- 1) прогибы малы по сравнению с толщиной плиты;
- 2) работа происходит в упругой стадии;
- 3) до разрушения плита работает как монолитная;
- 4) справедлива гипотеза прямых нормалей (прямолинейные отрезки, нормальные к плоской срединной поверхности плиты, остаются прямолинейными и нормальными и к изогнутой срединной поверхности плиты);
- 5) напряжения σ_z малы по сравнению с напряжениями σ_x , σ_y , τ_{xy} ;
- 6) объемными силами пренебрегаем.

Рассмотрим прямоугольную тонкую трансверсально-изотропную пластинку, две противоположные стороны которой шарнирно оперты, а две другие – свободны (см. рисунок 2.1). Плоскости трансверсальной изотропии совпадают с поперечными сечениями (плоскости, параллельные YOZ). Ось X направлена вдоль волокон древесины. Пластинка нагружена силами, действующими в ее срединной плоскости и в плоскости, перпендикулярной ей. Силы, нормальные к срединной поверхности, представлены двумя составляющими: равномерной (от собственного веса и т.п.) и неравномерной. Силы в срединной поверхности равномерно сжимают пластинку.

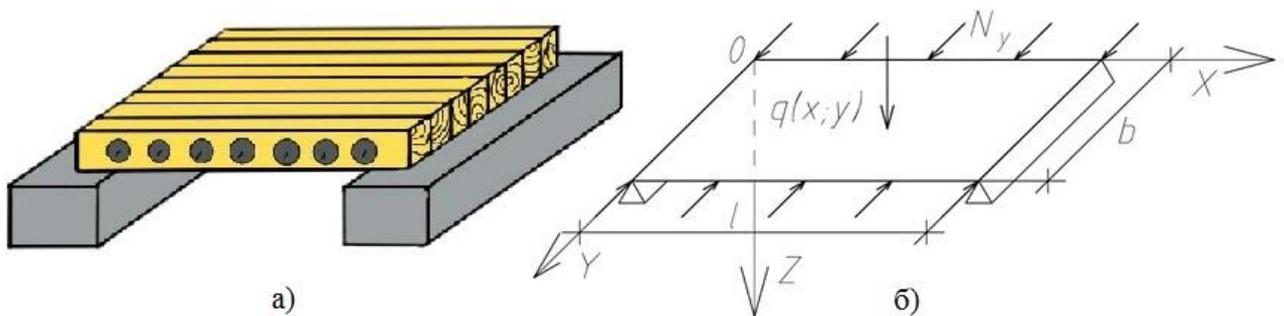


Рисунок 2.1. Схема ПНД: а) общий вид б) расчетная схема.

Жесткости пластинки определяются выражениями [67]:

$$\left. \begin{aligned} D_1 &= \frac{E_1 h^3}{12(1-\nu_1\nu_2)} \\ D_2 &= \frac{E_2 h^3}{12(1-\nu_1\nu_2)} \\ D_k &= \frac{Gh^3}{12} \\ D_3 &= D_1\nu_2 + 2D_k \end{aligned} \right\}, \quad (2.3)$$

где

E_1 – модуль упругости вдоль волокон древесины, МПа;

E_2 – модуль упругости поперек волокон древесины (в плоскости трансверсальной изотропии), МПа;

G – модуль сдвига, МПа;

ν_1 – коэффициент Пуассона поперек волокон при напряжениях, направленных вдоль волокон;

ν_2 – коэффициент Пуассона вдоль волокон при напряжениях, направленных поперек волокон;

h – толщина пластинки, м.

Исследуем НДС пластинки методом М. Леви [6; 7; 67; 112; 144].

Решение бигармонического уравнения (2.2) будем искать в виде

$$w = \sum_{n=1}^{\infty} f_n(y) \sin \frac{n\pi x}{l}. \quad (2.4)$$

На шарнирно опертых сторонах ($x=0$ и $x=l$) граничные условия следующие

$$\left. \begin{array}{l} x=0, \\ x=l \end{array} \right\} w = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0. \quad (2.5)$$

Проверим, удовлетворяет ли решение по форме (2.4) условиям (2.5):

$$\left. \begin{array}{l} w = \sum_{n=1}^{\infty} f_n(y) \sin \frac{n\pi x}{l} \Big|_{x=0} = \sum_{n=1}^{\infty} f_n(y) \sin 0 = \sum_{n=1}^{\infty} f_n(y) \cdot 0 = 0, \\ w = \sum_{n=1}^{\infty} f_n(y) \sin \frac{n\pi x}{l} \Big|_{x=l} = \sum_{n=1}^{\infty} f_n(y) \sin n\pi = \sum_{n=1}^{\infty} f_n(y) \cdot 0 = 0, \\ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = -\sum_{n=1}^{\infty} f_n(y) \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 \sin \frac{n\pi x}{l} \Big|_{x=0} = -\sum_{n=1}^{\infty} f_n(y) \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 \sin 0 = 0, \\ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = -\sum_{n=1}^{\infty} f_n(y) \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 \sin \frac{n\pi x}{l} \Big|_{x=l} = -\sum_{n=1}^{\infty} f_n(y) \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 \sin n\pi = 0, \\ \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = \sum_{n=1}^{\infty} f_n''(y) \sin \frac{n\pi x}{l} \Big|_{x=l} = \sum_{n=1}^{\infty} f_n''(y) \sin n\pi = \sum_{n=1}^{\infty} f_n''(y) \cdot 0 = 0. \end{array} \right\} \quad (2.6)$$

Таким образом, условия шарнирного опирания краев $x=0$ и $x=l$ удовлетворены, можно продолжать поиск решения. Подставим выражение (2.4) и его производные в уравнение (2.2).

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[f_n^{IV}(y) + \left[\frac{N_y}{D_2} - \frac{2D_3}{D_2} \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 \right] f_n''(y) + \frac{D_1}{D_2} \left(\frac{n\pi}{l}\right)^4 f_n(y) \right] \sin \frac{n\pi x}{l} = \frac{q(x; y)}{D_2}, \quad (2.7)$$

Представим правую часть уравнения (2.7) разложенной в ряд Фурье по синусам:

$$\frac{q(x; y)}{D_2} = \sum_{n=1}^{\infty} F_n(y) \sin \frac{n\pi x}{l}. \quad (2.8)$$

Коэффициенты ряда Фурье $F_n(y)$ – функция y , определяются по формуле [67; 112; 144]:

$$F_n(y) = \frac{2}{D_2 l} \int_0^l q(x; y) \sin \frac{n\pi x}{l} dx. \quad (2.9)$$

Подставим (2.8) в уравнение (2.7):

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} \left[f_n^{IV}(y) + \left[\frac{N_y}{D_2} - \frac{2D_3}{D_2} \left(\frac{n\pi}{l} \right)^2 \right] f_n''(y) + \frac{D_1}{D_2} \left(\frac{n\pi}{l} \right)^4 f_n(y) \right] \sin \frac{n\pi x}{l} = \\ = \sum_{n=1}^{\infty} F_n(y) \sin \frac{n\pi x}{l}. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Перенесем правую часть уравнения влево и вынесем за скобки знак суммирования и синус. Получим:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[f_n^{IV}(y) + \left[\frac{N_y}{D_2} - \frac{2D_3}{D_2} \left(\frac{n\pi}{l} \right)^2 \right] f_n''(y) + \frac{D_1}{D_2} \left(\frac{n\pi}{l} \right)^4 f_n(y) - F_n(y) \right] \sin \frac{n\pi x}{l} = 0. \quad (2.11)$$

Условие (2.11) выполняется в случае, если каждый член ряда равен нулю:

$$f_n^{IV}(y) + \left[\frac{N_y}{D_2} - \frac{2D_3}{D_2} \left(\frac{n\pi}{l} \right)^2 \right] f_n''(y) + \frac{D_1}{D_2} \left(\frac{n\pi}{l} \right)^4 f_n(y) - F_n(y) = 0, \quad (2.12)$$

или

$$f_n^{IV}(y) + \left[\frac{N_y}{D_2} - \frac{2D_3}{D_2} \left(\frac{n\pi}{l} \right)^2 \right] f_n''(y) + \frac{D_1}{D_2} \left(\frac{n\pi}{l} \right)^4 f_n(y) = F_n(y), \quad (2.13)$$

Общее решение неоднородного дифференциального уравнения четвертого порядка (2.13) представим в виде суммы общего решения соответствующего однородного уравнения и частного решения неоднородного уравнения:

$$f_n(y) = f_n^o(y) + \bar{f}_n(y). \quad (2.14)$$

Однородное уравнение, соответствующее неоднородному (2.13), имеет следующий вид:

$$f_n^{IV}(y) + \left[\frac{N_y}{D_2} - \frac{2D_3}{D_2} \left(\frac{n\pi}{l} \right)^2 \right] f_n''(y) + \frac{D_1}{D_2} \left(\frac{n\pi}{l} \right)^4 f_n(y) = 0. \quad (2.15)$$

Введем обозначение:

$$\left(\frac{n\pi}{l} \right)^2 = p, \quad (2.16)$$

тогда характеристическое уравнение (2.15) будет

$$\lambda^4 + \left[\frac{N_y}{D_2} - \frac{2D_3}{D_2} p \right] \lambda^2 + \frac{D_1}{D_2} p^2 = 0. \quad (2.17)$$

Уравнение (2.17) – биквадратное, его корни равны

$$\lambda_{1,2,3,4} = \pm \sqrt{\frac{2D_3p - N_y \pm \sqrt{(N_y - 2D_3p)^2 - 4D_1D_2p^2}}{2D_2}}. \quad (2.18)$$

Преобразуем выражения для корней (2.18) с помощью формулы сложного радикала (2.19):

$$\sqrt{V_1 \pm \sqrt{V_2}} = \sqrt{\frac{V_1 + \sqrt{V_1^2 - V_2}}{2}} \pm \sqrt{\frac{V_1 - \sqrt{V_1^2 - V_2}}{2}}. \quad (2.19)$$

Примем:

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= 2D_3p - N_y, \\ V_2 &= (N_y - 2D_3p)^2 - 4D_1D_2p^2 \end{aligned} \right\} \quad (2.20)$$

откуда

$$\sqrt{V_1^2 - V_2} = 2p\sqrt{D_1D_2}. \quad (2.21)$$

Следовательно, выражение (2.18) с учетом (2.19)-(2.21) приобретает вид:

$$\lambda_{1,2,3,4} = \pm \left[\sqrt{\frac{2p[D_3 + \sqrt{D_1D_2}] - N_y}{4D_2}} \pm \sqrt{\frac{2p[D_3 - \sqrt{D_1D_2}] - N_y}{4D_2}} \right]. \quad (2.22)$$

Перепишем корни (2.22) характеристического уравнения (2.17) по-отдельности:

$$\left. \begin{aligned}
 \lambda_1 &= \sqrt{\frac{2p[D_3 + \sqrt{D_1 D_2}] - N_y}{4D_2}} + \sqrt{\frac{2p[D_3 - \sqrt{D_1 D_2}] - N_y}{4D_2}}, \\
 \lambda_2 &= -\sqrt{\frac{2p[D_3 + \sqrt{D_1 D_2}] - N_y}{4D_2}} - \sqrt{\frac{2p[D_3 - \sqrt{D_1 D_2}] - N_y}{4D_2}}, \\
 \lambda_3 &= \sqrt{\frac{2p[D_3 + \sqrt{D_1 D_2}] - N_y}{4D_2}} - \sqrt{\frac{2p[D_3 - \sqrt{D_1 D_2}] - N_y}{4D_2}}, \\
 \lambda_4 &= -\sqrt{\frac{2p[D_3 + \sqrt{D_1 D_2}] - N_y}{4D_2}} + \sqrt{\frac{2p[D_3 - \sqrt{D_1 D_2}] - N_y}{4D_2}}
 \end{aligned} \right\} \quad (2.23)$$

При различных отношениях жесткостей, сжимающих сил и пролета пластинки возможны различные случаи корней (2.23). Рассмотрим их ниже.

Случай I:

Соблюдаются условия

$$\left. \begin{aligned}
 D_3 &> \sqrt{D_1 D_2} \text{ и} \\
 N_y &< 2p[D_3 - \sqrt{D_1 D_2}]
 \end{aligned} \right\} \quad (2.24)$$

Все корни – действительные и различные, а общее решение уравнения (2.15) имеет вид

$$f_n^o(y) = A_n e^{\lambda_1 y} + B_n e^{\lambda_2 y} + C_n e^{\lambda_3 y} + D_n e^{\lambda_4 y}. \quad (2.25)$$

Случай II:

Соблюдаются условия

$$\left. \begin{aligned}
 D_3 &\leq \sqrt{D_1 D_2} \text{ и/или} \\
 N_y &> 2p[D_3 - \sqrt{D_1 D_2}]
 \end{aligned} \right\} \quad (2.26)$$

В этом случае появляются комплексно-сопряженные пары корней. Общее решение уравнения (2.15) имеет вид

$$f_n^o(y) = e^{\alpha_1 y} [A_n \cos \beta_1 y + B_n \sin \beta_1 y] + e^{\alpha_2 y} [C_n \cos \beta_2 y + D_n \sin \beta_2 y]. \quad (2.27)$$

Случай III:

Соблюдаются условия

$$\left. \begin{aligned} N_y &= 2p \left[D_3 - \sqrt{D_1 D_2} \right] \\ &\text{или} \\ N_y &= 2p \left[D_3 + \sqrt{D_1 D_2} \right] \end{aligned} \right\}. \quad (2.28)$$

Очевидно, что оба условия (2.28) не могут соблюдаться одновременно.

Корни уравнения (2.17) – двукратные комплексно-сопряженные. Общее решение уравнения (2.15) запишется как

$$f_n^o(y) = e^{\alpha_n y} ([A_n + B_n y] \cos \beta_n y + [C_n + D_n y] \sin \beta_n y). \quad (2.29)$$

В выражениях (2.16) и (2.23) для корней характеристического уравнения (2.17) сжимающая сила N_y и пролет l – произвольные, $n=1, 2, 3, \dots, \infty$. Однако, жесткости пластинки D_1, D_2, D_3 связаны между собой и имеют строгую зависимость от упругих постоянных материала, из которого она изготавливается [6; 13; 14; 67], выраженную в формулах (2.3). Предварительно напряженные многослойные деревоплиты изготавливаются из пиломатериалов 1-2 сорта по ГОСТ 8486-86 [27] либо из пиломатериалов, отсортированных по классам прочности по ГОСТ 33080-2014 [30]. Проверим условия (2.24) и (2.26) в части соотношения жесткостей. Воспользуемся для этого значениями механических характеристик древесины пиломатериалов,

отсортированных по классам прочности, приведенными в таблице В.3 норм проектирования ДК [127]. Выдержки из указанной таблицы – см. в таблице 2.1.

Таблица 2.1. Механические характеристики древесины [127]

№ п/п	Класс прочности	Механические характеристики				
		Среднее значение модуля упругости при изгибе $E_{0,ср}$, ГПа	Среднее значение модуля упругости поперек волокон $E_{90,ср}$, ГПа	Среднее значение модуля сдвига $G_{ср}$, ГПа	Коэффициент Пуассона поперек волокон при напряжениях, направленных вдоль волокон ν_1	Коэффициент Пуассона вдоль волокон при напряжениях, направленных поперек волокон ν_2
1	C14	7,0	0,23	0,44	0,45	0,015
2	C16	8,0	0,27	0,50		
3	C18	9,0	0,30	0,56		
4	C20	9,5	0,32	0,59		
5	C22	10,0	0,33	0,63		
6	C24	11,0	0,37	0,69		
7	C27	11,5	0,38	0,72		
8	C30	12,0	0,40	0,75		
9	C35	13,0	0,43	0,81		
10	C40	14,0	0,47	0,88		
11	C45	15,0	0,50	0,94		
12	C50	16,0	0,53	1,0		

В соответствии с (2.3) с учетом трансропной схемы анизотропии примем

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= E_{0,ср}, \\ E_2 &= E_{90,ср}, \\ G &= G_{ср} \end{aligned} \right\} \quad (2.30)$$

Расчет соотношений жесткостей пластинки единичных ширины и толщины приведен в таблице 2.2.

Таблица 2.2. Соотношение жесткостей пластинки единичной толщины

№ п/п	Класс прочности	Жесткость, 10^{-9} Н·м ²					$[D_3 - \sqrt{D_1 D_2}] / D_3 * 100\%$
		D_1	D_2	D_k	D_3	$\sqrt{D_1 D_2}$	
1	C14	0,5873	0,0193	0,0367	0,0821	0,1065	-29,60
2	C16	0,6712	0,0227	0,0417	0,0934	0,1233	-32,02
3	C18	0,7551	0,0252	0,0467	0,1047	0,1379	-31,72
4	C20	0,7970	0,0268	0,0492	0,1103	0,1463	-32,64
5	C22	0,8390	0,0277	0,0525	0,1176	0,1524	-29,62
6	C24	0,9229	0,0310	0,0575	0,1288	0,1693	-31,37
7	C27	0,9648	0,0319	0,0600	0,1345	0,1754	-30,43
8	C30	1,0068	0,0336	0,0625	0,1401	0,1838	-31,20
9	C35	1,0907	0,0361	0,0675	0,1514	0,1984	-31,06
10	C40	1,1746	0,0394	0,0733	0,1643	0,2152	-31,00
11	C45	1,2585	0,0419	0,0783	0,1755	0,2298	-30,89
12	C50	1,3424	0,0445	0,0833	0,1868	0,2443	-30,79

Как видно из результатов расчета, представленных в таблице 2.2, для деревоплит, изготовленных из пиломатериалов всех классов прочности, величины D_3 и $\sqrt{D_1 D_2}$ – одного порядка, причем, всегда соблюдается условие (2.26) в форме строгого неравенства ($D_3 < \sqrt{D_1 D_2}$); разница между сравниваемыми величинами для разных классов прочности составляет от 29,60 до 32,64%. Таким образом, случай I (действительные различные корни) нельзя признать характерным для деревоплит. Ввиду произвольности значения сжимающей силы N_y , случай II (комплексно-сопряженные пары корней) следует рассматривать как более общий, т.е. общее решение однородного уравнения (2.15) представлено выражением (2.27), а в частном случае двукратных комплексно-сопряженных корней (когда соблюдается условие (2.28) в одном из своих вариантов) – выражением (2.29).

Действительная и мнимая части корней (2.23) в выражениях (2.27) и (2.29) могут приобретать различные характерные сочетания в зависимости от того, как соотносятся сжимающая сила, пролет и жесткости пластинки. Указанные выражения для общего решения уравнения (2.15) при этом будут приобретать специфический вид. Рассмотрим основные случаи.

Случай II-а:

$$\left. \begin{aligned} N_y &< 2p \left[D_3 + \sqrt{D_1 D_2} \right], \\ \frac{2p \left[D_3 + \sqrt{D_1 D_2} \right] - N_y}{4D_2} &> 0, \\ \frac{2p \left[D_3 - \sqrt{D_1 D_2} \right] - N_y}{4D_2} &< 0 \end{aligned} \right\}. \quad (2.31)$$

В этом случае в выражениях (2.23) первое слагаемое представляет собой действительную часть (α_n), второе – мнимую ($\beta_n i$). Корни λ_1 и λ_3 , λ_2 и λ_4 образуют комплексно-сопряженные пары.

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{1,2,3,4} &= \pm(\alpha_n \pm \beta_n i), \\ \alpha_n &= \sqrt{\frac{2p \left[D_3 + \sqrt{D_1 D_2} \right] - N_y}{4D_2}}, \\ \beta_n i &= \sqrt{\frac{2p \left[D_3 - \sqrt{D_1 D_2} \right] - N_y}{4D_2}}, \\ \beta_n &= \sqrt{\frac{N_y - 2p \left[D_3 - \sqrt{D_1 D_2} \right]}{4D_2}} \end{aligned} \right\}, \quad (2.32)$$

тогда, согласно (2.23),

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 &= \alpha_n + \beta_n i, \\ \lambda_2 &= -\alpha_n - \beta_n i, \\ \lambda_3 &= \alpha_n - \beta_n i, \\ \lambda_4 &= -\alpha_n + \beta_n i \end{aligned} \right\}. \quad (2.33)$$

Выражение (2.27) приобретает вид:

$$f_n^o(y) = e^{\alpha_n y} [A_n \cos \beta_n y + B_n \sin \beta_n y] + e^{-\alpha_n y} [C_n \cos \beta_n y + D_n \sin \beta_n y]. \quad (2.34)$$

Случай II-б:

$$\left. \begin{aligned} N_y &> 2p \left[D_3 + \sqrt{D_1 D_2} \right], \\ \frac{2p \left[D_3 + \sqrt{D_1 D_2} \right] - N_y}{4D_2} &< 0, \\ \frac{2p \left[D_3 - \sqrt{D_1 D_2} \right] - N_y}{4D_2} &< 0 \end{aligned} \right\}. \quad (2.35)$$

В этом случае в выражениях (2.23) и первое и второе слагаемое представляют собой мнимую часть ($\beta_n i$), действительная же часть обнуляется. Корни λ_1 и λ_2 , λ_3 и λ_4 образуют комплексно-сопряженные пары.

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{1,2,3,4} &= \pm \beta_n i, \\ \alpha_n &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad (2.36)$$

тогда, согласно (2.23),

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 &= \beta_{n,1} i, \\ \lambda_2 &= -\beta_{n,1} i, \\ \lambda_3 &= \beta_{n,2} i, \\ \lambda_4 &= -\beta_{n,2} i \end{aligned} \right\}. \quad (2.37)$$

Общее решение однородного уравнения (2.15):

$$f_n^o(y) = A_n \cos \beta_{n,1} y + B_n \sin \beta_{n,1} y + C_n \cos \beta_{n,2} y + D_n \sin \beta_{n,2} y. \quad (2.38)$$

Случай III-а:

$$\left. \begin{aligned} N_y &= 2p \left[D_3 - \sqrt{D_1 D_2} \right], \\ \frac{2p \left[D_3 - \sqrt{D_1 D_2} \right] - N_y}{4D_2} &= 0, \\ \frac{2p \left[D_3 + \sqrt{D_1 D_2} \right] - N_y}{4D_2} &> 0 \end{aligned} \right\}. \quad (2.39)$$

В этом случае в выражениях (2.23) первое слагаемое представляет собой действительную часть (α_n), второе – мнимую ($\beta_n i$), которая обращается в ноль. Корни двукратные сопряженные действительные.

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{1,2,3,4} &= \pm \alpha_n, \\ \alpha_n &= \sqrt{\frac{2p \left[D_3 + \sqrt{D_1 D_2} \right] - N_y}{4D_2}}, \\ \beta_n i &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad (2.40)$$

тогда, согласно (2.23),

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{1,3} &= \alpha_n, \\ \lambda_{2,4} &= -\alpha_n \end{aligned} \right\}. \quad (2.41)$$

Выражение (2.29) приобретает вид:

$$f_n^o(y) = e^{\alpha_n y} [A_n + B_n y] + e^{-\alpha_n y} [C_n + D_n y]. \quad (2.42)$$

Случай III-б:

$$\left. \begin{aligned} N_y &= 2p \left[D_3 + \sqrt{D_1 D_2} \right], \\ \frac{2p \left[D_3 + \sqrt{D_1 D_2} \right] - N_y}{4D_2} &= 0, \\ \frac{2p \left[D_3 - \sqrt{D_1 D_2} \right] - N_y}{4D_2} &< 0 \end{aligned} \right\}. \quad (2.43)$$

В этом случае в выражениях (2.23) первое слагаемое представляет собой действительную часть (α_n), которая обращается в ноль, второе – мнимую ($\beta_n i$). Корни – двукратные комплексно-сопряженные.

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{1,2,3,4} &= \pm \beta_n i, \\ \alpha_n &= 0, \\ \beta_n i &= \sqrt{\frac{2p \left[D_3 - \sqrt{D_1 D_2} \right] - N_y}{4D_2}}, \\ \beta_n &= \sqrt{\frac{N_y - 2p \left[D_3 - \sqrt{D_1 D_2} \right]}{4D_2}} \end{aligned} \right\}. \quad (2.44)$$

тогда, согласно (2.23),

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{1,4} &= \beta_n i, \\ \lambda_{2,3} &= -\beta_n i \end{aligned} \right\}. \quad (2.45)$$

Выражение (2.29) приобретает вид:

$$f_n^o(y) = [A_n + B_n y] \cos \beta_n y + [C_n + D_n y] \sin \beta_n y. \quad (2.46)$$

Из представленных выражений (2.34), (2.38), (2.42), (2.46), дающих общие решения однородного уравнения (2.15) для основных случаев,

наиболее общий вид имеет форма (2.34). Кроме того, $n=1, 2, 3, \dots, \infty$, поэтому в дальнейшем будем полагать справедливым случай II-а и строить решение, основываясь на выражении (2.34).

Общее решение (2.14) неоднородного уравнения (2.13) приобретает следующий вид

$$\begin{aligned} f_n(y) &= f_n^o(y) + \bar{f}_n(y) = \\ &= e^{\alpha_n y} [A_n \cos \beta_n y + B_n \sin \beta_n y] + e^{-\alpha_n y} [C_n \cos \beta_n y + D_n \sin \beta_n y] + \bar{f}_n(y). \end{aligned} \quad (2.47)$$

Пользуясь известными зависимостями, можно произвести замену:

$$\left. \begin{aligned} e^{\alpha_n y} &= \operatorname{ch} \alpha_n y + \operatorname{sh} \alpha_n y, \\ e^{-\alpha_n y} &= \operatorname{ch} \alpha_n y - \operatorname{sh} \alpha_n y \end{aligned} \right\} \quad (2.48)$$

тогда, подставляя (2.48) в (2.47), получим

$$\begin{aligned} f_n(y) &= (\operatorname{ch} \alpha_n y + \operatorname{sh} \alpha_n y) \cdot [A_n \cos \beta_n y + B_n \sin \beta_n y] + \\ &+ (\operatorname{ch} \alpha_n y - \operatorname{sh} \alpha_n y) \cdot [C_n \cos \beta_n y + D_n \sin \beta_n y] + \bar{f}_n(y). \end{aligned} \quad (2.49)$$

Выражение (2.49) вносится в (2.4), что позволяет отыскать решение исходного уравнения изогнутой поверхности (2.2), соответствующее заданной нагрузке $q(x; y)$, которая может быть произвольной [112; 144], а также удовлетворяющее граничным условиям (2.5) на шарнирно опертых сторонах пластинки ($x=0$ и $x=l$). Произвольные постоянные A_n, B_n, C_n, D_n должны иметь такие значения, чтобы каждый член суммы (2.4) по отдельности удовлетворял граничным условиям на свободных сторонах пластинки ($y=0$ и $y=b$):

$$\left. \begin{array}{l} y=0, \\ y=b \end{array} \right\} M_x = 0, Q_y + \frac{\partial H_{xy}}{\partial x} = 0, \quad (2.50)$$

здесь

$$\left. \begin{array}{l} M_x = -D_1 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu_2 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right), \\ Q_y = -\frac{\partial}{\partial y} \left(D_3 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + D_2 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right), \\ H_{xy} = -2D_k \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}, \\ \frac{\partial H_{xy}}{\partial x} = -2D_k \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} \end{array} \right\}. \quad (2.51)$$

Перепишем граничные условия (2.50) с учетом выражений (2.51):

$$\left. \begin{array}{l} M_x|_{y=0} = -D_1 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu_2 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) = 0, \\ \left(Q_y + \frac{\partial H_{xy}}{\partial x} \right) \Big|_{y=0} = -[D_3 + 2D_k] \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} - D_2 \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} = 0 \end{array} \right\}. \quad (2.52)$$

Выпишем по-отдельности соответствующие производные (2.4):

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = -\sum_{n=1}^{\infty} f_n(y) p \sin \frac{n\pi x}{l}, \\ \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = \sum_{n=1}^{\infty} f_n''(y) \sin \frac{n\pi x}{l}, \\ \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} = -\sum_{n=1}^{\infty} f_n'(y) p \sin \frac{n\pi x}{l}, \\ \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} = \sum_{n=1}^{\infty} f_n'''(y) \sin \frac{n\pi x}{l} \end{array} \right\}. \quad (2.53)$$

Условия (2.52) с учетом (2.53) приобретают вид:

$$\left. \begin{aligned} M_x \Big|_{y=0}^{y=b} = \sum_{n=1}^{\infty} D_1 \left[f_n(y) p - \nu_2 f_n''(y) \right] \sin \frac{n\pi x}{l} = 0, \\ \left(Q_y + \frac{\partial H_{xy}}{\partial x} \right) \Big|_{y=0}^{y=b} = \sum_{n=1}^{\infty} \left[(D_3 + 2D_k) f_n'(y) p - D_2 f_n'''(y) \right] \sin \frac{n\pi x}{l} = 0 \end{aligned} \right\}. \quad (2.54)$$

Т.к. $0 \leq x \leq l$ – произвольное, а $D_1 \neq 0$ в любом случае, то граничные условия на свободных сторонах пластинки приобретают вид:

$$\left. \begin{aligned} & \left. \begin{aligned} y = 0, \\ y = b \end{aligned} \right\}, \\ & \left. \begin{aligned} f_n(y) p - \nu_2 f_n''(y) = 0, \\ [D_3 + 2D_k] f_n'(y) p - D_2 f_n'''(y) = 0 \end{aligned} \right\}. \end{aligned} \right\}. \quad (2.55)$$

Или

$$\left. \begin{aligned} f_n''(0) &= \frac{p}{\nu_2} f_n(0), \\ f_n''(b) &= \frac{p}{\nu_2} f_n(b), \\ f_n'''(0) &= \frac{[D_3 + 2D_k] p}{D_2} f_n'(0), \\ f_n'''(b) &= \frac{[D_3 + 2D_k] p}{D_2} f_n'(b) \end{aligned} \right\}. \quad (2.56)$$

Введем обозначение

$$d = \frac{[D_3 + 2D_k]}{D_2}, \quad (2.57)$$

Тогда условия (2.56) становятся

$$\left. \begin{aligned} f_n''(0) &= \frac{p}{v_2} f_n(0), \\ f_n''(b) &= \frac{p}{v_2} f_n(b), \\ f_n'''(0) &= pdf_n'(0), \\ f_n'''(b) &= pdf_n'(b) \end{aligned} \right\} \quad (2.58)$$

Т.к. общее решение неоднородного уравнения (2.13) ищем в виде суммы (2.47), то

$$\left. \begin{aligned} f_n^{o''}(0) + \bar{f}_n''(0) &= \frac{p}{v_2} [f_n^o(0) + \bar{f}_n(0)], \\ f_n^{o''}(b) + \bar{f}_n''(b) &= \frac{p}{v_2} [f_n^o(b) + \bar{f}_n(b)], \\ f_n^{o'''(0)} + \bar{f}_n'''(0) &= pd [f_n^{o'}(0) + \bar{f}_n'(0)], \\ f_n^{o'''(b)} + \bar{f}_n'''(b) &= pd [f_n^{o'}(b) + \bar{f}_n'(b)] \end{aligned} \right\} \quad (2.59)$$

Группируя общее решение однородного уравнения и его производные в левых частях уравнений (2.59) и частное решение неоднородного уравнения и его производные – в правых, получим

$$\left. \begin{aligned} f_n^{o''}(0) - \frac{p}{v_2} f_n^o(0) &= \frac{p}{v_2} \bar{f}_n(0) - \bar{f}_n''(0), \\ f_n^{o''}(b) - \frac{p}{v_2} f_n^o(b) &= \frac{p}{v_2} \bar{f}_n(b) - \bar{f}_n''(b), \\ f_n^{o'''(0)} - pd f_n^{o'}(0) &= pd \bar{f}_n'(0) - \bar{f}_n'''(0), \\ f_n^{o'''(b)} - pd f_n^{o'}(b) &= pd \bar{f}_n'(b) - \bar{f}_n'''(b) \end{aligned} \right\} \quad (2.60)$$

Перепишем уравнение (2.34), разделив произвольные постоянные:

$$f_n^o(y) = A_n e^{\alpha_n y} \cos \beta_n y + B_n e^{\alpha_n y} \sin \beta_n y + \\ + C_n e^{-\alpha_n y} \cos \beta_n y + D_n e^{-\alpha_n y} \sin \beta_n y. \quad (2.61)$$

Выпишем по-отдельности производные выражения (2.61), входящие в условия (2.60).

$$f_n^{o'}(y) = A_n e^{\alpha_n y} [\alpha_n \cos \beta_n y - \beta_n \sin \beta_n y] + \\ + B_n e^{\alpha_n y} [\alpha_n \sin \beta_n y + \beta_n \cos \beta_n y] - \\ - C_n e^{-\alpha_n y} [\alpha_n \cos \beta_n y + \beta_n \sin \beta_n y] - \\ - D_n e^{-\alpha_n y} [\alpha_n \sin \beta_n y - \beta_n \cos \beta_n y]. \quad (2.62)$$

$$f_n^{o''}(y) = A_n e^{\alpha_n y} [(\alpha_n^2 - \beta_n^2) \cos \beta_n y - 2\alpha_n \beta_n \sin \beta_n y] + \\ + B_n e^{\alpha_n y} [(\alpha_n^2 - \beta_n^2) \sin \beta_n y + 2\alpha_n \beta_n \cos \beta_n y] + \\ + C_n e^{-\alpha_n y} [(\alpha_n^2 - \beta_n^2) \cos \beta_n y + 2\alpha_n \beta_n \sin \beta_n y] + \\ + D_n e^{-\alpha_n y} [(\alpha_n^2 - \beta_n^2) \sin \beta_n y - 2\alpha_n \beta_n \cos \beta_n y]. \quad (2.63)$$

$$f_n^{o'''}(y) = A_n e^{\alpha_n y} [(\alpha_n^3 - 3\alpha_n \beta_n^2) \cos \beta_n y - (3\alpha_n^2 \beta_n - \beta_n^3) \sin \beta_n y] + \\ + B_n e^{\alpha_n y} [(\alpha_n^3 - 3\alpha_n \beta_n^2) \sin \beta_n y + (3\alpha_n^2 \beta_n - \beta_n^3) \cos \beta_n y] + \\ + C_n e^{-\alpha_n y} [-(\alpha_n^3 - 3\alpha_n \beta_n^2) \cos \beta_n y - (3\alpha_n^2 \beta_n - \beta_n^3) \sin \beta_n y] + \\ + D_n e^{-\alpha_n y} [-(\alpha_n^3 - 3\alpha_n \beta_n^2) \sin \beta_n y + (3\alpha_n^2 \beta_n - \beta_n^3) \cos \beta_n y]. \quad (2.64)$$

Выполним замену:

$$\left. \begin{aligned} R_1^* &= \alpha_n^2 - \beta_n^2, \\ R_2 &= 2\alpha_n\beta_n, \\ R_3^* &= \alpha_n^3 - 3\alpha_n\beta_n^2, \\ R_4^* &= 3\alpha_n^2\beta_n - \beta_n^3 \end{aligned} \right\}, \quad (2.65)$$

тогда выражения (2.63) и (2.64) соответственно приобретают вид:

$$\begin{aligned} f_n^{o''}(y) &= A_n e^{\alpha_n y} [R_1^* \cos \beta_n y - R_2 \sin \beta_n y] + \\ &+ B_n e^{\alpha_n y} [R_1^* \sin \beta_n y + R_2 \cos \beta_n y] + \\ &+ C_n e^{-\alpha_n y} [R_1^* \cos \beta_n y + R_2 \sin \beta_n y] + \\ &+ D_n e^{-\alpha_n y} [R_1^* \sin \beta_n y - R_2 \cos \beta_n y]. \end{aligned} \quad (2.66)$$

$$\begin{aligned} f_n^{o'''}(y) &= A_n e^{\alpha_n y} [R_3^* \cos \beta_n y - R_4^* \sin \beta_n y] + \\ &+ B_n e^{\alpha_n y} [R_3^* \sin \beta_n y + R_4^* \cos \beta_n y] + \\ &+ C_n e^{-\alpha_n y} [-R_3^* \cos \beta_n y - R_4^* \sin \beta_n y] + \\ &+ D_n e^{-\alpha_n y} [-R_3^* \sin \beta_n y + R_4^* \cos \beta_n y]. \end{aligned} \quad (2.67)$$

Перепишем выражения (2.61), (2.62), (2.66) и (2.67) для значений $y=0$, $y=b$.

$$f_n^o(0) = A_n + C_n, \quad (2.68)$$

$$f_n^{o'}(0) = [A_n - C_n] \alpha_n + [B_n + D_n] \beta_n, \quad (2.69)$$

$$f_n^{o''}(0) = [A_n + C_n] R_1^* + [B_n - D_n] R_2, \quad (2.70)$$

$$f_n^{o'''}(0) = [A_n - C_n]R_3^* + [B_n + D_n]R_4^*, \quad (2.71)$$

$$f_n^o(b) = A_n e^{\alpha_n b} \cos \beta_n b + B_n e^{\alpha_n b} \sin \beta_n b + \\ + C_n e^{-\alpha_n b} \cos \beta_n b + D_n e^{-\alpha_n b} \sin \beta_n b, \quad (2.72)$$

$$f_n^{o'}(b) = A_n e^{\alpha_n b} [\alpha_n \cos \beta_n b - \beta_n \sin \beta_n b] + \\ + B_n e^{\alpha_n b} [\alpha_n \sin \beta_n b + \beta_n \cos \beta_n b] - \\ - C_n e^{-\alpha_n b} [\alpha_n \cos \beta_n b + \beta_n \sin \beta_n b] - \\ - D_n e^{-\alpha_n b} [\alpha_n \sin \beta_n b - \beta_n \cos \beta_n b]. \quad (2.73)$$

$$f_n^{o''}(b) = A_n e^{\alpha_n b} [R_1^* \cos \beta_n b - R_2^* \sin \beta_n b] + \\ + B_n e^{\alpha_n b} [R_1^* \sin \beta_n b + R_2^* \cos \beta_n b] + \\ + C_n e^{-\alpha_n b} [R_1^* \cos \beta_n b + R_2^* \sin \beta_n b] + \\ + D_n e^{-\alpha_n b} [R_1^* \sin \beta_n b - R_2^* \cos \beta_n b], \quad (2.74)$$

$$f_n^{o'''}(b) = A_n e^{\alpha_n b} [R_3^* \cos \beta_n b - R_4^* \sin \beta_n b] + \\ + B_n e^{\alpha_n b} [R_3^* \sin \beta_n b + R_4^* \cos \beta_n b] + \\ + C_n e^{-\alpha_n b} [-R_3^* \cos \beta_n b - R_4^* \sin \beta_n b] + \\ + D_n e^{-\alpha_n b} [-R_3^* \sin \beta_n b + R_4^* \cos \beta_n b]. \quad (2.75)$$

Система (2.60) приобретает вид

$$\left. \begin{aligned}
& [A_n + C_n]R_1^* + [B_n - D_n]R_2 - \frac{P}{v_2}[A_n + C_n] = \frac{P}{v_2}\bar{f}_n(0) - \bar{f}_n''(0), \\
& A_n e^{\alpha_n b} [R_1^* \cos \beta_n b - R_2 \sin \beta_n b] + B_n e^{\alpha_n b} [R_1^* \sin \beta_n b + R_2 \cos \beta_n b] + \\
& + C_n e^{-\alpha_n b} [R_1^* \cos \beta_n b + R_2 \sin \beta_n b] + D_n e^{-\alpha_n b} [R_1^* \sin \beta_n b - R_2 \cos \beta_n b] - \\
& \quad - \frac{P}{v_2} [A_n e^{\alpha_n b} \cos \beta_n b + B_n e^{\alpha_n b} \sin \beta_n b + C_n e^{-\alpha_n b} \cos \beta_n b + \\
& \quad \quad \quad + D_n e^{-\alpha_n b} \sin \beta_n b] = \frac{P}{v_2} \bar{f}_n(b) - \bar{f}_n''(b), \\
& [A_n - C_n]R_3^* + [B_n + D_n]R_4^* - dp[A_n - C_n]\alpha_n - dp[B_n + D_n]\beta_n = \\
& \quad \quad \quad = dp\bar{f}_n'(0) - \bar{f}_n'''(0), \\
& A_n e^{\alpha_n b} [R_3^* \cos \beta_n b - R_4^* \sin \beta_n b] + B_n e^{\alpha_n b} [R_3^* \sin \beta_n b + R_4^* \cos \beta_n b] + \\
& + C_n e^{-\alpha_n b} [-R_3^* \cos \beta_n b - R_4^* \sin \beta_n b] + D_n e^{-\alpha_n b} [-R_3^* \sin \beta_n b + R_4^* \cos \beta_n b] - \\
& - dp \left(A_n e^{\alpha_n b} [\alpha_n \cos \beta_n b - \beta_n \sin \beta_n b] + B_n e^{\alpha_n b} [\alpha_n \sin \beta_n b + \beta_n \cos \beta_n b] - \right. \\
& \left. - C_n e^{-\alpha_n b} [\alpha_n \cos \beta_n b + \beta_n \sin \beta_n b] - D_n e^{-\alpha_n b} [\alpha_n \sin \beta_n b - \beta_n \cos \beta_n b] \right) = \\
& \quad \quad \quad = dp\bar{f}_n'(b) - \bar{f}_n'''(b)
\end{aligned} \right\} \cdot \quad (2.76)$$

Обозначим

$$\left. \begin{aligned}
k_1 &= \frac{P}{v_2} \bar{f}_n(0) - \bar{f}_n''(0), \\
k_2 &= \frac{P}{v_2} \bar{f}_n(b) - \bar{f}_n''(b), \\
k_3 &= dp\bar{f}_n'(0) - \bar{f}_n'''(0), \\
k_4 &= dp\bar{f}_n'(b) - \bar{f}_n'''(b)
\end{aligned} \right\}, \quad (2.77)$$

тогда, группируя множители при произвольных постоянных, получим

$$\left. \begin{aligned}
& A_n \left[R_1^* - \frac{P}{v_2} \right] + B_n R_2 + C_n \left[R_1^* - \frac{P}{v_2} \right] - D_n R_2 = k_1, \\
& A_n e^{\alpha_n b} \left[\left(R_1^* - \frac{P}{v_2} \right) \cos \beta_n b - R_2 \sin \beta_n b \right] + \\
& + B_n e^{\alpha_n b} \left[\left(R_1^* - \frac{P}{v_2} \right) \sin \beta_n b + R_2 \cos \beta_n b \right] + \\
& + C_n e^{-\alpha_n b} \left[\left(R_1^* - \frac{P}{v_2} \right) \cos \beta_n b + R_2 \sin \beta_n b \right] + \\
& + D_n e^{-\alpha_n b} \left[\left(R_1^* - \frac{P}{v_2} \right) \sin \beta_n b - R_2 \cos \beta_n b \right] = k_2, \\
& A_n \left[R_3^* - dp \alpha_n \right] + B_n \left[R_4^* - dp \beta_n \right] - \\
& - C_n \left[R_3^* - dp \alpha_n \right] + D_n \left[R_4^* - dp \beta_n \right] = k_3, \\
& A_n e^{\alpha_n b} \left[\left(R_3^* - dp \alpha_n \right) \cos \beta_n b - \left(R_4^* - dp \beta_n \right) \sin \beta_n b \right] + \\
& + B_n e^{\alpha_n b} \left[\left(R_3^* - dp \alpha_n \right) \sin \beta_n b + \left(R_4^* - dp \beta_n \right) \cos \beta_n b \right] - \\
& - C_n e^{-\alpha_n b} \left[\left(R_3^* + dp \alpha_n \right) \cos \beta_n b + \left(R_4^* + dp \beta_n \right) \sin \beta_n b \right] - \\
& - D_n e^{-\alpha_n b} \left[\left(R_3^* + dp \alpha_n \right) \sin \beta_n b - \left(R_4^* + dp \beta_n \right) \cos \beta_n b \right] = \\
& = k_4
\end{aligned} \right\} \quad (2.78)$$

Введем обозначение

$$\left. \begin{aligned}
R_1 &= R_1^* - \frac{P}{v_2}, \\
R_3 &= R_3^* - pd \alpha_n, \\
R_4 &= R_4^* - pd \beta_n, \\
R_5 &= R_3^* + pd \alpha_n, \\
R_6 &= R_4^* + pd \beta_n,
\end{aligned} \right\}, \quad (2.79)$$

тогда (2.78) приобретает вид

$$\left. \begin{aligned}
& A_n R_1 + B_n R_2 + C_n R_1 - D_n R_2 = k_1, \\
& A_n e^{\alpha_n b} [R_1 \cos \beta_n b - R_2 \sin \beta_n b] + B_n e^{\alpha_n b} [R_1 \sin \beta_n b + R_2 \cos \beta_n b] + \\
& + C_n e^{-\alpha_n b} [R_1 \cos \beta_n b + R_2 \sin \beta_n b] + D_n e^{-\alpha_n b} [R_1 \sin \beta_n b - R_2 \cos \beta_n b] = k_2, \\
& A_n R_3 + B_n R_4 - C_n R_3 + D_n R_4 = k_3, \\
& A_n e^{\alpha_n b} [R_3 \cos \beta_n b - R_4 \sin \beta_n b] + B_n e^{\alpha_n b} [R_3 \sin \beta_n b + R_4 \cos \beta_n b] - \\
& - C_n e^{-\alpha_n b} [R_5 \cos \beta_n b + R_6 \sin \beta_n b] - D_n e^{-\alpha_n b} [R_5 \sin \beta_n b - R_6 \cos \beta_n b] = \\
& = k_4
\end{aligned} \right\} (2.80)$$

Найдем произвольные постоянные A_n , B_n , C_n , D_n , решив систему уравнений (2.80) методом Гаусса. Для этого составим матрицу коэффициентов, столбец свободных членов и столбец неизвестных:

$$\begin{pmatrix} A_n \\ B_n \\ C_n \\ D_n \end{pmatrix} - \text{столбец неизвестных}, \quad (2.81)$$

$$\begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \\ k_4 \end{pmatrix} - \text{столбец свободных членов}, \quad (2.82)$$

$$\begin{pmatrix} R_1 & R_2 & R_1 & -R_2 \\ e^{\alpha_n b} [R_1 \cos \beta_n b - & e^{\alpha_n b} [R_1 \sin \beta_n b + & e^{-\alpha_n b} [R_1 \cos \beta_n b + & e^{-\alpha_n b} [R_1 \sin \beta_n b - \\ -R_2 \sin \beta_n b] & +R_2 \cos \beta_n b] & +R_2 \sin \beta_n b] & -R_2 \cos \beta_n b] \\ R_3 & R_4 & -R_3 & R_4 \\ e^{\alpha_n b} [R_3 \cos \beta_n b - & e^{\alpha_n b} [R_3 \sin \beta_n b + & -e^{-\alpha_n b} [R_5 \cos \beta_n b + & -e^{-\alpha_n b} [R_5 \sin \beta_n b - \\ -R_4 \sin \beta_n b] & +R_4 \cos \beta_n b] & +R_6 \sin \beta_n b] & -R_6 \cos \beta_n b] \end{pmatrix}$$

– матрица коэффициентов M^I ,

(2.83)

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix} \quad (2.84)$$

– матрица коэффициентов в кодированной форме M^I .

Чтобы привести матрицу к треугольному виду, произведем следующие последовательные преобразования строк:

$$\left. \begin{array}{l} 1. a_{2j}^II = a_{2j}^I - a_{1j}^I a_{21}^I / a_{11}^I, \\ 2. a_{3j}^II = a_{3j}^I - a_{1j}^I a_{31}^I / a_{11}^I, \\ 3. a_{4j}^II = a_{4j}^I - a_{1j}^I a_{41}^I / a_{11}^I, \end{array} \right\} M^II, \quad \left. \begin{array}{l} 4. a_{3j}^III = a_{3j}^II - a_{2j}^II a_{32}^II / a_{22}^II, \\ 5. a_{4j}^III = a_{4j}^II - a_{2j}^II a_{42}^II / a_{22}^II, \\ 6. a_{4j}^IV = a_{4j}^III - a_{3j}^III a_{43}^III / a_{33}^III, \end{array} \right\} M^III, \quad (2.85)$$

Последовательно запишем преобразования:

$$\begin{aligned} 1. a_{2j}^II &= a_{2j}^I - a_{1j}^I a_{21}^I / a_{11}^I : \\ &1.1. a_{21}^II = 0, \\ &1.2. a_{22}^II = e^{\alpha_n b} \frac{[R_1^2 - R_2^2]}{R_1} \sin \beta_n b, \end{aligned} \quad (2.86)$$

$$\begin{aligned} 1.3. a_{23}^II &= (e^{-\alpha_n b} - e^{\alpha_n b}) R_1 \cos \beta_n b + (e^{-\alpha_n b} + e^{\alpha_n b}) R_2 \sin \beta_n b, \\ 1.4. a_{24}^II &= \left(e^{-\alpha_n b} R_1 - e^{\alpha_n b} \frac{R_2^2}{R_1} \right) \sin \beta_n b - (e^{-\alpha_n b} - e^{\alpha_n b}) R_2 \cos \beta_n b. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. a_{3j}^III &= a_{3j}^II - a_{2j}^II a_{32}^II / a_{22}^II : \\ &2.1. a_{31}^III = 0, \\ &2.2. a_{32}^III = R_4 - R_2 \frac{R_3}{R_1}, \\ &2.3. a_{33}^III = -2R_3, \\ &2.4. a_{34}^III = R_4 + R_2 \frac{R_3}{R_1}. \end{aligned} \quad (2.87)$$

$$3. a_{4j}^{II} = a_{4j}^I - a_{1j}^I a_{41}^I / a_{11}^I :$$

$$3.1. a_{41}^{II} = 0,$$

$$3.2. a_{42}^{II} = e^{\alpha_n b} \left(\left[R_3 + R_2 \frac{R_4}{R_1} \right] \sin \beta_n b + \left[R_4 - R_2 \frac{R_3}{R_1} \right] \cos \beta_n b \right), \quad (2.88)$$

$$3.3. a_{43}^{II} = \left[e^{\alpha_n b} R_4 - e^{-\alpha_n b} R_6 \right] \sin \beta_n b - \left[e^{\alpha_n b} R_3 + e^{-\alpha_n b} R_5 \right] \cos \beta_n b,$$

$$3.4. a_{44}^{II} = \left[e^{\alpha_n b} R_2 \frac{R_3}{R_1} + e^{-\alpha_n b} R_6 \right] \cos \beta_n b - \left[e^{\alpha_n b} R_2 \frac{R_4}{R_1} + e^{-\alpha_n b} R_5 \right] \sin \beta_n b.$$

Введем обозначения

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= e^{\alpha_n b} \frac{[R_1^2 - R_2^2]}{R_1} \sin \beta_n b, \\ a_2 &= (e^{-\alpha_n b} - e^{\alpha_n b}) R_1 \cos \beta_n b + (e^{-\alpha_n b} + e^{\alpha_n b}) R_2 \sin \beta_n b, \\ a_3 &= \left(e^{-\alpha_n b} R_1 - e^{\alpha_n b} \frac{R_2^2}{R_1} \right) \sin \beta_n b - (e^{-\alpha_n b} - e^{\alpha_n b}) R_2 \cos \beta_n b, \\ a_4 &= R_4 - R_2 \frac{R_3}{R_1}, \\ a_5 &= R_4 + R_2 \frac{R_3}{R_1}, \\ a_6 &= e^{\alpha_n b} \left(\left[R_3 + R_2 \frac{R_4}{R_1} \right] \sin \beta_n b + \left[R_4 - R_2 \frac{R_3}{R_1} \right] \cos \beta_n b \right), \\ a_7 &= \left[e^{\alpha_n b} R_4 - e^{-\alpha_n b} R_6 \right] \sin \beta_n b - \left[e^{\alpha_n b} R_3 + e^{-\alpha_n b} R_5 \right] \cos \beta_n b, \\ a_8 &= \left[e^{\alpha_n b} R_2 \frac{R_3}{R_1} + e^{-\alpha_n b} R_6 \right] \cos \beta_n b - \left[e^{\alpha_n b} R_2 \frac{R_4}{R_1} + e^{-\alpha_n b} R_5 \right] \sin \beta_n b \end{aligned} \right\} \quad (2.89)$$

Таким образом, матрица M^I преобразуется в матрицу M^{II}

$$\begin{pmatrix} R_1 & R_2 & R_1 & -R_2 \\ 0 & a_1 & a_2 & a_3 \\ 0 & a_4 & -2R_3 & a_5 \\ 0 & a_6 & a_7 & a_8 \end{pmatrix}. \quad (2.90)$$

Продолжим преобразования по (2.85).

$$\begin{aligned} 4. \quad a_{3j}^{III} &= a_{3j}^{II} - a_{2j}^{II} a_{32}^{II} / a_{22}^{II} : \\ 4.1. \quad a_{32}^{III} &= 0, \\ 4.2. \quad a_{33}^{III} &= -2R_3 - a_2 a_4 / a_1, \\ 4.3. \quad a_{34}^{III} &= a_5 - a_3 a_4 / a_1. \end{aligned} \quad (2.91)$$

$$\begin{aligned} 5. \quad a_{4j}^{III} &= a_{4j}^{II} - a_{2j}^{II} a_{42}^{II} / a_{22}^{II} : \\ 5.1. \quad a_{42}^{III} &= 0, \\ 5.2. \quad a_{43}^{III} &= a_7 - a_2 a_6 / a_1, \\ 5.3. \quad a_{44}^{III} &= a_8 - a_3 a_6 / a_1. \end{aligned} \quad (2.92)$$

Матрица M^{II} преобразуется в матрицу M^{III}

$$\begin{pmatrix} R_1 & R_2 & R_1 & -R_2 \\ 0 & a_1 & a_2 & a_3 \\ 0 & 0 & -2R_3 - a_2 \frac{a_4}{a_1} & a_5 - a_3 \frac{a_4}{a_1} \\ 0 & 0 & a_7 - a_2 \frac{a_6}{a_1} & a_8 - a_3 \frac{a_6}{a_1} \end{pmatrix}. \quad (2.93)$$

Далее

$$\begin{aligned} 6. \quad a_{4j}^{IV} &= a_{4j}^{III} - a_{3j}^{III} a_{43}^{III} / a_{33}^{III} : \\ 6.1. \quad a_{43}^{IV} &= 0, \\ 6.2. \quad a_{44}^{IV} &= a_8 - a_3 \frac{a_6}{a_1} + \frac{[a_1 a_5 - a_3 a_4] \cdot [a_1 a_7 - a_2 a_6]}{a_1 (2R_3 a_1 + a_2 a_4)}. \end{aligned} \quad (2.94)$$

Итоговая матрица M^{IV} приобретает вид:

$$\left(\begin{array}{cccc} R_1 & R_2 & R_1 & -R_2 \\ 0 & a_1 & a_2 & a_3 \\ 0 & 0 & -2R_3 - a_2 \frac{a_4}{a_1} & a_5 - a_3 \frac{a_4}{a_1} \\ 0 & 0 & 0 & a_8 - a_3 \frac{a_6}{a_1} + \frac{[a_1 a_5 - a_3 a_4] \cdot [a_1 a_7 - a_2 a_6]}{a_1 (2R_3 a_1 + a_2 a_4)} \end{array} \right). \quad (2.95)$$

Для отыскания произвольных постоянных остается произвести аналогичные действия со свободными членами. Запишем столбец свободных членов в кодированной форме:

$$\begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \\ k_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{15}^I \\ a_{25}^I \\ a_{35}^I \\ a_{45}^I \end{pmatrix}. \quad (2.96)$$

Выполним преобразования с (2.96) по схеме

$$\left. \begin{array}{l} 7.1. a_{25}^{II} = a_{25}^I - a_{15}^I a_{21}^I / a_{11}^I, \\ 7.2. a_{35}^{II} = a_{35}^I - a_{15}^I a_{31}^I / a_{11}^I, \\ 7.3. a_{45}^{II} = a_{45}^I - a_{15}^I a_{41}^I / a_{11}^I, \end{array} \right\} M^{II},$$

$$\left. \begin{array}{l} 7.4. a_{35}^{III} = a_{35}^{II} - a_{25}^{II} a_{32}^{II} / a_{22}^{II}, \\ 7.5. a_{45}^{III} = a_{45}^{II} - a_{25}^{II} a_{42}^{II} / a_{22}^{II}, \end{array} \right\} M^{III}, \quad (2.97)$$

$$7.6. a_{45}^{IV} = a_{45}^{III} - a_{35}^{III} a_{43}^{III} / a_{33}^{III}, \left. \right\} M^{IV}.$$

Обозначим:

$$\left. \begin{aligned} a_9 &= \frac{e^{\alpha_n b} [R_1 \cos \beta_n b - R_2 \sin \beta_n b]}{R_1}, \\ a_{10} &= \frac{e^{\alpha_n b} [R_3 \cos \beta_n b - R_4 \sin \beta_n b]}{R_1} \end{aligned} \right\}, \quad (2.98)$$

тогда

$$\begin{aligned} 7.1. \quad a_{25}^{II} &= k_2 - k_1 a_9, \\ 7.2. \quad a_{35}^{II} &= k_3 - k_1 \frac{R_3}{R_1}, \\ 7.3. \quad a_{45}^{II} &= k_4 - k_1 a_{10}, \\ 7.4. \quad a_{35}^{III} &= k_3 - k_2 \frac{a_4}{a_1} - k_1 \left[\frac{R_3}{R_1} - \frac{a_4 a_9}{a_1} \right], \\ 7.5. \quad a_{45}^{III} &= k_4 - k_2 \frac{a_6}{a_1} - k_1 \left[a_{10} - \frac{a_6 a_9}{a_1} \right], \\ 7.6. \quad a_{45}^{IV} &= k_4 - k_2 \frac{a_6}{a_1} - k_1 \left[a_{10} - \frac{a_6 a_9}{a_1} \right] + \\ &+ \left(k_3 - k_2 \frac{a_4}{a_1} - k_1 \left[\frac{R_3}{R_1} - \frac{a_4 a_9}{a_1} \right] \right) \cdot \frac{a_1 a_7 - a_2 a_6}{2R_3 a_1 + a_2 a_4}. \end{aligned} \quad (2.99)$$

Окончательно столбец свободных членов имеет вид

$$\begin{pmatrix} a_{15}^I \\ a_{25}^{II} \\ a_{35}^{III} \\ a_{45}^{IV} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 - k_1 a_9 \\ k_3 - k_2 \frac{a_4}{a_1} - k_1 \left[\frac{R_3}{R_1} - \frac{a_4 a_9}{a_1} \right] \\ k_4 - k_2 \frac{a_6}{a_1} - k_1 \left[a_{10} - \frac{a_6 a_9}{a_1} \right] + \\ + \left(k_3 - k_2 \frac{a_4}{a_1} - k_1 \left[\frac{R_3}{R_1} - \frac{a_4 a_9}{a_1} \right] \right) \cdot \frac{a_1 a_7 - a_2 a_6}{2R_3 a_1 + a_2 a_4} \end{pmatrix}. \quad (2.100)$$

Таким образом, система уравнений (2.80) заменяется на

$$\left. \begin{aligned}
 & A_n R_1 + B_n R_2 + C_n R_1 - D_n R_2 = k_1, \\
 & B_n a_1 + C_n a_2 + D_n a_3 = k_2 - k_1 a_9, \\
 & -C_n \left[2R_3 + a_2 \frac{a_4}{a_1} \right] + D_n \left[a_5 - a_3 \frac{a_4}{a_1} \right] = k_3 - k_2 \frac{a_4}{a_1} - k_1 \left[\frac{R_3}{R_1} - \frac{a_4 a_9}{a_1} \right], \\
 & D_n \left[a_8 - a_3 \frac{a_6}{a_1} + \frac{[a_1 a_5 - a_3 a_4] \cdot [a_1 a_7 - a_2 a_6]}{a_1 (2R_3 a_1 + a_2 a_4)} \right] = \\
 & \quad = k_4 - k_2 \frac{a_6}{a_1} - k_1 \left[a_{10} - \frac{a_6 a_9}{a_1} \right] + \\
 & \quad + \left(k_3 - k_2 \frac{a_4}{a_1} - k_1 \left[\frac{R_3}{R_1} - \frac{a_4 a_9}{a_1} \right] \right) \cdot \frac{a_1 a_7 - a_2 a_6}{2R_3 a_1 + a_2 a_4}
 \end{aligned} \right\} \cdot \quad (2.101)$$

Выполним для удобства записи еще одну замену:

$$\left. \begin{aligned}
 & r_1 = \frac{R_3}{R_1} - \frac{a_4 a_9}{a_1}, \\
 & r_2 = \frac{a_1 a_7 - a_2 a_6}{2R_3 a_1 + a_2 a_4}
 \end{aligned} \right\}, \quad (2.102)$$

тогда (2.101) приобретает вид

$$\left. \begin{aligned}
 & A_n R_1 + B_n R_2 + C_n R_1 - D_n R_2 = k_1, \\
 & B_n a_1 + C_n a_2 + D_n a_3 = k_2 - k_1 a_9, \\
 & -C_n \left[2R_3 + a_2 \frac{a_4}{a_1} \right] + D_n \left[a_5 - a_3 \frac{a_4}{a_1} \right] = k_3 - k_2 \frac{a_4}{a_1} - k_1 r_1, \\
 & D_n \left(a_8 - a_3 \frac{a_6}{a_1} + \left[a_5 - a_3 \frac{a_4}{a_1} \right] r_2 \right) = \\
 & \quad = k_4 + k_3 r_2 - k_2 \frac{a_6 + a_4 r_2}{a_1} - k_1 \left[a_{10} - \frac{a_6}{a_1} a_9 + r_1 r_2 \right]
 \end{aligned} \right\}, \quad (2.103)$$

откуда произвольная постоянная D_n

$$D_n = \frac{a_1[k_4 + k_3r_2] - k_2[a_6 + a_4r_2] - k_1[a_1(a_{10} + r_1r_2) - a_6a_9]}{a_1a_8 - a_3a_6 + r_2[a_1a_5 - a_3a_4]}. \quad (2.104)$$

Постоянная C_n выражается через найденную постоянную D_n :

$$C_n = \frac{D_n[a_1a_5 - a_3a_4] - a_1[k_3 - k_1r_1] + k_2a_4}{2R_3a_1 + a_2a_4}. \quad (2.105)$$

Постоянная B_n выражается через C_n и D_n :

$$B_n = \frac{k_2 - k_1a_9 - C_na_2 - D_na_3}{a_1}. \quad (2.106)$$

Постоянная A_n выражается через B_n , C_n и D_n :

$$A_n = \frac{k_1 - R_2[B_n - D_n]}{R_1} - C_n. \quad (2.107)$$

Таким образом, найдены выражения для всех произвольных постоянных уравнения (2.49). Однако, учитывая замену (2.77), видим, что в выражения для A_n , B_n , C_n и D_n (2.104)-(2.107) входят частное решение неоднородного уравнения (2.13) и его первые три производные. Т.е. для вычисления значений произвольных постоянных необходимо найти указанное частное решение. Кроме того, оно непосредственно входит в сумму (2.49). Построим это частное решение по методу Коши [112; 129; 144]. Для этого сперва найдем частное решение однородного уравнения (2.15),

подбирая произвольные постоянные таким образом, чтобы оно удовлетворяло условиям

$$\left. \begin{aligned} \bar{f}_n(0) = \bar{f}_n'(0) = \bar{f}_n''(0) = 0, \\ \bar{f}_n'''(0) = 1 \end{aligned} \right\} \quad (2.108)$$

Общее решение уравнения (2.15) представлено выражением (2.61), для $y=0$ – выражением (2.68), а первые три производные этого решения – выражениями (2.69)-(2.71). С учетом условий (2.108)

$$\left. \begin{aligned} \bar{f}_n^{(0)}(0) &= \bar{A}_n + \bar{C}_n = 0, \\ \bar{f}_n^{(0')}(0) &= [\bar{A}_n - \bar{C}_n] \alpha_n + [\bar{B}_n + \bar{D}_n] \beta_n = 0, \\ \bar{f}_n^{(0'')}(0) &= [\bar{A}_n + \bar{C}_n] R_1^* + [\bar{B}_n - \bar{D}_n] R_2 = 0, \\ \bar{f}_n^{(0''')}(0) &= [\bar{A}_n - \bar{C}_n] R_3^* + [\bar{B}_n + \bar{D}_n] R_4^* = 1 \end{aligned} \right\} \quad (2.109)$$

Из (2.109) следует

$$\bar{A}_n = -\bar{C}_n, \quad (2.110)$$

тогда

$$\left. \begin{aligned} -2\alpha_n \bar{C}_n + \beta_n \bar{B}_n + \beta_n \bar{D}_n &= 0, \\ R_2 \bar{B}_n - R_2 \bar{D}_n &= 0, \\ -2R_3^* \bar{C}_n + R_4^* \bar{B}_n + R_4^* \bar{D}_n &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (2.111)$$

Из (2.111) следует

$$\bar{B}_n = \bar{D}_n, \quad (2.112)$$

тогда

$$\left. \begin{aligned} -2\alpha_n \bar{C}_n + 2\beta_n \bar{D}_n &= 0, \\ -2R_3^* \bar{C}_n + 2R_4^* \bar{D}_n &= 1 \end{aligned} \right\}. \quad (2.113)$$

Из (2.113) следует

$$\bar{C}_n = \bar{D}_n \frac{\beta_n}{\alpha_n}, \quad (2.114)$$

значит

$$-2R_3^* \bar{D}_n \frac{\beta_n}{\alpha_n} + 2R_4^* \bar{D}_n = 1, \quad (2.115)$$

откуда

$$\bar{D}_n = \frac{\alpha_n}{2[R_4^* \alpha_n - R_3^* \beta_n]}. \quad (2.116)$$

Тогда произвольные постоянные приобретают значения

$$\left. \begin{aligned} \bar{A}_n &= -\frac{\beta_n}{2[R_4^* \alpha_n - R_3^* \beta_n]}, \\ \bar{B}_n &= \frac{\alpha_n}{2[R_4^* \alpha_n - R_3^* \beta_n]}, \\ \bar{C}_n &= \frac{\beta_n}{2[R_4^* \alpha_n - R_3^* \beta_n]}, \\ \bar{D}_n &= \frac{\alpha_n}{2[R_4^* \alpha_n - R_3^* \beta_n]} \end{aligned} \right\}. \quad (2.117)$$

Частное решение однородного уравнения становится равно

$$\bar{f}_n^o(y) = \frac{(e^{-\alpha_n y} + e^{\alpha_n y})\alpha_n \sin \beta_n y + (e^{-\alpha_n y} - e^{\alpha_n y})\beta_n \cos \beta_n y}{2[R_4^* \alpha_n - R_3^* \beta_n]}. \quad (2.118)$$

С учетом (2.9) частное решение неоднородного уравнения (2.13) по методу Коши имеет вид:

$$\bar{f}_n(y) = \int_0^y \bar{f}_n^o(y-t) F_n(t) dt, \quad (2.119)$$

здесь $F_n(t)$ – правая часть уравнения (2.13), которая определяется выражением (2.9) при замене аргумента y на t ($0 \leq t \leq y$).

Таким образом, прогибы пластинки под действием произвольной нагрузки $q(x; y)$ окончательно определяются по выражению (2.4), в которое вносится (2.49) с учетом (2.32), (2.104)-(2.107) и (2.119). Внутренние усилия определяются по стандартным формулам [67]:

$$\left. \begin{aligned} M_x &= -D_1 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu_2 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right), \\ M_y &= -D_2 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu_1 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right), \\ H_{xy} &= -2D_k \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}, \\ Q_x &= -\frac{\partial}{\partial x} \left(D_1 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + D_3 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right), \\ Q_y &= -\frac{\partial}{\partial y} \left(D_3 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + D_2 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \end{aligned} \right\}. \quad (2.120)$$

Между составляющими напряжения, моментами и перерезывающими силами существуют при этом следующие зависимости [67]:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{12M_x}{h^3} z, \\ \sigma_y &= \frac{12M_y}{h^3} z, \\ \tau_{xy} &= \tau_{yx} = \frac{12H_{xy}}{h^3} z, \\ \tau_{xz} &= \tau_{zx} = \frac{6Q_x}{h^3} \left(\frac{h^2}{4} - z^2 \right), \\ \tau_{yz} &= \tau_{zy} = \frac{6Q_y}{h^3} \left(\frac{h^2}{4} - z^2 \right) \end{aligned} \right\}. \quad (2.121)$$

Задаваясь законом распределения внешних сил $q(x; y)$, возможно вычислить значения прогибов, внутренних усилий и напряжений в любой точке пластины. Основные характерные варианты распределения могут быть представлены одним из случаев (либо их сочетанием) [18; 135]:

I. Равномерное распределение сил по всей площади пластины (см. рисунок 2.2).

$$q_I(x; y) = \frac{4q_0}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin \frac{n\pi x}{l}. \quad (2.122)$$

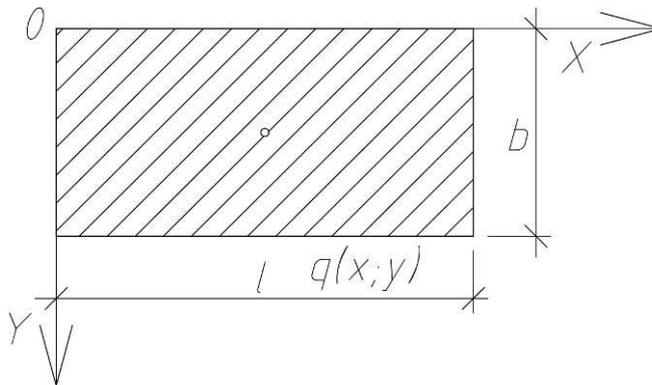


Рисунок 2.2. Распределение сил по всей площади пластины.

II. Равномерное распределение сил по части площади пластины (см. рисунок 2.3).

$$q_{II}(x; y) = \frac{16q_0}{\pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{mn} \sin \frac{n\pi x_P}{l} \sin \frac{m\pi y_P}{b} \times \sin \frac{n\pi u}{2l} \sin \frac{m\pi v}{2b} \sin \frac{n\pi x}{l} \sin \frac{m\pi y}{b}. \quad (2.123)$$

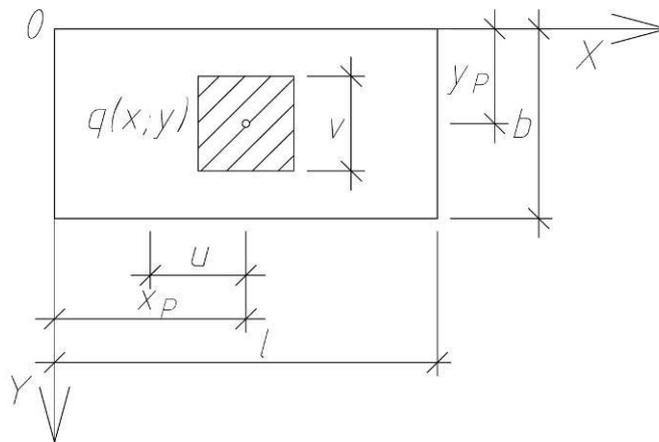


Рисунок 2.3. Распределение сил по части площади пластины.

III. Сосредоточенная сила (см. рисунок 2.4).

$$q_{III}(x; y) = \frac{4P}{lb} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n\pi x_P}{l} \sin \frac{m\pi y_P}{b} \sin \frac{n\pi x}{l} \sin \frac{m\pi y}{b}. \quad (2.124)$$

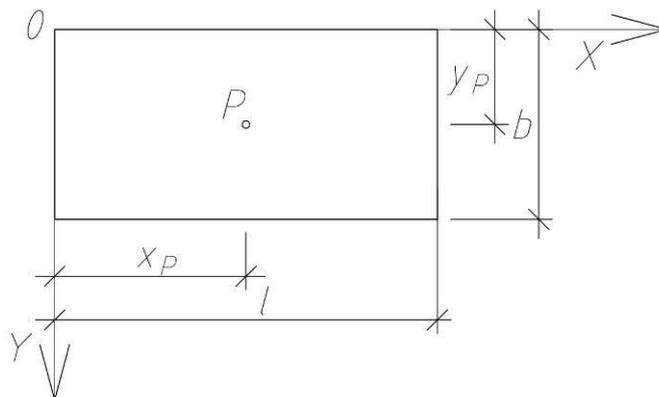


Рисунок 2.4. Действие сосредоточенной силы.

Таким образом, определено НДС предварительно напряженной многослойной древесоплиты при изгибе как монолитной трансверсально изотропной пластины, шарнирно опертой по двум сторонам и находящейся под действием сил в ее срединной плоскости и в плоскости, перпендикулярной ей. Получено уравнение изогнутой поверхности ПНД, записаны выражения для нахождения напряжений и внутренних усилий в ней. Решение получено для различных случаев пластины, находящейся под действием сил, равномерно распределенных по всей площади, по части площади, а также сосредоточенных.

2.2 Работа предварительно напряженной многослойной древесоплиты, как составной плиты на податливых связях

В случае достаточной жесткости связей сдвига, т.е. фактически фрикционных связей, ПНД деформируется в поперечном направлении подобно сплошной монолитной плите (см. рисунок 2.5). Стыки ниже срединной поверхности при этом раскрываются. Распределение напряжений в сечении оказывается более равномерным, чем в аналогичной клееной или цельной плите.

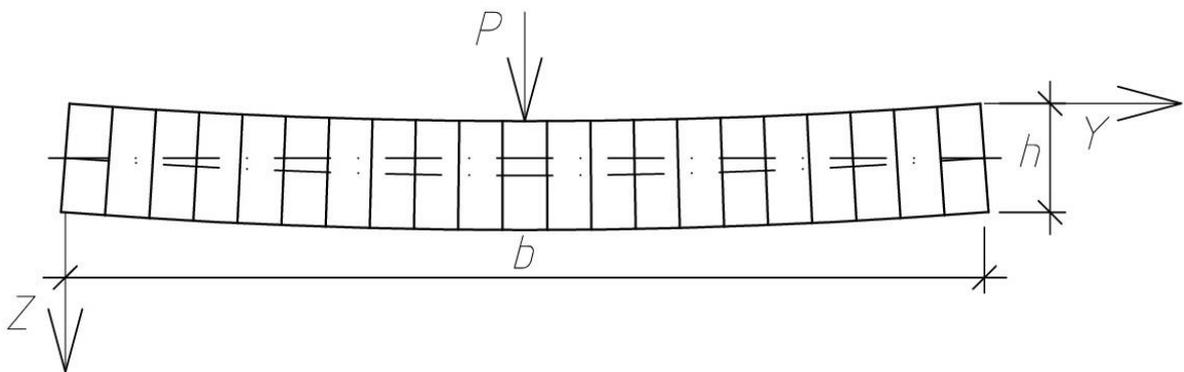


Рисунок 2.5. Деформирование плиты в поперечном направлении при достаточной жесткости связей сдвига.

При недостаточной жесткости связей сдвига, а также в запредельном состоянии, предварительно напряженная многослойная деревоплита расслаивается при изгибе от действия неравномерных сил, т.е. наблюдается взаимное смещение элементов относительно друг друга (так называемый «клавишный эффект»). В случае действия сосредоточенной силы в поперечном сечении деревоплиты следует выделять характерные части:

- непосредственно нагруженную;
- непосредственно не нагруженные.

Будем считать, что деформации плиты в поперечном направлении представляют собой взаимные смещения этих частей относительно друг друга без их дополнительного расслоения, т.е. что плита состоит из трех условных элементов. Возможная схема деформирования приведена на рисунке 2.6.

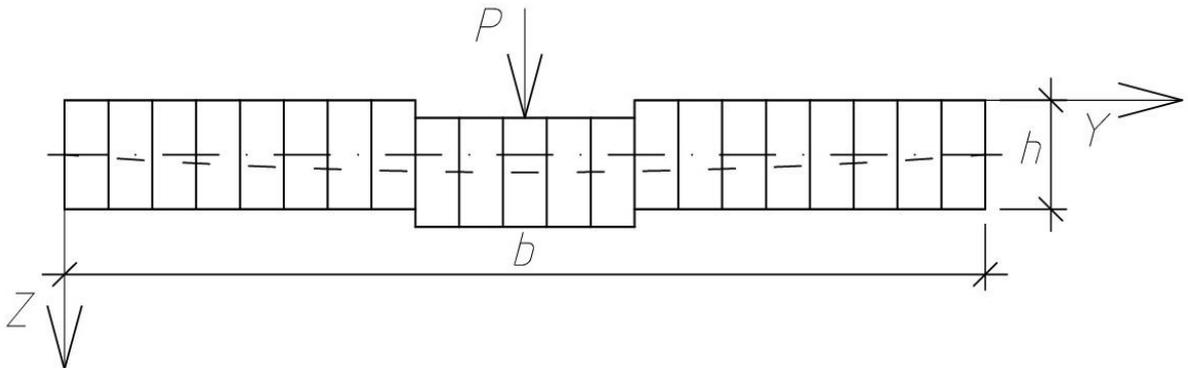


Рисунок 2.6. Деформирование плиты в поперечном направлении при недостаточной жесткости связей сдвига.

Для анализа работы ПНД как составной плиты на податливых связях необходимо определить ширину центральной части, непосредственно нагруженной сосредоточенной силой. Как это показано на рисунке 2.6, ширина нагруженной части не будет равна ширине одного элемента, составляющего плиту.

Расчетная схема анизотропии предварительно напряженной многослойной деревоплиты – трансверсально-изотропная пластинка, с

плоскостью трансверсальной изотропии, совпадающей с поперечным сечением плиты. Соответственно, распределение напряжений в поперечном сечении – радиальное, а семейство кривых, которыми оно описывается, представляет собой окружности [67; 68]. Это распределение схематично приведено на рисунке 2.7. Таким образом, непосредственное воздействие сосредоточенной силы происходит на участке, попадающем в сектор с углом 90° (при вертикальном направлении силы – пара симметричных относительно оси угла по 45°).

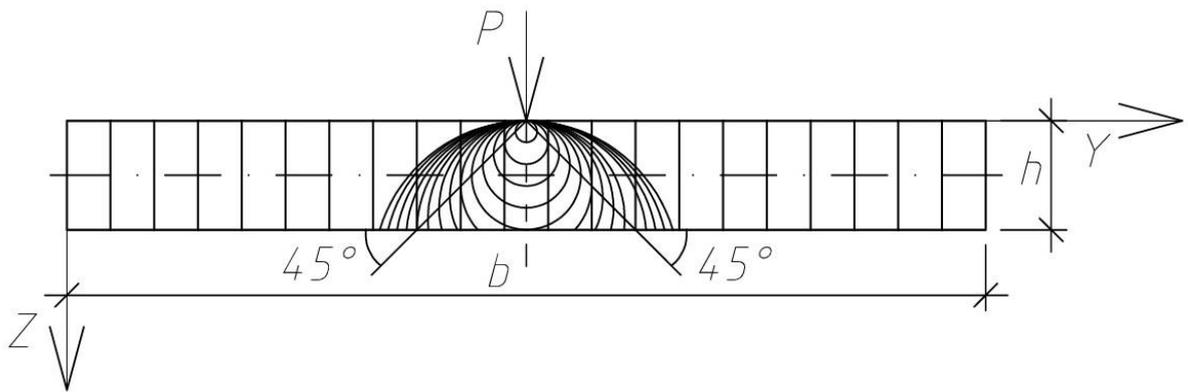


Рисунок 2.7. Распределение напряжений в поперечном сечении плиты (в предположении трансизотропии деревоплиты).

Слои, которые попадают в сектор действия сосредоточенной силы лишь небольшой площадью, не должны включаться в ширину непосредственно нагруженной части. Причем, можно предположить, что смещение произойдет по плоскостям, совпадающим с внутренними гранями этих слоев. Тогда можно считать, что непосредственно нагруженная часть ПНД показана на рисунке 2.8 сетчатой штриховкой и обозначена b_1 .

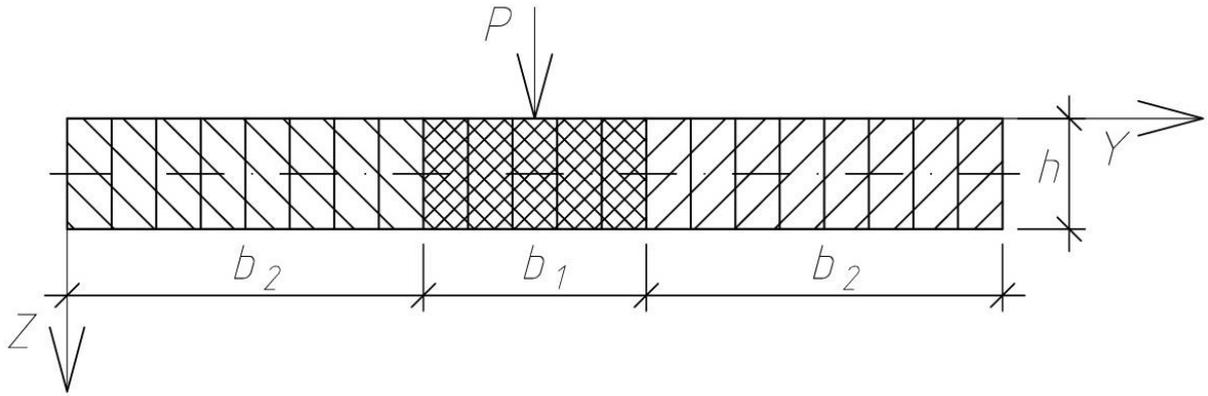


Рисунок 2.8. Деление плиты в поперечном сечении на три части.

В случае действия сил, распределенных по малой площади, ширина рассматриваемого участка b_1 должна быть увеличена на ширину, по которой сила распределена на внешней поверхности плиты.

Работа составного стержня в плоскости, параллельной швам рассмотрена П. Ф. Плешковым в работе [93] для стержня, составного из трех частей. Основные положения указанной теории могут применяться и в случае запредельной работы предварительно напряженной многослойной древесоплиты, ввиду возможности выделить в ней три части, не подверженные расслоению. Примем, согласно [93], что нагружение и деформирование плиты таковы, что она имеет продольную плоскость симметрии, расположенную параллельно швам. Кроме того, есть перпендикулярная швам ось симметрии (указана на рисунках 2.5 – 2.8). Условия закрепления на концах нагруженной и ненагруженных частей (рисунок 2.8) одинаковы и соответствуют ранее рассмотренной схеме плиты с двумя шарнирно опертыми сторонами и двумя – свободными. Толщина плиты всюду постоянна. Взаимно смещаемые части имеют различные моменты инерции за счет разной (в общем случае) ширины.

Поперечные сечения частей b_1 и b_2 плиты могут поступательно смещаться друг относительно друга в двух взаимно перпендикулярных направлениях (вдоль осей X и Z), а также взаимно поворачиваться вокруг

осей X и Y , направленных вдоль и поперек плиты [93; 169; 178; 218].

Обозначим (см. рисунок 2.9):

- смещение поперек плиты в горизонтальной плоскости – δ_y ;
- смещение вдоль плиты в горизонтальной плоскости – δ_x ;
- смещение в вертикальной плоскости – δ_z ;
- поворот вокруг оси X – γ_x ;
- поворот вокруг оси Y – γ_y .

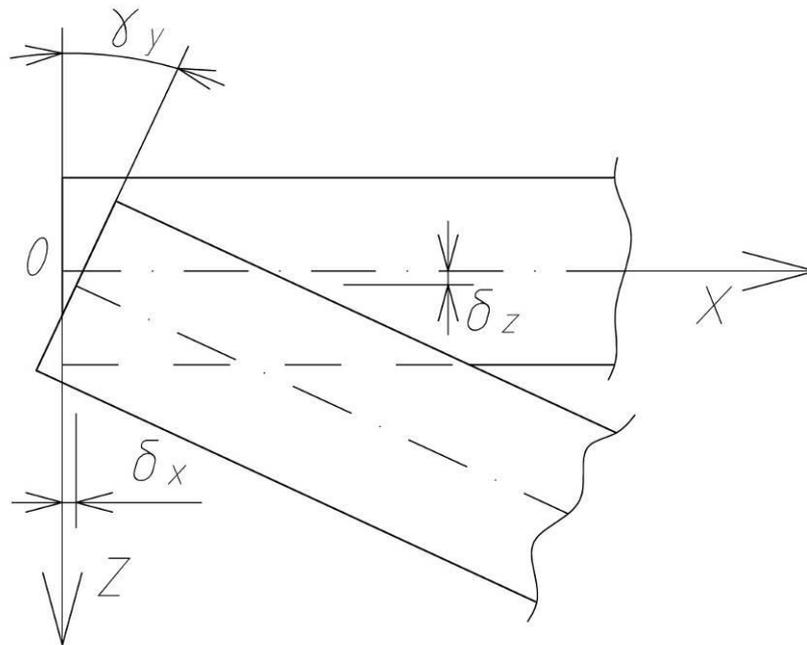


Рисунок 2.9. Смещения частей шириной b_1 и b_2 .

Ввиду малых прогибов плиты, поступательное смещение поперечных сечений ее частей вдоль плиты по горизонтали δ_x будет иметь пренебрежимо малое значение по сравнению со смещением по вертикали δ_z . Еще меньшее значение приобретет поступательное смещение поперечных сечений частей поперек плиты по горизонтали δ_y . Соответственно, в дальнейших рассуждениях данные величины учитывать не будем. Также следует пренебречь поворотом сечений вокруг оси X . При уменьшении сдвиговой жесткости связей будет иметь место зависимость

$$\lim \gamma_x \rightarrow 0. \quad (2.125)$$

Сопротивление связей вертикальным смещениям δ_z будет равно

$$T_z = G_z \delta_z, \quad (2.126)$$

где

T_z – сдвигающая сила на единицу длины шва (вертикального направления);

G_z – модуль упругости шва [93].

Модуль упругости шва также называется коэффициентом упругости шва и определяется экспериментальным путем по графику, вид которого приведен на рисунке 2.10. Зависимость между деформациями сдвига и сдвигающими силами при этом условно принимается линейной [93].

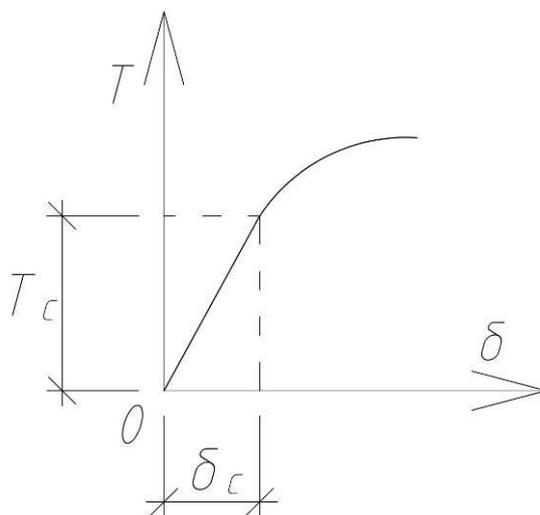


Рисунок 2.10. Вид экспериментальной зависимости нагрузка-смещение.

Коэффициент упругости шва определяется по формуле

$$G_c = \frac{T_c}{\delta_c}. \quad (2.127)$$

Сопротивление повороту сечения меняется по толщине плиты по линейному закону (рисунок 2.11).

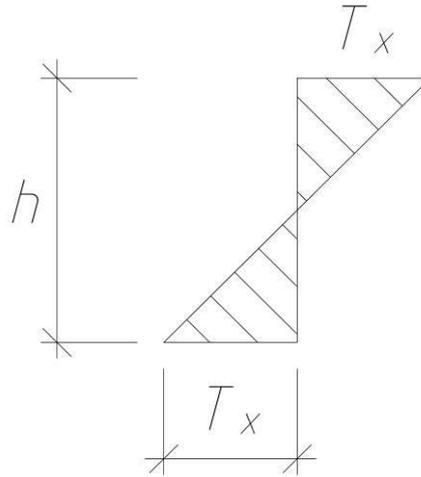


Рисунок 2.11. Изменение сопротивления повороту сечения по толщине плиты.

Следовательно, общее сопротивление связей повороту сечений частей плиты относительно друг друга T_γ будет равно заштрихованной площади на рисунке 2.11.

$$T_\gamma = \frac{T_x h}{2}. \quad (2.128)$$

Сопротивление сдвигу от поворота при этом будет равно

$$T_x = G_x \delta_{x,\gamma}, \quad (2.129)$$

где

$\delta_{x,\gamma}$ – максимальное горизонтальное смещение сечений (по краю), вызванное взаимным поворотом, определяемое по формуле

$$\delta_{x,\gamma} = \frac{h}{2} \operatorname{tg} \gamma. \quad (2.130)$$

Выражение (2.128) с учетом (2.130) приобретает вид

$$T_\gamma = G_x \frac{h^2}{4} \operatorname{tg} \gamma. \quad (2.131)$$

Обозначив

$$G_\gamma = G_x \frac{h^2}{4}, \quad (2.132)$$

получим

$$T_\gamma = G_\gamma \operatorname{tg} \gamma. \quad (2.133)$$

Обозначив прогибы нагруженной и ненагруженных частей z_1 и z_2 , моменты инерции сечений I_1 и I_2 соответственно, согласно [93] для любого сечения плиты можно записать уравнение

$$E_1 I_1 \frac{d^2 z_1}{dx^2} + E_1 I_2 \frac{d^2 z_2}{dx^2} = -(M_1 + M_2) = -M_x, \quad (2.134)$$

где

M_1 и M_2 – доли изгибающего момента, воспринимаемые непосредственно нагруженной и ненагруженными частями плиты;

M_x – изгибающий момент от действия внешних сил, определяемый по выражению (2.120).

Мысленно отбросив ненагруженные части плиты, запишем эквивалентные воздействия от них [93]:

- поперечная сила, пропорциональная разности прогибов z_1 и z_2

$$q'(x) = G_z(z_2 - z_1), \quad (2.135)$$

- распределенный момент

$$M_x' = G_\gamma \left(\frac{dz_1}{dx} - \frac{dz_2}{dx} \right). \quad (2.136)$$

Распределенный момент (2.136) можно представить в виде распределенной силы

$$q''(x) = \frac{dM_x'}{dx} = G_\gamma \left(\frac{d^2z_1}{dx^2} - \frac{d^2z_2}{dx^2} \right). \quad (2.137)$$

Уравнение изогнутой оси для непосредственно нагруженной части плиты приобретает вид:

$$\begin{aligned} E_1 I_1 \frac{d^4 z_1}{dx^4} &= q(x) + q'(x) + q''(x) = \\ &= q(x) + G_z(z_2 - z_1) + G_\gamma \left(\frac{d^2 z_1}{dx^2} - \frac{d^2 z_2}{dx^2} \right). \end{aligned} \quad (2.138)$$

Согласно [93], исключение прогиба z_2 из уравнения (2.138) позволяет записать следующее выражение:

$$\begin{aligned}
E_1 I_1 \frac{d^6 z_1}{dx^6} - G_\gamma \frac{I_1 + I_2}{I_2} \cdot \frac{d^4 z_1}{dx^4} + G_z \frac{I_1 + I_2}{I_2} \cdot \frac{d^2 z_1}{dx^2} = \\
= \frac{d^2 q}{dx^2} + G_\gamma \frac{1}{E_1 I_2} \cdot \frac{d^2 M_x}{dx^2} - G_z \frac{1}{E_1 I_2} M_x.
\end{aligned} \tag{2.139}$$

Из уравнения (2.134) получим

$$z_2 = -\int dx \int \frac{M_x}{E_1 I_2} dx - \frac{I_1}{I_2} z_1. \tag{2.140}$$

В случае, когда на всей ширине плиты действуют силы, симметричные относительно центральной оси, но распределенные неравномерно, справедливость выражений (2.134) – (2.140) сохраняется [93]. Обозначив доли нагрузки $q_1(x)$ и $q_2(x)$, действующие, соответственно, на срединную и крайние части, получим дифференциальное уравнение изогнутой оси для крайних частей

$$\begin{aligned}
E_1 I_2 \frac{d^6 z_2}{dx^6} - G_\gamma \frac{I_1 + I_2}{I_1} \cdot \frac{d^4 z_2}{dx^4} + G_z \frac{I_1 + I_2}{I_1} \cdot \frac{d^2 z_2}{dx^2} = \\
= \frac{d^2 q_2}{dx^2} + G_\gamma \frac{1}{E_1 I_1} \cdot \frac{d^2 M_x}{dx^2} - G_z \frac{1}{E_1 I_1} M_x.
\end{aligned} \tag{2.141}$$

Граничные условия для частей плиты могут быть записаны следующим образом:

$$\left. \begin{aligned}
& z_1(0) = 0, \\
& z_1(l) = 0, \\
& z_2(0) = 0, \\
& z_2(l) = 0, \\
& E_1 I_1 \frac{d^2 z_1}{dx^2} = -M_1, \\
& E_1 I_2 \frac{d^2 z_2}{dx^2} = -M_2
\end{aligned} \right\} \tag{2.142}$$

Задаваясь такими формами искривления частей плиты, чтобы соблюдались граничные условия (2.142), можно найти потенциальную энергию изгиба ПНД и потенциальную энергию связей (сил трения). Приравнявая ее работе внешних сил при соответствующих перемещениях, можно получить условия для определения деформаций в системе, а также всех внутренних усилий. Следует отметить, что согласно [93] сопротивление частей плиты взаимному повороту – величина пренебрежимо малая, поэтому $G_\gamma=0$.

Изогнутую линию непосредственно нагруженной части плиты представим в виде ряда [93]

$$z_1 = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin \frac{n\pi x}{l}. \quad (2.143)$$

Ряд (2.143) удовлетворяет условиям на краях плиты (2.142).

Внешнюю нагрузку q_1 также разложим в ряд по синусам по формулам (2.122) – (2.124) в зависимости от характера ее распределения. Предположим равномерное распределение по ширине b_1 (см. рисунок 2.8), тогда

$$q_1 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4q}{n\pi} \sin \frac{n\pi x}{l}. \quad (2.144)$$

Соответственно, выражение для изгибающего момента приобретает вид

$$M_x = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4ql^2}{n^3 \pi^3} \sin \frac{n\pi x}{l}. \quad (2.145)$$

Исходя из выражений (2.134), (2.143), (2.145), запишем

$$\begin{aligned}
-E_1 I_1 \sum_{n=1}^{\infty} a_n \frac{n^2 \pi^2}{l^2} \sin \frac{n\pi x}{l} + E_1 I_2 \frac{d^2 z_2}{dx^2} = \\
= - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4ql^2}{n^3 \pi^3} \sin \frac{n\pi x}{l}.
\end{aligned} \tag{2.146}$$

Тогда

$$\frac{d^2 z_2}{dx^2} = \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n \frac{I_1}{I_2} \cdot \frac{n^2 \pi^2}{l^2} - \frac{1}{E_1 I_2} \cdot \frac{4ql^2}{n^3 \pi^3} \right] \sin \frac{n\pi x}{l}. \tag{2.147}$$

Дважды проинтегрировав, получим

$$z_2 = \sum_{n=1}^{\infty} \left[\left(\frac{1}{E_1 I_2} \cdot \frac{4ql^4}{n^5 \pi^5} - a_n \frac{I_1}{I_2} \right) \sin \frac{n\pi x}{l} + K_{1,n} x + K_{2,n} \right], \tag{2.148}$$

где $K_{1,n}$ и $K_{2,n}$ – постоянные интегрирования, которые могут быть найдены, согласно [93] из условий

$$\left. \begin{aligned}
\int_0^l (z_1 - z_2) dx = 0, \\
\int_0^l (z_1 - z_2) x dx = 0
\end{aligned} \right\}. \tag{2.149}$$

С учетом (2.143) и (2.148) можно записать

$$z_1 - z_2 = \sum_{n=1}^{\infty} \left[\left(\left[1 + \frac{I_1}{I_2} \right] a_n - \frac{1}{E_1 I_2} \cdot \frac{4ql^4}{n^5 \pi^5} \right) \sin \frac{n\pi x}{l} - K_{1,n} x - K_{2,n} \right], \tag{2.150}$$

тогда (2.149) приобретает вид

$$\begin{aligned}
\int_0^l (z_1 - z_2) dy &= \int_0^l \sum_{n=1}^{\infty} \left[\left(\left[1 + \frac{I_1}{I_2} \right] a_n - \frac{1}{E_1 I_2} \cdot \frac{4ql^4}{n^5 \pi^5} \right) \sin \frac{n\pi x}{l} - K_{1,n} x - K_{2,n} \right] dx = \\
&= \sum_{n=1}^{\infty} \left[\left(\left[1 + \frac{I_1}{I_2} \right] a_n - \frac{1}{E_1 I_2} \cdot \frac{4ql^4}{n^5 \pi^5} \right) \cdot \frac{l}{n\pi} \left(-\cos \frac{n\pi x}{l} \right) - K_{1,n} \frac{x^2}{2} - K_{2,n} x \right] \Bigg|_{x=0}^{x=l} = (2.151) \\
&= \sum_{n=1}^{\infty} \left[\left(\left[1 + \frac{I_1}{I_2} \right] a_n - \frac{1}{E_1 I_2} \cdot \frac{4ql^4}{n^5 \pi^5} \right) \cdot \frac{l}{n\pi} (1 - \cos n\pi) - K_{1,n} \frac{l^2}{2} - K_{2,n} l \right] = 0,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\int_0^l (z_1 - z_2) x dx = \\
&= \int_0^l \sum_{n=1}^{\infty} \left[\left(\left[1 + \frac{I_1}{I_2} \right] a_n - \frac{1}{E_1 I_2} \cdot \frac{4ql^4}{n^5 \pi^5} \right) \sin \frac{n\pi x}{l} - K_{1,n} x - K_{2,n} \right] x dx = 0, \quad (2.152)
\end{aligned}$$

Определим в выражении (2.152) интеграл

$$\int_0^l \left(\left[1 + \frac{I_1}{I_2} \right] a_n - \frac{1}{E_1 I_2} \cdot \frac{4ql^4}{n^5 \pi^5} \right) x \sin \frac{n\pi x}{l} dx. \quad (2.153)$$

Обозначим

$$\frac{x}{l} = u, \quad (2.154)$$

тогда

$$\left. \begin{aligned} \frac{du}{dx} &= \frac{d}{dx} \left[\frac{x}{l} \right] = \frac{1}{l}, \\ dx &= l du \end{aligned} \right\}. \quad (2.155)$$

Следовательно, (2.153) приобретает вид

$$\int \left(\left[1 + \frac{I_1}{I_2} \right] a_n - \frac{1}{E_1 I_2} \cdot \frac{4ql^4}{n^5 \pi^5} \right) ul^2 \sin(n\pi u) du \Big|_{x=0}^{x=l} =$$

$$= \left(\left[1 + \frac{I_1}{I_2} \right] a_n - \frac{1}{E_1 I_2} \cdot \frac{4ql^4}{n^5 \pi^5} \right) l^2 \cdot \int u \sin(n\pi u) du \Big|_{x=0}^{x=l}. \quad (2.156)$$

Вычислим подынтегральное выражение в (2.156).

$$\int u \sin(n\pi u) du = -\frac{u \cos(n\pi u)}{n\pi} - \int \left[-\frac{\cos(n\pi u)}{n\pi} \right] du =$$

$$= \frac{1}{n\pi} \int \cos(n\pi u) du - \frac{u \cos(n\pi u)}{n\pi} = \frac{\sin(n\pi u)}{n^2 \pi^2} - \frac{u \cos(n\pi u)}{n\pi}. \quad (2.157)$$

Соответственно, с учетом (2.154) и (2.157) выражение (2.156) становится равно

$$\left(\left[1 + \frac{I_1}{I_2} \right] a_n - \frac{1}{E_1 I_2} \cdot \frac{4ql^4}{n^5 \pi^5} \right) l^2 \cdot \left[\frac{\sin \frac{n\pi x}{l}}{n^2 \pi^2} - \frac{x}{ln\pi} \cos \frac{n\pi x}{l} \right] \Big|_{x=0}^{x=l} =$$

$$= \left(\left[1 + \frac{I_1}{I_2} \right] a_n - \frac{1}{E_1 I_2} \cdot \frac{4ql^4}{n^5 \pi^5} \right) \frac{l^2}{n^2 \pi^2} \cdot \left[\sin \frac{n\pi x}{l} - \frac{n\pi x}{l} \cos \frac{n\pi x}{l} \right] \Big|_{x=0}^{x=l} = \quad (2.158)$$

$$= \left(\left[1 + \frac{I_1}{I_2} \right] a_n - \frac{1}{E_1 I_2} \cdot \frac{4ql^4}{n^5 \pi^5} \right) \frac{l^2}{n^2 \pi^2} \cdot [\sin n\pi - n\pi \cos n\pi].$$

С учетом (2.158) выражение (2.152) приобретает вид

$$\begin{aligned}
& \int_0^l (z_1 - z_2) x dx = \\
& = \sum_{n=1}^{\infty} \left[\left(\left[1 + \frac{I_1}{I_2} \right] a_n - \frac{1}{E_1 I_2} \cdot \frac{4ql^4}{n^5 \pi^5} \right) \frac{l^2}{n^2 \pi^2} \cdot [\sin n\pi - n\pi \cos n\pi] - \right. \\
& \quad \left. - K_{1,n} \frac{l^3}{3} - K_{2,n} \frac{l^2}{2} \right] = 0, \quad (2.159)
\end{aligned}$$

Исходя из (2.151) и (2.159), запишем систему

$$\left. \begin{aligned}
& \left(\left[1 + \frac{I_1}{I_2} \right] a_n - \frac{1}{E_1 I_2} \cdot \frac{4ql^4}{n^5 \pi^5} \right) \cdot \frac{l}{n\pi} (1 - \cos n\pi) - K_{1,n} \frac{l^2}{2} - K_{2,n} l = 0, \\
& \left(\left[1 + \frac{I_1}{I_2} \right] a_n - \frac{1}{E_1 I_2} \cdot \frac{4ql^4}{n^5 \pi^5} \right) \frac{l^2}{n^2 \pi^2} \cdot [\sin n\pi - n\pi \cos n\pi] - K_{1,n} \frac{l^3}{3} - K_{2,n} \frac{l^2}{2} = 0
\end{aligned} \right\} \quad (2.160)$$

откуда

$$\left. \begin{aligned}
K_{1,n} &= \left(\left[1 + \frac{I_1}{I_2} \right] a_n - \frac{1}{E_1 I_2} \cdot \frac{4ql^4}{n^5 \pi^5} \right) \cdot \frac{6}{ln^2 \pi^2} [2 \sin n\pi - n\pi (1 + \cos n\pi)], \\
K_{2,n} &= - \left(\left[1 + \frac{I_1}{I_2} \right] a_n - \frac{1}{E_1 I_2} \cdot \frac{4ql^4}{n^5 \pi^5} \right) \cdot \frac{2}{n^2 \pi^2} [3 \sin n\pi - n\pi (2 + \cos n\pi)]
\end{aligned} \right\} \quad (2.161)$$

Значит, разность (2.150) прогибов нагруженной и ненагруженных частей будет

$$\begin{aligned}
z_1 - z_2 = & \sum_{n=1}^{\infty} \left[\left(\left[1 + \frac{I_1}{I_2} \right] a_n - \frac{1}{E_1 I_2} \cdot \frac{4ql^4}{n^5 \pi^5} \right) \times \right. \\
& \times \left(\sin \frac{n\pi x}{l} + \frac{2}{n^2 \pi^2} \left[3 \sin n\pi - n\pi (2 + \cos n\pi) - \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{3x}{l} (2 \sin n\pi - n\pi [1 + \cos n\pi]) \right] \right) \left. \right]. \quad (2.162)
\end{aligned}$$

Вычислим (2.162) в первом приближении, полагая $n=1$, тогда:

$$z_1 - z_2 = \left(\left[1 + \frac{I_1}{I_2} \right] a_1 - \frac{1}{E_1 I_2} \cdot \frac{4ql^4}{\pi^5} \right) \cdot \left[\sin \frac{\pi x}{l} - \frac{2}{\pi} \right]. \quad (2.163)$$

Потенциальная энергия изгиба нагруженной части

$$\begin{aligned}
V_1 = & \frac{E_1 I_1}{2} \int_0^l \left(\frac{d^2 z_1}{dx^2} \right)^2 dx = \frac{E_1 I_1}{2} \int_0^l \left(-a_1 \frac{\pi^2}{l^2} \sin \frac{\pi x}{l} \right)^2 dx = \\
& = \frac{E_1 I_1}{2} \cdot \frac{\pi^4}{l^4} a_1^2 \cdot \left[\frac{x}{2} - \frac{l}{4\pi} \sin \frac{2\pi x}{l} \right]_0^l = E_1 I_1 \frac{\pi^4}{4l^3} a_1^2. \quad (2.164)
\end{aligned}$$

Потенциальная энергия изгиба ненагруженных частей

$$\begin{aligned}
V_2 = & \frac{E_1 I_2}{2} \int_0^l \left(\frac{d^2 z_2}{dx^2} \right)^2 dx = \frac{E_1 I_2}{2} \int_0^l \left(\left[a_1 \frac{I_1}{I_2} \cdot \frac{\pi^2}{l^2} - \frac{1}{E_1 I_2} \cdot \frac{4ql^2}{\pi^3} \right] \sin \frac{\pi x}{l} \right)^2 dx = \\
& = \frac{E_1 I_2}{2} \left[a_1 \frac{I_1}{I_2} \cdot \frac{\pi^2}{l^2} - \frac{1}{E_1 I_2} \cdot \frac{4ql^2}{\pi^3} \right]^2 \cdot \left[\frac{x}{2} - \frac{l}{4\pi} \sin \frac{2\pi x}{l} \right]_0^l = \\
& = E_1 I_2 \left[a_1 \frac{I_1}{I_2} \cdot \frac{\pi^2}{l^2} - \frac{1}{E_1 I_2} \cdot \frac{4ql^2}{\pi^3} \right]^2 \frac{l}{4}. \quad (2.165)
\end{aligned}$$

Потенциальная энергия связей

$$\begin{aligned}
 V_3 &= \frac{G_z}{2} \int_0^l (z_1 - z_2)^2 dx = \\
 &= \frac{G_z}{2} \int_0^l \left(\left[1 + \frac{I_1}{I_2} \right] a_1 - \frac{1}{E_1 I_2} \cdot \frac{4ql^4}{\pi^5} \right)^2 \cdot \left[\sin \frac{\pi x}{l} - \frac{2}{\pi} \right]^2 dx = \\
 &= G_z \left(\left[1 + \frac{I_1}{I_2} \right] a_1 - \frac{1}{E_1 I_2} \cdot \frac{4ql^4}{\pi^5} \right)^2 \cdot \frac{l}{4} \cdot \frac{\pi^2 - 8}{\pi^2}.
 \end{aligned} \tag{2.166}$$

Полная потенциальная энергия определяется выражением

$$V = V_1 + V_2 + V_3. \tag{2.167}$$

Исходя из (2.143) и (2.144), работа внешней поперечной нагрузки на перемещения z_1 будет равна

$$\begin{aligned}
 U_1 &= \int_0^l q_1 z_1 dx = \int_0^l \frac{4q}{\pi} \sin \frac{\pi x}{l} \cdot a_1 \sin \frac{\pi x}{l} dx = \\
 &= \frac{4q}{\pi} a_1 \int_0^l \sin^2 \left(\frac{\pi x}{l} \right) dx = \frac{4q}{\pi} a_1 \cdot \left[\frac{x}{2} - \frac{l}{4\pi} \sin \frac{2\pi x}{l} \right] \Big|_0^l = \frac{2ql}{\pi} a_1.
 \end{aligned} \tag{2.168}$$

Приращение потенциальной энергии dV при малом перемещении нагруженной части плиты dz_1 из положения равновесия

$$dV = dU_1. \tag{2.169}$$

Так как

$$\left. \begin{aligned} dV &= \frac{\partial V}{\partial a_1} da_1, \\ dU_1 &= \frac{\partial U_1}{\partial a_1} da_1 \end{aligned} \right\}, \quad (2.170)$$

то с учетом (2.167), выражение (2.169) можно записать так

$$\frac{\partial V}{\partial a_1} = \frac{\partial V_1}{\partial a_1} + \frac{\partial V_2}{\partial a_1} + \frac{\partial V_3}{\partial a_1} = \frac{\partial U_1}{\partial a_1}, \quad (2.171)$$

ИЛИ

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial a_1} &= E_1 I_1 \frac{\pi^4}{2l^3} a_1 + E_1 \frac{I_1^2}{I_2} \cdot \frac{\pi^4}{2l^3} a_1 - \frac{I_1}{I_2} \cdot \frac{2ql}{\pi} + \\ &+ G_z \frac{\pi^2 - 8}{\pi^2} \left(\frac{I_1 + I_2}{I_2} \right)^2 \frac{l}{2} a_1 - G_z \frac{\pi^2 - 8}{\pi^2} \cdot \frac{I_1 + I_2}{I_2} \cdot \frac{2ql^5}{E_1 I_2 \pi^5} = \\ &= \frac{I_1 + I_2}{I_2} \cdot \frac{l}{2} a_1 \left[E_1 I_1 \frac{\pi^4}{l^4} + G_z \frac{\pi^2 - 8}{\pi^2} \cdot \frac{I_1 + I_2}{I_2} \right] - \\ &- \frac{2ql}{\pi} \left[\frac{I_1}{I_2} + G_z \frac{\pi^2 - 8}{\pi^2} \cdot \frac{I_1 + I_2}{I_2} \cdot \frac{l^4}{E_1 I_2 \pi^4} \right] = \frac{2ql}{\pi}, \end{aligned} \quad (2.172)$$

откуда

$$a_1 = \frac{4q}{\pi} \cdot \frac{1 + G_z \frac{\pi^2 - 8}{\pi^2} \cdot \frac{l^4}{E_1 I_2 \pi^4}}{E_1 I_1 \frac{\pi^4}{l^4} + G_z \frac{\pi^2 - 8}{\pi^2} \cdot \frac{I_1 + I_2}{I_2}}. \quad (2.173)$$

Значение полученного выражения (2.173) представляет собой прогиб нагруженной части плиты в середине ее пролета [93].

Изгибающий момент в середине пролета плиты для непосредственно нагруженной части:

$$M_1 = E_1 I_1 \frac{4q\pi}{l^2} \cdot \frac{1 + G_z \frac{\pi^2 - 8}{\pi^2} \cdot \frac{l^4}{E_1 I_2 \pi^4}}{E_1 I_1 \frac{\pi^4}{l^4} + G_z \frac{\pi^2 - 8}{\pi^2} \cdot \frac{I_1 + I_2}{I_2}}. \quad (2.174)$$

Изгибающий момент в середине пролета плиты для ненагруженных частей:

$$M_2 = E_1 I_2 \frac{4q\pi}{l^2} \cdot \frac{1 + G_z \frac{\pi^2 - 8}{\pi^2} \cdot \frac{l^4}{E_1 I_1 \pi^4}}{E_1 I_2 \frac{\pi^4}{l^4} + G_z \frac{\pi^2 - 8}{\pi^2} \cdot \frac{I_1 + I_2}{I_2}}. \quad (2.175)$$

Таким образом, разработана теоретическая модель ПНД как составной плиты на податливых связях со смещениями, параллельными швам: получены выражения для определения максимальных прогибов в системе, изгибающих моментов в нагруженных и ненагруженных частях. Для определения величин прогибов плиты и внутренних усилий в ее элементах необходимо экспериментально получить значения коэффициентов (модулей) упругости фрикционного соединения.

Выводы по второй главе

В результате теоретического исследования НДС предварительно напряженных многослойных деревоплит решены следующие задачи:

1. Предложена расчетная модель изгибаемой предварительно напряженной многослойной деревоплиты в виде трансверсально-

изотропной тонкой пластинки с плоскостью трансверсальной изотропии, совпадающей с поперечным сечением плиты, шарнирно опертой по двум сторонам и нагруженной силами в срединной плоскости и в плоскости, перпендикулярной ей.

2. Определено уравнение изогнутой поверхности ПНД, находящейся под действием сил двух плоскостях, записаны выражения для нахождения напряжений и внутренних усилий в ней, т.е. определено НДС конструкции методами теории упругости. Решение получено для различных случаев пластины, находящейся под действием сил, равномерно распределенных по всей площади, по части площади, а также сосредоточенных.
3. Определено НДС предварительно напряженной многослойной деревоплиты, как составной плиты на податливых связях. ПНД может рассматриваться как цельная (монолитная) деревянная дощатая конструкция до момента ее разрушения. Разрушение ПНД при превышении сдвигающими усилиями сил трения на поверхностях соприкасающихся элементов сопровождается расслоением. Предложен способ определения ширины взаимно сдвигающихся частей плиты, подверженной расслоению.

Глава 3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ РАБОТЫ ПРЕДВАРИТЕЛЬНО НАПРЯЖЕННОЙ МНОГОСЛОЙНОЙ ДЕРЕВОПЛИТЫ ПРИ ИЗГИБЕ

В рамках диссертационной работы, исходя из результатов теоретического исследования НДС предварительно напряженных многослойных деревоплит, проведен ряд экспериментов по изучению:

1. Упругих свойств связей, создаваемых за счет сил фрикционного взаимодействия элементов ДК, – с целью определения коэффициентов (модулей) упругости фрикционных соединений.
2. Деформативности деревоплит с различными конструктивными параметрами – с целью выявления их значимости, а также проверки сходимости с теоретической моделью ПНД как монолитной трансформной пластинки, нагруженной силами в двух плоскостях.
3. Несущей способности конструкции – с целью более полного выявления характера работы деревоплиты, в т.ч. как составной конструкции на податливых связях.

Так как одним из важных конструктивных параметров ПНД является усилие обжатия, создающее силы трения на поверхностях контакта элементов плиты, то для выполнения всех указанных экспериментальных исследований необходимо осуществлять его контроль. Соответственно, лабораторным опытам предшествовало определение рационального способа создания предварительного напряжения в деревоплите, позволяющего контролировать натяжение стержней, обжимающих ее, а также установление конкретных зависимостей для этого.

3.1 Определение зависимости растягивающих усилий в винтовых стержнях от крутящего момента

Предварительное натяжение винтовым стержням, создающим силы трения на соприкасающихся друг с другом боковых поверхностях составных элементов ПНД, может задаваться двумя основными способами:

1. непосредственным растяжением с применением специальной траверсы и гидравлического домкрата с последующей анкеровкой путем навинчивания гайки [218];
2. затяжкой гаек с контролем крутящего момента – при помощи стопорных гайковертов и динамометрических ключей.

Второй способ аналогичен постановке болтов фланцевых соединений в стальных конструкциях [102] и предполагает меньшие растягивающие усилия в стержнях, чем первый.

Требуемая величина натяжения винтовых стержней определяется:

1. требуемой минимальной силой трения на боковых поверхностях элементов ПНД, соприкасающихся друг с другом;
2. расчетным сопротивлением стали на разрыв;
3. расчетным сопротивлением древесины на смятие поперек волокон.

В случае применения в конструкции рандбалок из стальных швеллеров [218] следует оценивать сжатие древесины поперек волокон, а в случае их отсутствия – местное смятие древесины поперек волокон под шайбами [127]. Величина растягивающего усилия не должна создавать напряжений в стержне, превышающих $0,6 \div 0,8R_y$ [86].

Диаграмма зависимости крутящего момента, регистрируемого индикатором динамометрического ключа, и растягивающих усилий в стержне имеет линейный характер. На величину растягивающих усилий при этом влияет шаг резьбы и качество поверхности резьбы на винтовом стержне и гайке. При устройстве фланцевых соединений принято пользоваться формулой (3.1) [102]:

$$M_k = nkB_0d, \quad (3.1)$$

где:

M_k – крутящий момент, Нм;

n – коэффициент, принимаемый равным 1,06 при натяжении и 1,0 при контроле высокопрочных болтов;

k – среднее значение коэффициента закручивания для каждой партии болтов по сертификату, принимаемое равным 0,18 при отсутствии данных;

d – номинальный диаметр резьбы болта, м;

B_0 – усилие натяжения болта, Н.

Т.к. для ПНД применение высокопрочных болтов не представляется возможным, следовательно, вопрос определения взаимосвязи между моментом затяжки и растягивающим усилием требует отдельного исследования, а формулой (3.1) пользоваться некорректно.

Зададимся для эксперимента следующими параметрами:

1. диаметр винтовых стержней – 12 мм по резьбе (М12);
2. материал плиты – сосна 2 сорта, сухая строганная;
3. класс прочности винтовых стержней – 8.8;
4. диаметр распределительных траверс-шайб – 96 мм (рандбалок нет).

Т.к. «рабочий» диаметр резьбы для винтов М12 – 10,7 мм, то площадь поперечного сечения стержня (по этому диаметру) составит:

$$A_B = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,14 \times 10,7^2}{4} = 89,87 \text{ мм}^2. \quad (3.2)$$

Для класса прочности 8.8:

$$R_y = 0,8R_u = 0,8 \times 800 = 640 \text{ МПа}. \quad (3.3)$$

Таким образом, максимальное растягивающее усилие по условию прочности стали на разрыв:

$$\sigma_B = 0,8R_y = 0,8 \times 640 = 512 \text{ МПа}, \quad (3.4)$$

$$F_B = \sigma_B A_B = 512 \times 89,87 = 46013,40 \text{ Н}. \quad (3.5)$$

Площадь смятия древесины под распределительной траверсой-шайбой:

$$A_{\text{Т-ш}} = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,14 \times 96,0^2}{4} = 7236,56 \text{ мм}^2, \quad (3.6)$$

Напряжения местного смятия поперек волокон под распределительной траверсой-шайбой [127]:

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{см90}} &= \frac{F_B}{A_{\text{Т-ш}}} = \frac{46013,40}{7236,56} = 6,36 \text{ МПа} > \\ &> R_{\text{см90}}^p = R_{\text{см90}}^A m_{\text{дл}} \prod m_i = 6,0 \times 0,66 = 3,96 \text{ МПа}. \end{aligned} \quad (3.7)$$

Т.е. максимальное растягивающее усилие в стержне из условия смятия древесины и напряжения в стержне равны:

$$F_d = R_{\text{см90}}^p A_{\text{Т-ш}} = 3,96 \times 7236,56 = 28656,78 \text{ Н}, \quad (3.8)$$

$$\sigma_d = \frac{F_d}{A_B} = \frac{28656,78}{89,87} = 318,87 \text{ МПа}. \quad (3.9)$$

Для обеспечения надежности при испытаниях примем:

$$F_{\text{раст}} = 0,8F_d = 0,8 \times 28656,78 = 22925,42 \text{ Н} \approx 22950 \text{ Н}, \quad (3.10)$$

$$\sigma_d = \frac{F_{\text{раст}}}{A_B} = \frac{22925,42}{89,87} = 255,10 \text{ МПа.} \quad (3.11)$$

Таким образом, получаем, что максимально допустимое усилие в стержнях будет около 40% от R_y , что не превышает допустимых величин.

Для эксперимента было взято три образца винтовых стержней М12, используемых в качестве предварительно напрягаемых элементов ПНД. Образцы были поочередно установлены в испытательную машину INSTRON так, что один край был неподвижно зафиксирован, а другой было возможно натягивать путем поворота гайки при помощи динамометрического ключа ТОННИСНІ (см. рисунки 3.1-3.3). При этом по силоизмерителю испытательной машины устанавливались растягивающие усилия в стержне, а по индикатору динамометрического ключа – крутящие моменты.

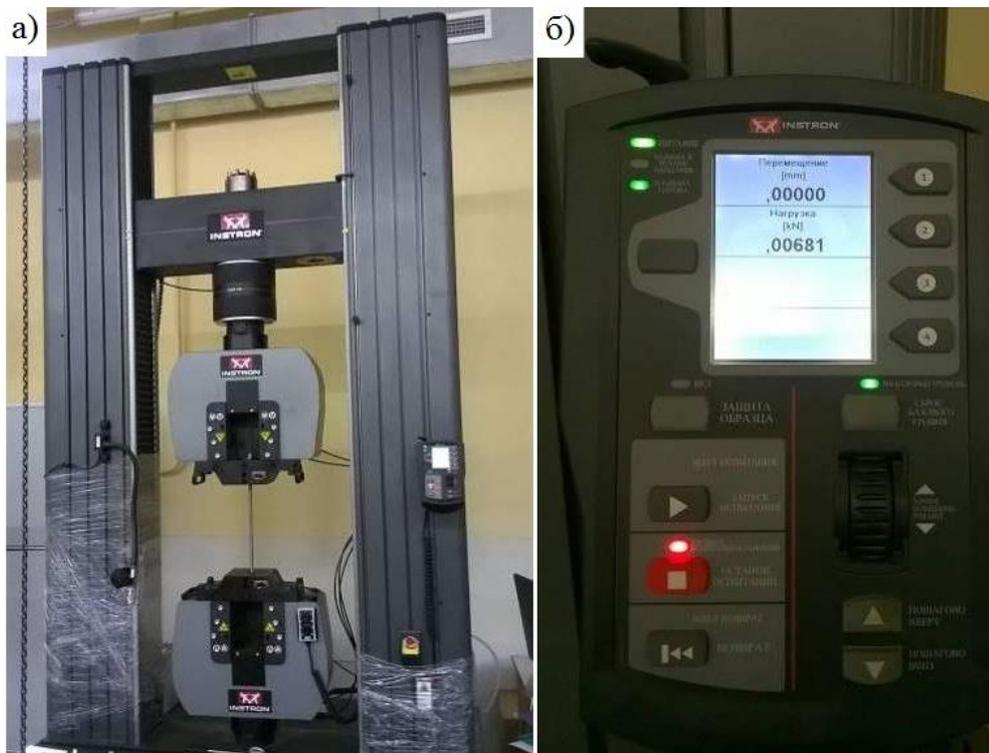


Рисунок 3.1. Лабораторная установка: а) общий вид;
б) силоизмеритель испытательной машины INSTRON.

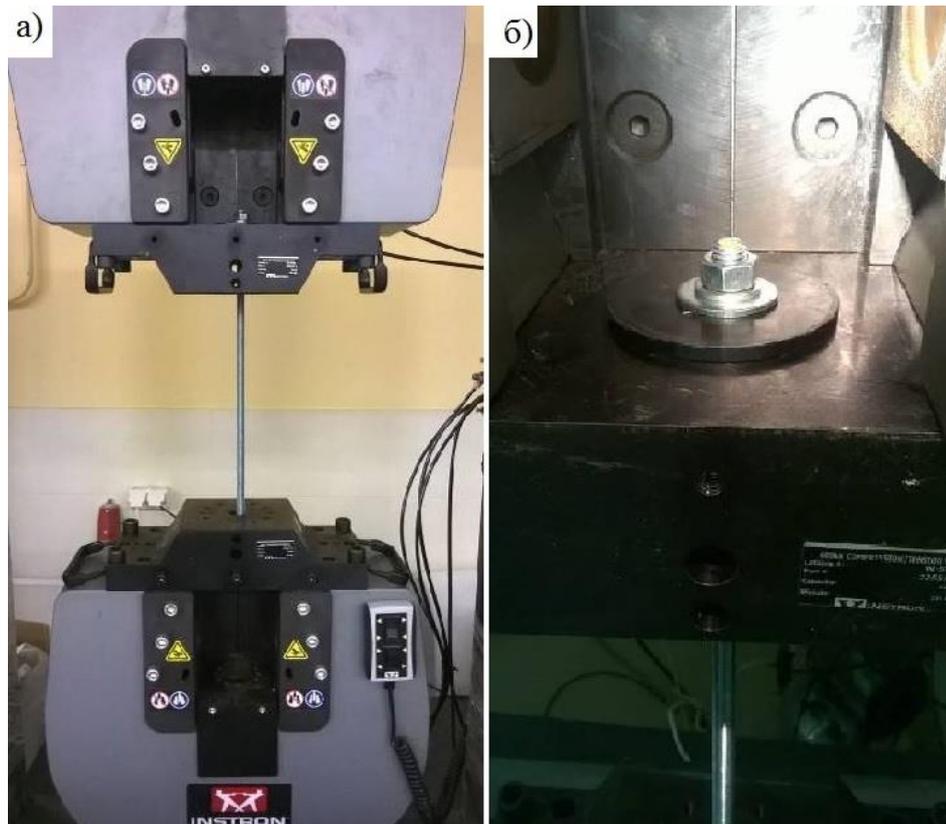


Рисунок 3.2. Образец, установленный в испытательную машину:

а) общий вид; б) поворотная гайка, шайбы.

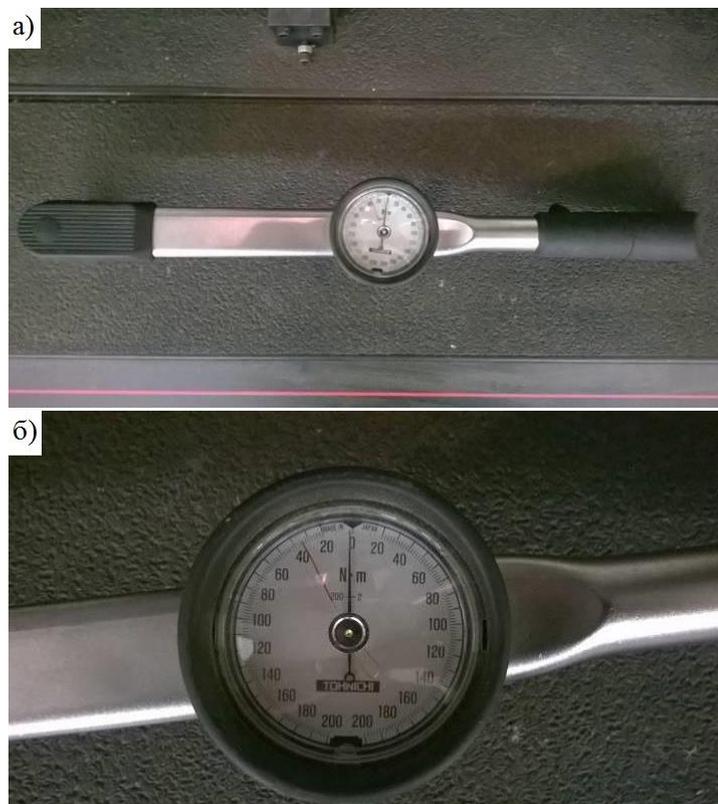


Рисунок 3.3. Динамометрический ключ: а) общий вид; б) индикатор.

Полученные зависимости представлены на рисунке 3.4.

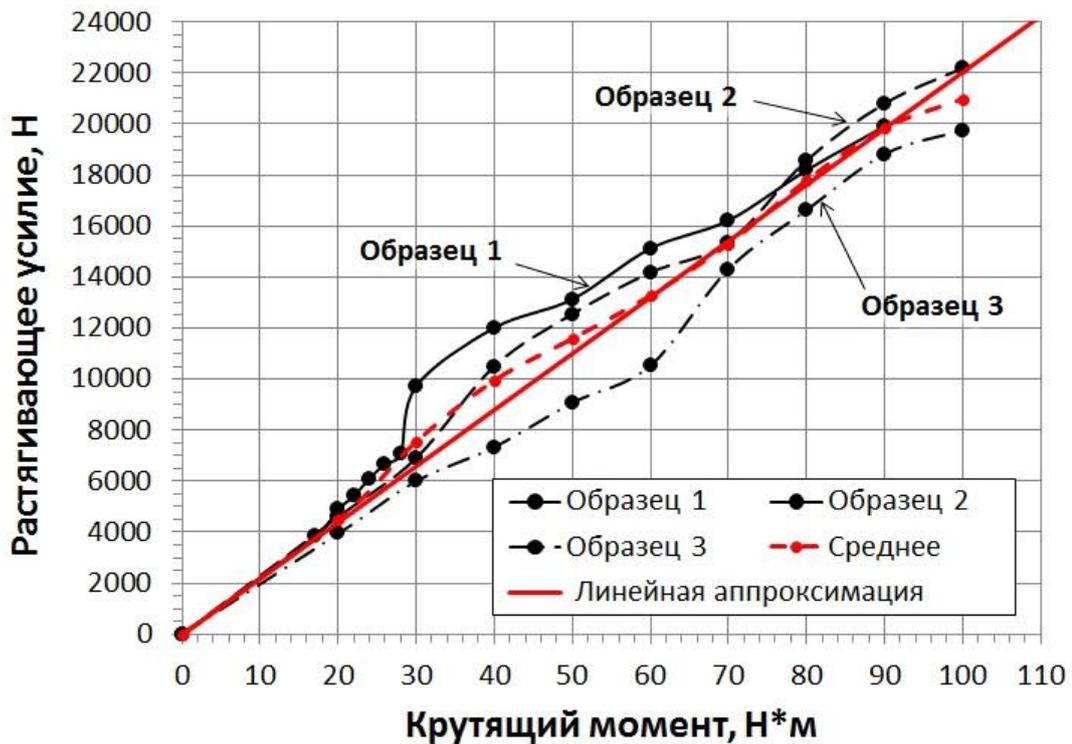


Рисунок 3.4. Зависимость усилий в стержнях от крутящего момента ключа.

По значениям, полученным в ходе испытания были посчитаны средние значения, получена линейная зависимость, которая приведена на рисунке 3.4. Согласно этой зависимости получаем, что усилию 22950 Н соответствует крутящий момент 105 Нм.

3.2 Экспериментальное исследование несущей способности и деформативности фрикционных связей в деревянных конструкциях

Теоретическая модель ПНД как составной плиты на податливых связях со смещениями, параллельными швам, включает в себя экспериментально определяемую величину модуля (коэффициента) упругости соединения. Данный модуль определяется по линейному участку зависимости «нагрузка-смещение», построенной для образцов соединений исследуемого типа. Так

как коэффициенты трения древесины по древесине вдоль и поперек волокон различны, необходимо построить две независимых друг от друга диаграммы.

3.2.1 Соединения, нагруженные вдоль волокон

Для определения величины модуля упругости фрикционных связей в направлении вдоль волокон (трение древесины вдоль волокон) были изготовлены образцы в соответствии с рисунком 3.5. Винтовые стержни – М12, класс прочности 8.8; диаметр траверс-шайб – 96 мм; центральный и крайние элементы – сухие строганные сосновые доски 2 сорта.

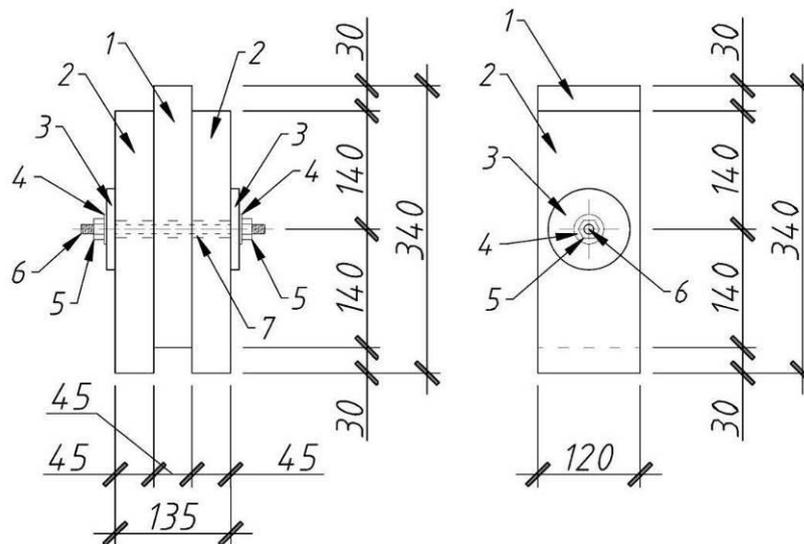


Рисунок 3.5. Схема образца для испытаний: 1 – центральный элемент; 2 – крайний элемент; 3 – траверса-шайба; 4 – кузовная шайба; 5 – гайка; 6 – винтовой стержень; 7 – зазор между стержнем и гнездом в древесине.

Затяжка гаек осуществлялась при помощи динамометрического ключа TONNICHИ. Исследование проводилось при различных усилиях натяжения винтовых стержней (по 3 образца для каждого уровня затяжки): 7650 Н, 15300 Н, 22950 Н (35 Нм, 70 Нм, 105 Нм соответственно).

Испытание проводилось в универсальной испытательной машине INSTRON на сжатие. Нагружение производилось со скоростью 2000 Н/мин

ступенчато со ступенью 2000 Н с выдержкой 5 минут на каждой ступени. Схема испытаний приведена на рисунке 3.6.

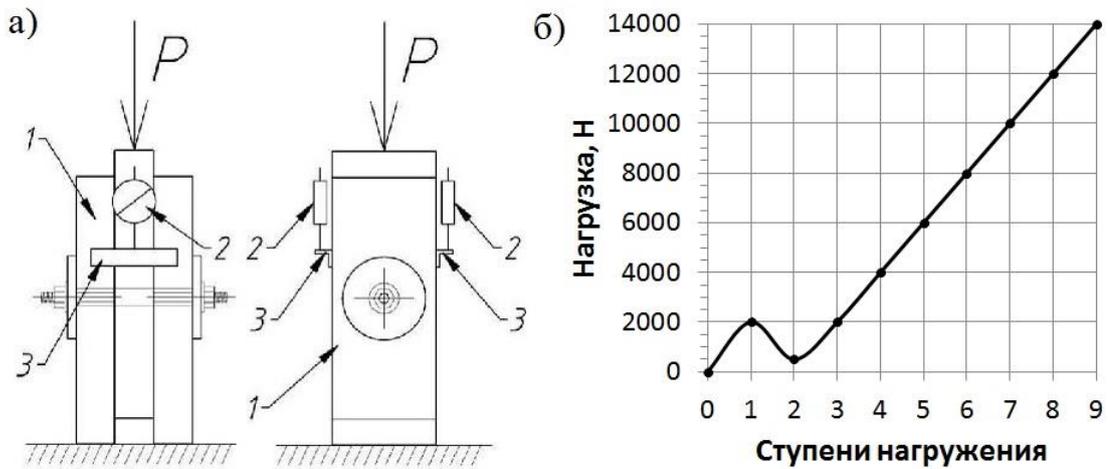


Рисунок 3.6. Схема испытания: а) образец; б) ступени нагружения.

1 – испытательный образец; 2 – индикатор перемещений; 3 – опорный столик индикатора.

Общий вид лабораторных испытаний образцов фрикционных соединений ДК, нагружаемых силой вдоль волокон, приведен на рисунке 3.7.

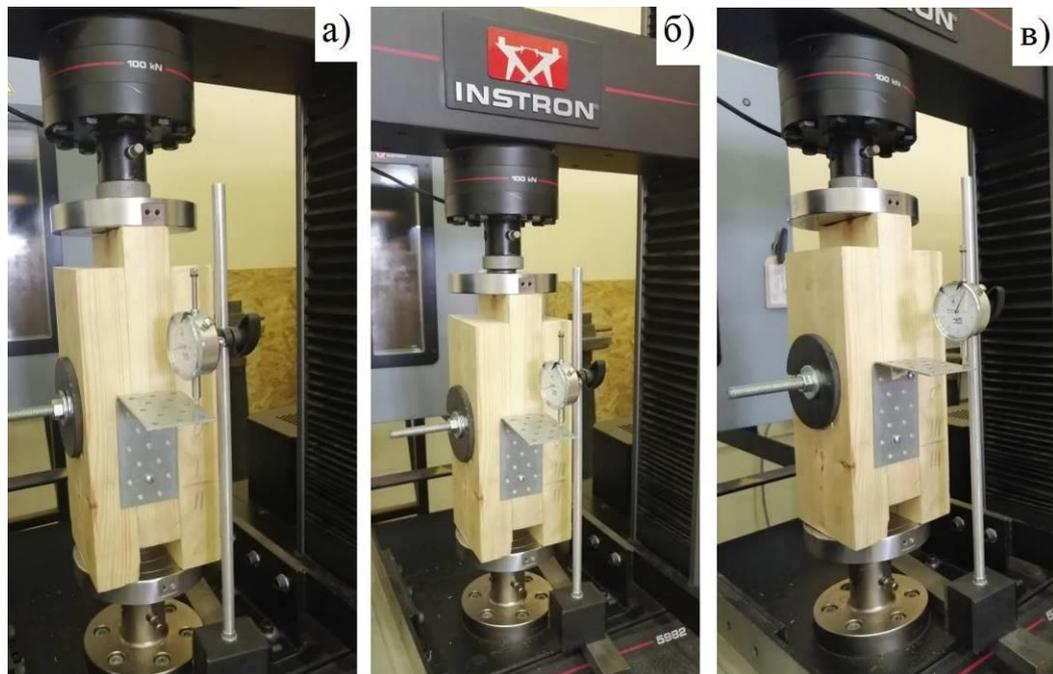


Рисунок 3.7. Лабораторные испытания образцов вдоль волокон с уровнями натяжения винтовых стержней: а) 7650 Н; б) 15300 Н; в) 22950 Н.

Результаты испытаний образцов при нагружении вдоль волокон приведены в таблице 3.1.

Таблица 3.1. Результаты испытаний вдоль волокон

№ п/п	Нагрузка, Н	Смещение, 10^{-2} мм									
		образец 1			образец 2			образец 3			среднее
		U_{11}	U_{21}	δ_{cp1}	U_{12}	U_{22}	δ_{cp2}	U_{13}	U_{23}	δ_{cp3}	δ_{cp}
Натяжение 7650 Н (35 Нм)											
1	0	107	24	-	17	94	-	202	4	-	0
2	2000	136	53	29	48	125	31	232	34	30	30
3	500	118	35	11	29	106	12	215	17	13	12
4	2000	138	55	31	48	125	31	234	36	32	31
5	4000	163	80	56	72	149	55	256	58	54	55
6	6000	187	104	80	97	174	80	282	84	80	80
7	7288	209	126	102	120	197	103	305	107	103	103
8	8004	307	224	200	217	294	200	403	205	201	200
Натяжение 15300 Н (70 Нм)											
9	0	0	30	-	109	58	-	29	226	-	0
10	2000	27	57	27	137	86	28	55	252	26	27
11	500	8	38	8	117	66	8	36	233	7	8
12	2000	26	56	26	137	86	28	57	254	28	27
13	4000	51	81	51	160	109	51	80	277	51	51
14	6000	71	101	71	178	127	69	99	296	70	70
15	8000	86	116	86	195	144	86	115	312	86	86
16	10000	102	132	102	209	158	100	132	329	103	102
17	11333	118	148	118	228	177	119	146	343	117	119
18	11730	200	230	200	309	258	200	229	426	200	200
Натяжение 22950 Н (105 Нм)											
19	0	320	54	-	114	126	-	39	210	-	0
20	2000	346	80	26	140	152	26	65	236	26	26
21	500	329	63	9	121	133	7	49	220	10	9
22	2000	349	83	29	138	150	24	64	235	25	26
23	4000	365	99	45	160	172	46	86	257	47	46
24	6000	382	116	62	175	187	61	101	272	62	62
25	8000	395	129	75	187	199	73	113	284	74	74
26	10000	406	140	86	199	211	85	125	296	86	86
27	11874	424	158	104	223	235	109	148	319	109	107
28	12400	520	254	200	314	326	200	239	410	200	200

Зависимость смещений нагружаемой средней части образца относительно неподвижных крайних частей (вдоль волокон) от нагрузки представлена на рисунке 3.8.

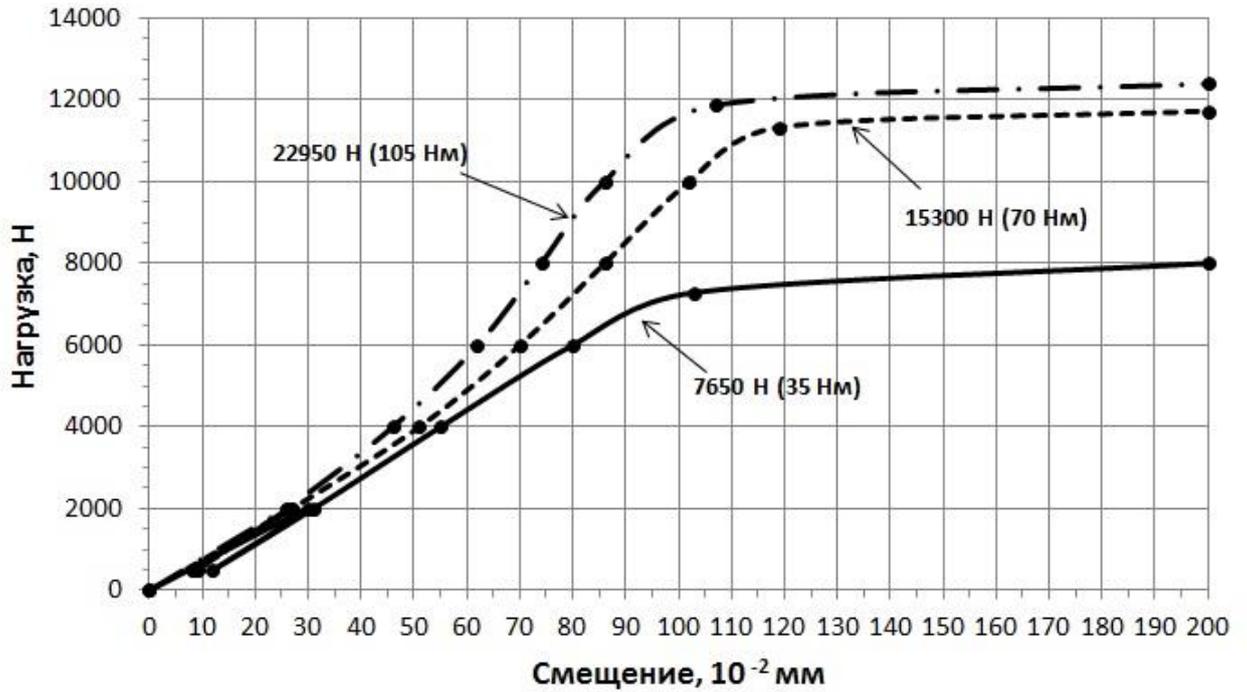


Рисунок 3.8. Зависимость смещений средней части образца относительно крайних от нагрузки (вдоль волокон).

Разрушение образцов наступало с исчерпанием несущей способности сил трения, но без непосредственной деструкции деревянных частей. При этом смещения нагружаемой средней части образца относительно неподвижных крайних частей линейно зависят от действующих нагрузок. При повышении усилия прижима элементов друг к другу деформативность соединения уменьшается.

Согласно выражению (2.127), рисункам 2.10 и 3.8 модуль упругости фрикционных связей ДК вдоль волокон равен:

$$\left. \begin{aligned} G_{x,1}(7650 \text{ H}) &= T_{c1}/\delta_{c1} = 75,0 \text{ H/мм}^2, \\ G_{x,2}(15300 \text{ H}) &= T_{c2}/\delta_{c2} = 98,0 \text{ H/мм}^2, \\ G_{x,3}(22950 \text{ H}) &= T_{c3}/\delta_{c3} = 116,3 \text{ H/мм}^2 \end{aligned} \right\} \quad (3.12)$$

Модуль упругости фрикционных связей вдоль волокон может быть выражен формулой

$$G_x = F_{\text{раст}} k_F \mu_0, \quad (3.13)$$

где

G_x – модуль упругости фрикционных связей вдоль волокон;

$F_{\text{раст}}$ – сила, прижимающая элементы друг к другу;

μ_0 – коэффициент трения древесины по древесине вдоль волокон;

k_F – коэффициент перехода.

Как было показано в главе 1, нормативной документацией [127] устанавливается коэффициент трения соприкасающихся боковых поверхностей элементов ДК, равный 0,2 вне зависимости от направления действующих сил. Таким образом, нормами не учитывается анизотропия коэффициента трения древесины. Пользуясь экспериментальными данными, ее возможно учесть при назначении коэффициента перехода k_F . Тогда выражение (3.13) приобретает вид:

$$G_x = F_{\text{раст}} k_{F,0} \mu, \quad (3.14)$$

где

μ – нормируемый коэффициент трения;

$k_{F,0}$ – коэффициент перехода при действии сил вдоль волокон.

Исходя из (3.12), (3.14), получим значения:

$$\left. \begin{aligned} k_{F,0}(7650 \text{ Н}) &= 0,049, \\ k_{F,0}(15300 \text{ Н}) &= 0,032, \\ k_{F,0}(22950 \text{ Н}) &= 0,025 \end{aligned} \right\}. \quad (3.15)$$

Экспериментальные значения (3.12) и (3.15) позволяют оценивать несущую способность и деформативность соединений на фрикционных связях с учетом их податливости, работающих не только в условиях продольного неравномерного нагружения, но и при изгибе, что выражено в теоретической части формулами (2.139), (2.141). Однако в этом случае также необходимо определить величину модуля упругости фрикционных связей поперек волокон G_z .

3.2.2 Соединения, нагруженные поперек волокон

Для определения величины модуля упругости фрикционных связей в направлении поперек волокон (трение древесины поперек волокон) были изготовлены образцы в соответствии с рисунком 3.9. Материалы – аналогичны испытанию вдоль волокон, т.е. винтовые стержни – М12, класс прочности 8.8; диаметр траверс-шайб – 96 мм; центральный и крайние элементы – сухие строганные сосновые доски 2 сорта.

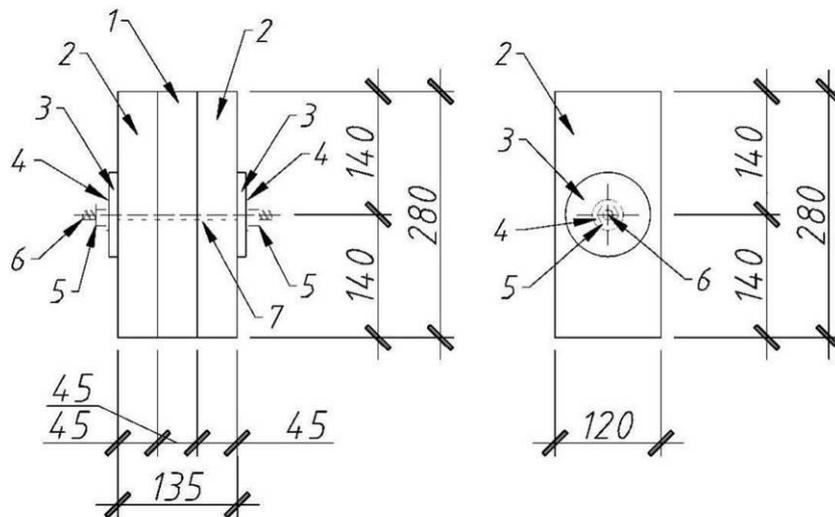


Рисунок 3.9. Схема образца для испытаний: 1 – центральный элемент; 2 – крайний элемент; 3 – траверс-шайба; 4 – кузовная шайба; 5 – гайка; 6 – винтовой стержень; 7 – зазор между стержнем и гнездом в древесине.

Исследование проводилось при различных усилиях натяжения винтовых стержней (по 3 образца для каждого уровня затяжки): 7650 Н, 15300 Н, 22950 Н (35 Нм, 70 Нм, 105 Нм соответственно). Методика нагружения – аналогичная испытаниям вдоль волокон. Схема испытаний приведена на рисунке 3.10.

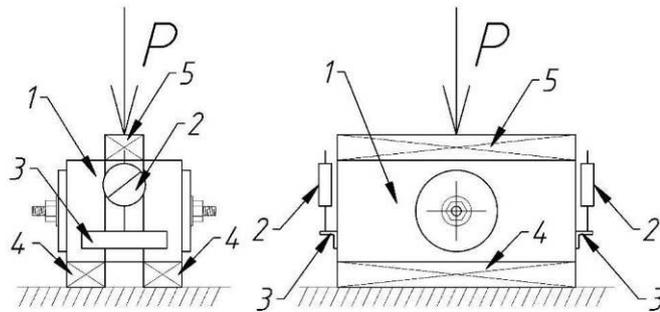


Рисунок 3.10. Схема испытания: 1 – испытательный образец; 2 – индикатор перемещений; 3 – опорный столик индикатора; 4 – нижняя подкладка; 5 – верхняя накладка.

Общий вид лабораторных испытаний образцов фрикционных соединений ДК, нагружаемых силой поперек волокон, приведен на рисунке 3.11.

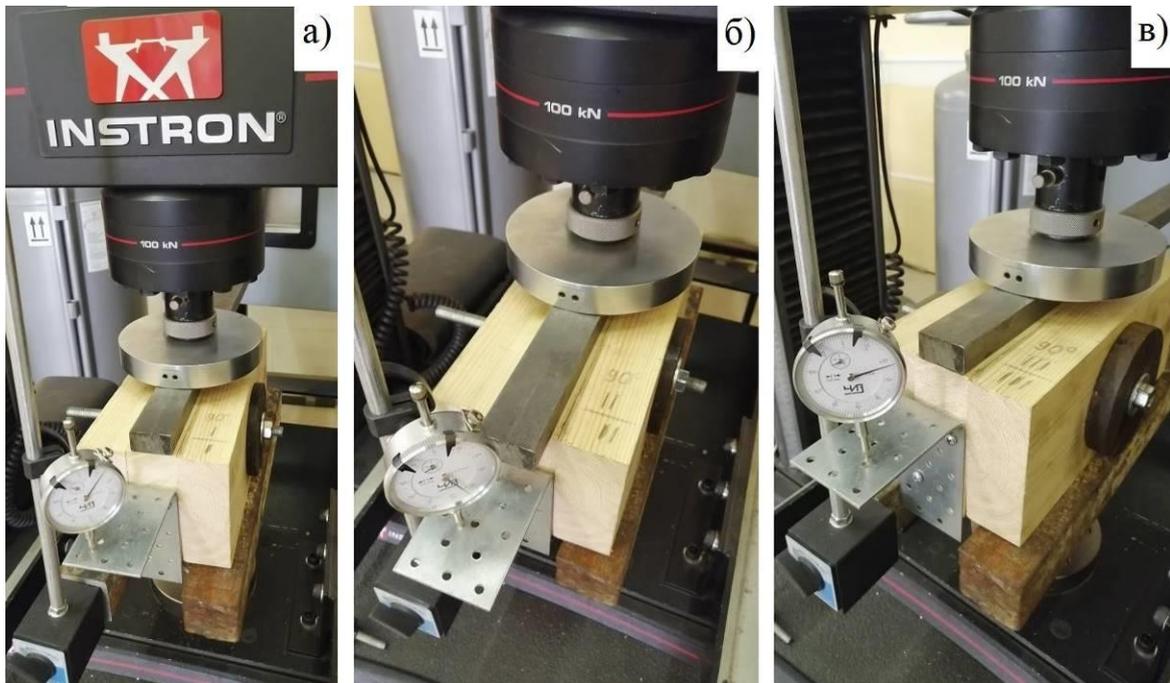


Рисунок 3.11. Лабораторные испытания образцов поперек волокон с уровнями натяжения винтовых стержней: а) 7650 Н; б) 15300 Н; в) 22950 Н.

Результаты испытаний образцов при нагружении поперек волокон приведены в таблице 3.2.

Таблица 3.2. Результаты испытаний поперек волокон

№ п/п	Нагрузка, Н	Смещение, 10^{-2} мм									
		образец 1			образец 2			образец 3			среднее
		U_{11}	U_{21}	δ_{cp1}	U_{12}	U_{22}	δ_{cp2}	U_{13}	U_{23}	δ_{cp3}	δ_{cp}
Натяжение 7650 Н (35 Нм)											
1	0	26	0	-	212	386	-	13	141	-	0
2	2000	57	31	31	243	417	31	44	172	31	31
3	500	48	22	22	233	407	21	33	161	20	21
4	2000	57	31	31	244	418	32	45	173	32	32
5	4000	68	42	42	254	428	42	57	185	44	43
6	6000	79	53	53	267	441	55	67	195	54	54
7	6802	87	61	61	275	449	63	75	203	62	62
8	7304	226	200	200	412	586	200	213	341	200	200
Натяжение 15300 Н (70 Нм)											
9	0	11	37	-	119	364	-	14	131	-	0
10	2000	35	61	24	144	389	25	40	157	26	25
11	500	23	49	12	132	377	13	27	144	13	13
12	2000	35	61	24	145	390	26	38	155	24	25
13	4000	52	78	41	156	401	37	52	169	38	39
14	6000	60	86	49	169	414	50	66	183	52	50
15	8000	71	97	60	181	426	62	74	191	60	61
16	10000	83	109	72	190	435	71	87	204	73	72
17	10756	99	125	88	208	453	89	102	219	88	88
18	11690	211	237	200	319	564	200	214	331	200	200
Натяжение 22950 Н (105 Нм)											
19	0	307	294	-	176	28	-	191	39	-	0
20	2000	322	309	15	193	45	17	209	57	18	17
21	500	313	300	6	184	36	8	198	46	7	7
22	2000	325	312	18	196	48	20	208	56	17	18
23	4000	339	326	32	204	56	28	220	68	29	30
24	6000	347	334	40	217	69	41	229	77	38	40
25	8000	355	342	48	226	78	50	240	88	49	49
26	10000	362	349	55	232	84	56	249	97	58	56
27	10850	383	370	76	252	104	76	270	118	79	77
28	11924	507	494	200	376	228	200	391	239	200	200

Зависимость смещений нагружаемой средней части образца относительно неподвижных крайних частей (поперек волокон) от нагрузки представлена на рисунке 3.12.

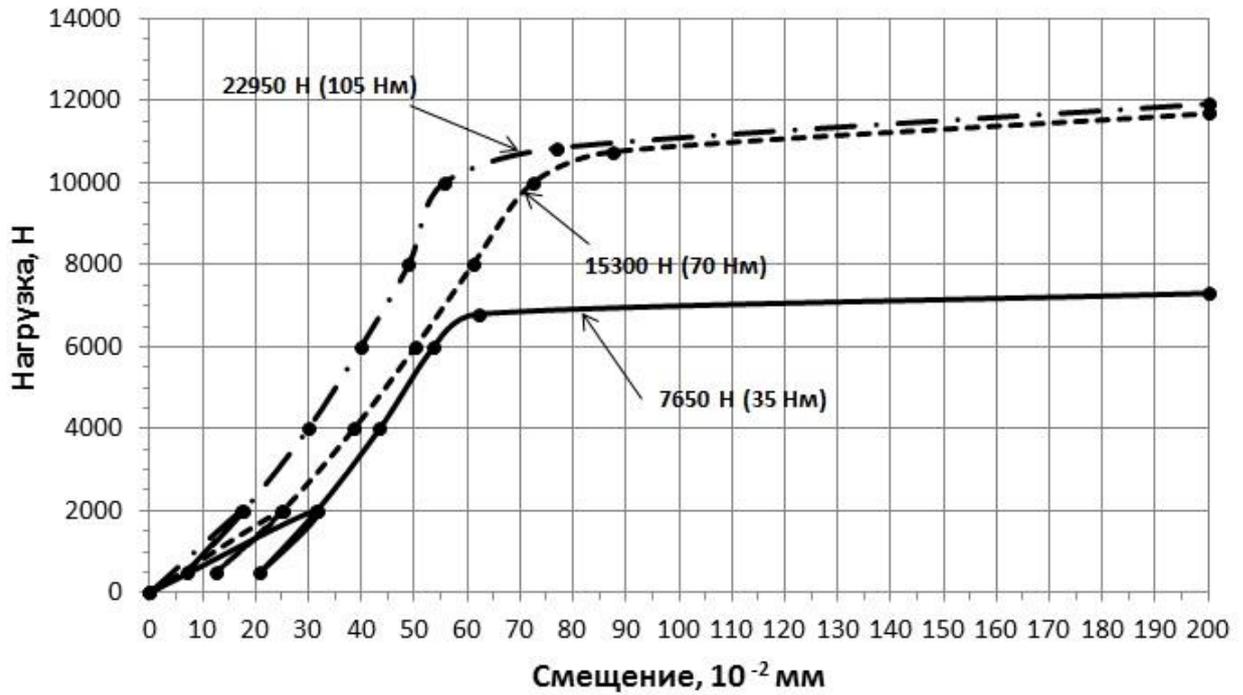


Рисунок 3.12. Зависимость смещений средней части образца относительно крайних от нагрузки (поперек волокон).

Разрушение образцов наступало с исчерпанием несущей способности сил трения, но без непосредственной деструкции деревянных частей – аналогично образцам, нагруженным вдоль волокон. Смещения нагружаемой средней части образца относительно неподвижных крайних частей линейно зависят от действующих нагрузок. При повышении усилия прижима элементов друг к другу деформативность соединения уменьшается.

Согласно выражению (2.127), рисункам 2.10 и 3.12 модуль упругости фрикционных связей ДК поперек волокон равен:

$$\left. \begin{aligned} G_{z,1}(7650 \text{ Н}) &= T_{c1} / \delta_{c1} = 111,6 \text{ Н/мм}^2, \\ G_{z,2}(15300 \text{ Н}) &= T_{c2} / \delta_{c2} = 138,1 \text{ Н/мм}^2, \\ G_{z,3}(22950 \text{ Н}) &= T_{c3} / \delta_{c3} = 179,8 \text{ Н/мм}^2 \end{aligned} \right\}. \quad (3.16)$$

Модуль упругости фрикционных связей поперек волокон аналогично (3.14) может быть выражен формулой

$$G_z = F_{\text{раст}} k_{F,90} \mu, \quad (3.17)$$

где

G_z – модуль упругости фрикционных связей поперек волокон;

$k_{F,90}$ – коэффициент перехода при действии сил поперек волокон.

Исходя из (3.16), (3.17), получим значения:

$$\left. \begin{aligned} k_{F,90}(7650 \text{ Н}) &= 0,073, \\ k_{F,90}(15300 \text{ Н}) &= 0,045, \\ k_{F,90}(22950 \text{ Н}) &= 0,039 \end{aligned} \right\}. \quad (3.18)$$

Величина модуля упругости фрикционных связей в направлении поперек волокон G_z по выражению (3.15) входит в выражения (2.139), (2.141), (2.173)-(2.175) теоретической части и необходима для оценки несущей способности и деформативности предварительно напряженной многослойной деревоплиты при изгибе с учетом податливости соединений.

Сравнение результатов определения модулей упругости фрикционных связей ДК по формулам (3.12) и (3.16) показывает, что жесткость соединений, нагруженных поперек волокон, на 40-55% выше, чем вдоль волокон. В то же время их несущая способность ниже на 7-18%.

3.3 Экспериментальное исследование деформативности ПНД при изгибе

Для определения НДС пластины необходимо выполнить построение ее изогнутой поверхности [6; 67; 112; 135; 144]. Следовательно, вычисление внутренних усилий и напряжений в предварительно напряженной многослойной деревоплите возможно только при правильном определении ее

прогибов в каждой точке. Как было показано в главе 1, существующие методики расчета ПНД [172; 175; 218] не учитывают реальной расчетной схемы конструкции, заменяя плиту балкой фиктивной ширины. Причем, результаты расчета несущей способности и деформаций плиты по разным методикам получаются различными для одинаковых условий работы [160]. Согласно данным, полученным в ряде исследований [160; 181; 196], наблюдаются значительные отклонения расчетных прогибов конструкции от экспериментальных, в отдельных случаях – в сторону занижения значений.

Однако экспериментальное определение изогнутой поверхности ПНД традиционными способами представляет собой задачу с высокой трудоемкостью. Если для стержневых элементов при изгибе рекомендуется определять вертикальные деформации в середине пролета, в опорных узлах, а также в четвертях пролета [99], то для крупноформатных плоскостных объектов, находящихся в условиях сложного НДС этого не достаточно. В главе 2 показано, что изгиб ПНД, шарнирно опертой по двум сторонам и нагруженной сосредоточенными или неравномерно распределенными силами, происходит в двух направлениях [186; 205; 218; 225]. Следовательно, возникает необходимость измерения прогибов в большем количестве точек. Кроме того, работа конструкции может сопровождаться взаимным смещением элементов относительно друг друга [165]. Таким образом, возникает задача экспериментального исследования деформативности ПНД с определением прогибов во всех точках плиты.

3.3.1 Методика экспериментального определения вертикальных деформаций крупноформатных плоскостных объектов (ПНД) методом сплошного лазерного сканирования изгибаемой поверхности

Для уменьшения трудозатрат при измерении прогибов ПНД была разработана методика экспериментального определения вертикальных деформаций крупноформатных плоскостных объектов (ПНД) методом

сплошного лазерного сканирования изгибаемой поверхности. Особенности разработанной методики являются:

- применение для измерения вертикальных деформаций конструкции под нагрузкой лазерного сканера, а для обработки полученных результатов – специализированного программного обеспечения;
- отсутствие ограничений по количеству точек, в которых будут определяться вертикальные деформации;
- шаг точечной сетки сканирования поддается регулированию;
- возможность проведения эксперимента до разрушения образца;
- точность измерений сканером – до 10^{-5} м.

Алгоритм определения деформаций приведен на рисунке 3.13.

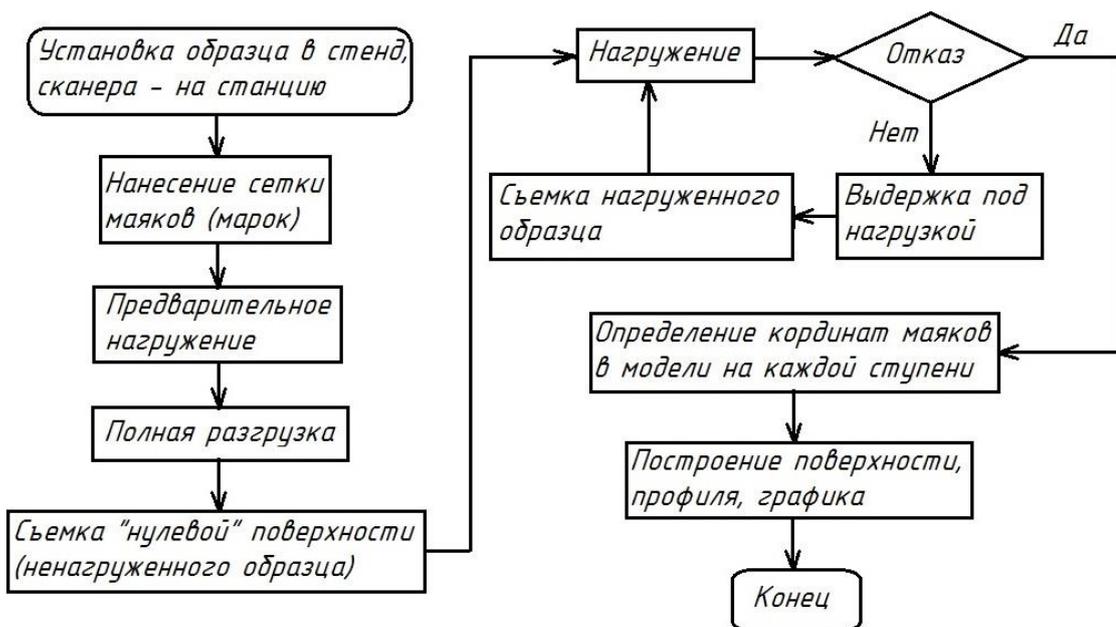


Рисунок 3.13. Алгоритм экспериментального определения вертикальных деформаций методом сплошного лазерного сканирования.

Следует отметить, что во время съемки либо между ступенями нагружения одного образца отсутствует возможность перемещать сканер.

Результаты лазерного сканирования (эксперимента) включают в себя фотофиксацию испытательных образцов на каждой ступени нагружения,

совмещенную с облаками точек с зафиксированными координатами. Полученные данные позволяют строить изогнутую поверхность плиты, а также при необходимости – профили по любым сечениям.

3.3.2 Планирование эксперимента

Экспериментальное исследование деформативности ПНД производилось в форме многофакторного эксперимента (МФЭ). Испытания проводились по плану Бокса ВЗ [20; 61; 147]. В качестве переменных факторов были выбраны ширина плиты, шаг растянутых стержней (следовательно, и их количество), усилие натяжения стержней. Каждый фактор варьировался на трех уровнях. Значения переменных факторов МФЭ приведены в таблице 3.3

Таблица 3.3. Переменные факторы МФЭ по плану Бокса ВЗ

№ п/п	Параметр		Значение для фактора		
			ширина плиты	шаг стержней	натяжение
1	Единица измерения		м (шт. досок)	м	Н (Нм)
2	Обозначение	натуральное	b	s	F
3		кодировое	x_1	x_2	x_3
4	Уровни варьирования	нижний (-)	0,945 (21)	0,250	7650 (35)
5		средний (0)	1,395 (31)	0,500	15300 (70)
6		верхний (+)	1,845 (41)	0,750	22950 (105)
7	Интервал варьирования		0,450 (10)	0,250	7650 (35)

Условия проведения испытаний, материалы образцов, их толщина, пролет, а также способ нагружения оставались неизменными. Значения постоянных факторов МФЭ приведены в таблице 3.4.

Таблица 3.4. Постоянные факторы МФЭ

№ п/п	Наименование	Ед. изм.	Значение
1	Температура воздуха	°С	20
2	Влажность воздуха	%	60
3	Материал винтовых стержней (резьбовых штанг по DIN 975)	-	сталь
4	Номинальный диаметр винтовых стержней (резьбовых штанг по DIN 975) по резьбе	мм	12
5	Рабочий диаметр винтовых стержней (резьбовых штанг по DIN 975)	мм	10,7
6	Класс прочности винтовых стержней (резьбовых штанг по DIN 975)	-	8.8
7	Максимальная длина винтовых стержней (резьбовых штанг по DIN 975)	мм	2000
8	Материал распределительных траверс-шайб	-	сталь
9	Диаметр распределительных траверс-шайб	мм	96,0
10	Порода древесины элементов ПНД	-	сосна
11	Сорт пиломатериалов	-	2
12	Размеры поперечного сечения элементов плиты (досок)	мм	45x120
13	Длина элементов плиты (досок)	мм	3000,0
14	Пролет плиты (в свету)	мм	2760,0
15	Влажность древесины	%	12,0

С учетом значений переменных факторов по таблице 3.3 была составлена матрица планирования эксперимента (таблица 3.5):

Таблица 3.5. Матрица планирования эксперимента

№ п/п	b , м (x_1)	s , м (x_2)	F , Н (x_3)
1	1,845 (+1)	0,25 (-1)	22950 (+1)
2	1,845 (+1)	0,25 (-1)	7650 (-1)
3	1,845 (+1)	0,50 (0)	15300 (0)
4	1,845 (+1)	0,75 (+1)	22950 (+1)
5	1,845 (+1)	0,75 (+1)	7650 (-1)
6	1,395 (0)	0,75 (+1)	15300 (0)
7	1,395 (0)	0,50 (0)	7650 (-1)
8	1,395 (0)	0,50 (0)	22950 (+1)
9	1,395 (0)	0,25 (-1)	15300 (0)
10	0,945 (-1)	0,25 (-1)	22950 (+1)
11	0,945 (-1)	0,25 (-1)	7650 (-1)
12	0,945 (-1)	0,50 (0)	15300 (0)
13	0,945 (-1)	0,75 (+1)	7650 (-1)
14	0,945 (-1)	0,75 (+1)	22950 (+1)

В качестве выходного параметра МФЭ был принят прогиб центральной точки плиты.

3.3.3 Образцы и установка для испытаний

Согласно матрице планирования по таблице 3.5 были выполнены испытательные образцы ПНД в количестве 3 штук каждого типа. Изготовительные схемы приведены на рисунках 3.14-3.22. Усилия растяжения предварительно напрягаемым стержням придавались вручную при помощи динамометрического ключа ТОННИСНІ. Для определения усилий натяжения винтовых стержней использовалась ранее полученная зависимость между значением крутящего момента на индикаторе ключа и растягивающей силой по рисунку 3.4.

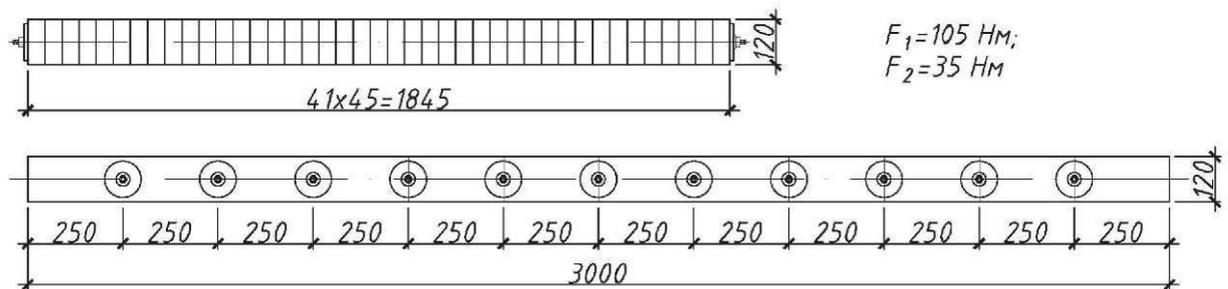


Рисунок 3.14. Образцы 1 и 2 (таблица 3.5).

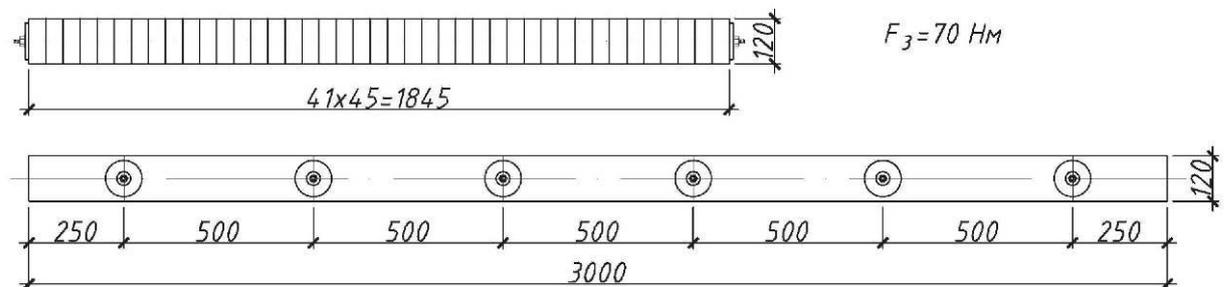


Рисунок 3.15. Образец 3 (таблица 3.5).

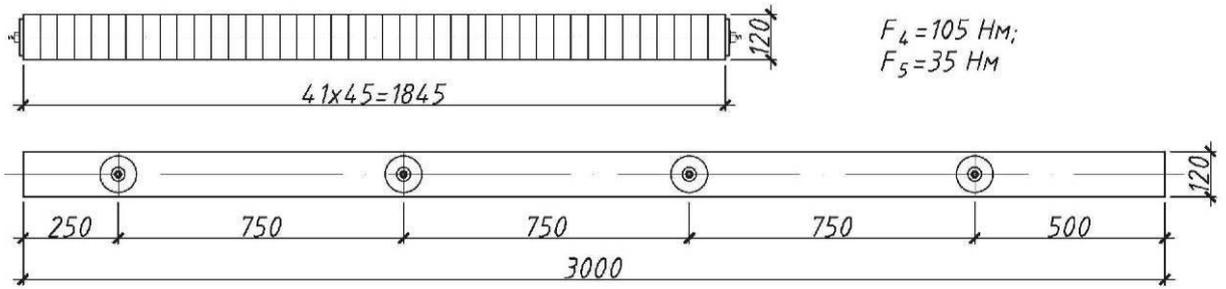


Рисунок 3.16. Образцы 4 и 5 (таблица 3.5).

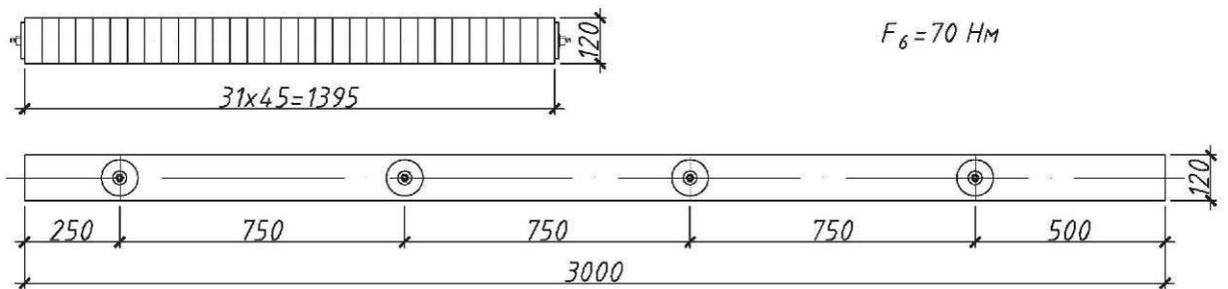


Рисунок 3.17. Образец 6 (таблица 3.5).

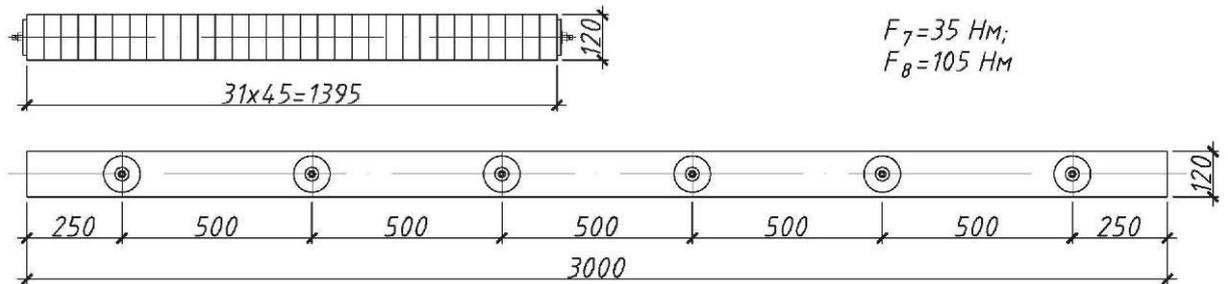


Рисунок 3.18. Образцы 7 и 8 (таблица 3.5).

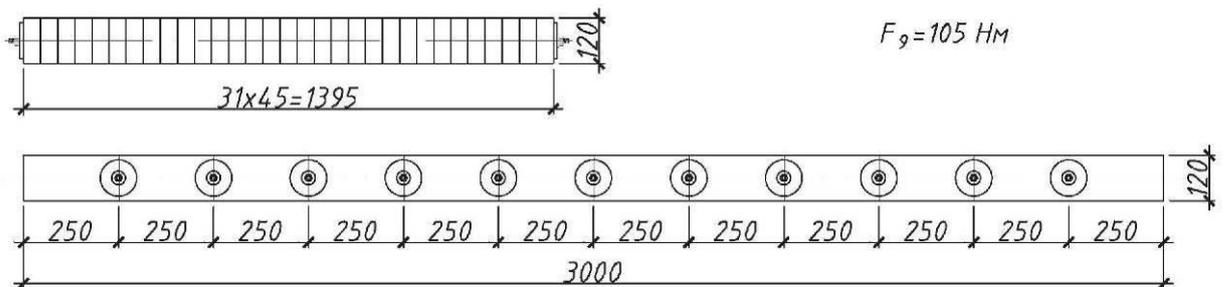


Рисунок 3.19. Образец 9 (таблица 3.5).

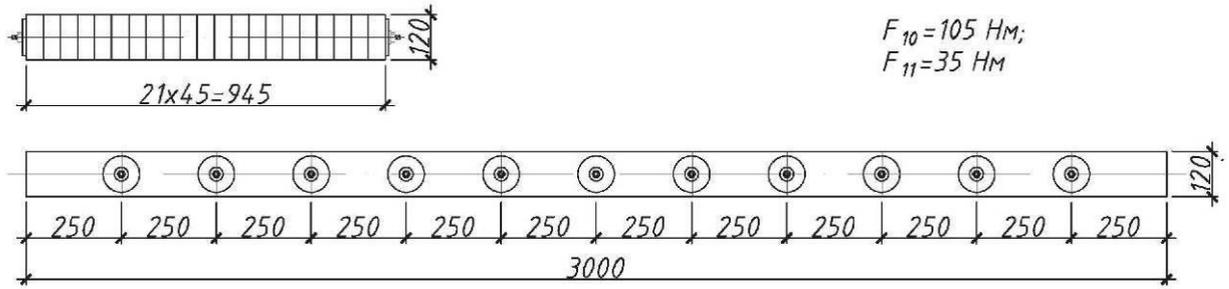


Рисунок 3.20. Образцы 10 и 11 (таблица 3.5).

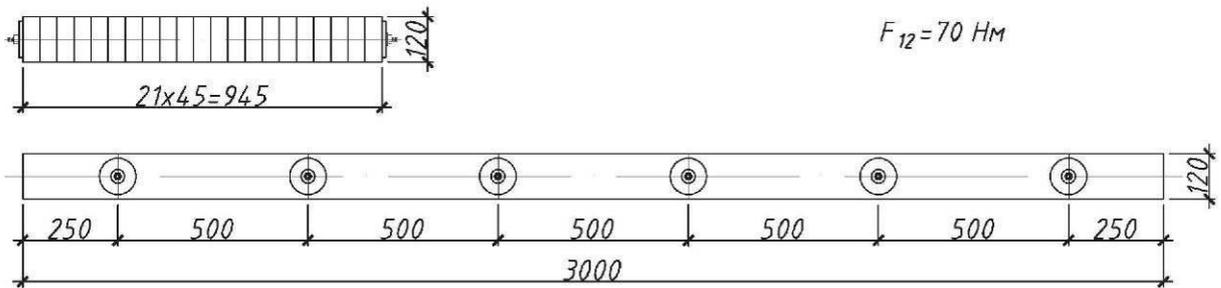


Рисунок 3.21. Образец 12 (таблица 3.5).

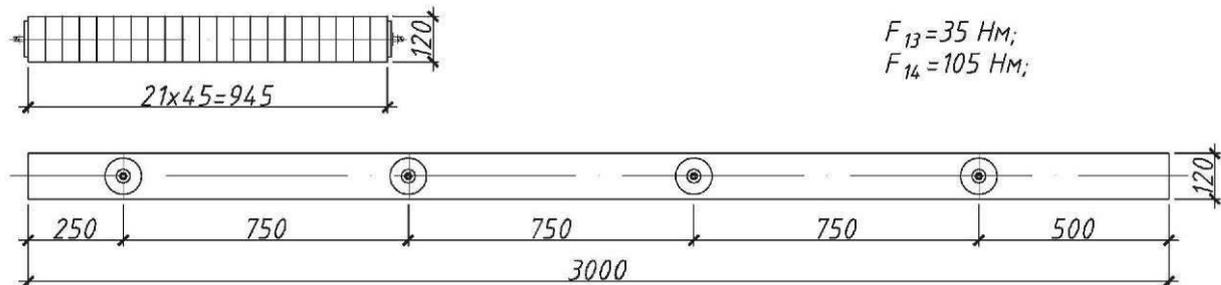


Рисунок 3.22. Образцы 13 и 14 (таблица 3.5).

Испытания проводились по схеме статического изгиба, плиты шарнирно опирались по двум противоположным сторонам, нагрузка прикладывалась сосредоточенно в центре плиты. Схема и общий вид испытательной установки в сбор представлены на рисунке 3.23.

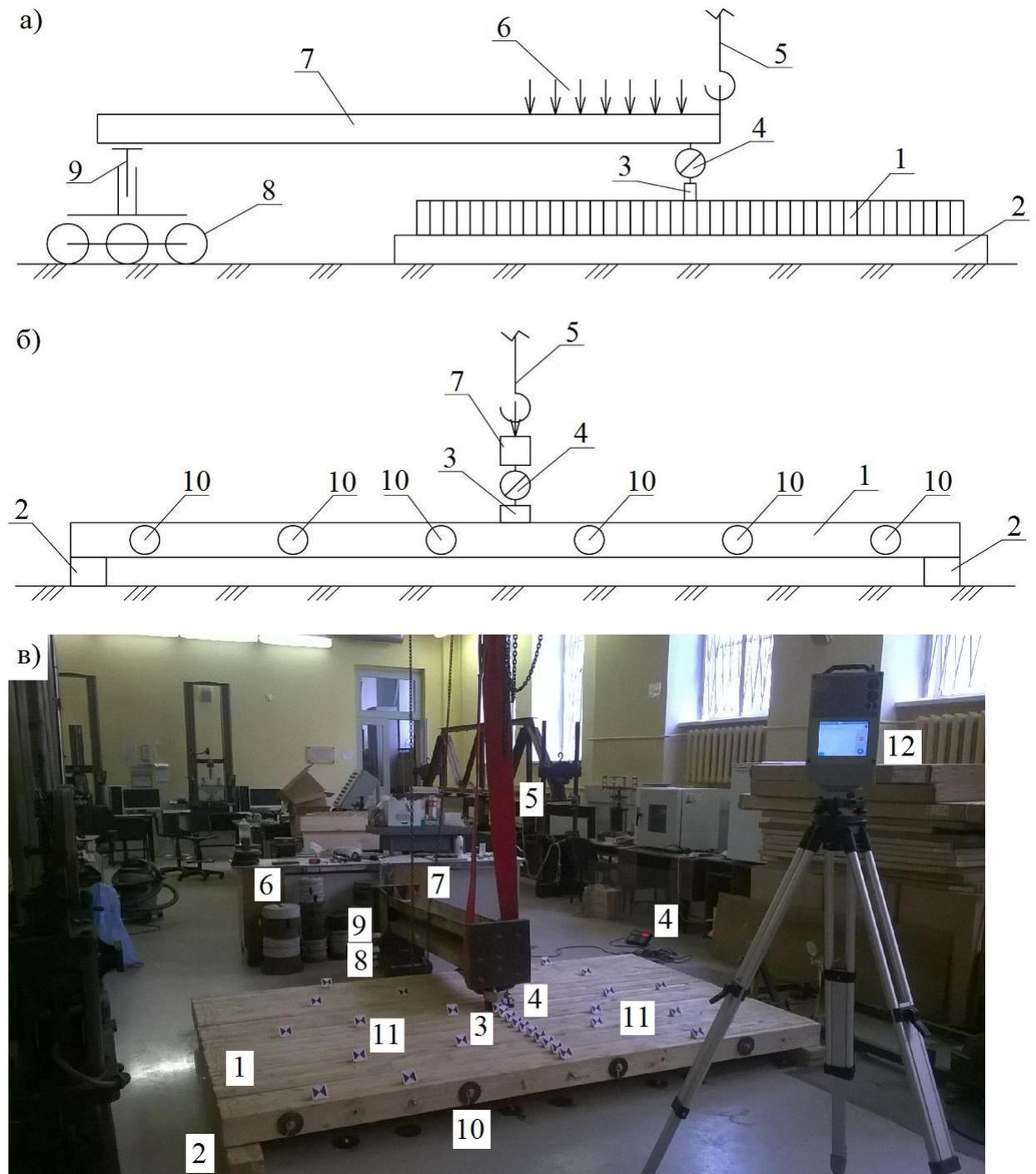


Рисунок 3.23. Схема испытательной установки: а) профиль; б) вид спереди; в) общий вид установки в сборе;

1 – предварительно напряженная многослойная деревоплита; 2 – опорные элементы; 3 – стальной брусок; 4 – динамометр; 5 – подъемное устройство; 6 – грузы; 7 – нагружающая траверса; 8 – устройство для горизонтального регулирования; 9 – устройство для вертикального регулирования; 10 – траверсы-шайбы; 11 – маяки; 12 – лазерный сканер.

Нагружение производилось ступенчато металлическими грузами (6) различного веса, укладываемыми на стальную траверсу (7), одним краем опертую на регулируемую по вертикали (9) и по горизонтали (8) опору, а другим – на стальной брусок (3), передающий нагрузку непосредственно на испытательный образец. Между траверсой (7) и бруском (3) был установлен динамометр (4) для контроля ступеней нагрузки. Для полного снятия нагрузки с образца нагружающая траверса (7) поднималась при помощи подъемного устройства (5) за один край.

3.3.4 Методика испытаний

Нагружение металлическими грузами производилось вручную, выдержка на каждой ступени – 10 минут, деформации в системе измерялись после выдержки. Испытательный образец не доводился до разрушения. График нагружения показан на рисунке 3.24.

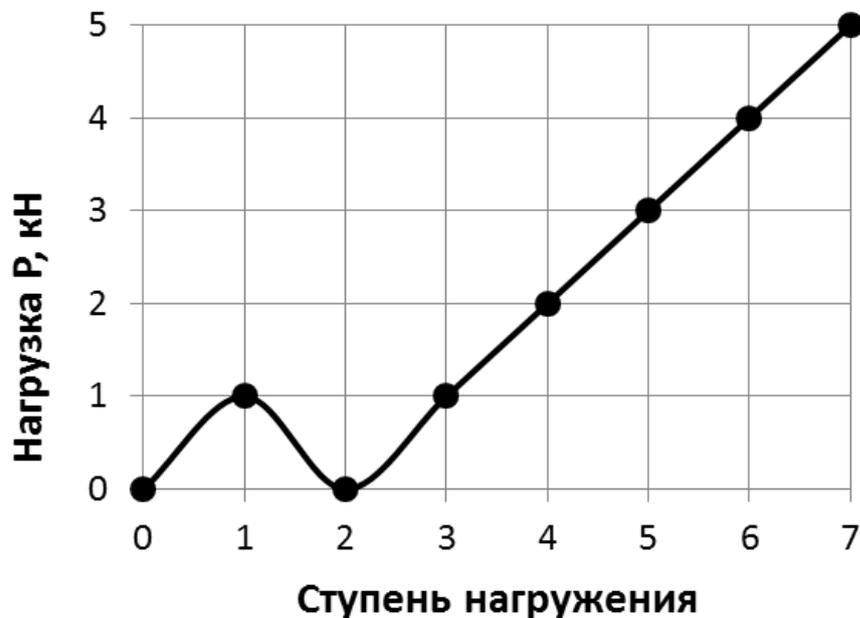


Рисунок 3.24. График нагружения.

Определение деформаций системы на каждой ступени нагружения производилось по методике сплошного лазерного сканирования деформируемой поверхности (верхней плоскости плиты) – см. рисунок 3.13. С этой целью применялся лазерный сканер Z+F IMAGER 5010C (рисунок 3.25).

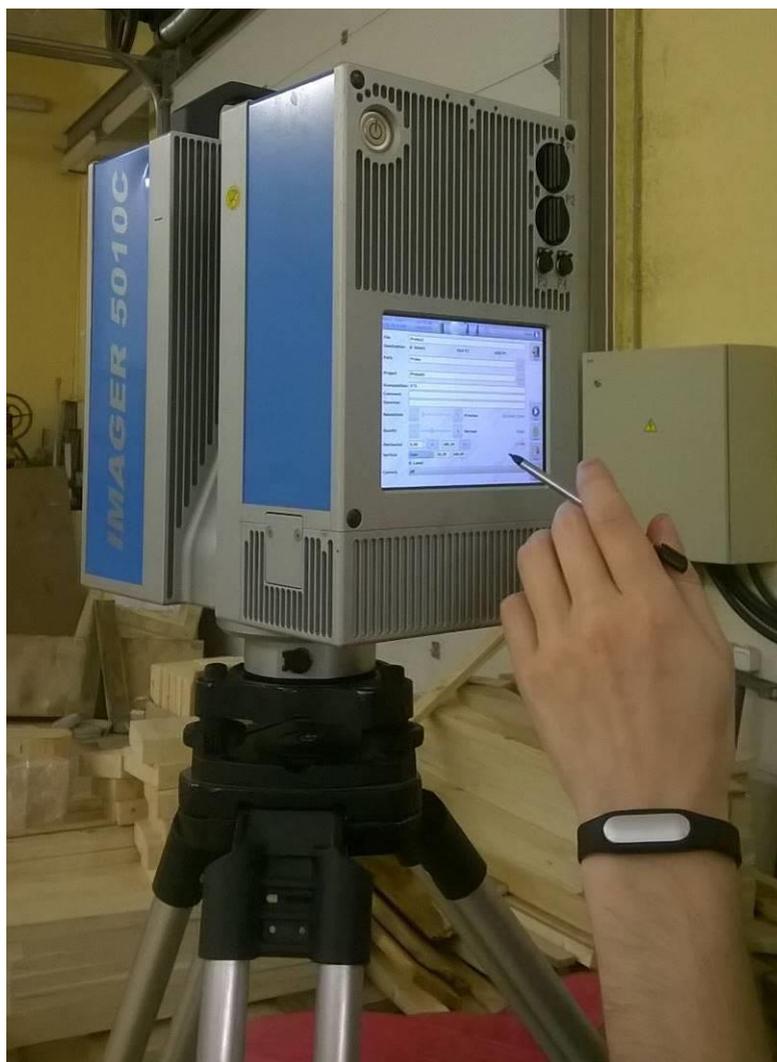


Рисунок 3.25. Лазерный сканер Z+F IMAGER 5010C.

Места размещения маяков на образцах различной ширины обозначены на рисунках 3.26-3.28.

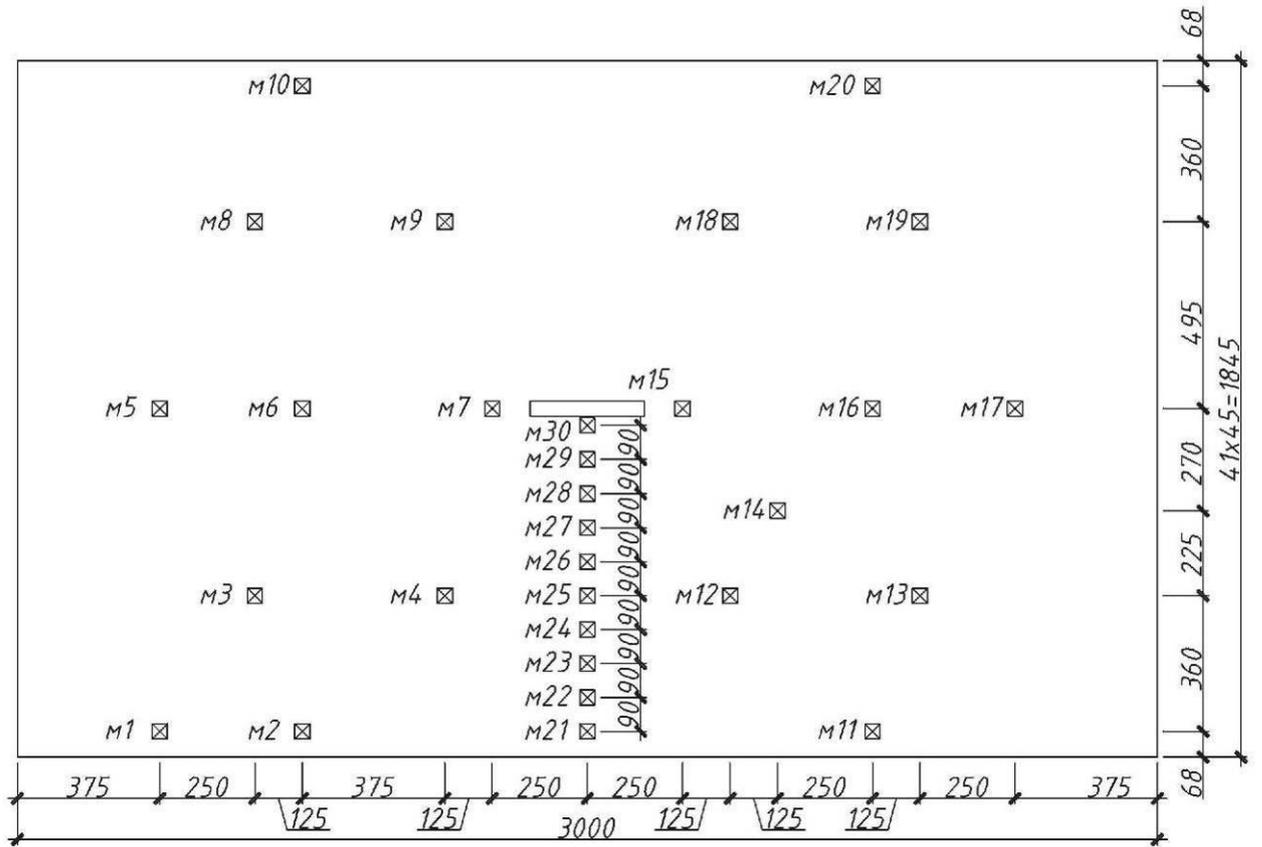


Рисунок 3.26. Расположение маяков на образцах 1-5.

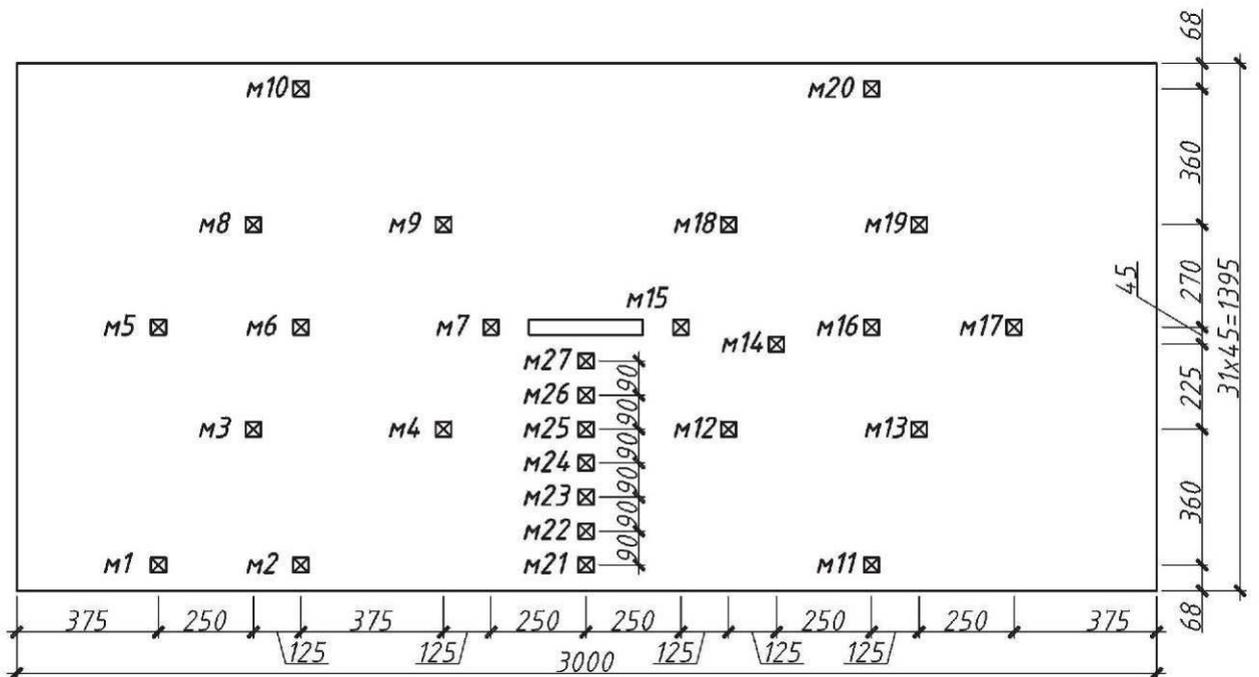


Рисунок 3.27. Расположение маяков на образцах 6-9.

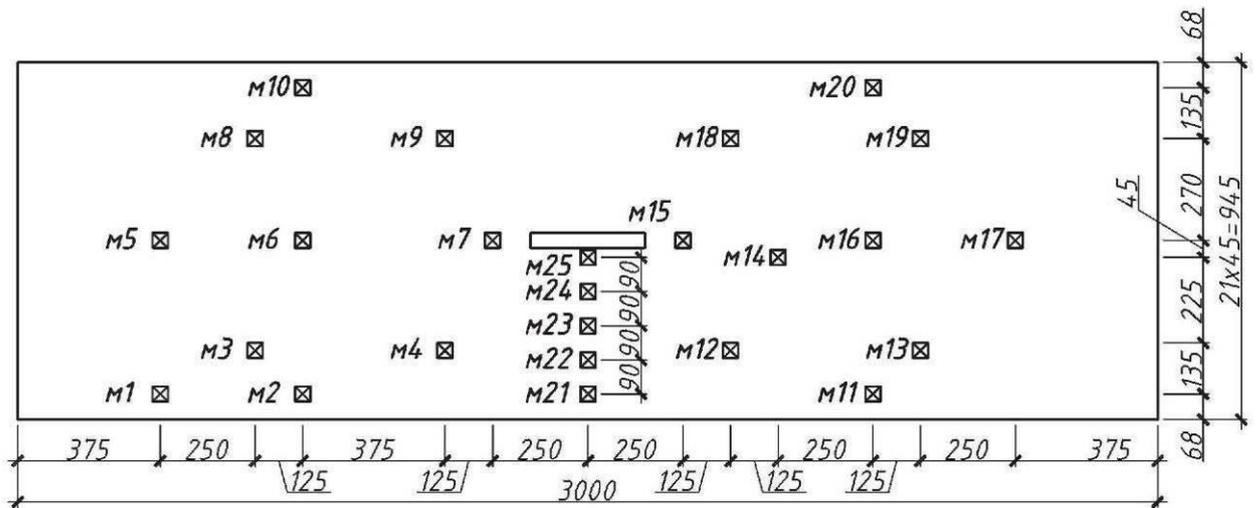


Рисунок 3.28. Расположение маяков на образцах 10-14.

Лабораторные испытания ПНД с различными сочетаниями конструктивных параметров (переменных факторов) представлены на рисунках 3.29-3.31.

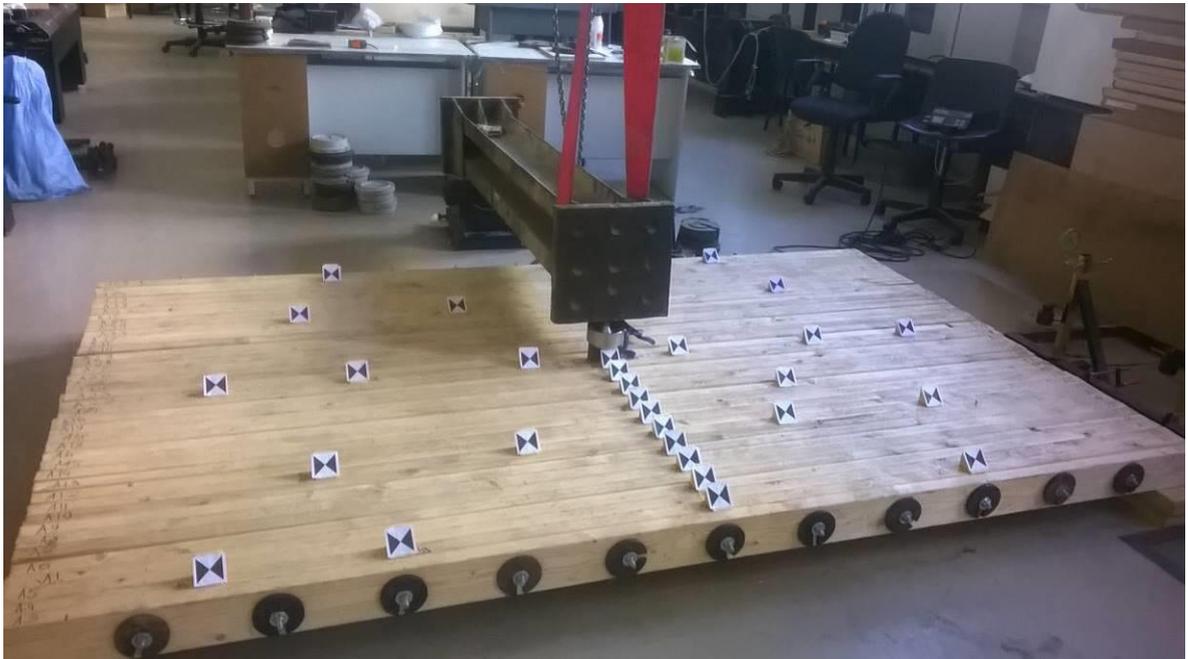


Рисунок 3.29. Лабораторное испытание образца ПНД шириной 1,845 м.



Рисунок 3.30. Лабораторное испытание образца ПНД шириной 1,395 м.

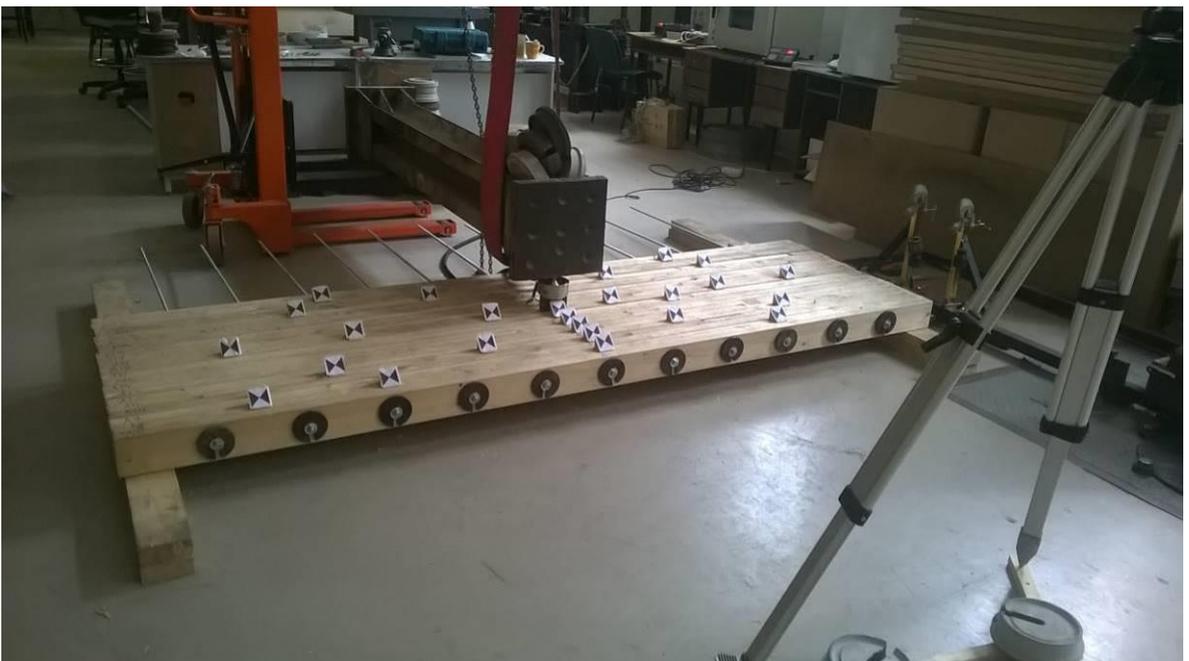


Рисунок 3.31. Лабораторное испытание образца ПНД шириной 0,945 м.

Непосредственно перед каждым испытанием выполнялся контроль усилий натяжения каждого винтового стержня ПНД.

3.3.5 Результаты испытаний

В результате испытаний были получены трехмерные модели (облака точек), включающие в себя:

1. фотофиксацию испытательных образцов на каждой ступени нагружения;
2. облака точек;
3. информацию о координатах каждой точки;
4. дату и время съемки.

Пример графического отображения результатов сплошного лазерного сканирования приведен на рисунке 3.32. Стоит отметить, что изображение на рисунке 3.32 представляет собой только совокупность точек, а не фотофиксацию образца.



Рисунок 3.32. Трехмерная модель – результат съемки.

Полученные облака точек были обработаны в специальном программном обеспечении для лазерного сканирования. Перемещения всех точек ПНД (по маякам) сведены в таблицы, включенные вместе с фотофиксацией облаков точек в протоколы испытаний (см. приложение А).

Для каждой плиты может быть построена экспериментальная изогнутая поверхность (по ступеням нагружения) – см. приложение Б. Пример поверхности ПНД в деформированном состоянии приведен на рисунке 3.33.

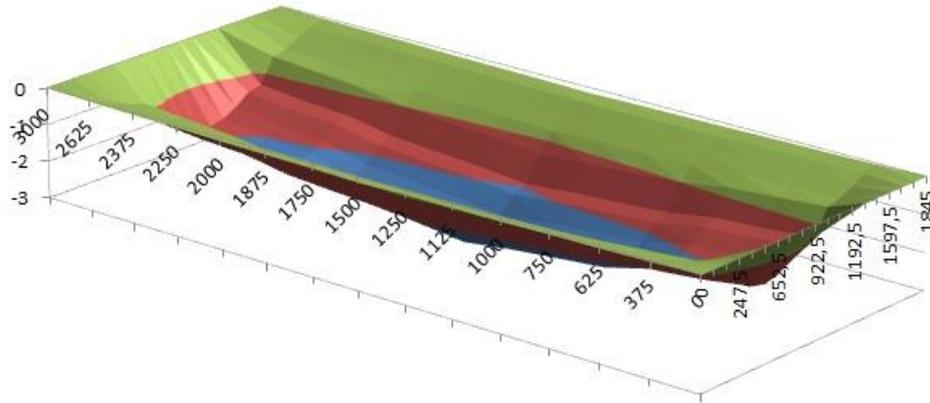


Рисунок 3.33. Изогнутая поверхность ПНД по результатам испытаний (ширина 1845 мм, шаг стержней 250 мм, усилие растяжения 22,95 кН).

Максимальные прогибы наблюдаются в месте приложения нагрузки – в центре плиты. Вертикальные деформации ПНД в этой точке были приняты в качестве выходного параметра МФЭ – см. таблицу 3.6.

Таблица 3.6. Результаты эксперимента (выходные параметры)

№ п/п	x_1	x_2	x_3	f_1 , мм	f_2 , мм	f_3 , мм	$f_{\text{ср}}$, мм	Построчная дисперсия $S^2\{y_j\}$
1	+1	-1	+1	2,8	2,9	3,0	2,9	0,010
2	+1	-1	-1	3,2	3,2	3,2	3,2	0,000
3	+1	0	0	3,2	3,4	3,4	3,4	0,020
4	+1	+1	+1	3,0	3,4	3,2	3,1	0,055
5	+1	+1	-1	3,6	3,5	3,7	3,6	0,010
6	0	+1	0	2,6	3,0	2,8	2,8	0,040
7	0	0	-1	2,8	2,9	3,0	2,9	0,010
8	0	0	+1	2,7	2,7	2,7	2,7	0,000
9	0	-1	0	2,5	2,4	2,6	2,5	0,010
10	-1	-1	+1	2,6	2,8	2,4	2,6	0,040
11	-1	-1	-1	2,7	2,9	2,8	2,8	0,010
12	-1	0	0	3,1	3,0	3,1	3,1	0,005
13	-1	+1	-1	3,7	3,6	3,5	3,6	0,010
14	-1	+1	+1	3,1	3,1	3,2	3,1	0,005

По ступеням нагрузки выходной параметр может быть представлен графически – см. рисунки 3.34-3.36.

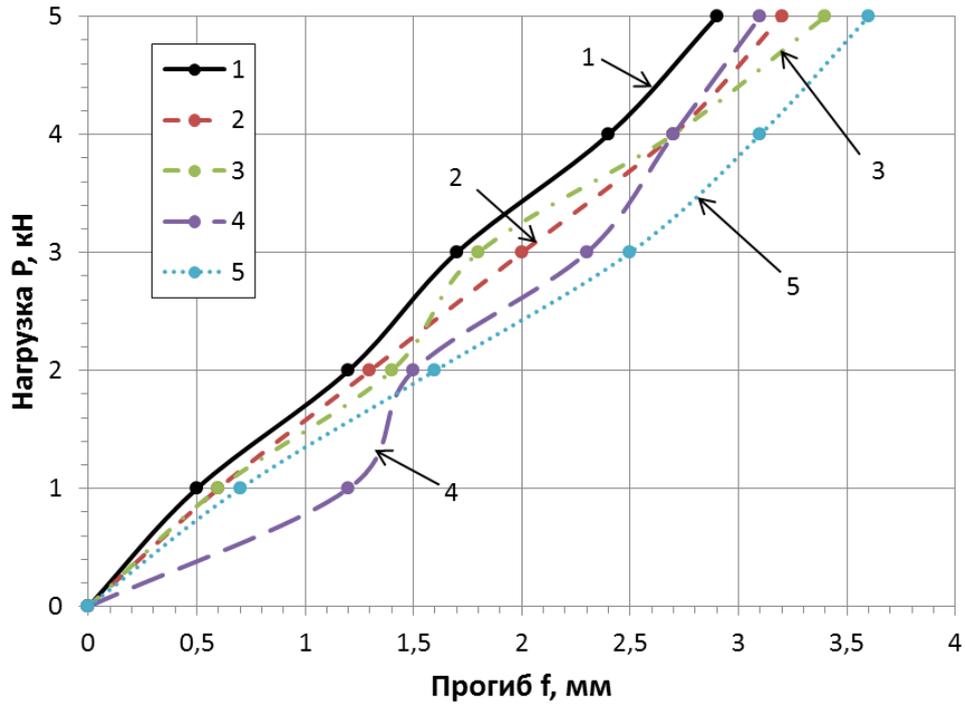


Рисунок 3.34. Зависимость прогиба центральной точки плиты шириной 1845 мм (x_1) от нагрузки при различных сочетаниях факторов x_2 и x_3 :
1-5 – соответствующие типы образцов по таблице 3.6.

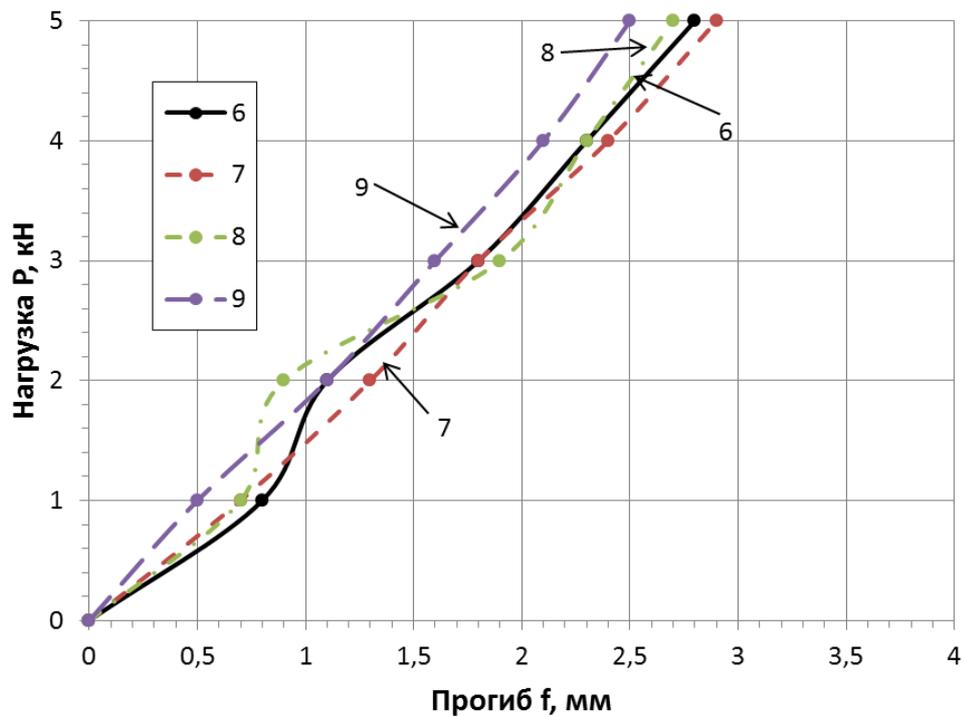


Рисунок 3.35. Зависимость прогиба центральной точки плиты шириной 1395 мм (x_1) от нагрузки при различных сочетаниях факторов x_2 и x_3 :
6-9 – соответствующие типы образцов по таблице 3.6.

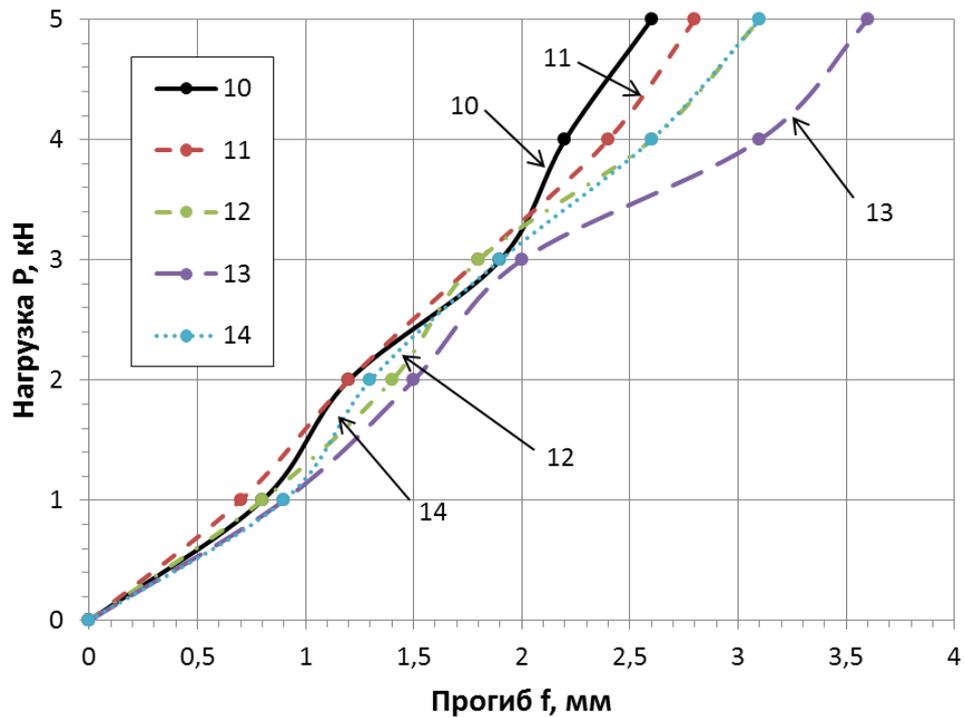


Рисунок 3.36. Зависимость прогиба центральной точки плиты шириной 945 мм (x_1) от нагрузки при различных сочетаниях факторов x_2 и x_3 :
10-14 – соответствующие типы образцов по таблице 3.6.

В результате обработки результатов эксперимента (см. приложение В) получена математическая модель изгиба ПНД в виде регрессионного уравнения (3.19) с ограничениями (3.20):

$$w = 2,79375 + 0,1x_1 + 0,22x_2 - 0,17x_3 + 0,45625x_1^2 - 0,14375x_2^2 - 0,0875x_1x_2 - 0,0625x_2x_3. \quad (3.19)$$

$$\left. \begin{aligned} 945 \text{ мм} \leq x_1 \leq 1845 \text{ мм}, \\ 250 \text{ мм} \leq x_2 \leq 750 \text{ мм}, \\ 7650 \text{ Н} \leq x_3 \leq 22950 \text{ Н} \end{aligned} \right\}. \quad (3.20)$$

Построим диаграммы зависимости прогибов центральной точки деревоплиты на последней ступени нагружения в зависимости от сочетания переменных факторов (x_1 , x_2 , x_3) – см. рисунок 3.37. Кроме того, для аналогичных сочетаний конструктивных параметров плиты определим ее

теоретические прогибы в соответствии с расчетной моделью ПНД как трансверсально-изотропной пластинки, предложенной в главе 2. Соответствующие графики также приведем на рисунке 3.37.

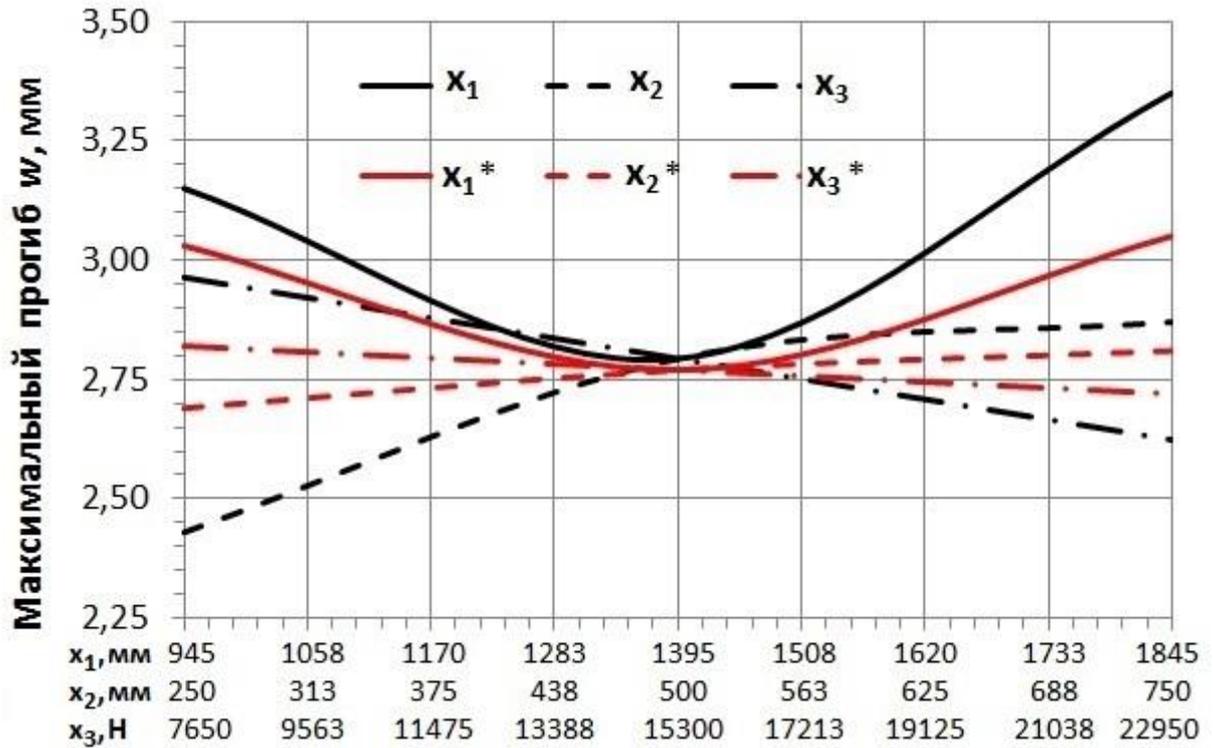


Рисунок 3.37. Зависимости $w(x_i)$, $w(x_i^*)$ прогибов от переменных факторов.

Факторы: x_1, x_2, x_3 – по математической модели (3.19)-(3.20);

x_1^*, x_2^*, x_3^* – по расчетной модели (глава 2).

Анализ зависимостей на рисунке 3.37 показывает, что деформативные свойства ПНД зависят от сочетания ее конструктивных параметров: ширины плиты, шага напрягаемых стержней и усилия их предварительного напряжения. Наиболее значимым из рассмотренных переменных факторов является ширина ПНД – при увеличении её прогибы конструкции возрастают нелинейно, причем, при уменьшении этого параметра прогибы также возрастают, что, вероятно, можно объяснить снижением момента инерции сечения. Шаг постановки предварительно напрягаемых стержней оказывает наибольшее влияние на прогиб при минимальных значениях, а при

увеличении расстояния между стержнями данное влияние значительно снижается, характер кривой также нелинейный. Усилия растяжения в стержнях оказывают существенное влияние на жесткость ПНД, причем, при увеличении их прогиб конструкции линейно снижается. Сравнение расчетных прогибов ПНД по математической модели, полученной по экспериментальным данным, со значениями прогибов по расчетной модели трансверсально-изотропной пластинки, находящейся под совместным действием сил в срединной плоскости и в плоскости, перпендикулярной ей, показывает достаточно хорошую сходимость данных – расхождение составляет от 1,9 до 15,3%.

3.4 Экспериментальное исследование несущей способности ПНД при изгибе

С целью более полного выявления характера работы ПНД при разрушении было проведено исследование их несущей способности при изгибе. Лабораторным испытаниям подвергнуты плиты пролетом 2760 мм, шириной 945 мм, толщиной 120 мм, шаг предварительно напрягаемых стержней – 250 мм, усилие натяжения – 22950 Н. Винтовые стержни – М12, класс прочности 8.8; диаметр траверс-шайб – 96 мм; деревянные элементы – сухие строганные сосновые доски 2 сорта. Испытание проводилось в универсальной испытательной машине BISS 2500 кН. Прогибы измерялись при помощи электронного многоканального измерительного комплекса (тензометрической станции) TDS-530 (производитель TOKIO SOKKI KENKYUJO) с применением 4 электронных индикаторов перемещений. Схема испытательной установки представлена на рисунке 3.38. Прогибы в центральной точке плиты измерялись по перемещению штока испытательной машины.

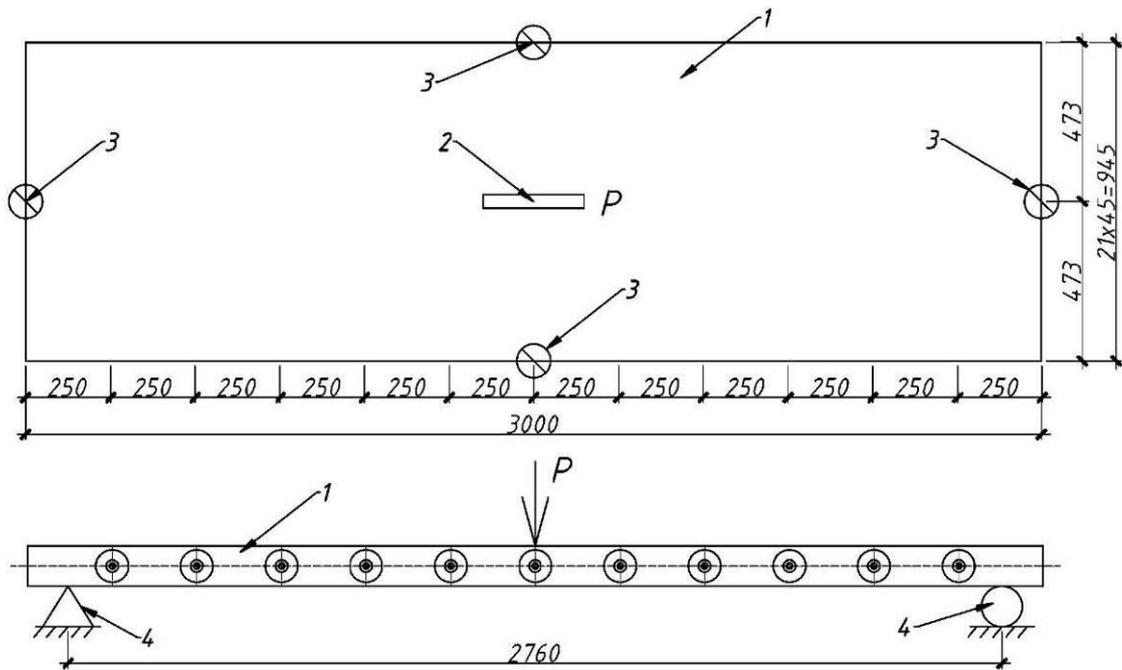


Рисунок 3.38. Схема испытаний: 1 – испытательный образец; 2 – зона приложения нагрузки; 3 – индикатор перемещений; 4 – опора.

Нагрузка прикладывалась ступенями по 4,0 кН. Скорость нагружения – 2,0 кН/мин. На каждой ступени производилась выдержка 5 мин. Схема нагружения представлена на рисунке 3.39.

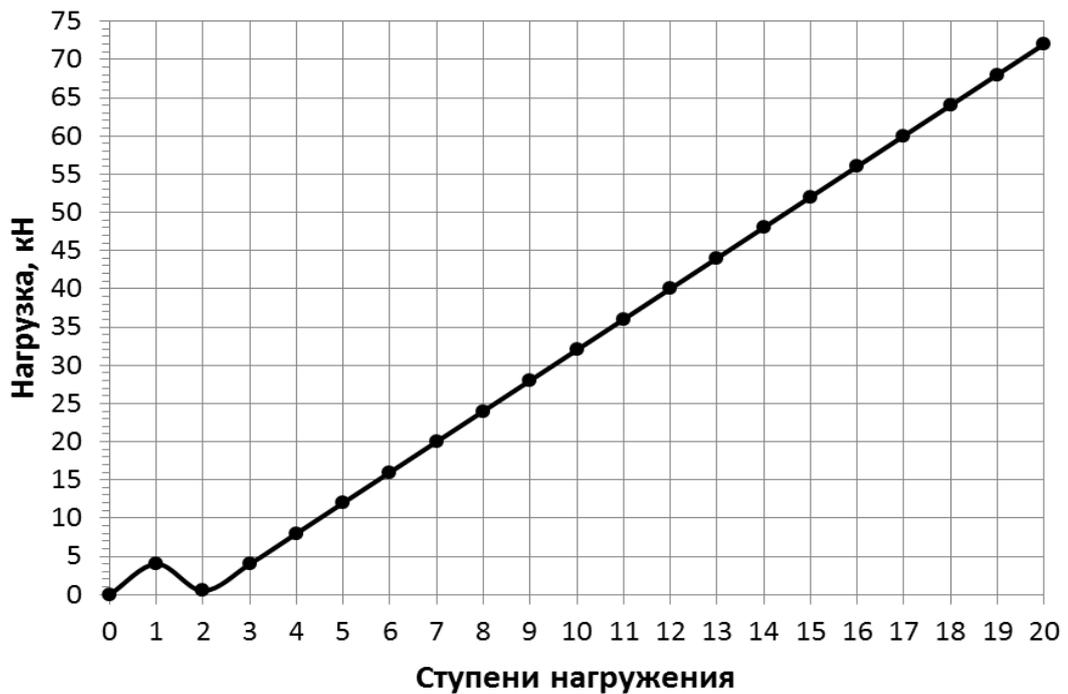


Рисунок 3.39. Схема нагружения.

Общий вид испытательной установки представлен на рисунке 3.40.

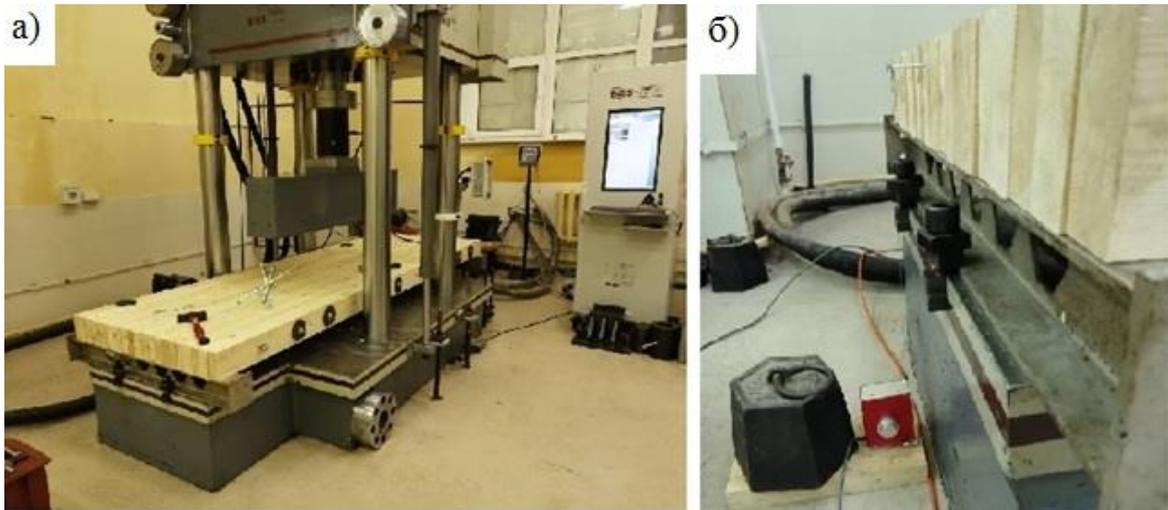


Рисунок 3.40. Испытательная установка: а) общий вид б) струнный электронный индикатор перемещений (на опоре).

Результаты испытания ПНД на изгиб представлены в таблице 3.7.

Таблица 3.7. Результаты испытаний (по индикаторам перемещений)

№ п/п	P, кН	Перемещения, 10^{-2} мм								
		образец 1		образец 2		образец 3		среднее		
		U_{11}	U_{12}	U_{21}	U_{22}	U_{31}	U_{32}	U_1	U_2	\bar{U}
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	4	112	140	114	142	116	138	114	140	127
2	0,5	17	19	16	20	14	16	16	18	17
3	4	110	144	114	140	112	148	112	144	128
4	8	210	273	208	272	212	276	210	274	242
5	12	305	399	302	395	304	400	304	398	351
6	16	392	501	393	502	390	502	392	502	447
7	20	487	611	488	610	490	614	488	612	550
8	24	568	705	569	703	567	705	568	704	636
9	28	650	793	647	800	646	794	648	796	722
10	32	721	879	718	878	722	878	720	878	799
11	36	823	992	823	987	820	991	822	990	906

Значения индикаторов, измерявших перемещения на опорах в таблице 3.27 не приводятся, т.к. имеют величины, не превышающие 0,4 мм при отрицательном знаке, т.е. края плиты при ее нагружении приподнимались. На 11 ступени были сняты последние данные с индикаторов перемещений, далее

плита нагружалась до разрушения с регистрацией перемещений только по штоку испытательной машины. Фотофиксация разрушения ПНД показана на рисунке 3.41.



Рисунок 3.41. Разрушение образца: а) трещина в центральном элементе (нагруженном) б) трещина в элементе на границе сдвигаемой части сечения.

Несущая способность плиты составила 49,0 кН, максимальный прогиб – 32,0 мм (см. рисунок 3.42). Разрушение происходило скачкообразно со «срывами» фрикционных связей. Характер работы в упругой стадии –

нелинейный (при нагрузке более 24 кН заметны отклонения от пунктирной линии на графике). На графике синим цветом изображена линия, показывающая средние прогибы крайних точек центрального сечения плиты (таблица 3.7), значение которых меньше максимального прогиба до 2,2 раз. Это подтверждает пространственный характер работы ПНД.

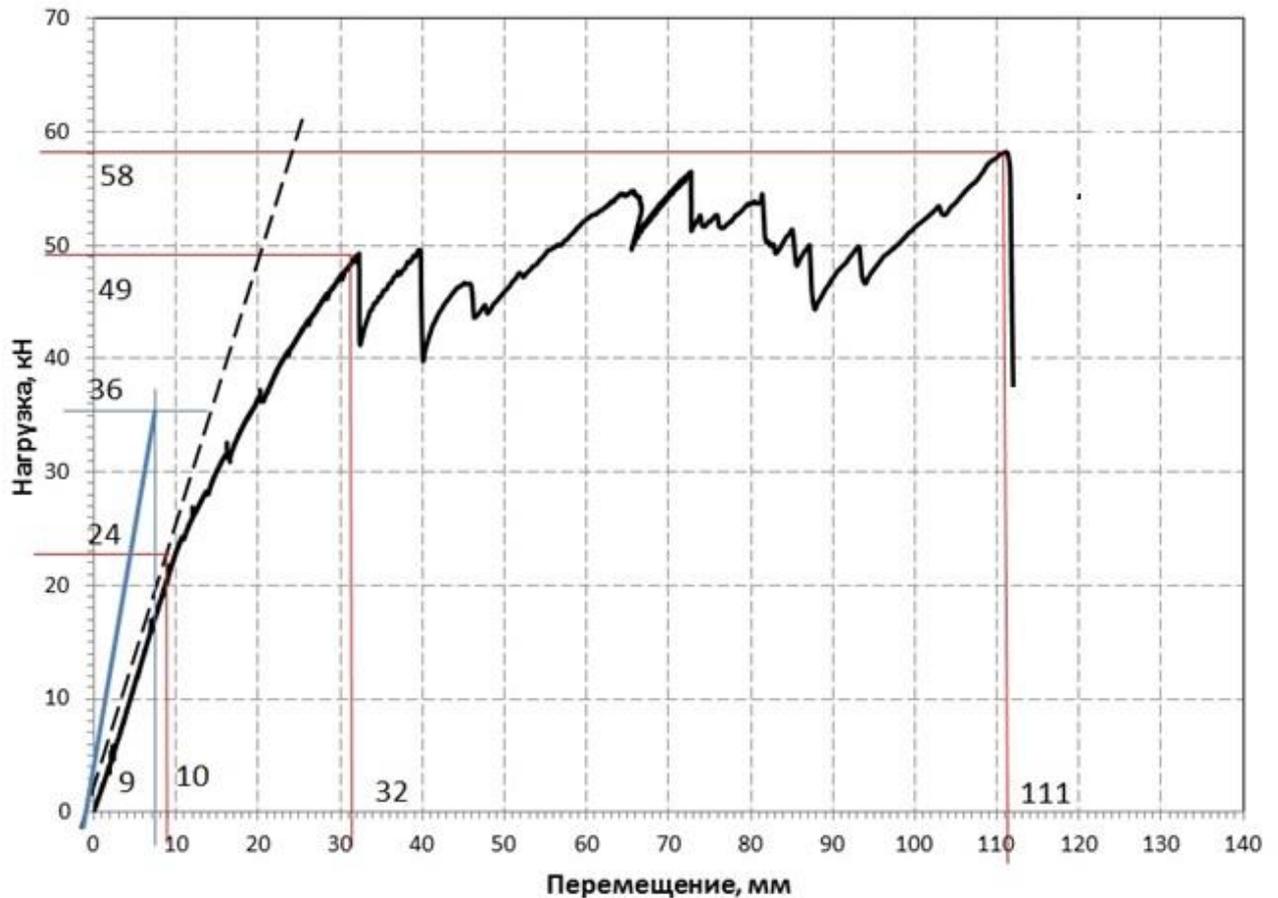


Рисунок 3.42. Зависимость прогибов центра плиты от нагрузки.

Расслоение плиты (так называемый «клавишный эффект») происходит вследствие исчерпания несущей способности соединений, создаваемых силами фрикционного взаимодействия на поверхностях элементов, из которых состоит конструкция. Центральная часть плиты смещается относительно крайних, причем ширина смещающейся части соответствует части сечения, попадающей в сектор 90° от линии действия силы. Таким образом, экспериментально подтверждено, что распределение действующих

сил между элементами плиты по ширине происходит как для трансверсально-изотропного тела. При дальнейшем нагружении в элементах центральной части сечения ПНД происходит хрупкое разрушение.

Выводы по третьей главе

В экспериментальной части работы были исследованы упругие свойства фрикционных соединений ДК, деформативность и несущая способность ПНД. Определена линейная зависимость между крутящим моментом в ключе и усилием растяжения винтовых стержней. Разработана методика экспериментального определения вертикальных деформаций крупноформатных плоскостных объектов методом сплошного лазерного сканирования изгибаемой поверхности. Получены экспериментальные данные, подтверждающие теоретически обоснованную работу деревоплиты на изгиб в двух направлениях (продольном и поперечном). При этом наблюдается удовлетворительная сходимость результатов определения прогибов плиты на основе опытных данных и теоретических расчетов как для трансверсально-изотропной пластины (до 15,3%). Определены модули упругости фрикционных связей при воздействиях вдоль и поперек волокон G_x и G_z , а также коэффициенты перехода $k_{F,0}$ и $k_{F,90}$, необходимые для определения НДС ПНД как составной плиты на податливых связях.

В результате проведенных экспериментальных исследований предварительно напряженных многослойных деревоплит можно сделать следующие выводы:

1. Выявлено, что в работе фрикционного соединения ДК можно выделить упругую стадию и условно пластическую, однако, фактически оно разрушается хрупко. В направлении поперек волокон жесткость узла значительно выше, чем вдоль волокон (40-55%), а несущая способность, наоборот, ниже на 7-18%.

2. Экспериментально подтверждено, что ПНД в упругой стадии проявляет свойства «монолитной» конструкции, в которой нет смещения отдельных элементов относительно друг друга.
3. Получена математическая модель в виде уравнения регрессии, описывающая изогнутую поверхность предварительно напряженной многослойной деревоплиты при изгибе. Выявлено, что деформативные свойства ПНД зависят от сочетания ее конструктивных параметров: ширины плиты, шага напрягаемых стержней и усилия их предварительного напряжения.
4. Экспериментально подтверждено, что распределение действующих сил между элементами плиты по ширине происходит как для изотропного (трансверсально-изотропного) тела. Выявлено, что при превышении несущей способности соединения элементов за счет сил трения, ПНД проявляет свойства составной конструкции на податливых связях.

Глава 4. РАЗРАБОТКА МЕТОДИКИ РАСЧЕТА ПРЕДВАРИТЕЛЬНО НАПРЯЖЕННЫХ МНОГОСЛОЙНЫХ ДЕРЕВОПЛИТ ПО ПРЕДЕЛЬНЫМ СОСТОЯНИЯМ ПРИ ИЗГИБЕ

4.1 Критерии наступления предельных состояний ПНД

Согласно существующим на сегодняшний день представлениям о работе ПНД, можно выделить следующие основные случаи наступления предельного состояния [169; 172; 218]:

- по I группе предельных состояний
 1. превышение расчетных сопротивлений изгибу и скалыванию нормальными и касательными напряжениями в продольном направлении;
 2. превышение несущей способности фрикционных связей на поверхностях контакта действующими вертикальными силами;
- по II группе предельных состояний – превышение максимальных допускаемых прогибов.

В главе 2 было показано, что НДС предварительно напряженных деревоплит сложнее, чем простых балочных конструкций. В частности, необходимо учитывать кручение плиты при изгибе [67; 112; 144], а также действие сжимающих сил в ее срединной плоскости. Выделим собственные основные критерии наступления предельного состояния ПНД при изгибе:

- по I группе предельных состояний
 1. превышение нормальными напряжениями в продольном направлении расчетного сопротивления изгибу вдоль волокон

$$\sigma_x \leq R_{\text{и}}^{\text{р}}; \quad (4.1)$$

2. превышение нормальными напряжениями в поперечном направлении расчетного сопротивления сжатию поперек волокон

$$\sigma_y \leq R_{с,90}^p; \quad (4.2)$$

3. превышение суммарными касательными напряжениями в продольном направлении от действия поперечной силы и крутящего момента расчетного сопротивления скалыванию вдоль волокон

$$\tau_{xy} + \tau_{xz} \leq R_{ск}^p; \quad (4.3)$$

4. превышение суммарными касательными напряжениями в поперечном направлении от действия поперечной силы и крутящего момента расчетного сопротивления скалыванию поперек волокон

$$\tau_{yx} + \tau_{yz} \leq R_{ск,90}^p; \quad (4.4)$$

5. превышение напряжениями от смятия древесины под траверсами-шайбами расчетного сопротивления местному смятию поперек волокон

$$\sigma_{т.-ш.} \leq R_{см90}^p. \quad (4.5)$$

6. превышение касательными напряжениями (вертикальными) от действия поперечной силы несущей способности фрикционного соединения сдвигу

$$\tau_{zy} \leq R_{тр}^p; \quad (4.6)$$

7. превышение нормальными напряжениями в поперечном направлении в растянутой зоне нормальных напряжений от обжатия ПНД

$$\sigma_y \leq \sigma_{N,y}; \quad (4.7)$$

- по II группе предельных состояний – превышение максимальных допустимых прогибов плиты

$$f_{\max} \leq f_u. \quad (4.8)$$

Напряжения в формулах (4.1)-(4.7) определяются по выражениям (2.120)-(2.121), прогиб в формуле (4.8) – по выражению (2.4). Геометрические характеристики сечений следует принимать с учетом ослабления отверстиями под постановку растянутых стержней.

Стоит отметить, что существующие методики расчета ПНД недостаточно полно учитывают условия работы ДК, без чего невозможно выполнять расчет по предельным состояниям. При проектировании предварительно напряженных многослойных деревоплит следует соблюдать все требования действующих норм [127].

4.2 Напряженно-деформированное состояние предварительно напряженной многослойной деревоплиты, изготовленной из конструкционных пиломатериалов, отсортированных по классам прочности

Предварительно напряженные многослойные деревоплиты изготавливаются из конструкционных пиломатериалов, отсортированных по классам прочности по ГОСТ 33080-2014 [30] либо по сортам – по ГОСТ 8486-86 [27]. Их механические характеристики приведены в

таблице 2.1, а жесткости D_1, D_2, D_3, D_k плит единичной ширины – в таблице 2.2. Следовательно, выражения 2.2, 2.4, 2.32, 2.34, 2.49, 2.104-2.107, 2.118-2.121, определяющие НДС ПНД, выведенные в главе 2, могут быть конкретизированы с учетом свойств материала. Сначала преобразуем с учетом (2.3) выражения (2.32):

$$\left. \begin{aligned} \alpha_n &= \sqrt{p \left[\frac{G}{E_1} \left(\frac{\nu_1}{\nu_2} - \nu_1^2 \right) + 0,5 \left(\nu_1 + \sqrt{\frac{\nu_1}{\nu_2}} \right) \right] - \frac{3N_y (\nu_1/\nu_2 - \nu_1^2)}{E_1 h^3}}, \\ \beta_n &= \sqrt{\frac{3N_y (\nu_1/\nu_2 - \nu_1^2)}{E_1 h^3} - p \left[\frac{G}{E_1} \left(\frac{\nu_1}{\nu_2} - \nu_1^2 \right) + 0,5 \left(\nu_1 - \sqrt{\frac{\nu_1}{\nu_2}} \right) \right]} \end{aligned} \right\}. \quad (4.9)$$

Обозначив

$$\left. \begin{aligned} \eta_1 &= \frac{G}{E_1} \left(\frac{\nu_1}{\nu_2} - \nu_1^2 \right) + 0,5 \left(\nu_1 + \sqrt{\frac{\nu_1}{\nu_2}} \right), \\ \eta_2 &= \frac{G}{E_1} \left(\frac{\nu_1}{\nu_2} - \nu_1^2 \right) + 0,5 \left(\nu_1 - \sqrt{\frac{\nu_1}{\nu_2}} \right), \\ \eta_3 &= \frac{3}{E_1} \left(\frac{\nu_1}{\nu_2} - \nu_1^2 \right) \end{aligned} \right\}, \quad (4.10)$$

получим

$$\left. \begin{aligned} \alpha_n &= \sqrt{p\eta_1 - \eta_3 N_y / h^3}, \\ \beta_n &= \sqrt{\eta_3 N_y / h^3 - p\eta_2} \end{aligned} \right\}. \quad (4.11)$$

Вычислим значения параметров η_1, η_2, η_3 по выражениям (4.10) для пиломатериалов, отсортированных по классам прочности (см. таблицу 2.1), и приведем их в таблице 4.1.

Таблица 4.1. Значения параметров η_1 , η_2 , η_3 для различных классов прочности

№ п/п	Класс прочности	η_1	η_2	$\eta_3, 10^{-9} \times \text{М}^2/\text{Н}$
1	C14	4,8366	-0,6406	12,77
2	C16	4,8260	-0,6513	11,17
3	C18	4,8177	-0,6595	9,93
4	C20	4,8142	-0,6630	9,41
5	C22	4,8409	-0,6364	8,94
6	C24	4,8327	-0,6445	8,13
7	C27	4,8292	-0,6480	7,77
8	C30	4,8260	-0,6513	7,45
9	C35	4,8202	-0,6570	6,88
10	C40	4,8366	-0,6406	6,39
11	C45	4,8309	-0,6463	5,96
12	C50	4,8260	-0,6513	5,59

Для последующих упрощений необходимо ввести такие конструктивные параметры предварительно напряженной плиты, как усилия обжатия в поперечном направлении, а также ее геометрические размеры. Исходя из соблюдения условий (2.31), запишем:

$$2p \left[D_3 - \sqrt{D_1 D_2} \right] < N_y < 2p \left[D_3 + \sqrt{D_1 D_2} \right]. \quad (4.12)$$

С учетом значений жесткостей по таблице 2.2 получаем минимальные и максимальные значения сил в срединной плоскости плиты (таблица 4.2):

Таблица 4.2. Минимальные и максимальные значения сил $N_y l^2$, $10^{-9} \times \text{Н} \cdot \text{м}$

№ п/п	Класс прочности	$N_{y,\min} l^2$	$N_{y,\max} l^2$
1	C14	-0,4811	3,7190
2	C16	-0,5896	4,2732
3	C18	-0,6547	4,7839
4	C20	-0,7099	5,0599
5	C22	-0,6862	5,3242
6	C24	-0,7986	5,8783
7	C27	-0,8065	6,1110
8	C30	-0,8617	6,3870
9	C35	-0,9268	6,8978
10	C40	-1,0037	7,4834
11	C45	-1,0708	7,9922
12	C50	-1,1339	8,5009

Знак усилия N_y учтен выражением (2.2), поэтому полагаем, что во всех случаях $N_{y,\min}=0$. Максимальная сжимающая сила $N_{y,\max}$ должна ограничиваться расчетным сопротивлением местному смятию поперек волокон под траверсами-шайбами по условию (4.5), а при наличии рандбалки (например, стального швеллера [218]) – расчетным сопротивлением сжатию поперек волокон по всей площади боковой поверхности плиты.

Вычисленные значения параметров η_1, η_2, η_3 (таблица 4.1), а также ограничения силы обжатия N_y (таблица 4.2) позволяют определить величины α_n и β_n по выражениям (4.11) для случаев изготовления ПНД из пиломатериалов любых классов прочности. Тогда становится возможным вычислить значения R_1^*, R_2, R_3^*, R_4^* по выражениям (2.65); R_1, R_3, R_4, R_5, R_6 по выражениям (2.79); $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8$ по выражениям (2.89); a_9 и a_{10} по выражениям (2.98); r_1 и r_2 по выражениям (2.102).

Далее, представим выражения (2.104)-(2.107) для постоянных интегрирования A_n, B_n, C_n, D_n следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} D_n &= T_1 k_1 + T_2 k_2 + T_3 k_3 + T_4 k_4, \\ C_n &= T_5 k_1 + T_6 k_2 + T_7 k_3 + T_8 k_4, \\ B_n &= T_9 k_1 + T_{10} k_2 + T_{11} k_3 + T_{12} k_4, \\ A_n &= T_{13} k_1 + T_{14} k_2 + T_{15} k_3 + T_{16} k_4 \end{aligned} \right\}, \quad (4.13)$$

где k_1-k_4 определены (2.77), а T_1-T_{16} запишем, исходя из (2.104)-(2.107), как

$$\left. \begin{aligned} T_1 &= \frac{a_6 a_9 - a_1 (a_{10} + r_1 r_2)}{a_1 a_8 - a_3 a_6 + r_2 [a_1 a_5 - a_3 a_4]}, \\ T_2 &= - \left(\frac{a_6 + a_4 r_2}{a_1 a_8 - a_3 a_6 + r_2 [a_1 a_5 - a_3 a_4]} \right), \\ T_3 &= \frac{a_1 r_2}{a_1 a_8 - a_3 a_6 + r_2 [a_1 a_5 - a_3 a_4]}, \\ T_4 &= \frac{a_1}{a_1 a_8 - a_3 a_6 + r_2 [a_1 a_5 - a_3 a_4]} \end{aligned} \right\}, \quad (4.14)$$

$$\left. \begin{aligned} T_5 &= \frac{T_1[a_1 a_5 - a_3 a_4] + a_1 r_1}{2R_3 a_1 + a_2 a_4}, \\ T_6 &= \frac{T_2[a_1 a_5 - a_3 a_4] + a_4}{2R_3 a_1 + a_2 a_4}, \\ T_7 &= \frac{T_3[a_1 a_5 - a_3 a_4] + a_1}{2R_3 a_1 + a_2 a_4}, \\ T_8 &= \frac{T_4[a_1 a_5 - a_3 a_4]}{2R_3 a_1 + a_2 a_4} \end{aligned} \right\}, \quad (4.15)$$

$$\left. \begin{aligned} T_9 &= -\left(\frac{T_1 a_3 + T_5 a_2 + a_9}{a_1} \right), \\ T_{10} &= \frac{1 - T_2 a_3 - T_6 a_2}{a_1}, \\ T_{11} &= -\left(\frac{T_3 a_3 + T_7 a_2}{a_1} \right), \\ T_{12} &= -\left(\frac{T_4 a_3 + T_8 a_2}{a_1} \right) \end{aligned} \right\}, \quad (4.16)$$

$$\left. \begin{aligned} T_{13} &= \frac{1 - R_2(T_9 - T_1)}{R_1} - T_5, \\ T_{14} &= -\left(\frac{R_2(T_{10} - T_2)}{R_1} + T_6 \right), \\ T_{15} &= -\left(\frac{R_2(T_{11} - T_3)}{R_1} + T_7 \right), \\ T_{16} &= -\left(\frac{R_2(T_{12} - T_4)}{R_1} + T_8 \right) \end{aligned} \right\}. \quad (4.17)$$

Таким образом, для определения произвольных постоянных A_n , B_n , C_n , D_n для ПНД, изготовленных из конструкционных пиломатериалов всех классов прочности, остается необходимым вывести выражения k_1 , k_2 , k_3 , k_4 .

4.3 Распределение сил, действующих на ПНД

Для практического использования выражений (2.4), (2.49), (2.104)-(2.107), (2.118) и других, определяющих НДС предварительно напряженной многослойной деревоплиты, необходимо упростить и конкретизировать их для данного случая комбинации внешних силовых воздействий. Основные варианты распределения сил приведены на рисунках 2.2-2.4:

- q_I - равномерное распределение сил по всей площади пластины (см. рисунок 2.2) – закон распределения – (2.122);

- q_{II} - равномерное распределение сил по части площади пластины (см. рисунок 2.3) – закон распределения – (2.123);

- q_{III} - действие сосредоточенной силы (см. рисунок 2.4) – закон распределения – (2.124).

В комбинации сил от нагрузок по действующей нормативной документации [124] следует выделить части, соответствующие приведенным выше вариантам распределения с обязательным учетом длительности действия. Для каждой части нагрузки отдельно рассматривается закон распределения сил по (2.122)-(2.124), коэффициенты ряда по (2.9) и частное решение неоднородного уравнения по (2.119) с конкретными параметрами ПНД. Далее записывается сумма указанных сил.

Рассмотрим совместное действие постоянных нагрузок от собственного веса конструкции (равномерно распределенного по всей площади) и сосредоточенной силы, приложенной в геометрическом центре плиты. По отдельности законы распределения этих нагрузок записаны в выражениях (2.122) и (2.124), а их сумму приведем ниже:

$$q_{I+III}(x; y) = \frac{4q_0}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin \frac{n\pi x}{l} + \frac{4P}{lb} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n\pi x_P}{l} \sin \frac{m\pi y_P}{b} \sin \frac{n\pi x}{l} \sin \frac{m\pi y}{b}. \quad (4.18)$$

В первом приближении примем $n=1$ и $m=1$. Т.к. сосредоточенная сила P приложена в центре плиты, то x_P и y_P равны $l/2$ и $b/2$ соответственно. Тогда:

$$q_{I+III}(x; y) = 4 \sin \frac{\pi x}{l} \left[\frac{q_0}{\pi} + \frac{P}{lb} \sin \frac{\pi y}{b} \right]. \quad (4.19)$$

Согласно (2.9)

$$F_n(y) = \frac{2}{D_2 l} \int_0^l q_{I+III}(x; y) \sin \frac{\pi x}{l} dx = \frac{4}{D_2} \left[\frac{q_0}{\pi} + \frac{P}{lb} \sin \frac{\pi y}{b} \right], \quad (4.20)$$

значит $F_n(t)$ в выражении (2.119) равно:

$$F_n(t) = \frac{4}{D_2} \left[\frac{q_0}{\pi} + \frac{P}{lb} \sin \frac{\pi t}{b} \right], \quad (4.21)$$

$$0 \leq t \leq y.$$

Частное решение однородного уравнения (2.15) в выражении (2.119) запишем в форме

$$\begin{aligned} \bar{f}_n^o(y-t) = & \frac{\operatorname{ch} \alpha_n(y-t) \cdot \alpha_n \sin \beta_n(y-t)}{R_4^* \alpha_n - R_3^* \beta_n} + \\ & + \frac{\operatorname{sh} \alpha_n(y-t) \cdot \beta_n \cos \beta_n(y-t)}{R_4^* \alpha_n - R_3^* \beta_n}. \end{aligned} \quad (4.22)$$

Тогда частное решение неоднородного уравнения (2.13) по выражению (2.119) приобретает вид

$$\begin{aligned}
\bar{f}_n(y) &= \int_0^y \left(\frac{\operatorname{ch} \alpha_n(y-t) \cdot \alpha_n \sin \beta_n(y-t)}{R_4^* \alpha_n - R_3^* \beta_n} + \right. \\
&+ \left. \frac{\operatorname{sh} \alpha_n(y-t) \cdot \beta_n \cos \beta_n(y-t)}{R_4^* \alpha_n - R_3^* \beta_n} \right) \times \frac{4}{D_2} \left[\frac{q_0}{\pi} + \frac{P}{lb} \sin \frac{\pi t}{b} \right] dt = \\
&= \frac{4}{D_2 [R_4^* \alpha_n - R_3^* \beta_n]} \times \left(\frac{q_0 \alpha_n}{\pi} \int_0^y \operatorname{ch} \alpha_n(y-t) \sin \beta_n(y-t) dt + \right. \\
&+ \frac{P \alpha_n}{lb} \int_0^y \operatorname{ch} \alpha_n(y-t) \sin \beta_n(y-t) \sin \frac{\pi t}{b} dt + \\
&+ \frac{q_0 \beta_n}{\pi} \int_0^y \operatorname{sh} \alpha_n(y-t) \cos \beta_n(y-t) dt + \\
&+ \left. \frac{P \beta_n}{lb} \int_0^y \operatorname{sh} \alpha_n(y-t) \cos \beta_n(y-t) \sin \frac{\pi t}{b} dt \right). \quad (4.23)
\end{aligned}$$

Интегрируя выражение (4.23), получаем:

$$\begin{aligned}
\bar{f}_n(y) &= \frac{4}{D_2 [R_4^* \alpha_n - R_3^* \beta_n]} \times \left(\frac{q_0 \operatorname{sh} \alpha_n y \cdot \sin \beta_n y}{\pi} + \right. \\
&+ \left. \frac{P \pi}{lb^2 \left[\pi^4 / b^4 + 2R_1^* \pi^2 / b^2 + (\alpha_n^2 + \beta_n^2)^2 \right]} \right) \times \\
&\times \left[\operatorname{ch} \alpha_n y \cdot \sin \beta_n y \cdot \left(\alpha_n \left[\pi^2 / b^2 + R_1^* \right] + \beta_n R_2 \right) + \right. \\
&+ \left. \operatorname{sh} \alpha_n y \cdot \cos \beta_n y \cdot \left(\beta_n \left[\pi^2 / b^2 + R_1^* \right] - \alpha_n R_2 \right) \right]. \quad (4.24)
\end{aligned}$$

Таким образом, k_1 - k_4 из выражений (4.13) становятся равны, согласно (2.77):

$$k_1 = -\frac{4q_0 R_2}{\pi D_2 [R_4^* \alpha_n - R_3^* \beta_n]}, \quad (4.25)$$

$$\begin{aligned}
k_2 = & \frac{4}{D_2 [R_4^* \alpha_n - R_3^* \beta_n]} \cdot \left(\frac{q_0}{\pi} \cdot \left[\text{sh} \alpha_n b \cdot \sin \beta_n b \cdot \left(\frac{p^2}{v_2} - R_1^* \right) - \right. \right. \\
& \left. \left. - R_2 \text{ch} \alpha_n b \cdot \cos \beta_n b \right] + \frac{P\pi}{lb^2 \left[\pi^4/b^4 + 2R_1^* \pi^2/b^2 + (\alpha_n^2 + \beta_n^2)^2 \right]} \right) \times \\
& \times \left[\left(\frac{p^2}{v_2} - R_1^* \right) \cdot \left[\text{sh} \alpha_n b \cdot \cos \beta_n b \cdot \left(\alpha_n \left[\pi^2/b^2 + R_1^* \right] + \beta_n R_2 \right) + \right. \right. \\
& \left. \left. + \left(\beta_n \left[\pi^2/b^2 + R_1^* \right] - \alpha_n R_2 \right) \cdot \text{ch} \alpha_n b \cdot \sin \beta_n b \right] + \right. \\
& \left. + R_2 (\text{ch} \alpha_n b \cdot \sin \beta_n b - \text{sh} \alpha_n b \cdot \cos \beta_n b) \right], \tag{4.26}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k_3 = & \frac{4}{D_2 [R_4^* \alpha_n - R_3^* \beta_n]} \times \\
& \times \frac{P\pi}{lb^2 \left[\pi^4/b^4 + 2R_1^* \pi^2/b^2 + (\alpha_n^2 + \beta_n^2)^2 \right]} \cdot \left[(\pi^2/b^2 + R_1^*) \times \right. \\
& \left. \times (\pi^2 d/l^2 [\alpha_n^2 + \beta_n^2] + R_3^* \alpha_n + R_4^* \beta_n) + R_2 (R_4^* \alpha_n + R_3^* \beta_n) \right], \tag{4.27}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k_4 = & \frac{4}{D_2 [R_4^* \alpha_n - R_3^* \beta_n]} \cdot \left(\frac{q_0}{\pi} \cdot \left[(\alpha_n \cdot pd - R_3^*) \cdot \text{ch} \alpha_n b \cdot \sin \beta_n b + \right. \right. \\
& \left. \left. + (\beta_n \cdot pd - R_4^*) \cdot \text{sh} \alpha_n b \cdot \cos \beta_n b \right] + \right. \\
& \left. + \frac{P\pi}{lb^2 \left[\pi^4/b^4 + 2R_1^* \pi^2/b^2 + (\alpha_n^2 + \beta_n^2)^2 \right]} \cdot \left[(\alpha_n [\pi^2/b^2 + R_1^*] + \beta_n R_2) \times \right. \right. \\
& \times \left([\alpha_n - R_3^*] \cdot \text{ch} \alpha_n b \cdot \cos \beta_n b - [\beta_n - R_4^*] \cdot \text{sh} \alpha_n b \cdot \sin \beta_n b \right) + \\
& \left. \left. + (\beta_n [\pi^2/b^2 + R_1^*] - \alpha_n R_2) \times \right. \right. \\
& \left. \left. \times \left([\alpha_n - R_3^*] \cdot \text{sh} \alpha_n b \cdot \sin \beta_n b + [\beta_n - R_4^*] \cdot \text{ch} \alpha_n b \cdot \cos \beta_n b \right) \right] \right). \tag{4.28}
\end{aligned}$$

Таким образом, определены выражения k_1, k_2, k_3, k_4 для случая совместного действия равномерно распределенной по всей площади ПНД силы ее собственного веса и сосредоточенной силы, приложенной к центру плиты. Это позволяет вычислить деформации и напряжения в системе, т.е. определить ее НДС для конкретного случая.

4.4 Методика расчета ПНД по предельным состояниям при изгибе

Для конкретного случая распределения действующих сил (комбинации собственного веса, равномерно распределенного по всей площади, и сосредоточенной силы, приложенной в центре плиты) записаны выражения для вычисления значений всех параметров, которые позволяют определить НДС предварительно напряженной многослойной деревоплиты. Для прочих расчетных случаев выполняются аналогичные действия. В разделе 4.1 выявлены критерии наступления предельного состояния ПНД. Таким образом, разработана методика расчета предварительно напряженных многослойных деревоплит при изгибе. Порядок проектирования ПНД согласно разработанной методики:

1. Компоновка конструкции, определение пролета и ширины плиты, конструктивного решения опорного узла и узла обжатия.
2. Назначение шага предварительно напрягаемых стержней и усилия их натяжения; расчет необходимой площади траверс-шайб или рандбалок, исходя из условия местного смятия и сжатия древесины поперек волокон.
3. Определение нагрузок и воздействий, а также расчетных моделей распределения сил, действующих на ПНД.
4. Определение прогибов плиты, как монолитной конструкции, проверка по второй группе предельных состояний.
5. Вычисление внутренних усилий и напряжений в ПНД, как в монолитной плите; проверка несущей способности плиты по нормальным и касательным напряжениям по первой группе предельных состояний.

6. Проверка обеспечения целостности ПНД по несущей способности сил фрикционного взаимодействия по первой группе предельных состояний.
7. Проверка смятия древесины поперек волокон в приопорных зонах по первой группе предельных состояний.

Алгоритм расчета ПНД по предельным состояниям первой и второй группы представлен на рисунках 4.1-4.2.

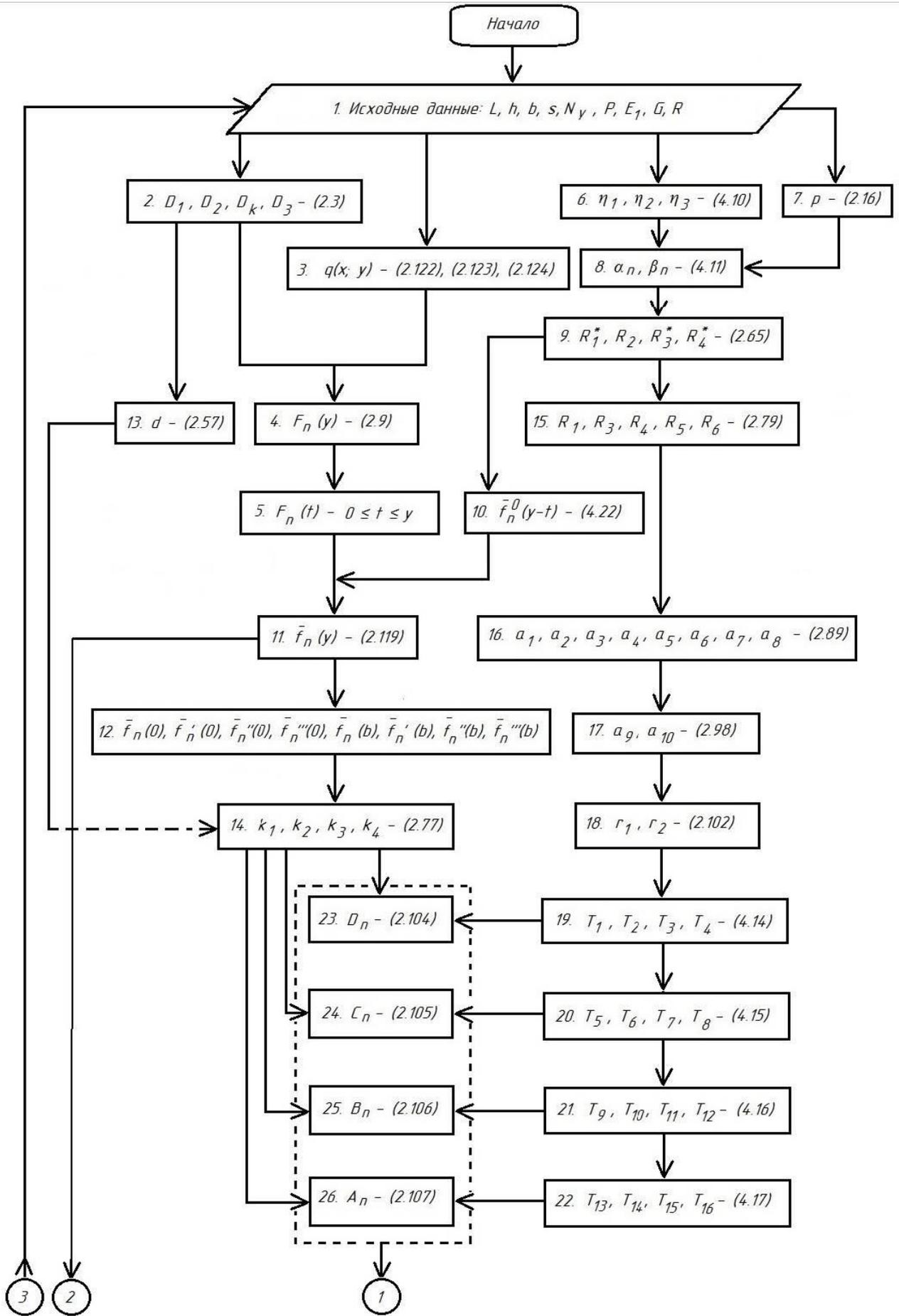


Рисунок 4.1. Алгоритм расчета ПНД по предельным состояниям. Часть 1.

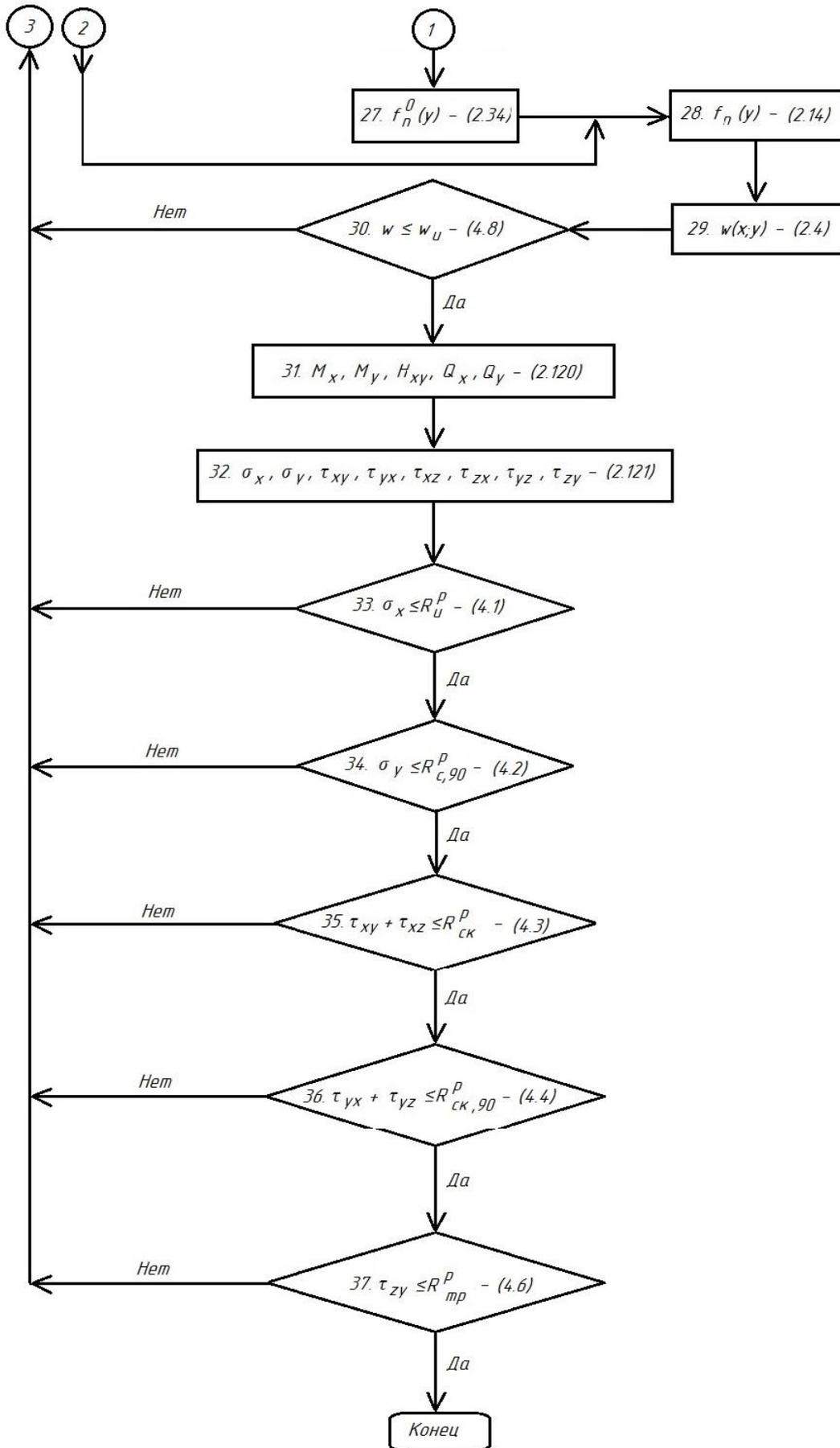


Рисунок 4.2. Алгоритм расчета ПНД по предельным состояниям. Часть 2.

Расчетные сопротивления древесины определяются по стандартным формулам действующих норм [127]. Растянутые стержни и, соответственно, отверстия для их постановки следует размещать с шагом более 200 мм, кроме того, – с соблюдением условий по минимальным расстояниям вдоль и поперек волокон древесины между осями нагелей.

Следует отметить, что для ПНД возможна потеря устойчивости при нарушении схемы приложения сжимающих по кромке усилий. Поэтому расстановку винтовых предварительно напрягаемых стержней следует выполнять либо строго центрально, либо в шахматном порядке в растянутой и сжатой зонах ПНД с соблюдением специально разработанной для конкретного случая последовательности затяжки стержней. В процессе эксплуатации уровень обжатия плиты необходимо контролировать не реже одного раза в год, а также внепланово в случае чрезвычайных ситуаций (пожаров, наводнений, землетрясений). Также по возможности следует избегать значительных перепадов эксплуатационной влажности древесины в конструкции.

Выводы по четвертой главе

В результате теоретических и экспериментальных исследований ПНД была разработана методика расчета по первой и второй группам предельных состояний. Решены задачи:

1. Выявлены критерии наступления предельного состояния ПНД при изгибе.
2. Вычислены значения постоянных η_1 , η_2 , η_3 , зависящие от жесткостей деревоплиты для всех классов прочности.
3. Определены выражения для расчета произвольных постоянных A_n , B_n , C_n , D_n для случая совместного действия собственного веса, равномерно распределенного по всей площади, и сосредоточенной силы, приложенной в центре плиты.

4. Разработан порядок действий при проектировании деревоплиты и алгоритм ее расчета, т.е. разработана методика проектирования ПНД при изгибе.
5. Предложены рекомендации по проектированию, монтажу и эксплуатации ПНД.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Анализируя результаты проведенных исследований, можно сделать следующие выводы:

1. Предложена и теоретически обоснована расчетная модель ПНД как трансверсально-изотропной пластинки, находящейся под совместным действием сил в ее срединной плоскости и в плоскости, перпендикулярной ей. Разработана модель ПНД как составной пластины на податливых связях со смещениями, параллельными швам.
2. Уточнен характер работы фрикционных связей в ДК, возникающих на боковых поверхностях соединяемых элементов при направлении сдвигающих усилий вдоль и поперек волокон. Выявлено, что в работе соединения можно выделить упругую стадию и условно пластическую; причем, характер работы соединения в упругой стадии линейный.
3. Определены модули упругости фрикционных связей при воздействиях вдоль и поперек волокон G_x и G_z . Установлено, что в направлении поперек волокон жесткость узла значительно выше, чем вдоль волокон (40-55%).
4. Разработана оригинальная методика определения вертикальных деформаций при испытании крупноформатных плоскостных объектов (ПНД) методом сплошного лазерного сканирования деформируемой поверхности. Экспериментально подтверждено, что ПНД в упругой стадии проявляет свойства «монолитной» конструкции, в которой нет смещения отдельных элементов относительно друг друга. Доказано, что изгиб плиты происходит в двух направлениях (продольном и поперечном).
5. Получена математическая модель в виде уравнения регрессии, описывающая изогнутую поверхность предварительно напряженной многослойной деревоплиты при изгибе. Выявлено, что деформативные свойства ПНД зависят от сочетания ее конструктивных параметров:

ширины плиты, шага напрягаемых стержней и усилия их предварительного напряжения. Сравнение расчетных прогибов плиты по полученной математической модели со значениями прогибов по расчетной модели трансверсально-изотропной пластинки, находящейся под совместным действием сил в срединной плоскости и в плоскости, перпендикулярной ей, показывает сходимость данных с расхождением от 1,9 до 15,3%.

6. Экспериментально подтверждено, что распределение действующих сил между элементами плиты по ширине происходит как для изотропного (трансверсально-изотропного) тела. Выявлено, что при превышении несущей способности соединения элементов за счет сил трения, ПНД проявляет свойства составной конструкции на податливых связях.
7. Разработана методика расчета предварительно напряженной многослойной деревоплиты по первой и второй группам предельных состояний.

Дальнейшие исследования предварительно напряженных многослойных деревоплит целесообразно выполнять в следующих направлениях: расширение номенклатуры расчетных моделей ПНД, в т.ч. с измененными условиями опирания; регулирование напряжений в конструкции; исследование НДС ребристых ПНД, в т.ч. с применением ребер из LVL; устойчивость ПНД; опытно-конструкторские разработки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абовский, Н. П. Избранные задачи по строительной механике и теории упругости (регулирование, синтез, оптимизация): учебное пособие для вузов / Н. П. Абовский, Л. В. Енджиевский, В. И. Савченков и др.; под ред. Н. П. Абовского. – М.: Стройиздат, 1978. – 189 с.
2. Абовский, Н. П., Деруга А. П. О постановке и классификации задач регулирования в строительной механике / Н. П. Абовский, А. П. Деруга // Пространственные конструкции в Красноярском крае: Межвузовский сборник; КПИ. – Красноярск, 1983. – с. 108-116.
3. Абовский, Н. П. К вопросу о разработке систем автоматического управления деформируемыми конструкциями / Н. П. Абовский, Ю. А. Воловик, М. М. Заславская // Пространственные конструкции в Красноярском крае: Межвузовский сборник; КПИ. – Красноярск, 1989. – с. 70-81.
4. Абовский, Н. П. Управляемая конструкция как система / Н. П. Абовский // Пространственные конструкции в Красноярском крае: Сборник научных трудов; КИСИ. – Красноярск, 1992. – с. 3-16.
5. Абовский, Н. П. Об использовании энергетического принципа для создания управляемых конструкций / Н. П. Абовский // Пространственные конструкции в Красноярском крае: Сборник научных трудов; КИСИ. – Красноярск, 1994. – с. 3-11.
6. Амбарцумян, С. А. Теория анизотропных пластин: Прочность, устойчивость и колебания. Изд. 2-е, перераб. и доп. / С. А. Амбарцумян. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. – 360 с.
7. Андреев, Н. П. Дифференциальные уравнения: учеб. пособие / Н. П. Андреев. – Красноярск: КрасГАСА, 2004. – 188 с.
8. А.с. 998692 СССР Е04С3/42. Деревянная рама / В. Н. Головач; заявл. 04.06.81; опубл. 23.02.83. Бюл. №7. – 2 с.

9. А.с. 1244259 СССР Е04С3/18. Предварительно напряженная деревянная балка / Б. В. Накашидзе; заявл. 08.12.84; опубл. 15.07.86. Бюл. № 26. – 4 с.
10. А.с. 1393888 СССР Е04С3/12. Двускатная гнуто-клееная балка / А. Б. Шмидт; заявл. 12.02.86; опубл. 07.05.88. Бюл. №17. – 3 с.
11. А.с. 1638284 СССР Е04С3/00. Пространственная предварительно напряженная ферма / П. А. Дмитриев, И. С. Инжутов, Ю. Д. Стрижаков, В. И. Хороший; заявл. 18.05.88; опубл. 30.03.91, Бюл. № 12. – 5 с.
12. А.с. 1742436 СССР Е04С3/12. Деревянная трехшарнирная арка / В. А. Грачев, И. Г. Яшина; заявл. 25.06.90; опубл. 23.06.92. Бюл. №23. – 7 с.
13. Ашкенази, Е. К. Анизотропия древесины и древесных материалов / Е. К. Ашкенази. – М.: Лесная промышленность, 1978. – 224 с.
14. Ашкенази, Е. К., Ганов, Э. В. Анизотропия конструкционных материалов: Справочник. Изд. 2-е, перераб. и доп. / Е. К. Ашкенази, Э. В. Ганов. – Л.: Машиностроение, 1980. – 247 с.
15. Белянкин, Ф. П. Прочность древесины при скалывании вдоль волокон / Ф. П. Белянкин. – Киев: АН УССР, 1955. – 140 с.
16. Бондаренко, В. М. Экспериментальное исследование характеристики и меры ползучести древесины / В. М. Бондаренко, В. И. Римшин, С. И. Рощина, П. Б. Шохин // Сборник материалов конференции «Инновации в отраслях народного хозяйства, как фактор решения социально-экономических проблем современности», 05-06 декабря. – Москва: АНО ВО «Институт непрерывного образования», 2011. – с. 13-16.
17. Борисова, Н. П. Расчет многослойных дискретно-связанных пластинчатых систем: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.23.17 / Н. П. Борисова; ЛИСИ. – Л.: 1991. – 22 с.

18. Варданян, Г. С. Сопротивление материалов с основами теории упругости и пластичности / Г. С. Варданян, В. И. Андреев, Н. М. Атаров, А. А. Горшков; под ред. Г. С. Варданяна. – М.: Издательство АСВ, 1995. – 568 с.
19. Витрувий Поллион, М. Десять книг об архитектуре. Т.1: Текстовка трактата / М. Витрувий Поллион; пер. Ф. А. Петровского. – М.: Изд-во Всес. акад. архитектуры, 1936. – 331 с.
20. Вознесенский, В. А. Статистические методы планирования эксперимента в технико-экономических исследованиях. Изд. 2-е, перераб. и доп. / В. А. Вознесенский. – М.: Финансы и статистика, 1981. – 263 с.
21. Галеркин, Б. Г. Упругие тонкие плиты / Б. Г. Галеркин. – Л.; М.: Госстройиздат, 1933. – 371с.
22. Гениев, Г. А. О критерии прочности древесины при плоском напряженном состоянии / Г. А. Гениев // Строительная механика и расчет сооружений. – 1981. – №3. – с. 15-20.
23. Гибшман, Е. Е. Проектирование деревянных мостов. Изд. 2-е, перераб. и доп. / Е. Е. Гибшман. – М.: Транспорт, 1976. – 272 с.
24. Глухих, В. Н. Анизотропия древесины как фактор для повышения качества сушки пиломатериалов / В. Н. Глухих. – СПб: Изд-во С.-Петербург. ун-та, 2007. – 162 с.
25. Глухих, В. Н. Анизотропия древесины: технологический аспект / В. Н. Глухих, А. Г. Черных. – СПб: СПбГАСУ, 2013. – 240 с.
26. Глухих, В. Н., Черных, А. Г. Деревянные конструкции с применением когтевых шайб и учетом начальных напряжений древесины: монография / В. Н. Глухих, А. Г. Черных, Е. В. Данилов. – СПб: СПбГАСУ, 2018. – 284 с.
27. ГОСТ 8486-86 Пиломатериалы хвойных пород. Технические условия. – М.: Минлеспром, 1988. – 8 с.

28. ГОСТ 24454-80 Пиломатериалы хвойных пород. Размеры. – М.: Стандртинформ, 2007. – 4 с.
29. ГОСТ 27751-2014 Надежность строительных конструкций и оснований. Основные положения. – М.: Стандртинформ, 2015. – 16 с.
30. ГОСТ 33080-2014 Конструкции деревянные. Классы прочности конструкционных пиломатериалов и методы их определения. – М.: Стандртинформ, 2015. – 14 с.
31. ГОСТ Р 56705-2015 Конструкции деревянные для строительства. Термины и определения. – М.: Стандартиформ, 2016. – 11 с.
32. Губенко, А. Б. Устойчивость сжатых составных деревянных стержней / А. Б. Губенко // Сборник «Исследование прочности и устойчивости деревянных стержней», ЦНИПС1. – М., 1940. – с. 104–108.
33. Дементьев, А. А. Плотничное искусство с 212 рисунками, изложенное полковником Дементьевым. 4-е изд. / А. А. Дементьев. – СПб: Ю. А. Юнгмейстер, ценз., 1902. – 186 с.
34. Деревягин, В. С. Балки на косых сосновых шпонках / В. С. Деревягин // Деревянные конструкции: Справочник проектировщика промышленных сооружений; под ред. Г. Ф. Кузнецова. – М.–Л.: ОНТИ, 1937. – с. 188-189.
35. Деревягин, В. С. Балки на пластинчатых нагелях системы Деревягина / В. С. Деревягин // Деревянные конструкции: Справочник проектировщика промышленных сооружений; под ред. Г. Ф. Кузнецова. – М.–Л.: ОНТИ, 1937. – с. 197-202.
36. Деревянные конструкции. Сборник статей по материалам 1-й Ленинградской областной конференции по деревянным конструкциям / Под ред. С. А. Шустикова; ВНИТО Строителей. – Л.-М.: Главная редакция строительной литературы, 1937. – 180 с.
37. Дмитриев, П. А. Плоские и пространственные цельнодеревянные и деревометаллические фермы для покрытия зданий. Ошибки проектирования и изготовления: монография / П. А. Дмитриев;

- Сибирский федеральный университет. – Красноярск: СФУ, 2010. – 171 с.
38. Дмитриев, П. А. Рамнопанельные блок-секции на основе древесины для быстровозводимых зданий / П. А. Дмитриев, В. И. Хороший, В. Н. Шапошников // Пространственные конструкции в Красноярском крае: Межвузовский сборник научных трудов; КПИ. – Красноярск, 1987. – с. 116-120.
39. Дмитриев, П. А. Конструкции из дерева и пластмасс: специальный курс. Автодорожные и пешеходные мосты: учеб. пособие / П. А. Дмитриев; НГАСУ. – Оренбург: ИПК «Газпромпечатъ», 2002. – 191 с.
40. Енджиевский, Л. В., Инжутов, И. С. Комбинированные из стали, бетона, дерева пространственные конструкции блочного типа. Часть 1: учебное пособие / Л. В. Енджиевский, И. С. Инжутов, П. А. Дмитриев, В. В. Стоянов, В. И. Жаданов, С. В. Деордиев, М. А. Плясунова, В. М. Никитин. – Красноярск: СФУ, ИПК ГОУ ОГУ, 2008. – 321 с.
41. Жаданов, В. И., Абовский, Н. П. и др. Индустриальные конструкции для строительства малоэтажных зданий и сооружений: учебное пособие / В. И. Жаданов, Н. П. Абовский, Л. В. Енджиевский, И. С. Инжутов, В. И. Савченков. – Оренбург-Красноярск: ОГУ-СФУ, ИПК ГОУ ОГУ, 2009. – 416 с.
42. Жаданов, В. И. Большеразмерные совмещенные плиты из клееной древесины и пространственные конструкции на их основе: монография / В. И. Жаданов, Г. И. Гребенюк, П. А. Дмитриев. – Оренбург: ИПК ГОУ ОГУ, 2007. – 209 с.
43. Жаданов, В. И. Методологические основы поиска рациональных решений деревянных панельных конструкций: учебное пособие / В. И. Жаданов, Д. А. Украинченко, И. С. Инжутов, А. Ф. Рожков, В. Е. Афанасьев. – Оренбург-Красноярск: ООО ИПК «Университет», 2016. – 295 с.

44. Жербин, М. М. Повышение эффективности металлических и деревопластмассовых конструкций / Под ред. д.т.н. М. М. Жербина. – Киев: Будивельник, 1978. – 144 с.
45. Журавский, Д. И. О мостах раскосной системы Гау. Ч. 1–2 / Д. И. Журавский. – СПб: тип. Д. Кесневиля, 1855–1856. – 275 с.
46. Иванов, В. Ф. Деревянные конструкции: Учебник / В. Ф. Иванов. – Москва – Ленинград: Государственное издательство литературы по строительству и архитектуре, 1956. – 317 с.
47. Иванов, В. Ф. История строительной техники / Н. Н. Аистов, Б. Д. Васильев, В. Ф. Иванов и др. Под общ. ред. В. Ф. Иванова. – Ленинград – Москва: Государственное издательство литературы по строительству, архитектуре и строительным материалам, 1962. – 560 с.
48. Иванов, В. Ф. Конструкции из дерева и пластмасс: учебник / В. Ф. Иванов. – Москва – Ленинград: Издательство литературы по строительству, 1966. – 352 с.
49. Иванов, Ю. М. Предел пластического течения древесины. 2-ое перераб. и доп. изд. / Ю. М. Иванов. – М.: Стройиздат. – 1948. – 200 с.
50. Иванов, Ю. М., Баженов, В. А. Исследования физических свойств древесины (эластичность, воздухопроницаемость, давление набухания) / Ю. М. Иванов, В. А. Баженов. – М.: Изд-во АН СССР, 1959. – 76 с.
51. Иванов, Ю. М. О длительной прочности древесины по результатам испытаний образцов крупного размера / Ю. М. Иванов // ИВУЗ. «Лесной журнал». – Архангельск, 1978. – №1. – с. 77-83.
52. Инжутов, И. С. Блок-фермы на основе древесины для покрытий зданий: автореф. дис. ... д-р техн. наук: 05.23.01 / И. С. Инжутов; Новосибирская государственная академия строительства. – Новосибирск, 1995. – 53 с.
53. Казаков, Ю. Н. Теория и практика использования быстровозводимых зданий в обычных условиях и чрезвычайных ситуациях в России и за рубежом / Ю. Н. Казаков, А. Н. Асаул, В. Л. Быков и др.; под редакцией

- Ю. Н. Казакова. – Санкт-Петербург: Институт проблем экономического возрождения, Гуманистика, 2004. – 368 с.
54. Карлсен, Г. Г. Деревянные конструкции: учебник для строит. вузов и фак. 2-е изд., перераб. / Г. Г. Карлсен, В. В. Большаков, М. Е. Каган, Г. В. Свенцицкий. – Москва – Ленинград: Государственное издательство литературы по строительству и архитектуре, 1952. – 758 с.
55. Коваль, П. С. Сравнительный анализ современных методов расчета предварительно напряженных деревоплит / П. С. Коваль // Вестник гражданских инженеров, СПбГАСУ. – СПб, 2016. – №6 (59). – с. 97–101.
56. Коваль, П. С. Экспериментальное исследование работы предварительно напряженной деревоплиты на изгиб / П. С. Коваль // Вестник гражданских инженеров, СПбГАСУ. – СПб, 2017. – №4 (63). – с. 81–86.
57. Коваль, П. С. Разработка методики расчета предварительно напряженных деревоплит / П. С. Коваль // Вестник гражданских инженеров, СПбГАСУ. – СПб, 2017. – № 5 (64). – с. 47–52.
58. Кондратьев, Л. А. Основы проектирования и примеры расчета деревянных мостов: учебное пособие / Л. А. Кондратьев. – М.: Автотрансиздат, 1954. – 312 с.
59. Коченов, В. М. Несущая способность элементов и соединений деревянных конструкций / В. М. Коченов. – М.: Государственное издательство литературы по строительству и архитектуре, 1953. – 320 с.
60. Коченов, В. М. Расчет деревянных конструкций по расчетным предельным состояниям / В. М. Коченов. – М.: Государственное издательство литературы по строительству и архитектуре, 1955. – 48 с.
61. Кузьмин, С. И. Методы научных исследований в технических задачах: учебное пособие для студентов технических специальностей /

- С. И. Кузьмин. – Ангарск: Ангарская государственная техническая академия, 2010. – 247 с.
62. Кулиш, В. И. Клееные деревянные мосты с железобетонной плитой / В. И. Кулиш. – Москва: Транспорт, 1979. – 160 с.
63. Кулиш, В. И. Приемы усиления приопорных зон клееных деревянных балок автодорожных мостов: учеб. пособие / В. И. Кулиш, И. Ю. Белуцкий, В. П. Цуканов; Хабаров. политехн. ин-т. – Хабаровск: ХПИ, 1989. – 95 с.
64. Кулиш, В. И. Совершенствование несущих конструкций пролетных строений автодорожных мостов, напряженно армированных стеклопластиковой арматурой: автореф. дис. ... д-р техн. наук: 05.23.15 / В. И. Кулиш; ПГУПС. – СПб, 1993. – 73 с.
65. Лабудин, Б. В. Напряженно-деформированное состояние панелей на деревянном каркасе с обшивкой из листовых древесных материалов / Б. В. Лабудин, В. И. Мелехов, Н. А. Шиловская, Е. В. Попов, П. М. Тропина, Т. П. Журавлева // Строительная механика и расчет сооружений. – М., 2017. – №3 (272). – с. 15-19.
66. Лабудин, Б. В. Коэффициенты редукции обшивок сжато-изгибаемых ребристых панелей с податливыми связями / Б. В. Лабудин, В. И. Мелехов, А. С. Горопов, А. В. Карельский, Е. В. Попов, А. В. Русланова, Д. А. Столыпин // Вестник гражданских инженеров, СПбГАСУ. – СПб, 2019. – №1 (72). – с. 31-37.
67. Лехницкий, С. Г. Анизотропные пластинки / С. Г. Лехницкий. – М., Л.: ОГИЗ, Гостехиздат, 1947. – 355 с.
68. Лехницкий, С. Г. Теория упругости анизотропного тела / С. Г. Лехницкий. – М., Л.: Гостехиздат, 1950. – 300 с.
69. Линьков, И. М. Исследование прочности древесных плит / И. М. Линьков, И. Н. Бойтемирова, А. С. Семина и др. // Эффективное использование древесины и древесных материалов в современном

- строительстве: тез. докл. Всесоюз. Совещания, НТО Стройиндустрии. – М.: 1980. – с. 278-283.
70. Линьков, И. М. Сравнение покрытий сельскохозяйственных производственных зданий/ И. М. Линьков // Экспресс-информация ВНИИС. 1983, сер. 29.55. Вып. 5. – с. 1-7.
71. Митинский, А. Н. Упругие постоянные древесины как ортотропного материала / А. Н. Митинский // Труды ЛТА им. Кирова, №63. – Л., 1948. – с. 73-85.
72. Митинский, А. Н. Упругие постоянные древесины как трансверсально-изотропного материала / А. Н. Митинский // Труды ЛТА им. Кирова, №67. – Л., 1949. – с. 49-57.
73. Михайлов, В. В. Экспериментальное определение меры ползучести древесины / В. В. Михайлов, С. И. Рощина, П. Б. Шохин // Научно-технический вестник Поволжья. – Казань, 2011. – №5. – с. 219-221.
74. Москалев, М. Б. Совершенствование плитно-структурных металлодеревянных конструкций: дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01 / М. Б. Москалев; СПбГАСУ. – СПб, 2011. – 147 с.
75. Мусхелишвили, Н. И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. Основные уравнения. Плоская теория упругости. Кручение и изгиб. 4-е изд., испр. и доп. / Н. И. Мусхелишвили; АН СССР. – М.: Изд-во Акад наук СССР, 1954. – 648 с.
76. Насирли, М. Н. Сельские поселения и крестьянские жилища Нахичеванской АССР / М. Н. Насирли. – Баку: Изд-во Акад. наук АзССР, 1959. – 140 с.
77. Николаев, П. П. Деревоплита / П. П. Николаев // Деревянные конструкции: Справочник проектировщика промышленных сооружений; под ред. Г. Ф. Кузнецова. – М.–Л.: ОНТИ, 1937. – с. 155-161.

78. Новожилов, А. Ф. Легкие индустриальные ограждающие конструкции: Учебное пособие / А. Ф. Новожилов. – Брянск: изд. БИТМа, 1986. – 84 с.
79. Орлович, Р. Б. Длительная прочность и деформативность конструкций из современных древесных материалов при основных эксплуатационных воздействиях: дис. ... д-р техн. наук: 05.23.01 / Р. Б. Орлович; БПИ. – Брест, 1990. – 328 с.
80. Освенский, Б. А. Скалывание и раскалывание в деревянных конструкциях / Б. А. Освенский // Исследование прочности и деформативности элементов конструкций из древесины, строительной фанеры и стеклопластика АГ-4С; МИСИ. – М., 1978. – с. 3-65.
81. Отрешко, А. И. Справочник проектировщика. Деревянные конструкции / А. И. Отрешко. – М.: Государственное издательство литературы по строительству и архитектуре, 1957. – 264 с.
82. Павлов, А. П. Плоская задача теории упругости древесины / А. П. Павлов // Сборник трудов ЛИИЖТ, вып. 136. – М.: Гос. трансп. ж.д. изд., 1947. – с. 121-133.
83. Павлов, А. П. Основные уравнения теории упругости древесины / А. П. Павлов // Сборник трудов ЛИИЖТ, вып. 137. – М.: Гос. трансп. ж.д. изд., 1948. – с. 133-139.
84. Палагушкин, В. И. Активное управление строительными конструкциями при статических и вибрационных воздействиях: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01 / В. И. Палагушкин; КрасГАСА. – Красноярск, 2002. – 19 с.
85. Панитков, О. И. Сравнение технологий деревянного домостроения в соответствии с принципами устойчивого развития / О. И. Панитков // Вестник гражданских инженеров, СПбГАСУ. – СПб, 2012. – №2 (31). – с. 143-148.

86. Панченко, Л. В. Исследование работы болтовых соединений конструкций из слоистых пластиков: дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01 / Л. В. Панченко; ЛИСИ. – Л., 1971. – 201 с.
87. Патент №2172372 Российской Федерации, E04C3/10. Балка / Б. В. Накашидзе; заявл. 21.02.2000; опубл. 20.08.01.
88. Патент №2228415 Российской Федерации, E04C3/17. Узловое сопряжение крайнего узла раскосов с нижним поясом трехгранной предварительно напряженной блок-фермы покрытия / П. А. Дмитриев, И. С. Инжутов, С. А. Чернышов, С. В. Деордиев, А. П. Филиппов; заявл. 04.11.99; опубл. 10.05.2004.
89. Патент №2283400 Российской Федерации, E04B1/10. Устройство для обеспечения устойчивости деревянного сруба к ветровой нагрузке / А. Б. Шмидт; опубл. 10.09.06.
90. Петропавловский, А. А. Проектирование деревянных и железобетонных мостов. Учебник для студентов высш. учеб. заведений, обучающихся по специальности «Мосты и тоннели» / Петропавловский, А. А., Богданов, Н. Н., Носарев, А. В., Теплицкий, А. В.; под ред. А. А. Петропавловского. – М.: Транспорт, 1978. – 360 с.
91. Писчиков, В. Г. Конструктивный строительный подъем / В. Г. Писчиков // Деревянные конструкции: Справочник проектировщика промышленных сооружений; под ред. Г. Ф. Кузнецова. – М.–Л.: ОНТИ, 1937. – с. 161-173.
92. Писчиков, В. Г. Балки прямоугольного сечения на гвоздях / В. Г. Писчиков // Деревянные конструкции: Справочник проектировщика промышленных сооружений; под ред. Г. Ф. Кузнецова. – М.–Л.: ОНТИ, 1937. – с. 190-196.
93. Плешков, П. Ф. Теория расчета деревянных составных стержней / П. Ф. Плешков. – Ленинград – Москва: Государственное издательство литературы по строительству и архитектуре, 1956. – 195 с.

94. Полосухина, О. И. Раскрой пиловочного сырья при производстве заготовок для деревянного домостроения: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.21.05 // О. И. Полосухина; МГУЛ. – М., 2015. – 24 с.
95. Попов, Е. В. Влияние жесткости связей сдвига при расчете ребристых панелей на деревянном каркасе / Е. В. Попов, В. В. Филиппов, В. И. Мелехов, Б. В. Лабудин, Т. В. Тюрикова // ИВУЗ. «Лесной журнал». – Архангельск, 2016. – №4 (352). – с. 136-146.
96. Пособие по проектированию деревянных конструкций (к СНиП II-25-80) / ЦНИИСК им. Кучеренко. – М.: Стройиздат, 1986. – 216 с.
97. Рабинович, А. Л. Об упругих постоянных и прочности анизотропных материалов / А. Л. Рабинович // Труды ЦАГИ, №582. – М: Изд-во Бюро новой техники, 1946. – 55 с.
98. Рекомендации по проектированию и изготовлению асбестоцементных панелей с деревянным каркасом и соединениями на шурупах / АСИА СССР, ЦНИИСК. – М.: Госстройиздат, 1963. – 16 с.
99. Рекомендации по испытанию деревянных конструкций / ЦНИИСК им. Кучеренко. – М.: Стройиздат, 1976. – 28 с.
100. Рекомендации по рациональным областям применения плит покрытий и панелей стен на деревянном каркасе и с обшивками из фанеры, древесноволокнистых плит, асбестоцемента (технические возможности) / ЦНИИСК им. Кучеренко. – М.: Стройиздат, 1978. – 54 с.
101. Рекомендации по проектированию панельных конструкций с применением древесины и древесных материалов для производственных зданий / ЦНИИСК им. Кучеренко. – М.: Стройиздат, 1982. – 120 с.
102. Рекомендации по расчету, проектированию, изготовлению и монтажу фланцевых соединений стальных строительных конструкций / ЦНИИПроектстальконструкция им. Мельникова. – М.: Центральное бюро научно-технической информации, 1989. – 54 с.

103. Ржаницын, А. Р. Теория составных стержней строительных конструкций / А. Р. Ржаницын. – М.: Стройиздат, 1948. – 192 с.
104. Ржаницын, А. Р. Составные стержни и пластинки / А. Р. Ржаницын. – М.: Стройиздат, 1986. – 314 с.
105. Римшин, В. И. Соединения элементов деревянных конструкций на шпонках и шайбах / В. И. Римшин, Б. В. Лабудин, В. И. Мелехов, Е. В. Попов, С. И. Рощина // Вестник МГСУ. – Москва, 2016. – №9. – с. 35-50.
106. 129 Рожков, А. Ф. Управляемые блок-секции с предварительно напряженными деревянными элементами: дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01 / А. Ф. Рожков; КрасГАСА. – Красноярск, 2006. – 191 с.
107. Рощина, С. И. Прочность и деформативность клееных армированных деревянных конструкций при длительном действии нагрузки : автореф. дис. ... д-ра техн. наук: 05.23.01 / С. И. Рощина; МГАКХиС. – Москва, 2009. – 38 с.
108. Рощина, С. И. Расчет сжато-изгибаемых элементов армированных деревянных конструкций при длительном воздействии / С. И. Рощина // Строительство и реконструкция; ОГУ. – Орел, 2009. – №4 (24). – с. 39-42.
109. Рощина, С. И. Расчет деформаций изгибаемых армированных деревянных элементов с учетом ползучести / С. И. Рощина, В. И. Римшин // Известия Юго-Западного государственного университета; ЮЗГУ. – Курск, 2011. – №1 (34). – с. 121-124.
110. Рощина, С. И. Армированные деревянные конструкции / С. И. Рощина, М. С. Сергеев, А. В. Лукина / ИВУЗ. «Лесной журнал». – Архангельск, 2013. – №4 (334). – с. 80-85.
111. Рощина, С. И. Вопросы учета тепловых потерь в стыках каркасно-панельных деревянных элементов / С. И. Рощина, А. В. Власов, Е. В. Кардаш, Е. В. Грешкина // Лесотехнический журнал. – Воронеж, 2015. – №1. – с. 178-186.

112. Самуль, В. И. Основы теории упругости и пластичности. Изд. 2-е, перераб. / В. И. Самуль. – М.: Высшая школа, 1982. – 264 с.
113. Серк, Л. А. Курс архитектуры. Гражданские и промышленные здания. Том II Конструктивные схемы и элементы промышленного строительства: учебник / Л. А. Серк. – М.-Л.: Госстройиздат, 1939. – 344 с.
114. Серов, Е. Н. Рациональное использование анизотропии прочности материалов в клееных деревянных конструкциях массового изготовления: дис. ... д-р техн. наук: 05.23.01 / Е. Н. Серов; ЛИСИ. – Л., 1988. – 521 с.
115. Серов, Е. Н. Современные тенденции использования древесных материалов в зарубежном строительстве / Е. Н. Серов, Р. Б. Орлович, М. Ланге // ИВУЗ. «Лесной журнал». – Архангельск, 2005. – №1-2. – с. 66-73.
116. Серов, Е. Н. Проектирование деревянных конструкций: учеб. пособие / Е. Н. Серов, Ю. Д. Санников, А. Е. Серов; под ред. Е. Н. Серова. – М.: Издательство АСВ, 2011. – 536 с.
117. Серов, Е. Н. Развитие клееных деревянных конструкций. Проблемы и воззрения: монография / Е. Н. Серов, СПбГАСУ. – СПб, 2015. – 151 с.
118. Серов, Е. Н. Реставрация деревянных конструкций в зданиях и сооружениях: учебное пособие / Е. Н. Серов, Т. А. Серова, С. И. Миронова. – СПб: СПбГАСУ, 2018. – 409 с.
119. СНиП II-Б.5-54 Нормы строительного проектирования. Нормы проектирования несущих конструкций. Деревянные конструкции зданий и промышленных сооружений / Госстрой СССР. – М.: Государственное издательство литературы по строительству и архитектуре, 1954. – 25 с.
120. СНиП II-В.4-62 Деревянные конструкции. Нормы проектирования / Госстрой СССР. – М.: Государственное издательство литературы по строительству, архитектуре и строительным материалам, 1962. – 33 с.

121. СНиП II-V.4-71* Деревянные конструкции. Нормы проектирования / Госстрой СССР. – М.: Стройиздат, 1971. – 32 с.
122. СНиП II-25-80 Деревянные конструкции / Госстрой России. – М.: ГУП ЦПП, 2002. – 30 с.
123. Соболев, Ю. С. Древесина как конструкционный материал / Ю. С. Соболев. – М.: Лесная промышленность, 1979. – 248 с.
124. СП 20.13330.2016 Нагрузки и воздействия. Актуализированная редакция СНиП 2.01.07-85*. – М.: Минстрой России, 2018. – 91 с.
125. СП 35.13330.2011 Мосты и трубы. Актуализированная редакция СНиП 2.05.03-84. – Минрегион России, 2011. – 341 с.
126. СП 64.13330.2011 Деревянные конструкции. Актуализированная редакция СНиП II-25-80. – Минрегион России, 2011. – 88 с.
127. СП 64.13330.2017 Деревянные конструкции. Актуализированная редакция СНиП II-25-80. – М.: Минстрой России, 2017. – 97 с.
128. СтАДД 3.0-2011 Стандарт организации. Деревянные конструкции. Проектирование соединений деревянных элементов с использованием винтов и шурупов / НП «Ассоциация деревянного домостроения». – СПб: НП АДД, 2011. – 24 с.
129. Степанов, В. В. Курс дифференциальных уравнений: учебник для гос. ун-тов. Изд. 5-е, перераб. и доп. / В. В. Степанов. – М.: Физматлит, 1950. – 470 с.
130. СТО 36554501-021-2010 Стандарт организации. Деревянные конструкции. Многослойный клееный из шпона материал Ultralam (Ультралам). Общие технические требования. – М.: ОАО «НИЦ «Строительство», 2010. – 19 с.
131. Стуков, В. П. Мосты с балками комбинированного сечения из клееной древесины и железобетона / В. П. Стуков. – Архангельск: Арханг. гос. техн. ун-т, 1997. – 175 с.
132. Стуков, В. П. Мосты с деревожелезобетонными пролетными строениями: монография / В. П. Стуков. – Архангельск: Арханг. гос.

- техн. ун-т; ф-л «Севмашвтуз» С.-Петербург. морск. гос. техн. ун-та в г. Северодвинске, 2007. – 348 с.
133. Сюй, Ю. Определение несущей способности односрезного шурупа на металлической накладке с использованием металлической зубчатой пластины / Сюй Юнь, А. Г. Черных, В. Н. Глухих // Вестник гражданских инженеров, СПбГАСУ. – СПб, 2015. – №3 (50). – с. 85-91.
134. Тимошенко, С. П. Устойчивость упругих систем. Изд. 2-е / С. П. Тимошенко, пер. с англ. И. К. Снитко. – М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1955. – 568 с.
135. Тимошенко, С. П. Пластинки и оболочки. Изд. 2-е, перераб. / С. П. Тимошенко, С. Войновский-Кригер. – М.: Наука, 1966. – 636 с.
136. Турков, А. В. Вибрационный способ определения жесткости составной балки переменного сечения / А. В. Турков // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – №4. – 2007. – С.53-55.
137. Турков, А. В. Анализ работы составной балки при усилении строительных конструкций / А. В. Турков, П. А. Гвозков // Известия ОрелГТУ. Научный журнал. Серия «Строительство. Транспорт». – 2007. – №1/13 (529), январь-март. – Орел, ОрелГТУ, 2007. – С. 26-28.
138. Турков, А. В. Взаимосвязь задач динамики и статики сплошных и составных деревянных конструкций: автореф. дис. ... д-р техн. наук: 05.23.01 / А. В. Турков; Орлов. гос. техн. ун-т. – Орел, 2008. – 43 с.
139. Турков, А. В., Марфин, К. В. Исследование прогибов и частот собственных колебаний составных круглых транслопных пластин / А. В. Турков, К. В. Марфин // ИВУЗ. «Лесной журнал». – Архангельск, 2013. – №4 (334). – с. 66-71.
140. Турковский, С. Б. Клееные деревянные конструкции с узлами на вклеенных стержнях в современном строительстве (система ЦНИИСК) / С. Б. Турковский, А. А. Погорельцев, И. П. Преображенская. – М.: РИФ «Стройматериалы», 2013. – 308 с.

141. Украинченко, Д. А. Конструктивно-технологическая система для малоэтажного домостроения на основе энергоэффективных деревянных панелей: монография / Д. А. Украинченко, В. И. Жаданов, Г. А. Столповский. – Оренбург: ООО ИПК «Университет», 2014. – 208 с.
142. Уткин, В. А. Автодорожные деревянные мосты нового поколения / В. А. Уткин, П. Н. Кобзев. – Омск: Изд-во СибАДИ, 2004. – 55с.
143. Уткин, В. А. Совершенствование конструкций пролетных строений автодорожных мостов из клееной древесины: автореф. дис. ... д-р. техн. наук: 05.23.11 / В. А. Уткин; СибАДИ. – Омск, 2009. – 40 с.
144. Филоненко-Бородич, М. М. Теория упругости. Изд. 4-е, перераб. и доп. / М. М. Филоненко-Бородич. – М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1959. – 364 с.
145. Чахов, Д. К. Теплозащитные свойства деревянных стеновых панелей «MASSIV HOLZ-MAUER» для условий Якутии / Д. К. Чахов, И. А. Докторов, М. Ф. Лавров // Промышленное и гражданское строительство. – М., 2012. – №1. – с. 35-38.
146. Чернова, Т. П. Совершенствование конструкции и технологии сопряжения CLT-панелей с деревоклееными элементами: дис. ... канд. техн. наук: 05.21.05 / Т. П. Чернова; САФУ. – Архангельск, 2018. – 122 с.
147. Черных, А. Г. Технология защитно-декоративных покрытий древесины и древесных материалов: Учебное пособие / А. Г. Черных. – Братск: БрИИ, 1996. – 58 с.
148. Черных, А. Г. Наружные ограждающие конструкции жилых и общественных зданий из железобетона с применением панелей на деревянном каркасе / А. Г. Черных, А. С. Черных, А. В. Песков, С. Г. Каратаев. – СПб: СПбГАСУ, 2012. – 151 с.
149. Черных, А. Г. Расчет элементов строительных конструкций, клееных из однонаправленного шпона (LVL): учеб. пособие / А. Г. Черных,

- П. С. Коваль, Е. В. Данилов, Ш. М. Мамедов. – СПб: СПбГАСУ, 2019. – 125 с.
150. Черных, А. Г. Экспериментальное исследование деформативности предварительно напряженных многослойных деревоплит методом сплошного лазерного сканирования / А. Г. Черных, А. Н. Петров, П. С. Коваль, Е. В. Данилов // Вестник гражданских инженеров, СПбГАСУ. – СПб, 2019. – №5 (76). – с. 97–104.
151. Черных, А. С. Рациональный выбор листового материала для изготовления стеновых панелей на деревянном каркасе для зданий из железобетона / А. С. Черных // Вестник гражданских инженеров, СПбГАСУ. – СПб, 2012. – №2 (31). – с. 86-90.
152. Черных, А. С. Совершенствование конструкции и технологии производства стеновых панелей с деревянным каркасом: дис. ... канд. техн. наук: 05.21.05 / А. С. Черных; САФУ. – Архангельск, 2015. – 154 с.
153. Шмидт, А. Б. Атлас строительных конструкций из клееной древесины и водостойкой фанеры: учеб. пособие / А. Б. Шмидт, П. А. Дмитриев. – М.: Изд-во АСВ, 2002. – 291 с.
154. Шмидт, А. Б. Инженерный аспект проектирования и строительства первого русского православного храма в Антарктиде / А. Б. Шмидт // Вестник гражданских инженеров, СПбГАСУ. – СПб, 2008. – №3 (16). – с. 32-38.
155. Шмидт, А. Б. Современные конструкции из древесины, фанеры и LVL. Интерактивные примеры проектирования (адаптация к Mathcad-15): учеб. пособие / А. Б. Шмидт. – СПб: СПбГАСУ, 2018. – 318 с.
156. AASHTO Standard specifications for highway bridges. 16th edition. – Washington, DC: American association of state highway and transportation officials, 1996. – 500 p.
157. Abrahamsen, R. B., Nyløkken, T. E. Bridge deck rehabilitation using cross-laminated timber / R. B. Abrahamsen, T. E. Nyløkken // International

- conference timber bridges, September 12-15. – Lillehammer, Norway, 2010. – pp. 371-382.
158. Accorsi, M., Sarisley, E. Implementing stress-laminated timber bridge technology for Connecticut bridge construction: Final report / M. Accorsi, E. Sarisley; University of Connecticut. – Storrs: UConn, 1989. – 48 p.
159. Alonso, C., Kermani, A. Performance of a mechanically laminated timber arched suspension bridge / C. Alonso, A. Kermani // World Conference of timber engineering (WCTE 2012), July 15-19. – Auckland, New Zealand, 2012. – pp. 179-182.
160. Andersson, E., Bergendahl, J. Experimental and numerical investigations on stress laminated timber bridges: M.Sc. thesis / E. Andersson, J. Bergendahl; Chalmers University of Technology. – Göteborg, 2009. – 105 p.
161. Awaludin, A. A finite element analysis of bearing resistance of timber loaded through a steel plate / A. Awaludin, T. Hirai, T. Hayashikawa, A. J. M. Leijten // Civil Engineering Dimension; Petra Christian University. – Surabaya, 2012. – Vol. 14, No.1. – pp. 1-6.
162. Bakht, B., Mufti, A. Bridges: analysis, design, structural health monitoring, and rehabilitation / B Bakht, A Mufti. – Cham: Springer International Publishing, 2015. – 425 p.
163. Baltrusaitis, A. Footbridge over the river Nevezis in town Kedainiai, Lithuania / A. Baltrusaitis // Structural building component association conference, June 6. – Madison, WI: SBCA, 2008. – pp. 1-7.
164. Björnfot, A. An exploration of Lean thinking for multistorey timber housing construction. Contemporary Swedish practices and future opportunities: doctoral thesis / A. Björnfot; Luleå University of Technology. – Luleå, 2006. – 167 p.
165. Carlberg, J., Toyib, B. Finite element modelling of interlaminar slip in stress-laminated timber decks. Friction interaction modelling using Abaqus: M.Sc. Thesis / J. Carlberg, B. Toyib, Chalmers University of Technology. – Göteborg, 2012. – 102 p.

166. Chapman, J. Cross laminated timber construction for resisting lateral loads on six level buildings / J. Chapman // *New Zealand timber design journal*. – Auckland, 2018. – Vol. 18, issue 4. – pp. 3-9.
167. Cheung, A. B. Structural reliability of stress-laminated timber bridges / A. B. Cheung, M. Lindquist, C. J. Calil // *International conference on probabilistic models in timber engineering; tests, models, applications*, September 8-9. – Arcachon: Arbora, 2005. – pp. 349-356.
168. Cheung, A. B. Elastic properties calibration of orthotropic timber deck in stress-laminated truss deck using simple algorithms / A. B. Cheung, M. Lindquist, C. J. Calil // *Proceedings of the 9th World Conference on Timber Engineering*, August 6-10. – Portland, OR: WCTE, 2006. – pp. 1281-1289.
169. Crews, K. I. Fundamental structural behavior of «built-up» stress laminated timber bridge decks / K. I. Crews, S. Bakoss // *National conference on wood transportation structures*, October 23-25. – Madison, WI: U. S. Department of Agriculture, Forest Service, Forest Products Laboratory, 1996. – pp. 39-48.
170. Crews, K. I., Ritter, M. A. Development of limit states design procedures for timber bridges / K. I. Crews, M. A. Ritter // *National conference on wood transportation structures*, October 23-25. – Madison, WI: U. S. Department of Agriculture, Forest Service, Forest Products Laboratory, 1996. – pp. 292-300.
171. Crews, K. I. Development of limit states design (LRFE) methods for stress laminated timber «cellular» bridge decks / K. I. Crews // *Proceedings of the World Conference on Timber Engineering*, July 31 – August 3. – Whistler, BC, 2000. – pp. 1-9.
172. Crews, K. I. Behaviour and critical limit states of transversely laminated cellular bridge decks: Ph.D. Thesis / K. I. Crews; Sydney University of Technology. – Sydney, 2002. – 252 p.

173. Crews, K. I. Development and application of stress laminated timber bridge decks in Australia / K. I. Crews // *New Zealand timber design journal*. – Auckland, 2010. – Vol. 10, issue 2. – pp. 14-23.
174. Crocetti, R., Kliger, R. Anchorage systems to reduce the loss of pre-stress in stress-laminated timber bridges / R. Crocetti, R. Kliger // *Proceedings of the International conference on timber bridges (ITCB 2010)*, September 12-15. – Lillehammer, 2010. – pp. 359-370.
175. Crocetti, R. Design of timber structures / R. Crocetti, M. Johansson, H. Johansson, R. Kliger, A. Mårtensson, B. Norlin, A. Pousette, S. Thelandersson. – Stockholm, Swedish Forest Industries Federation, 2011. – 300 p.
176. Csagoly, P., Taylor, R. J. A structural wood system for highway bridges / P. Csagoly, R. J. Taylor. – Downsview: Ontario Ministry of transportation, 1986. – 31 p.
177. Dahl, K. Evaluation of stress laminated bridge decks based on full scale tests / K. Dahl, N. I. Bovim, K. A. Malo // *Proceedings of the 9th World Conference on Timber Engineering*, August 6-10. – Portland, OR: WCTE, 2006. – pp. 1242-1250.
178. Davalos, J. F. Bending stiffness of stress laminated timber decks with butt joints / J. F. Davalos, D. A. Kish // *Journal of structural engineering*. – Reston, VA: American society of civil engineers, 1993. – Vol. 119, №5. – pp. 1670-1676.
179. Dimakis, A. G. Behavior of stress-laminated parallel-chord timber bridge decks: Experimental and analytical studies / A. G. Dimakis, M. G. Oliva, M. A. Ritter; University of Wisconsin. – Madison, WI: U. S. Department of Agriculture, Forest Service, Forest Products Laboratory, 1992. – 19 p.
180. Dowel laminated timber – the all wood mass timber panel. Design and profile guide. Version 4, March 2019. – Abbotsford, BC: Structure Craft, – 32 p.

181. Ekholm, K., Kliger, R., Crocetti, R. Full-scale ultimate-load test of a stress-laminated-timber bridge deck / K. Ekholm, R. Kliger, R. Crocetti // *Journal of bridge engineering*. – Reston, VA: American Society of Civil Engineering, 2012. – Vol. 17, No. 4. – pp. 691-699.
182. Eurocode 5: Design of timber structures. – Part 2: Bridges. ENV 1995-2: 1997 / European committee for standardization. – Brussels: CEN, 2004. – 29 p.
183. Evekad, M., Jacobsson, P. Prestressed timber bridges: simulations and experiments of slip / M. Evekad, P. Jacobsson // *Proceedings of the International conference on timber bridges (ITCB 2010)*, September 12-15. – Lillehammer, 2010. – pp. 351-358.
184. Fonte, T. F., Calil, C. J. The first stress-laminated timber bridge in Brazil / T. F. Fonte, C. J. Calil // *Proceedings of the 8th World Conference on Timber Engineering*, June 14-17. – Lahti, Finland: WCTE, 2004. – pp. 253-256.
185. Freedman, G. J. H., Kermani, A. Development of long span stress-laminated timber arch bridges / G. J. H. Freedman, A. Kermani // *Proceedings of the 8th World Conference on Timber Engineering*, June 14-17. – Lahti, Finland: WCTE, 2004. – pp. 301-306.
186. Freedman, G. J. H. The development of transversely stress-laminated timber arch bridges for pedestrian and minor vehicle use: Ph.D. thesis / G. J. H. Freedman, Napier University. – Edinburgh, 2006. – 328 p.
187. Freedman, G. J. H., Kermani, A. Laboratory and field tests on stress laminated timber arches in the UK / G. J. H. Freedman, A. Kermani // *Proceedings of the 9th World Conference on Timber Engineering*, August 6-10. – Portland, OR: WCTE, 2006. – pp. 2458-2462.
188. Freedman, G. J. H., Kermani, A. Development of nailed/screwed modules for stress laminated timber arch bridges / G. J. H. Freedman, A. Kermani // *Proceedings of the 10th World Conference on Timber Engineering*, June 2-5. – Miyazaki, Japan: WCTE, 2008. – pp. 341-349.

189. Freedman, G. J. H., Kermani, A. Stress-laminated arch construction for foot-bridges / G. J. H. Freedman, A. Kermani // 14 Internationales Holzbau-Forum, December 3-5. – Garmisch-Partenkirchen: IHF 08, 2008. – pp. 1-10.
190. Gentry, T. R. Assessment and maintenance of a 15 year old stress-laminated timber bridge / T. R. Gentry, K. N. Brohammer, J. Wells, J. P. Wacker // Proceedings of the 7th International conference on short and medium span bridges, August 23-25. – Montreal, Quebec: Canadian society for civil engineering, 2006. – pp. 2427-2437.
191. Gentry, T. R. In situ materials and structural assessment of stress-laminated deck bridge treated with chromate copper arsenate / T. R. Gentry, J. P. Wacker, K. N. Brohammer, J. Wells // Journal of the Transportation research board. – Washington, DC: Transportation research board of the National Academies, 2007. – No.2028. – pp. 28-33.
192. Gotou, H. New type hybrid bridges utilizing stress-laminated decks and steel members / H. Gotou, T. Sasaki, S. Usuki, R. Abe, D. H. Bui // World Conference of timber engineering (WCTE 2012), July 15-19. – Auckland, New Zealand, 2012. – pp. 564-571.
193. Gutemberg de Alcântara, P., Dias, A. A. Dynamic investigation of a cable-stayed timber footbridge / P. Gutemberg de Alcântara, A. A. Dias // Proceedings of the 20th International Congress of Mechanical Engineering, November 15-20. – Gramado, RS, 2009. – 1-10.
194. Hilbrich Lee, P. D. Standard plans for southern pine bridges / P. D. Hilbrich Lee, M. A. Ritter, M. Triche; University of Wisconsin. – Madison, WI: U. S. Department of Agriculture, Forest Service, Forest Products Laboratory, 1995. – 26 p.
195. Honda, H. Structural performance of hybrid timber truss highway bridge / H. Honda, T. Sasaki, S. Usuki // Proceedings of the 9th World Conference on Timber Engineering, August 6-10. – Portland, OR: WCTE, 2006. – pp. 670-678.

196. Idnurm, J. Experimental and numerical investigations of timber decks / J. Idnurm, A. Funk, S. Salm // The XXVIII International Baltic Road Conference, August 26-28. – Vilnius: Baltic Road Association, 2013. – pp. 1-10.
197. Kainz, J. A., Wacker, J. P., Nelson, M. Field performance of timber bridges: 9. Big Erick's stress-laminated deck bridge / J. A. Kainz, J. P. Wacker, M. Nelson; University of Wisconsin. – Madison, WI: U. S. Department of Agriculture, Forest Service, Forest Products Laboratory, 1996. – 24 p.
198. Kainz, J. A. In situ performance of stress-laminated timber bridge decks / J. A. Kainz, J. P. Wacker, M. A. Ritter // Proceedings of the SEM Spring conference on experimental and applied mechanics and experimental/numerical mechanics in electronic packaging III, June 1-3. – Houston, TX: SEM, 1998. – pp. 265-267.
199. Kainz, J. A. Field performance of timber bridges: 21. Humphrey stress-laminated T-beam bridge / J. A. Kainz, J. P. Wacker, M. A. Ritter, S. Bishop; University of Wisconsin. – Madison, WI: U. S. Department of Agriculture, Forest Service, Forest Products Laboratory, 2001. – 16 p.
200. Kainz, J. A. Analysis of thermal change in stress-laminated timber bridge decks / J. A. Kainz, J. P. Wacker, M. A. Ritter; University of Wisconsin. – Madison, WI: U. S. Department of Agriculture, Forest Service, Forest Products Laboratory, 2001. – 9 p.
201. Kainz, J. A. Effect of wood preservatives on stress-laminated southern pine bridge test decks / J. A. Kainz, N. Yazdani, J. Kadnar; University of Wisconsin. – Madison, WI: U. S. Department of Agriculture, Forest Service, Forest Products Laboratory, 2001. – 12 p.
202. Karlsson, K. Ultimate limit state load test of stress-laminated-timber deck / K. Karlsson, R. Crocetti, R. Kliger // The 11th World Conference on Timber Engineering 2010 (WCTE 2010), June 20-24. – Trentino, 2010. – pp. 343-353.

203. Krämer, V. Trag- und Verformungsverhalten genagelter Brettstapelelemente unter Querlast: doktor-ingenieurs dissertation / V. Krämer; Universität Fridericiana zu Karlsruhe. – Karlsruhe, 2003 – 245 s.
204. Kreuzinger, H., Mohr, B. Holzbau handbuch. Reine 1: Entwurf + Konstruktion. Teil 9: Brücken. Folge 4: QS-Holzplattenbrücken / H. Kreuzinger, B. Mohr. – München: Holzabsatzfonds, 1995. – 16 s.
205. Lindquist, M. Confiabilidade estrutural de pontes laminadas protendidas de madeira: Tese de Doutorado / M. Lindquist, Universidade de São Paulo. – São Paulo, 2006. – 158 p.
206. Miller, J. F. Design and analysis of mechanically laminated timber beams using shear keys: Ph.D. thesis / J. F. Miller; Michigan technological university. – Houghton, 2009. – 201 p.
207. Mongiardini, M. Design and testing of two bridge railings for transverse nail-laminated timber deck bridges / M. Mongiardini, J. D. Reid, S. K. Rosenbaugh, R. Bielenberg, R. K. Faller, D. L. Sicking // 90th Annual Meeting of Transportation Research Board, January 23-27. – Washington, D.C.: TRB, 2011. – pp. 1-18.
208. Moody, R. C. Applications of wood materials for innovative bridge systems / R. C. Moody, M. A. Ritter, H. Ganga Rao // Serviceability and durability of construction materials: Proceedings of 1st materials engineering congress, August 13-15. – Denver, CO: American society of civil engineers, 1990. – pp. 423-432.
209. Nail-laminated timber. Canadian design & construction guide, v.1.1. – Surrey, BC: Binational softwood lumber council and Forestry innovation investment ltd., 2017. – 150 p.
210. Natterer, J. A way to sustainable architecture by new technologies for engineered timber structures / J. Natterer // Proceedings of the 8th World Conference on Timber Engineering, June 14-17. – Lahti, Finland: WCTE, 2004. – pp. 1-12.

211. Nicholas, A. The new Australian standard AS 5100 – Part 9: timber bridges / A. Nicholas // 9th Austroads bridge conference, October 22-24. – Sydney, New South Wales: ARRB Group Ltd., 2014. – pp. 1-8.
212. Nunes de Góes, J. L., Dias, A. A. Experimental behavior of multicellular prestressed timber deck / J. L. Nunes de Góes, A. A. Dias // Proceedings of the 9th World Conference on Timber Engineering, August 6-10. – Portland, OR: WCTE, 2006. – pp. 2522-2526.
213. OHBDC Ontario Highway Bridge Design Code. 2nd edition. – Downsview, Ontario: Ontario Ministry of Transportation and Communications, Highway Engineering Division, 1983. – 279 p.
214. Okimoto, F. S., Calil, C. J. Pontes protendidas de madeira / F. S. Okimoto, C. J. Calil // Cadernos de Engenharia de Estruturas. – Sao Carlos, 2001. – n.18. – pp. 25-48.
215. Oliva, M. G. Stress-laminated wood bridge decks: Experimental and analytical evaluations / M. G. Oliva, A. G. Dimakis, M. A. Ritter, R. L. Tuomi; University of Wisconsin. – Madison, WI: U. S. Department of Agriculture, Forest Service, Forest Products Laboratory, 1990. – 24 p.
216. Quenneville, P., Morris, H. Japan Kobe earthquake shake table simulation. Earthquake performance of multi-storey cross laminated timber buildings / P. Quenneville, H. Morris // New Zealand timber design journal. – Auckland, 2015. – Vol. 15, issue 4. – pp. 3-8.
217. Ritter, M. A. Performance of stress-laminated bridges / M. A. Ritter, E. A. Geske, L. Mason, W. J. McCutcheon, R. C. Moody, J. P. Wacker // Wood design focus. – LaGrange, GA: Forest Products Society, 1990. – Vol. 1, number 3. – pp. 12-16.
218. Ritter, M. A. Timber bridges: design, construction, inspection, and maintenance / M. A. Ritter. – Washington, DC: U.S. Government Printing Office, 1990. – 944 p.
219. Ritter, M. A. Dynamic response of stress-laminated-deck bridges / M. A. Ritter, D. L. Wood, S. R. Duwadi // Proceedings of 4th International

- bridge engineering conference, August 28-30. – San Francisco, CA: National Academy Press, 1995. – pp. 381-394.
220. Ritter, M. A., Duwadi, S. R. Field performance of stress-laminated timber bridges on low-volume roads / M. A. Ritter, S. R. Duwadi // Proceedings of 6th International conference on low-volume roads, June 25-29. – Minneapolis, MN; Washington, DC: National academy press, 1995. – pp. 347-356.
221. Ritter, M. A. Recommended construction practices for stress-laminated wood bridge decks / M. A. Ritter, P. D. Hilbrich Lee // Proceedings of the international wood engineering conference, October 28-31. – New Orleans, LA; Baton Rouge, LA: Louisiana State University, 1996. – pp. 237-244.
222. Ross, R. J. Determining in-place modulus of elasticity of stress-laminated timber decks using NDE / R. J. Ross, M. A. Ritter, K. C. Schad // National conference on wood transportation structures, October 23-25. – Madison, WI: U. S. Department of Agriculture, Forest Service, Forest Products Laboratory, 1996. – pp. 277-281.
223. Schubert, S. Influence of asphalt pavement on damping ratio and resonance frequencies of timber bridges / S. Schubert, D. Gsell, R. Steiger, G. Feltrin // Engineering Structures. – Amsterdam: Elsevier, 2010. – Vol. 32, issue 10. – pp. 3122-3129.
224. Shiratori, T. Developmental research of the novel «Kusabi-Nageshi (K-N)» timber joint system: modification and structural analysis of a pre-stressed traditional timber joint system: Ph. D. Thesis / T. Shiratori; Kyoto University. – Kyoto, 2010. – 91 p.
225. Steiger, R. Vibration and damping behaviour of a cable-stayed deck bridge with asphalt pavement / R. Steiger, S. Schubert, A. Güzlow, M. Hugener, D. Gsell // The 11th World Conference on Timber Engineering 2010 (WCTE 2010), June 20-24. – Trentino, 2010. – pp. 1090-1100.
226. Taylor, S. E. Field investigations of stress-laminated T-beam and box-beam timber bridges / S. E. Taylor, M. H. Triche, L. E. Hislop, P. A. Morgan //

- Wood design focus. – LaGrange, GA: Forest Products Society, 2002. – January-June. – pp. 13-19.
227. Teibinger, M., Charwat-Pessler, J. Multi-storey Timber Houses in Urban Regions in Austria / M. Teibinger, J. Charwat-Pessler // The 11th World Conference on Timber Engineering 2010 (WCTE 2010), June 20-24. – Trentino, 2010. – pp. 2536-2543.
228. Teibinger, M., Matzinger, I. Construction with cross-laminated timber in multy-storey buildings: Focus on building physics. Guidelines / M. Teibinger, I. Matzinger. – Vienna: Holzforschung Austria, 2013. – 146 p.
229. Timber Bridge Manual. Edition 1 Revision 0 – June 2008. Section five. Stress laminated timber systems / Roads and traffic authority. – Sydney, New South Wales: RTA, 2008. – 61 p.
230. Tung, H. Critical analysis of the Flisa Bridge / H. Tung // Proceedings of Bridge Engineering Conference, April 2. – Bath: University of Bath, 2009. – pp. 1-10.
231. Vessby, J. Analysis of shear walls for multi-storey timber buildings: doctoral dissertation / J. Vessby; Linnaeus University. – Växjö, 2011. – 54 p.
232. Wacker, J. P., Ritter, M. A. Field performance of timber bridges: 3. Birchlog run and tumbling rock run stress-laminated deck bridge / J. P. Wacker, M. A. Ritter; University of Wisconsin. – Madison, WI: U. S. Department of Agriculture, Forest Service, Forest Products Laboratory, 1995. – 11 p.
233. Wacker, J. P., Smith, M. S. Standard plans for timber bridge superstructures / J. P. Wacker, M. S. Smith; University of Wisconsin. – Madison, WI: U. S. Department of Agriculture, Forest Service, Forest Products Laboratory, 2001. – 53 p.
234. Wacker, J. P. Cold temperature effects on stress-laminated bridges: A laboratory study / J. P. Wacker; University of Wisconsin. – Madison, WI: U. S. Department of Agriculture, Forest Service, Forest Products Laboratory, 2003. – 22 p.

235. Wacker, J. P. Long-term performance monitoring of hardwood timber bridges in Pennsylvania / J. P. Wacker, C. J. Calil, L. E. Hislop, P. D. Hilbrich Lee, J. A. Kainz; University of Wisconsin. – Madison, WI: U. S. Department of Agriculture, Forest Service, Forest Products Laboratory, 2004. – 56 p.
236. Wacker, J. P., Calil, C. J. Pennsylvania hardwood timber bridges: field performance after 10 years / J. P. Wacker, C. J. Calil // Proceedings of the Structural Materials Technology VI, An NDT Conference, September 14-17. – Buffalo, NY: American society for nondestructive testing, 2004. – pp. 222-227.
237. Wacker, J. P. Performance of stress-laminated timber highway bridges in cold climates / J. P. Wacker // Proceedings of the 14th Conference on Cold Regions Engineering, August 31-September 2. – Duluth, MN: American Society of Civil Engineers, 2009. – pp. 637-649.
238. Wegscheider, J. Cyclic response of a stress-laminated timber arch bridge / J. Wegscheider, A. Kermani, G. J. H. Freedman, C. Colla // The 11th World Conference on Timber Engineering 2010 (WCTE 2010), June 20-24. – Trentino, 2010. – pp. 840-849.
239. Zhuravleva, T. P. Load-to-failure bending test of wood composite beams connected by gang nail / T. P. Zhuravleva, A. V. Karelskiy, B. V. Labudin // Magazine of Civil Engineering; SPbSTU. – SPb, 2015. – Vol. 54. Iss.2. – pp. 77-85.
240. Zwerger, K. Wood and wood joints. Building traditions of Europe, Japan and China. Second, revised and expanded edition / K. Zwerger. – Basel: Birkhäuser, 2011. – 319 p.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Протоколы определения деформаций ПНД при изгибе (метод сплошного лазерного сканирования деформируемой поверхности)

Конфигурация 1 параметров образца: $b=1845$ мм; $s=250$ мм; $F=22950$ Н.



Рисунок А.1. Результат съемки (модель), конфигурация 1, образец 1.

Таблица А.1. Результаты испытания образца 1 (конфигурация 1)

№ точки (маяка)	Вертикальные перемещения на ступени нагрузки, м					
	2	3	4	5	6	7
1	0,0000	-0,0001	-0,0003	-0,0004	-0,0005	-0,0006
2	0,0000	-0,0001	-0,0002	-0,0002	-0,0003	-0,0003
3	0,0000	0,0002	0,0003	0,0004	0,0007	0,0009
4	0,0000	0,0002	0,0004	0,0006	0,0009	0,0011
5	0,0000	0,0002	0,0007	0,0010	0,0014	0,0019
6	0,0000	0,0005	0,0010	0,0013	0,0018	0,0022
7	0,0000	0,0006	0,0012	0,0017	0,0023	0,0026
8	0,0000	0,0001	0,0003	0,0004	0,0007	0,0010
9	0,0000	0,0002	0,0004	0,0007	0,0010	0,0011
10	0,0000	0,0001	0,0001	0,0000	0,0001	-0,0002
11	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0000
12	0,0000	0,0002	0,0004	0,0006	0,0010	0,0011
13	0,0000	0,0001	0,0003	0,0004	0,0007	0,0007
14	0,0000	0,0005	0,0007	0,0009	0,0014	0,0017
15	0,0000	0,0004	0,0009	0,0014	0,0020	0,0025
16	0,0000	0,0002	0,0007	0,0010	0,0016	0,0017
17	0,0000	0,0001	0,0004	0,0007	0,0012	0,0012
18	0,0000	0,0002	0,0005	0,0007	0,0010	0,0011
19	0,0000	0,0000	0,0003	0,0004	0,0007	0,0007
20	0,0000	-0,0001	-0,0002	-0,0002	0,0000	-0,0004
22	0,0000	0,0005	0,0007	0,0007	0,0008	0,0007
23	0,0000	0,0001	0,0002	0,0003	0,0006	0,0007
25	0,0000	0,0002	0,0005	0,0007	0,0011	0,0013
27	0,0000	0,0005	0,0009	0,0013	0,0017	0,0020
29	0,0000	0,0002	0,0008	0,0011	0,0018	0,0021
30	0,0000	0,0004	0,0011	0,0016	0,0023	0,0027



Рисунок А.2. Результат съемки (модель), конфигурация 1, образец 2.

Таблица А.2. Результаты испытания образца 2 (конфигурация 1)

№ точки (маяка)	Вертикальные перемещения на ступени нагрузки, м					
	2	3	4	5	6	7
1	0,0000	-0,0001	-0,0003	-0,0004	-0,0005	-0,0005
2	0,0000	-0,0001	-0,0002	-0,0002	-0,0003	-0,0006
3	0,0000	0,0002	0,0003	0,0004	0,0007	0,0009
4	0,0000	0,0002	0,0004	0,0006	0,0009	0,0011
5	0,0000	0,0002	0,0007	0,0010	0,0014	0,0020
6	0,0000	0,0005	0,0010	0,0013	0,0018	0,0022
7	0,0000	0,0006	0,0012	0,0017	0,0023	0,0030
8	0,0000	0,0001	0,0003	0,0004	0,0005	0,0006
9	0,0000	0,0002	0,0004	0,0007	0,0010	0,0011
10	0,0000	0,0001	0,0001	0,0000	0,0001	-0,0002
11	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0000
12	0,0000	0,0002	0,0004	0,0006	0,0010	0,0015
13	0,0000	0,0001	0,0003	0,0004	0,0007	0,0006
14	0,0000	0,0005	0,0007	0,0009	0,0014	0,0020
15	0,0000	0,0004	0,0009	0,0014	0,0020	0,0025
16	0,0000	0,0002	0,0007	0,0010	0,0016	0,0017
17	0,0000	0,0001	0,0004	0,0007	0,0012	0,0012
18	0,0000	0,0002	0,0005	0,0007	0,0010	0,0011
19	0,0000	0,0000	0,0003	0,0004	0,0007	0,0007
20	0,0000	-0,0001	-0,0002	-0,0002	0,0000	-0,0004
22	0,0000	0,0005	0,0007	0,0007	0,0008	0,0007
23	0,0000	0,0001	0,0002	0,0003	0,0006	0,0007
25	0,0000	0,0002	0,0005	0,0007	0,0011	0,0013
27	0,0000	0,0005	0,0009	0,0013	0,0017	0,0023
29	0,0000	0,0002	0,0008	0,0011	0,0018	0,0020
30	0,0000	0,0004	0,0011	0,0016	0,0023	0,0030



Рисунок А.3. Результат съемки (модель), конфигурация 1, образец 3.

Таблица А.3. Результаты испытания образца 3 (конфигурация 1)

№ точки (маяка)	Вертикальные перемещения на ступени нагрузки, м					
	2	3	4	5	6	7
1	0,0000	-0,0001	-0,0003	-0,0004	-0,0005	-0,0007
2	0,0000	-0,0001	-0,0002	-0,0002	-0,0003	-0,0003
3	0,0000	0,0002	0,0003	0,0004	0,0005	0,0006
4	0,0000	0,0002	0,0004	0,0006	0,0009	0,0011
5	0,0000	0,0002	0,0007	0,0010	0,0014	0,0018
6	0,0000	0,0005	0,0010	0,0013	0,0018	0,0022
7	0,0000	0,0006	0,0012	0,0017	0,0023	0,0028
8	0,0000	0,0001	0,0003	0,0004	0,0005	0,0005
9	0,0000	0,0002	0,0004	0,0007	0,0010	0,0011
10	0,0000	0,0001	0,0001	0,0000	0,0001	-0,0002
11	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0000
12	0,0000	0,0002	0,0004	0,0006	0,0010	0,0010
13	0,0000	0,0001	0,0003	0,0004	0,0007	0,0007
14	0,0000	0,0005	0,0007	0,0009	0,0014	0,0020
15	0,0000	0,0004	0,0009	0,0014	0,0020	0,0025
16	0,0000	0,0002	0,0007	0,0010	0,0016	0,0017
17	0,0000	0,0001	0,0004	0,0007	0,0012	0,0012
18	0,0000	0,0002	0,0005	0,0007	0,0010	0,0011
19	0,0000	0,0000	0,0003	0,0004	0,0007	0,0007
20	0,0000	-0,0001	-0,0002	-0,0002	0,0000	-0,0004
22	0,0000	0,0005	0,0007	0,0007	0,0008	0,0007
23	0,0000	0,0001	0,0002	0,0003	0,0006	0,0007
25	0,0000	0,0002	0,0005	0,0007	0,0011	0,0013
27	0,0000	0,0005	0,0009	0,0013	0,0017	0,0020
29	0,0000	0,0002	0,0008	0,0011	0,0018	0,0025
30	0,0000	0,0004	0,0011	0,0016	0,0023	0,0030

Конфигурация 2 параметров образца: $b=1845$ мм; $s=250$ мм; $F=7650$ Н.



Рисунок А.4. Результат съемки (модель), конфигурация 2, образец 1.

Таблица А.4. Результаты испытания образца 1 (конфигурация 2)

№ точки (маяка)	Вертикальные перемещения на ступени нагрузки, м					
	2	3	4	5	6	7
1	0,0000	0,0001	0,0001	-0,0002	0	-0,0003
2	0,0000	0,0001	0,0001	0,0000	0,0001	-0,0002
3	0,0000	0,0003	0,0004	0,0006	0,0010	0,0010
4	0,0000	0,0005	0,0007	0,0009	0,0012	0,0014
5	0,0000	0,0007	0,0011	0,0016	0,0024	0,0024
6	0,0000	0,0007	0,0011	0,0016	0,0023	0,0025
7	0,0000	0,0008	0,0013	0,0019	0,0025	0,0031
8	0,0000	0,0005	0,0006	0,0005	0,0009	0,0010
9	0,0000	0,0005	0,0006	0,0007	0,0011	0,0013
10	0,0000	0,0003	0,0002	0,0001	0,0001	-0,0003
11	0,0000	0,0001	0,0002	0,0001	0,0002	0,0000
12	0,0000	0,0003	0,0005	0,0007	0,0010	0,0012
13	0,0000	0,0002	0,0004	0,0006	0,0008	0,0009
14	0,0000	0,0006	0,0008	0,0011	0,0017	0,0017
15	0,0000	0,0005	0,0011	0,0015	0,0020	0,0023
16	0,0000	0,0005	0,0008	0,0013	0,0017	0,0021
17	0,0000	0,0005	0,0008	0,0010	0,0014	0,0015
18	0,0000	0,0003	0,0005	0,0006	0,0010	0,0011
19	0,0000	0,0003	0,0004	0,0004	0,0007	0,0008
20	0,0000	0,0001	0,0000	-0,0001	0,0000	-0,0002
22	0,0000	0,0001	0,0000	0,0001	0,0003	0,0002
23	0,0000	0,0003	0,0005	0,0006	0,0006	0,0008
25	0,0000	0,0004	0,0008	0,0008	0,0011	0,0013
27	0,0000	0,0001	0,0010	0,0012	0,0018	0,0022
29	0,0000	0,0007	0,0015	0,0017	0,0023	0,0027
30	0,0000	0,0005	0,0012	0,0019	0,0025	0,0033



Рисунок А.5. Результат съемки (модель), конфигурация 2, образец 2.

Таблица А.5. Результаты испытания образца 2 (конфигурация 2)

№ точки (маяка)	Вертикальные перемещения на ступени нагрузки, м					
	2	3	4	5	6	7
1	0,0000	0,0001	0,0001	-0,0002	0,0000	-0,0003
2	0,0000	0,0001	0,0001	0,0000	0,0001	-0,0002
3	0,0000	0,0003	0,0004	0,0006	0,0010	0,0010
4	0,0000	0,0005	0,0007	0,0009	0,0012	0,0014
5	0,0000	0,0007	0,0011	0,0016	0,0025	0,0029
6	0,0000	0,0007	0,0011	0,0016	0,0023	0,0028
7	0,0000	0,0008	0,0013	0,0019	0,0025	0,0031
8	0,0000	0,0005	0,0006	0,0005	0,0009	0,0010
9	0,0000	0,0005	0,0006	0,0007	0,0011	0,0013
10	0,0000	0,0003	0,0002	0,0001	0,0001	-0,0003
11	0,0000	0,0001	0,0002	0,0001	0,0002	0,0000
12	0,0000	0,0003	0,0005	0,0007	0,0010	0,0012
13	0,0000	0,0002	0,0004	0,0006	0,0008	0,0009
14	0,0000	0,0006	0,0008	0,0011	0,0017	0,0020
15	0,0000	0,0005	0,0011	0,0015	0,0020	0,0028
16	0,0000	0,0005	0,0008	0,0013	0,0017	0,0021
17	0,0000	0,0005	0,0008	0,0010	0,0014	0,0015
18	0,0000	0,0003	0,0005	0,0006	0,0010	0,0011
19	0,0000	0,0003	0,0004	0,0004	0,0007	0,0008
20	0,0000	0,0001	0,0000	-0,0001	0,0000	-0,0002
22	0,0000	0,0001	0,0000	0,0001	0,0003	0,0002
23	0,0000	0,0003	0,0005	0,0006	0,0006	0,0008
25	0,0000	0,0004	0,0008	0,0008	0,0011	0,0013
27	0,0000	0,0001	0,0010	0,0012	0,0018	0,0020
29	0,0000	0,0007	0,0015	0,0017	0,0023	0,0029
30	0,0000	0,0005	0,0012	0,0019	0,0025	0,0032



Рисунок А.6. Результат съемки (модель), конфигурация 2, образец 3.

Таблица А.6. Результаты испытания образца 3 (конфигурация 2)

№ точки (маяка)	Вертикальные перемещения на ступени нагрузки, м					
	2	3	4	5	6	7
1	0,0000	0,0001	0,0001	-0,0002	0,0000	-0,0003
2	0,0000	0,0001	0,0001	0,0000	0,0001	-0,0002
3	0,0000	0,0003	0,0004	0,0006	0,0010	0,0010
4	0,0000	0,0005	0,0007	0,0009	0,0012	0,0014
5	0,0000	0,0007	0,0011	0,0016	0,0025	0,0028
6	0,0000	0,0007	0,0011	0,0016	0,0023	0,0031
7	0,0000	0,0008	0,0013	0,0019	0,0025	0,0031
8	0,0000	0,0005	0,0006	0,0005	0,0009	0,0010
9	0,0000	0,0005	0,0006	0,0007	0,0011	0,0013
10	0,0000	0,0003	0,0002	0,0001	0,0001	-0,0003
11	0,0000	0,0001	0,0002	0,0001	0,0002	0,0000
12	0,0000	0,0003	0,0005	0,0007	0,0010	0,0012
13	0,0000	0,0002	0,0004	0,0006	0,0008	0,0009
14	0,0000	0,0006	0,0008	0,0011	0,0017	0,0020
15	0,0000	0,0005	0,0011	0,0015	0,0020	0,0027
16	0,0000	0,0005	0,0008	0,0013	0,0017	0,0021
17	0,0000	0,0005	0,0008	0,0010	0,0014	0,0015
18	0,0000	0,0003	0,0005	0,0006	0,0010	0,0011
19	0,0000	0,0003	0,0004	0,0004	0,0007	0,0008
20	0,0000	0,0001	0,0000	-0,0001	0,0000	-0,0002
22	0,0000	0,0001	0,0000	0,0001	0,0003	0,0002
23	0,0000	0,0003	0,0005	0,0006	0,0006	0,0008
25	0,0000	0,0004	0,0008	0,0008	0,0011	0,0013
27	0,0000	0,0001	0,0010	0,0012	0,0018	0,0021
29	0,0000	0,0007	0,0015	0,0017	0,0023	0,0025
30	0,0000	0,0005	0,0012	0,0019	0,0025	0,0031

Конфигурация 3 параметров образца: $b=1845$ мм; $s=500$ мм; $F=15300$ Н.



Рисунок А.7. Результат съемки (модель), конфигурация 3, образец 1.

Таблица А.7. Результаты испытания образца 1 (конфигурация 3)

№ точки (маяка)	Вертикальные перемещения на ступени нагрузки, м					
	2	3	4	5	6	7
1	0,0000	-0,0002	-0,0003	-0,0003	-0,0005	-0,0006
2	0,0000	-0,0001	-0,0003	-0,0003	-0,0004	-0,0004
3	0,0000	0,0001	0,0003	0,0005	0,0008	0,0011
4	0,0000	0,0002	0,0005	0,0008	0,0011	0,0015
5	0,0000	0,0003	0,0006	0,0012	0,0021	0,0025
6	0,0000	0,0006	0,0010	0,0016	0,0023	0,0030
7	0,0000	0,0006	0,0012	0,0019	0,0026	0,0035
8	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0007	0,0008
9	0,0000	0,0002	0,0004	0,0006	0,0010	0,0014
10	0,0000	0,0000	-0,0003	-0,0001	-0,0003	-0,0002
11	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0002
12	0,0000	0,0003	0,0004	0,0007	0,0011	0,0014
13	0,0000	0,0002	0,0003	0,0005	0,0008	0,0012
14	0,0000	0,0004	0,0007	0,0012	0,0016	0,0023
15	0,0000	0,0005	0,0011	0,0017	0,0023	0,0032
16	0,0000	0,0004	0,0008	0,0012	0,0017	0,0024
17	0,0000	0,0004	0,0007	0,0010	0,0014	0,0020
18	0,0000	0,0002	0,0004	0,0007	0,0010	0,0014
19	0,0000	0,0003	0,0003	0,0005	0,0008	0,0012
20	0,0000	0,0000	-0,0002	-0,0001	-0,0001	0,0002
22	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0002	0,0004
23	0,0000	0,0001	0,0002	0,0004	0,0005	0,0006
25	0,0000	0,0002	0,0005	0,0011	0,0011	0,0017
27	0,0000	0,0004	0,0008	0,0012	0,0015	0,0025
29	0,0000	0,0005	0,0012	0,0020	0,0024	0,0032
30	0,0000	0,0005	0,0008	0,0016	0,0024	0,0035



Рисунок А.8. Результат съемки (модель), конфигурация 3, образец 2.

Таблица А.8. Результаты испытания образца 2 (конфигурация 3)

№ точки (маяка)	Вертикальные перемещения на ступени нагрузки, м					
	2	3	4	5	6	7
1	0,0000	-0,0002	-0,0003	-0,0003	-0,0005	-0,0008
2	0,0000	-0,0001	-0,0003	-0,0003	-0,0004	-0,0004
3	0,0000	0,0001	0,0003	0,0005	0,0008	0,0011
4	0,0000	0,0002	0,0005	0,0008	0,0011	0,0015
5	0,0000	0,0003	0,0006	0,0012	0,0021	0,0025
6	0,0000	0,0006	0,0010	0,0016	0,0023	0,0030
7	0,0000	0,0006	0,0012	0,0019	0,0026	0,0035
8	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0007	0,0008
9	0,0000	0,0002	0,0004	0,0006	0,0010	0,0012
10	0,0000	0,0000	-0,0003	-0,0001	-0,0003	-0,0002
11	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0002
12	0,0000	0,0003	0,0004	0,0007	0,0011	0,0016
13	0,0000	0,0002	0,0003	0,0005	0,0008	0,0012
14	0,0000	0,0004	0,0007	0,0012	0,0016	0,0023
15	0,0000	0,0005	0,0011	0,0017	0,0023	0,0032
16	0,0000	0,0004	0,0008	0,0012	0,0017	0,0024
17	0,0000	0,0004	0,0007	0,0010	0,0014	0,0020
18	0,0000	0,0002	0,0004	0,0007	0,0010	0,0014
19	0,0000	0,0003	0,0003	0,0005	0,0008	0,0012
20	0,0000	0,0000	-0,0002	-0,0001	-0,0001	0,0002
22	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0002	0,0004
23	0,0000	0,0001	0,0002	0,0004	0,0005	0,0006
25	0,0000	0,0002	0,0005	0,0011	0,0011	0,0014
27	0,0000	0,0004	0,0008	0,0012	0,0015	0,0022
29	0,0000	0,0005	0,0012	0,0020	0,0024	0,0035
30	0,0000	0,0005	0,0008	0,0016	0,0024	0,0032



Рисунок А.9. Результат съемки (модель), конфигурация 3, образец 3.

Таблица А.9. Результаты испытания образца 3 (конфигурация 3)

№ точки (маяка)	Вертикальные перемещения на ступени нагрузки, м					
	2	3	4	5	6	7
1	0,0000	-0,0002	-0,0003	-0,0003	-0,0005	-0,0007
2	0,0000	-0,0001	-0,0003	-0,0003	-0,0004	-0,0004
3	0,0000	0,0001	0,0003	0,0005	0,0008	0,0011
4	0,0000	0,0002	0,0005	0,0008	0,0011	0,0015
5	0,0000	0,0003	0,0006	0,0012	0,0021	0,0025
6	0,0000	0,0006	0,0010	0,0016	0,0023	0,0030
7	0,0000	0,0006	0,0012	0,0019	0,0026	0,0035
8	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0007	0,0008
9	0,0000	0,0002	0,0004	0,0006	0,0010	0,0016
10	0,0000	0,0000	-0,0003	-0,0001	-0,0003	-0,0002
11	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0005
12	0,0000	0,0003	0,0004	0,0007	0,0011	0,0015
13	0,0000	0,0002	0,0003	0,0005	0,0008	0,0012
14	0,0000	0,0004	0,0007	0,0012	0,0016	0,0023
15	0,0000	0,0005	0,0011	0,0017	0,0023	0,0032
16	0,0000	0,0004	0,0008	0,0012	0,0017	0,0024
17	0,0000	0,0004	0,0007	0,0010	0,0014	0,0020
18	0,0000	0,0002	0,0004	0,0007	0,0010	0,0014
19	0,0000	0,0003	0,0003	0,0005	0,0008	0,0012
20	0,0000	0,0000	-0,0002	-0,0001	-0,0001	0,0002
22	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0002	0,0004
23	0,0000	0,0001	0,0002	0,0004	0,0005	0,0009
25	0,0000	0,0002	0,0005	0,0011	0,0011	0,0014
27	0,0000	0,0004	0,0008	0,0012	0,0015	0,0022
29	0,0000	0,0005	0,0012	0,0020	0,0024	0,0032
30	0,0000	0,0005	0,0008	0,0016	0,0024	0,0035

Конфигурация 4 параметров образца: $b=1845$ мм; $s=750$ мм; $F=22950$ Н.



Рисунок А.10. Результат съемки (модель), конфигурация 4, образец 1.

Таблица А.10. Результаты испытания образца 1 (конфигурация 4)

№ точки (маяка)	Вертикальные перемещения на ступени нагрузки, м					
	2	3	4	5	6	7
1	0,0000	-0,0002	-0,0003	-0,0003	-0,0006	-0,0008
2	0,0000	-0,0001	-0,0002	-0,0002	-0,0003	-0,0005
3	0,0000	0,0002	0,0003	0,0006	0,0007	0,0009
4	0,0000	0,0004	0,0004	0,0008	0,0009	0,0012
5	0,0000	0,0005	0,0009	0,0014	0,0019	0,0024
6	0,0000	0,0005	0,0011	0,0012	0,0020	0,0027
7	0,0000	0,0006	0,0011	0,0019	0,0024	0,0032
8	0,0000	0,0002	0,0002	0,0005	0,0005	0,0008
9	0,0000	0,0002	0,0003	0,0006	0,0007	0,0011
10	0,0000	0,0001	-0,0001	-0,0001	-0,0003	-0,0004
11	0,0000	0,0000	-0,0001	0,0001	0,0000	0,0002
12	0,0000	0,0002	0,0004	0,0008	0,0009	0,0012
13	0,0000	0,0003	0,0005	0,0007	0,0008	0,0011
14	0,0000	0,0003	0,0005	0,0011	0,0013	0,0019
15	0,0000	0,0005	0,0010	0,0017	0,0021	0,0029
16	0,0000	0,0004	0,0007	0,0014	0,0016	0,0023
17	0,0000	0,0002	0,0005	0,0010	0,0012	0,0017
18	0,0000	0,0003	0,0004	0,0008	0,0008	0,0011
19	0,0000	0,0000	0,0001	0,0005	0,0005	0,0007
20	0,0000	-0,0003	-0,0004	-0,0003	-0,0004	-0,0005
22	0,0000	0,0000	0,0001	0,0005	0,0003	0,0003
23	0,0000	0,0001	0,0003	0,0004	0,0005	0,0006
25	0,0000	0,0002	0,0004	0,0007	0,0009	0,0012
27	0,0000	0,0005	0,0009	0,0012	0,0016	0,0022
29	0,0000	0,0006	0,0011	0,0017	0,0022	0,0029
30	0,0000	0,0010	0,0013	0,0020	0,0024	0,0030



Рисунок А.11. Результат съемки (модель), конфигурация 4, образец 2.

Таблица А.11. Результаты испытания образца 2 (конфигурация 4)

№ точки (маяка)	Вертикальные перемещения на ступени нагрузки, м					
	2	3	4	5	6	7
1	0,0000	-0,0002	-0,0003	-0,0003	-0,0006	-0,0008
2	0,0000	-0,0001	-0,0002	-0,0002	-0,0003	-0,0005
3	0,0000	0,0002	0,0003	0,0006	0,0007	0,0009
4	0,0000	0,0004	0,0004	0,0008	0,0009	0,0012
5	0,0000	0,0005	0,0009	0,0014	0,0019	0,0024
6	0,0000	0,0005	0,0011	0,0012	0,0020	0,0027
7	0,0000	0,0006	0,0011	0,0019	0,0024	0,0032
8	0,0000	0,0002	0,0002	0,0005	0,0005	0,0008
9	0,0000	0,0002	0,0003	0,0006	0,0007	0,0011
10	0,0000	0,0001	-0,0001	-0,0001	-0,0003	-0,0004
11	0,0000	0,0000	-0,0001	0,0001	0,0000	0,0002
12	0,0000	0,0002	0,0004	0,0008	0,0009	0,0012
13	0,0000	0,0003	0,0005	0,0007	0,0008	0,0011
14	0,0000	0,0003	0,0005	0,0011	0,0013	0,0019
15	0,0000	0,0005	0,0010	0,0017	0,0021	0,0029
16	0,0000	0,0004	0,0007	0,0014	0,0016	0,0023
17	0,0000	0,0002	0,0005	0,0010	0,0012	0,0017
18	0,0000	0,0003	0,0004	0,0008	0,0008	0,0011
19	0,0000	0,0000	0,0001	0,0005	0,0005	0,0007
20	0,0000	-0,0003	-0,0004	-0,0003	-0,0004	-0,0005
22	0,0000	0,0000	0,0001	0,0005	0,0003	0,0003
23	0,0000	0,0001	0,0003	0,0004	0,0005	0,0006
25	0,0000	0,0002	0,0004	0,0007	0,0009	0,0012
27	0,0000	0,0005	0,0009	0,0012	0,0016	0,0022
29	0,0000	0,0006	0,0011	0,0017	0,0022	0,0029
30	0,0000	0,0010	0,0013	0,0020	0,0024	0,0031



Рисунок А.12. Результат съемки (модель), конфигурация 4, образец 3.

Таблица А.12. Результаты испытания образца 3 (конфигурация 4)

№ точки (маяка)	Вертикальные перемещения на ступени нагрузки, м					
	2	3	4	5	6	7
1	0,0000	-0,0002	-0,0003	-0,0003	-0,0006	-0,0008
2	0,0000	-0,0001	-0,0002	-0,0002	-0,0003	-0,0005
3	0,0000	0,0002	0,0003	0,0006	0,0007	0,0009
4	0,0000	0,0004	0,0004	0,0008	0,0009	0,0012
5	0,0000	0,0005	0,0009	0,0014	0,0019	0,0024
6	0,0000	0,0005	0,0011	0,0012	0,0020	0,0027
7	0,0000	0,0006	0,0011	0,0019	0,0024	0,0032
8	0,0000	0,0002	0,0002	0,0005	0,0005	0,0008
9	0,0000	0,0002	0,0003	0,0006	0,0007	0,0011
10	0,0000	0,0001	-0,0001	-0,0001	-0,0003	-0,0004
11	0,0000	0,0000	-0,0001	0,0001	0,0000	0,0002
12	0,0000	0,0002	0,0004	0,0008	0,0009	0,0012
13	0,0000	0,0003	0,0005	0,0007	0,0008	0,0011
14	0,0000	0,0003	0,0005	0,0011	0,0013	0,0019
15	0,0000	0,0005	0,0010	0,0017	0,0021	0,0029
16	0,0000	0,0004	0,0007	0,0014	0,0016	0,0023
17	0,0000	0,0002	0,0005	0,0010	0,0012	0,0017
18	0,0000	0,0003	0,0004	0,0008	0,0008	0,0011
19	0,0000	0,0000	0,0001	0,0005	0,0005	0,0007
20	0,0000	-0,0003	-0,0004	-0,0003	-0,0004	-0,0005
22	0,0000	0,0000	0,0001	0,0005	0,0003	0,0003
23	0,0000	0,0001	0,0003	0,0004	0,0005	0,0006
25	0,0000	0,0002	0,0004	0,0007	0,0009	0,0012
27	0,0000	0,0005	0,0009	0,0012	0,0016	0,0022
29	0,0000	0,0006	0,0011	0,0017	0,0022	0,0029
30	0,0000	0,0010	0,0013	0,0020	0,0024	0,0032

Конфигурация 5 параметров образца: $b=1845$ мм; $s=750$ мм; $F=7650$ Н.



Рисунок А.13. Результат съемки (модель), конфигурация 5, образец 1.

Таблица А.13. Результаты испытания образца 1 (конфигурация 5)

№ точки (маяка)	Вертикальные перемещения на ступени нагрузки, м					
	2	3	4	5	6	7
1	0,0000	0,0000	-0,0002	-0,0003	-0,0006	-0,0009
2	0,0000	0,0001	-0,0002	-0,0003	-0,0006	-0,0008
3	0,0000	0,0003	0,0004	0,0006	0,0007	0,0009
4	0,0000	0,0004	0,0005	0,0006	0,0009	0,0010
5	0,0000	0,0006	0,0010	0,0015	0,0019	0,0025
6	0,0000	0,0006	0,0012	0,0016	0,0022	0,0029
7	0,0000	0,0009	0,0015	0,0021	0,0028	0,0036
8	0,0000	0,0003	0,0006	0,0005	0,0005	0,0005
9	0,0000	0,0003	0,0004	0,0005	0,0007	0,0008
10	0,0000	0,0002	-0,0003	-0,0003	-0,0004	-0,0006
11	0,0000	0,0002	0,0000	0,0000	-0,0001	-0,0001
12	0,0000	0,0003	0,0004	0,0006	0,0008	0,0010
13	0,0000	0,0003	0,0003	0,0005	0,0006	0,0008
14	0,0000	0,0007	0,0009	0,0013	0,0017	0,0022
15	0,0000	0,0009	0,0014	0,0021	0,0028	0,0035
16	0,0000	0,0006	0,0010	0,0015	0,0019	0,0025
17	0,0000	0,0005	0,0007	0,0011	0,0016	0,0018
18	0,0000	0,0003	0,0003	0,0005	0,0006	0,0007
19	0,0000	0,0003	0,0001	0,0002	0,0004	0,0005
20	0,0000	0,0002	-0,0002	-0,0001	-0,0002	-0,0004
23	0,0000	0,0002	0,0001	0,0002	0,0002	0,0002
25	0,0000	0,0002	0,0004	0,0006	0,0008	0,0009
27	0,0000	0,0005	0,0008	0,0011	0,0014	0,0020
29	0,0000	0,0007	0,0013	0,0019	0,0025	0,0033
30	0,0000	0,0006	0,0015	0,0023	0,0030	0,0035



Рисунок А.14. Результат съемки (модель), конфигурация 5, образец 2.

Таблица А.14. Результаты испытания образца 2 (конфигурация 5)

№ точки (маяка)	Вертикальные перемещения на ступени нагрузки, м					
	2	3	4	5	6	7
1	0,0000	0,0000	-0,0002	-0,0003	-0,0006	-0,0009
2	0,0000	0,0001	-0,0002	-0,0003	-0,0006	-0,0008
3	0,0000	0,0003	0,0004	0,0006	0,0007	0,0009
4	0,0000	0,0004	0,0005	0,0006	0,0009	0,0010
5	0,0000	0,0006	0,0010	0,0015	0,0019	0,0025
6	0,0000	0,0006	0,0012	0,0016	0,0022	0,0029
7	0,0000	0,0009	0,0015	0,0021	0,0028	0,0036
8	0,0000	0,0003	0,0006	0,0005	0,0005	0,0005
9	0,0000	0,0003	0,0004	0,0005	0,0007	0,0008
10	0,0000	0,0002	-0,0003	-0,0003	-0,0004	-0,0006
11	0,0000	0,0002	0,0000	0,0000	-0,0001	-0,0001
12	0,0000	0,0003	0,0004	0,0006	0,0008	0,0010
13	0,0000	0,0003	0,0003	0,0005	0,0006	0,0008
14	0,0000	0,0007	0,0009	0,0013	0,0017	0,0022
15	0,0000	0,0009	0,0014	0,0021	0,0028	0,0035
16	0,0000	0,0006	0,0010	0,0015	0,0019	0,0025
17	0,0000	0,0005	0,0007	0,0011	0,0016	0,0018
18	0,0000	0,0003	0,0003	0,0005	0,0006	0,0007
19	0,0000	0,0003	0,0001	0,0002	0,0002	0,0002
20	0,0000	0,0002	-0,0002	-0,0001	-0,0002	-0,0004
23	0,0000	0,0002	0,0001	0,0002	0,0002	0,0002
25	0,0000	0,0002	0,0004	0,0006	0,0008	0,0011
27	0,0000	0,0005	0,0008	0,0011	0,0014	0,0024
29	0,0000	0,0007	0,0013	0,0019	0,0025	0,0033
30	0,0000	0,0006	0,0015	0,0023	0,0030	0,0038



Рисунок А.15. Результат съемки (модель), конфигурация 5, образец 3.

Таблица А.15. Результаты испытания образца 3 (конфигурация 5)

№ точки (маяка)	Вертикальные перемещения на ступени нагрузки, м					
	2	3	4	5	6	7
1	0,0000	0,0000	-0,0002	-0,0003	-0,0006	-0,0009
2	0,0000	0,0001	-0,0002	-0,0003	-0,0006	-0,0008
3	0,0000	0,0003	0,0004	0,0006	0,0007	0,0009
4	0,0000	0,0004	0,0005	0,0006	0,0009	0,0010
5	0,0000	0,0006	0,0010	0,0015	0,0019	0,0025
6	0,0000	0,0006	0,0012	0,0016	0,0022	0,0029
7	0,0000	0,0009	0,0015	0,0021	0,0028	0,0036
8	0,0000	0,0003	0,0006	0,0005	0,0005	0,0005
9	0,0000	0,0003	0,0004	0,0005	0,0007	0,0008
10	0,0000	0,0002	-0,0003	-0,0003	-0,0004	-0,0006
11	0,0000	0,0002	0,0000	0,0000	-0,0001	-0,0001
12	0,0000	0,0003	0,0004	0,0006	0,0008	0,0010
13	0,0000	0,0003	0,0003	0,0005	0,0006	0,0008
14	0,0000	0,0007	0,0009	0,0013	0,0017	0,0022
15	0,0000	0,0009	0,0014	0,0021	0,0028	0,0035
16	0,0000	0,0006	0,0010	0,0015	0,0019	0,0025
17	0,0000	0,0005	0,0007	0,0011	0,0016	0,0018
18	0,0000	0,0003	0,0003	0,0005	0,0006	0,0007
19	0,0000	0,0003	0,0001	0,0002	0,0002	0,0002
20	0,0000	0,0002	-0,0002	-0,0001	-0,0002	-0,0004
23	0,0000	0,0002	0,0001	0,0002	0,0002	0,0005
25	0,0000	0,0002	0,0004	0,0006	0,0008	0,0010
27	0,0000	0,0005	0,0008	0,0011	0,0014	0,0022
29	0,0000	0,0007	0,0013	0,0019	0,0025	0,0030
30	0,0000	0,0006	0,0015	0,0023	0,0030	0,0035

Конфигурация 6 параметров образца: $b=1395$ мм; $s=750$ мм; $F=15300$ Н.



Рисунок А.16. Результат съемки (модель), конфигурация 6, образец 1.

Таблица А.16. Результаты испытания образца 1 (конфигурация 6)

№ точки (маяка)	Вертикальные перемещения на ступени нагрузки, м					
	2	3	4	5	6	7
1	0,0000	0,0002	0,0002	0,0003	0,0004	0,0004
2	0,0000	0,0002	0,0004	0,0004	0,0006	0,0007
3	0,0000	0,0003	0,0007	0,0009	0,0013	0,0016
4	0,0000	0,0004	0,0008	0,0011	0,0015	0,0021
5	0,0000	0,0007	0,0008	0,0015	0,0014	0,0018
6	0,0000	0,0006	0,0010	0,0014	0,0019	0,0025
7	0,0000	0,0007	0,0012	0,0018	0,0024	0,0034
8	0,0000	0,0005	0,0007	0,0010	0,0013	0,0016
9	0,0000	0,0005	0,0007	0,0010	0,0014	0,0019
10	0,0000	0,0001	0,0001	0,0001	0,0002	0,0001
11	0,0000	0,0002	0,0003	0,0005	0,0007	0,0007
12	0,0000	0,0005	0,0008	0,0012	0,0016	0,0022
13	0,0000	0,0004	0,0006	0,0009	0,0012	0,0016
14	0,0000	0,0006	0,0010	0,0014	0,0019	0,0027
15	0,0000	0,0006	0,0010	0,0015	0,0022	0,0031
16	0,0000	0,0006	0,0008	0,0012	0,0017	0,0023
17	0,0000	0,0005	0,0006	0,0008	0,0012	0,0016
18	0,0000	0,0005	0,0007	0,0011	0,0015	0,0019
19	0,0000	0,0003	0,0005	0,0007	0,0010	0,0012
20	0,0000	0,0001	0,0001	0,0005	0,0005	0,0002
21	0,0000	0,0001	0,0002	0,0004	0,0006	0,0007
23	0,0000	0,0004	0,0006	0,0008	0,0011	0,0014
25	0,0000	0,0005	0,0009	0,0012	0,0017	0,0022
27	0,0000	0,0007	0,0010	0,0016	0,0020	0,0028



Рисунок А.17. Результат съемки (модель), конфигурация б, образец 2.

Таблица А.17. Результаты испытания образца 2 (конфигурация б)

№ точки (маяка)	Вертикальные перемещения на ступени нагрузки, м					
	2	3	4	5	6	7
1	0,0000	0,0002	0,0002	0,0003	0,0004	0,0004
2	0,0000	0,0002	0,0004	0,0004	0,0006	0,0007
3	0,0000	0,0003	0,0007	0,0009	0,0013	0,0016
4	0,0000	0,0004	0,0008	0,0011	0,0015	0,0021
5	0,0000	0,0007	0,0008	0,0015	0,0014	0,0018
6	0,0000	0,0006	0,0010	0,0014	0,0019	0,0025
7	0,0000	0,0007	0,0012	0,0018	0,0024	0,0034
8	0,0000	0,0005	0,0007	0,0010	0,0013	0,0016
9	0,0000	0,0005	0,0007	0,0010	0,0014	0,0019
10	0,0000	0,0001	0,0001	0,0001	0,0002	0,0001
11	0,0000	0,0002	0,0003	0,0005	0,0007	0,0007
12	0,0000	0,0005	0,0008	0,0012	0,0016	0,0022
13	0,0000	0,0004	0,0006	0,0009	0,0012	0,0016
14	0,0000	0,0006	0,0010	0,0014	0,0019	0,0027
15	0,0000	0,0006	0,0010	0,0015	0,0022	0,0031
16	0,0000	0,0006	0,0008	0,0012	0,0017	0,0023
17	0,0000	0,0005	0,0006	0,0008	0,0012	0,0016
18	0,0000	0,0005	0,0007	0,0011	0,0015	0,0019
19	0,0000	0,0003	0,0005	0,0007	0,0010	0,0012
20	0,0000	0,0001	0,0001	0,0005	0,0005	0,0002
21	0,0000	0,0001	0,0002	0,0004	0,0006	0,0007
23	0,0000	0,0004	0,0006	0,0008	0,0011	0,0014
25	0,0000	0,0005	0,0009	0,0012	0,0017	0,0022
27	0,0000	0,0007	0,0010	0,0016	0,0020	0,0028



Рисунок А.18. Результат съемки (модель), конфигурация б, образец 3.

Таблица А.18. Результаты испытания образца 3 (конфигурация б)

№ точки (маяка)	Вертикальные перемещения на ступени нагрузки, м					
	2	3	4	5	6	7
1	0,0000	0,0002	0,0002	0,0003	0,0004	0,0004
2	0,0000	0,0002	0,0004	0,0004	0,0006	0,0007
3	0,0000	0,0003	0,0007	0,0009	0,0013	0,0016
4	0,0000	0,0004	0,0008	0,0011	0,0015	0,0021
5	0,0000	0,0007	0,0008	0,0015	0,0014	0,0018
6	0,0000	0,0006	0,0010	0,0014	0,0019	0,0025
7	0,0000	0,0007	0,0012	0,0018	0,0024	0,0034
8	0,0000	0,0005	0,0007	0,0010	0,0013	0,0016
9	0,0000	0,0005	0,0007	0,0010	0,0014	0,0019
10	0,0000	0,0001	0,0001	0,0001	0,0002	0,0001
11	0,0000	0,0002	0,0003	0,0005	0,0007	0,0007
12	0,0000	0,0005	0,0008	0,0012	0,0016	0,0022
13	0,0000	0,0004	0,0006	0,0009	0,0012	0,0016
14	0,0000	0,0006	0,0010	0,0014	0,0019	0,0027
15	0,0000	0,0006	0,0010	0,0015	0,0022	0,0031
16	0,0000	0,0006	0,0008	0,0012	0,0017	0,0023
17	0,0000	0,0005	0,0006	0,0008	0,0012	0,0016
18	0,0000	0,0005	0,0007	0,0011	0,0015	0,0019
19	0,0000	0,0003	0,0005	0,0007	0,0010	0,0012
20	0,0000	0,0001	0,0001	0,0005	0,0005	0,0002
21	0,0000	0,0001	0,0002	0,0004	0,0006	0,0007
23	0,0000	0,0004	0,0006	0,0008	0,0011	0,0014
25	0,0000	0,0005	0,0009	0,0012	0,0017	0,0022
27	0,0000	0,0007	0,0010	0,0016	0,0020	0,0028

Конфигурация 7 параметров образца: $b=1395$ мм; $s=500$ мм; $F=7650$ Н.



Рисунок А.19. Результат съемки (модель), конфигурация 7, образец 1.

Таблица А.19. Результаты испытания образца 1 (конфигурация 7)

№ точки (маяка)	Вертикальные перемещения на ступени нагрузки, м					
	2	3	4	5	6	7
1	0,0000	0,0001	0,0002	0,0006	0,0004	0,0003
2	0,0000	0,0003	0,0004	0,0005	0,0006	0,0007
3	0,0000	0,0004	0,0006	0,0008	0,0013	0,0015
4	0,0000	0,0005	0,0008	0,0011	0,0015	0,0019
5	0,0000	0,0004	0,0007	0,0008	0,0012	0,0014
6	0,0000	0,0006	0,0009	0,0013	0,0018	0,0024
7	0,0000	0,0006	0,0012	0,0016	0,0023	0,0032
8	0,0000	0,0003	0,0005	0,0008	0,0011	0,0012
9	0,0000	0,0004	0,0006	0,0009	0,0013	0,0017
10	0,0000	-0,0001	-0,0001	-0,0002	0,0001	-0,0002
11	0,0000	0,0002	0,0003	0,0004	0,0007	0,0005
12	0,0000	0,0005	0,0007	0,0011	0,0016	0,0020
13	0,0000	0,0004	0,0006	0,0009	0,0014	0,0016
14	0,0000	0,0007	0,0010	0,0016	0,0020	0,0027
15	0,0000	0,0006	0,0011	0,0017	0,0023	0,0032
16	0,0000	0,0004	0,0006	0,0010	0,0016	0,0022
17	0,0000	0,0002	0,0004	0,0007	0,0012	0,0012
18	0,0000	0,0003	0,0005	0,0008	0,0013	0,0017
19	0,0000	0,0002	0,0003	0,0006	0,0010	0,0012
20	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0000
21	0,0000	0,0002	0,0003	0,0004	0,0007	0,0007
23	0,0000	0,0003	0,0005	0,0008	0,0010	0,0015
25	0,0000	0,0004	0,0008	0,0012	0,0016	0,0021
27	0,0000	0,0006	0,0011	0,0015	0,0021	0,0028



Рисунок А.20. Результат съемки (модель), конфигурация 7, образец 2.

Таблица А.20. Результаты испытания образца 2 (конфигурация 7)

№ точки (маяка)	Вертикальные перемещения на ступени нагрузки, м					
	2	3	4	5	6	7
1	0,0000	0,0001	0,0002	0,0006	0,0004	0,0003
2	0,0000	0,0003	0,0004	0,0005	0,0006	0,0007
3	0,0000	0,0004	0,0006	0,0008	0,0013	0,0015
4	0,0000	0,0005	0,0008	0,0011	0,0015	0,0019
5	0,0000	0,0004	0,0007	0,0008	0,0012	0,0014
6	0,0000	0,0006	0,0009	0,0013	0,0018	0,0024
7	0,0000	0,0006	0,0012	0,0016	0,0023	0,0032
8	0,0000	0,0003	0,0005	0,0008	0,0011	0,0012
9	0,0000	0,0004	0,0006	0,0009	0,0013	0,0017
10	0,0000	-0,0001	-0,0001	-0,0002	0,0001	-0,0002
11	0,0000	0,0002	0,0003	0,0004	0,0007	0,0005
12	0,0000	0,0005	0,0007	0,0011	0,0016	0,0020
13	0,0000	0,0004	0,0006	0,0009	0,0014	0,0016
14	0,0000	0,0007	0,0010	0,0016	0,0020	0,0027
15	0,0000	0,0006	0,0011	0,0017	0,0023	0,0032
16	0,0000	0,0004	0,0006	0,0010	0,0016	0,0022
17	0,0000	0,0002	0,0004	0,0007	0,0012	0,0012
18	0,0000	0,0003	0,0005	0,0008	0,0013	0,0017
19	0,0000	0,0002	0,0003	0,0006	0,0010	0,0012
20	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0000
21	0,0000	0,0002	0,0003	0,0004	0,0007	0,0007
23	0,0000	0,0003	0,0005	0,0008	0,0010	0,0011
25	0,0000	0,0004	0,0008	0,0012	0,0016	0,0021
27	0,0000	0,0006	0,0011	0,0015	0,0021	0,0029



Рисунок А.21. Результат съемки (модель), конфигурация 7, образец 3.

Таблица А.21. Результаты испытания образца 3 (конфигурация 7)

№ точки (маяка)	Вертикальные перемещения на ступени нагрузки, м					
	2	3	4	5	6	7
1	0,0000	0,0001	0,0002	0,0006	0,0004	0,0003
2	0,0000	0,0003	0,0004	0,0005	0,0006	0,0007
3	0,0000	0,0004	0,0006	0,0008	0,0013	0,0015
4	0,0000	0,0005	0,0008	0,0011	0,0015	0,0019
5	0,0000	0,0004	0,0007	0,0008	0,0012	0,0014
6	0,0000	0,0006	0,0009	0,0013	0,0018	0,0024
7	0,0000	0,0006	0,0012	0,0016	0,0023	0,0032
8	0,0000	0,0003	0,0005	0,0008	0,0011	0,0012
9	0,0000	0,0004	0,0006	0,0009	0,0013	0,0017
10	0,0000	-0,0001	-0,0001	-0,0002	0,0001	-0,0002
11	0,0000	0,0002	0,0003	0,0004	0,0007	0,0005
12	0,0000	0,0005	0,0007	0,0011	0,0016	0,0020
13	0,0000	0,0004	0,0006	0,0009	0,0014	0,0016
14	0,0000	0,0007	0,0010	0,0016	0,0020	0,0027
15	0,0000	0,0006	0,0011	0,0017	0,0023	0,0032
16	0,0000	0,0004	0,0006	0,0010	0,0016	0,0022
17	0,0000	0,0002	0,0004	0,0007	0,0012	0,0012
18	0,0000	0,0003	0,0005	0,0008	0,0013	0,0017
19	0,0000	0,0002	0,0003	0,0006	0,0010	0,0012
20	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0000
21	0,0000	0,0002	0,0003	0,0004	0,0007	0,0010
23	0,0000	0,0003	0,0005	0,0008	0,0010	0,0013
25	0,0000	0,0004	0,0008	0,0012	0,0016	0,0021
27	0,0000	0,0006	0,0011	0,0015	0,0021	0,0030

Конфигурация 8 параметров образца: $b=1395$ мм; $s=500$ мм; $F=22950$ Н.



Рисунок А.22. Результат съемки (модель), конфигурация 8, образец 1.

Таблица А.22. Результаты испытания образца 1 (конфигурация 8)

№ точки (маяка)	Вертикальные перемещения на ступени нагрузки, м					
	2	3	4	5	6	7
1	0,0000	0,0003	0,0002	0,0003	0,0004	0,0006
2	0,0000	0,0003	0,0005	0,0005	0,0005	0,0008
3	0,0000	0,0004	0,0007	0,0010	0,0012	0,0016
4	0,0000	0,0004	0,0007	0,0011	0,0013	0,0020
5	0,0000	0,0005	0,0009	0,0010	0,0012	0,0017
6	0,0000	0,0005	0,0009	0,0013	0,0016	0,0023
7	0,0000	0,0006	0,0009	0,0015	0,0020	0,0029
8	0,0000	0,0004	0,0006	0,0008	0,0010	0,0016
9	0,0000	0,0005	0,0008	0,0010	0,0012	0,0019
10	0,0000	0,0002	0,0001	0,0002	0,0001	0,0005
11	0,0000	0,0004	0,0005	0,0005	0,0005	0,0010
12	0,0000	0,0003	0,0007	0,0010	0,0012	0,0017
13	0,0000	0,0005	0,0006	0,0009	0,0010	0,0018
14	0,0000	0,0006	0,0009	0,0013	0,0017	0,0026
15	0,0000	0,0006	0,0009	0,0015	0,0017	0,0026
16	0,0000	0,0005	0,0008	0,0011	0,0016	0,0020
17	0,0000	0,0004	0,0005	0,0007	0,0008	0,0013
18	0,0000	0,0004	0,0007	0,0010	0,0011	0,0018
19	0,0000	0,0003	0,0005	0,0007	0,0006	0,0013
20	0,0000	0,0001	0,0001	0,0002	0,0000	0,0002
21	0,0000	0,0003	0,0005	0,0007	0,0008	0,0013
23	0,0000	0,0003	0,0005	0,0008	0,0009	0,0013
25	0,0000	0,0005	0,0008	0,0011	0,0014	0,0023
27	0,0000	0,0006	0,0007	0,0018	0,0021	0,0024



Рисунок А.23. Результат съемки (модель), конфигурация 8, образец 2.

Таблица А.23. Результаты испытания образца 2 (конфигурация 8)

№ точки (маяка)	Вертикальные перемещения на ступени нагрузки, м					
	2	3	4	5	6	7
1	0,0000	0,0003	0,0002	0,0003	0,0004	0,0006
2	0,0000	0,0003	0,0005	0,0005	0,0005	0,0008
3	0,0000	0,0004	0,0007	0,0010	0,0012	0,0016
4	0,0000	0,0004	0,0007	0,0011	0,0013	0,0020
5	0,0000	0,0005	0,0009	0,0010	0,0012	0,0017
6	0,0000	0,0005	0,0009	0,0013	0,0016	0,0023
7	0,0000	0,0006	0,0009	0,0015	0,0020	0,0029
8	0,0000	0,0004	0,0006	0,0008	0,0010	0,0016
9	0,0000	0,0005	0,0008	0,0010	0,0012	0,0019
10	0,0000	0,0002	0,0001	0,0002	0,0001	0,0005
11	0,0000	0,0004	0,0005	0,0005	0,0005	0,0010
12	0,0000	0,0003	0,0007	0,0010	0,0012	0,0017
13	0,0000	0,0005	0,0006	0,0009	0,0010	0,0016
14	0,0000	0,0006	0,0009	0,0013	0,0017	0,0022
15	0,0000	0,0006	0,0009	0,0015	0,0017	0,0027
16	0,0000	0,0005	0,0008	0,0011	0,0016	0,0020
17	0,0000	0,0004	0,0005	0,0007	0,0008	0,0013
18	0,0000	0,0004	0,0007	0,0010	0,0011	0,0018
19	0,0000	0,0003	0,0005	0,0007	0,0006	0,0013
20	0,0000	0,0001	0,0001	0,0002	0,0000	0,0002
21	0,0000	0,0003	0,0005	0,0007	0,0008	0,0010
23	0,0000	0,0003	0,0005	0,0008	0,0009	0,0016
25	0,0000	0,0005	0,0008	0,0011	0,0014	0,0020
27	0,0000	0,0006	0,0007	0,0018	0,0021	0,0029



Рисунок А.24. Результат съемки (модель), конфигурация 8, образец 3.

Таблица А.24. Результаты испытания образца 3 (конфигурация 8)

№ точки (маяка)	Вертикальные перемещения на ступени нагрузки, м					
	2	3	4	5	6	7
1	0,0000	0,0003	0,0002	0,0003	0,0004	0,0006
2	0,0000	0,0003	0,0005	0,0005	0,0005	0,0008
3	0,0000	0,0004	0,0007	0,0010	0,0012	0,0016
4	0,0000	0,0004	0,0007	0,0011	0,0013	0,0020
5	0,0000	0,0005	0,0009	0,0010	0,0012	0,0017
6	0,0000	0,0005	0,0009	0,0013	0,0016	0,0023
7	0,0000	0,0006	0,0009	0,0015	0,0020	0,0029
8	0,0000	0,0004	0,0006	0,0008	0,0010	0,0016
9	0,0000	0,0005	0,0008	0,0010	0,0012	0,0019
10	0,0000	0,0002	0,0001	0,0002	0,0001	0,0005
11	0,0000	0,0004	0,0005	0,0005	0,0005	0,0010
12	0,0000	0,0003	0,0007	0,0010	0,0012	0,0023
13	0,0000	0,0005	0,0006	0,0009	0,0010	0,0017
14	0,0000	0,0006	0,0009	0,0013	0,0017	0,0024
15	0,0000	0,0006	0,0009	0,0015	0,0017	0,0031
16	0,0000	0,0005	0,0008	0,0011	0,0016	0,0020
17	0,0000	0,0004	0,0005	0,0007	0,0008	0,0013
18	0,0000	0,0004	0,0007	0,0010	0,0011	0,0018
19	0,0000	0,0003	0,0005	0,0007	0,0006	0,0013
20	0,0000	0,0001	0,0001	0,0002	0,0000	0,0002
21	0,0000	0,0003	0,0005	0,0007	0,0008	0,0010
23	0,0000	0,0003	0,0005	0,0008	0,0009	0,0016
25	0,0000	0,0005	0,0008	0,0011	0,0014	0,0020
27	0,0000	0,0006	0,0007	0,0018	0,0021	0,0028

Конфигурация 9 параметров образца: $b=1395$ мм; $s=250$ мм; $F=15300$ Н.



Рисунок А.25. Результат съемки (модель), конфигурация 9, образец 1.

Таблица А.25. Результаты испытания образца 1 (конфигурация 9)

№ точки (маяка)	Вертикальные перемещения на ступени нагрузки, м					
	2	3	4	5	6	7
1	0,0000	0,0003	0,0002	0,0004	0,0004	0,0007
2	0,0000	0,0005	0,0003	0,0005	0,0006	0,0009
3	0,0000	0,0005	0,0005	0,0008	0,0010	0,0015
4	0,0000	-0,0002	0,0000	0,0004	0,0008	0,0012
5	0,0000	0,0005	0,0005	0,0007	0,0010	0,0015
6	0,0000	0,0006	0,0008	0,0013	0,0016	0,0021
7	0,0000	0,0006	0,0009	0,0014	0,0020	0,0027
8	0,0000	0,0005	0,0006	0,0009	0,0011	0,0016
9	0,0000	0,0004	0,0006	0,0010	0,0013	0,0017
10	0,0000	0,0004	0,0004	0,0003	0,0005	0,0006
11	0,0000	0,0001	0,0002	0,0004	0,0006	0,0008
12	0,0000	0,0004	0,0007	0,0009	0,0013	0,0018
13	0,0000	0,0004	0,0006	0,0008	0,0011	0,0015
14	0,0000	0,0007	0,0009	0,0012	0,0016	0,0023
15	0,0000	0,0006	0,0009	0,0014	0,0018	0,0025
16	0,0000	0,0004	0,0007	0,0009	0,0013	0,0019
17	0,0000	0,0003	0,0005	0,0006	0,0008	0,0013
18	0,0000	0,0004	0,0007	0,0009	0,0012	0,0018
19	0,0000	0,0003	0,0004	0,0006	0,0009	0,0012
20	0,0000	0,0001	0,0000	0,0001	0,0003	0,0004
21	0,0000	0,0004	0,0005	0,0006	0,0008	0,0012
23	0,0000	0,0004	0,0005	0,0008	0,0011	0,0015
25	0,0000	0,0005	0,0008	0,0011	0,0015	0,0020
27	0,0000	0,0005	0,0009	0,0014	0,0018	0,0025



Рисунок А.26. Результат съемки (модель), конфигурация 9, образец 2.

Таблица А.26. Результаты испытания образца 2 (конфигурация 9)

№ точки (маяка)	Вертикальные перемещения на ступени нагрузки, м					
	2	3	4	5	6	7
1	0,0000	0,0003	0,0002	0,0004	0,0004	0,0007
2	0,0000	0,0005	0,0003	0,0005	0,0006	0,0009
3	0,0000	0,0005	0,0005	0,0008	0,0010	0,0015
4	0,0000	-0,0002	0,0000	0,0004	0,0008	0,0012
5	0,0000	0,0005	0,0005	0,0007	0,0010	0,0015
6	0,0000	0,0006	0,0008	0,0013	0,0016	0,0021
7	0,0000	0,0006	0,0009	0,0014	0,0020	0,0027
8	0,0000	0,0005	0,0006	0,0009	0,0011	0,0016
9	0,0000	0,0004	0,0006	0,0010	0,0013	0,0017
10	0,0000	0,0004	0,0004	0,0003	0,0005	0,0006
11	0,0000	0,0001	0,0002	0,0004	0,0006	0,0008
12	0,0000	0,0004	0,0007	0,0009	0,0013	0,0018
13	0,0000	0,0004	0,0006	0,0008	0,0011	0,0015
14	0,0000	0,0007	0,0009	0,0012	0,0016	0,0023
15	0,0000	0,0006	0,0009	0,0014	0,0018	0,0025
16	0,0000	0,0004	0,0007	0,0009	0,0013	0,0019
17	0,0000	0,0003	0,0005	0,0006	0,0008	0,0013
18	0,0000	0,0004	0,0007	0,0009	0,0012	0,0018
19	0,0000	0,0003	0,0004	0,0006	0,0009	0,0012
20	0,0000	0,0001	0,0000	0,0001	0,0003	0,0005
21	0,0000	0,0004	0,0005	0,0006	0,0008	0,0012
23	0,0000	0,0004	0,0005	0,0008	0,0011	0,0013
25	0,0000	0,0005	0,0008	0,0011	0,0015	0,0020
27	0,0000	0,0005	0,0009	0,0014	0,0018	0,0024



Рисунок А.27. Результат съемки (модель), конфигурация 9, образец 3.

Таблица А.27. Результаты испытания образца 3 (конфигурация 9)

№ точки (маяка)	Вертикальные перемещения на ступени нагрузки, м					
	2	3	4	5	6	7
1	0,0000	0,0003	0,0002	0,0004	0,0004	0,0007
2	0,0000	0,0005	0,0003	0,0005	0,0006	0,0009
3	0,0000	0,0005	0,0005	0,0008	0,0010	0,0015
4	0,0000	-0,0002	0,0000	0,0004	0,0008	0,0012
5	0,0000	0,0005	0,0005	0,0007	0,0010	0,0015
6	0,0000	0,0006	0,0008	0,0013	0,0016	0,0021
7	0,0000	0,0006	0,0009	0,0014	0,0020	0,0027
8	0,0000	0,0005	0,0006	0,0009	0,0011	0,0016
9	0,0000	0,0004	0,0006	0,0010	0,0013	0,0017
10	0,0000	0,0004	0,0004	0,0003	0,0005	0,0006
11	0,0000	0,0001	0,0002	0,0004	0,0006	0,0008
12	0,0000	0,0004	0,0007	0,0009	0,0013	0,0018
13	0,0000	0,0004	0,0006	0,0008	0,0011	0,0015
14	0,0000	0,0007	0,0009	0,0012	0,0016	0,0023
15	0,0000	0,0006	0,0009	0,0014	0,0018	0,0025
16	0,0000	0,0004	0,0007	0,0009	0,0013	0,0019
17	0,0000	0,0003	0,0005	0,0006	0,0008	0,0013
18	0,0000	0,0004	0,0007	0,0009	0,0012	0,0018
19	0,0000	0,0003	0,0004	0,0006	0,0009	0,0012
20	0,0000	0,0001	0,0000	0,0001	0,0003	0,0006
21	0,0000	0,0004	0,0005	0,0006	0,0008	0,0009
23	0,0000	0,0004	0,0005	0,0008	0,0011	0,0014
25	0,0000	0,0005	0,0008	0,0011	0,0015	0,0023
27	0,0000	0,0005	0,0009	0,0014	0,0018	0,0026

Конфигурация 10 параметров образца: $b=945$ мм; $s=250$ мм; $F=22950$ Н.

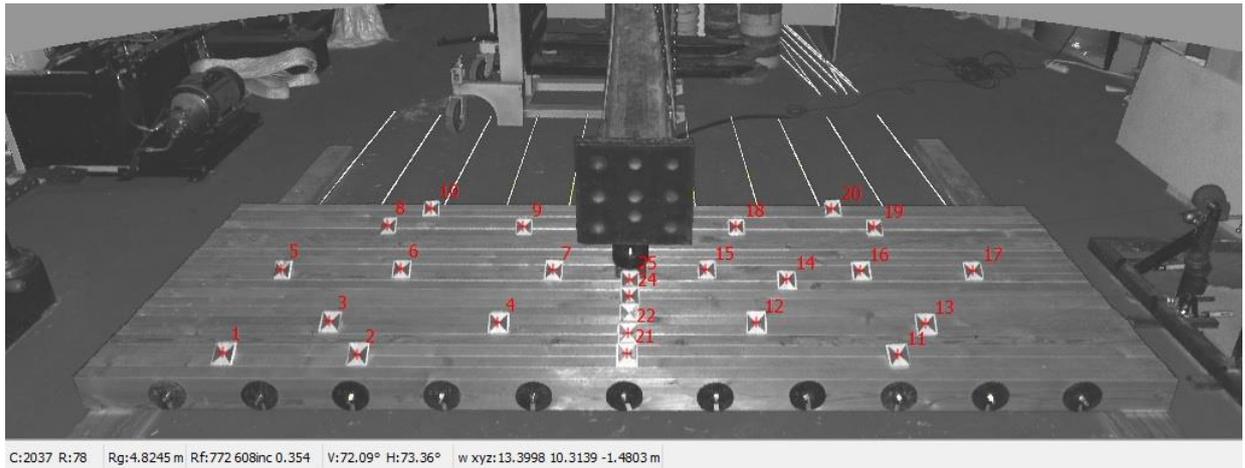


Рисунок А.28. Результат съемки (модель), конфигурация 10, образец 1.

Таблица А.28. Результаты испытания образца 1 (конфигурация 10)

№ точки (маяка)	Вертикальные перемещения на ступени нагрузки, м					
	2	3	4	5	6	7
1	0,0000	0,0005	0,0007	0,0009	0,0011	0,0013
2	0,0000	0,0005	0,0008	0,0012	0,0014	0,0020
3	0,0000	0,0005	0,0008	0,0011	0,0014	0,0019
4	0,0000	0,0006	0,0009	0,0014	0,0017	0,0022
5	0,0000	0,0004	0,0010	0,0009	0,0011	0,0016
6	0,0000	0,0005	0,0009	0,0012	0,0014	0,0020
7	0,0000	0,0005	0,0010	0,0014	0,0018	0,0027
8	0,0000	0,0001	0,0003	0,0004	0,0006	0,0011
9	0,0000	0,0002	0,0005	0,0009	0,0011	0,0016
10	0,0000	0,0003	0,0004	0,0007	0,0008	0,0011
11	0,0000	0,0005	0,0008	0,0012	0,0016	0,0021
12	0,0000	0,0005	0,0009	0,0013	0,0017	0,0024
13	0,0000	0,0004	0,0007	0,0011	0,0014	0,0019
14	0,0000	0,0005	0,0008	0,0013	0,0017	0,0025
15	0,0000	0,0006	0,0010	0,0014	0,0020	0,0026
16	0,0000	0,0003	0,0007	0,0009	0,0013	0,0019
17	0,0000	0,0003	0,0005	0,0006	0,0009	0,0012
18	0,0000	0,0005	0,0007	0,0010	0,0013	0,0018
19	0,0000	0,0003	0,0005	0,0007	0,0009	0,0012
20	0,0000	0,0002	0,0003	0,0005	0,0007	0,0013
21	0,0000	0,0005	0,0010	0,0015	0,0014	0,0026
22	0,0000	0,0004	0,0008	0,0014	0,0018	0,0025
24	0,0000	0,0006	0,0009	0,0015	0,0019	0,0027
25	0,0000	0,0007	0,0011	0,0017	0,0020	0,0026



Рисунок А.29. Результат съемки (модель), конфигурация 10, образец 2.

Таблица А.29. Результаты испытания образца 2 (конфигурация 10)

№ точки (маяка)	Вертикальные перемещения на ступени нагрузки, м					
	2	3	4	5	6	7
1	0,0000	0,0005	0,0007	0,0009	0,0011	0,0013
2	0,0000	0,0005	0,0008	0,0012	0,0014	0,0020
3	0,0000	0,0005	0,0008	0,0011	0,0014	0,0019
4	0,0000	0,0006	0,0009	0,0014	0,0017	0,0025
5	0,0000	0,0004	0,0010	0,0009	0,0011	0,0015
6	0,0000	0,0005	0,0009	0,0012	0,0014	0,0020
7	0,0000	0,0005	0,0010	0,0014	0,0018	0,0027
8	0,0000	0,0001	0,0003	0,0004	0,0006	0,0011
9	0,0000	0,0002	0,0005	0,0009	0,0011	0,0016
10	0,0000	0,0003	0,0004	0,0007	0,0008	0,0011
11	0,0000	0,0005	0,0008	0,0012	0,0016	0,0021
12	0,0000	0,0005	0,0009	0,0013	0,0017	0,0024
13	0,0000	0,0004	0,0007	0,0011	0,0014	0,0019
14	0,0000	0,0005	0,0008	0,0013	0,0017	0,0022
15	0,0000	0,0006	0,0010	0,0014	0,0020	0,0030
16	0,0000	0,0003	0,0007	0,0009	0,0013	0,0019
17	0,0000	0,0003	0,0005	0,0006	0,0009	0,0012
18	0,0000	0,0005	0,0007	0,0010	0,0013	0,0018
19	0,0000	0,0003	0,0005	0,0007	0,0009	0,0012
20	0,0000	0,0002	0,0003	0,0005	0,0007	0,0013
21	0,0000	0,0005	0,0010	0,0015	0,0014	0,0026
22	0,0000	0,0004	0,0008	0,0014	0,0018	0,0024
24	0,0000	0,0006	0,0009	0,0015	0,0019	0,0029
25	0,0000	0,0007	0,0011	0,0017	0,0020	0,0025



Рисунок А.30. Результат съемки (модель), конфигурация 10, образец 3.

Таблица А.30. Результаты испытания образца 3 (конфигурация 10)

№ точки (маяка)	Вертикальные перемещения на ступени нагрузки, м					
	2	3	4	5	6	7
1	0,0000	0,0005	0,0007	0,0009	0,0011	0,0013
2	0,0000	0,0005	0,0008	0,0012	0,0014	0,0020
3	0,0000	0,0005	0,0008	0,0011	0,0014	0,0019
4	0,0000	0,0006	0,0009	0,0014	0,0017	0,0025
5	0,0000	0,0004	0,0010	0,0009	0,0011	0,0014
6	0,0000	0,0005	0,0009	0,0012	0,0014	0,0020
7	0,0000	0,0005	0,0010	0,0014	0,0018	0,0027
8	0,0000	0,0001	0,0003	0,0004	0,0006	0,0011
9	0,0000	0,0002	0,0005	0,0009	0,0011	0,0016
10	0,0000	0,0003	0,0004	0,0007	0,0008	0,0011
11	0,0000	0,0005	0,0008	0,0012	0,0016	0,0021
12	0,0000	0,0005	0,0009	0,0013	0,0017	0,0024
13	0,0000	0,0004	0,0007	0,0011	0,0014	0,0019
14	0,0000	0,0005	0,0008	0,0013	0,0017	0,0025
15	0,0000	0,0006	0,0010	0,0014	0,0020	0,0028
16	0,0000	0,0003	0,0007	0,0009	0,0013	0,0019
17	0,0000	0,0003	0,0005	0,0006	0,0009	0,0012
18	0,0000	0,0005	0,0007	0,0010	0,0013	0,0018
19	0,0000	0,0003	0,0005	0,0007	0,0009	0,0012
20	0,0000	0,0002	0,0003	0,0005	0,0007	0,0013
21	0,0000	0,0005	0,0010	0,0015	0,0014	0,0026
22	0,0000	0,0004	0,0008	0,0014	0,0018	0,0023
24	0,0000	0,0006	0,0009	0,0015	0,0019	0,0025
25	0,0000	0,0007	0,0011	0,0017	0,0020	0,0027

Конфигурация 11 параметров образца: $b=945$ мм; $s=250$ мм; $F=7650$ Н.



Рисунок А.31. Результат съемки (модель), конфигурация 11, образец 1.

Таблица А.31. Результаты испытания образца 1 (конфигурация 11)

№ точки (маяка)	Вертикальные перемещения на ступени нагрузки, м					
	2	3	4	5	6	7
1	0,0000	0,0005	0,0007	0,0009	0,0012	0,0014
2	0,0000	0,0004	0,0007	0,0011	0,0014	0,0019
3	0,0000	0,0007	0,0008	0,0010	0,0013	0,0018
4	0,0000	0,0005	0,0008	0,0013	0,0017	0,0023
5	0,0000	0,0005	0,0007	0,0009	0,0012	0,0013
6	0,0000	0,0005	0,0008	0,0012	0,0016	0,0021
7	0,0000	0,0007	0,0011	0,0016	0,0021	0,0029
8	0,0000	0,0003	0,0004	0,0007	0,0009	0,0012
9	0,0000	0,0004	0,0007	0,0010	0,0014	0,0017
10	0,0000	0,0007	0,0008	0,0010	0,0012	0,0012
11	0,0000	0,0005	0,0008	0,0012	0,0015	0,0020
12	0,0000	0,0005	0,0008	0,0013	0,0017	0,0022
13	0,0000	0,0005	0,0007	0,0011	0,0014	0,0020
14	0,0000	0,0006	0,0007	0,0013	0,0018	0,0024
15	0,0000	0,0007	0,0010	0,0015	0,0021	0,0029
16	0,0000	0,0004	0,0006	0,0010	0,0014	0,0020
17	0,0000	0,0003	0,0004	0,0005	0,0009	0,0012
18	0,0000	0,0006	0,0007	0,0010	0,0014	0,0021
19	0,0000	0,0003	0,0004	0,0006	0,0009	0,0012
20	0,0000	0,0002	0,0004	0,0005	0,0008	0,0012
21	0,0000	0,0001	0,0008	0,0014	0,0013	0,0024
22	0,0000	0,0005	0,0010	0,0014	0,0018	0,0026
24	0,0000	0,0006	0,0012	0,0019	0,0023	0,0027
25	0,0000	0,0006	0,0010	0,0017	0,0022	0,0030



Рисунок А.32. Результат съемки (модель), конфигурация 11, образец 2.

Таблица А.32. Результаты испытания образца 2 (конфигурация 11)

№ точки (маяка)	Вертикальные перемещения на ступени нагрузки, м					
	2	3	4	5	6	7
1	0,0000	0,0005	0,0007	0,0009	0,0012	0,0014
2	0,0000	0,0004	0,0007	0,0011	0,0014	0,0019
3	0,0000	0,0007	0,0008	0,0010	0,0013	0,0018
4	0,0000	0,0005	0,0008	0,0013	0,0017	0,0023
5	0,0000	0,0005	0,0007	0,0009	0,0012	0,0013
6	0,0000	0,0005	0,0008	0,0012	0,0016	0,0021
7	0,0000	0,0007	0,0011	0,0016	0,0021	0,0029
8	0,0000	0,0003	0,0004	0,0007	0,0009	0,0012
9	0,0000	0,0004	0,0007	0,0010	0,0014	0,0020
10	0,0000	0,0007	0,0008	0,0010	0,0012	0,0015
11	0,0000	0,0005	0,0008	0,0012	0,0015	0,0020
12	0,0000	0,0005	0,0008	0,0013	0,0017	0,0028
13	0,0000	0,0005	0,0007	0,0011	0,0014	0,0020
14	0,0000	0,0006	0,0007	0,0013	0,0018	0,0024
15	0,0000	0,0007	0,0010	0,0015	0,0021	0,0029
16	0,0000	0,0004	0,0006	0,0010	0,0014	0,0020
17	0,0000	0,0003	0,0004	0,0005	0,0009	0,0012
18	0,0000	0,0006	0,0007	0,0010	0,0014	0,0019
19	0,0000	0,0003	0,0004	0,0006	0,0009	0,0011
20	0,0000	0,0002	0,0004	0,0005	0,0008	0,0012
21	0,0000	0,0001	0,0008	0,0014	0,0013	0,0024
22	0,0000	0,0005	0,0010	0,0014	0,0018	0,0025
24	0,0000	0,0006	0,0012	0,0019	0,0023	0,0027
25	0,0000	0,0006	0,0010	0,0017	0,0022	0,0026



Рисунок А.33. Результат съемки (модель), конфигурация 11, образец 3.

Таблица А.33. Результаты испытания образца 3 (конфигурация 11)

№ точки (маяка)	Вертикальные перемещения на ступени нагрузки, м					
	2	3	4	5	6	7
1	0,0000	0,0005	0,0007	0,0009	0,0012	0,0014
2	0,0000	0,0004	0,0007	0,0011	0,0014	0,0019
3	0,0000	0,0007	0,0008	0,0010	0,0013	0,0018
4	0,0000	0,0005	0,0008	0,0013	0,0017	0,0023
5	0,0000	0,0005	0,0007	0,0009	0,0012	0,0013
6	0,0000	0,0005	0,0008	0,0012	0,0016	0,0021
7	0,0000	0,0007	0,0011	0,0016	0,0021	0,0029
8	0,0000	0,0003	0,0004	0,0007	0,0009	0,0015
9	0,0000	0,0004	0,0007	0,0010	0,0014	0,0020
10	0,0000	0,0007	0,0008	0,0010	0,0012	0,0015
11	0,0000	0,0005	0,0008	0,0012	0,0015	0,0023
12	0,0000	0,0005	0,0008	0,0013	0,0017	0,0025
13	0,0000	0,0005	0,0007	0,0011	0,0014	0,0020
14	0,0000	0,0006	0,0007	0,0013	0,0018	0,0024
15	0,0000	0,0007	0,0010	0,0015	0,0021	0,0029
16	0,0000	0,0004	0,0006	0,0010	0,0014	0,0020
17	0,0000	0,0003	0,0004	0,0005	0,0009	0,0012
18	0,0000	0,0006	0,0007	0,0010	0,0014	0,0020
19	0,0000	0,0003	0,0004	0,0006	0,0009	0,0013
20	0,0000	0,0002	0,0004	0,0005	0,0008	0,0012
21	0,0000	0,0001	0,0008	0,0014	0,0013	0,0024
22	0,0000	0,0005	0,0010	0,0014	0,0018	0,0024
24	0,0000	0,0006	0,0012	0,0019	0,0023	0,0027
25	0,0000	0,0006	0,0010	0,0017	0,0022	0,0028

Конфигурация 12 параметров образца: $b=945$ мм; $s=500$ мм; $F=15300$ Н.

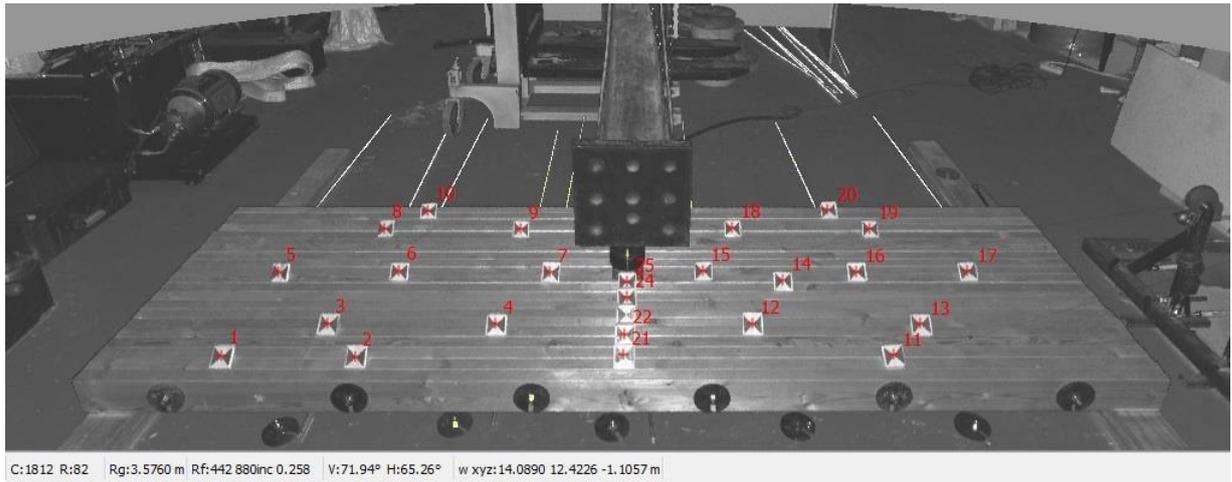


Рисунок А.34. Результат съемки (модель), конфигурация 12, образец 1.

Таблица А.34. Результаты испытания образца 1 (конфигурация 12)

№ точки (маяка)	Вертикальные перемещения на ступени нагрузки, м					
	2	3	4	5	6	7
1	0,0000	0,0003	0,0005	0,0007	0,0009	0,0013
2	0,0000	0,0004	0,0006	0,0011	0,0014	0,0018
3	0,0000	0,0005	0,0007	0,0010	0,0013	0,0018
4	0,0000	0,0005	0,0008	0,0013	0,0017	0,0024
5	0,0000	-0,0001	0,0001	0,0002	0,0006	0,0010
6	0,0000	0,0005	0,0008	0,0012	0,0015	0,0021
7	0,0000	0,0006	0,0010	0,0015	0,0021	0,0029
8	0,0000	0,0004	0,0005	0,0007	0,0009	0,0013
9	0,0000	0,0003	0,0006	0,0010	0,0014	0,0018
10	0,0000	0,0002	0,0003	0,0006	0,0007	0,0010
11	0,0000	0,0003	0,0007	0,0010	0,0014	0,0019
12	0,0000	0,0006	0,0010	0,0014	0,0019	0,0025
13	0,0000	0,0005	0,0008	0,0011	0,0015	0,0020
14	0,0000	0,0006	0,0011	0,0014	0,0019	0,0026
15	0,0000	0,0006	0,0011	0,0016	0,0021	0,0029
16	0,0000	0,0005	0,0007	0,0011	0,0014	0,0020
17	0,0000	0,0002	0,0005	0,0007	0,0009	0,0012
18	0,0000	0,0005	0,0007	0,0011	0,0014	0,0020
19	0,0000	0,0004	0,0005	0,0007	0,0010	0,0014
20	0,0000	0,0001	0,0004	0,0005	0,0007	0,0010
21	0,0000	0,0005	0,0009	0,0013	0,0017	0,0016
22	0,0000	0,0006	0,0008	0,0014	0,0019	0,0025
24	0,0000	0,0006	0,0011	0,0015	0,0021	0,0029
25	0,0000	0,0006	0,0012	0,0016	0,0023	0,0031



Рисунок А.35. Результат съемки (модель), конфигурация 12, образец 2.

Таблица А.35. Результаты испытания образца 2 (конфигурация 12)

№ точки (маяка)	Вертикальные перемещения на ступени нагрузки, м					
	2	3	4	5	6	7
1	0,0000	0,0003	0,0005	0,0007	0,0009	0,0013
2	0,0000	0,0004	0,0006	0,0011	0,0014	0,0018
3	0,0000	0,0005	0,0007	0,0010	0,0013	0,0018
4	0,0000	0,0005	0,0008	0,0013	0,0017	0,0024
5	0,0000	-0,0001	0,0001	0,0002	0,0006	0,0010
6	0,0000	0,0005	0,0008	0,0012	0,0015	0,0021
7	0,0000	0,0006	0,0010	0,0015	0,0021	0,0029
8	0,0000	0,0004	0,0005	0,0007	0,0009	0,0013
9	0,0000	0,0003	0,0006	0,0010	0,0014	0,0018
10	0,0000	0,0002	0,0003	0,0006	0,0007	0,0010
11	0,0000	0,0003	0,0007	0,0010	0,0014	0,0019
12	0,0000	0,0006	0,0010	0,0014	0,0019	0,0025
13	0,0000	0,0005	0,0008	0,0011	0,0015	0,0020
14	0,0000	0,0006	0,0011	0,0014	0,0019	0,0026
15	0,0000	0,0006	0,0011	0,0016	0,0021	0,0029
16	0,0000	0,0005	0,0007	0,0011	0,0014	0,0020
17	0,0000	0,0002	0,0005	0,0007	0,0009	0,0012
18	0,0000	0,0005	0,0007	0,0011	0,0014	0,0020
19	0,0000	0,0004	0,0005	0,0007	0,0010	0,0014
20	0,0000	0,0001	0,0004	0,0005	0,0007	0,0010
21	0,0000	0,0005	0,0009	0,0013	0,0017	0,0016
22	0,0000	0,0006	0,0008	0,0014	0,0019	0,0025
24	0,0000	0,0006	0,0011	0,0015	0,0021	0,0029
25	0,0000	0,0006	0,0012	0,0016	0,0023	0,0031



Рисунок А.36. Результат съемки (модель), конфигурация 12, образец 3.

Таблица А.36. Результаты испытания образца 3 (конфигурация 12)

№ точки (маяка)	Вертикальные перемещения на ступени нагрузки, м					
	2	3	4	5	6	7
1	0,0000	0,0003	0,0005	0,0007	0,0009	0,0013
2	0,0000	0,0004	0,0006	0,0011	0,0014	0,0018
3	0,0000	0,0005	0,0007	0,0010	0,0013	0,0018
4	0,0000	0,0005	0,0008	0,0013	0,0017	0,0024
5	0,0000	-0,0001	0,0001	0,0002	0,0006	0,0010
6	0,0000	0,0005	0,0008	0,0012	0,0015	0,0021
7	0,0000	0,0006	0,0010	0,0015	0,0021	0,0029
8	0,0000	0,0004	0,0005	0,0007	0,0009	0,0013
9	0,0000	0,0003	0,0006	0,0010	0,0014	0,0018
10	0,0000	0,0002	0,0003	0,0006	0,0007	0,0010
11	0,0000	0,0003	0,0007	0,0010	0,0014	0,0019
12	0,0000	0,0006	0,0010	0,0014	0,0019	0,0025
13	0,0000	0,0005	0,0008	0,0011	0,0015	0,0020
14	0,0000	0,0006	0,0011	0,0014	0,0019	0,0026
15	0,0000	0,0006	0,0011	0,0016	0,0021	0,0029
16	0,0000	0,0005	0,0007	0,0011	0,0014	0,0020
17	0,0000	0,0002	0,0005	0,0007	0,0009	0,0012
18	0,0000	0,0005	0,0007	0,0011	0,0014	0,0020
19	0,0000	0,0004	0,0005	0,0007	0,0010	0,0014
20	0,0000	0,0001	0,0004	0,0005	0,0007	0,0010
21	0,0000	0,0005	0,0009	0,0013	0,0017	0,0016
22	0,0000	0,0006	0,0008	0,0014	0,0019	0,0025
24	0,0000	0,0006	0,0011	0,0015	0,0021	0,0029
25	0,0000	0,0006	0,0012	0,0016	0,0023	0,0031

Конфигурация 13 параметров образца: $b=945$ мм; $s=750$ мм; $F=7650$ Н.

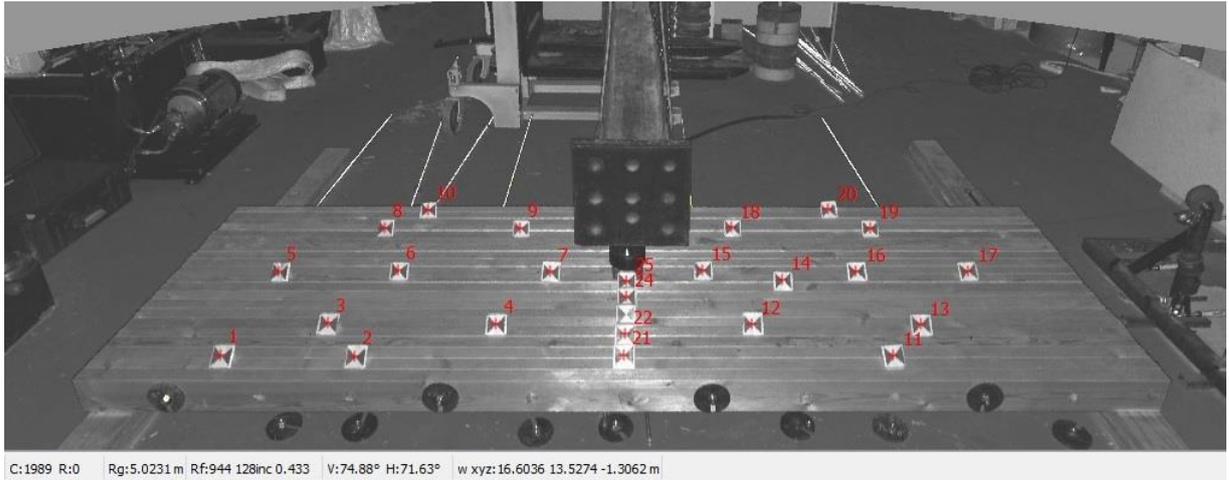


Рисунок А.37. Результат съемки (модель), конфигурация 13, образец 1.

Таблица А.37. Результаты испытания образца 1 (конфигурация 13)

№ точки (маяка)	Вертикальные перемещения на ступени нагрузки, м					
	2	3	4	5	6	7
1	0,0000	0,0003	0,0005	0,0007	0,0008	0,0005
2	0,0000	0,0004	0,0006	0,0009	0,0012	-0,0033
3	0,0000	0,0004	0,0006	0,0009	0,0012	0,0012
4	0,0000	0,0005	0,0009	0,0013	0,0017	0,0023
5	0,0000	0,0006	0,0004	0,0008	0,0009	0,0009
6	0,0000	0,0004	0,0008	0,0013	0,0017	0,0022
7	0,0000	0,0007	0,0011	0,0018	0,0023	0,0035
8	0,0000	0,0003	0,0005	0,0008	0,0010	0,0012
9	0,0000	0,0003	0,0006	0,0010	0,0014	0,0021
10	0,0000	0,0002	0,0003	0,0005	0,0007	0,0009
11	0,0000	0,0005	0,0007	0,0012	0,0016	0,0030
12	0,0000	0,0006	0,0009	0,0013	0,0019	0,0031
13	0,0000	0,0003	0,0006	0,0011	0,0016	0,0030
14	0,0000	0,0005	0,0010	0,0017	0,0021	0,0036
15	0,0000	0,0006	0,0012	0,0016	0,0022	0,0036
16	0,0000	0,0005	0,0008	0,0013	0,0017	0,0034
17	0,0000	0,0003	0,0004	0,0007	0,0011	0,0027
18	0,0000	0,0005	0,0007	0,0011	0,0015	0,0028
19	0,0000	0,0003	0,0005	0,0008	0,0011	0,0025
20	0,0000	0,0003	0,0005	0,0006	0,0008	0,0021
21	0,0000	0,0011	0,0007	0,0013	0,0022	0,0026
22	0,0000	0,0005	0,0009	0,0014	0,0021	0,0027
24	0,0000	0,0007	0,0011	0,0016	0,0023	0,0038
25	0,0000	0,0007	0,0011	0,0018	0,0026	0,0037

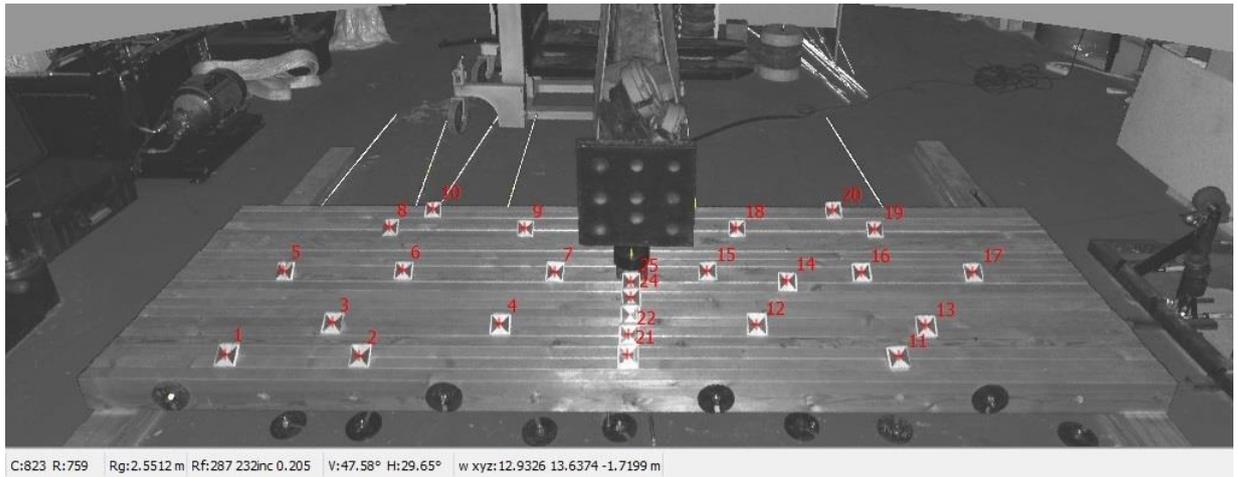


Рисунок А.38. Результат съемки (модель), конфигурация 13, образец 2.

Таблица А.38. Результаты испытания образца 2 (конфигурация 13)

№ точки (маяка)	Вертикальные перемещения на ступени нагрузки, м					
	2	3	4	5	6	7
1	0,0000	0,0003	0,0005	0,0007	0,0008	0,0005
2	0,0000	0,0004	0,0006	0,0009	0,0012	-0,0033
3	0,0000	0,0004	0,0006	0,0009	0,0012	0,0012
4	0,0000	0,0005	0,0009	0,0013	0,0017	0,0023
5	0,0000	0,0006	0,0004	0,0008	0,0009	0,0009
6	0,0000	0,0004	0,0008	0,0013	0,0017	0,0022
7	0,0000	0,0007	0,0011	0,0018	0,0023	0,0035
8	0,0000	0,0003	0,0005	0,0008	0,0010	0,0012
9	0,0000	0,0003	0,0006	0,0010	0,0014	0,0021
10	0,0000	0,0002	0,0003	0,0005	0,0007	0,0009
11	0,0000	0,0005	0,0007	0,0012	0,0016	0,0030
12	0,0000	0,0006	0,0009	0,0013	0,0019	0,0031
13	0,0000	0,0003	0,0006	0,0011	0,0016	0,003
14	0,0000	0,0005	0,0010	0,0017	0,0021	0,0036
15	0,0000	0,0006	0,0012	0,0016	0,0022	0,0036
16	0,0000	0,0005	0,0008	0,0013	0,0017	0,0034
17	0,0000	0,0003	0,0004	0,0007	0,0011	0,0027
18	0,0000	0,0005	0,0007	0,0011	0,0015	0,0028
19	0,0000	0,0003	0,0005	0,0008	0,0011	0,0025
20	0,0000	0,0003	0,0005	0,0006	0,0008	0,0021
21	0,0000	0,0011	0,0007	0,0013	0,0022	0,0023
22	0,0000	0,0005	0,0009	0,0014	0,0021	0,0027
24	0,0000	0,0007	0,0011	0,0016	0,0023	0,0034
25	0,0000	0,0007	0,0011	0,0018	0,0026	0,0035

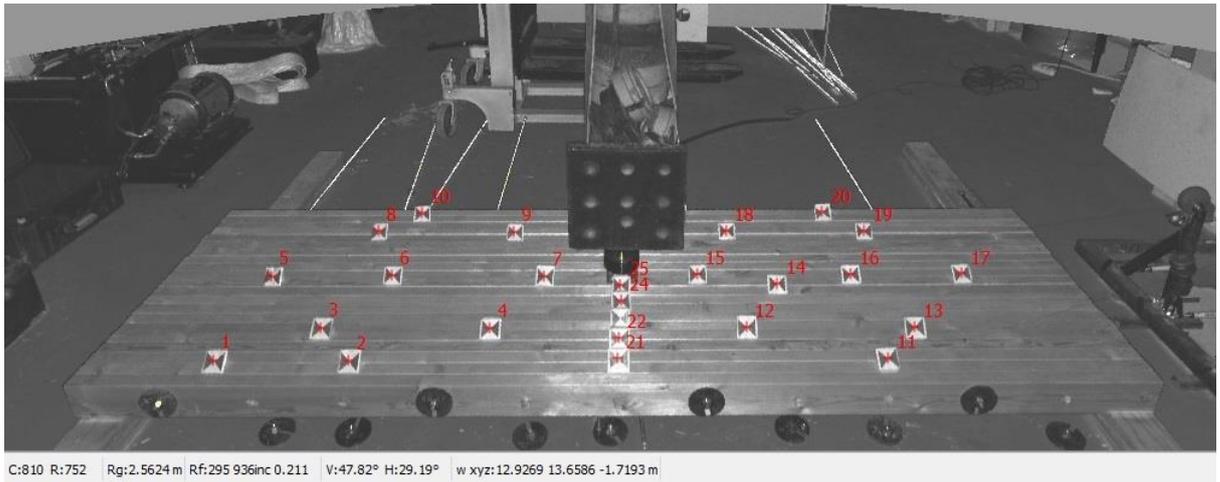


Рисунок А.39. Результат съемки (модель), конфигурация 13, образец 3.

Таблица А.39. Результаты испытания образца 3 (конфигурация 13)

№ точки (маяка)	Вертикальные перемещения на ступени нагрузки, м					
	2	3	4	5	6	7
1	0,0000	0,0003	0,0005	0,0007	0,0008	0,0005
2	0,0000	0,0004	0,0006	0,0009	0,0012	-0,0033
3	0,0000	0,0004	0,0006	0,0009	0,0012	0,0012
4	0,0000	0,0005	0,0009	0,0013	0,0017	0,0023
5	0,0000	0,0006	0,0004	0,0008	0,0009	0,0009
6	0,0000	0,0004	0,0008	0,0013	0,0017	0,0022
7	0,0000	0,0007	0,0011	0,0018	0,0023	0,0035
8	0,0000	0,0003	0,0005	0,0008	0,0010	0,0012
9	0,0000	0,0003	0,0006	0,0010	0,0014	0,0021
10	0,0000	0,0002	0,0003	0,0005	0,0007	0,0009
11	0,0000	0,0005	0,0007	0,0012	0,0016	0,0030
12	0,0000	0,0006	0,0009	0,0013	0,0019	0,0031
13	0,0000	0,0003	0,0006	0,0011	0,0016	0,0030
14	0,0000	0,0005	0,0010	0,0017	0,0021	0,0036
15	0,0000	0,0006	0,0012	0,0016	0,0022	0,0036
16	0,0000	0,0005	0,0008	0,0013	0,0017	0,0034
17	0,0000	0,0003	0,0004	0,0007	0,0011	0,0027
18	0,0000	0,0005	0,0007	0,0011	0,0015	0,0028
19	0,0000	0,0003	0,0005	0,0008	0,0011	0,0025
20	0,0000	0,0003	0,0005	0,0006	0,0008	0,0021
21	0,0000	0,0011	0,0007	0,0013	0,0022	0,0026
22	0,0000	0,0005	0,0009	0,0014	0,0021	0,0030
24	0,0000	0,0007	0,0011	0,0016	0,0023	0,0033
25	0,0000	0,0007	0,0011	0,0018	0,0026	0,0036

Конфигурация 14 параметров образца: $b=945$ мм; $s=750$ мм; $F=22950$ Н.



Рисунок А.40. Результат съемки (модель), конфигурация 14, образец 1.

Таблица А.40. Результаты испытания образца 1 (конфигурация 14)

№ точки (маяка)	Вертикальные перемещения на ступени нагрузки, м					
	2	3	4	5	6	7
1	0,0000	0,0003	0,0005	0,0006	0,0009	0,0014
2	0,0000	0,0004	0,0007	0,0010	0,0013	0,0018
3	0,0000	0,0005	0,0008	0,0009	0,0014	0,0017
4	0,0000	0,0006	0,0011	0,0014	0,0019	0,0025
5	0,0000	0,0004	0,0006	0,0007	0,0012	0,0014
6	0,0000	0,0004	0,0009	0,0012	0,0016	0,0022
7	0,0000	0,0007	0,0012	0,0016	0,0021	0,0030
8	0,0000	0,0002	0,0004	0,0010	0,0009	0,0013
9	0,0000	0,0003	0,0006	0,0008	0,0013	0,0018
10	0,0000	0,0002	0,0004	0,0006	0,0008	0,0011
11	0,0000	0,0005	0,0008	0,0011	0,0016	0,0021
12	0,0000	0,0006	0,0010	0,0013	0,0018	0,0025
13	0,0000	0,0004	0,0008	0,0010	0,0014	0,0022
14	0,0000	0,0006	0,0011	0,0015	0,0020	0,0028
15	0,0000	0,0006	0,0011	0,0015	0,0021	0,0031
16	0,0000	0,0005	0,0008	0,0011	0,0015	0,0021
17	0,0000	0,0003	0,0005	0,0008	0,0011	0,0014
18	0,0000	0,0006	0,0008	0,0010	0,0015	0,0020
19	0,0000	0,0002	0,0005	0,0007	0,0010	0,0013
20	0,0000	0,0002	0,0004	0,0006	0,0015	0,0012
21	0,0000	0,0005	0,0004	0,0012	0,0012	0,0025
22	0,0000	0,0006	0,0010	0,0013	0,0018	0,0025
24	0,0000	0,0007	0,0012	0,0016	0,0021	0,0031
25	0,0000	0,0008	0,0011	0,0017	0,0023	0,0033

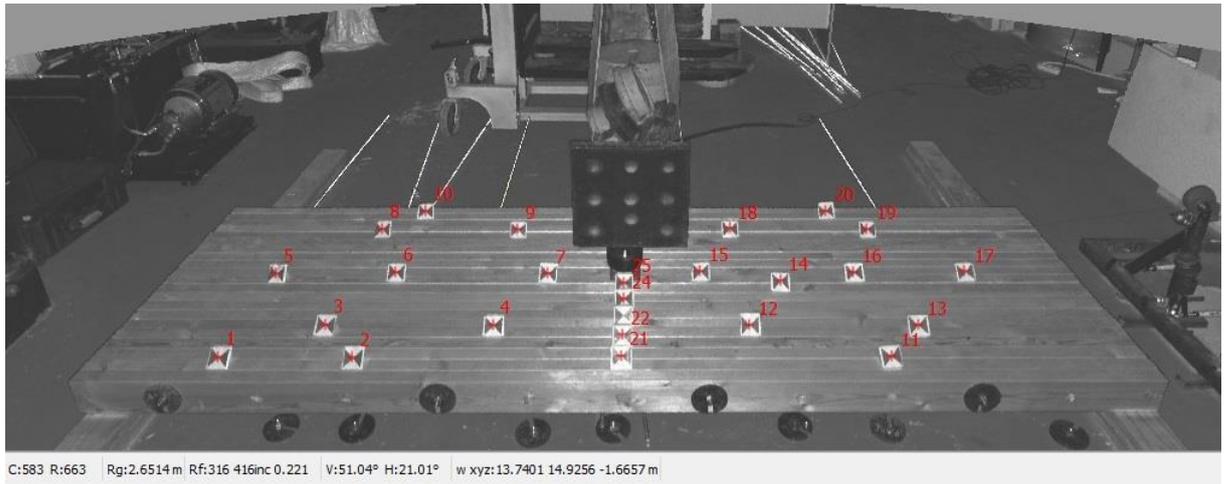


Рисунок А.41. Результат съемки (модель), конфигурация 14, образец 2.

Таблица А.41. Результаты испытания образца 2 (конфигурация 14)

№ точки (маяка)	Вертикальные перемещения на ступени нагрузки, м					
	2	3	4	5	6	7
1	0,0000	0,0003	0,0005	0,0006	0,0009	0,0014
2	0,0000	0,0004	0,0007	0,0010	0,0013	0,0018
3	0,0000	0,0005	0,0008	0,0009	0,0014	0,0017
4	0,0000	0,0006	0,0011	0,0014	0,0019	0,0025
5	0,0000	0,0004	0,0006	0,0007	0,0012	0,0014
6	0,0000	0,0004	0,0009	0,0012	0,0016	0,0022
7	0,0000	0,0007	0,0012	0,0016	0,0021	0,0030
8	0,0000	0,0002	0,0004	0,0010	0,0009	0,0013
9	0,0000	0,0003	0,0006	0,0008	0,0013	0,0018
10	0,0000	0,0002	0,0004	0,0006	0,0008	0,0011
11	0,0000	0,0005	0,0008	0,0011	0,0016	0,0021
12	0,0000	0,0006	0,0010	0,0013	0,0018	0,0025
13	0,0000	0,0004	0,0008	0,0010	0,0014	0,0018
14	0,0000	0,0006	0,0011	0,0015	0,0020	0,0026
15	0,0000	0,0006	0,0011	0,0015	0,0021	0,0031
16	0,0000	0,0005	0,0008	0,0011	0,0015	0,0021
17	0,0000	0,0003	0,0005	0,0008	0,0011	0,0014
18	0,0000	0,0006	0,0008	0,0010	0,0015	0,0020
19	0,0000	0,0002	0,0005	0,0007	0,0010	0,0013
20	0,0000	0,0002	0,0004	0,0006	0,0015	0,0012
21	0,0000	0,0005	0,0004	0,0012	0,0012	0,0022
22	0,0000	0,0006	0,0010	0,0013	0,0018	0,0025
24	0,0000	0,0007	0,0012	0,0016	0,0021	0,0031
25	0,0000	0,0008	0,0011	0,0017	0,0023	0,0032

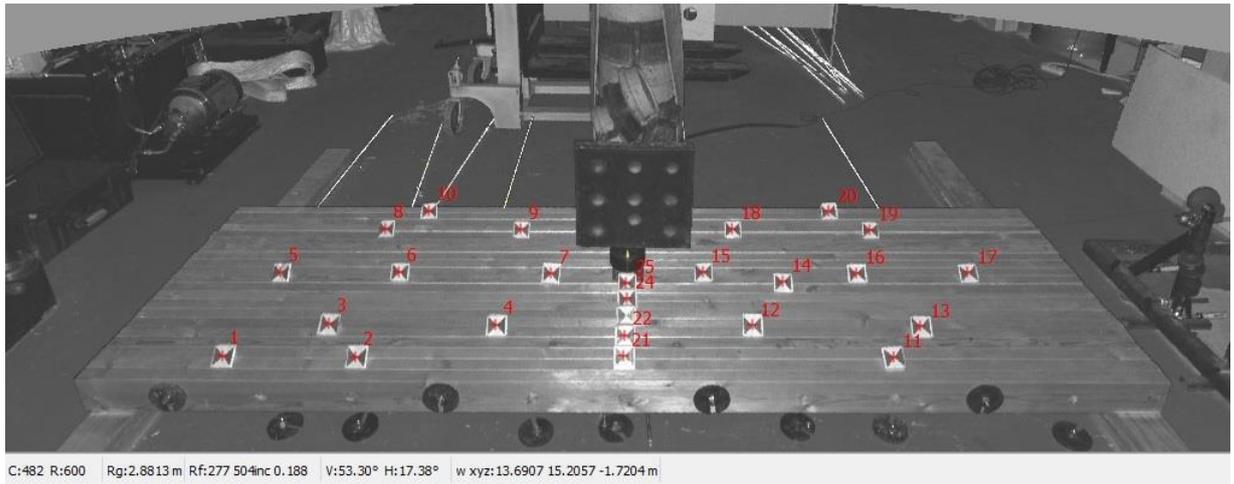


Рисунок А.42. Результат съемки (модель), конфигурация 14, образец 3.

Таблица А.42. Результаты испытания образца 3 (конфигурация 14)

№ точки (маяка)	Вертикальные перемещения на ступени нагрузки, м					
	2	3	4	5	6	7
1	0,0000	0,0003	0,0005	0,0006	0,0009	0,0014
2	0,0000	0,0004	0,0007	0,0010	0,0013	0,0018
3	0,0000	0,0005	0,0008	0,0009	0,0014	0,0017
4	0,0000	0,0006	0,0011	0,0014	0,0019	0,0025
5	0,0000	0,0004	0,0006	0,0007	0,0012	0,0014
6	0,0000	0,0004	0,0009	0,0012	0,0016	0,0022
7	0,0000	0,0007	0,0012	0,0016	0,0021	0,0030
8	0,0000	0,0002	0,0004	0,0010	0,0009	0,0013
9	0,0000	0,0003	0,0006	0,0008	0,0013	0,0018
10	0,0000	0,0002	0,0004	0,0006	0,0008	0,0011
11	0,0000	0,0005	0,0008	0,0011	0,0016	0,0021
12	0,0000	0,0006	0,0010	0,0013	0,0018	0,0025
13	0,0000	0,0004	0,0008	0,0010	0,0014	0,0020
14	0,0000	0,0006	0,0011	0,0015	0,0020	0,0027
15	0,0000	0,0006	0,0011	0,0015	0,0021	0,0028
16	0,0000	0,0005	0,0008	0,0011	0,0015	0,0021
17	0,0000	0,0003	0,0005	0,0008	0,0011	0,0014
18	0,0000	0,0006	0,0008	0,0010	0,0015	0,0020
19	0,0000	0,0002	0,0005	0,0007	0,0010	0,0013
20	0,0000	0,0002	0,0004	0,0006	0,0015	0,0012
21	0,0000	0,0005	0,0004	0,0012	0,0012	0,0022
22	0,0000	0,0006	0,0010	0,0013	0,0018	0,0022
24	0,0000	0,0007	0,0012	0,0016	0,0021	0,0028
25	0,0000	0,0008	0,0011	0,0017	0,0023	0,0028

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Изогнутые поверхности ПНД с различными конструктивными параметрами (на основе экспериментальных данных)

Ниже приведены графические интерпретации данных (изогнутые поверхности ПНД) по осредненным результатам испытаний при максимальной нагрузке.

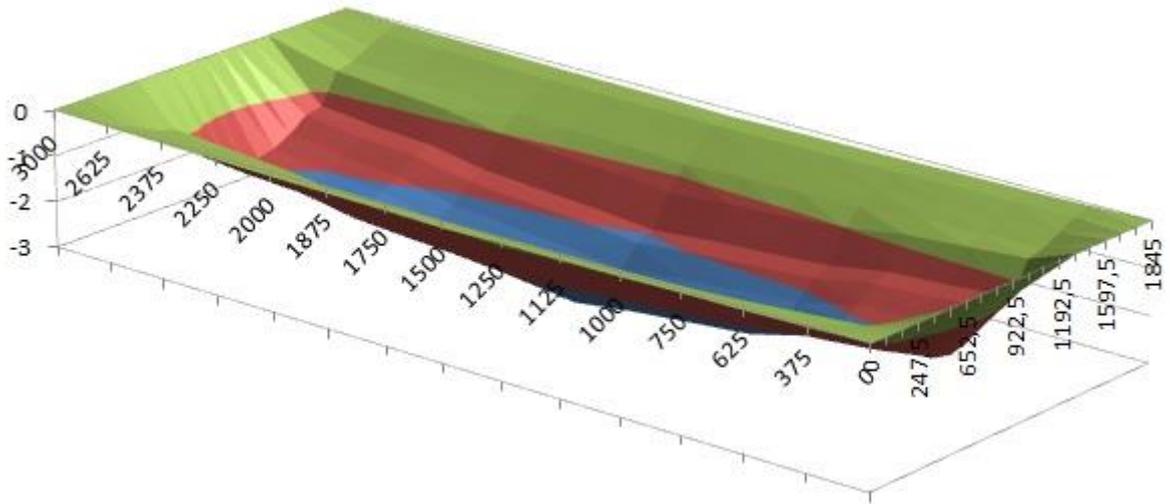


Рисунок Б.1. Изогнутая поверхность ПНД по результатам испытаний (ширина 1845 мм, шаг стержней 250 мм, усилие растяжения 22,95 кН).

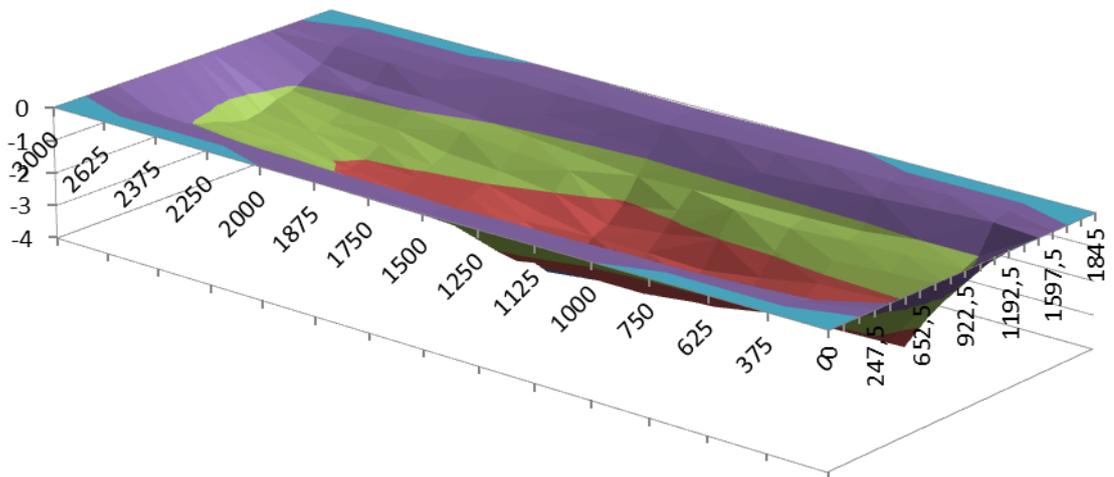


Рисунок Б.2. Изогнутая поверхность ПНД по результатам испытаний (ширина 1845 мм, шаг стержней 250 мм, усилие растяжения 7,65 кН).

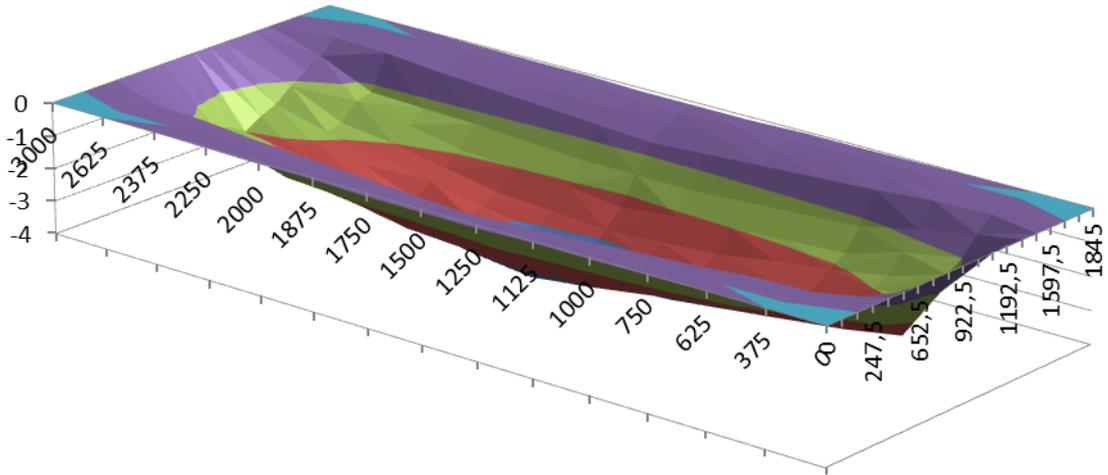


Рисунок Б.3. Изогнутая поверхность ПНД по результатам испытаний (ширина 1845 мм, шаг стержней 500 мм, усилие растяжения 15,30 кН).

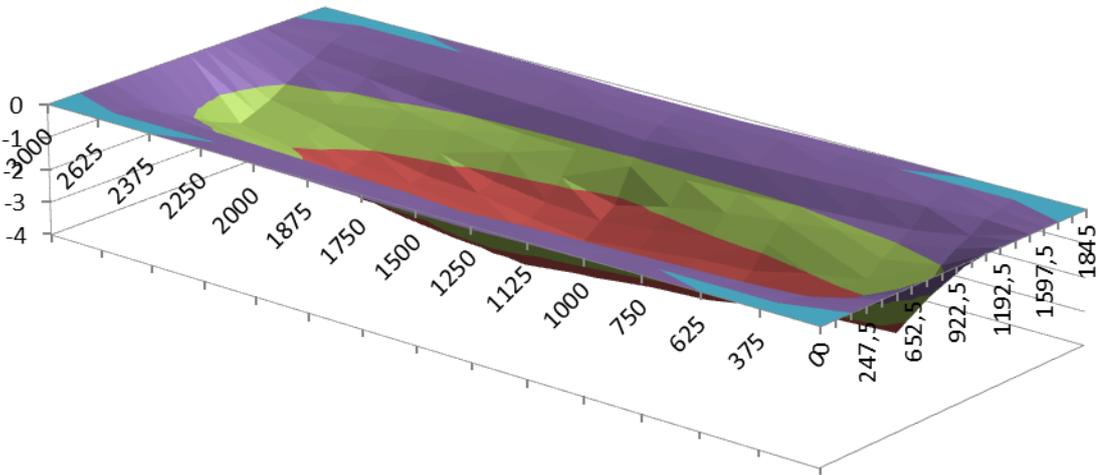


Рисунок Б.4. Изогнутая поверхность ПНД по результатам испытаний (ширина 1845 мм, шаг стержней 750 мм, усилие растяжения 22,95 кН).

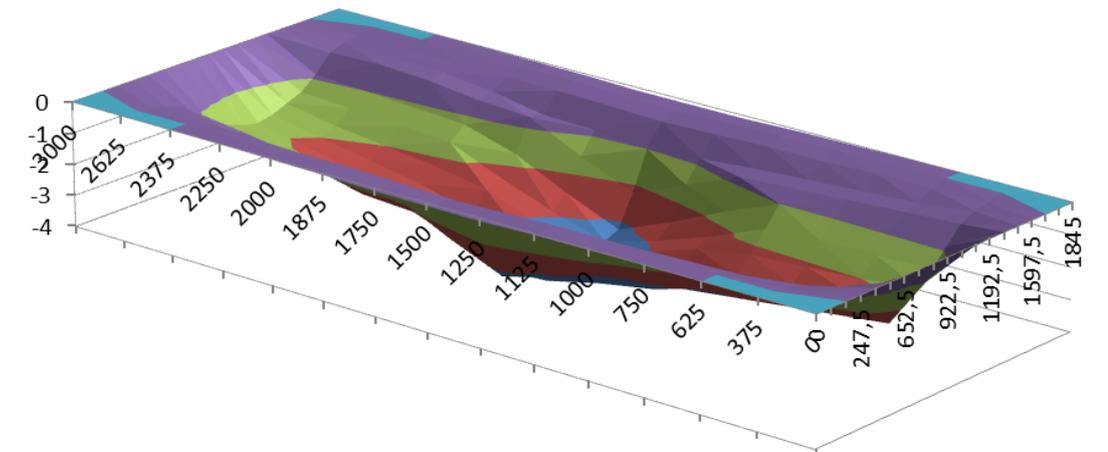


Рисунок Б.5. Изогнутая поверхность ПНД по результатам испытаний (ширина 1845 мм, шаг стержней 750 мм, усилие растяжения 7,65 кН).

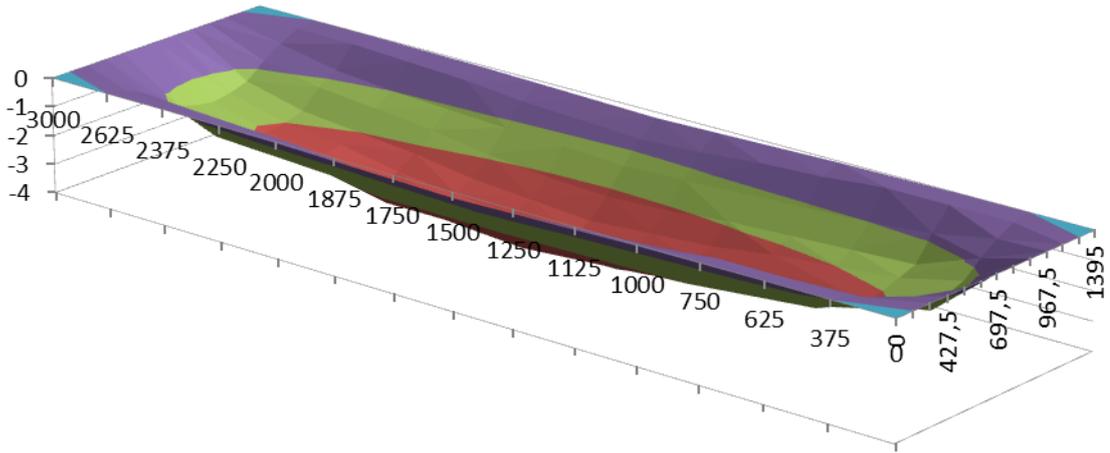


Рисунок Б.6. Изогнутая поверхность ПНД по результатам испытаний (ширина 1395 мм, шаг стержней 750 мм, усилие растяжения 15,30 кН).

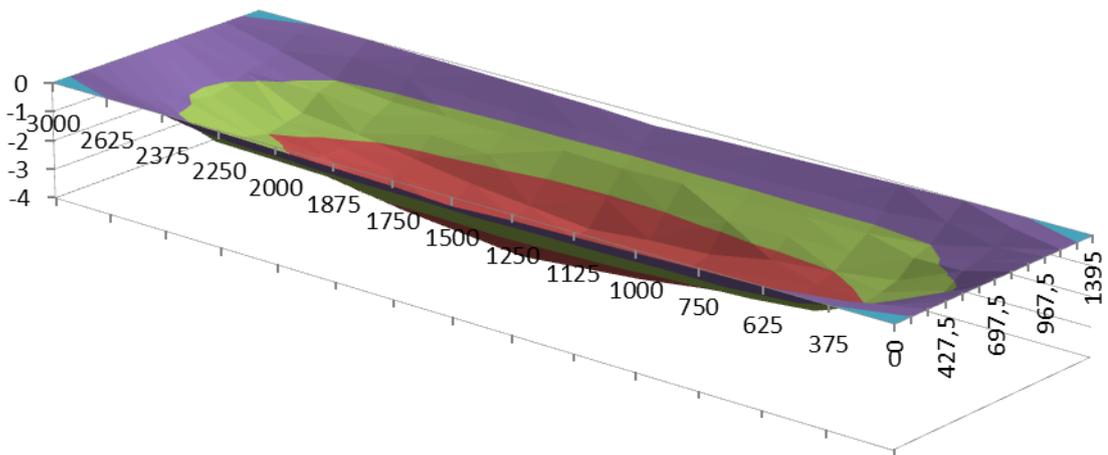


Рисунок Б.7. Изогнутая поверхность ПНД по результатам испытаний (ширина 1395 мм, шаг стержней 500 мм, усилие растяжения 7,65 кН).

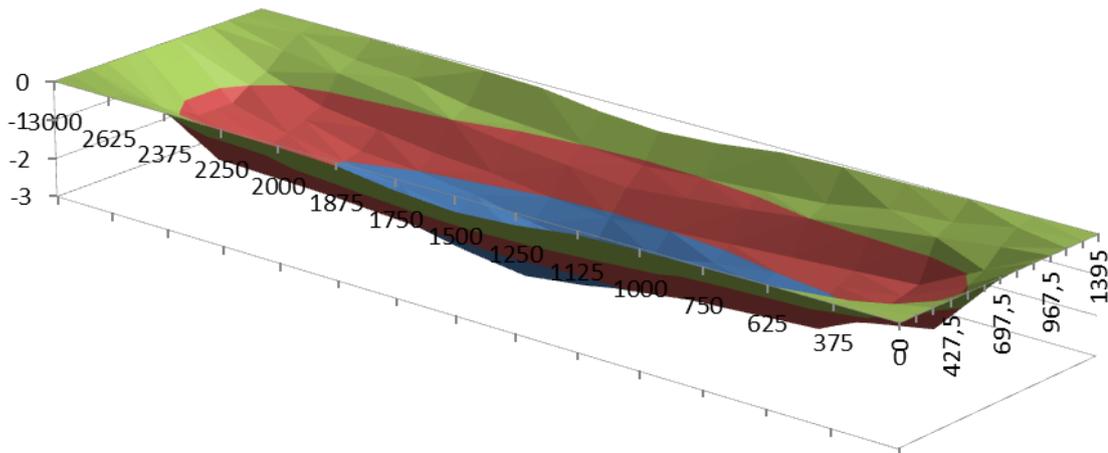


Рисунок Б.8. Изогнутая поверхность ПНД по результатам испытаний (ширина 1395 мм, шаг стержней 500 мм, усилие растяжения 22,95 кН).

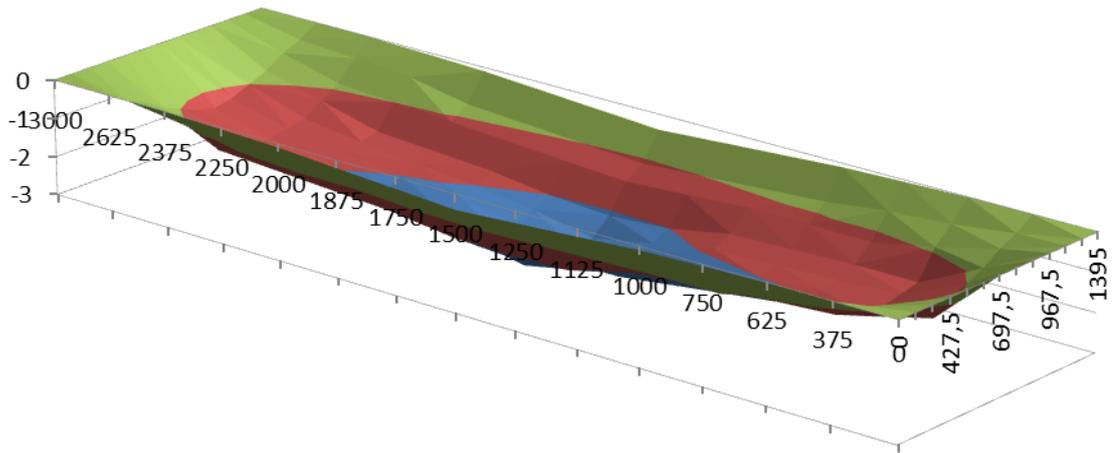


Рисунок Б.9. Изогнутая поверхность ПНД по результатам испытаний (ширина 1395 мм, шаг стержней 250 мм, усилие растяжения 15,30 кН).

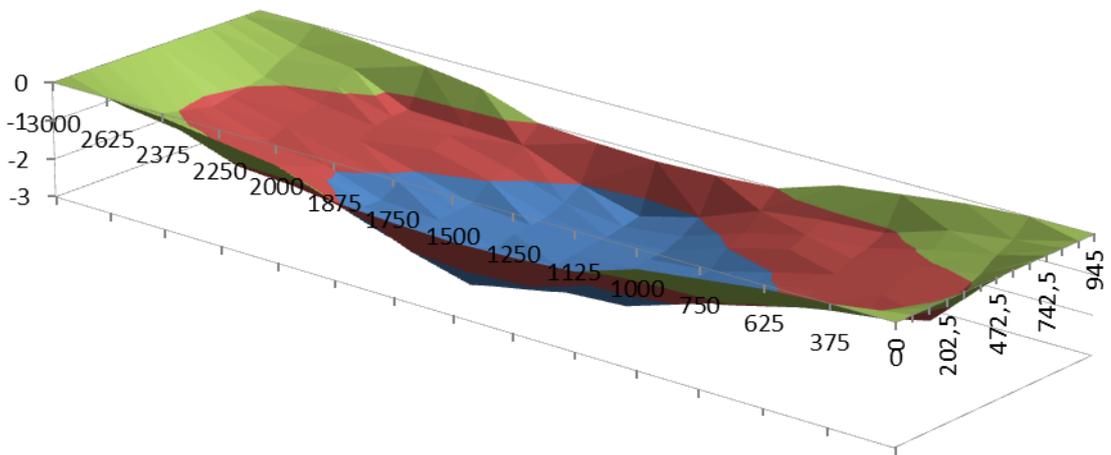


Рисунок Б.10. Изогнутая поверхность ПНД по результатам испытаний (ширина 945 мм, шаг стержней 250 мм, усилие растяжения 22,95 кН).

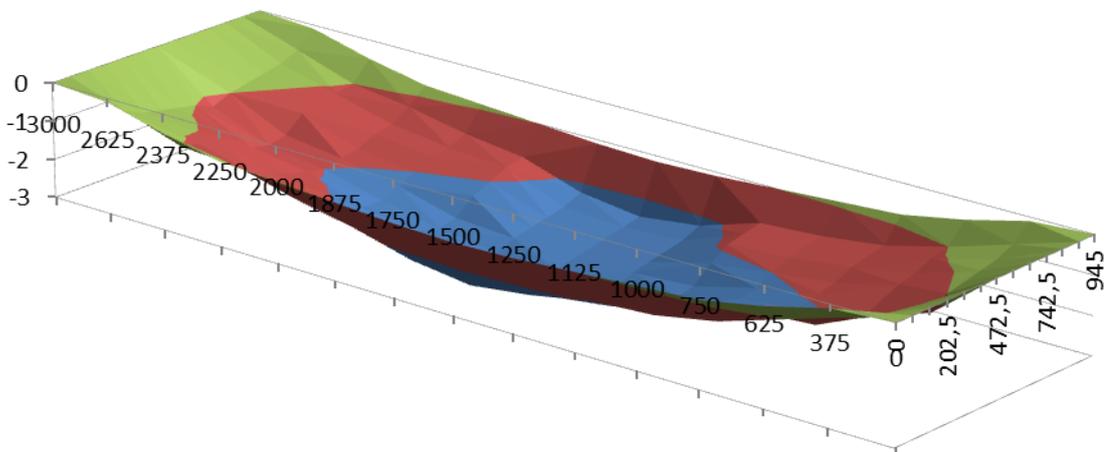


Рисунок Б.11. Изогнутая поверхность ПНД по результатам испытаний (ширина 945 мм, шаг стержней 250 мм, усилие растяжения 7,65 кН).

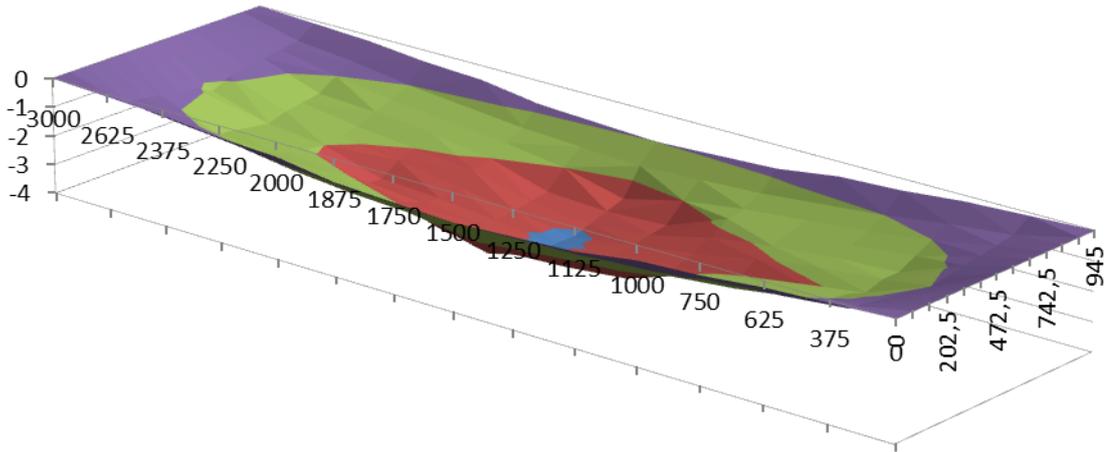


Рисунок Б.12. Изогнутая поверхность ПНД по результатам испытаний (ширина 945 мм, шаг стержней 500 мм, усилие растяжения 15,30 кН).

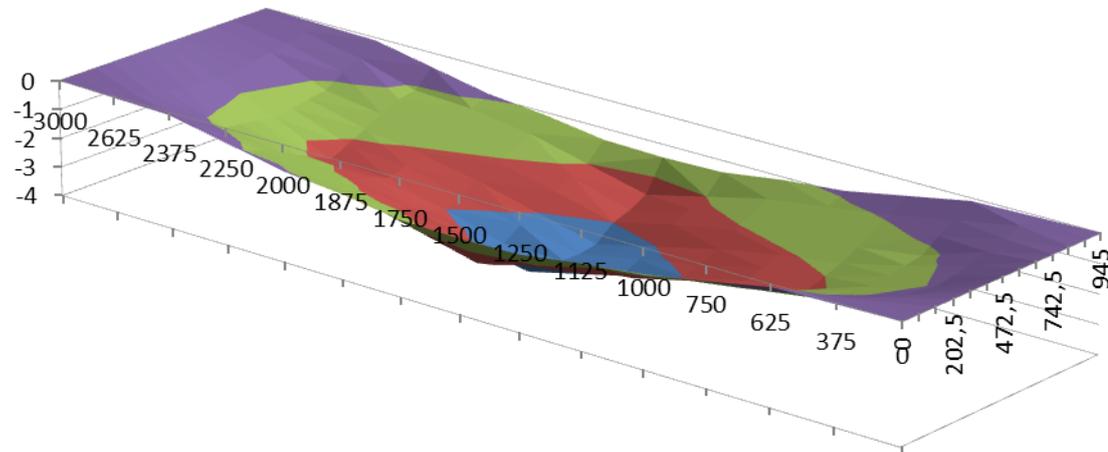


Рисунок Б.13. Изогнутая поверхность ПНД по результатам испытаний (ширина 945 мм, шаг стержней 750 мм, усилие растяжения 7,65 кН).

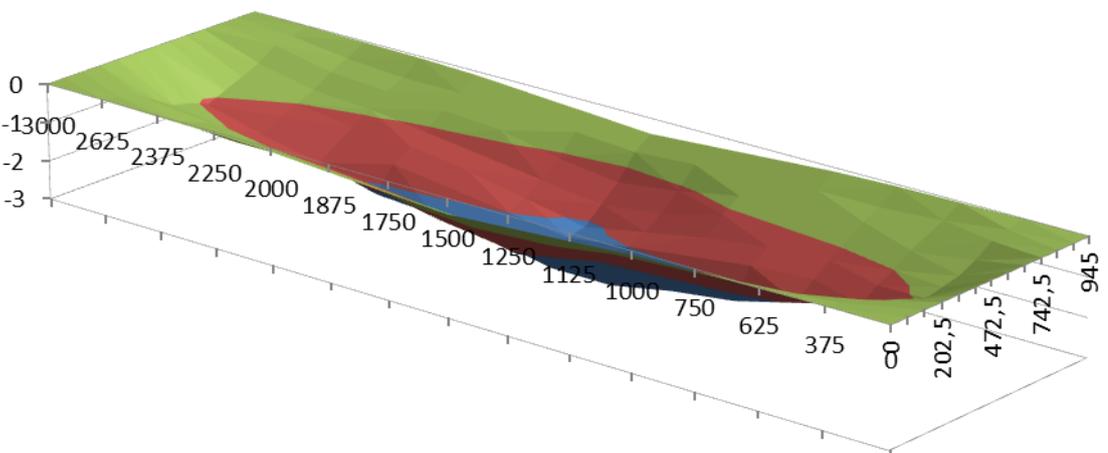


Рисунок Б.14. Изогнутая поверхность ПНД по результатам испытаний (ширина 945 мм, шаг стержней 750 мм, усилие растяжения 22,95 кН).

ПРИЛОЖЕНИЕ В

Обработка данных многофакторного эксперимента

Проведено лабораторное исследование деформативности ПНД в форме многофакторного эксперимента по плану Бокса В3 (см. главу 3). В качестве переменных факторов были выбраны ширина плиты, шаг растянутых стержней, усилие натяжения стержней; в качестве выходного параметра – прогиб центральной точки плиты. Результаты эксперимента представлены в таблице В.1. Ниже приводится анализ этих результатов.

Таблица В.1. Результаты МФЭ

№ п/п	x_1	x_2	x_3	f_1 , мм	f_2 , мм	f_3 , мм	$f_{ср}$, мм	Построчная дисперсия $S^2\{y_j\}$
1	+1	-1	+1	2,8	2,9	3,0	2,9	0,010
2	+1	-1	-1	3,2	3,2	3,2	3,2	0,000
3	+1	0	0	3,2	3,4	3,4	3,4	0,020
4	+1	+1	+1	3,0	3,4	3,2	3,1	0,055
5	+1	+1	-1	3,6	3,5	3,7	3,6	0,010
6	0	+1	0	2,6	3,0	2,8	2,8	0,040
7	0	0	-1	2,8	2,9	3,0	2,9	0,010
8	0	0	+1	2,7	2,7	2,7	2,7	0,000
9	0	-1	0	2,5	2,4	2,6	2,5	0,010
10	-1	-1	+1	2,6	2,8	2,4	2,6	0,040
11	-1	-1	-1	2,7	2,9	2,8	2,8	0,010
12	-1	0	0	3,1	3,0	3,1	3,1	0,005
13	-1	+1	-1	3,7	3,6	3,5	3,6	0,010
14	-1	+1	+1	3,1	3,1	3,2	3,1	0,005

Вычислим дисперсию воспроизводимости по формуле (В.1):

$$S^2\{y\} = \frac{1}{N(n-1)} \cdot \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^n (y_j - \bar{y}_i)^2 = 0,0080357. \quad (\text{В.1})$$

Математическая модель процесса деформирования ПНД в зависимости от сочетания конструктивных параметров может быть получена в виде следующего уравнения регрессии [20; 61; 147]:

$$f(x_1, x_2, x_3) = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{11}x_1^2 + b_{22}x_2^2 + b_{33}x_3^2 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{23}x_2x_3 + b_{123}x_1x_2x_3. \quad (\text{B.2})$$

Вычисление коэффициентов регрессии производится по формулам:

$$\left. \begin{aligned} b_0 &= T_1 \sum_{i=1}^N y_i + T_2 \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^N x_{ij}^2 y_i, \\ b_i &= T_3 \sum_{i=1}^N x_{ij} y_j, \\ b_{ii} &= T_4 \sum_{i=1}^N x_{ij}^2 y_j + T_5 \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^N x_{ij}^2 y_j - T_2 \sum_{i=1}^N y_i, \\ b_{iu} &= T_6 \sum_{i=1}^N x_{ij} x_{uj} y_j, \quad u \neq i \end{aligned} \right\} \quad (\text{B.3})$$

где

b_0 – свободный член;

b_i – линейные коэффициенты регрессии, $i=1, \dots, N$;

b_{ii} – квадратичные коэффициенты регрессии, $i=1, \dots, N$;

b_{iu} – коэффициенты при парных воздействиях, $i \neq u$;

T_i – коэффициенты, зависящие от вида плана.

Для плана Бокса В3 ($k=3, N=14$) коэффициенты T_i будут равны [147]:

$$\left. \begin{aligned} T_1 &= 0,40625, \\ T_2 &= 0,15625, \\ T_3 &= 0,10000, \\ T_4 &= 0,50000, \\ T_5 &= -0,09375, \\ T_6 &= 0,12500 \end{aligned} \right\} \quad (\text{B.4})$$

Расчетная матрица для вычисления коэффициентов регрессии по (В.3) приведена в таблице В.2.

Таблица В.2. Расчетная матрица для вычисления коэффициентов регрессии

№ п/п	x_1	x	x_3	x_1x_2	x_1x_3	x_2x_3	x_1^2	x_2^2	x_3^2	$x_1x_2x_3$
1	+1	-1	+1	-1	1	-1	1	1	1	-1
2	+1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1
3	+1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
4	+1	+1	+1	1	1	1	1	1	1	1
5	+1	+1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1
6	0	+1	0	0	0	0	0	1	0	0
7	0	0	-1	0	0	0	0	0	1	0
8	0	0	+1	0	0	0	0	0	1	0
9	0	-1	0	0	0	0	0	1	0	0
10	-1	-1	+1	1	-1	-1	1	1	1	1
11	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	-1
12	-1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
13	-1	+1	-1	-1	1	-1	1	1	1	1
14	-1	+1	+1	-1	-1	1	1	1	1	-1

Значения коэффициентов регрессии:

$$\left. \begin{aligned}
 b_0 &= 2,79375, \\
 b_1 &= 0,10000, \\
 b_2 &= 0,22000, \\
 b_3 &= -0,17000, \\
 b_{11} &= 0,45625, \\
 b_{22} &= -0,14375, \\
 b_{33} &= 0,00625 \\
 b_{12} &= -0,08750 \\
 b_{13} &= -0,01250 \\
 b_{23} &= -0,06250 \\
 b_{123} &= 0,01250
 \end{aligned} \right\}. \quad (B.5)$$

Уравнение регрессии (В.2) для проведенного многофакторного эксперимента с учетом (В.5) приобретает вид

$$\begin{aligned}
 f(x_1, x_2, x_3) = & 2,79375 + 0,1x_1 + 0,22x_2 - 0,17x_3 + \\
 & + 0,45625x_1^2 - 0,14375x_2^2 + 0,00625x_3^2 - 0,0875x_1x_2 - \\
 & - 0,0125x_1x_3 - 0,0625x_2x_3 + 0,0125x_1x_2x_3.
 \end{aligned} \tag{B.6}$$

Дисперсии коэффициентов и ковариации между ними [147]:

$$\left. \begin{aligned}
 S^2\{b_0\} &= S^2\{y\} \frac{T_1}{n}, \\
 S^2\{b_i\} &= S^2\{y\} \frac{T_3}{n}, \\
 S^2\{b_{ii}\} &= S^2\{y\} \frac{T_4 + T_5}{n}, \\
 S^2\{b_{iu}\} &= S^2\{y\} \frac{T_6}{n}, \\
 \text{cov}\{b_0, b_{ii}\} &= -S^2\{y\} \frac{T_2}{n}, \\
 \text{cov}\{b_0, b_{iu}\} &= S^2\{y\} \frac{T_5}{n}
 \end{aligned} \right\}. \tag{B.7}$$

Дисперсии коэффициентов по (B.7) равны

$$\left. \begin{aligned}
 S^2\{b_0\} &= 0,0010882, \\
 S^2\{b_1\} = S^2\{b_2\} = S^2\{b_3\} &= 0,0002679, \\
 S^2\{b_{11}\} = S^2\{b_{22}\} = S^2\{b_{33}\} &= 0,0010882, \\
 S^2\{b_{12}\} = S^2\{b_{13}\} = S^2\{b_{23}\} = S^2\{b_{123}\} &= 0,0003348
 \end{aligned} \right\}. \tag{B.8}$$

Ковариации между коэффициентами по (B.7) равны

$$\left. \begin{aligned}
 \text{cov}\{b_0, b_{11}\} = \text{cov}\{b_0, b_{22}\} = \text{cov}\{b_0, b_{33}\} &= -0,0004185, \\
 \text{cov}\{b_0, b_{12}\} = \text{cov}\{b_0, b_{13}\} = \text{cov}\{b_0, b_{23}\} = \text{cov}\{b_0, b_{123}\} &= -0,0002511
 \end{aligned} \right\}. \tag{B.9}$$

Используя t – критерий Стьюдента, выявим незначимые коэффициенты регрессии математической модели. Данный критерий вычисляется по формуле

$$t_i = \frac{|b_i|}{S\{b_i\}}. \quad (\text{B.10})$$

Исходя из значений (B.8), запишем

$$\left. \begin{aligned} S\{b_0\} &= 0,0329874, \\ S\{b_1\} &= S\{b_2\} = S\{b_3\} = 0,0163663, \\ S\{b_{11}\} &= S\{b_{22}\} = S\{b_{33}\} = 0,0329874, \\ S\{b_{12}\} &= S\{b_{13}\} = S\{b_{23}\} = S\{b_{123}\} = 0,0182981 \end{aligned} \right\} \quad (\text{B.11})$$

тогда

$$\left. \begin{aligned} t_0 &= 84,6914, \\ t_1 &= 6,1101, \\ t_2 &= 13,4422, \\ t_3 &= 10,3872, \\ t_{11} &= 13,8310, \\ t_{22} &= 4,3577, \\ t_{33} &= 0,1895, \\ t_{12} &= 4,7819, \\ t_{13} &= 0,6831, \\ t_{23} &= 3,4157, \\ t_{123} &= 0,6831 \end{aligned} \right\} \quad (\text{B.12})$$

Принимая уровень значимости $\alpha=0,05$, а число степеней свободы $f_y=14$, получим табличное значение $t_{\text{табл}}=2,1448$ [147]. Условие значимости коэффициента регрессии по t – критерию Стьюдента:

$$t_i \geq t_{\text{табл}}. \quad (\text{B.13})$$

Следовательно, незначимыми коэффициентами являются b_{33} , b_{13} , b_{123} . Исключим соответствующие члены из уравнения (B.6):

$$f(x_1, x_2, x_3) = 2,79375 + 0,1x_1 + 0,22x_2 - 0,17x_3 + 0,45625x_1^2 - 0,14375x_2^2 - 0,0875x_1x_2 - 0,0625x_2x_3. \quad (\text{B.14})$$

Выполним проверку адекватности математической модели. Число оцениваемых коэффициентов регрессии $\rho=8$, а число опытов экспериментального плана $N=14$, поэтому план эксперимента не является насыщенным. В этом случае проверка адекватности модели осуществляется по критерию Фишера [20; 61; 147]. В таблице В.3 приведен расчет квадратов для вычисления суммы, характеризующей адекватность модели.

Таблица В.3. Расчет квадратов

№ п/п	$f_{\text{ср}}, \text{мм}$	$f_{\text{расч}}, \text{мм}$	$f_{\text{ср}} - f_{\text{расч}}, \text{мм}$	$(f_{\text{ср}} - f_{\text{расч}})^2, \text{мм}^2$
1	2,9	2,9663	-0,0663	0,0044
2	3,2	3,1813	0,0188	0,0004
3	3,4	3,3500	0,0500	0,0025
4	3,1	3,1063	-0,0063	0,0000
5	3,6	3,5713	0,0287	0,0008
6	2,8	2,8700	-0,0700	0,0049
7	2,9	2,9638	-0,0638	0,0041
8	2,7	2,6238	0,0762	0,0058
9	2,5	2,4300	0,0700	0,0049
10	2,6	2,5913	0,0088	0,0001
11	2,8	2,8063	-0,0063	0,0000
12	3,1	3,1500	-0,0500	0,0025
13	3,6	3,5463	0,0538	0,0029
14	3,1	3,0813	0,0187	0,0004

Формула для вычисления суммы

$$S_{\text{ад}} = n \sum (f_{\text{ср}} - f_{\text{расч}})^2. \quad (\text{B.15})$$

Так как число повторов $n=3$, то

$$S_{\text{ад}} = 3 \times 0,0336 = 0,1008. \quad (\text{B.16})$$

Число степеней свободы

$$f_{\text{ад}} = N - \rho = 14 - 8 = 6. \quad (\text{B.17})$$

Дисперсия адекватности

$$S_{\text{ад}}^2 = \frac{S_{\text{ад}}}{f_{\text{ад}}} = \frac{0,1008}{6} = 0,0168. \quad (\text{B.18})$$

Вычислим критерий Фишера:

$$F_{\text{расч}} = \frac{S_{\text{ад}}^2}{S^2\{y\}} = \frac{0,0168}{0,0080357} = 2,09. \quad (\text{B.19})$$

Табличное значение критерия Фишера в данном случае $F_{\text{табл}}=8,94$ [20; 61; 147]. Т.к. расчетное значение меньше табличного, считаем, что полученная математическая модель (B.14) удовлетворяет условию адекватности.

ПРИЛОЖЕНИЕ Г


ООО Строительная компания «ШКиД»

юр. и факт. адрес: 194044, Санкт-Петербург, ул. Чугунная, д. 14, корпус 90
 тел./факс 495-66-68, 495-66-69 ИНН 7816100958 КПП 780401001
 ОКОНХ 61110 ОКАТО 40273563000 ОКПО 27401709 ОГРН 1027807997667 ОКВЭД 45.21
 E-mail: shkid@sp.ru Web: www.shkid-spb.com

28.05.2019г. №51

Ковалю Павлу Сергеевичу

АКТ

о внедрении результатов диссертационной работы Ковалю Павла Сергеевича
**«Несущая способность и деформативность предварительно напряженных
 многослойных деревоплит при изгибе»**

Основные результаты экспериментальных и теоретических исследований предварительно напряженных многослойных деревоплит при изгибе, а также методика расчета указанных конструкций по предельным состояниям 1 и 2 групп, приведенные в диссертационной работе Ковалю П. С. «Несущая способность и деформативность предварительно напряженных многослойных деревоплит при изгибе», на практике применены ООО «ШКиД» при разработке рабочей документации в рамках реконструкции объекта капитального строительства «Здание Главного корпуса (восточная терраса) объекта строительства Пансионат в районе села Прасковеевка, г. Геленджик, Краснодарский край».

Настоящий Акт выдан Ковалю П.С. для предоставления в диссертационный совет Д 212.223.03 при ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет» по месту защиты диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук.

Выданный Акт является документом о внедрении результатов исследований и методики расчета в производство.

Генеральный директор ООО «ШКиД» _____

Голик А. А.



ПРИЛОЖЕНИЕ Д



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Санкт-Петербургский государственный
архитектурно-строительный университет»
(СПбГАСУ)
 ул. 2-я Красноармейская, д. 4, Санкт-Петербург, 190005

УТВЕРЖДАЮ

декан Строительного факультета,
канд. техн. наук, доц.

А. Н. Панин

«01» сентября 2020 г.



АКТ

использования в учебном процессе материалов кандидатской диссертации
«НЕСУЩАЯ СПОСОБНОСТЬ И ДЕФОРМАТИВНОСТЬ
ПРЕДВАРИТЕЛЬНО НАПРЯЖЕННЫХ МНОГОСЛОЙНЫХ ДЕРЕВОПЛИТ
ПРИ ИЗГИБЕ» старшего преподавателя кафедры «Металлических и
 деревянных конструкций»
 Коваля Павла Сергеевича

Материалы кандидатской диссертации старшего преподавателя кафедры «Металлических и деревянных конструкций» П. С. Коваля используются в лекционном курсе по дисциплине «Конструкции из дерева и пластмасс» при подготовке специалистов по направлению 08.05.01 «Строительство уникальных зданий и сооружений» на кафедре «Металлических и деревянных конструкций».

Заведующий кафедрой МиДК
д-р техн. наук, профессор

А. Г. Черных

«26» августа 2020 г.