

Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего профессионального образования  
«Санкт-Петербургский государственный  
архитектурно-строительный университет»

*На правах рукописи*

**ЕЛИСТРАТОВ Владимир Николаевич**

**РАЗВИТИЕ МЕТОДОВ РАСЧЕТА СЖАТЫХ ЖЕЛЕЗО-  
БЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПРИ ДЛИТЕЛЬНОМ ЗАГРУЖЕНИИ  
С УЧЕТОМ МГНОВЕННОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ БЕТОНА**

Специальность 05.23.01 – Строительные конструкции, здания и сооружения

**ДИССЕРТАЦИЯ**

на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Научный руководитель:

**САНЖАРОВСКИЙ Рудольф Сергеевич**

доктор технических наук, профессор,

заслуженный деятель науки

и техники Российской Федерации

Санкт-Петербург – 2014

**ОГЛАВЛЕНИЕ**

ВВЕДЕНИЕ .....	5
ГЛАВА 1. МЕТОДЫ РАСЧЕТА СЖАТЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ С УЧЕТОМ НЕЛИНЕЙНОЙ ПОЛЗУЧЕСТИ .....	14
1.1. Расчет сжатых железобетонных элементов при длительном нагружении .....	14
1.2. Феноменологические теории ползучести бетона применяемые в расчетах железобетонных конструкций .....	24
1.2.1. Теория упруго-ползучего тела .....	28
1.2.2. Теория упругой наследственности бетона .....	30
1.2.3. Теория старения бетона .....	32
1.3. Экспериментальное получение диаграмм мгновенного деформирования бетона с ниспадающим участком и их аналитические выражения .....	35
Выводы .....	43
ГЛАВА 2. ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ СЖАТЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ С УЧЕТОМ МГНОВЕННОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ И ПОЛЗУЧЕСТИ БЕТОНА .....	44
2.1. Деформирование бетона при кратковременном нагружении .....	44
2.2. Расчет железобетонных элементов с учетом мгновенной нелинейности в рамках нелинейной теории старения бетона .....	53
2.3. Расчет железобетонных элементов при совместном учете мгновенной нелинейности и ползучести бетона на основе теории упруго-ползучего тела .....	65
2.4. Расчет железобетонных элементов с использованием теории упругой наследственности бетона с учетом мгновенной нелинейности бетона .....	68
Выводы.....	78
ГЛАВА 3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ДЛИТЕЛЬНОГО ЗАГРУЖЕНИЯ СЖАТЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ .....	80
3.1. Исходные материалы для изготовления образцов .....	81
3.2. Основные измерительные приборы и испытательное оборудование .....	84
3.3. Армирование железобетонных элементов .....	86

3.4. Проектирование и приготовление бетонной смеси .....	87
3.5. Изготовление образцов и их хранение до испытаний .....	89
3.6. Методика экспериментальных исследований .....	91
3.6.1. Определение показателей $R_k$ , $R_b$ , $R_{ж.б}$ и $E_b$ .....	93
3.6.2. Определение деформации усадки бетона .....	95
3.6.3. Определение продольных деформаций железобетонных элементов .....	98
3.7. Результаты экспериментальных исследований .....	100
3.7.1. Результаты кратковременных испытаний .....	100
3.7.2. Результаты длительных испытаний .....	103
3.8. Обработка результатов экспериментальных исследований. Численный анализ .....	110
Выводы.....	120
<b>ГЛАВА 4. РАСЧЕТ НОРМАТИВНОЙ УСЛОВНОЙ КРИТИЧЕСКОЙ СИЛЫ ДЛЯ СЖАТЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ .....</b>	<b>121</b>
4.1. Определение условной критической силы по нормативной методике и по предложениям автора .....	121
Выводы.....	137
<b>ОБЩИЕ ВЫВОДЫ .....</b>	<b>138</b>
<b>СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ .....</b>	<b>140</b>
<b>ПРИЛОЖЕНИЯ .....</b>	<b>157</b>
<i>Приложение А (обязательное). Журнал определения прочности по контрольным образцам .....</i>	<i>158</i>
<i>Приложение Б (справочное). Журнал испытания бетонных образцов по определению величины деформации усадки <math>\epsilon_{yc}</math> .....</i>	<i>162</i>
<i>Приложение В (справочное). Документ о качестве портландцемента .....</i>	<i>165</i>
<i>Приложение Г (справочное). Паспорт на песок для строительных работ .....</i>	<i>166</i>
<i>Приложение Д (справочное). Паспорт на щебень гранитный фракции 5-10 мм для строительных работ .....</i>	<i>167</i>

<i>Приложение Е (справочное)</i> . Документ о качестве и сертификат проволоки Вр-1 .....	168
<i>Приложение Ж (справочное)</i> . Заключение о поверке электронных весов ТВ-S-32.2-A2 .....	171
<i>Приложение И (справочное)</i> . Паспорт на гигрометр психометрический ВИТ-1 .....	172
<i>Приложение К (справочное)</i> . Паспорт на гигрометр психометрический ВИТ-2 .....	173
<i>Приложение Л (справочное)</i> . Заключение о поверке динамометра ДОС-3-200И .....	174
<i>Приложение М (справочное)</i> . Выпускной аттестат одного из тензометров ТА-2-1 .....	175
<i>Приложение Н (справочное)</i> . Паспорт одной из многооборотных измерительных головок модели 05102 класса точности 1 .....	176
<i>Приложение П (справочное)</i> . Свидетельство о поверке машины сжатия МС-1000 .....	177
<i>Приложение Р (справочное)</i> . Свидетельство о поверке прессы испытательного ПСУ-250 .....	178
<i>Приложение С (справочное)</i> . Протокол испытаний металлических прокладок на твердость по Бринеллю .....	179
<i>Приложение Т (справочное)</i> . Акт о внедрении результатов диссертационного исследования .....	180

## ВВЕДЕНИЕ

Сжатые железобетонные элементы широко распространены в практике строительства промышленных и гражданских зданий и сооружений. К ним относятся несущие колонны и стены одноэтажных и многоэтажных зданий различного назначения, опоры-стойки секционных мостов, сжатые элементы ферм (верхние пояса, стойки, некоторые раскосы) и другие элементы конструкций.

В железобетонных элементах соединены два разнородных материала: стальная арматура, работающая упруго по линейному закону Гука, и упруговязкопластический бетон, который сочетает в себе упругие и пластические свойства и, находясь под действием внешней нагрузки, обладает способностью деформироваться во времени. Такое явление в бетоне носит название ползучести. Ползучесть бетона существенно влияет на прочность, устойчивость и долговечность бетонных и железобетонных конструкций, находящихся как в стадии строительства, так и в процессе эксплуатации.

Длительные деформации бетона в расчетах железобетонных конструкций рассчитываются с помощью применения теорий ползучести бетона, которые исторически развивались в трех направлениях: теория упруго-ползучего тела, теория упругой наследственности бетона и теория старения (модифицированная теория старения) бетона. Однако, ни одна из них не дает точного описания процесса деформирования железобетонных конструкций под длительной нагрузкой [77], так как при расчетах мгновенные деформации бетона считают пропорциональными напряжениям вплоть до достижения напряжений в бетоне предела прочности (закона Гука) [4, 6, 14, 18, 20 – 23, 26, 27, 34, 78, 79, 98, 106, 109, 128, 134, 135, 142 и др.]. Данное положение внедрено в российские действующие нормы по железобетону СП 52-101-2003 [118].

Многочисленные экспериментальные исследования [63, 95, 126, 159, 164 и др.] показали, что бетон обладает нелинейной зависимостью между напряжениями и деформациями для случая кратковременного сжатия, и диаграмма мгновенного деформирования имеет ниспадающий участок

(мгновенная нелинейность). Нелинейная связь между напряжениями бетона и деформациями проявляется также и при длительном действии нагрузки. Отсюда следует, что применением теории упругого железобетона невозможно правильно оценивать работу железобетонных конструкций под длительной нагрузкой, а существующие расчетные формулы, полученные в предположении мгновенно-упругой работы бетона, не позволяют в полной мере исследовать напряженно-деформированное состояние сжатых железобетонных элементов при различных уровнях длительного нагружения.

В европейских нормах по железобетону *Eurocode 2* [156] в качестве расчетной зависимости между мгновенными деформациями и напряжениями принимается нелинейная диаграмма с ниспадающим участком. Данную кривую аппроксимирует формула Саржина (*Muharrem Sargin*), которая позволяет учитывать работу бетона при любых уровнях нагружения. Это важно для развития теории железобетона, в том числе при изучении напряженно деформированного состояния железобетонных конструкций в условиях нелинейной ползучести, где под действием внешней нагрузки происходит перераспределение напряжений с бетона на арматуру.

Введенный в действие с 01 января 2013 г. СП 63.13330.2012 [119] в дополнение к СП 52–101–2003 [118] в приложении содержит нелинейную диаграмму мгновенного деформирования бетона и аппроксимирующую ее аналитическую зависимость (формула Карпенко Н. И.), имеющую справочный характер.

Приведенные в российских нормах формулы расчетов железобетонных конструкций при длительном нагружении основаны на применении закона Гука и не учитывают мгновенную нелинейность бетона при расчетах на ползучесть. Имеющиеся в научной литературе теоретические выкладки, построенные на пропорциональности мгновенных деформаций бетона от напряжений, неприменимы для исследования напряженно-деформированного состояния железобетона при средних и высоких уровнях нагружения, характеризующихся проявлением мгновенной и длительной нелинейностью бетона.

Проблема учета мгновенных нелинейных деформаций при исследовании изменения во времени напряжений бетона в сжатых железобетонных элементах с учетом ползучести бетона является сложной задачей. Александровский Р. С. указывал, что *«учесть одновременно зависимость модуля упругости от напряжений и от возраста бетона весьма трудно. Поэтому современная теория ползучести бетона учитывает только изменение модуля во времени»* [4, с. 154]. Необходимость проведения исследований в этой области указывали известные ученые: Байков В. Н. [9], Бондаренко В. М. [16, 17], Прокопович И. Е. [107], Карпенко Н. И. [71] и др. В частности, Прокопович И. Е., выделяя центрально-сжатые элементы, подчеркивал, что для совершенствования теории железобетона *«необходимы как дополнительные экспериментальные и теоретические исследования сопротивления бетонных и железобетонных элементов, так и увязка оптимальных и квазиоптимальных режимов с реальными условиями загрузки»* [107, с. 5].

#### **Актуальность исследования.**

Современные уравнения ползучести бетона построены на основе закона Гука для описания мгновенного деформирования бетона. Экспериментально-теоретические исследования [9, 31, 63, 64, 83, 95, 105, 124, 126, 151, 154, 159, 164, 165, 171 и др.], проведенные со второй половины 20 века в СССР и в других странах мира, показали, что зависимость между напряжениями и относительной мгновенной деформацией бетона для случая кратковременного сжатия является нелинейной и имеет ниспадающий участок. Существующие уравнения ползучести применимы для уровня загрузки не более 20 % от призмочной прочности бетона и не позволяют описывать процессы деформирования бетона при высоких уровнях загрузки [116]. В связи с этим создание методов расчета на ползучесть бетона, учитывающих мгновенную нелинейность бетона является актуальной и крайне важной задачей, требующей решения для развития теории железобетона.

#### **Степень разработанности темы исследования.**

Несмотря на большое количество экспериментальных и теоретических работ, посвященных исследованию напряженно-деформированного состояния

сжатых железобетонных элементов с учетом ползучести [6, 21, 27, 87, 106, 134, 135, 140 и др.], мгновенная нелинейность бетона в них не учитывается. В частности, Гвоздев А. А., Панарин Н. Я., Александровский Р. С., Васильев П. И., Прокопович И. Е., Арутюнян Н. Х., и др. проводили исследования сжатых железобетонных элементов в рамках теории упруго-ползучего тела; Прокопович И. Е., Ржаницын А. Р. и др. – в рамках теории упругой наследственности бетона; Уитни (*Charles S. Whitney*), Дишингер (*Fr. Dischinger*), Глэнвилль (*W. H. Glanville*), Улицкий И. И. Гольшев А. Б., Столяров Я. В., Лившиц Я. Д., Яценко Е. А. – в рамках теории старения бетона. При этом формулы, показывающие изменения напряжений бетона и арматуры, получены на основе закона Гука, входящего в соответствующие теории ползучести. Считалось, что закон Гука справедлив вплоть до достижения бетона предела прочности. Внедрение в инженерную практику нелинейной теории железобетона для оценки напряженно-деформированного состояния сдерживалось отсутствием подходящих теорий ползучести, сложностью теоретических выкладок, трудоёмкостью вычислений и, в основном, невозможностью получения конечных формул в явном виде с учетом мгновенной нелинейности бетона.

С помощью существующих линейных уравнений ползучести хорошо описывается ползучесть бетона при малых уровнях загрузки (до  $0,2R$ , здесь  $R$  – призмная прочность бетона), но при более высоких уровнях загрузки вплоть до призмной прочности бетона линейные модели показывали плохое описание экспериментальных данных и не соответствовали реальной физической нелинейности бетона. Для учета нелинейной ползучести в уравнениях, описывающих деформации ползучести, была введена нелинейная функция напряжения, с помощью которой достигалась некоторая согласованность с экспериментами по ползучести, но мгновенная нелинейность бетона при этом не учитывалась.

Идея учета мгновенных нелинейных деформаций в уравнениях ползучести была показана в научных разработках Бондаренко В. М. и Бондаренко С. В. и заключалась в том, что в интегральных уравнениях Васильева П. И., Гвоздева А. А., Галустова К. З. и других ученых слагаемое, описывающее

деформации ползучести бетона, умножалось на нелинейную функцию напряжения, записанную в общем виде. Одновременно Бондаренко В. М. указал, что применение таких уравнений *«приводит к математическим трудностям, неприемлемым для прикладного расчетно-конструкторского использования»*. Санжаровский Р. С. [115] предложил учитывать мгновенные нелинейные деформации бетона, в том числе с помощью введения в аналитические зависимости теорий ползучести бетона новой функции  $\Phi(\sigma_b)$  вместо напряжения бетона  $\sigma_b$ . Настоящая работа посвящена развитию идеи Санжаровского Р. С. по уточнению теорий ползучести бетона и применению полученных уравнений ползучести в исследовании напряженно-деформированного состояния сжатых железобетонных колонн, для которых характерны нелинейная связь между напряжениями и деформациями на всех этапах загрузки.

#### **Цель и задачи исследования.**

*Цель исследования* – разработка методов расчета сжатых стержневых железобетонных элементов на ползучесть с учетом мгновенной нелинейности бетона при высоких уровнях длительного нагружения.

#### *Задачи исследования:*

1. Изучить существующие подходы к определению напряженно-деформированного состояния сжатых железобетонных элементов в рамках нелинейных теорий ползучести бетона и выявить имеющиеся в них проблемы.
2. Получить феноменологическое уравнение ползучести бетона, позволяющее учитывать различные нелинейные зависимости между мгновенными деформациями бетона и напряжениями, в том числе в соответствии с требованием *Eurocode 2*.
3. Исследовать напряженно-деформированное состояние сжатых железобетонных элементов, подверженных высоким уровням длительного нагружения.
4. Изучить влияние нелинейной зависимости между мгновенными деформациями и напряжениями на изменение напряжений и деформаций в бетоне и арматуре.

5. Изучить влияние мгновенной нелинейности бетона на изменение характеристики ползучести путем проведения экспериментальных исследований длительного нагружения сжатых железобетонных элементов.

6. Уточнить методику расчета условной критической силы для сжатых железобетонных элементов по правилам СП 52–101–2003 и СП 63.13330.2012 путем введения поправочных коэффициентов, учитывающих мгновенную и длительную нелинейность деформирования бетона.

*Объектом исследования* является напряжённо-деформированное состояние сжатых железобетонных элементов при высоких уровнях длительного нагружения с учетом нелинейной зависимости между мгновенными деформациями и напряжениями, нормируемой *Eurocode 2* (формула Саржина) и СП 63.13330.2012 (формула Карпенко Н. И.).

*Предметом исследования* является экспериментально-теоретическая модель напряженно-деформированного состояния сжатой колонны при длительном нагружении.

**Научная новизна исследования** заключается в разработке новой методики в теории железобетона, направленной на определение длительного напряженно-деформированного состояния сжатых железобетонных элементов при высоких уровнях нагружения с учетом мгновенной нелинейности бетона и на совершенствование методики расчета условной критической силы:

1. Предложены уточненные модели ползучести бетона в рамках различных теорий ползучести, которые позволяют учитывать нелинейные зависимости между мгновенными деформациями бетона и напряжениями в соответствии с требованиями *Eurocode 2*.

2. Построены разрешающие уравнения по расчету напряжений и деформаций бетона и арматуры в сжатых железобетонных элементах, подверженных высоким уровням длительного нагружения с учетом мгновенной нелинейности и нелинейной ползучести бетона.

3. Поставлены и проведены эксперименты по длительному нагружению сжатых железобетонных элементов и изучению влияния мгновенной

нелинейности бетона на напряжения и деформации в бетоне и арматуре, а также на величину характеристики ползучести бетона.

4. Предложен приближенный способ учета мгновенной и длительной нелинейности деформирования бетона в расчетах нормативной условной критической силы.

**Методологической основой** диссертационного исследования послужили общепринятые положения теорий ползучести бетона, известные допущения при расчете железобетонных конструкций и метод эксперимента.

**Область исследования** соответствует требованию паспорта научной специальности ВАК 05.23.01 – Строительные конструкции, здания и сооружения и заключается в создании наиболее совершенных и надежных конструкций в развитие пункта 3: «Создание и развитие эффективных методов расчета и экспериментальных исследований вновь возводимых, восстанавливаемых и усиливаемых строительных конструкций наиболее полно учитывающих специфику воздействий на них, свойства материалов, специфику конструктивных решений и другие особенности».

**Практическая ценность и реализация результатов исследований** заключается в возможности изучать процессы изменения напряжений и деформаций в бетоне и арматуре колонн с течением времени, а также получать уточненные значения параметров ползучести и критической силы, предусмотренной нормативными документами, при различных схемах загрузки с учетом нелинейной диаграммы мгновенного деформирования бетона в соответствии с *Eurocode 2*.

Практическая ценность выполненной работы состоит в уточнении феноменологических уравнений ползучести бетона в рамках объединенных уравнений пластичности и ползучести и получение новых моделей теории ползучести. Полученные результаты позволяют прогнозировать процессы длительного деформирования железобетонных элементов и рассчитывать сжатые железобетонные конструкции при высоких уровнях загрузки. В частности, методика расчета условной критической силы с учетом мгновенной нелинейности

и нелинейной ползучести бетона принята к использованию и применена проектным институтом ООО «Северная Столица» группы компаний К-ГРУПП при оценке несущей способности монолитных железобетонных колонн при проектировании административного здания в г. Мурманск. Научные результаты диссертации могут быть рекомендованы для дальнейших теоретических и экспериментальных исследований данного раздела теории железобетона.

### **Апробация работы.**

Основные положения работы докладывались:

- на 60-й Международной науч.-техн. конф. молодых ученых. – СПбГАСУ, (Санкт-Петербург, 25 – 27 апреля 2007 г.);
- на 66-й науч. конф. проф., препод., науч. работн., инж. и асп. ун-та. – СПбГАСУ, (Санкт-Петербург, 3 – 5 февраля 2009 г.);
- на 67-й науч. конф. проф., препод., науч. работн., инж. и асп. ун-та. – СПбГАСУ, (Санкт-Петербург, 3 – 5 февраля 2010 г.);
- на 68-й науч. конф. проф., препод., науч. работн., инж. и асп. ун-та. – СПбГАСУ, (Санкт-Петербург, 2 – 4 февраля 2011 г.);
- на II Международном конгрессе студентов и молодых ученых (аспирантов, докторантов) «Актуальные проблемы современного строительства» (СПбГАСУ, Санкт-Петербург, 10 – 12 апреля 2013 г.).

### **Публикации.**

Материалы диссертации опубликованы в 8 печатных работах общим объемом 4,115 п.л., лично автором – 3,545 п.л., в том числе 4 статьи опубликованы в изданиях, входящих в перечень ведущих рецензируемых научных журналов, утвержденный ВАК РФ.

### **Структура и объем работы.**

Диссертация состоит из введения, четырех глав с выводами по каждой из них, общих выводов. Диссертация содержит 180 страниц машинописного текста, 24 таблицы, 24 рисунка, 16 приложений и список использованной литературы из 175 наименований работ отечественных и зарубежных авторов.

Во введении сформулирована проблема и обоснована актуальность

проводимых исследований, сформулированы цель, задачи, научная новизна и практическая значимость проводимых теоретических и экспериментальных исследований.

В первой главе раскрыта актуальность научных исследований: приведен обзор теорий ползучести бетона, проанализированы области их применения, показаны достоинства и выявлены существующие недостатки. Представлен обзор предшествующих исследований напряженно-деформированного состояния сжатых железобетонных элементов с учетом ползучести бетона. Рассмотрены экспериментально-теоретические исследования нелинейной диаграммы мгновенного деформирования бетона с ниспадающей ветвью.

Во второй главе для связи между мгновенными деформациями и напряжениями в бетоне использована нормируемая *Eurocode 2* аналитическая зависимость; изложена процедура преобразования этой формулы в более удобный вид для практического применения при расчете железобетонных конструкций. Разработаны новые уточненные уравнения ползучести, учитывающие мгновенную нелинейность бетона. Исследовано напряженно-деформированное состояние сжатых железобетонных элементов, и получены выражения для определения напряжений и деформаций бетона и арматуры, а также характеристики ползучести бетона с учетом мгновенной нелинейности бетона.

В третьей главе изложена постановка и проведение экспериментальных исследований длительного нагружения сжатых железобетонных элементов. Приведены результаты испытаний и их обработка: определены напряжения в арматуре и бетоне, получены величины характеристики ползучести бетона, учитывающие мгновенные и длительные нелинейные деформации бетона при различных вариантах аппроксимации зависимости мгновенных деформаций от напряжений.

Четвертая глава посвящена уточнению значения нормативной условной критической силы. Приведены расчеты условной критической силы по нормативной методике и на основе предложений автора с приближенным учетом мгновенной и длительной нелинейности деформирования бетона.

## ГЛАВА 1. МЕТОДЫ РАСЧЕТА СЖАТЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ С УЧЕТОМ НЕЛИНЕЙНОЙ ПОЛЗУЧЕСТИ

### 1. 1. Расчет сжатых железобетонных элементов при длительном нагружении

Исследованию изменения во времени напряженно-деформированного состояния центрально сжатых железобетонных элементов, армированных продольными стальными стержнями и поперечными хомутами, к которым приложена продольная центральная сжимающая сила  $P$  постоянной величины, с учетом ползучести бетона посвящены работы Васильева П. И., Александровского С. В., Арутюняна Н. Х., Бондаренко В. М., Карпенко Н. И., Прокоповича И. Е., Галустова К. З., Ржаницына А. Р., Лившица Я. Д., Манукяна М. М., Улицкого И. И., Голышева А. Б. и других ученых. Эти исследования основаны на допущении о том, что арматура не обладает ползучестью и работает упруго, подчиняясь линейному закону Гука

$$\varepsilon_a = \frac{\sigma_a}{E_a}, \quad (1.1.1)$$

где  $E_a$  – модуль упругости арматуры;  $\varepsilon_a$  – деформация арматуры.

Для железобетонных колонн справедливо уравнение равновесия:

$$F_b \cdot \sigma_b + F_a \cdot \sigma_a = P, \quad (1.1.2)$$

где  $\sigma_b$  и  $\sigma_a$  – напряжения в бетоне и упругой арматуре;  $F_b$  – площадь поперечного сечения бетона;  $F_a$  – суммарная площадь поперечного сечения продольной арматуры.

Деформации бетона и арматуры в соответствии с гипотезой о совместности деформаций принимаются равными, тогда уравнение (1.1.2) примет вид:

$$F_b \cdot \sigma_b + F_a \cdot E_a \cdot \varepsilon = P, \quad (1.1.3)$$

где  $\varepsilon$  – продольные деформации колонны.

Дальнейшее решение задачи сводится к системе уравнений, состоящей из алгебраического уравнения (1.1.3) и основного уравнения одной из теорий ползучести бетона.

В исследованиях Арутюняна Н. Х. [6], основанных на линейной теории упруго-ползучего тела, полная деформация бетона выражается уравнением

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_{\sigma}(t)}{E(t)} - \int_{\tau_1}^t \sigma_{\sigma}(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \left[ \frac{1}{E(\tau)} + C(t, \tau) \right] d\tau. \quad (1.1.4)$$

При использовании зависимостей  $C(t, \tau) = \theta(\tau)[1 - e^{-\gamma(t-\tau)}]$ ,  $E(\tau) = E_0(1 - e^{-\alpha\tau})$ , функции влияния  $\Phi[\xi, p]$  и функции старения в виде  $\theta(\tau) = C_0 + \frac{A}{\tau}$ , Арутюнян определил напряжения в бетоне для постоянного модуля мгновенной деформации

$$\sigma_{\sigma}(t) = \sigma_{\sigma}(\tau_1) \left\{ 1 - \frac{\mu\gamma E_a}{1 + \mu m} \left( C_0 + \frac{A_1}{\tau_1} \right) \frac{e^{r\tau_1} \tau_1^p}{r^{1-p}} \left[ \Phi(rt, p) - \Phi(r\tau_1, p) \right] \right\}, \quad (1.1.5)$$

где  $\Phi(rt, p) - \Phi(r\tau_1, p) = \int_0^{rt} \frac{e^{-\tau}}{\tau^p} d\tau - \int_0^{r\tau_1} \frac{e^{-\tau}}{\tau^p} d\tau$ ;  $p$  и  $r$  – параметры, которые характеризуют интенсивность процесса нарастания деформации ползучести бетона в железобетонном элементе, равные

$$p = \frac{\gamma\mu E_a A_1}{1 + \mu m}; \quad r = \gamma \left( 1 + \frac{\mu E_a C_0}{1 + \mu m} \right). \quad (1.1.6)$$

Для переменного модуля мгновенной деформации Арутюняном предложено два варианта формул – определение напряжений с избытком  $\bar{\sigma}_{\sigma}(t)$  или с недостатком  $\tilde{\sigma}_{\sigma}(t)$ :

$$\bar{\sigma}_{\sigma}(t) = \sigma_{\sigma}(\tau_1) \left\{ 1 - \frac{\mu\gamma E_a}{1 + \mu m(\infty)} \left( C_0 + \frac{A_1}{\tau_1} \right) \frac{e^{r\tau_1} \tau_1^p}{r^{1-p}} \left[ \Phi(rt, p) - \Phi(r\tau_1, p) \right] \right\}, \quad (1.1.7)$$

$$\tilde{\sigma}_{\sigma}(t) = \sigma_{\sigma}(\tau_1) \left\{ 1 - \frac{\mu\gamma E_a}{1 + \mu m} \left( C_0 + \frac{A_1}{\tau_1} \right) \frac{e^{r\tau_1} \tau_1^p}{r^{1-p}} \left[ \Phi(rt, p) - \Phi(r\tau_1, p) \right] \right\}, \quad (1.1.8)$$

где коэффициенты  $p$  и  $r$  определяются по отношениям (1.1.6).

Прокопович И. Е. [106], развивая исследования Арутюняна Н. Х., вывел формулу для определения усилия в бетоне  $V_b^*(t)$  в виде:

$$V_{\sigma}^*(t) = P(t) - V_a(\tau_1) \left\{ 1 + \frac{\gamma \Xi(\tau_1)}{1 + \mu m(\tau_1)} e^{r_a(z + \tau_1)} \frac{(z + \tau_1)^{p_a}}{r_a^{1-p_a}} \times, \right. \\ \left. \times \left[ \Phi[r_a(z + t), p_a] - \Phi[r_a(z + \tau_1), p_a] \right] \right\}, \quad (1.1.9)$$

где  $r_a = \gamma \left[ 1 + \frac{\mu C_0 E_a}{1 + \mu m(\tau_1)} \right]$ ;  $p_a = \frac{\gamma \mu A E_a}{1 + \mu m(\tau_1)}$ ;  $\Phi(\xi, p_a)$  – неполные гамма-функции;

$\Xi(\tau_1)$  – характеристика ползучести;  $m(\tau) = \frac{E_a}{E(\tau)}$ ;  $\mu$  – коэффициент армирования,

равный  $\mu = \frac{F_a}{F_{\sigma}}$ ;  $\gamma, z, A, C_0$ , – постоянные коэффициенты, подбираемые по

экспериментальным кривым.

В нелинейной двухкомпонентной теории ползучести Галустова К. З. [27] деформации ползучести состоят из двух частей: обратимой и необратимой. Обратимая часть деформаций ползучести зависит от возраста бетона и линейно связана с напряжениями, а необратимая часть – не зависит от возраста бетона и связана с напряжениями нелинейно. Основное уравнение нелинейной теории ползучести имеет вид

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_{\sigma}(t)}{E(t)} + \frac{R(t)}{E(t)} \int_{\tau_1}^t s(\tau) K(t, \tau) d\tau + \int_0^{\max S} f(s) F[T(s, t)] ds, \quad (1.1.10)$$

где  $R$  – призмная прочность;  $\max S$  – максимальное значение уровня напряжения  $S$ , достигнутое к моменту времени  $t$ ;  $T$  – суммарная длительность действия уровня напряжения к моменту времени  $t$ ;  $K(t, \tau)$  – ядро уравнения, характеризующее деформацию ползучести и включающее необратимую деформацию второго рода.

Применительно к бетону старого возраста, когда рост модуля упруго-мгновенной деформации незначителен (постоянный), характер изменения напряжений в бетоне, получаемый из уравнения (1.1.10) записывается в виде

$$\sigma_{\sigma}(t) = \sigma_{\sigma y} - \lambda \int_0^t \sigma_{\sigma}(\tau) e^{-\gamma(t-\tau)} d\tau - \lambda_1 \int_0^{\max \sigma} \sigma_{\sigma}(t) F[T(\sigma_{\sigma}, t)] d\sigma, \quad (1.1.11)$$

где  $\sigma_{\sigma y}$  – мгновенно-упругие деформации бетона, равные

$$\sigma_{\text{by}} = \frac{P}{F_{\sigma}(1+m\mu)}; \quad (1.1.12)$$

$C_0$  – предельная величина меры ползучести;  $\lambda$ ,  $\gamma$ ,  $m$  и  $\mu$  – коэффициенты, равные

$$\lambda = \frac{\mu\gamma E_a C_0}{1+m\mu}, \quad \lambda_1 = \frac{\mu E_a}{1+m\mu}, \quad \lambda = \lambda_1 \gamma C_0, \quad m = \frac{E_a}{E_{\sigma}}, \quad \mu = \frac{F_a}{F_{\sigma}}.$$

Щелкуновым В. Г. [140] в нелинейной теории старения для установления связи между напряжениями и деформациями, которые содержат обратимые деформации ползучести, предложена формула:

$$\begin{aligned} \varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E_0} - \frac{1}{E_0} \int_0^t \frac{df[\sigma(\tau)]}{d\tau} \varphi(\tau) d\tau + \int_0^t \frac{d\sigma(\tau)}{d\tau} \frac{1}{E(\tau)} \varphi_0(t, \tau) d\tau + \\ + \int_0^t \frac{d\sigma(\tau)}{d\tau} \frac{1}{E(\tau)} d\tau + \frac{f[\sigma(t)]}{E_0} \varphi(t), \end{aligned} \quad (1.1.13)$$

где  $f[\sigma(\tau)]$  и  $f[\sigma(t)]$  – функция напряжений в любой момент времени  $\tau$  и в момент наблюдения  $t$ ;  $\varphi(t)$  и  $\varphi(\tau)$  – характеристики ползучести бетона при времени  $t$  и  $\tau$ ;  $E_0$  и  $E(\tau)$  – модули упругости бетона в начальный момент и в любой момент  $\tau$ ;  $\varphi_0(t, \tau)$  – характеристики обратимой части деформаций ползучести.

Для упрощения математических преобразований Щелкунов ввел допущение о том, что обратимые деформации ползучести протекают мгновенно, тогда характеристика ползучести  $\varphi_0(t, \tau)$  определяется выражением

$$\varphi_0(t, \tau) = \varphi_0(\tau) = \varphi_0 \frac{\varphi(\tau)}{m}, \quad (1.1.14)$$

где  $\varphi_0$  – предельное значение характеристики обратимой части деформаций ползучести бетона, загруженного в момент  $\tau = 0$  и разгруженного при  $t \rightarrow \infty$ ;  $m$  – предельное значение характеристики ползучести бетона при сжатии.

Формула (1.1.13) с учетом зависимости (1.1.14) примет вид

$$\begin{aligned} \varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E_0} - \frac{1}{E_0} \int_0^t \frac{df[\sigma(\tau)]}{d\tau} \varphi(\tau) d\tau + \frac{\varphi_0}{m} \int_0^t \frac{d\sigma(\tau)}{d\tau} \frac{1}{E(\tau)} \varphi(\tau) d\tau + \\ + \int_0^t \frac{d\sigma(\tau)}{d\tau} \frac{1}{E(\tau)} d\tau + \frac{f[\sigma(t)]}{E_0} \varphi(t), \end{aligned} \quad (1.1.15)$$

где для функции  $f(\sigma_{\sigma})$  Щелкунов использовал уравнение Яценко Е. А. [143]

$$f(\sigma_{\sigma}) = k[\sigma_{\sigma}(t) - \sigma_{\text{гр}}] + \sigma_{\text{гр}}.$$

Полученный закон изменения напряжений в бетоне на основе уравнения (1.1.15) имеет вид

$$\sigma_{\sigma}(t) = \frac{\sigma_{\text{гр}}(k-1)}{k} + \left[ \sigma_0 - \frac{\sigma_{\text{гр}}(k-1)}{k} \right] e^{-k \frac{m}{\varphi_0} \ln[1+\xi\varphi(t)]}, \quad (1.1.16)$$

где  $\mu$  – коэффициента армирования;  $n$  – отношение модуля упругости арматуры к модулю упругости бетона;  $\xi$  – опытный коэффициент, равный  $\xi = \frac{m}{\varphi_0} \cdot \frac{\mu n}{1 + \mu n}$ .

Улицкий И. И. [134, 135] в рамках нелинейной теории старения бетона, основное уравнение которой в дифференциальной форме записывается в виде

$$\dot{\varepsilon}(t) = \frac{1}{E(t)} \dot{\sigma}_{\sigma}(t) + \frac{1}{E_0} \dot{\varphi}_t f[\sigma_{\sigma}(t)], \quad (1.1.17)$$

применив для функции напряжения зависимость  $f[\sigma_{\sigma}(t)] = \sigma_{\sigma} + \beta \sigma_{\sigma}^2$ , предложил формулу для определения напряжений бетона  $\sigma_{\sigma}(t)$  с учетом нелинейности деформаций ползучести:

$$\sigma_{\sigma}(t) = \sigma_{\sigma 0} \frac{e^{-\xi\varphi_t}}{1 + \beta \sigma_{\sigma 0} (1 - e^{-\xi\varphi_t})}, \quad (1.1.18)$$

где  $\beta$  – коэффициент, называемый параметром нелинейной ползучести.

При подстановке  $\beta = 0$  в уравнение (1.1.18), получается решение линейной задачи

$$\sigma_{\sigma} = \sigma_{\sigma 0} e^{-\xi\varphi_t}. \quad (1.1.19)$$

где  $\sigma_{\sigma 0}$  – начальное напряжение в бетоне;  $\varphi_t$  – характеристика ползучести;  $\xi$  – коэффициент, учитывающий рост модуля упругости бетона  $E_{\sigma}$ , равный

$$\xi = n\mu \left[ 1 - \frac{n\mu}{\delta\varphi_t} \ln \frac{1 + n\mu + \delta\varphi_t}{1 + n\mu} \right], \quad (1.1.20)$$

где  $\delta$  – параметр, не зависящий от времени;  $\mu$  – коэффициент армирования;  $E_0$  – модуль упругости бетона.

В результате проведённых исследований напряженного состояния центрально-сжатых железобетонных элементов Манукяном М. М. [87] была получена формула для определения напряжений в бетоне:

$$\sigma_6(t) = y_1 \frac{1 - \alpha_1 e^{-A\beta\gamma(y_1 - y_2)(t - \tau_1)}}{1 - \alpha_2 e^{-A\beta\gamma(y_1 - y_2)(t - \tau_1)}}, \quad (1.1.21)$$

где  $\tau_1$  – возраст бетона в момент загрузки;

$$\sigma_6(\tau_1) = \frac{P}{F_6(1 + m_0\mu)}; \quad m_0 = \frac{E_a}{E_0}; \quad \mu = \frac{F_a}{F_6}; \quad y_1 = \frac{-(A+1) + \sqrt{(A+1)^2 + 4A\beta\sigma_6(\tau_1)}}{2A\beta};$$

$$y_2 = \frac{-(A+1) - \sqrt{(A+1)^2 + 4A\beta\sigma_6(\tau_1)}}{2A\beta}; \quad \alpha_2 = \frac{\sigma_6(\tau_1) - y_1}{\sigma_6(\tau_1) - y_2}; \quad \alpha_1 = \frac{y_2}{y_1} \alpha_2; \quad A = \frac{\mu E_a C_0}{1 + m_0\mu}.$$

Как указывает сам автор его исследования основаны на нелинейной теории упруго-ползучего тела, однако, при интегрировании дифференциальных уравнений и получении формулы (1.1.21) Манукян принимает модуль мгновенной деформации бетона постоянной величиной  $E_0$  и функцию старения заменяет ее предельным значением  $C_0$ , таким образом можно сделать вывод, что применялась нелинейная теория упругой наследственности бетона.

Васильевым П. И. [21] при нелинейной связи между напряжениями и деформациями ползучести без учета старения получено уравнение

$$\sigma_6(t) = \sigma_0 e^{-\frac{E_a \mu k}{n\mu+1} F(t)} \sqrt[3]{\frac{k}{k + A_1 \sigma_0^3 \left(1 - e^{-\frac{3E_a \mu k}{n\mu+1} F(t)}\right)}}, \quad (1.1.22)$$

где при подстановке  $A_1 = 0$  получаем решение задачи для линейной ползучести:

$$\sigma_6(t) = \sigma_0 e^{-\frac{E_a \mu k}{n\mu+1} F(t)}, \quad (1.1.23)$$

где  $\sigma_0 = \frac{P}{F_6 + F_a \frac{E_a}{E}}$ ;  $F(t)$  – функция, зависящая от длительности действия напряжения.

Анализ уравнений ползучести (1.1.4), (1.1.10), (1.1.13), (1.1.15) и (1.1.17) показал, что первые слагаемые правых частей выражений описывают мгновенно-упругие деформации бетона, подчиняющееся линейному закону Гука. Пропорциональность между мгновенными деформациями и напряжениями существует при очень малых уровнях загрузки – не более 20 % от призмочной прочности бетона [116], поэтому при высоких уровнях загрузки бетона,

приближающихся к пределу прочности, существующие уравнения ползучести показывают существенное различие теории и эксперимента. Следовательно, приведенные формулы (1.1.5), (1.1.7) – (1.1.9), (1.1.11), (1.1.16), (1.1.18), (1.1.19) и (1.1.21) – (1.1.23), полученные на основе этих уравнений ползучести, не позволяют правильно определять процессы деформирования бетона при высоких уровнях загрузки, так как не учитывают мгновенную нелинейность бетона, при этом некоторые из них отличаются особой сложностью математических вычислений.

В расчетах железобетонных конструкций ползучесть бетона учитывается либо мерой ползучести

$$C(t, \tau_i) = \frac{\varepsilon_n(t, \tau_i)}{\sigma(\tau_i)}, \quad (1.1.24)$$

либо характеристикой ползучести

$$\varphi(t, \tau_i) = \frac{\varepsilon_n(t, \tau_i)}{\varepsilon_y(\tau_i)}. \quad (1.1.25)$$

Литературный анализ показал, что предельные величины  $C(t, \tau_i)$  и  $\varphi(t, \tau_i)$  получены с применением закона Гука для мгновенных деформаций бетона.

Для аппроксимации кривых изменения во времени меры ползучести, характеристики ползучести и деформаций ползучести отечественными и зарубежными учеными предложены разные зависимости, некоторые из них приведены в табл. 1.1.1.

Таблица 1.1.1

**Формулы, аппроксимирующие изменения меры ползучести, характеристики ползучести и деформаций ползучести во времени**

№ п/п	Автор	Функция	Примечание
1	Арутюнян Н. Х. [6]	$C(t, \tau) = \left( C_0 + \frac{A_1}{\tau} \right) [1 - e^{-\gamma(t-\tau)}]$	$\tau$ – возраст бетона; $A, \gamma$ – опытные константы
2	Васильев П. И. [22]	$C(t, \tau) = \int_{\tau}^t C'(\theta, \tau) d\theta$	$f'(\theta - \tau) = \frac{\partial c}{\partial t}$ при $\tau \rightarrow \infty$

3	МакГенри ( <i>McHenry Douglas</i> ) [158]	$C(t, \tau) = \alpha(1 - e^{-rt}) + \beta e^{-pK}(1 - e^{-m})$	$\alpha, \beta, r, p, K, m$ – параметры, определяемые из опыта
4	Прокопович И. Е. [108, 109]	$C(t, \tau) = \left( C_0 + \frac{A}{z + \tau} \right) [1 - e^{-\gamma(t-\tau)}]$	$\tau$ – возраст бетона; $A, \gamma, z$ – опытные константы
5	Яшин А. В. [148]	$C(t, \tau) = \left( 1 + \frac{K}{\tau} \right) \{ B_1 [1 - e^{-\gamma_1(t-\tau)}] + B_2 [1 - e^{-\gamma_2(t-\tau)}] \} + A_1 [e^{-\gamma_3 t} - e^{-\gamma_3 \tau}]$	$A_1, B_1, B_2, \gamma_1, \gamma_2$ и $\gamma_3$ – опытные коэффициенты
6	Александровский С. В. [4]	$C(t, \tau) = \psi(\tau) - \psi(t) \left( \frac{1 - A_2 e^{-\gamma t}}{1 - A_2 e^{-\gamma \tau}} \right) \times e^{-\gamma(t-\tau)} + \Delta(\tau) [1 - e^{-\alpha(t-\tau)}]$	$\psi(\tau), \Delta(\tau)$ – функции, быстро убывающие с ростом $\tau$ ; $\gamma, \alpha, A_2$ – коэффициенты
7	Шенк Я. Р. [166] ( <i>Shank Jacob R.</i> )	$C = K^q \sqrt{t}$	$q$ и $K$ – постоянные коэффициенты
8	Столяров Я. В. [120, 123]	$C = a + b \cdot \lg t$	$a$ и $b$ – опытные коэффициенты; $C$ – мера ползучести
9	Дишингер [152, 153] ( <i>Dischinger</i> )	$\varphi_t = m(1 - e^{-t})$	$m$ – опытный коэффициент
10	Улицкий И. И. [132]	$\varphi_t = \varphi_\infty (1 - e^{-bt})$	$\varphi_\infty$ – предельная величина $\varphi_t$ ; $b$ – опытный коэффициент
11	Штрауб [170] ( <i>Straub Lorenz G.</i> )	$\varepsilon_n = K \cdot \sigma_6^p \cdot t^q$	$K, p$ и $q$ – опытные коэффициенты
12	Томас [172] ( <i>Thomas F. G.</i> )	$\varepsilon_n = C_2 \sigma_6 \times [1 - e^{-A((t+a)^x - a^x)}]$	$C_2, A, a, x$ – постоянные коэффициенты, учитывающие свойства бетона
13	Фрейденталь [132] ( <i>Freudenthal Alfred M.</i> )	$\varepsilon_n = \frac{at}{1+bt} \cdot \frac{\sigma}{10^6}$	$a, b$ – коэффициенты, подбираемые по кривым ползучести
14	Лорман [158] ( <i>Lorman William R.</i> )	$\varepsilon_n = \frac{mt}{n+t} \sigma$	$n$ – опытный коэффициент, измеряемый в днях; $m$ – коэффициент ползучести
15	Росс [162] ( <i>Ross A. D.</i> )	$\varepsilon_n = \frac{t}{a+bt}$	$a$ и $b$ – опытные коэффициенты

16	Качанов Л. М. [74]	$\varepsilon_n = \sigma^m \cdot \Omega_1(t)$	$\Omega_1(t)$ – монотонная возрастающая функция; $m$ – постоянный коэффициент
17	Дютрон ( <i>Dutron R.</i> ) [155]	$t = K \sqrt{\frac{n^3}{100 - n}}$	$n$ – удельная ползучесть после $t$ дней загрузки, выраженная в процентах от предельной ползучести; $K$ – коэффициент, зависящий от условий твердения бетона, возраста к моменту нагружения и других факторов
18	Рафаэль Дж. М. ( <i>Raphael Jerome M.</i> ) [161]	$\varepsilon_n = f(K) \cdot \log_e(t + 1)$	$f(K)$ – величина, значение которой зависит от возраста бетона $K$ в момент загрузки;
19	Шейкин А. Е. [139]	$\varepsilon_n = \frac{\sigma_{\text{гель}}}{\alpha_0 \beta} (1 - e^{-\beta t})$	$\sigma_{\text{гель}}$ – напряжения в гелевой составляющей цементного камня в момент приложения нагрузки; $\alpha_0$ – параметр, отражающий внутреннюю вязкость геля; $\beta$ – постоянная, зависящая от качества цемента
20	Эрсен С. З. ( <i>Ersen Cevdet Z.</i> ) [157]	$\varepsilon_n = \varepsilon_y \left\{ e^{\alpha \left[ 1 - \left( \frac{K}{t} \right)^\beta \right]} - 1 \right\}$	$\alpha, \beta$ – опытные коэффициенты; $K$ – возраст бетона в момент приложения нагрузки
21	Рутледж ( <i>Rutledge S. E.</i> ), Невилль [163] ( <i>Neville A. M.</i> )	$\varepsilon_n = \frac{T(1 - g - u)^{\frac{T}{s+pT}}}{a + bT}$	$T$ – продолжительность приложения нагрузки; $g, u, a, b, s, p$ – постоянные коэффициенты

Как видно из приведенного обзора, все существующие уравнения деформаций ползучести носят эмпирический характер и удовлетворяют определенным экспериментальным наблюдениям. Учесть многообразие факторов, от которых зависит явление ползучести невозможно, поэтому входящие в уравнения ползучести бетона эмпирические коэффициенты не имеют физического смысла.

Предельная величина  $\varphi_\infty$  в российских нормах СП 52–101–2003 [118], СП63.13330.2012 [119] и европейских нормах – *Eurocode 2* [156] нормируется и имеет название коэффициент ползучести (*creep coefficient*).

Между характеристикой ползучести  $\varphi(t, \tau_i)$  и мерой ползучести  $C(t, \tau_i)$  существует математическая связь:

$$C(t, \tau_i) = \frac{\varphi(t, \tau_i)}{E(\tau_i)}. \quad (1.1.26)$$

Приравнивая правые части соотношений (1.1.24) и (1.1.26), получаем формулу для определения деформаций ползучести:

$$\varepsilon_n = \frac{\varphi(t, \tau_i)}{E(\tau_i)} \cdot \sigma(\tau_i), \quad (1.1.27)$$

где  $E(\tau_i)$  – модуль упругости бетона.

Формула (1.1.27), полученная при использовании закона Гука, внедрена в *Eurocode 2* [156] и применяется в расчетах железобетонных конструкциях при уровнях загрузки  $\sigma_b < 0,45R$ . Если уровень загрузки превышает  $0,45R$ , то ползучесть становится нелинейной, в этом случае коэффициент ползучести определяется по формуле:

$$\varphi_k(\infty, \tau_i) = \varphi(\infty, \tau_i) e^{1,5 \left( \frac{\sigma_b}{R_b} - 0,45 \right)}, \quad (1.1.28)$$

где  $\varphi_k(t, \tau_i)$  называется нелинейным коэффициентом ползучести.

Экспериментально логичнее определить характеристику ползучести  $\varphi(t, \tau_i)$ , нежели меру ползучести  $C(t, \tau_i)$ , в силу того, что в обработке результатов опыта не применяются дополнительные расчеты, связанные с определением напряжения бетона  $\sigma_b$ , а численные величины деформаций  $\varepsilon$  зависят от качества проведения исследования и точности испытательного оборудования.

В связи с вышеизложенным необходимо дальнейшее проведение экспериментальных и теоретических исследований в теории железобетона по следующим направлениям:

- получение уточненных уравнений в нелинейных теориях ползучести бетона, которые учитывают нелинейную зависимость между мгновенными деформациями бетона и напряжениями;

- выявление влияния совместного учета мгновенной нелинейности и нелинейной ползучести бетона на изменение характеристики ползучести бетона, в том числе на изменение напряжений и деформаций в бетоне и арматуре;

- прогнозирование длительной прочности железобетонных элементов и совершенствование нормативной формулы условной критической силы с учетом мгновенных нелинейных деформаций бетона.

## **1. 2. Феноменологические теории ползучести бетона применяемые в расчетах железобетонных конструкций**

В настоящее время линейные и нелинейные теории ползучести бетона являются феноменологическими и классифицируются следующим образом: теория упруго-ползучего тела; теория упругой наследственности; теория старения, в том числе модифицированная теория старения. В их основе лежит принцип суперпозиции, согласно которому полная деформация бетона  $\varepsilon$  состоит из суммы мгновенной деформации  $\varepsilon_m$  и деформации ползучести  $\varepsilon_p$  в данный момент времени

$$\varepsilon = \varepsilon_m + \varepsilon_p. \quad (1.2.1)$$

Из гипотезы следует, что деформации  $\varepsilon_m$  и  $\varepsilon_p$  рассматриваются независимо друг от друга, но возникают под действием одного и того же напряжения  $\sigma_b$ .

В простейшем случае, мгновенные деформации бетона принимаются упругими вплоть до разрушения и описываются линейным законом Гука

$$\varepsilon_y = \frac{\sigma_b}{E_0}, \quad (1.2.2)$$

где  $E_0$  – постоянный модуль упругости.

**В линейной теории ползучести приняты** следующие допущения [4, 21, 88, 98, 134]:

1. Бетон является однородным изотропным материалом.
2. Связь между напряжениями и мгновенно-упругими деформациями устанавливается линейным законом Гука.

3. Между напряжениями и деформациями ползучести также существует линейная зависимость.

4. Для деформаций ползучести и мгновенно-упругих деформаций действителен принцип наложения: суммарная деформация ползучести при переменном во времени напряжении определяется как сумма деформаций ползучести, вызванных соответствующими приращениями напряжений. Считают, что величина деформации ползучести, вызванная некоторым приращением нагрузки, зависит от величины и длительности действия этого приращения, но не зависит от величины и длительности действия остальных приращений [106].

5. Ползучесть при растяжении протекает так же, как и при сжатии.

Уравнение линейной теории ползучести записывается в виде [6, 81]:

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_6(\tau_1)}{E(\tau_1)} + \sigma_6(\tau_1)C(t, \tau_1) + \int_{\tau_1}^t \frac{d\sigma_6(\tau)}{d\tau} \left( \frac{1}{E(\tau)} + C(t, \tau) \right) d\tau, \quad (1.2.3)$$

где  $E(\tau)$  – модуль упругости в возрасте  $\tau$ ;  $C(t, \tau)$  – мера ползучести бетона.

В уравнении (1.2.3) первое слагаемое правой части описывает упругую мгновенную деформацию в момент времени  $\tau_1$ , второе слагаемое – деформацию ползучести, которая возникает в момент времени  $t$  от длительного действия начального напряжения  $\sigma_6(\tau_1)$ . Подынтегральное выражение является суммой мгновенной деформации и деформации ползучести к моменту времени  $t$ , вызываемых дифференциалом напряжения  $\frac{d\sigma_6(\tau)}{d\tau} d\tau$  и добавляющимся к начальному напряжению в произвольный момент времени  $\tau$  [81].

В результате экспериментальных исследований Александровского С. В. [1], Катина Н. И. [73], Мельника А. Р. [91], Попковой О. М. [102] было установлено, что деформации ползучести бетона нелинейно зависят от действующих напряжений даже при малых величинах этих напряжений. В частности, Попкова О. М. обнаружила нелинейность деформаций ползучести уже при уровне напряжений  $\sigma_6 = 0,09R_{пр}$ , причем эта нелинейность наблюдалась в бетоне всех возрастов к моменту загрузки.

**Нелинейная теория ползучести бетона** построена на всех допущениях из линейной теории, за исключением допущения № 3, вместо которого связь между напряжениями и деформациями ползучести принимается нелинейной и данное допущение никак не связано с принятой зависимостью между мгновенными деформациями в бетоне  $\varepsilon_m$  и напряжениями  $\sigma_\sigma$ .

В нелинейной теории ползучести вводится гипотеза об афинном подобии кривых ползучести при различных начальных напряжениях. Это означает, что любая кривая ползучести бетона может быть получена из единичной кривой ползучести путем умножения ординат последней на множитель  $f(\sigma_\sigma)$ , который называется нелинейной функцией напряжения. Математически данное допущение записывается в виде формул:

$$\varepsilon_{п}(t) = f(\sigma_\sigma) \cdot C(t, \tau); \quad (1.2.4)$$

$$\varepsilon_{п}(t) = f(\sigma_\sigma) \cdot \frac{\varphi(t, \tau)}{E(\tau)}, \quad (1.2.5)$$

где  $f(\sigma_\sigma)$  – нелинейная функция напряжения.

Общее уравнение нелинейной теории ползучести записывается в виде:

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma(\tau_1)}{E(\tau_1)} + f(\sigma_\sigma)C(t, \tau_1) + \int_{\tau_1}^t \left( \frac{d\sigma(\tau)}{d\tau E(\tau)} + \frac{df(\sigma_\sigma)}{d\tau} C(t, \tau) \right) d\tau, \quad (1.2.6)$$

где второй член подынтегрального выражения представляет деформацию нелинейной ползучести к моменту времени  $t$ , вызываемую добавкой напряжения в момент времени  $\tau$  [81]. Остальные обозначения приняты как в уравнении (1.2.3).

Граница между областями линейной и нелинейной ползучестью  $\eta = \frac{\sigma_\sigma(t)}{R}$  находится в широких пределах и в значительной степени зависит от прочности бетона в момент загрузки и вида напряженного состояния (растяжение, сжатие и т. д.). При сжатии Улицкий И. И. [134, 135] условно определил указанную границу в интервале  $\eta = 0,3R_k \dots 0,6R_k$  ( $R_k$  – кубиковая прочность бетона), Лившиц Я. Д. [81] принимал  $\eta = 0,4 \dots 0,5$  предела прочности бетона, Арутюнян Н. Х. [6] и Мельник Р. А. [91] в целях упрощения принимали уровень  $\eta = 0,5R_k$ .

В результате своих экспериментальных исследований, Яценко Е. А. [146] считал возможным коэффициент  $\eta$  выражать формулой:

$$\eta = \frac{0,7\tau}{15 + \tau},$$

где  $\tau$  – возраст бетона в момент загрузки.

В частности, для возраста бетона 14 сут.  $\eta(14) = \frac{0,7 \cdot 14}{15 + 14} = 0,34$ .

В *Eurocode 2* ч. 1-1 п. 3.1.4(4) граница между областями линейной и нелинейной ползучести соответствует уровню загрузки  $\eta = 0,45$  [156].

Учет нелинейной зависимости между деформациями ползучести и напряжениями осуществляется путем введения функции  $f(\sigma_6)$  в уравнения ползучести. Некоторые выражения для функции  $f(\sigma_6)$  сведены в табл. 1.2.1.

Таблица 1.2.1

### Нелинейные функции напряжения $f(\sigma_6)$

№ п/п	Автор	Вид функции $f(\sigma_6)$	Примечание
1	Александрян Р. А. Арутюнян Н. Х. Манукян М. М. [5]	$\alpha\sigma_6 + \beta\sigma_6^m$	$\alpha$ и $\beta$ – коэффициенты, причём $\alpha + \beta = 1$
2	Васильев П. И. [21]	$k\sigma_6 + A_1\sigma_6^n$ ; $B\sigma_6 + \frac{A}{a}(e^{a\sigma_6} - 1)$	$B, A, a, k, A_1$ – параметры, подбираемые по экспериментальным кривым
3	Яценко Е. А. [146]	$k \left[ \sigma_6(t) - \sigma_{гр} \right] + \sigma_{гр}$	$\sigma_{гр}$ – граничное напряжение (момент перехода нелинейной ползучести в линейную), $\sigma_{гр} = 0,6R$ ; $k$ – коэффициент
4	Бондаренко В. М. [17]	$\sigma_6 \left[ 1 + \eta_k \left( \frac{\sigma_6}{R} \right)^{m_k} \right]$	$\eta_k, m_k$ – опытные параметры; $R$ – прочность бетона
5	Мельник Р. А. [90]	$\beta\sigma_6^m$	$\beta, m$ – опытные коэффициенты
6	Арутюнян Н. Х. [6] Улицкий И. И. [134, 135] Манукян М. М. [87]	$\sigma_6 + \beta\sigma_6^2$	$\beta$ – параметр нелинейной ползучести

Обширные исследования по определению значения коэффициента  $\beta$ , входящего в функцию  $f(\sigma_6)$  и зависящего от величины  $\frac{\sigma_6(t)}{R}$ , проведены Улицким И. И. В бетоне, находящегося под нагрузкой, одновременно с ростом прочности меняются и напряжения во времени, поэтому коэффициент  $\beta$  является функцией времени  $\beta = \beta(t)$ , поведение которой зависит от закона изменения во времени отношения  $\eta$ . Для описания поведения функции  $\beta$  Улицким И. И. была предложена эмпирическая зависимость

$$\beta = \nu \left[ \frac{\sigma_6(t)}{R} - \eta \right]^n,$$

где  $\nu$  – опытный параметр.

Для расчета железобетонных конструкций Улицким рекомендованы приближенные значения параметра  $\beta$ , представленные в табл. 1.2.2.

Таблица 1.2.2

#### Значения параметров $\beta$

Кубиковая прочность в момент загрузки, кгс/см <sup>2</sup>	Уровень загрузки $\sigma/R$					
	$\leq 0,3$	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
$\leq 200$	0	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005
$> 200$	0	0	0,001	0,002	0,003	0,004

*Примечание.* Кубиковая прочность относится к кубу со стороной 20 см.

#### 1.2.1. Теория упруго-ползучего тела

В литературе встречаются и другие названия теории упруго-ползучего тела: «наследственная теория старения», «теория Маслова–Арутюняна», «теория наследственных стареющих сред». Основы этой теории заложены Масловым Г. Н. [88], а ее полное построение, как законченной математической теории ползучести бетона, дано Арутюняном Н. Х. [6, 7]. Дальнейшее совершенствование теория упруго-ползучего тела получила в трудах Александровского С. В. [2 – 4], Бондаренко В. М. [16, 17], Васильева П. И. [20 – 23], Вульфсона С. З. [24, 25],

Галустова К. З. [26, 27], Гвоздева А. А. [28 – 30], Мельника Р. А. [89, 92, 93], Панарина Н. Я. [98], Прокоповича И. Е. [108, 109], Ржаницына А. Р. [112], Харлаба В. Д. [138], Яшина А. В. [147, 148] и других ученых.

Теория Маслова-Арутюняна является общей теорией ползучести бетона, которая учитывает старение бетона, наследственность бетона и частичную необратимость деформаций ползучести, которая связана со старением.

Основное уравнение линейной теории упруго-ползучего тела имеет вид:

$$\varepsilon(t) = \sigma(\tau_1)\delta(t, \tau_1) + \int_{\tau_1}^t \frac{d\sigma(\tau)}{d\tau} \delta(t, \tau) d\tau. \quad (1.2.7)$$

где  $\delta(t, \tau_1)$  в соответствии с исследованиями [6] является полной относительной деформацией бетона и равна

$$\delta(t, \tau_1) = \frac{1}{E(\tau_1)} + C(t, \tau), \quad (1.2.8)$$

где  $\frac{1}{E(\tau_1)}$  – мгновенно-упругая деформация;  $\tau_1$  – возраст бетона в момент загрузки;  $t$  – момент времени, для которого определяется деформация;  $\tau$  – момент приложения элементарного приращения напряжения.

Проинтегрировав по частям уравнение (1.2.7), его можно записать в виде

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma(t)}{E(t)} - \int_{\tau_1}^t \sigma(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \delta(t, \tau) d\tau, \quad (1.2.9)$$

то есть, полная продольная деформация  $\varepsilon(t)$  состоит из упруго-мгновенной

деформации  $\frac{\sigma(t)}{E(t)}$  и деформации ползучести  $\varepsilon_n = - \int_{\tau_1}^t \sigma(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \delta(t, \tau) d\tau$ .

Гвоздев А. А. [29, 30] основное уравнение теории упруго-ползучего тела записал в более общем виде:

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma(t)}{E(t)} - \int_{\tau_1}^t \frac{\sigma(\tau)}{E(\tau)} L(t, \tau) d\tau, \quad (1.2.10)$$

где  $L(t, \tau)$  – наследственная функция или функция влияния имевшихся прежде упругих деформаций на полную деформацию в момент времени  $t$ , равная

$$L(t, \tau) = E(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \left[ \frac{1}{E(\tau)} + C(t, \tau) \right]. \quad (1.2.11)$$

Использование для меры ползучести  $C(t, \tau)$  выражения

$$C(t, \tau) = \theta(\tau) [1 - e^{-\gamma(t-\tau)}] \quad (1.2.12)$$

позволяет основное интегральное уравнение теории упруго-ползучего тела свести к линейному дифференциальному уравнению второго порядка [6]:

$$\ddot{\sigma}_\sigma + \left[ \gamma - \frac{\dot{E}}{E^2} \right] \dot{\sigma}_\sigma + \gamma E \theta \dot{\sigma}_\sigma = E(\ddot{\varepsilon} + \gamma \dot{\varepsilon}), \quad (1.2.13)$$

где  $\gamma$  – коэффициент;  $E = E(t)$ ,  $\theta = \theta(t)$  – функции одного и того же аргумента  $t$ .

Если рассматривается нелинейная ползучесть, то в уравнение (1.2.7) вводится нелинейная функция  $f(\sigma_\sigma)$ . Полученное интегральное уравнение нелинейной ползучести при описании меры ползучести функцией (1.2.12) сводится к виду:

$$\ddot{\sigma}_\sigma + \left[ \gamma - \frac{\dot{E}}{E^2} \right] \dot{\sigma}_\sigma + \gamma E \theta f'(\sigma_\sigma) \dot{\sigma}_\sigma = E(\ddot{\varepsilon} + \gamma \dot{\varepsilon}). \quad (1.2.14)$$

При использовании теории упруго-ползучего тела в случае переменной нагрузки (с разгрузками) возможно несоответствие результатов теории и наблюдаемых результатов опыта, поэтому теория Маслова-Арутюняна неприменима при изучении знакопеременных загрузений на бетон. Другой недостаток проявляется при использовании для функции старения  $\theta(\tau)$  выражения Арутюняна, который обращается в бесконечность при возрасте бетона равного нулю.

### 1.2.2. Теория упругой наследственности бетона

Теория упругой наследственности бетона является частным случаем теории упруго-ползучего тела. Она построена на работах Больцмана [149] и Вольтерра [173]. Дальнейшее развитие теория получила в трудах Ишлинского А. Ю. [67, 68], Малмейстера А. К. [86], Работнова Ю. Н. [110, 111], Ржаницына А. Р. [112], Розовского М. И. [113, 114], Прокоповича И. Е. и Зедгенидзе В. А. [109] и др.

В данной теории к общим допущениям, приведенным на стр. 24, дополнительно вводятся допущения о постоянстве во времени модуля упругости бетона ( $E(\tau) = E(t) = E_0$ ) и функции старения ( $\theta(\tau) = C_0$ ).

Основное уравнение линейной теории упругой наследственности, определяющее связь между напряжениями и деформациями бетона, с учетом принятых допущений и законом для меры ползучести  $C(t, \tau) = C_0[1 - e^{-\gamma(t-\tau)}]$ , имеет вид

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma(t)}{E_0} - \int_0^t \sigma(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \left\{ \frac{1}{E_0} + C_0[1 - e^{-\gamma(t-\tau)}] \right\} d\tau, \quad (1.2.15)$$

интегрируя которое, получаем

$$\dot{\sigma}_\sigma + \gamma(1 + E_0 C_0) \sigma_\sigma = E_0 (\dot{\varepsilon} + \gamma \varepsilon). \quad (1.2.16)$$

Из структуры уравнения (1.2.16) видно, что оно аналогично уравнению Кельвина в записи Ржаницына А. Р. [112]:

$$n \dot{\sigma} + \sigma = H n \dot{\varepsilon} + E_0 \varepsilon, \quad (1.2.17)$$

где  $H$  – длительный модуль деформации, при этом  $E_0 < H$ ;  $E_0$  – мгновенный модуль деформации материала;  $n$  – время релаксации;  $\dot{\varepsilon}$  и  $\dot{\sigma}$  – скорость деформирования и скорость изменения напряжений.

Применительно к бетону, подверженному уровням нагружения  $\sigma > 0,45R$ , уравнение нелинейной ползучести теории упругой наследственности имеет вид

$$\dot{\sigma}_\sigma + \gamma \sigma_\sigma + \gamma E_0 C_0 f(\sigma_\sigma) = E_0 (\dot{\varepsilon} + \gamma \varepsilon). \quad (1.2.18)$$

Существенным недостатком данной теории является полная обратимость деформаций в случае разгрузки бетона и неучет процесса старения бетона. Практическое применение данной теории оправдано в случаях нагружения бетона в старом возрасте, когда процесс старения считается законченным и свойства бетона уже не меняются [27, 80 – 82, 98].

Теория упругой наследственности инвариантна относительно начала координат, это означает, что кривая деформаций для любого момента нагружения может быть получена путем поступательного смещения начальной кривой параллельно горизонтальной оси времени.

### 1.2.3. Теория старения бетона

Основоположниками теории старения бетона являются Уитни (*Charles S. Whitney*) [174] и Дишингер (*Fr. Dischinger*) [152, 153]. Значительное развитие эта теория получила в работах отечественных ученых Барашикова А. Я. [13, 14], Буданова Н. А. [18, 19], Гибшмана М. Е. [32, 33], Голышева А. Б. [34 – 38], Кизирия Г. В. [75], Лившица Я. Д. [80 – 82], Столярова Я. В. [120 – 123], Улицкого И. И. [127 – 136], Фрайфельда С. Е. [137], Щелкунова В. Г. [141], Яценко Е. А. [142 – 146] и др.

В основе этой теории, помимо допущений, приведенных на стр. 24, лежит гипотеза о «параллельности» кривых ползучести, которая справедлива для одного и того же бетона при действии одинакового напряжения. Выражение для характеристики ползучести  $\varphi(t, \tau_i)$  представляется в виде разности двух функций

$$\varphi(t, \tau_i) = \varphi(t, \tau_0) - \varphi(\tau_i, \tau_0)$$

где  $\tau_0$  – момент загрузки;  $t$  – продолжительность приложения нагрузки;  $\varphi(t, \tau_0)$  и  $\varphi(\tau_i, \tau_0)$  – характеристика ползучести бетона в моменты времени  $t$  и  $\tau_i$  ( $t > \tau_i$ ).

Связь между напряжениями и полными деформациями бетона для линейной теории старения записывается в виде:

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E_0} (1 + \varphi_t) + \int_0^t \frac{d\sigma(\tau)}{d\tau} \left[ \frac{1}{E(\tau)} + \frac{\varphi_t - \varphi_\tau}{E_0} \right] d\tau, \quad (1.2.19)$$

где  $\sigma_0$  – напряжение в бетоне в момент загрузки;  $E_0$  – модуль упругости бетона в момент загрузки;  $E(\tau)$  – модуль упругости бетона в любой момент времени  $\tau$ .

Уравнение (1.2.19) можно представить в дифференциальном виде:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{1}{E(t)} \dot{\sigma} + \left( \frac{1}{E_0} \dot{\varphi}_t \right) \sigma, \quad (1.2.20)$$

где  $E(t)$  – переменный во времени модуль упругости бетона.

Выражение в скобках во втором слагаемом можно представить в виде коэффициента вязкости, который будет являться функцией времени:

$$\frac{1}{K(t)} = \frac{1}{E_0} \dot{\varphi}_t. \quad (1.2.21)$$

В простейшем случае оба коэффициента  $E$  и  $K$  принимаются постоянными, что позволяет записать уравнение (1.2.20) в виде:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{1}{E_0} \dot{\sigma} + \frac{1}{K_0} \sigma. \quad (1.2.22)$$

что тождественно

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_y + \dot{\varepsilon}_n. \quad (1.2.23)$$

Формула (1.2.22) описывает поведение реологической модели Максвелла.

При совершенствовании модели Максвелла, получившей развитие в теории старения бетона, ученые представляли коэффициенты  $E(t)$  и  $K(t)$  в виде неких функций.

В частности, для изменения модуля деформаций бетона  $E(t)$  во времени в литературе предложены следующие зависимости [6, 134]:

$$E(t) = E_0(1 + \delta\varphi_\tau), \quad (1.2.24)$$

$$E(t) = \frac{E_0}{1 - k\varphi_\tau}, \quad (1.2.25)$$

$$E(t) = E_0(1 - \beta e^{-\alpha t}), \quad (1.2.26)$$

где  $E_0$  – начальный модуль упругости;  $\delta$ ,  $\varphi_\tau$ ,  $\beta$ ,  $k$  – опытные параметры, определяемые в зависимости от состава бетона и условий его твердения.

Качанов Л. М. [74] для описания скорости деформаций ползучести при медленном и монотонном изменении напряжений использовал произведение двух функций:

$$\dot{\varepsilon}_n = B_1(t) \cdot \sigma^m, \quad (1.2.27)$$

где коэффициент вязкости  $K(t)$  представлен функцией  $B_1(t)$  – положительно убывающей функцией зависящей от времени и асимптотически приближающейся к своему предельному значению  $B_1$ ;  $m$  – постоянный коэффициент, названный показателем ползучести.

Основное уравнение теории Качанова, устанавливающее связь деформаций от напряжений имеет вид

$$\dot{\varepsilon} = \frac{1}{E} \dot{\sigma} + B_1(t) \cdot \sigma^m, \quad (1.2.28)$$

где первым слагаемым правой части уравнения описываются мгновенные деформации по закону Гука.

В литературе указано, что уравнение (1.2.28) имеет ряд ограничений при использовании: оно справедливо при не слишком малых скоростях ползучести; напряжения  $\sigma$  должны меняться медленно и монотонно; начало процесса ползучести должно протекать при достаточно больших напряжениях  $\sigma$  [74 с. 15].

Основное уравнение нелинейной теории старения имеет вид

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E_0} + \frac{f(\sigma_0)}{E_0} \varphi_t + \int_0^t \left[ \frac{d\sigma(\tau)}{d\tau} \frac{1}{E(\tau)} + \frac{df[\sigma(\tau)]}{d\tau} \frac{\varphi_t - \varphi_\tau}{E_0} \right] d\tau, \quad (1.2.29)$$

В дальнейшем теория старения получила развитие в модифицированной теории старения, позволяющей учитывать наибольшее нарушение параллельности кривой ползучести, наблюдаемое на начальном участке кривой, вертикальным отрезком  $\alpha\varphi_t$ . С верхнего конца отрезка кривая ползучести принимается параллельно начальной.

Введенный коэффициент  $\alpha$  приводит к преобразованию уравнения ползучести (1.2.20) в следующий вид:

$$\dot{\varepsilon}(t) = \frac{1}{E(t)} \dot{\sigma} + \sigma \frac{1}{E_0} \left( \alpha \varphi_t \frac{\dot{\sigma}}{\sigma} + \dot{\varphi}_t \right), \quad (1.2.30)$$

где после раскрытия скобок первое слагаемое характеризует скорость мгновенных деформаций; второе слагаемое приближенно учитывает влияние обратимости деформаций ползучести; третье слагаемое учитывает вязкую составляющую деформаций ползучести.

Известно, что при снятии длительно действующей постоянной нагрузки бетонный элемент стремится восстановить свои первоначальные размеры, но бетона этот процесс не учитывает, то есть деформации ползучести являются необратимыми. Другим недостатком теории является то, что она, не пригодна для описания длительных процессов, в ходе которых напряжения или деформации претерпевают значительные изменения (например, циклические загрузки).

Исследования Улицкого И. И., Барашикова А. Я., Голышева А. Б., Лившица Я. Д. установили, что, применительно к исследованию напряженно-

деформированного состояния сжатых железобетонных элементов, нагруженных постоянной силой теория старения достаточно точно описывает экспериментальные данные. К достоинствам теории относится ее математическая простота и возможность независимого друг от друга выбора функций, описывающих мгновенные деформации и деформации ползучести, в том числе возможность широкого выбора аналитической зависимости для функции  $f(\sigma_0)$ .

### **1.3. Экспериментальное получение диаграмм мгновенного деформирования бетона с ниспадающим участком и их аналитические выражения**

К числу исследований, направленных на экспериментальное уточнение нелинейной диаграммы мгновенного деформирования бетона, подбор эмпирических функций, аппроксимирующих данные кривые, и применение формул в расчетах относятся работы Таля К. Э. [126], Михайлова В. В. [95], Байкова В. Н. [8 – 11], Саржина М. (*Muharrem Sargin*) [164], Бондаренко В. М. [16], Карпенко Н. И. [69 – 71], Бамбура А. Н. [12], Хогнестеда Е. (*Eivind Hognestad*) [159], Маиляна Д. Р. [84], Назаренко В. Г., Боровских А. В. [97], Попова Н. Н. и Растогруева Б. С. [103, 104], Гуци Ю. П. и Лемыша Л. Л. [62], Прокоповича А. А. [105], Кабайла А. (*Kabaila A.*) [151, 154], Янга Л. Е. (*Lyle E. Young*) [175], Ли Л. (*Lawrence H. N. Lee*) [160], Смита Р. Г. (*Smith R. G.*) [169] и других авторов.

Экспериментальные исследования Таля К. Э. [126] центрально сжатых железобетонных призм размерами 100×100×300 мм продольно армированных 12-ю стержнями высокопрочной проволоки диаметром 5,0 мм с пределом текучести более 5000 кгс/см<sup>2</sup>, равномерно располагающихся по четырем боковым граням призм, позволили получить нелинейную диаграмму мгновенного деформирования бетона с ниспадающим участком.

Таль полагал, что в течение эксперимента продольная арматура работает упруго при любых значениях нагрузки вплоть до достижения арматуры предела текучести, поэтому используя закон Гука при обработке эксперимента, Таль на основе измеренных продольных деформаций определил усилия, воспринимаемые отдельно сталью и отдельно бетоном. На рис. 1.4.1 приведены графики зависимостей деформаций бетона и железобетона от величины нагрузки. Появление ниспадающего участка для бетона Таль объяснял перераспределением усилий с бетона на арматуру и отсутствием резкого нарастания напряжений.

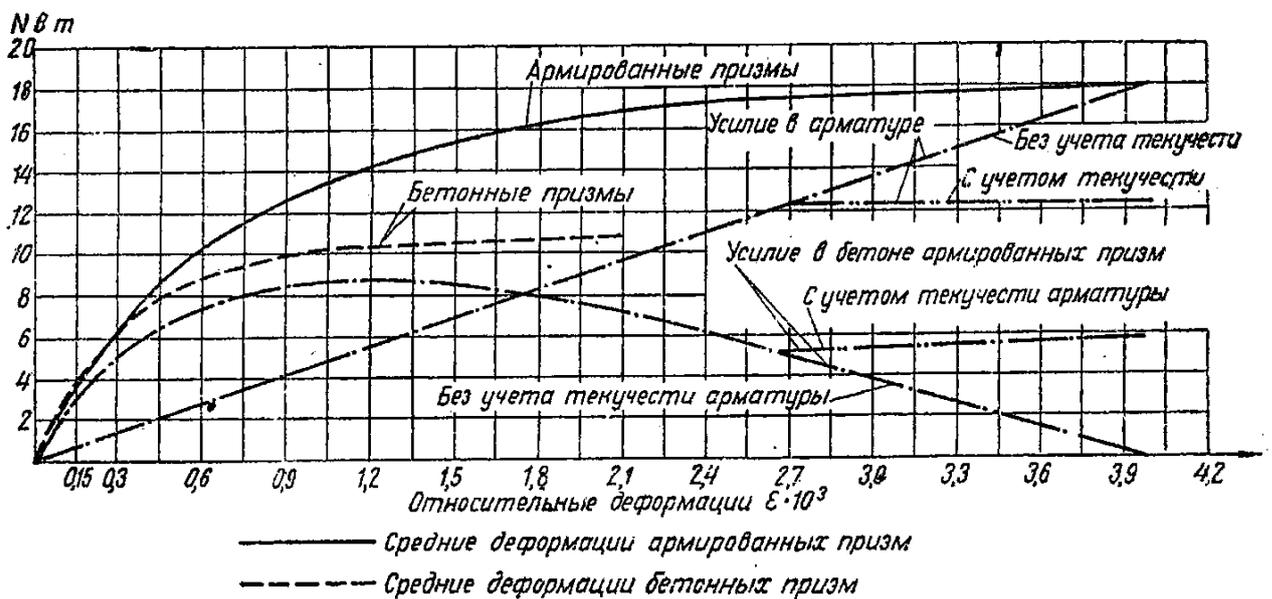


Рис. 1.4.1. Деформации бетона и железобетона в опытах Таля К. Э.

Аналогичную диаграмму деформирования бетона с ниспадающим участком (рис. 1.4.2) получил В. В. Михайлов [95], проведя испытания на изгиб бетонных балок, заключенных в специальные кондуктора, длиной равной пролету балок. На основе результатов эксперимента Михайлов сделал вывод о том, что бетон при высоких уровнях загрузки способен проявлять большие пластические деформации, не влекущие за собой потери прочности.

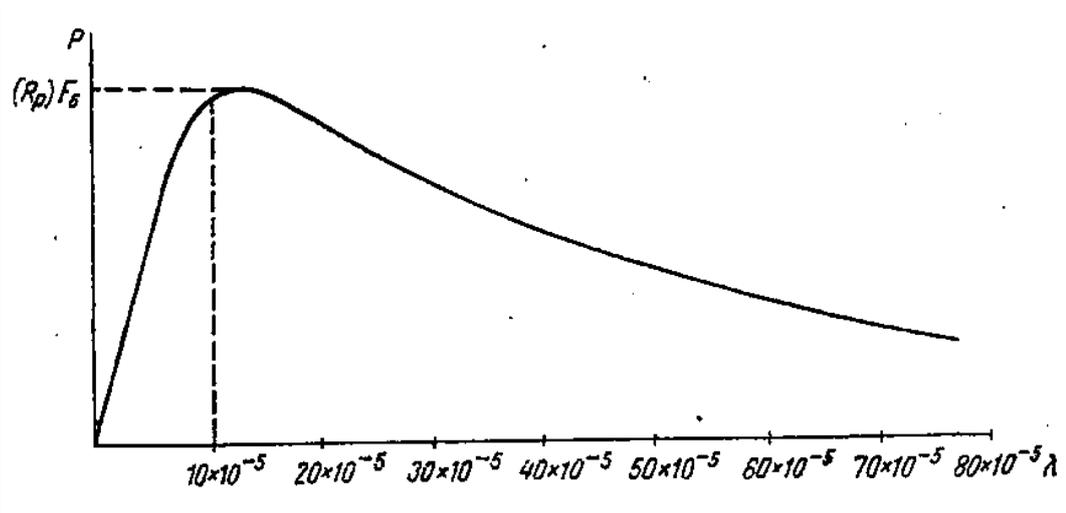


Рис. 1.4.2. Диаграмма растяжимости бетона, полученная в исследованиях Михайлова

В результате испытаний железобетонных призм на центральное сжатие с большим процентом армирования (до  $\mu = 7,7\%$ ) из высокопрочного бетона (призменная прочность  $R_{пр} = 814 \text{ кгс/см}^2$ ) и высокопрочной стали диаметром до 18 мм (предел текучести до  $6000 \text{ кгс/см}^2$ ), проведенных В. В. Дегтеревым и Ю. Н. Крестниковым [63] была также получена нелинейная диаграмма с ниспадающим участком отражающая реальную работу бетона (рис. 1.4.3).

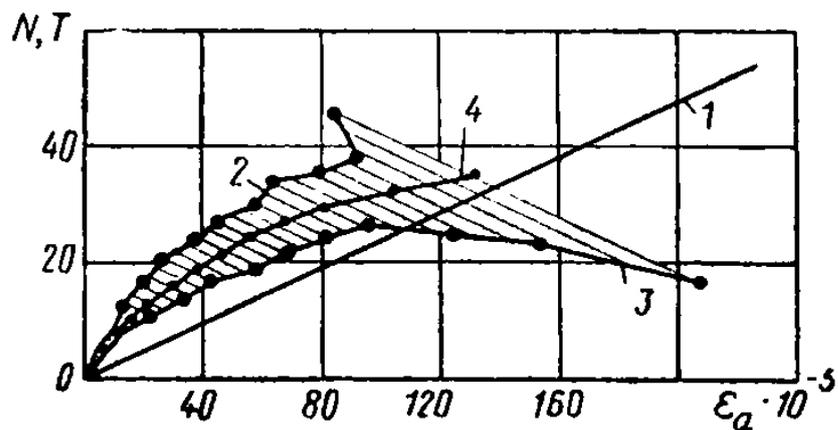


Рис. 1.4.3. Распределение усилий в бетоне и арматуре призм

1 – усилие в арматуре; 2 – усилие в бетоне по минимальному  $\epsilon_a$ ;

3 – усилие в бетоне по максимальному  $\epsilon_a$ ; 4 – усилие в контрольной бетонной призме

Из анализа замеренных укорочений образцов, исследователи сделали вывод о том, что бетон одинаковой прочности с введенной рабочей арматурой

деформируется сильнее и при этом не разрушается, нежели неармированный бетон.

Из рис. 1.4.1 и рис. 1.4.3 видно, что разрушение бетона может произойти как при достижении напряжений в бетоне предела прочности  $R$ , так и при напряжениях величина которых меньше  $R$ , но при деформациях, соответствующих ниспадающей ветви диаграммы деформирования бетона.

Хогнестед Е. (*Eivind Hognestad*) с соавторами [159], испытав внецентренно-сжатые колонны на кратковременную нагрузку, обнаружили, что напряжения в бетоне при высоких уровнях загрузки непропорциональны деформациям. Исследователями также был получен ниспадающий участок диаграммы мгновенного деформирования бетона.

Для аналитического описания зависимости между напряжениями и деформациями сжатого бетона исследователями было предложено большое количество уравнений, подробный обзор которых приведен в работах [64, 76, 83, 164]. Некоторые из уравнений приведены в табл. 1.3.1.

При сравнении кривых зависимости мгновенных деформаций от напряжений для бетона, построенных по приведенным формулам в относительных координатах, выяснилось, что все они проходят через точку максимальных напряжений  $f_{cm}$ , но имеют большой разброс как на восходящей ветви, так и на ниспадающем участке. Тем не менее, формула Саржина внедрена в европейские нормы *Eurocode 2*, а формула Байкова В. Н. отличается и необходимой точностью аппроксимации кривой и удобством применения в расчетах.

**Формулы, описывающие диаграмму мгновенного деформирования бетона**

№ п/п	Автор	Уравнение для $\sigma_b$	Примечание
1	Бюльфингер Г. Б. 1729 г.; Смит-Янг ( <i>Smith G. M., Young L. E.</i> ) [168]	$A\varepsilon^k$	$A$ и $k$ – опытные коэффициенты. Применима только для восходящей ветви диаграммы
2	Герстнер Ф. И., 1831 г.; Митропольский Н. М. [124]	$A_1\varepsilon - A_2\varepsilon^2$	$A_1$ и $A_2$ – постоянные коэффициенты. Несимметричность относительно растяжения-сжатия.
3	Сен-Венан 1864 г.	$A \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{\text{пр}}} \right)^n \right]$	$\varepsilon_{\text{пр}}$ – деформация, соответствующая пределу прочности бетона; $n = \frac{E}{E_c}$ ; $E$ – начальный модуль упругости; $E_c$ – наибольшее значение секущего модуля.
4	Лукаш П. А. [83]; Пастушихин В. Н. [99 – 101]	$E\varepsilon - A_3\varepsilon^3$	$A_3$ – коэффициент Исправляет недостаток зависимости Герстнера, касающийся несиммет- ричности относительно растяжения-сжатия
5	Зависимость с че- тырьмя константами	$A_1\varepsilon^{k_1} - A_2\varepsilon^{k_2}$	$A_1, k_1, A_2, k_2$ – постоянные коэффициенты
6	Гениев Г. А. [31]	$\sum_1^m r_n \sin k_n \varepsilon;$ $\sum_1^m r_n \sin \frac{\pi n}{2} \xi$	$k_n$ – коэффициент предельной деформации, равный $k_n = \frac{\pi n}{2} \cdot \frac{1}{\varepsilon_{\text{пр}}}$ ; $n = 1, 3, 5 \dots; \xi = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{\text{пр}}}$

7	Соколовский В. В. [83]	$\frac{s\varepsilon}{\sqrt{1+\left(\frac{\varepsilon}{t}\right)^2}}$	$s, t$ – постоянные коэффициенты, определяемые экспериментально. Не позволяет описать ниспадающий участок диаграммы
8	Прокопович А. А. [105]	$\varepsilon E_{\delta} e^{-K\varepsilon^{\alpha}}$	$\alpha = -\frac{1}{\ln v_{VR}} \quad K = -\ln v_{VR} \left( \frac{K_V R_{np}}{v_{VR} E_{\delta}} \right)^{\frac{1}{\ln v_{VR}}}$ ; $v_{VR}$ – коэффициент упругости бетона, соответствующий его пределу прочности (при $\sigma = K_V R_{np}$ ) и заданной скорости деформирования $V\varepsilon$ ; $K_V$ – коэффициент, зависящий от скорости деформирования $V\varepsilon$ и учитывающий влияние длительности испытаний бетонных образцов на их прочность
9	Онищик Л. И. [64]	$1,1R_{np} \left( 1 - e^{-0,9 \frac{E_{\delta} \varepsilon_{\delta}}{R_{np}}} \right)$	Уравнение не позволяет описать деформации бетона на нисходящей ветви
10	Дыховичный А. А. [64]	$R_b \left[ \left( k_1 \sqrt{k_2 - (\varepsilon_{\delta} - 0,0022)^2} - k^3 \right) \right]$	0,0022 – относительная деформация бетона, соответствующая $R_b$ ; $k_1, k_2$ – коэффициенты.
11	Шах-Винтер (Shah Surendra P., Winter George) [165]	$E\varepsilon e^{-\left(\frac{E\varepsilon-2}{x_0}\right)^m}$	$m, x_0$ – эмпирические коэффициенты
12	Тазехулахов С. А. [125]	$\varepsilon R_{np} A n  \varepsilon ^m e^{-p \varepsilon ^r B}$	$\varepsilon_{раз}$ – деформация, при которой исчерпана несущая способность; $n, m, p, r$ – коэффициенты: $A = \frac{1}{K_1} K_2^m$ ; $B = K_2^r$ ; $K_1 = \frac{R_{np}}{R_p}$ ; $K_2 = \frac{\varepsilon_{раз}^{сж}}{\varepsilon_{раз}^{раст}}$

13	Штурман-Шах-Винтер ( <i>Sturman Gerald M., Shah Surendra P., Winter George</i> ) [171]:	$A_1\varepsilon + A_2\varepsilon^n$	$A_1, A_2$ и $n$ – коэффициенты
14	Кабайла А. ( <i>Kabaila A.</i> ) [154]	$f_{cm} \left[ 2,0 \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{c1}} \right) - 1,189 \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{c1}} \right)^2 + \right. \\ \left. + 0,1763 \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{c1}} \right)^3 + 0,0027 \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{c1}} \right)^4 \right]$	$f_{cm}$ – максимальное напряжение; $\varepsilon_{c1}$ – деформация бетона, $\varepsilon_{c1} = \frac{2f_{cm}}{E_c}$ ; $E_c$ – модуль упругости бетона, $E_c = 1800 + 460 f_{cm}$
15	Саенз ( <i>Saenz Luis P.</i> ) [154]	$\frac{E\varepsilon}{1 + \left( \frac{E}{E_s} - 2 \right) \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{c1}} \right) + \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{c1}} \right)^2}$	$E_s$ – секущий модуль упругости бетона, $E_s = \frac{f_{cm}}{\varepsilon_{c1}}$
16	Тулин-Герстл ( <i>Tulin Leonard G., Gerstle Kurt H.</i> ) [154]	$\frac{E_0\varepsilon}{a + \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{c1}} \right)^b}$	$a$ и $b$ – эмпирические константы; $E_0$ – начальный модуль упругости, $E_0 = (a+1) \frac{f_{cm}}{\varepsilon_0}$
17	Десай-Кришнан ( <i>Desayi Prakash, Krishnan S.</i> ) [151]	$\frac{E_0\varepsilon}{1 + \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{c1}} \right)^2}$	$E_0$ – начальный модуль упругости, $E_0 = \frac{2f_{cm}}{\varepsilon_{c1}}$ ; $\varepsilon_{c1}$ – деформация образца, соответствующая напряжению $f_{cm}$
18	Смит Ж. М., Янг Л. Е. ( <i>Smith G. M., Young L. E.</i> ) [167, 175]; Назаренко В. Г., Боровских А. В. [97]	$f_{cm} \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{c1}} e^{1 - \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{c1}}}$	$f_{cm}$ – максимальное напряжение на диаграмме; $\varepsilon_{c1}$ – деформация образца, соответствующая $f_{cm}$

19	Формула ЕКБ ( <i>European Concrete Committee</i> ) [154]	$f_{cm} \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{c1}} \left( 2 - \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{c1}} \right);$ $E\varepsilon \left( 1 - \frac{\varepsilon}{2\varepsilon_{c1}} \right)$	$f_{cm}$ – максимальное напряжение на диаграмме; $\varepsilon_{c1}$ – деформация образца, соответствующая $f_{cm}$
20	Саржин [164] ( <i>Muharrem Sargin</i> ); <i>Eurocode 2</i> [156]	$k_3 f_c \frac{Ax + (D-1)x^2}{1 + (A-2)x + Dx^2},$	$k_3, f_c$ и $D$ – параметры, характеризующие вид бетона $x = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}; \quad A = \frac{E_c \varepsilon_0}{k_3 f_c}.$
21	Евграфов Г. К. [65]; Столяров Я. В. [120 – 123]; Фрайфельд С. Е. [137]	$k_1 \varepsilon + k_2 \varepsilon^2$	$k_1, k_2, k_3, k_4, k_5$ – постоянные коэффициенты
22	Попов Н. Н., Расторгуев Б. С., Забигаев А. В. [103, 104]	$k_1 \varepsilon + k_2 \varepsilon^2 + k_3 \varepsilon^3$	
23	Гуща Ю. П., Лемыш Л. Л. [62]	$k_1 \varepsilon + k_2 \varepsilon^2 + k_3 \varepsilon^3 + k_4 \varepsilon^4$	
24	Байков В. Н. [8 – 11]	$k_1 \varepsilon + k_2 \varepsilon^2 + k_3 \varepsilon^3 + k_4 \varepsilon^4 + k_5 \varepsilon^5$	
25	Залпуев А. М. [66]	$\varepsilon E_b e^{\frac{m\varepsilon}{\hat{\varepsilon}} - m^{-1}}$	

## Выводы.

Обзор и анализ литературных источников позволил сделать следующие выводы:

1) в существующих теориях ползучести бетона (теория упруго-ползучего тела, теория упругой наследственности, теория старения, в том числе модифицированная теория старения) мгновенные деформации бетона считаются упругими и принимаются пропорциональными напряжениям независимо от величины напряжения в бетоне;

2) в европейских и российских нормах по расчету железобетонных конструкций ползучесть бетона учитывается через коэффициент ползучести, полученный на основе линейного закона Гука;

3) существующие исследования напряженно-деформированного состояния сжатых железобетонных элементов с учетом ползучести бетона проведены в рамках мгновенно-линейных деформаций бетона;

4) экспериментально установлено, что диаграмма мгновенного деформирования бетона является нелинейной и содержит ниспадающий участок.

На основании вышеизложенного с целью совершенствования теории ползучести бетона и расчетов железобетонных конструкций, были поставлены следующие задачи:

1) получение уточненных феноменологических уравнений ползучести бетона, позволяющих учитывать мгновенную нелинейность бетона;

2) изучение напряженно-деформированного состояния сжатых железобетонных элементов и получение законов изменения напряжений и деформаций бетона;

3) проведение экспериментальных исследований по выявлению влияния мгновенной нелинейности бетона на величину характеристики ползучести бетона;

4) определение условной критической силы для железобетонной колонны в соответствие с российскими нормами СП 52-101-2003 и СП63.13330.2012 и по предложенной автором методике и сравнение полученных результатов.

## ГЛАВА 2. ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ СЖАТЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ С УЧЕТОМ МГНОВЕННОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ И ПОЛЗУЧЕСТИ БЕТОНА

### 2.1. Деформирование бетона при кратковременном нагружении

В части 1-1 *Eurocode 2* [156] диаграмма зависимости между напряжениями бетона  $\sigma_c$  и мгновенными деформациями  $\varepsilon_c$  для случая одноосного кратковременного сжатия принимается нелинейной с ниспадающим участком (рис. 2.1.1).

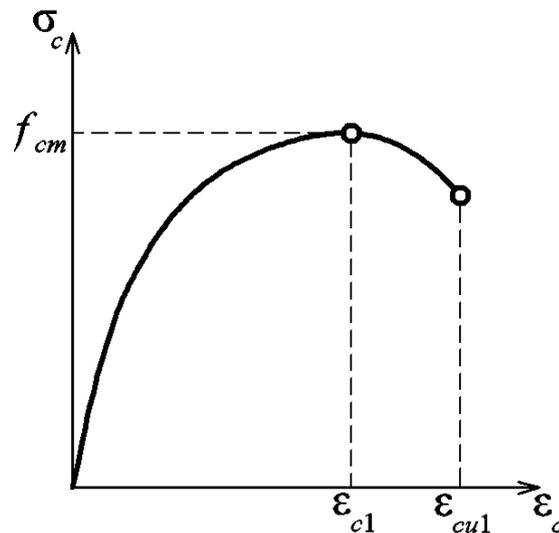


Рис. 2.1.1. Нелинейная диаграмма мгновенного деформирования бетона, принятая *Eurocode 2*, частью 1-1

На графике условно выделяют следующие характерные участки:

- 1) линейный, на котором напряжения бетона  $\sigma_c$  нарастают пропорционально деформациям  $\varepsilon_c$ , при этом напряжения  $\sigma_c$  не превышают 20 % от величины  $f_{cm}$ .
- 2) восходящий криволинейный, на котором напряжения  $\sigma_c$  растут медленнее деформаций  $\varepsilon_c$  и при величине деформации  $\varepsilon_c = \varepsilon_{c1}$  достигают максимума  $\sigma_c = f_{cm}$ . Данный участок характерен при напряжениях  $0,2 f_{cm} < \sigma_c \leq 1,0 f_{cm}$ ;
- 3) нисходящий криволинейный, на котором напряжения уменьшаются  $\sigma_c \leq f_{cm}$ , а деформации продолжают увеличиваться вплоть до разрушения образца.

Аналитическая зависимость, аппроксимирующая данную кривую (см. рис. 2.1.1), записывается в виде (формула Саржина [164], 1971 г.):

$$\frac{\sigma_c}{f_{cm}} = \frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k-2)\eta}, \quad (2.1.1)$$

где  $k$  и  $\eta$  – коэффициенты, равные  $\eta = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cl}}$ ,  $k = \frac{1,05E_{cm} \cdot |\varepsilon_{cl}|}{f_{cm}}$ ;  $\sigma_c$  – напряжение в бетоне в момент наблюдения;  $\varepsilon_c$  – относительная деформация бетона;  $\varepsilon_{cl}$  – деформация бетона, соответствующая максимальному напряжению  $f_{cm}$ ;  $\varepsilon_{cul}$  – предельная деформация бетона, соответствующая разрушению образца;  $f_{cm}$  – максимальное напряжение в бетоне (среднее значение прочности бетонного цилиндра при сжатии в возрасте 28 суток);  $E_{cm}$  – касательный модуль упругости бетона, определенный в возрасте 28 суток.

Предельные величины деформаций  $\varepsilon_{cl}$  и  $\varepsilon_{cul}$ , зависящие от класса бетона по прочности, приведены в табл. 2.1.1.

Таблица 2.1.1

#### Прочностные и деформативные характеристики бетонов

Класс бетона	C12/15	C16/20	C20/25	C25/30	C30/37	C35/45	C40/50	C45/55	C50/60	C55/67	C60/75	C70/85	C80/95	C90/105
$f_{ck}$ , МПа	12	16	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70	80	90
$f_{ck,cube}$ , МПа	15	20	25	30	37	45	50	55	60	67	75	85	95	105
$\frac{f_{ck}}{f_{ck,cube}}$	0,80	0,80	0,80	0,83	0,81	0,78	0,80	0,82	0,83	0,82	0,80	0,82	0,84	0,86
$f_{cm}$ , МПа	20	24	28	33	38	43	48	53	58	63	68	78	88	98
$\varepsilon_{cl}$ , ‰	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,25	2,3	2,4	2,45	2,5	2,6	2,7	2,8	2,8
$\varepsilon_{cul}$ , ‰	3,5									3,2	3,0	2,8	2,8	2,8

Примечание.

$f_{ck}$  – нормативная цилиндрическая прочность бетона на сжатие в возрасте 28 сут.;

$f_{ck,cube}$  – нормативная кубиковая прочность бетона на сжатие.

Полагая, что величина  $\varepsilon_{c1}$  является неотрицательным числом и подставляя коэффициенты  $\eta$  и  $k$  в формулу (2.1.1), имеем:

$$\frac{\sigma_c}{f_{cm}} = \frac{\frac{1,05E_{cm} \cdot \varepsilon_{c1}}{f_{cm}} \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \right) - \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \right)^2}{1 + \left( \frac{1,05E_{cm} \cdot \varepsilon_{c1}}{f_{cm}} - 2 \right) \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \right)}$$

Полученное уравнение в буквенных обозначениях, принятых в Российских нормах СП [118, 119], записывается в виде:

$$\frac{\sigma_b}{R_b} = \frac{\frac{E_b \cdot \varepsilon_{b0}}{R_b} \left( \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_{b0}} \right) - \left( \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_{b0}} \right)^2}{1 + \left( \frac{E_b \cdot \varepsilon_{b0}}{R_b} - 2 \right) \left( \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_{b0}} \right)}, \quad (2.1.2)$$

где  $\sigma_b$  – напряжение бетона в момент наблюдения;  $R_b$  – расчетное сопротивление бетона осевому сжатию для предельного состояния первой группы;  $\varepsilon_b$  – относительная деформация бетона при равномерном осевом сжатии;  $\varepsilon_{b0}$  – предельная относительная деформация бетона при равномерном осевом сжатии,  $\varepsilon_{b0} = 0,002$  [118, п. 5.1.12], [119, п. 6.1.14];  $E_b$  – начальный модуль упругости бетона при сжатии и растяжении.

Формула (2.1.2) представляет собой квадратное уравнение относительно деформаций бетона  $\varepsilon_b$ :

$$\frac{R_b}{\varepsilon_{b0}^2} \varepsilon_b^2 + \frac{\sigma_b}{\varepsilon_{b0}} \left( \frac{E_b \varepsilon_{b0}}{R_b} - 2 - E_b \right) \varepsilon_b + \sigma_b = 0,$$

откуда выражая  $\varepsilon_b$ , получаем

$$\varepsilon_b = \frac{-\frac{\sigma_b}{\varepsilon_{b0}} \left( \frac{E_b \varepsilon_{b0}}{R_b} - 2 - E_b \right) \pm \sqrt{\left( \frac{\sigma_b}{\varepsilon_{b0}} \right)^2 \left( \frac{E_b \varepsilon_{b0}}{R_b} - 2 - E_b \right)^2 - 4 \frac{R_b}{\varepsilon_{b0}^2} \sigma_b}}{2 \frac{R_b}{\varepsilon_{b0}^2}}, \quad (2.1.3)$$

где при нулевом напряжении  $\sigma_b = 0$  получается и нулевая деформация  $\varepsilon_b = 0$ .

Применение в расчетах железобетонных элементов формулы (2.1.3) вызывает математические трудности, поэтому преобразуем уравнение (2.1.2) в более удобный вид для практического использования. Для этого воспользуемся предложением Байкова В. М., известного специалиста в теории железобетона, который установил, что первые пять членов степенного ряда достаточно точно аппроксимирует кривую мгновенной нелинейности бетона и обладает удобством применения в расчетах строительных конструкций:

$$\sigma_b = A_1 \varepsilon_b + A_2 \varepsilon_b^2 + A_3 \varepsilon_b^3 + A_4 \varepsilon_b^4 + A_5 \varepsilon_b^5, \quad (2.1.4)$$

где  $A_1, A_2, A_3, A_4$  и  $A_5$  – опытные коэффициенты.

Уточним значения коэффициентов, входящих в уравнение (2.1.4). Умножив в формуле (2.1.2) левую и правую части равенства на  $R_b$  и вынося в числителе  $\varepsilon_b$  за скобки, получим

$$\sigma_b = \frac{\left( E_b - \frac{R_b}{\varepsilon_{b0}^2} \varepsilon_b \right) \varepsilon_b}{1 + \left( \frac{E_b}{R_b} - \frac{2}{\varepsilon_{b0}} \right) \varepsilon_b}. \quad (2.1.5)$$

В равенство (2.1.5) введем коэффициенты  $g, k$  и  $p$ , равные

$$g = E_b, \quad k = -\frac{R_b}{\varepsilon_{b0}^2}, \quad p = \frac{E_b}{R_b} - \frac{2}{\varepsilon_{b0}}, \quad (2.1.6)$$

и преобразуем соотношение (2.1.5) в выражение следующего вида:

$$\sigma_b = \frac{g + k \varepsilon_b}{1 + p \varepsilon_b} \varepsilon_b, \quad (2.1.7)$$

которое представляет собой прямую зависимость

$$\sigma_b = f_1(\varepsilon_b). \quad (2.1.8)$$

Используя разложение в ряд Тейлора геометрической прогрессии

$$\frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - \dots,$$

преобразуем выражение (2.1.7)

$$\begin{aligned} \sigma_b &= \frac{g + k \varepsilon_b}{1 + p \varepsilon_b} \varepsilon_b = (g \varepsilon_b + k \varepsilon_b^2) \frac{1}{1 + p \varepsilon_b} = (g \varepsilon_b + k \varepsilon_b^2) (1 - p \varepsilon_b + p^2 \varepsilon_b^2 - p^3 \varepsilon_b^3 + p^4 \varepsilon_b^4 - \dots) = \\ &= g \varepsilon_b - g p \varepsilon_b^2 + g p^2 \varepsilon_b^3 - g p^3 \varepsilon_b^4 + g p^4 \varepsilon_b^5 + k \varepsilon_b^2 - k p \varepsilon_b^3 + k p^2 \varepsilon_b^4 - k p^3 \varepsilon_b^5 + \dots \end{aligned}$$

Сгруппировав слагаемые при одинаковых степенях  $\varepsilon_b$ , имеем

$$\sigma_b = g\varepsilon_b + (k - gp)\varepsilon_b^2 + (gp^2 - kp)\varepsilon_b^3 + (kp^2 - p^3g)\varepsilon_b^4 + (p^4g - kp^3)\varepsilon_b^5.$$

Используя соотношения (2.1.6), найдем значения коэффициентов, стоящих при переменных  $\varepsilon_b$ :

$$A_1 = g = E_b; \quad (2.1.9)$$

$$A_2 = k - gp = -\frac{R_b}{\varepsilon_{b0}^2} - \left( \frac{E_b}{R_b} - \frac{2}{\varepsilon_{b0}} \right) E_b; \quad (2.1.10)$$

$$A_3 = gp^2 - kp = \left( \frac{E_b}{R_b} - \frac{2}{\varepsilon_{b0}} \right)^2 E_b + \frac{R_b}{\varepsilon_{b0}^2} \left( \frac{E_b}{R_b} - \frac{2}{\varepsilon_{b0}} \right); \quad (2.1.11)$$

$$A_4 = kp^2 - p^3g = -\frac{R_b}{\varepsilon_{b0}^2} \left( \frac{E_b}{R_b} - \frac{2}{\varepsilon_{b0}} \right)^2 - \left( \frac{E_b}{R_b} - \frac{2}{\varepsilon_{b0}} \right)^3 E_b; \quad (2.1.12)$$

$$A_5 = p^4g - kp^3 = \left( \frac{E_b}{R_b} - \frac{2}{\varepsilon_{b0}} \right)^4 E_b + \frac{R_b}{\varepsilon_{b0}^2} \left( \frac{E_b}{R_b} - \frac{2}{\varepsilon_{b0}} \right)^3. \quad (2.1.13)$$

Универсальность коэффициентов  $A_1 - A_5$  заключается в том, что с их помощью устанавливается математическая связь между уравнением (2.1.4) и формулой *Eurocode 2* (2.1.1).

Для решения некоторых задач в теории железобетона вместо прямой зависимости (2.1.8), удобнее использовать обратную зависимость вида

$$\varepsilon_b = f_2(\sigma_b), \quad (2.1.14)$$

которая, ограничиваясь первыми пятью слагаемыми степенного ряда, имеет вид

$$\varepsilon_b = a\sigma_b + b\sigma_b^2 + c\sigma_b^3 + d\sigma_b^4 + e\sigma_b^5, \quad (2.1.15)$$

где  $a, b, c, d$  и  $e$  – опытные коэффициенты.

Из уравнения (2.1.7) выразим

$$\varepsilon_b = \frac{1 + p\varepsilon_b}{g + k\varepsilon_b} \sigma_b, \quad (2.1.16)$$

что тождественно

$$g\varepsilon_b + k\varepsilon_b^2 = (1 + p\varepsilon_b)\sigma_b.$$

В полученное равенство вместо переменной  $\varepsilon_b$  подставим ряд (2.1.15):

$$g(a\sigma_b + b\sigma_b^2 + c\sigma_b^3 + d\sigma_b^4 + e\sigma_b^5) + k(a\sigma_b + b\sigma_b^2 + c\sigma_b^3 + d\sigma_b^4)^2 = \\ = [1 + p(a\sigma_b + b\sigma_b^2 + c\sigma_b^3 + d\sigma_b^4)]\sigma_b.$$

Отделяя коэффициенты при одинаковых степенях  $\sigma_b$ , найдем значения коэффициентов  $a, b, c, d$  и  $e$ :

1) коэффициент при  $\sigma_b$ :

$$ga = 1,$$

откуда

$$a = \frac{1}{g},$$

то есть, с учетом обозначений (2.1.6), имеем

$$a = \frac{1}{E_b}. \quad (2.1.17)$$

2) коэффициент при  $\sigma_b^2$ :

$$gb + ka^2 = pa,$$

откуда

$$b = \frac{pa - ka^2}{g} = \frac{p\frac{1}{g} - k\left(\frac{1}{g}\right)^2}{g} = \frac{pg - k}{g^3} = \frac{1}{g^3}(pg - k),$$

то есть, с учетом обозначений (2.1.6), имеем

$$b = \frac{1}{E_b^3} \left[ \left( \frac{E_b}{R_b} - \frac{2}{\epsilon_{b0}} \right) E_b + \frac{R_b}{\epsilon_{b0}^2} \right]. \quad (2.1.18)$$

3) коэффициент при  $\sigma_b^3$ :

$$gc + 2kab = pb,$$

откуда

$$c = \frac{pb - 2kab}{g} = \frac{1}{g}(pb - 2kab) = \frac{1}{g} \left[ p\frac{1}{g^3}(pg - k) - 2k\frac{1}{g^4}(pg - k) \right] = \\ = \frac{1}{g^5}(p^2g^2 - 3pgk + 2k^2),$$

то есть, с учетом обозначений (2.1.6), имеем

$$c = \frac{1}{E_b^5} \left[ \left( \frac{E_b}{R_b} - \frac{2}{\varepsilon_{b0}} \right)^2 E_b^2 + 3 \left( \frac{E_b}{R_b} - \frac{2}{\varepsilon_{b0}} \right) E_b \frac{R_b}{\varepsilon_{b0}^2} + 2 \left( \frac{R_b}{\varepsilon_{b0}^2} \right)^2 \right]. \quad (2.1.19)$$

4) коэффициент при  $\sigma_b^4$  :

$$gd + kb^2 + 2kac = pc,$$

откуда

$$\begin{aligned} d &= \frac{1}{g} (pc - 2kac - kb^2) = \frac{1}{g} \left[ p \frac{1}{g^5} (p^2 g^2 - 3pgk + 2k^2) - \right. \\ &\quad \left. - 2k \frac{1}{g^6} (p^2 g^2 - 3pgk + 2k^2) - k \left( \frac{1}{g^3} (pg - k) \right)^2 \right] = \\ &= \frac{1}{g} \left[ \frac{1}{g^6} (p^3 g^3 - 3p^2 g^2 k + 2k^2 pg) - \frac{1}{g^6} (2p^2 g^2 k - 6pgk^2 + 4k^3) - k \frac{1}{g^6} (p^2 g^2 - 2pgk + k^2) \right] = \\ &= \frac{1}{g^7} (p^3 g^3 - 3p^2 g^2 k + 2k^2 pg - 2p^2 g^2 k + 6pgk^2 - 4k^3 - p^2 g^2 k + 2pgk^2 - k^3) = \\ &= \frac{1}{g^7} (p^3 g^3 - 6p^2 g^2 k + 10pgk^2 - 5k^3), \end{aligned}$$

то есть, с учетом обозначений (2.1.6), имеем

$$\begin{aligned} d &= \frac{1}{E_b^7} \left[ \left( \frac{E_b}{R_b} - \frac{2}{\varepsilon_{b0}} \right)^3 E_b^3 + 6 \left( \frac{E_b}{R_b} - \frac{2}{\varepsilon_{b0}} \right)^2 E_b^2 \frac{R_b}{\varepsilon_{b0}^2} + \right. \\ &\quad \left. + 10 \left( \frac{E_b}{R_b} - \frac{2}{\varepsilon_{b0}} \right) E_b \left( \frac{R_b}{\varepsilon_{b0}^2} \right)^2 + 5 \left( \frac{R_b}{\varepsilon_{b0}^2} \right)^3 \right]. \quad (2.1.20) \end{aligned}$$

5) коэффициент при  $\sigma_b^5$  :

$$ge + 2kad + 2kbc = pd$$

откуда

$$\begin{aligned} e &= \frac{1}{g} (pd - 2kad - 2kbc) = \frac{1}{g} \left[ p \frac{1}{g^7} (p^3 g^3 - 6p^2 g^2 k + 10k^2 pg - 5k^3) - \right. \\ &\quad \left. - 2k \frac{1}{g^8} (p^3 g^3 - 6p^2 g^2 k + 10k^2 pg - 5k^3) - 2k \frac{1}{g^8} (pg - k) (p^2 g^2 - 3pgk + 2k^2) \right] = \\ &= \frac{1}{g} \left[ \frac{1}{g^8} (p^4 g^4 - 6p^3 g^3 k + 10k^2 p^2 g^2 - 5k^3 pg) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{g^8} (2kp^3 g^3 - 12p^2 g^2 k^2 + 20k^3 pg - 10k^4) - \frac{1}{g^8} (2pgk - 2k^2) (p^2 g^2 - 3pgk + 2k^2) \right] = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{g^9} \left[ p^4 g^4 - 6p^3 g^3 k + 10k^2 p^2 g^2 - 5k^3 p g - 2kp^3 g^3 + 12p^2 g^2 k^2 - 20k^3 p g + 10k^4 - \right. \\
&\quad \left. - 2p^3 g^3 k + 6p^2 g^2 k^2 - 4p g k^3 + 2p^2 g^2 k^2 - 6p g k^3 + 4k^4 \right] = \\
&= \frac{1}{g^9} (p^4 g^4 - 10p^3 g^3 k + 30p^2 g^2 k^2 - 35p g k^3 + 14k^4).
\end{aligned}$$

то есть, с учетом обозначений (2.1.6), имеем

$$\begin{aligned}
e = \frac{1}{E_b^9} \left[ \left( \frac{E_b}{R_b} - \frac{2}{\varepsilon_{b0}} \right)^4 E_b^4 + 10 \left( \frac{E_b}{R_b} - \frac{2}{\varepsilon_{b0}} \right)^3 E_b^3 \frac{R_b}{\varepsilon_{b0}^2} + 30 \left( \frac{E_b}{R_b} - \frac{2}{\varepsilon_{b0}} \right)^2 E_b^2 \left( \frac{R_b}{\varepsilon_{b0}^2} \right)^2 + \right. \\
\left. + 35 \left( \frac{E_b}{R_b} - \frac{2}{\varepsilon_{b0}} \right) E_b \left( \frac{R_b}{\varepsilon_{b0}^2} \right)^3 + 14 \left( \frac{R_b}{\varepsilon_{b0}^2} \right)^4 \right]. \quad (2.1.21)
\end{aligned}$$

Если в течение времени меняются показатели бетона

$$E_b = E_b(t), R_b = R_b(t) \text{ и } \varepsilon_{b0} = \varepsilon_{b0}(t),$$

то соответственно будут меняться и коэффициенты

$$a = a(t), b = b(t), c = c(t), d = d(t) \text{ и } e = e(t).$$

В российских нормах проектирования СП 63.13330.2012 [119] в справочном приложении Г приводится криволинейная диаграмма деформирования бетона с ниспадающей ветвью (рис. 2.1.2).

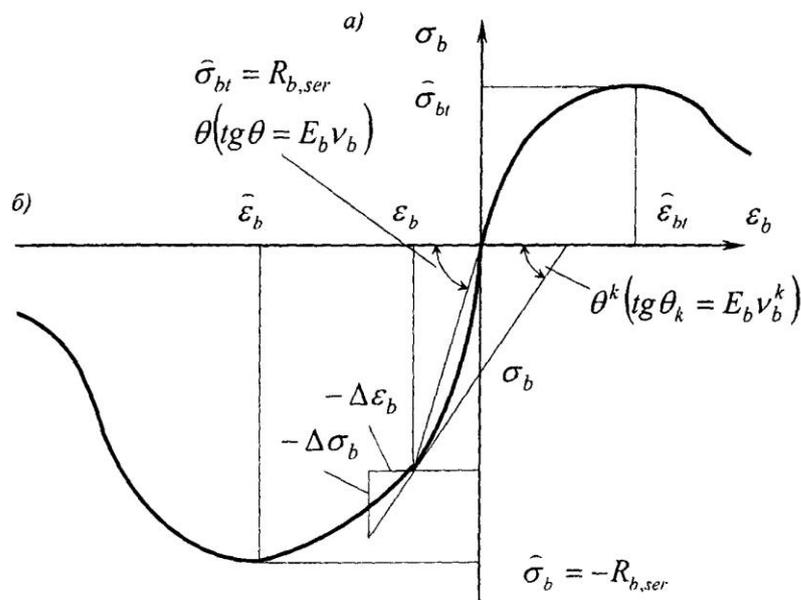


Рис. 2.1.2. Диаграмма деформирования бетона при растяжении (а) и сжатии (б) по справочному приложению СП 63.13330.2012

Аналитическая зависимость, описывающая нелинейную диаграмму деформирования бетона (см. рис. 2.1.2), принимается в виде (формула Карпенко Н. И. [71]):

$$\varepsilon_b = \frac{\sigma_b}{E_b \nu_b}, \quad (2.1.22)$$

где  $\varepsilon_b$  и  $\sigma_b$  – относительные деформации и напряжения в бетоне;  $E_b$  – начальный модуль упругости бетона;  $\nu_b$  – коэффициент изменения секущего модуля, равный

$$\nu_b = \hat{\nu}_b + (\nu_0 - \hat{\nu}_b) \sqrt{1 - \omega_1 \eta - \omega_2 \eta^2},$$

здесь  $\hat{\nu}_b$  – значение коэффициента изменения секущего модуля в вершине диаграммы при  $\sigma_b = \hat{\sigma}_b$ ;  $\hat{\sigma}_b$  – максимальное напряжение на диаграмме, равное  $R_{b,ser}$ ;  $R_{b,ser}$  – расчетное сопротивление бетона осевому сжатию для предельного состояния второй группы;  $\nu_0$  – начальный коэффициент изменения секущего модуля (в начале диаграммы или в начале ее криволинейного отрезка);  $\omega_1$  и  $\omega_2$  – параметры кривизны диаграммы,  $\omega_2 = 1 - \omega_1$ ;  $\eta$  – уровень загрузки ( $0 \leq \eta \leq 1$ ),  $\eta = \frac{\sigma_b}{\hat{\sigma}_b}$ .

Для восходящей ветви диаграммы следует принимать коэффициенты  $\nu_0 = 1$ ;  $\omega_1 = 2 - 2,5\hat{\nu}_b$ , для нисходящей –  $\nu_0 = 2,05\hat{\nu}_b$ ;  $\omega_1 = 1,95\hat{\nu}_b - 0,138$ .

Абсцисса вершины диаграммы осевого сжатия бетона определяется по формуле

$$\hat{\varepsilon}_b = -\frac{B}{E_b} \lambda \frac{1 + 0,75\lambda \frac{B}{60} + 0,2 \frac{\lambda}{B}}{0,12 + \frac{B}{60} + \frac{0,2}{B}},$$

где  $B$  – класс бетона на сжатие;  $\lambda$  – безразмерный коэффициент, зависящий от вида бетона (для тяжелого и мелкозернистого бетона  $\lambda = 1$ ).

Формула (2.1.22) достаточно точно описывает поведение нелинейного графика мгновенных деформаций (см. рис. 2.1.2), но ее применение в уравнениях ползучести возможно только после ее разложения в степенной ряд в виде (2.1.4) или (2.1.15) с определением соответствующих коэффициентов.

## 2.2. Расчет железобетонных элементов с учетом мгновенной нелинейности в рамках нелинейной теории старения бетона

Применение модифицированной теории старения в этом случае нецелесообразно, так как коэффициент  $\alpha \neq 0$  имеет смысл только в моменты времени, близкие к моменту загрузки. Это значит что коэффициент  $\alpha$  не влияет на получение коэффициента ползучести  $\phi_\infty$  в условиях мгновенно-нелинейных деформаций, и следовательно, можно принять  $\alpha = 0$ .

Дифференцируя уравнение нелинейной теории старения для мгновенно-упругого бетона (1.2.29), получаем

$$\dot{\varepsilon} = \frac{1}{E(t)} \dot{\sigma}_b + \frac{1}{E_0} \dot{\phi}_t f(\sigma_b), \quad (2.2.1)$$

где функция  $f(\sigma_b)$  определяется экспериментальным путем.

Структура уравнения ползучести теории старения бетона (2.2.1), отражая модель Максвелла, позволяет независимо друг от друга вводить функции нелинейности в первое и второе слагаемое уравнения (2.2.1), то есть отдельно выбирать закон для описания мгновенных деформаций  $\varepsilon_m$  и функцию напряжения  $f(\sigma_b)$ . Наиболее экспериментально изученной функцией  $f(\sigma_b)$  является квадратная функция Арутюняна [6, 134, 135]:

$$f(\sigma_b) = \sigma_b + \beta \sigma_b^2. \quad (2.2.2)$$

После подстановки функции (2.2.2) в уравнение (2.2.1), получим известное уравнение нелинейной теории старения:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{1}{E(t)} \dot{\sigma}_b + \frac{1}{E_0} \dot{\phi}_t (\sigma_b + \beta \sigma_b^2). \quad (2.2.3)$$

Для учета мгновенной нелинейности бетона используем уравнение (2.1.15), которое введем вместо закона Гука в первое слагаемое уравнения (2.2.3):

$$\dot{\varepsilon} = (a\sigma_b + b\sigma_b^2 + c\sigma_b^3 + d\sigma_b^4 + e\sigma_b^5) \dot{\sigma}_b + \frac{1}{E_0} \dot{\phi}_t (\sigma_b + \beta_1 \sigma_b^2),$$

где  $a, b, c, d$  и  $e$  – коэффициенты, определяемые по отношениям (2.1.17) – (2.1.21);  $\beta_1$  – параметр нелинейной ползучести.

Дифференцируя первое слагаемое, получим

$$\dot{\varepsilon} = a\dot{\sigma}_b + b\dot{\sigma}_b^2 + c\dot{\sigma}_b^3 + d\dot{\sigma}_b^4 + e\dot{\sigma}_b^5 + \\ + (a + 2b\sigma_b + 3c\sigma_b^2 + 4d\sigma_b^3 + 5e\sigma_b^4)\dot{\sigma}_b + \frac{1}{E_0}\dot{\phi}_t[\sigma_b + \beta_1\sigma_b^2] \quad (2.2.4)$$

либо

$$\dot{\varepsilon} = (a + 2b\sigma_b + 3c\sigma_b^2 + 4d\sigma_b^3 + 5e\sigma_b^4)\dot{\sigma}_b + \frac{1}{E_0}\dot{\phi}_t[\sigma_b + \beta_1\sigma_b^2]. \quad (2.2.5)$$

Уравнения (2.2.4) и (2.2.5) – это уточнённое уравнение ползучести нелинейной теории старения бетона, которые устанавливают связь между деформациями и напряжениями и учитывают мгновенную нелинейность бетона в соответствии с требованием *Eurocode 2*.

Отметим аналогию выражения, стоящего в квадратных скобках уравнений (2.2.4) и (2.2.5), где коэффициент  $\beta_1$  требует уточнения, и функции Арутюняна (2.2.2). Для удобства вычислений обозначим

$$\beta_1 = \Psi = \frac{b}{a} + \beta, \quad (2.2.6)$$

где  $a$  и  $b$  – коэффициенты.

Рассмотрим задачу о сжатом железобетонном элементе, условие которой приведено стр. 14. Допущение об упругой работе арматуры позволяет записать уравнение

$$N = A_b \cdot \sigma_b + A_s \cdot E_s \cdot \varepsilon, \quad (2.2.7)$$

где  $N$  – действующая продольная сила;  $A$  и  $A_s$  – площади поперечного сечения бетона и арматуры;  $E_s$  – модуль упругости арматуры;  $\sigma_b$  – напряжения в бетоне;  $\varepsilon$  – продольные деформации сжатого элемента.

Дифференцируя уравнение (2.2.7), получим

$$A_b \dot{\sigma}_b + A_s E_s \dot{\varepsilon} = 0. \quad (2.2.8)$$

Из формулы (2.2.7) выразим соотношения для  $\varepsilon$  и  $\sigma_b$ :

$$\varepsilon = \frac{N}{A_s E_s} - \frac{A_b}{A_s E_s} \sigma_b, \quad (2.2.9)$$

$$\sigma_b = \frac{N}{A_b} - \frac{A_s E_s}{A_b} \varepsilon. \quad (2.2.10)$$

Обозначим постоянные величины

$$X = \frac{N}{A_s E_s}, \quad W = \frac{A_b}{A_s E_s}, \quad L = \frac{N}{A_b}, \quad Z = \frac{A_s E_s}{A_b}, \quad (2.2.11)$$

тогда

$$\varepsilon = X - W\sigma_b; \quad (2.2.12)$$

$$\dot{\varepsilon} = -W \dot{\sigma}_b; \quad (2.2.13)$$

$$\sigma_b = L - Z\varepsilon; \quad (2.2.14)$$

$$\dot{\sigma}_b = -Z \dot{\varepsilon}. \quad (2.2.15)$$

Запишем систему дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon} = (a + 2b\sigma_b + 3c\sigma_b^2 + 4d\sigma_b^3 + 5e\sigma_b^4)\dot{\sigma}_b + \frac{1}{E_0}\dot{\varphi}_t(\Psi\sigma_b^2 + \sigma_b) \\ A_b\dot{\sigma}_b + A_s E_s \dot{\varepsilon} = 0 \end{cases} \quad (2.2.16)$$

Зададим начальные условия:

$$\varphi_t(0) = 0; \quad (2.2.17)$$

$$\varepsilon(0) = \varepsilon_0; \quad (2.2.18)$$

$$\sigma_b(0) = \sigma_{b0}. \quad (2.2.19)$$

В главе 3 приведен численный анализ результатов экспериментальных исследований, которые позволили сравнить данные, полученные с применением предложенных автором нелинейных моделей с учетом мгновенной нелинейности бетона, с данными, полученными на основе линейных моделей, построенных на законе Гука для мгновенных деформаций.

*Для удобства обработки экспериментальных данных рассмотрим решение задачи относительно деформаций  $\varepsilon$ .*

Выпишем первое дифференциальное уравнение из системы (2.2.16), предварительно подставив в него выражения (2.2.14) для  $\sigma_b$  и (2.2.15) для  $\dot{\sigma}_b$ .

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon} + \left[ a + 2b(L - Z\varepsilon) + 3c(L - Z\varepsilon)^2 + 4d(L - Z\varepsilon)^3 + 5e(L - Z\varepsilon)^4 \right] Z\dot{\varepsilon} = \\ = \frac{1}{E_0} \dot{\varphi}_t \left[ \Psi(L - Z\varepsilon)^2 + (L - Z\varepsilon) \right], \end{aligned}$$

Сгруппируем слагаемые с  $\dot{\varepsilon}$  в левой части уравнения и запишем последовательные преобразования

$$\frac{(1+aZ)+2bZ(L-Z\varepsilon)+3cZ(L-Z\varepsilon)^2+4dZ(L-Z\varepsilon)^3+5eZ(L-Z\varepsilon)^4}{\Psi(L-Z\varepsilon)^2+(L-Z\varepsilon)}\dot{\varepsilon}=\frac{1}{E_0}\dot{\phi}_t,$$

что тождественно

$$\left[ \frac{(1+aZ)+2bZ(L-Z\varepsilon)}{(L-Z\varepsilon)[\Psi(L-Z\varepsilon)+1]} + \frac{3cZ(L-Z\varepsilon)^2}{(L-Z\varepsilon)[\Psi(L-Z\varepsilon)+1]} + \frac{4dZ(L-Z\varepsilon)^3}{(L-Z\varepsilon)[\Psi(L-Z\varepsilon)+1]} + \frac{5eZ(L-Z\varepsilon)^4}{(L-Z\varepsilon)[\Psi(L-Z\varepsilon)+1]} \right] \dot{\varepsilon} = \frac{1}{E_0} \dot{\phi}_t. \quad (2.2.20)$$

Преобразуем каждое слагаемое левой части уравнения (2.2.20):

$$1) \frac{(1+aZ)+2bZ(L-Z\varepsilon)}{(L-Z\varepsilon)[\Psi(L-Z\varepsilon)+1]} = \frac{1+aZ}{L-Z\varepsilon} + \frac{2bZ-(1+aZ)\Psi}{\Psi(L-Z\varepsilon)+1} =$$

$$\left( \frac{1+aZ}{-Z} \ln|L-Z\varepsilon| + \frac{[2bZ-(1+aZ)\Psi] \ln|\Psi(L-Z\varepsilon)+1|}{-\Psi Z} \right) \dot{\varepsilon} =$$

$$\left( -\frac{1+aZ}{Z} \ln|L-Z\varepsilon| + \left( -\frac{2bZ}{\Psi Z} + \frac{(1+aZ)\Psi}{\Psi Z} \right) \ln|\Psi(L-Z\varepsilon)+1| \right) \dot{\varepsilon} =$$

$$\left( -\frac{1+aZ}{Z} \ln|L-Z\varepsilon| + \left( \frac{1+aZ}{Z} - \frac{2b}{\Psi} \right) \ln|\Psi(L-Z\varepsilon)+1| \right) \dot{\varepsilon};$$

$$2) \frac{3cZ(L-Z\varepsilon)^2}{(L-Z\varepsilon)[\Psi(L-Z\varepsilon)+1]} = \frac{3cZ(L-Z\varepsilon)}{\Psi(L-Z\varepsilon)+1} = 3cZ \frac{\frac{1}{\Psi}[\Psi(L-Z\varepsilon)+1] - \frac{1}{\Psi}}{\Psi(L-Z\varepsilon)+1} =$$

$$= \frac{3cZ}{\Psi} - \frac{3cZ}{\Psi[\Psi(L-Z\varepsilon)+1]} = \left( \frac{3cZ}{\Psi} \varepsilon + \frac{3c}{\Psi^2} \ln|\Psi(L-Z\varepsilon)+1| \right) \dot{\varepsilon};$$

$$3) \frac{4dZ(L-Z\varepsilon)^3}{(L-Z\varepsilon)[\Psi(L-Z\varepsilon)+1]} = \frac{4dZ(L-Z\varepsilon)^2}{\Psi(L-Z\varepsilon)+1} = 4dZ \frac{\left[ \frac{1}{\Psi}[\Psi(L-Z\varepsilon)+1] - \frac{1}{\Psi} \right]^2}{\Psi(L-Z\varepsilon)+1} =$$

$$= 4dZ \frac{\frac{1}{\Psi^2}[\Psi(L-Z\varepsilon)+1]^2 - \frac{2}{\Psi^2}[\Psi(L-Z\varepsilon)+1] + \frac{1}{\Psi^2}}{\Psi(L-Z\varepsilon)+1} =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{4dZ}{\Psi^2} \left( (\Psi(L-Z\varepsilon)+1)^{-2} + \frac{1}{\Psi(L-Z\varepsilon)+1} \right) = \frac{4dZ}{\Psi^2} \left( \Psi L - \Psi Z\varepsilon - 1 + \frac{1}{\Psi(L-Z\varepsilon)+1} \right) = \\
&= \frac{4dZ}{\Psi} \left( L - \frac{1}{\Psi} \right) - \frac{4dZ^2}{\Psi} \varepsilon + \frac{4dZ}{\Psi^2} \frac{1}{\Psi(L-Z\varepsilon)+1} = \\
&= \left[ \frac{4dZ}{\Psi} \left( L - \frac{1}{\Psi} \right) \varepsilon - \frac{4dZ^2}{\Psi} \frac{\varepsilon^2}{2} + \frac{4dZ}{\Psi^2} \ln|\Psi(L-Z\varepsilon)+1| \left( -\frac{1}{\Psi Z} \right) \right]' = \\
&= \left[ \frac{4dZ}{\Psi} \left( L - \frac{1}{\Psi} \right) \varepsilon - \frac{2dZ^2}{\Psi} \varepsilon^2 - \frac{4d}{\Psi^3} \ln|\Psi(L-Z\varepsilon)+1| \right]' ; \\
&4) \frac{5eZ(L-Z\varepsilon)^4}{(L-Z\varepsilon)[\Psi(L-Z\varepsilon)+1]} = \frac{5eZ(L-Z\varepsilon)^3}{\Psi(L-Z\varepsilon)+1} = 5eZ \frac{\left[ \frac{1}{\Psi}(\Psi(L-Z\varepsilon)+1) - \frac{1}{\Psi} \right]^3}{\Psi(L-Z\varepsilon)+1} = \\
&= 5eZ \frac{\frac{1}{\Psi^3} [\Psi(L-Z\varepsilon)+1]^3 - 3 \frac{1}{\Psi^2} [\Psi(L-Z\varepsilon)+1]^2 \frac{1}{\Psi} + 3 \frac{1}{\Psi} [\Psi(L-Z\varepsilon)+1] \frac{1}{\Psi^2} - \frac{1}{\Psi^3}}{\Psi(L-Z\varepsilon)+1} = \\
&= 5eZ \left[ \frac{1}{\Psi^3} [\beta(L-Z\varepsilon)+1]^2 - \frac{3}{\Psi^3} [\beta(L-Z\varepsilon)+1] + \frac{3}{\Psi^3} - \frac{1}{\Psi^3 [\Psi(L-Z\varepsilon)+1]} \right] = \\
&= \frac{5eZ}{\Psi^3} \left[ \Psi^2(L-Z\varepsilon)^2 + 2\Psi(L-Z\varepsilon)+1 - 3\Psi(L-Z\varepsilon) - 3 + 3 - \frac{1}{\Psi(L-Z\varepsilon)+1} \right] = \\
&= \frac{5eZ}{\Psi^3} \left[ \Psi^2 L^2 - 2\Psi^2 LZ\varepsilon + \Psi^2 Z^2 \varepsilon^2 + 2\Psi L - 2\Psi Z\varepsilon + 1 - 3\Psi L - 3\Psi Z\varepsilon - \frac{1}{\Psi(L-Z\varepsilon)+1} \right] = \\
&= \frac{5eZ}{\Psi} \left[ L^2 - 2LZ\varepsilon + Z^2 \varepsilon^2 + \frac{2L}{\Psi} - \frac{2Z}{\Psi} \varepsilon + \frac{1}{\Psi^2} - \frac{3L}{\Psi} - \frac{3Z}{\Psi} \varepsilon - \frac{1}{\Psi^2 [\Psi(L-Z\varepsilon)+1]} \right] = \\
&= \frac{5eZ}{\Psi} \left( L^2 - \frac{L}{\Psi} + \frac{1}{\Psi^2} \right) - \frac{5eZ^2}{\Psi} \left( 2L + \frac{5}{\Psi} \right) \varepsilon + \frac{5eZ^3}{\Psi} \varepsilon^2 - \frac{5eZ}{\Psi^3 [\Psi(L-Z\varepsilon)+1]} = \\
&= \left[ \frac{5eZ}{\Psi} \left( L^2 - \frac{L}{\Psi} + \frac{1}{\Psi^2} \right) \varepsilon - \frac{5eZ^2}{\Psi} \left( 2L + \frac{5}{\Psi} \right) \frac{\varepsilon^2}{2} + \frac{5eZ^3}{\Psi} \frac{\varepsilon^3}{3} - \frac{5eZ}{\Psi^3} \ln|\Psi(L-Z\varepsilon)+1| \left( -\frac{1}{\Psi Z} \right) \right]' = \\
&= \left[ \frac{5eZ}{\Psi} \left( L^2 - \frac{L}{\Psi} + \frac{1}{\Psi^2} \right) \varepsilon - \frac{5eZ^2}{2\Psi} \left( 2L + \frac{5}{\Psi} \right) \varepsilon^2 + \frac{5eZ^3}{3\Psi} \varepsilon^3 + \frac{5e}{\Psi^4} \ln|\Psi(L-Z\varepsilon)+1| \right]' .
\end{aligned}$$

Подставим полученные результаты в уравнение (2.2.20):

$$\begin{aligned} & \left( -\frac{1+aZ}{Z} \ln|L-Z\varepsilon| + \left( \frac{1+aZ}{Z} - \frac{2b}{\Psi} \right) \ln|\Psi(L-Z\varepsilon)+1| + \frac{3cZ}{\Psi} \varepsilon + \frac{3c}{\Psi^2} \ln|\Psi(L-Z\varepsilon)+1| + \right. \\ & \quad + \frac{4dZ}{\Psi} \left( L - \frac{1}{\Psi} \right) \varepsilon - \frac{2dZ^2}{\Psi} \varepsilon^2 - \frac{4d}{\Psi^3} \ln|\Psi(L-Z\varepsilon)+1| + \frac{5eZ}{\Psi} \left( L^2 - \frac{L}{\Psi} + \frac{1}{\Psi^2} \right) \varepsilon - \\ & \quad \left. - \frac{5eZ^2}{2\Psi} \left( 2L + \frac{5}{\Psi} \right) \varepsilon^2 + \frac{5eZ^3}{3\Psi} \varepsilon^3 + \frac{5e}{\Psi^4} \ln|\Psi(L-Z\varepsilon)+1| \right) = \left( \frac{1}{E_0} \varphi_t \right), \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} & \left( -\frac{1+aZ}{Z} \ln|L-Z\varepsilon| + \left( \frac{1+aZ}{Z} - \frac{2b}{\Psi} + \frac{3c}{\Psi^2} - \frac{4d}{\Psi^3} + \frac{5e}{\Psi^4} \right) \ln|\Psi(L-Z\varepsilon)+1| + \right. \\ & \quad + \frac{Z}{\Psi} \left[ 3c + 4d \left( L - \frac{1}{\Psi} \right) + 5e \left( L^2 - \frac{L}{\Psi} + \frac{1}{\Psi^2} \right) \right] \varepsilon - \\ & \quad \left. - \frac{Z^2}{\Psi} \left[ 2d + \frac{5e}{2} \left( 2L + \frac{5}{\Psi} \right) \right] \varepsilon^2 + \frac{5eZ^3}{3\Psi} \varepsilon^3 \right) = \left( \frac{1}{E_0} \varphi_t \right). \end{aligned}$$

Интегрируя, получим

$$\begin{aligned} & -\frac{1+aZ}{Z} \ln|L-Z\varepsilon| + \left( \frac{1+aZ}{Z} - \frac{2b}{\Psi} + \frac{3c}{\Psi^2} - \frac{4d}{\Psi^3} + \frac{5e}{\Psi^4} \right) \ln|\Psi(L-Z\varepsilon)+1| + \\ & \quad + \frac{Z}{\Psi} \left[ 3c + 4d \left( L - \frac{1}{\Psi} \right) + 5e \left( L^2 - \frac{L}{\Psi} + \frac{1}{\Psi^2} \right) \right] \varepsilon - \\ & \quad - \frac{Z^2}{\Psi} \left[ 2d + \frac{5e}{2} \left( 2L + \frac{5}{\Psi} \right) \right] \varepsilon^2 + \frac{5eZ^3}{3\Psi} \varepsilon^3 = \frac{1}{E_0} \varphi_t + C, \end{aligned}$$

где  $C$  – постоянная, определяемая из начальных условий.

Подставим начальные условия (2.2.17) и (2.2.18) и найдем значение постоянной  $C$ :

$$\begin{aligned} C = & -\frac{1+aZ}{Z} \ln|L-Z\varepsilon_0| + \left( \frac{1+aZ}{Z} - \frac{2b}{\Psi} + \frac{3c}{\Psi^2} - \frac{4d}{\Psi^3} + \frac{5e}{\Psi^4} \right) \ln|\Psi(L-Z\varepsilon_0)+1| + \\ & + \frac{Z}{\Psi} \left[ 3c + 4d \left( L - \frac{1}{\Psi} \right) + 5e \left( L^2 - \frac{L}{\Psi} + \frac{1}{\Psi^2} \right) \right] \varepsilon_0 - \frac{Z^2}{\Psi} \left[ 2d + \frac{5e}{2} \left( 2L + \frac{5}{\Psi} \right) \right] \varepsilon_0^2 + \frac{5eZ^3}{3\Psi} \varepsilon_0^3. \end{aligned}$$

Таким образом, окончательно получим

$$\begin{aligned} \Phi_t = E_0 \left[ -\frac{1+aZ}{Z} \ln \left| \frac{L-Z\varepsilon}{L-Z\varepsilon_0} \right| + \left( \frac{1+aZ}{Z} - \frac{2b}{\Psi} + \frac{3c}{\Psi^2} - \frac{4d}{\Psi^3} + \frac{5e}{\Psi^4} \right) \ln \left| \frac{\Psi(L-Z\varepsilon)+1}{\Psi(L-Z\varepsilon_0)+1} \right| + \right. \\ \left. + \frac{Z}{\Psi} \left[ 3c + 4d \left( L - \frac{1}{\Psi} \right) + 5e \left( L^2 - \frac{L}{\Psi} + \frac{1}{\Psi^2} \right) \right] (\varepsilon - \varepsilon_0) - \right. \\ \left. - \frac{Z^2}{\Psi} \left[ 2d + \frac{5e}{2} \left( 2L + \frac{5}{\Psi} \right) \right] (\varepsilon^2 - \varepsilon_0^2) + \frac{5eZ^3}{3\Psi} (\varepsilon^3 - \varepsilon_0^3), \right. \end{aligned} \quad (2.2.21)$$

где  $L$  и  $Z$  – коэффициенты, определяемые по соотношениям (2.2.11).

*Решим систему (2.2.16) относительно напряжений в бетоне  $\sigma_b$ .*

Выпишем отдельно первое уравнение системы (2.2.16), предварительно подставив в него выражение (2.2.13) для  $\dot{\varepsilon}$ :

$$-W \dot{\sigma}_b = (a + 2b\sigma_b + 3c\sigma_b^2 + 4d\sigma_b^3 + 5e\sigma_b^4) \dot{\sigma}_b + \frac{1}{E_0} \dot{\Phi}_t (\Psi\sigma_b^2 + \sigma_b).$$

Перенесем слагаемые содержащие множитель  $\dot{\sigma}_b$  в левую часть уравнения и запишем последовательные преобразования

$$\begin{aligned} \frac{(W+a) + 2b\sigma_b + 3c\sigma_b^2 + 4d\sigma_b^3 + 5e\sigma_b^4}{\Psi\sigma_b^2 + \sigma_b} \dot{\sigma}_b = -\frac{1}{E_0} \dot{\Phi}_t, \\ \left[ \frac{W+a}{\sigma_b(\Psi\sigma_b+1)} + \frac{2b\sigma_b}{\sigma_b(\Psi\sigma_b+1)} + \frac{3c\sigma_b^2}{\sigma_b(\Psi\sigma_b+1)} + \frac{4d\sigma_b^3}{\sigma_b(\Psi\sigma_b+1)} + \frac{5e\sigma_b^4}{\sigma_b(\Psi\sigma_b+1)} \right] \dot{\sigma}_b = -\frac{1}{E_0} \dot{\Phi}_t, \\ \left[ (W+a) \frac{1}{\sigma_b(\Psi\sigma_b+1)} + \frac{2b}{\Psi\sigma_b+1} + \frac{3c\sigma_b}{\Psi\sigma_b+1} + \frac{4d\sigma_b^2}{\Psi\sigma_b+1} + \frac{5e\sigma_b^3}{\Psi\sigma_b+1} \right] \dot{\sigma}_b = -\frac{1}{E_0} \dot{\Phi}_t. \end{aligned} \quad (2.2.22)$$

Преобразуем каждое слагаемое левой части уравнения (2.2.22):

$$1) (W+a) \frac{1}{\sigma_b(\Psi\sigma_b+1)} = (W+a) \left( \frac{1}{\sigma_b} - \frac{\Psi}{\Psi\sigma_b+1} \right) = \left[ (W+a) \ln|\sigma_b| - (W+a) \ln|\Psi\sigma_b+1| \right]';$$

$$2) \frac{2b}{\Psi\sigma_b+1} = \left[ \frac{2b}{\Psi} \ln|\Psi\sigma_b+1| \right]';$$

$$3) \frac{3c\sigma_b}{\Psi\sigma_b+1} = \frac{3c\Psi(\Psi\sigma_b+1) - 3c\Psi}{\Psi^2(\Psi\sigma_b+1)} = \frac{3c\Psi(\Psi\sigma_b+1)}{\Psi^2(\Psi\sigma_b+1)} - \frac{3c\Psi}{\Psi^2(\Psi\sigma_b+1)} =$$

$$= \frac{3c}{\Psi} - \frac{3c}{\Psi(\Psi\sigma_b + 1)} = \left[ \frac{3c}{\Psi} \sigma_b - \frac{3c}{\Psi^2} \ln|\Psi\sigma_b + 1| \right] ;$$

$$4) \frac{4d\sigma_b^2}{\Psi\sigma_b + 1} = 4d \frac{\left[ \frac{1}{\Psi}(\Psi\sigma_b + 1) - \frac{1}{\Psi} \right]^2}{\Psi\sigma_b + 1} = 4d \frac{\frac{1}{\Psi^2}(\Psi\sigma_b + 1)^2 - \frac{2}{\Psi^2}(\Psi\sigma_b + 1) + \frac{1}{\Psi^2}}{\Psi\sigma_b + 1} =$$

$$= \frac{4d}{\Psi^2} \left( \frac{(\Psi\sigma_b + 1)[(\Psi\sigma_b + 1) - 2]}{\Psi\sigma_b + 1} + \frac{1}{\Psi\sigma_b + 1} \right) = \frac{4d}{\Psi^2} (\Psi\sigma_b - 1) + \frac{4d}{\Psi^2(\Psi\sigma_b + 1)} =$$

$$= \frac{4d}{\Psi} \sigma_b - \frac{4d}{\Psi^2} + \frac{4d}{\Psi^2(\Psi\sigma_b + 1)} = \left[ \frac{4d}{\Psi} \frac{\sigma_b^2}{2} - \frac{4d}{\Psi^2} \sigma_b + \frac{4d}{\Psi^2} \frac{\ln|\Psi\sigma_b + 1|}{\Psi} \right] =$$

$$= \left[ \frac{2d}{\Psi} \sigma_b^2 - \frac{4d}{\Psi^2} \sigma_b + \frac{4d}{\Psi^3} \ln|\Psi\sigma_b + 1| \right] ;$$

$$5) 5e \frac{\sigma_b^3}{\Psi\sigma_b + 1} = 5e \frac{\left[ \frac{1}{\Psi}(\Psi\sigma_b + 1) - \frac{1}{\Psi} \right]^3}{\Psi\sigma_b + 1} =$$

$$= 5e \frac{\frac{1}{\Psi^3}(\Psi\sigma_b + 1)^3 - \frac{3}{\Psi^2}(\Psi\sigma_b + 1)^2 \frac{1}{\Psi} + \frac{3}{\Psi}(\Psi\sigma_b + 1) \frac{1}{\Psi^2} - \frac{1}{\Psi^3}}{\Psi\sigma_b + 1} =$$

$$= \frac{5e}{\Psi^3} \left( \frac{(\Psi\sigma_b + 1)[(\Psi\sigma_b + 1)^2 - 3(\Psi\sigma_b + 1) + 3]}{\Psi\sigma_b + 1} - \frac{1}{\Psi\sigma_b + 1} \right) =$$

$$= \frac{5e}{\Psi^3} \left( \Psi^2 \sigma_b^2 + 2\Psi \sigma_b + 1 - 3\Psi\sigma_b - 3 + 3 - \frac{1}{\Psi\sigma_b + 1} \right) = \frac{5e}{\Psi^3} \left( \Psi^2 \sigma_b^2 - \Psi\sigma_b + 1 - \frac{1}{\Psi\sigma_b + 1} \right) =$$

$$= \frac{5e}{\Psi} \sigma_b^2 - \frac{5e}{\Psi^2} \sigma_b + \frac{5e}{\Psi^3} - \frac{5e}{\Psi^3(\Psi\sigma_b + 1)} = \left[ \frac{5e}{3\Psi} \sigma_b^3 - \frac{5e}{2\Psi^2} \sigma_b^2 + \frac{5e}{\Psi^3} \sigma_b - \frac{5e}{\Psi^4} \ln|\beta\sigma_b + 1| \right] .$$

Подставляя полученные результаты в уравнение (2.2.22), имеем

$$\left[ (W + a) \ln|\sigma_b| - (W + a) \ln|\Psi\sigma_b + 1| + \frac{2b}{\Psi} \ln|\Psi\sigma_b + 1| + \frac{3c}{\Psi} \sigma_b - \frac{3c}{\Psi^2} \ln|\Psi\sigma_b + 1| + \frac{2d}{\Psi} \sigma_b^2 - \frac{4d}{\Psi^2} \sigma_b + \right.$$

$$\left. + \frac{4d}{\Psi^3} \ln|\Psi\sigma_b + 1| + \frac{5e}{3\Psi} \sigma_b^3 - \frac{5e}{2\Psi^2} \sigma_b^2 + \frac{5e}{\Psi^3} \sigma_b - \frac{5e}{\Psi^4} \ln|\beta\sigma_b + 1| \right] = \left( -\frac{1}{E_0} \Phi_t \right) ,$$

что тождественно

$$\left[ (W+a)\ln|\sigma_b| - \left( W+a - \frac{2b}{\Psi} + \frac{3c}{\Psi^2} - \frac{4d}{\Psi^3} + \frac{5e}{\Psi^4} \right) \ln|\Psi\sigma_b+1| + \right. \\ \left. + \left( \frac{3c}{\Psi} - \frac{4d}{\Psi^2} + \frac{5e}{\Psi^3} \right) \sigma_b + \left( \frac{2d}{\Psi} - \frac{5e}{2\Psi^2} \right) \sigma_b^2 + \frac{5e}{3\Psi} \sigma_b^3 \right] = \left( -\frac{1}{E_0} \varphi_t \right).$$

Интегрируя, получим

$$(W+a)\ln|\sigma_b| - \left( W+a - \frac{2b}{\Psi} + \frac{3c}{\Psi^2} - \frac{4d}{\Psi^3} + \frac{5e}{\Psi^4} \right) \ln|\Psi\sigma_b+1| + \\ + \left( \frac{3c}{\Psi} - \frac{4d}{\Psi^2} + \frac{5e}{\Psi^3} \right) \sigma_b + \left( \frac{2d}{\Psi} - \frac{5e}{2\Psi^2} \right) \sigma_b^2 + \frac{5e}{3\Psi} \sigma_b^3 = -\frac{1}{E_0} \varphi_t + C,$$

где  $C$  – постоянная, определяемая из начальных условий.

Подставим начальные условия (2.2.17) и (2.2.19) и найдем значение постоянной  $C$ :

$$C = (W+a)\ln|\sigma_{b0}| - \left( W+a - \frac{2b}{\Psi} + \frac{3c}{\Psi^2} - \frac{4d}{\Psi^3} + \frac{5e}{\Psi^4} \right) \ln|\Psi\sigma_{b0}+1| + \\ + \left( \frac{3c}{\Psi} - \frac{4d}{\Psi^2} + \frac{5e}{\Psi^3} \right) \sigma_{b0} + \left( \frac{2d}{\Psi} - \frac{5e}{2\Psi^2} \right) \sigma_{b0}^2 + \frac{5e}{3\Psi} \sigma_{b0}^3.$$

Таким образом, окончательно получим

$$\varphi_t = E_0 \left[ (W+a)\ln\left| \frac{\sigma_{b0}}{\sigma_b} \right| - \left( W+a - \frac{2b}{\Psi} + \frac{3c}{\Psi^2} - \frac{4d}{\Psi^3} + \frac{5e}{\Psi^4} \right) \ln\left| \frac{\Psi\sigma_{b0}+1}{\Psi\sigma_b+1} \right| + \right. \\ \left. + \left( \frac{3c}{\Psi} - \frac{4d}{\Psi^2} + \frac{5e}{\Psi^3} \right) (\sigma_{b0} - \sigma_b) + \left( \frac{2d}{\Psi} - \frac{5e}{2\Psi^2} \right) (\sigma_{b0}^2 - \sigma_b^2) + \frac{5e}{3\Psi} (\sigma_{b0}^3 - \sigma_b^3) \right], \quad (2.2.23)$$

где  $W$  – коэффициент, определяемый по отношению (2.2.11).

Учитывая, что напряжения в сжатом железобетонном элементе не могут быть отрицательными и равными нулю  $\sigma_{b0} > 0$ ,  $\sigma_b > 0$  раскроем модуль:

$$\varphi_t = E_0 \left[ (W+a)\ln\left( \frac{\sigma_{b0}}{\sigma_b} \right) - \left( W+a - \frac{2b}{\Psi} + \frac{3c}{\Psi^2} - \frac{4d}{\Psi^3} + \frac{5e}{\Psi^4} \right) \ln\left( \frac{\Psi\sigma_{b0}+1}{\Psi\sigma_b+1} \right) + \right. \\ \left. + \left( \frac{3c}{\Psi} - \frac{4d}{\Psi^2} + \frac{5e}{\Psi^3} \right) (\sigma_{b0} - \sigma_b) + \left( \frac{2d}{\Psi} - \frac{5e}{2\Psi^2} \right) (\sigma_{b0}^2 - \sigma_b^2) + \frac{5e}{3\Psi} (\sigma_{b0}^3 - \sigma_b^3) \right]. \quad (2.2.24)$$

$$+ \left( \frac{3c}{\Psi} - \frac{4d}{\Psi^2} + \frac{5e}{\Psi^3} \right) (\sigma_{b0} - \sigma_b) + \left( \frac{2d}{\Psi} - \frac{5e}{2\Psi^2} \right) (\sigma_{b0}^2 - \sigma_b^2) + \frac{5e}{3\Psi} (\sigma_{b0}^3 - \sigma_b^3) \Big].$$

Для упрощения полученных выражений можно ограничиться применением четырех, трех или двух слагаемых формулы (2.1.15). Для этого необходимо приравнять нулю соответствующие коэффициенты.

В частности, при коэффициенте  $e = 0$ , уравнения (2.2.21) и (2.2.24) примут вид:

$$\begin{aligned} \varphi_t = E_0 \left[ -\frac{1+aZ}{Z} \ln \left| \frac{L-Z\varepsilon}{L-Z\varepsilon_0} \right| + \left( \frac{1+aZ}{Z} - \frac{2b}{\Psi} + \frac{3c}{\Psi^2} - \frac{4d}{\Psi^3} \right) \ln \left| \frac{\Psi(L-Z\varepsilon)+1}{\Psi(L-Z\varepsilon_0)+1} \right| + \right. \\ \left. + \frac{Z}{\Psi} \left[ 3c + 4d \left( L - \frac{1}{\Psi} \right) \right] (\varepsilon - \varepsilon_0) - \frac{2dZ^2}{\Psi} (\varepsilon^2 - \varepsilon_0^2), \right. \end{aligned} \quad (2.2.25)$$

$$\begin{aligned} \varphi_t = E_0 \left[ (W+a) \ln \left( \frac{\sigma_{b0}}{\sigma_b} \right) - \left( W+a - \frac{2b}{\Psi} + \frac{3c}{\Psi^2} - \frac{4d}{\Psi^3} \right) \ln \left( \frac{\Psi\sigma_{b0}+1}{\Psi\sigma_b+1} \right) + \right. \\ \left. + \left( \frac{3c}{\Psi} - \frac{4d}{\Psi^2} \right) (\sigma_{b0} - \sigma_b) + \frac{2d}{\Psi} (\sigma_{b0}^2 - \sigma_b^2) \right]. \end{aligned} \quad (2.2.26)$$

При коэффициентах  $e = 0$  и  $d = 0$ , из уравнений (2.2.21) и (2.2.24) имеем:

$$\varphi_t = E_0 \left[ -\frac{1+aZ}{Z} \ln \left| \frac{L-Z\varepsilon}{L-Z\varepsilon_0} \right| + \left( \frac{1+aZ}{Z} - \frac{2b}{\Psi} + \frac{3c}{\Psi^2} \right) \ln \left| \frac{\Psi(L-Z\varepsilon)+1}{\Psi(L-Z\varepsilon_0)+1} \right| + \frac{3cZ}{\Psi} (\varepsilon - \varepsilon_0) \right], \quad (2.2.27)$$

$$\varphi_t = E_0 \left[ (W+a) \ln \left( \frac{\sigma_{b0}}{\sigma_b} \right) - \left( W+a - \frac{2b}{\Psi} + \frac{3c}{\Psi^2} \right) \ln \left( \frac{\Psi\sigma_{b0}+1}{\Psi\sigma_b+1} \right) + \frac{3c}{\Psi} (\sigma_{b0} - \sigma_b) \right]. \quad (2.2.28)$$

В варианте когда диаграмма мгновенной нелинейности бетона описывается первыми двумя членами ряда (2.1.15), тогда в итоге получим

$$\varphi_t = E_0 \left[ -\frac{1+aZ}{Z} \ln \left| \frac{L-Z\varepsilon}{L-Z\varepsilon_0} \right| + \left( \frac{1+aZ}{Z} - \frac{2b}{\Psi} \right) \ln \left| \frac{\Psi(L-Z\varepsilon)+1}{\Psi(L-Z\varepsilon_0)+1} \right| \right], \quad (2.2.29)$$

$$\varphi_t = E_0 \left[ (W+a) \ln \left( \frac{\sigma_{b0}}{\sigma_b} \right) - \left( W+a - \frac{2b}{\Psi} \right) \ln \left( \frac{\Psi\sigma_{b0}+1}{\Psi\sigma_b+1} \right) \right]. \quad (2.2.30)$$

Аналогичным образом строятся решения при применении уравнения (2.2.4).

Для сравнительного анализа приведем формулы, связывающие характеристику ползучести  $\varphi_t$  либо с деформациями железобетона  $\varepsilon$ , либо с напряжениями в бетоне  $\sigma_b$ , полученные в нелинейной

теории старения с использованием закона Гука для мгновенных деформаций при совместном решении в системе уравнений формул (2.2.3) и (2.2.8):

$$\varphi_t = E_0 \left[ -\frac{1+aZ}{Z} \ln \left| \frac{L-Z\varepsilon}{L-Z\varepsilon_0} \right| + \frac{1+aZ}{Z} \ln \left| \frac{\beta(L-Z\varepsilon)+1}{\beta(L-Z\varepsilon_0)+1} \right| \right], \quad (2.2.31)$$

$$\varphi_t = E_0 \left[ (W+a) \ln \left( \frac{\sigma_{b0}}{\sigma_b} \right) - (W+a) \ln \left( \frac{\beta\sigma_{b0}+1}{\beta\sigma_b+1} \right) \right]. \quad (2.2.32)$$

Из уравнения (2.2.32) выразим напряжения в бетоне  $\sigma_b$ :

$$\sigma_b = \frac{\sigma_{b0}}{e^{\frac{\varphi_t}{E_0(W+a)}} (\beta\sigma_{b0}+1) - \beta\sigma_{b0}}, \quad (2.2.33)$$

где  $a = \frac{1}{E(t)}$ ;  $W$  – постоянный коэффициент, определяемый по формуле (2.2.11);

$\varphi_t$  – характеристика ползучести бетона, определяемая функцией

$$\varphi_t = \varphi_\infty (1 - e^{-\gamma t}), \quad (2.2.34)$$

здесь  $\gamma$  – опытный постоянный коэффициент,  $\gamma = 0,03$  [6];  $\varphi_\infty$  – предельная характеристика ползучести (коэффициент ползучести).

Формула (2.2.33) с учетом подстановки функции (2.2.34) примет вид

$$\sigma_b = \frac{\sigma_{b0}}{e^{\frac{\varphi_\infty(1-e^{-\gamma t})}{E_0(W+a)}} (\beta\sigma_{b0}+1) - \beta\sigma_{b0}}. \quad (2.2.35)$$

При  $\beta = 0$  из уравнения (2.2.35) имеем

$$\sigma_b = \frac{\sigma_{b0}}{e^{\frac{\varphi_\infty(1-e^{-\gamma t})}{E_0(W+a)}}}. \quad (2.2.36)$$

Если рассматривается линейная ползучесть, то уравнение линейной теории старения при учете мгновенной нелинейности бетона записывается в виде:

$$\dot{\varepsilon} = (a + 2b\sigma_b + 3c\sigma_b^2 + 4d\sigma_b^3 + 5e\sigma_b^4) \dot{\sigma}_b + \frac{1}{E_0} \dot{\varphi}_t \sigma_b. \quad (2.2.37)$$

Отметим важные преимущества применения теории старения бетона для исследования изменения напряжений в бетоне и деформаций в о времени с учетом мгновенной нелинейности бетона и нелинейной ползучести:

- дифференциальные уравнения позволяют получить разрешающие уравнения для определения напряжений и деформаций в бетоне и арматуре;
- постоянные коэффициенты  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  и  $e$ , входящие в слагаемые правой части функции (2.1.15), сохраняются в процессе решения, благодаря чему обеспечивается математическая связь с формулой *Eurocode 2* и учитываются нелинейные свойства бетона, в том числе касательный модуль деформаций;
- характеристики бетона и арматуры, которые содержатся в слагаемых дифференциальных уравнений, могут быть либо с достаточной точностью получены экспериментально, либо позаимствованы из имеющейся нормативной литературы;
- расчетный аппарат теории старения позволяет получить в явном виде выражение для характеристики ползучести бетона с учетом мгновенных нелинейных свойств бетона;
- полученные в главе 3 экспериментальные данные (см. раздел 3.8) показали, что уточненная нелинейная теория старения позволяет снижать погрешность расчетов до 16 %.

### 2.3. Расчет железобетонных элементов при совместном учете мгновенной нелинейности и ползучести бетона на основе теории упруго-ползучего тела

В теории упруго-ползучего тела и упругой наследственности бетона для учета нелинейной зависимости между мгновенными деформациями и напряжениями используем метод, основанный на использовании функции  $\Phi(\sigma_b)$ . Этот метод развивает идеи Работнова Ю. Н., Бондаренко В. М., Качанова Л. М., Ржаницына А. Р. и характерен следующей идеей: вместо напряжения  $\sigma_b$  в качестве новой переменной вводится новая функция напряжения  $\Phi(\sigma_b)$ , которая обладает всеми свойствами напряжения  $\sigma_b$ , в том числе и размерностью.

Уравнение линейной теории упруго-ползучего тела при переменном модуле упругости бетона (1.2.13) после введения функции  $\Phi(\sigma_b)$  имеет вид:

$$[\Phi(\sigma_b)]'' + \left( \gamma - \frac{\dot{E}}{E^2} + \gamma E \theta \right) [\Phi(\sigma_b)]' = E(\ddot{\epsilon} + \gamma \dot{\epsilon}), \quad (2.3.1)$$

где функция  $\Phi(\sigma_b)$  записывается по аналогии с формулой Байкова В. М. (2.1.15):

$$\Phi(\sigma_b) = B_1 \sigma_b + B_2 \sigma_b^2 + B_3 \sigma_b^3 + B_4 \sigma_b^4 + B_5 \sigma_b^5,$$

где коэффициенты

$$B_1 = aE(t), \quad B_2 = bE(t), \quad B_3 = cE(t), \quad B_4 = dE(t), \quad B_5 = eE(t), \quad (2.3.2)$$

здесь коэффициенты  $a, b, c, d$  и  $e$  определяются по формулам (2.1.17) – (2.1.21).

Исключая коэффициент  $B_1$  из последнего уравнения, оно примет вид

$$\Phi(\sigma_b) = \sigma_b + B_2 \sigma_b^2 + B_3 \sigma_b^3 + B_4 \sigma_b^4 + B_5 \sigma_b^5. \quad (2.3.3)$$

Подставив в уравнение ползучести (2.3.1) функцию (2.3.3), получим

$$\begin{aligned} & [\sigma_b + B_2 \sigma_b^2 + B_3 \sigma_b^3 + B_4 \sigma_b^4 + B_5 \sigma_b^5]'' + \left( \gamma - \frac{\dot{E}}{E^2} + \gamma E \theta \right) \times \\ & \times [\sigma_b + B_2 \sigma_b^2 + B_3 \sigma_b^3 + B_4 \sigma_b^4 + B_5 \sigma_b^5]' = E(\ddot{\epsilon} + \gamma \dot{\epsilon}). \end{aligned} \quad (2.3.4)$$

Продифференцируем отдельно выражения, стоящие в квадратных скобках:

$$\begin{aligned}
& \left[ \sigma_b + B_2 \sigma_b^2 + B_3 \sigma_b^3 + B_4 \sigma_b^4 + B_5 \sigma_b^5 \right]' = \dot{\sigma}_b + \dot{B}_2 \sigma_b^2 + 2B_2 \sigma_b \dot{\sigma}_b + \\
& + \dot{B}_3 \sigma_b^3 + 3B_3 \sigma_b^2 \dot{\sigma}_b + \dot{B}_4 \sigma_b^4 + 4B_4 \sigma_b^3 \dot{\sigma}_b + \dot{B}_5 \sigma_b^5 + 5B_5 \sigma_b^4 \dot{\sigma}_b = \\
& = \dot{B}_2 \sigma_b^2 + \dot{B}_3 \sigma_b^3 + \dot{B}_4 \sigma_b^4 + \dot{B}_5 \sigma_b^5 + \left( 1 + 2B_2 \sigma_b + 3B_3 \sigma_b^2 + 4B_4 \sigma_b^3 + 5B_5 \sigma_b^4 \right) \dot{\sigma}_b. \\
& \left[ \sigma_b + B_2 \sigma_b^2 + B_3 \sigma_b^3 + B_4 \sigma_b^4 + B_5 \sigma_b^5 \right]'' = (\dot{\sigma}_b)' + \left( \dot{B}_2 \sigma_b^2 + 2B_2 \sigma_b \dot{\sigma}_b \right)' + \\
& + \left( \dot{B}_3 \sigma_b^3 + 3B_3 \sigma_b^2 \dot{\sigma}_b \right)' + \left( \dot{B}_4 \sigma_b^4 + 4B_4 \sigma_b^3 \dot{\sigma}_b \right)' + \left( \dot{B}_5 \sigma_b^5 + 5B_5 \sigma_b^4 \dot{\sigma}_b \right)' = \\
& = \ddot{\sigma}_b + \ddot{B}_2 \sigma_b^2 + 4\dot{B}_2 \sigma_b \dot{\sigma}_b + 2B_2 \dot{\sigma}_b^2 + 2B_2 \sigma_b \ddot{\sigma}_b + \ddot{B}_3 \sigma_b^3 + 6\dot{B}_3 \sigma_b^2 \dot{\sigma}_b + 6B_3 \sigma_b \dot{\sigma}_b^2 + 3B_3 \sigma_b^2 \ddot{\sigma}_b + \\
& + \ddot{B}_4 \sigma_b^4 + 8\dot{B}_4 \sigma_b^3 \dot{\sigma}_b + 12B_4 \sigma_b^2 \dot{\sigma}_b^2 + 4B_4 \sigma_b^3 \ddot{\sigma}_b + \ddot{B}_5 \sigma_b^5 + 10\dot{B}_5 \sigma_b^4 \dot{\sigma}_b + 20B_5 \sigma_b^3 \dot{\sigma}_b^2 + 5B_5 \sigma_b^4 \ddot{\sigma}_b = \\
& = \ddot{B}_2 \sigma_b^2 + \ddot{B}_3 \sigma_b^3 + \ddot{B}_4 \sigma_b^4 + \ddot{B}_5 \sigma_b^5 + \left( 1 + 2B_2 \sigma_b + 3B_3 \sigma_b^2 + 4B_4 \sigma_b^3 + 5B_5 \sigma_b^4 \right) \ddot{\sigma}_b + \\
& + \left( 2B_2 + 6B_3 \sigma_b + 12B_4 \sigma_b^2 + 20B_5 \sigma_b^3 \right) \dot{\sigma}_b^2 + \left( 4\dot{B}_2 \sigma_b + 6\dot{B}_3 \sigma_b^2 + 8\dot{B}_4 \sigma_b^3 + 10\dot{B}_5 \sigma_b^4 \right) \dot{\sigma}_b.
\end{aligned}$$

Тогда уравнение (2.3.4) примет вид

$$\begin{aligned}
& \ddot{B}_2 \sigma_b^2 + \ddot{B}_3 \sigma_b^3 + \ddot{B}_4 \sigma_b^4 + \ddot{B}_5 \sigma_b^5 + \left( 1 + 2B_2 \sigma_b + 3B_3 \sigma_b^2 + 4B_4 \sigma_b^3 + 5B_5 \sigma_b^4 \right) \ddot{\sigma}_b + \\
& + \left( 2B_2 + 6B_3 \sigma_b + 12B_4 \sigma_b^2 + 20B_5 \sigma_b^3 \right) \dot{\sigma}_b^2 + \left( 4\dot{B}_2 \sigma_b + 6\dot{B}_3 \sigma_b^2 + 8\dot{B}_4 \sigma_b^3 + 10\dot{B}_5 \sigma_b^4 \right) \dot{\sigma}_b + \\
& + \left( \gamma - \frac{\dot{E}}{E^2} + \gamma E \theta \right) \left[ \dot{B}_2 \sigma_b^2 + \dot{B}_3 \sigma_b^3 + \dot{B}_4 \sigma_b^4 + \dot{B}_5 \sigma_b^5 + \right. \\
& \left. + \left( 1 + 2B_2 \sigma_b + 3B_3 \sigma_b^2 + 4B_4 \sigma_b^3 + 5B_5 \sigma_b^4 \right) \dot{\sigma}_b \right] = E(\ddot{\epsilon} + \gamma \dot{\epsilon}).
\end{aligned} \tag{2.3.5}$$

Дифференциальное уравнение второго порядка (2.3.5) – это уточненное уравнение ползучести теории упруго-ползучего тела при переменном во времени модуле мгновенных деформаций, учитывающее нелинейную зависимость для мгновенно-нелинейных деформаций в соответствии с требованием *Eurocode 2*.

При  $E(t) = E_0$  уравнение (2.3.5) записывается в виде

$$\begin{aligned}
& \left( 1 + 2B_2 \sigma_b + 3B_3 \sigma_b^2 + 4B_4 \sigma_b^3 + 5B_5 \sigma_b^4 \right) \ddot{\sigma}_b + \\
& + \left( 2B_2 + 6B_3 \sigma_b + 12B_4 \sigma_b^2 + 20B_5 \sigma_b^3 \right) \dot{\sigma}_b^2 + \\
& + \gamma (1 + E_0 \theta) \left( 1 + 2B_2 \sigma_b + 3B_3 \sigma_b^2 + 4B_4 \sigma_b^3 + 5B_5 \sigma_b^4 \right) \dot{\sigma}_b = E_0 (\ddot{\epsilon} + \gamma \dot{\epsilon}).
\end{aligned} \tag{2.3.6}$$

Продолжаем рассматривать задачу о сжатом железобетонном элементе, условие которой приведено стр. 14. Допущение об упругой работе арматуры позволяет записать уравнение

$$N = A_b \cdot \sigma_b + A_s \cdot E_s \cdot \varepsilon. \quad (2.3.7)$$

Зададим начальные условия:

$$\varepsilon(0) = \varepsilon_0; \quad \sigma_b(0) = \sigma_{b0}; \quad \dot{\sigma}_b(0) = \dot{\sigma}_{b0}; \quad \dot{\varepsilon}(0) = \dot{\varepsilon}_0. \quad (2.3.8)$$

Решим задачу для случая постоянного модуля мгновенных деформаций. Численное интегрирование дифференциального уравнения (2.3.6) основано на его сведении к дифференциальному уравнению первого порядка путем введения новых переменных

$$\dot{\sigma}_b = p, \quad \dot{\varepsilon} = q.$$

Для удобства вычислений обозначим

$$\Xi = 1 + 2B_2\sigma_b + 3B_3\sigma_b^2 + 4B_4\sigma_b^3 + 5B_5\sigma_b^4; \quad \Gamma = \gamma(1 + E_0\theta); \quad (2.3.9)$$

$$K = 2B_2 + 6B_3\sigma_b + 12B_4\sigma_b^2 + 20B_5\sigma_b^3;$$

тогда уравнение (2.3.6) примет вид

$$\Xi \ddot{\sigma}_b + K \dot{\sigma}_b^2 + \Gamma \Xi \dot{\sigma}_b = E \ddot{\varepsilon} + \gamma E \dot{\varepsilon}. \quad (2.3.10)$$

Дифференцируя уравнения (2.2.13) и (2.2.15), получим

$$\ddot{\varepsilon} = -W \ddot{\sigma}_b; \quad (2.3.11)$$

$$\ddot{\sigma}_b = -Z \ddot{\varepsilon}. \quad (2.3.12)$$

Для численного решения уравнения (2.3.10) его достаточно свести к следующей системе дифференциальных уравнений, предварительно подставив в него выражения для  $\dot{\varepsilon}$ ,  $\ddot{\varepsilon}$ ,  $\ddot{\sigma}_b$  и  $\dot{\sigma}_b$ :

$$\begin{cases} \Xi \ddot{\sigma}_b + K \dot{\sigma}_b^2 + \Gamma \Xi \dot{\sigma}_b = E \ddot{\varepsilon} + \gamma E \dot{\varepsilon} = E(-W) \ddot{\sigma}_b + \gamma E(-W) \dot{\sigma}_b \\ \Xi(-Z \ddot{\varepsilon}) + K(-Z \dot{\varepsilon})^2 + \Gamma \Xi(-Z \dot{\varepsilon}) = E \ddot{\varepsilon} + \gamma E \dot{\varepsilon} \end{cases},$$

которая в переменных  $\dot{p}$  и  $\dot{q}$  записывается в виде

$$\begin{cases} (\Xi + EW) \dot{p} = -\gamma EW p - K p^2 - \Gamma \Xi p \\ -\Xi Z \dot{q} - K Z q^2 - \Gamma \Xi Z q = E \dot{q} + \gamma E q \end{cases},$$

что тождественно

$$\begin{cases} \dot{p} = -\frac{Kp^2 + \gamma EWp + \Gamma \Xi p}{\Xi + EW} \\ \dot{q} = -\frac{KZ q^2 + \Gamma \Xi Zq + \gamma E q}{\Xi Z + E} \end{cases} \quad (2.3.13)$$

где коэффициенты  $K$ ,  $\Xi$  и  $\Gamma$  определяются по выражениям (2.3.9).

Систему уравнений (2.3.13) необходимо численно интегрировать с помощью специальных пакетов математических программ *Mathematica 9*, *MATLAB 8.2*, *Maple 17* и др.

#### 2.4. Расчет железобетонных элементов с использованием теории упругой наследственности бетона с учетом мгновенной нелинейности бетона

Учет нелинейной зависимости между мгновенными деформациями и напряжениями в линейной теории упругой наследственности осуществляем по аналогии с теорией упруго-ползучего тела с помощью введения функции  $\Phi(\sigma_b)$ :

$$[\Phi(\sigma_b)]' + \gamma(1 + \gamma E_0 C_0)\Phi(\sigma_b) = E_0(\dot{\varepsilon} + \gamma\varepsilon), \quad (2.4.1)$$

где  $\gamma$ ,  $C_0$ ,  $E_0$  – постоянные коэффициенты.

Подставив выражение (2.3.3) в уравнение (2.4.1), получим

$$\begin{aligned} (1 + 2B_2\sigma_b + 3B_3\sigma_b^2 + 4B_4\sigma_b^3 + 5B_5\sigma_b^4)\dot{\sigma}_b + \\ + \gamma(1 + E_0 C_0)(\sigma_b + B_2\sigma_b^2 + B_3\sigma_b^3 + B_4\sigma_b^4 + B_5\sigma_b^5) = E_0(\dot{\varepsilon} + \gamma\varepsilon). \end{aligned} \quad (2.4.2)$$

Дифференциальное уравнение первого порядка (2.4.2) – это уточненное уравнение ползучести теории упругой наследственности, учитывающее нелинейность мгновенных деформаций в соответствии с требованием *Eurocode 2*.

Продолжаем рассматривать задачу о сжатом железобетонном элементе, приведенную на стр. 14. Допущение об упругой работе арматуры позволяет записать уравнение равновесия

$$N = A_b \cdot \sigma_b + A_s \cdot E_s \cdot \varepsilon. \quad (2.4.3)$$

Зададим начальные условия:

$$\varepsilon(0) = \varepsilon_0, \quad (2.4.4)$$

$$\sigma_b(0) = \sigma_{b0}. \quad (2.4.5)$$

Для численного решения уравнения (2.4.2) его достаточно свести к следующей системе дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{\sigma}_b = F(\sigma_b, \varepsilon) \\ \dot{\varepsilon} = G(\sigma_b, \varepsilon) \end{cases}.$$

Подставив в уравнение ползучести (2.4.2) соотношения (2.2.13) и (2.2.15) для  $\dot{\varepsilon}$  и  $\dot{\sigma}_b$ , имеем

$$\begin{cases} (1 + 2B_2\sigma_b + 3B_3\sigma_b^2 + 4B_4\sigma_b^3 + 5B_5\sigma_b^4)\dot{\sigma}_b + E_0W\dot{\sigma}_b = \\ \quad = \gamma E_0\varepsilon - \gamma(1 + E_0C_0)(\sigma_b + B_2\sigma_b^2 + B_3\sigma_b^3 + B_4\sigma_b^4 + B_5\sigma_b^5), \\ (1 + 2B_2\sigma_b + 3B_3\sigma_b^2 + 4B_4\sigma_b^3 + 5B_5\sigma_b^4)(-Z\dot{\varepsilon}) - E_0\dot{\varepsilon} = \\ \quad = \gamma E_0\varepsilon - \gamma(1 + E_0C_0)(\sigma_b + B_2\sigma_b^2 + B_3\sigma_b^3 + B_4\sigma_b^4 + B_5\sigma_b^5) \end{cases},$$

что тождественно

$$\begin{cases} \dot{\sigma}_b = \frac{\gamma E_0\varepsilon - \gamma(1 + E_0C_0)(\sigma_b + B_2\sigma_b^2 + B_3\sigma_b^3 + B_4\sigma_b^4 + B_5\sigma_b^5)}{1 + E_0W + 2B_2\sigma_b + 3B_3\sigma_b^2 + 4B_4\sigma_b^3 + 5B_5\sigma_b^4} \\ \dot{\varepsilon} = \frac{-Z(1 + 2B_2\sigma_b + 3B_3\sigma_b^2 + 4B_4\sigma_b^3 + 5B_5\sigma_b^4)}{\gamma E_0\varepsilon - \gamma(1 + E_0C_0)(\sigma_b + B_2\sigma_b^2 + B_3\sigma_b^3 + B_4\sigma_b^4 + B_5\sigma_b^5)} \end{cases}. \quad (2.4.6)$$

Систему уравнений (2.4.6) необходимо численно интегрировать с помощью специальных пакетов математических программ *Mathematica 9*, *MATLAB 8.2*, *Maple 17* и др.

В рамках уточненной теории упругой наследственности существует возможность получить аналитическое решение для уравнения (2.4.1) если ограничиться для функции  $\Phi(\sigma_b)$  первыми двумя членами ряда (2.3.3). В этом случае уравнение (2.4.1) примет вид

$$(1 + 2B_2\sigma_b)\dot{\sigma}_b + \gamma(1 + E_0C_0)(\sigma_b + B_2\sigma_b^2) = E_0(\dot{\varepsilon} + \gamma\varepsilon). \quad (2.4.7)$$

Подставим равенства (2.2.12) и (2.2.13) для  $\varepsilon$  и  $\dot{\varepsilon}$  в уравнение (2.4.7) и выполним преобразования

$$\begin{aligned} (1 + 2B_2\sigma_b)\dot{\sigma}_b + \gamma(1 + E_0C_0)(\sigma_b + B_2\sigma_b^2) &= -E_0W\dot{\sigma}_b + \gamma E_0(X - W\sigma_b), \\ (1 + E_0W + 2B_2\sigma_b)\dot{\sigma}_b &= -\gamma(1 + E_0C_0)\sigma_b - \gamma B_2(1 + E_0C_0)\sigma_b^2 + \gamma E_0X - \gamma E_0W\sigma_b, \end{aligned}$$

$$(1 + E_0W + 2B_2\sigma_b)\dot{\sigma}_b = -\gamma B_2(1 + E_0C_0)\sigma_b^2 - \gamma(1 + E_0C_0 + E_0W)\sigma_b + \gamma E_0X.$$

Полученное уравнение представим в виде

$$(K + 2B_2\sigma_b)\dot{\sigma}_b = -M\sigma_b^2 - Q\sigma_b + P, \quad (2.4.8)$$

где коэффициенты  $K$ ,  $M$ ,  $Q$  и  $P$  определяются по формулам

$$\begin{aligned} K &= 1 + E_0W; & M &= \gamma B_2(1 + E_0C_0); \\ Q &= \gamma(1 + E_0C_0 + E_0W); & P &= \gamma E_0X. \end{aligned} \quad (2.4.9)$$

Решим уравнение (2.4.8) относительно напряжений в бетоне  $\sigma_b$ .

Из уравнения (2.4.8) следует

$$-\int \frac{2B_2\sigma_b + K}{M\sigma_b^2 + Q\sigma_b - P} d\sigma_b = \int dt, \quad (2.4.10)$$

Рассмотрим отдельно левую часть уравнения (2.4.10). Преобразуем интеграл левой части, обозначив его через  $I_1$

$$I_1 = -\int \frac{2B_2\sigma_b + K}{M\sigma_b^2 + Q\sigma_b - P} d\sigma_b = -\frac{B_2}{M} \int \frac{2\sigma_b + \frac{Q}{M} + \left(K - \frac{Q}{M}\right)}{\sigma_b^2 + \frac{Q}{M}\sigma_b - \frac{P}{M}} d\sigma_b.$$

Последний интеграл представим в виде суммы двух интегралов

$$I_1 = -\frac{B_2}{M} \int \frac{2\sigma_b + \frac{Q}{M}}{\sigma_b^2 + \frac{Q}{M}\sigma_b - \frac{P}{M}} d\sigma_b - \frac{B_2}{M} \left(K - \frac{Q}{M}\right) \int \frac{1}{\sigma_b^2 + \frac{Q}{M}\sigma_b - \frac{P}{M}} d\sigma_b.$$

В первом интеграле подведем часть подынтегральной функции под знак дифференциала. Во втором интеграле стоящий в знаменателе трехчлен представим в виде разности квадратов:

$$I_1 = -\frac{B_2}{M} \int \frac{d\left(\sigma_b^2 + \frac{Q}{M}\sigma_b - \frac{P}{M}\right)}{\sigma_b^2 + \frac{Q}{M}\sigma_b - \frac{P}{M}} - \frac{B_2}{M} \left(K - \frac{Q}{M}\right) \int \frac{1}{\left(\sigma_b + \frac{Q}{2M}\right)^2 - \left[\left(\frac{Q}{2M}\right)^2 + \frac{P}{M}\right]} d\sigma_b. \quad (2.4.11)$$

Первый интеграл сводится к табличному виду путем замены  $z = \sigma_b^2 + \frac{Q}{M}\sigma_b - \frac{P}{M}$ , во втором интеграле положим

$$\left(\frac{Q}{2M}\right)^2 + \frac{P}{M} = \pm k^2,$$

где знак плюс или минус берется в зависимости от того, будет ли выражение стоящее слева положительным или отрицательным (случай равенства нулю приведен отдельно).

Рассмотрим все возможные случаи.

1. Пусть  $\left(\frac{Q}{2M}\right)^2 + \frac{P}{M} < 0$ , в этом случае имеем

$$\left(\frac{Q}{2M}\right)^2 + \frac{P}{M} = -k^2.$$

Возвращаясь к уравнению (2.4.10) и, учитывая преобразования (2.4.11), получим

$$-\frac{B_2}{M} \ln \left| \sigma_b^2 + \frac{Q}{M}\sigma_b - \frac{P}{M} \right| - \frac{B_2}{M} \left(K - \frac{Q}{M}\right) \frac{1}{k} \operatorname{arctg} \left[ \frac{1}{k} \left( \sigma_b + \frac{Q}{2M} \right) \right] = t + C_1,$$

где  $C_1$  – постоянная, определяемая из начальных условий.

Подставим начальные условия (2.4.5) и определим значение постоянной  $C_1$ :

$$C_1 = -\frac{B_2}{M} \ln \left| \sigma_{b0}^2 + \frac{Q}{M}\sigma_{b0} - \frac{P}{M} \right| - \frac{B_2}{M} \left(K - \frac{Q}{M}\right) \frac{1}{k} \operatorname{arctg} \left[ \frac{1}{k} \left( \sigma_{b0} + \frac{Q}{2M} \right) \right].$$

Таким образом, получим

$$-\frac{B_2}{M} \ln \left| \sigma_b^2 + \frac{Q}{M}\sigma_b - \frac{P}{M} \right| - \frac{B_2}{M} \left(K - \frac{Q}{M}\right) \frac{1}{k} \operatorname{arctg} \left[ \frac{1}{k} \left( \sigma_b + \frac{Q}{2M} \right) \right] =$$

$$= t - \frac{B_2}{M} \ln \left| \sigma_{b0}^2 + \frac{Q}{M} \sigma_{b0} - \frac{P}{M} \right| - \frac{B_2}{M} \left( K - \frac{Q}{M} \right) \frac{1}{k} \operatorname{arctg} \left[ \frac{1}{k} \left( \sigma_{b0} + \frac{Q}{2M} \right) \right],$$

что тождественно

$$\begin{aligned} & -\frac{B_2}{M} \ln \left| \frac{\sigma_b^2 + \frac{Q}{M} \sigma_b - \frac{P}{M}}{\sigma_{b0}^2 + \frac{Q}{M} \sigma_{b0} - \frac{P}{M}} \right| - \frac{B_2}{M} \left( K - \frac{Q}{M} \right) \frac{1}{k} \times \\ & \times \left\{ \operatorname{arctg} \left[ \frac{1}{k} \left( \sigma_b + \frac{Q}{2M} \right) \right] - \operatorname{arctg} \left[ \frac{1}{k} \left( \sigma_{b0} + \frac{Q}{2M} \right) \right] \right\} = t. \end{aligned} \quad (2.4.12)$$

2. Пусть  $\left( \frac{Q}{2M} \right)^2 + \frac{P}{M} = 0$ , тогда при интегрировании уравнения (2.4.10) с

учетом преобразований (2.4.11), имеем

$$-\frac{B_2}{M} \ln \left| \sigma_b^2 + \frac{Q}{M} \sigma_b - \frac{P}{M} \right| + \frac{B_2}{M} \left( K - \frac{Q}{M} \right) \frac{1}{\sigma_b + \frac{Q}{2M}} = t + C_2,$$

где  $C_2$  – постоянная, определяемая из начальных условий.

Подставим начальные условия (2.4.5) и определим значение постоянной  $C_2$ :

$$C_2 = -\frac{B_2}{M} \ln \left| \sigma_{b0}^2 + \frac{Q}{M} \sigma_{b0} - \frac{P}{M} \right| + \frac{B_2}{M} \left( K - \frac{Q}{M} \right) \frac{1}{\sigma_{b0} + \frac{Q}{2M}}.$$

Таким образом, окончательно получим

$$\begin{aligned} & -\frac{B_2}{M} \ln \left| \frac{\sigma_b^2 + \frac{Q}{M} \sigma_b - \frac{P}{M}}{\sigma_{b0}^2 + \frac{Q}{M} \sigma_{b0} - \frac{P}{M}} \right| + \frac{B_2}{M} \left( K - \frac{Q}{M} \right) \frac{1}{\sigma_b + \frac{Q}{2M}} = \\ & = t - \frac{B_2}{M} \ln \left| \sigma_{b0}^2 + \frac{Q}{M} \sigma_{b0} - \frac{P}{M} \right| + \frac{B_2}{M} \left( K - \frac{Q}{M} \right) \frac{1}{\sigma_{b0} + \frac{Q}{2M}}, \end{aligned}$$

то есть

$$-\frac{B_2}{M} \ln \left| \frac{\sigma_b^2 + \frac{Q}{M} \sigma_b - \frac{P}{M}}{\sigma_{b0}^2 + \frac{Q}{M} \sigma_{b0} - \frac{P}{M}} \right| + \frac{B_2}{M} \left( K - \frac{Q}{M} \right) \left( \frac{1}{\sigma_b + \frac{Q}{2M}} - \frac{1}{\sigma_{b0} + \frac{Q}{2M}} \right) = t. \quad (2.4.13)$$

3. Пусть  $\left(\frac{Q}{2M}\right)^2 + \frac{P}{M} > 0$ , в этом случае имеем

$$\left(\frac{Q}{2M}\right)^2 + \frac{P}{M} = k^2.$$

Возвращаясь к уравнению (2.4.10) и учитывая преобразования (2.4.11), получим

$$-\frac{B_2}{M} \ln \left| \sigma_b^2 + \frac{Q}{M} \sigma_b - \frac{P}{M} \right| + \frac{B_2}{M} \left( K - \frac{Q}{M} \right) \frac{1}{2k} \ln \left| \frac{\sigma_b + \frac{Q}{2M} - k}{\sigma_b + \frac{Q}{2M} + k} \right| = t + C_3,$$

где  $C_3$  – постоянная, определяемая из начальных условий.

Подставим начальные условия (2.4.5) и определим значение постоянной  $C_3$ :

$$C_3 = -\frac{B_2}{M} \ln \left| \sigma_{b0}^2 + \frac{Q}{M} \sigma_{b0} - \frac{P}{M} \right| + \frac{B_2}{M} \left( K - \frac{Q}{M} \right) \frac{1}{2k} \ln \left| \frac{\sigma_{b0} + \frac{Q}{2M} - k}{\sigma_{b0} + \frac{Q}{2M} + k} \right|.$$

Таким образом, окончательно получим

$$\begin{aligned} -\frac{B_2}{M} \ln \left| \sigma_b^2 + \frac{Q}{M} \sigma_b - \frac{P}{M} \right| + \frac{B_2}{M} \left( K - \frac{Q}{M} \right) \frac{1}{2k} \ln \left| \frac{\sigma_b + \frac{Q}{2M} - k}{\sigma_b + \frac{Q}{2M} + k} \right| = \\ = t - \frac{B_2}{M} \ln \left| \sigma_{b0}^2 + \frac{Q}{M} \sigma_{b0} - \frac{P}{M} \right| + \frac{B_2}{M} \left( K - \frac{Q}{M} \right) \frac{1}{2k} \ln \left| \frac{\sigma_{b0} + \frac{Q}{2M} - k}{\sigma_{b0} + \frac{Q}{2M} + k} \right|, \end{aligned}$$

что тождественно

$$\begin{aligned} -\frac{B_2}{M} \ln \left| \frac{\sigma_b^2 + \frac{Q}{M} \sigma_b - \frac{P}{M}}{\sigma_{b0}^2 + \frac{Q}{M} \sigma_{b0} - \frac{P}{M}} \right| + \\ + \frac{B_2}{M} \left( K - \frac{Q}{M} \right) \frac{1}{2k} \ln \left| \frac{\left( \sigma_b + \frac{Q}{2M} - k \right) \left( \sigma_{b0} + \frac{Q}{2M} + k \right)}{\left( \sigma_b + \frac{Q}{2M} + k \right) \left( \sigma_{b0} + \frac{Q}{2M} - k \right)} \right| = t, \end{aligned} \quad (2.4.14)$$

где коэффициенты  $M$ ,  $P$ ,  $Q$  и  $K$  определяются по отношениям (2.4.9), а коэффициент  $B_2$  – по (2.3.2).

Решим уравнение (2.4.8) относительно деформаций  $\varepsilon$ .

Подставим в уравнение (2.4.8) равенства (2.2.14) и (2.2.15) для  $\sigma_b$  и  $\dot{\sigma}_b$  и выполним ряд последовательных преобразований

$$\begin{aligned} -[K + 2B_2(L - Z\varepsilon)]Z\dot{\varepsilon} &= -M(L - Z\varepsilon)^2 - Q(L - Z\varepsilon) + P, \\ -(K + 2B_2L - 2B_2Z\varepsilon)Z\dot{\varepsilon} &= -ML^2 + 2LZM\varepsilon - MZ^2\varepsilon^2 - QL + QZ\varepsilon + P, \\ \dot{\varepsilon} &= \frac{-MZ^2\varepsilon^2 + (QZ + 2LZM)\varepsilon - (QL + ML^2 - P)}{2B_2Z^2\varepsilon - (2ZB_2L + ZK)}, \end{aligned}$$

что тождественно

$$-\int \frac{2B_2Z^2\varepsilon - S}{MZ^2\varepsilon^2 - T\varepsilon + U} d\varepsilon = \int dt, \quad (2.4.15)$$

где обозначены постоянные коэффициенты

$$S = 2ZB_2L + ZK, \quad T = QZ + 2LZM, \quad U = QL + ML^2 - P. \quad (2.4.16)$$

Рассмотрим отдельно левую часть уравнения, обозначив ее через  $I_2$

$$I_2 = -\frac{B_2Z^2}{MZ^2} \int \frac{2\varepsilon - \frac{S}{B_2Z^2}}{\varepsilon^2 - \frac{T}{MZ^2}\varepsilon + \frac{U}{MZ^2}} d\varepsilon = -\frac{B_2}{M} \int \frac{2\varepsilon - \frac{T}{MZ^2} + \left(\frac{T}{MZ^2} - \frac{S}{B_2Z^2}\right)}{\varepsilon^2 - \frac{T}{MZ^2}\varepsilon + \frac{U}{MZ^2}} d\varepsilon.$$

Представим последний интеграл в виде суммы двух интегралов

$$I_2 = -\frac{B_2}{M} \int \frac{2\varepsilon - \frac{T}{MZ^2}}{\varepsilon^2 - \frac{T}{MZ^2}\varepsilon + \frac{U}{MZ^2}} d\varepsilon - \frac{B_2}{M} \left(\frac{T}{MZ^2} - \frac{S}{B_2Z^2}\right) \int \frac{1}{\varepsilon^2 - \frac{T}{MZ^2}\varepsilon + \frac{U}{MZ^2}} d\varepsilon.$$

В первом интеграле подведем часть подынтегральной функции под знак дифференциала. Во втором интеграле стоящий в знаменателе трехчлен представим в виде разности квадратов

$$I_2 = -\frac{B_2}{M} \int \frac{d\left(\varepsilon^2 - \frac{T}{MZ^2}\varepsilon + \frac{U}{MZ^2}\right)}{\varepsilon^2 - \frac{T}{MZ^2}\varepsilon + \frac{U}{MZ^2}} d\varepsilon - \frac{B_2}{M} \left(\frac{T}{MZ^2} - \frac{S}{B_2 Z^2}\right) \times$$

$$\times \int \frac{1}{\left(\varepsilon - \frac{T}{2MZ^2}\right)^2 - \left[\left(\frac{T}{2MZ^2}\right)^2 - \frac{U}{MZ^2}\right]} d\varepsilon. \quad (2.4.17)$$

Первый интеграл сводится к табличному виду путем замены  $z = \varepsilon^2 - \frac{T}{MZ^2}\varepsilon + \frac{U}{MZ^2}$  во втором интеграле положим

$$\left(\frac{T}{2MZ^2}\right)^2 - \frac{U}{MZ^2} = \pm k^2,$$

где знак плюс или минус берется в зависимости от того, будет ли выражение стоящее слева положительным или отрицательным (случай равенства нулю приведен отдельно).

Рассмотрим все возможные случаи.

1. Пусть  $\left(\frac{T}{2MZ^2}\right)^2 - \frac{U}{MZ^2} < 0$ , в этом случае имеем

$$\left(\frac{T}{2MZ^2}\right)^2 - \frac{U}{MZ^2} = -k^2.$$

Возвращаясь к уравнению (2.4.15) и, учитывая преобразования (2.4.17), получим

$$-\frac{B_2}{M} \ln \left| \varepsilon^2 - \frac{T}{MZ^2}\varepsilon + \frac{U}{MZ^2} \right| - \frac{B_2}{M} \left(\frac{T}{MZ^2} - \frac{S}{B_2 Z^2}\right) \frac{1}{k} \operatorname{arctg} \left[ \frac{1}{k} \left( \varepsilon - \frac{T}{2MZ^2} \right) \right] = t + C_4,$$

где  $C_4$  – постоянная, определяемая из начальных условий.

Подставим начальные условия (2.4.4) и определим значение постоянной  $C_4$ :

$$C_4 = -\frac{B_2}{M} \ln \left| \varepsilon_0^2 - \frac{T}{MZ^2}\varepsilon_0 + \frac{U}{MZ^2} \right| - \frac{B_2}{M} \left(\frac{T}{MZ^2} - \frac{S}{B_2 Z^2}\right) \frac{1}{k} \operatorname{arctg} \left[ \frac{1}{k} \left( \varepsilon_0 - \frac{T}{2MZ^2} \right) \right].$$

Таким образом, получим

$$\begin{aligned}
& -\frac{B_2}{M} \ln \left| \varepsilon^2 - \frac{T}{MZ^2} \varepsilon + \frac{U}{MZ^2} \right| - \frac{B_2}{M} \left( \frac{T}{MZ^2} - \frac{S}{B_2 Z^2} \right) \frac{1}{k} \operatorname{arctg} \left[ \frac{1}{k} \left( \varepsilon - \frac{T}{2MZ^2} \right) \right] = \\
& = t - \frac{B_2}{M} \ln \left| \varepsilon_0^2 - \frac{T}{MZ^2} \varepsilon_0 + \frac{U}{MZ^2} \right| - \frac{B_2}{M} \left( \frac{T}{MZ^2} - \frac{S}{B_2 Z^2} \right) \frac{1}{k} \operatorname{arctg} \left[ \frac{1}{k} \left( \varepsilon_0 - \frac{T}{2MZ^2} \right) \right].
\end{aligned}$$

то есть

$$\begin{aligned}
& -\frac{B_2}{M} \ln \left| \frac{\varepsilon^2 - \frac{T}{MZ^2} \varepsilon + \frac{U}{MZ^2}}{\varepsilon_0^2 - \frac{T}{MZ^2} \varepsilon_0 + \frac{U}{MZ^2}} \right| - \frac{B_2}{M} \left( \frac{T}{MZ^2} - \frac{S}{B_2 Z^2} \right) \frac{1}{k} \times \\
& \times \left\{ \operatorname{arctg} \left[ \frac{1}{k} \left( \varepsilon - \frac{T}{2MZ^2} \right) \right] - \operatorname{arctg} \left[ \frac{1}{k} \left( \varepsilon_0 - \frac{T}{2MZ^2} \right) \right] \right\} = t
\end{aligned} \tag{2.4.18}$$

2. Пусть  $\left( \frac{T}{2MZ^2} \right)^2 - \frac{U}{MZ^2} = 0$ , тогда при интегрировании уравнения (2.4.15)

с учетом преобразований (2.4.17), имеем

$$-\frac{B_2}{M} \ln \left| \varepsilon^2 - \frac{T}{MZ^2} \varepsilon + \frac{U}{MZ^2} \right| - \frac{B_2}{M} \left( \frac{T}{MZ^2} - \frac{S}{B_2 Z^2} \right) \frac{1}{\varepsilon - \frac{T}{2MZ^2}} = t + C_5,$$

где  $C_5$  – постоянная, определяемая из начальных условий.

Подставим начальные условия (2.4.4) и определим значение постоянной  $C_5$ :

$$C_5 = -\frac{B_2}{M} \ln \left| \varepsilon_0^2 - \frac{T}{MZ^2} \varepsilon_0 + \frac{U}{MZ^2} \right| - \frac{B_2}{M} \left( \frac{T}{MZ^2} - \frac{S}{B_2 Z^2} \right) \frac{1}{\varepsilon_0 - \frac{T}{2MZ^2}}.$$

Таким образом, получим

$$\begin{aligned}
& -\frac{B_2}{M} \ln \left| \varepsilon^2 - \frac{T}{MZ^2} \varepsilon + \frac{U}{MZ^2} \right| - \frac{B_2}{M} \left( \frac{T}{MZ^2} - \frac{S}{B_2 Z^2} \right) \frac{1}{\varepsilon - \frac{T}{2MZ^2}} = \\
& = t - \frac{B_2}{M} \ln \left| \varepsilon_0^2 - \frac{T}{MZ^2} \varepsilon_0 + \frac{U}{MZ^2} \right| - \frac{B_2}{M} \left( \frac{T}{MZ^2} - \frac{S}{B_2 Z^2} \right) \frac{1}{\varepsilon_0 - \frac{T}{2MZ^2}},
\end{aligned}$$

что тождественно

$$\begin{aligned}
& -\frac{B_2}{M} \ln \left| \frac{\varepsilon^2 - \frac{T}{MZ^2} \varepsilon + \frac{U}{MZ^2}}{\varepsilon_0^2 - \frac{T}{MZ^2} \varepsilon_0 + \frac{U}{MZ^2}} \right| - \frac{B_2}{M} \left( \frac{T}{MZ^2} - \frac{S}{B_2 Z^2} \right) \times \\
& \times \left( \frac{1}{\varepsilon - \frac{T}{2MZ^2}} - \frac{1}{\varepsilon_0 - \frac{T}{2MZ^2}} \right) = t.
\end{aligned} \tag{2.4.19}$$

3. Пусть  $\left( \frac{T}{2MZ^2} \right)^2 - \frac{U}{MZ^2} > 0$ , в этом случае будем иметь

$$\left( \frac{T}{2MZ^2} \right)^2 - \frac{U}{MZ^2} = k^2,$$

Возвращаясь к уравнению (2.4.15) и учитывая преобразования (2.4.17), получим

$$-\frac{B_2}{M} \ln \left| \varepsilon^2 - \frac{T}{MZ^2} \varepsilon + \frac{U}{MZ^2} \right| - \frac{B_2}{M} \left( \frac{T}{MZ^2} - \frac{S}{B_2 Z^2} \right) \frac{1}{2k} \ln \left| \frac{\varepsilon - \frac{T}{2MZ^2} - k}{\varepsilon - \frac{T}{2MZ^2} + k} \right| = t + C_6,$$

где  $C_6$  – постоянная, определяемая из начальных условий.

Подставим начальные условия (2.4.4) и определим значение постоянной  $C_6$ :

$$C_6 = -\frac{B_2}{M} \ln \left| \varepsilon_0^2 - \frac{T}{MZ^2} \varepsilon_0 + \frac{U}{MZ^2} \right| - \frac{B_2}{M} \left( \frac{T}{MZ^2} - \frac{S}{B_2 Z^2} \right) \frac{1}{2k} \ln \left| \frac{\varepsilon_0 - \frac{T}{2MZ^2} - k}{\varepsilon_0 - \frac{T}{2MZ^2} + k} \right|.$$

Таким образом, получим

$$\begin{aligned}
& -\frac{B_2}{M} \ln \left| \varepsilon^2 - \frac{T}{MZ^2} \varepsilon + \frac{U}{MZ^2} \right| - \frac{B_2}{M} \left( \frac{T}{MZ^2} - \frac{S}{B_2 Z^2} \right) \frac{1}{2k} \ln \left| \frac{\varepsilon - \frac{T}{2MZ^2} - k}{\varepsilon - \frac{T}{2MZ^2} + k} \right| = \\
& = t - \frac{B_2}{M} \ln \left| \varepsilon_0^2 - \frac{T}{MZ^2} \varepsilon_0 + \frac{U}{MZ^2} \right| - \frac{B_2}{M} \left( \frac{T}{MZ^2} - \frac{S}{B_2 Z^2} \right) \frac{1}{2k} \ln \left| \frac{\varepsilon_0 - \frac{T}{2MZ^2} - k}{\varepsilon_0 - \frac{T}{2MZ^2} + k} \right|.
\end{aligned}$$

ИЛИ

$$\begin{aligned}
& -\frac{B_2}{M} \ln \left| \frac{\varepsilon^2 - \frac{T}{MZ^2} \varepsilon + \frac{U}{MZ^2}}{\varepsilon_0^2 - \frac{T}{MZ^2} \varepsilon_0 + \frac{U}{MZ^2}} \right| - \frac{B_2}{M} \left( \frac{T}{MZ^2} - \frac{S}{B_2 Z^2} \right) \times \\
& \times \frac{1}{2k} \ln \left| \frac{\left( \varepsilon - \frac{T}{2MZ^2} - k \right) \left( \varepsilon_0 - \frac{T}{2MZ^2} + k \right)}{\left( \varepsilon - \frac{T}{2MZ^2} + k \right) \left( \varepsilon_0 - \frac{T}{2MZ^2} - k \right)} \right| = t, \tag{2.4.20}
\end{aligned}$$

где  $Z$ ,  $B_2$ ,  $T$ ,  $U$ ,  $S$  и  $M$  – коэффициенты, определяемые по соответствующим формулам (2.2.11), (2.3.2), (2.4.9) и (2.4.16).

В рамках уточненной теории упругой наследственности возможность получить решение в замкнутом виде существует лишь при аппроксимации кривой (см. рис. 2.1.1) с помощью двух членов ряда (2.1.15), как это делалось в работах [65, 120 – 123, 137]. При дальнейшем усложнении правой части необходимо прибегать к численному интегрированию системы уравнений (2.4.6).

Несмотря на простоту решения уравнений (2.4.10) и (2.4.15) и возможность получения зависимости напряжений в бетоне  $\sigma_b$  и деформаций  $\varepsilon$  от времени  $t$  в аналитическом виде, полученные уравнения (2.4.12) – (2.4.14) и (2.4.18) – (2.4.20) чрезвычайно сложны при обработке экспериментальных данных.

## Выводы

1. Исследование напряженно-деформированного состояния сжатых железобетонных элементов при длительном нагружении с учетом мгновенной нелинейности бетона является сложной задачей, не всегда приводящей к решению в замкнутом виде. В частности, в рамках уточненных теорий Маслова-Арутюняна и упругой наследственности получены системы дифференциальных уравнений, интегрирование которых необходимо осуществлять численными методами по специальным программам.

2. Уточненная нелинейная теория старения бетона не только достаточно точно описывает экспериментальные данные испытаний сжатых железобетонных

элементов, нагруженных постоянной силой, но позволяет получить аналитические выражения для напряжений и деформаций бетона, а также характеристики ползучести бетона, предельная величина которой применяется в расчетах железобетонных конструкций.

3. С помощью выведенных дифференциальных уравнений можно исследовать нелинейную ползучесть на всем диапазоне нелинейного графика, описывающего связь между мгновенными деформациями и напряжениями, в том числе и на ниспадающем участке.

4. Разрешающие уравнения уточненной теории старения можно применять не только для случая постоянно действующей силы на железобетонный элемент, но и при других схемах нагружения, в частности, при циклически приложенной нагрузке, полагая что разгрузка образца проходит по прямой линии.

### ГЛАВА 3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ДЛИТЕЛЬНОГО ЗАГРУЖЕНИЯ СЖАТЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

С целью проверки полученных теоретических выкладок и выявления влияния нелинейной диаграммы мгновенного деформирования бетона, нормируемой *Eurocode 2* (см. рис. 2.1.1), на напряжения в бетоне и характеристику ползучести бетона, в лаборатории кафедры железобетонных и каменных конструкций СПбГАСУ проведены экспериментальные исследования длительного нагружения продольно армированных центрально-сжатых железобетонных призм. Испытания проводились при постоянной нагрузке при высоких уровнях нагружения, характеризующих область нелинейной ползучести.

При проведении экспериментальных исследований принято допущение о том, что в испытываемых образцах, арматура работает упруго по закону Гука (1.1.1) вплоть до достижения предела текучести. Данное допущение использовалось известными специалистами по железобетону: Талем К. Э., Гвоздевым А. А., Васильевым П. И., Байковым В. М., Бондаренко В. М., Александровским Р. С., Панариным Н. Я. и др., в теоретических исследованиях, при расчете железобетонных элементов и обработке экспериментальных данных.

Экспериментальные исследования включали в себя решение следующих задач:

- подготовка испытательного оборудования;
- подготовка измерительных приборов и их поверка;
- тарирование пружинных устройств (УП);
- изготовление образцов и проведение кратковременных и длительных испытаний;
- обработка результатов, полученных из опыта.

В соответствии с видом испытания применялись:

1) для кратковременных испытаний:

- бетонные кубы  $100 \times 100 \times 100$  мм (20 шт.) и  $70 \times 70 \times 70$  мм (20 шт.);
- бетонные призмы  $100 \times 100 \times 400$  мм (15 шт.) и  $70 \times 70 \times 280$  мм (9 шт.);
- железобетонные призмы  $100 \times 100 \times 400$  мм (9 шт.) и  $70 \times 70 \times 280$  мм (9 шт.);

2) для длительных испытаний:

- бетонные призмы  $100 \times 100 \times 400$  мм (3 шт.) и  $70 \times 70 \times 280$  мм (3 шт.);
- железобетонные призмы  $100 \times 100 \times 400$  мм (3 шт.) и  $70 \times 70 \times 280$  мм (6 шт.).

Общее количество изготовленных образцов – 91 шт.

Кратковременные испытания состояли из определения:

- кубиковой прочности бетона  $R_k$ ;
- призмной прочности бетона  $R_b$ ;
- призмной прочности железобетона  $R_{ж.б.}$ ;
- модуля упругости бетона  $E_b$ ;

Длительные испытания программы содержат:

- определение продольных деформации  $\varepsilon$  железобетонных образцов.
- определение деформации усадки бетона  $\varepsilon_{ус}$ ;

Испытания по определению прочности на осевое растяжение, на растяжение при изгибе, на растяжение при раскалывании, и коэффициента Пуассона не проводились.

Календарь испытаний приведен в табл. 3.1.1.

### **3.1. Исходные материалы для изготовления образцов**

Для изготовления бетонных и железобетонных образцов (призм и кубов) применялись крупный и мелкий заполнитель, вяжущее вещество и арматура, поставляемые на заводы ЗАО «Экспериментальный завод» и ЗАО «Метробетон», которые специализируются на выпуске продукции в виде товарного бетона и сборных бетонных и железобетонных изделий, и прошедшие входной контроль качества.



Исходные материалы для изготовления образцов:

1. Портландцемент общестроительный с минеральными добавками ЦЕМ II/A-Ш 32,5 Б ОАО Сланцевского цементного завода «ЦЕСЛА» (188560, г. Сланцы, Ленинградская обл.) ГОСТ 31108–2003 [52], ГОСТ 30515–97 [51]. Документ о качестве приведен в прил. В.

2. Песок карьерный намывной для строительных работ с модулем крупности  $M_k = 2,30$  и насыпной плотностью в сухом состоянии  $\rho_{\text{нп}} = 1380 \text{ кг/м}^3$  ГОСТ 8736–93 [60], поставляемый компанией ОАО «Рудас» с карьера «Пугарево» (Ленинградской обл., Всеволожский район, пос. Пугарево). Паспорт приведен в прил. Г.

3. Щебень гранитный фракции 5-10 мм, насыпной плотностью  $\rho_{\text{нп}} = 1390 \text{ кг/м}^3$  ГОСТ 8267–93 [58], поставляемый ЗАО «Каменногорское карьероуправление» (Ленинградская обл., г. Каменногорск). Паспорт приведен в прил. Д.

4. Вода затворения бетонной смеси ГОСТ 23732–79 [45, 46].

5. Проволока периодического профиля класса Вр-1 диаметром 5,0 мм и площадью поперечного сечения  $19,63 \text{ мм}^2$  ГОСТ 6727–80 [56]. Документ о качестве и сертификат приведены в прил. Е. Номер партии – 4. Среднее значение разрывного усилия после испытания 5 стержней – 1350 кгс.

6. Прокат листовой горячекатаный толщиной 4 мм ГОСТ 19903–74 [43], применяемый для изготовления торцевых пластинок, размеры которых в плане равны размерам поперечного сечения образцов:  $100 \times 100 \text{ мм}$  и  $70 \times 70 \text{ мм}$ .

7. Проволока вязальная термически обработанная диаметром 1,3 мм ГОСТ 3282–74 [53].

8. Формы стальные ГОСТ 22685–89 [44] типа 2ФК-100 и 3ФК-70 для изготовления контрольных образцов в виде кубов и типа ФП-100 (2ФП-100) и ФП-70 для изготовления образцов в виде призм. Формы выбраны с учетом требований [39, 47] в зависимости между размером зерна крупного заполнителя и размером образца.

Контакты предприятий:

ЗАО «Экспериментальный завод» ([www.ezavodspb.ru](http://www.ezavodspb.ru))  
195279, Санкт-Петербург, Индустриальный пр., 44, корп. 1.

ЗАО «Метробетон» ([www.metrobeton.ru](http://www.metrobeton.ru))  
194214, Санкт-Петербург, ул. Ново-Никитинская, 17.

### **3.2. Основные измерительные приборы и испытательное оборудование**

1. Весы электронные общего назначения модели ТВ-S-32.2-A2 производства ЗАО «Масса-К». Заключение о поверке приведено в прил. Ж.

2. Гигрометры психрометрические ВИТ-1 и ВИТ-2. Паспорта гигрометров ВИТ-1 и ВИТ-2 приведены в прил. И и К.

3. Динамометр переносной эталонный 3-го разряда на сжатие модели ДОС-3-200И производства ООО «ПетВес» (г. Санкт-Петербург). Паспорт динамометра приведен в прил. Л.

4. Тензометры второй модели ТА-2-1 системы Аистова Н. Н. на базе 100 мм с точностью измерения относительных деформаций не ниже  $1 \cdot 10^{-5}$ . Выпускной аттестат одного из тензометров приведен в прил. М.

Характеристики тензометров:

- диапазон измерений: от 0,0 до 0,8 мм;
- цена деления основной шкалы: 0,001 мм;

5. Многооборотные измерительные головки (индикаторы) модели 05102 класса точности 1 ТУ 2-034-0221197-013-91 производства ООО «НПФ Завод «Измерон» (г. Санкт-Петербург). Паспорт одного из индикаторов приведен в прил. Н.

Характеристики приборов:

- диапазон измерений: от 0,0 до 2,0 мм;
- цена деления шкалы: 0,002 мм.

6. Штангенциркуль ШЦ-III 0-400-0,05 ГОСТ 166–89 [42].

7. Линейка-500д ГОСТ 427–75 [55].

8. Секундомер механический.

9. Машина сжатия МС-1000. Свидетельство о поверке приведено в прил. П.

10. Пресс испытательный ПСУ-250. Свидетельство о поверке приведено в прил. Р.

11. Устройства пружинные (далее – УП).

Для проведения экспериментальных исследований были задействованы тарированные УП двух видов (рис. 3.2.1):

1) три УП мощностью 16000 кгс (УП-1 – УП-3);

2) шесть УП мощностью 8000 кгс (УП-4 – УП-9).

Каждое УП состоит из постамента, вертикальных стоек и верхней траверсы, которые все вместе образуют жесткую замкнутую раму. Внутри этой рамы между подвижным блоком, состоящим из набора спиральных пружин, и столиком постамента размещается испытываемый образец (железобетонная призма).

Все подвижные блоки на устройствах УП оснащены двумя металлическими линейками (ГОСТ 427–75 [55]) с нониусами, по которым контролируется степень сжатия пружины.



Рис. 3.2.1. Общий вид УП-1 – УП-9

Сжимающее усилие на образец передается через горизонтальные металлические прокладки из стали марки У10А толщиной 35 мм и твердостью 58 HRC<sub>э</sub> (протокол испытаний на твердость приведен в прил. С). С внешней стороны металлических прокладок имеется шарообразная лунка глубиной 5 мм, предназначенная для укладки металлического шарика ГОСТ 3722–81 [54] диаметром 20,638 мм для центральной передачи усилия на образец. Чтобы уменьшить трение между поверхностями лунки и облегчить центрирование призмы, радиус лунки выполнен больше радиуса подкладываемого шарика.

### **3.3. Армирование железобетонных элементов**

Армирование железобетонных образцов проводилось едиными пространственными каркасами (рис. 3.3.1). Каркас состоял из 4-х продольных стержней Вр-1 диаметром 5,0 мм каждый, двух стальных пластинок и поперечных хомутов из вязальной проволоки диаметром 1,3 мм, охватывающих стержни между собой, расставленных с шагом  $39 \pm 1$  мм. Расстояние в плане от краев торцевой пластинки до продольной оси арматуры принято 22,5 мм для обеспечения защитного слоя бетона, минимального расстояния между стержнями арматуры, совместной работы арматуры с бетоном и качественной укладки и уплотнения бетонной смеси [118, 119].

Стержни Вр-1, введенные в просверленные отверстия, соединены с металлическими пластинками с внешней стороны электрической дуговой сваркой электродами марки ОЗС-12 (Э46) ГОСТ 9466–75 [61], производства ЗАО «Эсаб-Свэл». После остывания каркаса поверхности пластинок были зачищены от наплывов металла и отполированы с помощью шлифовального круга. Для предотвращения изгиба стержней Вр-1 при обвязке хомутами внутрь каркаса перпендикулярно стержням временно вкладывались специально изготовленные крестообразные металлические пластинки.



Рис. 3.3.1. Пространственный каркас для армирования призм высотой 400 мм

### 3.4. Проектирование и приготовление бетонной смеси

Состав бетонной смеси запроектирован из следующего задания:

- по виду бетона – тяжелый плотной структуры, на цементном вяжущем;
- по назначению бетона – для монолитного домостроения;
- по классу бетона по прочности при сжатии в проектном возрасте – В15 (средняя прочность бетона не менее  $196,5 \text{ кгс/см}^2$  [49, прил. 1, табл. 6]).
- по марке удобоукладываемости бетонной смеси – по осадке конуса (ОК): П2 (ОК = 5-9 см [57, табл. 2]).

Состав бетонной смеси из расчета сухих материалов на  $1,0 \text{ м}^3$  и на требуемый объем в размере  $0,175 \text{ м}^3$  необходимый для изготовления всех образцов приведен в табл. 3.4.1. Средняя плотность бетонной смеси,

определенная в металлическом цилиндрическом сосуде вместимостью  $1000 \text{ см}^3$ , равна  $2390 \text{ кг/м}^3$ , осадка конуса (ОК) – 7,0 см. Испытания по определению ОК проводились в соответствии с методикой ГОСТ 10181-2000, раздел 4.1 [40] и применением нормального конуса высотой 300 мм. (рис. 3.4.2).

Таблица 3.4.1

## Состав бетонной смеси

Объем	Цемент, кг	Щебень фр. 5-10 мм, кг	Песок, кг	Вода, л	Расчетная плотность бетонной смеси, $\text{кг/м}^3$
$1,0 \text{ м}^3$	275	1210	700	220	2405
$0,175 \text{ м}^3$	48,125	211,75	122,5	38,5	

Приготовление бетонной смеси проходило в помещении формовочного цеха № 1 ЗАО «Экспериментальный завод» (рис. 3.4.1). Все образцы изготовлены из одного замеса. Перемешивание компонентов бетонной смеси осуществлено в гравитационном смесителе в течение 75 с ([57, прил. А, табл. А.1]).



Рис. 3.4.1. Общий вид рабочего места по приготовлению бетонной смеси для изготовления образцов: 1 – гравитационный смеситель; 2 – формы; 3 – поддон; 4 – исходные материалы; 5 – производственный вибростол



Рис. 3.4.2. Определения осадки конуса бетонной смеси

### **3.5. Изготовление образцов и их хранение до испытаний**

Перед изготовлением образцов внутренние поверхности собранных металлических форм были обработаны тонким слоем специальной смазки Эмульсол МИАРОЛ ТУ 0258-001-79301130–2008, выпускаемой ЗАО «Рязанский опытный завод нефтехимпродуктов» и предназначенной для смазывания металлических форм при производстве железобетонных изделий. Все образцы (кубы и призмы) формовались в горизонтальном положении на производственном вибростоле, уплотнение бетонной смеси проходило одновременно во всех формах. Открытые поверхности образцов после уплотнения заглаживались кельмой отделочника.

Образцы до момента распалубливания хранились в формах в помещении цеха в течение 1 сут., покрытые полиэтиленовой пленкой ГОСТ 10354–82 [41]

при средней температуре воздуха  $+19\text{ }^{\circ}\text{C}$  (рис. 3.5.1), что соответствует требованию п. 2.3.2 ГОСТ 10180–90 [39].



Рис. 3.5.1. Хранение образцов в формах, покрытых полиэтиленовой пленкой, в помещении цеха первые сутки до распалубки

На вторые сутки образцы были распалублены и перенесены в камеру с нормальными условиями твердения с температурой воздуха  $+20\text{ }^{\circ}\text{C}$  и относительной влажностью воздуха 95 %. В камере твердения кубы и призмы укладывались на подкладки таким образом, чтобы расстояние между смежными образцами и между образцами и стенами камеры было не менее 5,0 мм (рис. 3.5.2). Непосредственное орошение водой образцов в камере не допускалось. В камере образцы хранились до момента испытания.



Рис. 3.5.2. Твердение кубов и призм в камере с нормальными условиями

### 3.6. Методика экспериментальных исследований

Кратковременные испытания на сжатие проводились на поверенном оборудовании в аккредитованной испытательной лаборатории ЗАО «Экспериментальный завод».

Длительные испытания проходили в учебной лаборатории кафедры железобетонных и каменных конструкций СПбГАСУ. Для поддержания постоянных температурно-влажностных условий в течение длительных испытаний, внутри лаборатории было выгорожено отдельное помещение. Ограждающая конструкция выполнена из деревянного бруса сечением 50×50 мм и с наружной стороны обшита листами сотового поликарбоната *Berolux* толщиной 5 мм ТУ 2291–001–73658121–09. Внутри этого же помещения хранились контрольные незагруженные образцы-близнецы. Общий вид помещения представлен на рис. 3.6.1.



Рис. 3.6.1. Общий вид помещения (внешняя обшивка снята на время фотографирования)

Перед началом проведения испытаний образцы осматривались на наличие дефектов в виде околос ребер, раковин и инородных включений. Трещин, околос ребер глубиной более 10 мм, раковин диаметром более 10 мм и глубиной более 5 мм, следов инородных включений, расслоения и недоуплотнения бетонной смеси на образцах обнаружено не было. Наплывы бетона на ребрах опорных граней образцов устранялись абразивным камнем и одновременно проверялись отклонения их размеров от номинальных.

В процессе экспериментальных исследований падание прямых солнечных лучей на образцы не допускалось.

### 3.6.1. Определение показателей $R_k$ , $R_b$ , $R_{ж.б.}$ и $E_b$

Определения показателей кубиковой прочности бетона  $R_k$  проводились в возрасте бетона 7, 14, 21, 28 и 252 сут.; призмочной прочности бетона  $R_b$  и прочности для железобетона  $R_{ж.б.}$  – в возрасте 14, 28 и 252 сут.; модуля упругости  $E_b$  – в возрасте 14 и 252 сут. (см. табл. 3.1.1).

Показатель  $R_k$  определялся при испытании бетонных кубов при сжатии с длиной ребра 70 и 100 мм. При среднем внутрисерийном коэффициенте вариации прочности бетона на заводе  $\bar{V}_S = 8\%$ , и использовании форм 2ФК и 3ФК число образцов бетона в каждой серии составляло 4 шт. ([39, п. 2.1.3]). Характер разрушения образца-куба приведен на рис. 3.6.2. Отчетливо видно, как во время разрушения бетонный куб приобрел форму двух усеченных пирамид, соприкасающихся друг с другом своими малыми основаниями.

Определение прочности  $R_b$  проходило на бетонных призмах размерами 70×70×280 мм и 100×100×400 мм. Каждая серия состояла из трех образцов.

Значение  $R_{ж.б.}$  устанавливалось при испытании железобетонных призм размерами 70×70×280 мм и 100×100×400 мм. Каждая серия состояла из трех образцов. Перед началом испытания металлические торцы призм очищались сухой тканью, а между образцом и плитами пресса подкладывался асбестокартонный лист толщиной 3 мм ГОСТ 2850–95 [50] для равномерной

передачи нагрузки на образец. Характер разрушения железобетонных призм показан на рис. 3.6.3.



Рис. 3.6.2. Характер разрушения образца-куба длиной ребра 100 мм



Рис. 3.6.3. Характер разрушения железобетонных призм высотой 280 мм

Для определения показателя  $E_b$  применялись бетонные призмы размерами  $100 \times 100 \times 400$  мм. Каждая серия состояла из трех призм (ГОСТ 24452-80 [47]).

Продольные деформации измерялись тензometрами второй модели ГА-2-1 системы Аистова Н. Н., обеспечивающие измерение относительных деформаций с точностью не ниже  $1 \cdot 10^{-5}$ . Вначале на боковых поверхностях образцов были размечены центральные линии, на которые была нанесена база для установки тензometров. База составляла 100 мм и располагалась на одинаковом расстоянии от торцов призмы. Тензometры закреплялись на четырех сторонах призмы с помощью струбцин. В места соприкосновения опорного ножа и пера тензometра с бетоном на поверхность бетона заранее были приклеены пластинки из кровельной стали размером  $15 \times 5$  мм толщиной 0,5 мм с помощью эпоксидного клея «Момент Эпоксилит *DUO*».

При проведении испытания обязательно контролировалось условие о центрировании образца в прессе. Для этого в начале испытания проверялись отклонения деформаций по каждой грани призмы при нагружении от условного нуля до  $0,4R_b$ . Величина отклонений составляла 11 % от их среднего арифметического значения, что меньше допустимых 15 % [47, п. 4.4].

Нагружение образца производилось ступенями по 10 % от прогнозируемой разрушающей нагрузки с 5-минутной выдержкой на каждой ступени и замером деформаций по приборам в начале и в конце каждой выдержки ступени нагрузки. Замер деформаций проходил до ступени  $0,4R_b$ , после чего приборы были сняты, а дальнейшее загрузеие призм проходило с постоянной скоростью до разрушения образца.

### **3.6.2. Определение деформации усадки бетона**

Деформация усадки бетона  $\epsilon_{yc}$  определялась на серии контрольных бетонных призмах размерами  $70 \times 70 \times 280$  мм и  $100 \times 100 \times 400$  мм негидроизолированных от влагообмена с окружающей средой в соответствии с требованиями [48]. Каждая серия образцов состояла из трех призм (рис. 3.6.4, а, б).

*a**б*

Рис. 3.6.4. Определение деформаций усадки на призмах  $100 \times 100 \times 400$  мм (а) и  $70 \times 70 \times 280$  мм (б)

Начало испытаний – 5 ноября 2012 г. (возраст бетона – 14 сут.).

Окончания испытаний – 1 июля 2013 г. (возраст бетона – 252 сут.).

Продолжительность проведения испытания – 238 сут.

Для определения величины усадки использовались индикаторы, по которым измерялись продольные деформации призм. До начала испытания на боковых поверхностях бетонных образцов были размечены линии, на которые была нанесена база для их установки. Для призм высотой 400 мм база составляла 267 мм, для призм высотой 280 мм – 187 мм. В соответствии с п. 3.5 ГОСТ 24452–80 [47] установка индикаторов на такую базу обеспечивает измерение относительных деформаций с точностью не ниже  $1 \cdot 10^{-5}$ . Индикаторы по четырем сторонам призмы закреплялись с помощью стальных рамок, выполненных из равнополочных уголков  $25 \times 25 \times 4$  мм ГОСТ 8509–93 [59] и зажимались в верхних рамках с помощью винтов. Под каждую ножку индикатора в нижние рамки жестко вкручивались металлические штанги диаметром 8 мм, благодаря чему подвижной оставалась лишь ножка индикатора. Рамка закреплялась на бетонном образце с помощью четырех упорных винтов – по два с противоположных сторон образца. Под упорные винты на поверхность бетона были заранее приклеены пластинки из кровельной стали размером  $12 \times 5$  мм толщиной 0,5 мм с помощью эпоксидного клея «Момент Эпоксиллин *DUO*». Каждый образец с закрепленными на его гранях индикаторами установлен на отдельный горизонтальный вращающийся столик. Благодаря такому решению при снятии показаний с индикаторов исключались случайные толчки, удары, перемещения образца и др.

Торцевые поверхности образцов были закрыты металлическими пластинами толщиной 4 мм [48, п. 3.2].

Начальный отсчет показаний индикаторов снимался непосредственно после закрепления приборов на призмах, второй отсчет – через 4 ч. Последующее снятие отсчетов производилось через одни сутки, затем на 2, 3, 7 сут. и далее через каждые 7 сут. до конца испытаний. Одновременно измерялась температура и влажность воздуха в помещении.

### 3.6.3. Определение продольных деформаций железобетонных элементов

Испытания по определению продольных деформаций  $\varepsilon$  железобетонных призм, находящихся под постоянной нагрузкой, проводились на образцах негидроизолированных от влагообмена с окружающей средой в соответствии с требованиями [48]. Общее количество испытанных призм – 9 шт. Образцы были разбиты на 3 серии, в каждой из которой было по 3 призмы (табл. 3.6.1).

Таблица 3.6.1

#### Исходные данные длительных экспериментальных исследований

Серия образцов	Номер пружинной установки	Номера образцов	Размеры, мм	Сила, кгс	Начальный уровень загрузки
№ 1	УП-1, УП-2, УП-3	68, 69, 70	100×100×400	12000	0,78
№ 2	УП-5, УП-6, УП-7	80, 81, 82	70×70×280	5400	0,66
№ 3	УП-4, УП-8, УП-9	83, 84, 85	70×70×280	7200	0,87

Начало испытаний – 5 ноября 2012 г. (возраст бетона – 14 сут.).

Окончания испытаний – 1 июля 2013 г. (возраст бетона – 252 сут.).

Продолжительность проведения испытания – 238 сут.

Для измерения деформаций применялись тензометры второй модели ТА-2-1 системы Аистова Н. Н. на базе 100 мм, обеспечивающие измерение относительных деформаций с точностью не ниже  $1 \cdot 10^{-5}$ . Процессы закрепления тензометров на гранях призмы и центрирования призм в прессе аналогичны процессам, описанным в разделе 3.6.2. Перед началом испытания металлические торцы призм очищались сухой тканью, и между образцом и плитами пресса для равномерной передачи нагрузки на образец подкладывался асбестокартонный лист толщиной 3 мм ГОСТ 2850–95 [50]. Величина действующей нагрузки на образцы в течение длительных испытаний контролировалась динамометром ДОС-3-200И (рис. 3.6.5).

Начальный отсчет показаний тензометров снимался на незагруженных образцах, затем непосредственно после загрузки и далее через 1 ч.

Последующее снятие отсчетов производилось через одни сутки, затем на 2, 3, 7 сут. и далее через каждые 7 сут. до конца испытаний. Одновременно со снятием показаний тензометров измерялась температура воздуха в помещении.

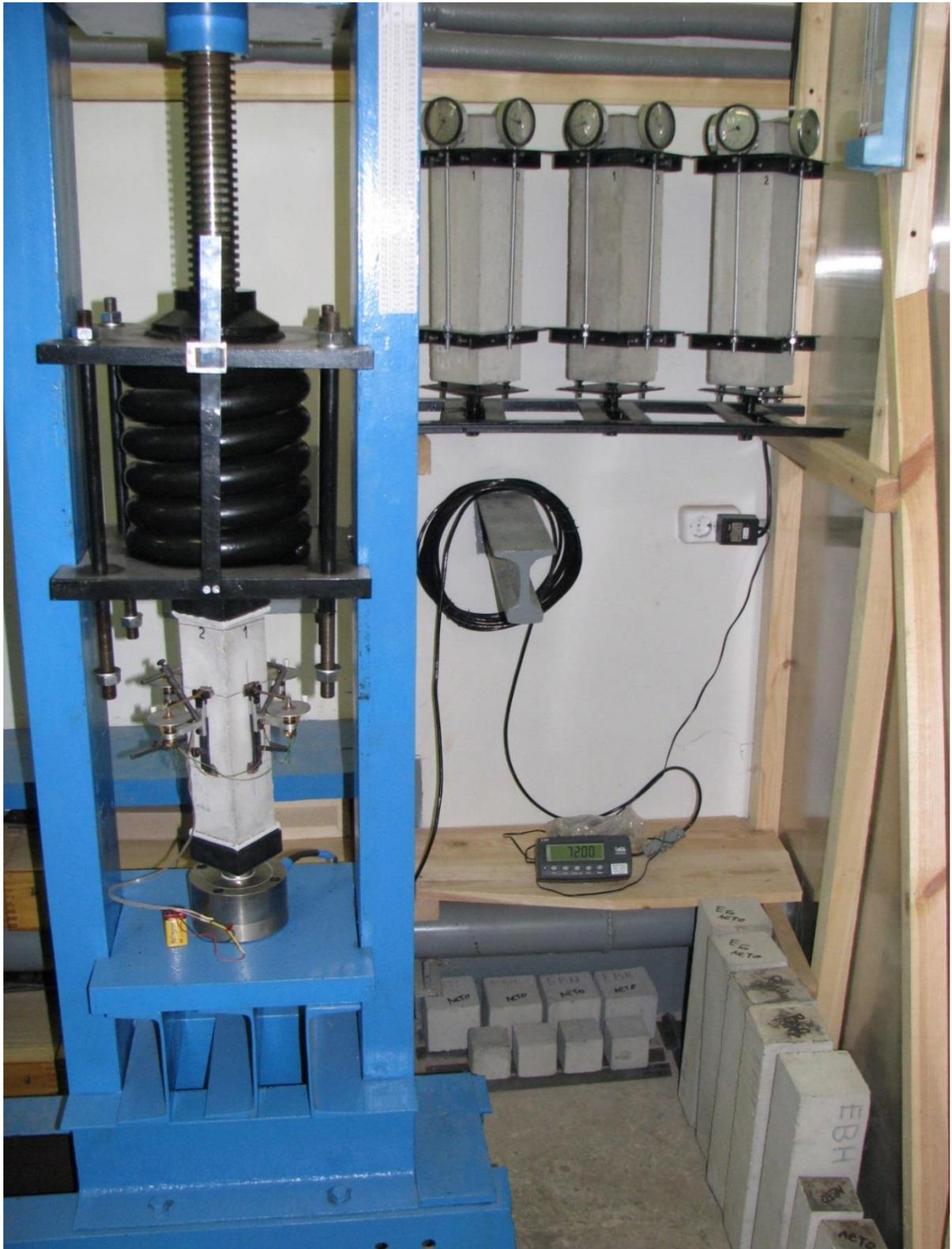


Рис. 3.6.5. Контроль нагрузки на образцы с помощью динамометра ДОС-3-200И

### 3.7. Результаты экспериментальных исследований

#### 3.7.1. Результаты кратковременных испытаний

Результаты кратковременных испытаний по определению кубиковой прочности бетона  $R_k$ , призмной прочности бетона  $R_b$ , призмной прочности железобетона  $R_{ж.б}$  и модуля упругости бетона  $E_b$  в зависимости от размеров образца и возраста бетона в момент испытания представлены в табл. 3.7.1.

Коэффициенты призмной прочности  $K_{п.п.}(t)$ , показывающие отношение призмной прочности  $R_b(t)$  к кубиковой  $R_k(t)$ , в возрасте 14, 28 и 252 сут. составляют:

$$K_{п.п.}(14) = \frac{131,4}{161,7} = 0,81; \quad K_{п.п.}(28) = \frac{170,2}{231,1} = 0,74; \quad K_{п.п.}(252) = \frac{189,1}{251,4} = 0,75.$$

Проанализируем отклонения экспериментальных значений прочности  $R(t)$  от значений, вычисленных по формуле Скрамтаева [117]

$$R_c(t) = R_{28} \frac{\lg t}{\lg 28} \quad (3.7.1)$$

и по формуле Щербакова [94]

$$R_{щ}(t) = R_{28} \left[ 1 + \frac{a}{c + B} \left( \frac{t - 28}{t + d} \right) \right], \quad (3.7.2)$$

где  $R_{28}$  – кубиковая прочность бетона в возрасте 28 сут.;  $B$  – класс бетона для возраста 28 сут., здесь  $B = 15$ ;  $t$  – возраст бетона;  $a$ ,  $c$ ,  $d$  – коэффициенты, зависящие от вида цемента и равные  $a = 23$ ,  $c = 55$ ,  $d = 11$ .

Подставим в формулу (3.7.2) коэффициенты  $a$ ,  $c$ ,  $d$  и  $B$ :

$$R_{щ}(t) = R_{28} \cdot \left[ 1 + 0,33 \cdot \left( \frac{t - 28}{t + 11} \right) \right] \quad (3.7.3)$$

Результаты расчетов по формулам (3.7.1) и (3.7.3) сведены в табл. 3.7.2 и проиллюстрированы в виде графиков на рис. 3.7.1.

Таблица 3.7.1

## Результаты кратковременных испытаний

Обозначение	Размеры образца, мм	Возраст бетона в момент испытания, сут.									
		7		14		21		28		252	
		Показания прочности, кгс/см <sup>2</sup>									
$R_k$	100×100×100	142,8	145,6	160,9	161,7	198,2	214,2	227,4	231,1	232,8	251,4
	70×70×70	148,4		162,4		230,1		234,8		270,0	
$R_b$	100×100×400	--	--	143,0	131,4	--	--	172,0	170,2	199,5	189,1
	70×70×280	--		119,7		--		168,3		178,7	
$R_{ж.б.}$	100×100×400	--	--	160,2	174,0	--	--	211,0	225,4	223,0	250,3
	70×70×280	--		187,7		--		239,8		277,6	
$E_b$ :	100×100×400	--		250000		--		--		310000	

Примечание.

1. Показание прочности образцов приведено прочности базового образца размером рабочего сечения 150×150 мм ([39, п. 2.1.1; 47, п. 1.1]).
2.  $R_{k28} = 231,1 > 196,5$ , где 196,5 - значение прочности бетона на сжатие в проектном возрасте для класса В15 ([49, прил. 1, табл. 6]).
3. Символ «--» в некоторых ячейках означает, что при таком возрасте бетона испытания не проводились.
4. Подробный журнал определения прочности по контрольным образцам приведен в приложении 1.

**Результаты показателей  $R_C(t)$  и  $R_{\text{Щ}}(t)$  и  
процентное отклонение расчетных значений от фактических**

Возраст бетона, сут.	Кубиковая прочность, кгс/см <sup>2</sup>					Призменная прочность, кгс/см <sup>2</sup>				
	$R_{\text{экс.}}$	$R_{\text{кС}}(t)$		$R_{\text{кЩ}}(t)$		$R_{\text{экс.}}$	$R_{\text{бС}}(t)$		$R_{\text{бЩ}}(t)$	
7	145,6	135,0	7,3 %	142,1	2,4 %	--	99,4	--	104,7	--
14	161,7	183,0	13,2 %	188,4	16,5 %	131,4	134,8	2,6 %	138,7	5,6 %
21	214,2	211,1	1,4 %	214,4	0,1 %	--	155,5	--	157,9	--
<b>28</b>	<b>231,1</b>					<b>170,2</b>				
252	251,4	375,3	49,2 %	296,1	22,0 %	189,1	282,4	49,3 %	218,0	15,3 %

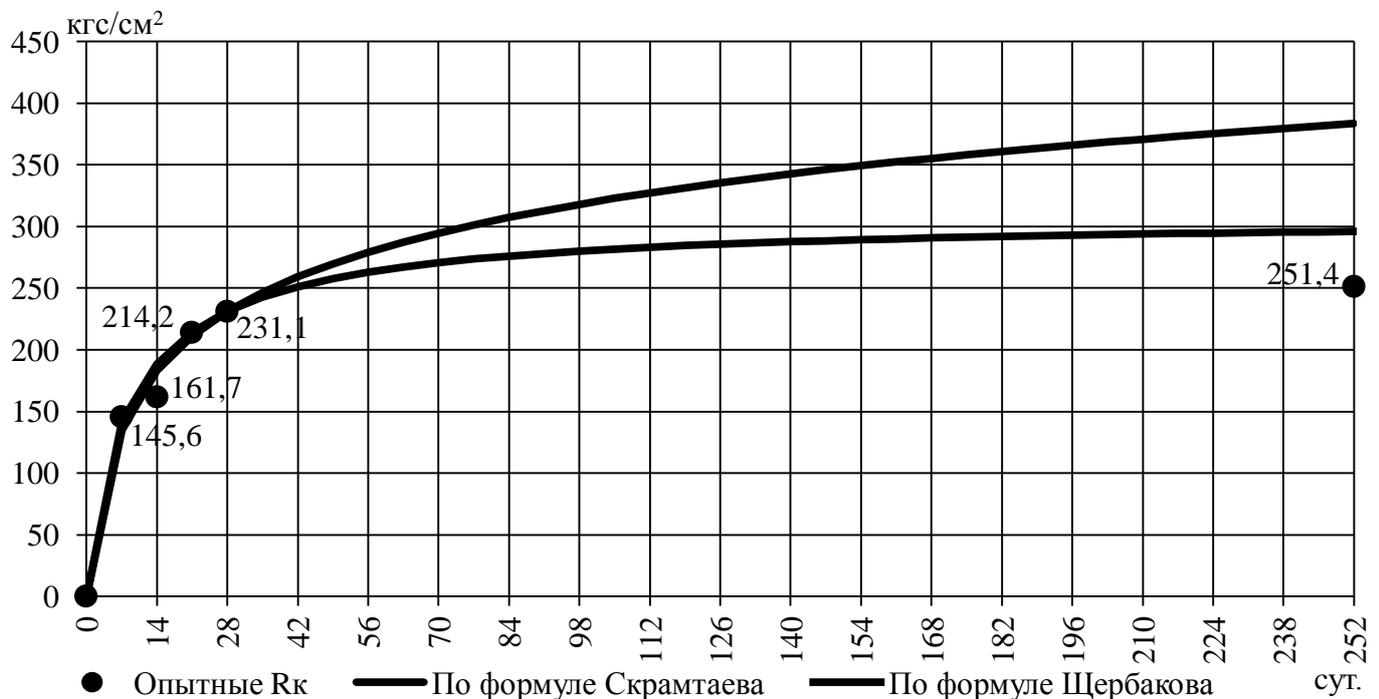


Рис. 3.7.1. Изменение показателя  $R_k$  в течение времени

Из расчетов видно, что формула Щербакова наиболее точно описывает экспериментальные значения прочности бетона с погрешностью не более 22,0 % и 15,3 % для  $R_k$  и  $R_b$  соответственно.

Теоретическую зависимость между модулем упругости бетона  $E_b$  и прочностью бетона устанавливаем с помощью формулы Графа [85]:

$$E_b(t) = \frac{1000000}{1,7 + \frac{360}{R_k(t)}} \quad (3.7.4)$$

В частности, для возрастов бетона 14 сут. и 252 сут. расчётный модуль упругости  $E_b$  составляет

$$E_b(14) = \frac{1000000}{1,7 + \frac{360}{161,7}} = \frac{1000000}{3,93} = 254452 \text{ кгс/см}^2 \approx 250000 \text{ кгс/см}^2$$

с погрешностью 1,8 % и

$$E_b(252) = \frac{1000000}{1,7 + \frac{360}{251,4}} = \frac{1000000}{3,93} = 319286 \text{ кгс/см}^2 \approx 310000 \text{ кгс/см}^2$$

с погрешностью 2,9 %.

После завершения длительных экспериментальных исследований железобетонные образцы, находившиеся под постоянной силой, были испытаны на разрушающую нагрузку. Результаты кратковременных испытаний железобетонных призм приведены в табл. 3.7.3.

Таблица 3.7.3

**Результаты кратковременных испытаний железобетонных призм**

Серия, №	Размеры образца, мм	Средняя величина $R_{ж.б.}$ , кгс/см <sup>2</sup>
1	100×100×400	301,0
2	70×70×280	351,0
3	70×70×280	357,0

### 3.7.2. Результаты длительных испытаний

Результаты испытаний железобетонных призм (серии № 1, 2, 3) по определению продольных деформаций  $\epsilon$  приведены в табл. 3.7.5 – 3.7.7 и на рис. 3.7.4, бетонных призм по определению деформаций усадки  $\epsilon_{yc}$  – в прил. № 2. Изменение температуры воздуха внутри помещения в течение экспериментальных исследований и вычисленные влажности наружного воздуха приведены в табл. 3.7.4 и на рис. 3.7.2 и рис 3.7.3.

**Изменение температуры и относительной влажности  
воздуха в помещении за период длительных испытаний**

№ п/п	Дата испытания	Время снятия отсчета	Продолжительность испытания, сут	Температура воздуха						Средняя разность $T_{\text{сух.}} - T_{\text{вл.}}$ , °С	Относительная влаж- ность воздуха $W_{\text{в}}$ , %
				ВИТ-1		ВИТ-2		Средняя			
				сухой термо- метр $T_{\text{сух.}}$ , °С	влажный тер- мометр $T_{\text{вл.}}$ , °С	сухой термо- метр $T_{\text{сух.}}$ , °С	влажный тер- мометр $T_{\text{вл.}}$ , °С	сухой термо- метр $T_{\text{сух.}}$ , °С	влажный тер- мометр $T_{\text{вл.}}$ , °С		
1	5-ноя-2012	20.00	0	20,7	16,9	20,6	16,6	20,7	16,8	3,9	64,5
2	6-ноя-2012	20.00	1	20,7	16,5	20,5	16,9	20,6	16,7	3,9	64,4
3	7-ноя-2012	20.00	2	20,6	16,4	20,4	16,9	20,5	16,7	3,9	64,1
4	8-ноя-2012	20.00	3	20,5	16,0	20,4	17,0	20,5	16,5	4,0	63,5
5	12-ноя-2012	20.00	7	20,0	15,7	20,0	16,3	20,0	16,0	4,0	63,0
6	19-ноя-2012	20.00	14	19,2	15,0	19,2	16,0	19,2	15,5	3,7	62,8
7	26-ноя-2012	20.00	21	19,2	14,6	19,1	15,6	19,2	15,1	4,1	60,6
8	3-дек-2012	20.00	28	18,0	13,0	18,0	13,0	18,0	13,0	5,0	51,0
9	10-дек-2012	20.00	35	17,0	12,0	17,1	12,0	17,1	12,0	5,1	48,4
10	17-дек-2012	20.00	42	15,8	10,8	15,7	10,9	15,8	10,9	4,9	48,4
11	24-дек-2012	20.00	49	16,0	11,0	15,7	11,0	15,9	11,0	4,9	48,6
12	31-дек-2012	20.00	56	16,0	11,3	15,8	11,1	15,9	11,2	4,7	50,3
13	7-январь-2013	20.00	63	16,4	11,6	16,8	12,0	16,6	11,8	4,8	50,4
14	14-январь-2013	20.00	70	16,6	11,7	16,6	11,7	16,6	11,7	4,9	49,5
15	21-январь-2013	20.00	77	17,2	11,8	17,2	11,8	17,2	11,8	5,4	46,2
16	28-январь-2013	20.00	84	17,2	12,2	18,0	12,2	17,6	12,2	5,4	47,0
17	4-февраль-2013	20.00	91	17,6	12,0	17,3	12,0	17,5	12,0	5,5	46,0
18	11-февраль-2013	20.00	98	17,7	12,1	17,6	12,1	17,7	12,1	5,6	45,4
19	18-февраль-2013	20.00	105	17,5	12,2	17,5	12,2	17,5	12,2	5,3	47,6
20	25-февраль-2013	20.00	112	17,4	12,0	17,4	12,0	17,4	12,0	5,4	46,6
21	4-март-2013	20.00	119	17,5	12,0	17,5	12,0	17,5	12,0	5,5	46,0
22	11-март-2013	20.00	126	17,3	11,9	17,4	11,9	17,4	11,9	5,5	45,8
23	18-март-2013	20.00	133	17,5	12,0	17,7	12,0	17,6	12,0	5,6	45,2
24	25-март-2013	20.00	140	17,5	12,4	17,6	12,4	17,6	12,4	5,2	48,6
25	1-апрель-2013	20.00	147	17,5	12,5	17,6	12,5	17,6	12,5	5,1	49,4
26	8-апрель-2013	20.00	154	17,5	12,9	17,6	13,0	17,6	13,0	4,6	53,7
27	15-апрель-2013	20.00	161	18,5	13,8	18,5	14,8	18,5	14,3	4,2	58,7
28	22-апрель-2013	20.00	168	18,6	14,6	18,4	14,6	18,5	14,6	3,9	61,5
29	29-апрель-2013	20.00	175	18,7	15,3	18,6	14,5	18,7	14,9	3,8	63,0
30	6-май-2013	20.00	182	18,8	16,0	19,0	14,6	18,9	15,3	3,6	64,9
31	13-май-2013	20.00	189	18,8	16,2	19,1	15,4	19,0	15,8	3,2	68,4
32	20-май-2013	20.00	196	18,9	16,3	19,0	16,1	19,0	16,2	2,8	72,0
33	27-май-2013	20.00	203	19,3	17,0	19,9	16,5	19,6	16,8	2,9	71,6
34	3-июнь-2013	20.00	210	19,9	17,5	20,2	17,0	20,1	17,3	2,8	73,1
35	10-июнь-2013	20.00	217	20,9	18,2	21,0	17,9	21,0	18,1	2,9	73,0
36	17-июнь-2013	20.00	224	21,0	18,3	21,0	18,0	21,0	18,2	2,9	73,0
37	24-июнь-2013	20.00	231	21,4	18,6	21,4	18,2	21,4	18,4	3,0	72,3
38	1-июль-2013	20.00	238	21,6	19,0	21,6	18,4	21,6	18,7	2,9	73,5

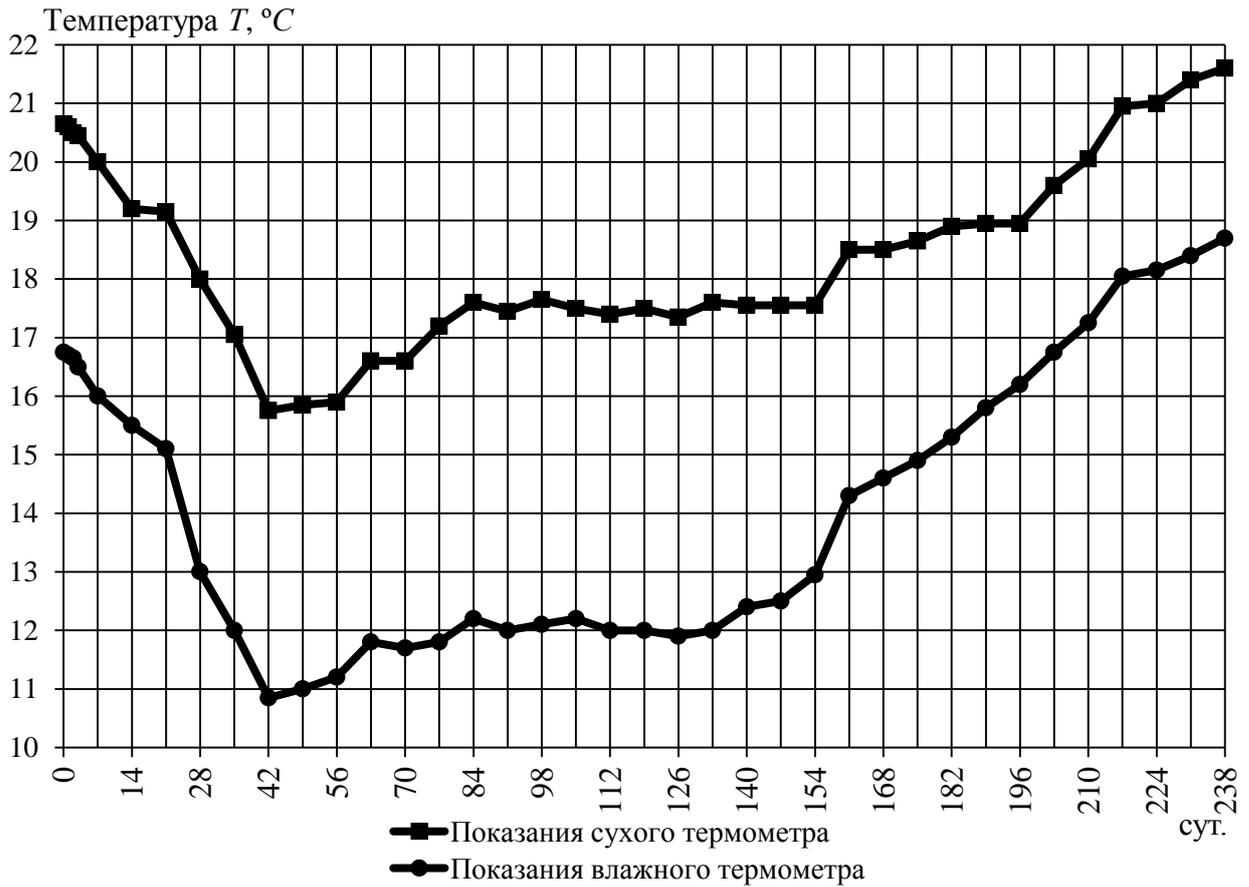


Рис. 3.7.2. Изменение температуры воздуха в помещении

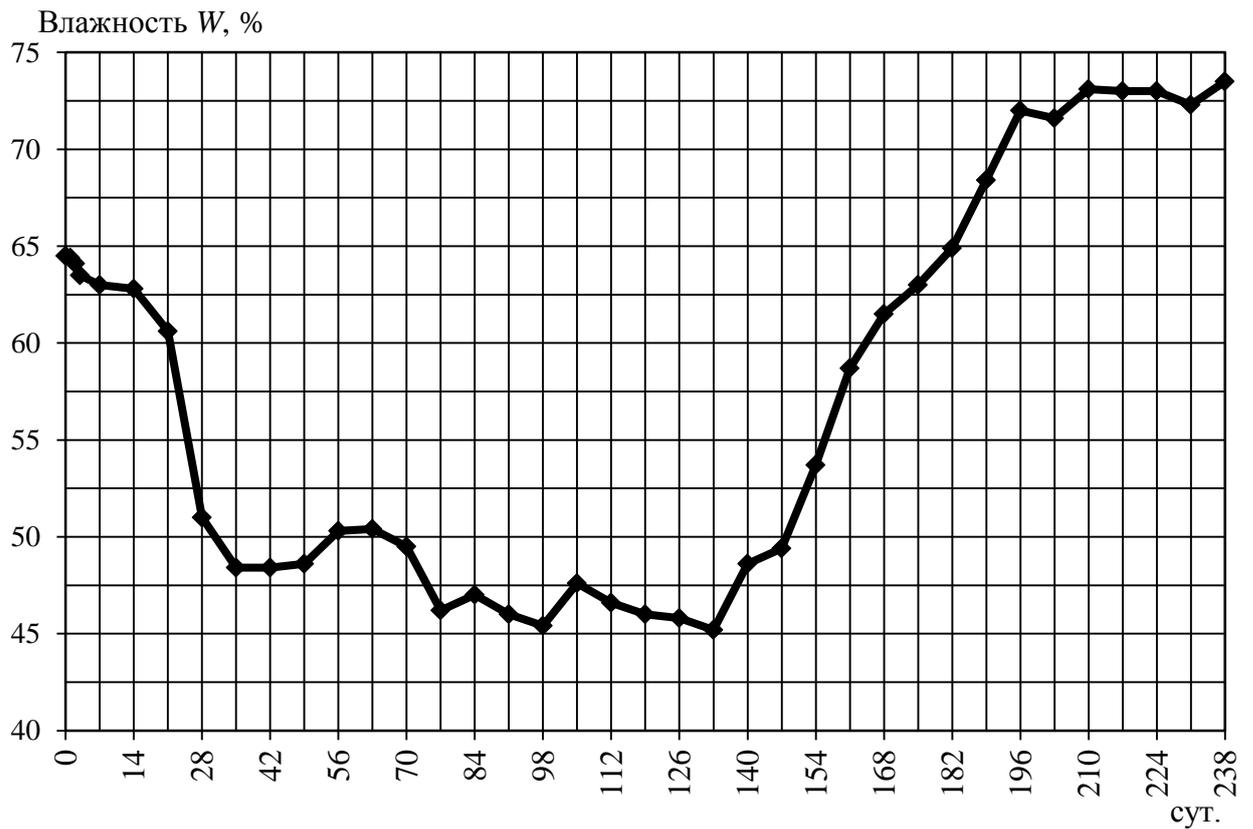


Рис. 3.7.3. Изменение влажности воздуха в помещении

## Журнал отсчетов по тензOMETрам ТА-2-1 системы Аистова Н. Н. при определении продольных деформаций железобетонных призм серии № 1

Дата изготовления образцов: 22-окт-2012

Начало испытаний: 5-ноя-2012

Окончание испытаний: 1-июл-2013

№ п/п	Дата испытания	Время снятия отсчета	Продолжит. испытаний, сут	Возраст бетона, сут	УП-1 (Образец № 68)													УП-2 (Образец № 69)													УП-3 (Образец № 70)													Относит. деф. серии $\epsilon_s \times 10^{-3}$			
					Заводской номер тензOMETра, номер грани призмы													Заводской номер тензOMETра, номер грани призмы													Заводской номер тензOMETра, номер грани призмы																
					№ 104			№ 103			№ 102			№ 101			$\Delta C_{cp}$	Относ. деф., $\Sigma \Delta C_{cp} \times 10^{-3}$	№ 2			№ 3			№ 4			№ 1			$\Delta C_{cp}$	Относ. деф., $\Sigma \Delta C_{cp} \times 10^{-3}$	№ 65			№ 68			№ 67			№ 66					
					1			2			3			4					1			2			3			4					$\Delta C_{cp}$	Относ. деф., $\Sigma \Delta C_{cp} \times 10^{-3}$	$\Delta C_{cp}$	Относ. деф., $\Sigma \Delta C_{cp} \times 10^{-3}$											
					C	$\Delta C$	$\Sigma \Delta C$	C	$\Delta C$	$\Sigma \Delta C$	C	$\Delta C$	$\Sigma \Delta C$	C	$\Delta C$	$\Sigma \Delta C$			C	$\Delta C$	$\Sigma \Delta C$	C	$\Delta C$	$\Sigma \Delta C$	C	$\Delta C$	$\Sigma \Delta C$	C	$\Delta C$	$\Sigma \Delta C$							C	$\Delta C$	$\Sigma \Delta C$	C	$\Delta C$	$\Sigma \Delta C$	C		$\Delta C$	$\Sigma \Delta C$	C
1	5-ноя-2012	19.00	0	14	68	0	0	90	0	0	34	0	0	21	0	0	0,0	0,000	51	0	0	11	0	0	6	0	0	14	0	0	0,0	0,000	108	0	0	90	0	0	71	0	0	43	0	0	0,0	0,000	0,000
2		20.00			147	79	79	204	114	114	111	77	77	71	50	50	80,0	0,800	143	92	92	78	67	67	48	42	42	95	81	81	70,5	0,705	190	82	82	163	73	73	132	61	61	112	69	69	71,3	0,713	0,739
3		20.00			159	12	91	225	21	135	118	7	84	75	4	54	11,0	0,910	157	14	106	86	8	75	54	6	48	101	6	87	8,5	0,790	208	18	100	176	13	86	142	10	71	122	10	79	12,8	0,840	0,847
4	6-ноя-2012	20.00	1	15	168	9	100	235	10	145	125	7	91	80	5	59	7,8	0,988	162	5	111	92	6	81	59	5	53	107	6	93	5,5	0,845	218	10	110	187	11	97	145	3	74	130	8	87	8,0	0,920	0,918
5	7-ноя-2012	20.00	2	16	180	12	112	250	15	160	130	5	96	84	4	63	9,0	1,078	174	12	123	97	5	86	61	2	55	118	11	104	7,5	0,920	225	7	117	190	3	100	149	4	78	137	7	94	5,3	0,973	0,990
6	8-ноя-2012	20.00	3	17	190	10	122	263	13	173	144	14	110	90	6	69	10,8	1,185	185	11	134	104	7	93	65	4	59	130	12	116	8,5	1,005	233	8	125	198	8	108	152	3	81	145	8	102	6,8	1,040	1,077
7	12-ноя-2012	20.00	7	21	208	18	140	286	23	196	158	14	124	99	9	78	16,0	1,345	203	18	152	116	12	105	70	5	64	143	13	129	12,0	1,125	246	13	138	212	14	122	158	6	87	157	12	114	11,3	1,153	1,208
8	19-ноя-2012	20.00	14	28	227	19	159	311	25	221	175	17	141	110	11	89	18,0	1,525	224	21	173	130	14	119	78	8	72	160	17	146	15,0	1,275	265	19	157	229	17	139	168	10	97	172	15	129	15,3	1,305	1,368
9	26-ноя-2012	20.00	21	35	240	13	172	328	17	238	187	12	153	118	8	97	12,5	1,650	241	17	190	140	10	129	87	9	81	170	10	156	11,5	1,390	279	14	171	242	13	152	177	9	106	186	14	143	12,5	1,430	1,490
10	3-дек-2012	20.00	28	42	255	15	187	352	24	262	204	17	170	127	9	106	16,3	1,813	271	30	220	164	24	153	103	16	97	197	27	183	24,3	1,633	301	22	193	259	17	169	190	13	119	203	17	160	17,3	1,603	1,683
11	10-дек-2012	20.00	35	49	267	12	199	360	8	270	214	10	180	133	6	112	9,0	1,903	285	14	234	173	9	162	109	6	103	204	7	190	9,0	1,723	319	18	211	272	13	182	200	10	129	216	13	173	13,5	1,738	1,788
12	17-дек-2012	20.00	42	56	275	8	207	383	23	293	225	11	191	140	7	119	12,3	2,025	296	11	245	180	7	169	116	7	110	216	12	202	9,3	1,815	326	7	218	281	9	191	206	6	135	223	7	180	7,3	1,810	1,883
13	24-дек-2012	20.00	49	63	282	7	214	392	9	302	231	6	197	144	4	123	6,5	2,090	303	7	252	183	3	172	119	3	113	222	6	208	4,8	1,863	333	7	225	287	6	197	211	5	140	230	7	187	6,3	1,873	1,942
14	31-дек-2012	20.00	56	70	285	3	217	397	5	307	233	2	199	146	2	125	3,0	2,120	306	3	255	188	5	177	121	2	115	225	3	211	3,3	1,895	337	4	229	289	2	199	213	2	142	232	2	189	2,5	1,898	1,971
15	7-январь-2013	20.00	63	77	294	9	226	408	11	318	241	8	207	151	5	130	8,3	2,203	314	8	263	194	6	183	126	5	120	232	7	218	6,5	1,960	345	8	237	298	9	208	219	6	148	238	6	195	7,3	1,970	2,044
16	14-январь-2013	20.00	70	84	299	5	231	414	6	324	246	5	212	154	3	133	4,8	2,250	319	5	268	198	4	187	129	3	123	234	2	220	3,5	1,995	351	6	243	303	5	213	224	5	153	244	6	201	5,5	2,025	2,090
17	21-январь-2013	20.00	77	91	305	6	237	420	6	330	250	4	216	158	4	137	5,0	2,300	324	5	273	202	4	191	132	3	126	240	6	226	4,5	2,040	357	6	249	308	5	218	227	3	156	247	3	204	4,3	2,068	2,136
18	28-январь-2013	20.00	84	98	311	6	243	428	8	338	256	6	222	162	4	141	6,0	2,360	330	6	279	207	5	196	136	4	130	245	5	231	5,0	2,090	363	6	255	314	6	224	231	4	160	254	7	211	5,8	2,125	2,192
19	4-февраль-2013	20.00	91	105	314	3	246	433	5	343	259	3	225	164	2	143	3,3	2,393	334	4	283	209	2	198	138	2	132	248	3	234	2,8	2,118	368	5	260	317	3	227	234	3	163	258	4	215	3,8	2,163	2,225
20	11-февраль-2013	20.00	98	112	317	3	249	438	5	348	264	5	230	167	3	146	4,0	2,433	343	9	292	217	8	206	145	7	139	257	9	243	8,3	2,200	373	5	265	323	6	233	239	5	168	262	4	219	5,0	2,213	2,282
21	18-февраль-2013	20.00	105	119	322	5	254	445	7	355	268	4	234	170	3	149	4,8	2,480	351	8	300	223	6	212	149	4	143	264	7	250	6,3	2,263	379	6	271	328	5	238	243	4	172	268	6	225	5,3	2,265	2,336
22	25-февраль-2013	20.00	112	126	325	3	257	449	4	359	271	3	237	170	0	149	2,5	2,505	356	5	305	226	3	215	151	2	145	267	3	253	3,3	2,295	383	4	275	331	3	241	244	1	173	270	2	227	2,5	2,290	2,363
23	4-март-2013	20.00	119	133	327	2	259	453	4	363	274	3	240	172	2	151	2,8	2,533	359	3	308	229	3	218	153	2	147	271	4	257	3,0	2,325	385	2	277	335	4	245	247	3	176	273	3	230	3,0	2,320	2,393
24	11-март-2013	20.00	126	140	330	3	262	456	3	366	276	2	242	175	3	154	2,8	2,560	363	4	312	232	3	221	155	2	149	273	2	259	2,8	2,353	390	5	282	337	2	247	249	2	178	276	3	233	3,0	2,350	2,421
25	18-март-2013	20.00	133	147	333	3	265	461	5	371	279	3	245	177	2	156	3,3	2,593	367	4	316	234	2	223	157	2	151	277	4	263	3,0	2,383	393	3	285	340	3	250	252	3	181	280	4	237	3,3	2,383	2,453
26	25-март-2013	20.00	140	154	334	1	266	464	3	374	281	2	247	178	1	157	1,8	2,610	369	2	318	236	2	225	159	2	153	278	1	264	1,8	2,400	397	4	289	342	2	252	254	2	183	281	1	238	2,3	2,405	2,472
27	1-апрель-2013	20.00	147	161	336	2	268	465	1	375	283	2	249	180	2	159	1,8	2,628	371	2	320	238	2	227	161	2	155	280	2	266	2,0	2,420	400	3	292	344	2	254	256	2	185	283	2	240	2,3	2,428	2,492
28	8-апрель-2013	20.00	154	168	338	2	270	469	4	379	285	2	251	181	1	160	2,3	2,650	374	3	323	240	2	229	162	1	156	283	3	269	2,3	2,443	402	2	294	347	3	257	258	2	187	285	2	242	2,3	2,450	2,514
29	15-апрель-2013	20.00	161	175	341	3	273	472	3	382	286	1	252	184	3	163	2,5	2,675	376	2	325	242	2	231	164	2	158	285	2	271	2,0	2,463	405	3	297	349	2	259	259	1	188	287	2	244	2,0	2,470	2,536
30	22-апрель-2013	20.00																																													

## Журнал отчетов по тензOMETрам ТА-2-1 системы Аистова Н. Н. при определении продольных деформаций железобетонных призм серии № 2

Дата изготовления образцов: 22-окт-2012

Начало испытаний: 5-ноя-2012

Окончание испытаний: 1-июл-2013

№ п/п	Дата испытания	Время снятия отсчета	Продолжит. испытаний, сут	Возраст бетона, сут	УП-5 (Образец № 80)													УП-6 (Образец № 81)										УП-7 (Образец № 82)																			
					Заводской номер тензOMETра, номер грани призмы													Заводской номер тензOMETра, номер грани призмы										Заводской номер тензOMETра, номер грани призмы																			
					№ 30			№ 29			№ 32			№ 31			$\Delta C_{cp}$	Относ. деф., $\Sigma \Delta C_{cp} \times 10^{-3}$	№ 38			№ 87			№ 86			№ 88			$\Delta C_{cp}$	Относ. деф., $\Sigma \Delta C_{cp} \times 10^{-3}$	№ 40			№ 172			№ 169			№ 171			$\Delta C_{cp}$	Относ. деф., $\Sigma \Delta C_{cp} \times 10^{-3}$	Относит. деф. серии $\epsilon, \times 10^{-3}$
					1			2			3			4					1			2			3			4					1			2			3			4					
					C	$\Delta C$	$\Sigma \Delta C$	C	$\Delta C$	$\Sigma \Delta C$	C	$\Delta C$	$\Sigma \Delta C$	C	$\Delta C$	$\Sigma \Delta C$			C	$\Delta C$	$\Sigma \Delta C$	C	$\Delta C$	$\Sigma \Delta C$	C	$\Delta C$	$\Sigma \Delta C$	C	$\Delta C$	$\Sigma \Delta C$			C	$\Delta C$	$\Sigma \Delta C$	C	$\Delta C$	$\Sigma \Delta C$	C	$\Delta C$	$\Sigma \Delta C$	C	$\Delta C$	$\Sigma \Delta C$			
1	5-ноя-2012	19.00	0	14	85	0	0	92	0	0	17	0	0	64	0	0	0,0	0,000	54	0	0	3	0	0	81	0	0	38	0	0	0,0	0,000	6	0	0	23	0	0	32	0	0	78	0	0	0,0	0,000	0,000
2		20.00			158	73	73	159	67	67	67	50	50	119	55	55	61,3	0,613	77	23	23	32	29	29	114	33	33	67	29	29	28,5	0,285	58	52	52	71	48	48	79	47	47	124	46	46	48,3	0,483	0,460
3		20.00			185	27	100	177	18	85	172	105	155	130	11	66	40,3	1,015	81	4	27	39	7	36	114	0	33	74	7	36	4,5	0,330	65	7	59	74	3	51	83	4	51	132	8	54	5,5	0,538	0,628
4	6-ноя-2012	20.00	1	15	201	16	116	188	11	96	172	0	155	138	8	74	8,8	1,103	85	4	31	46	7	43	113	-1	32	78	4	40	3,5	0,365	67	2	61	74	0	51	77	-6	45	141	9	63	1,3	0,550	0,673
5	7-ноя-2012	20.00	2	16	213	12	128	198	10	106	172	0	155	147	9	83	7,8	1,180	90	5	36	54	8	51	116	3	35	84	6	46	5,5	0,420	72	5	66	79	5	56	74	-3	42	148	7	70	3,5	0,585	0,728
6	8-ноя-2012	20.00	3	17	225	12	140	206	8	114	173	1	156	153	6	89	6,8	1,248	93	3	39	59	5	56	121	5	40	88	4	50	4,3	0,463	76	4	70	83	4	60	74	0	42	152	4	74	3,0	0,615	0,775
7	12-ноя-2012	20.00	7	21	245	20	160	221	15	129	176	3	159	165	12	101	12,5	1,373	101	8	47	68	9	65	131	10	50	95	7	57	8,5	0,548	88	12	82	99	16	76	75	1	43	164	12	86	10,3	0,718	0,880
8	19-ноя-2012	20.00	14	28	272	27	187	240	19	148	182	6	165	180	15	116	16,8	1,540	112	11	58	81	13	78	144	13	63	105	10	67	11,8	0,665	103	15	97	123	24	100	81	6	49	178	14	100	14,8	0,865	1,023
9	26-ноя-2012	20.00	21	35	291	19	206	253	13	161	184	2	167	190	10	126	11,0	1,650	119	7	65	90	9	87	154	10	73	112	7	74	8,3	0,748	115	12	109	127	4	104	86	5	54	188	10	110	7,8	0,943	1,114
10	3-дек-2012	20.00	28	42	308	17	223	265	12	173	189	5	172	201	11	137	11,3	1,763	128	9	74	102	12	99	163	9	82	120	8	82	9,5	0,843	128	13	122	138	11	115	92	6	60	199	11	121	10,3	1,045	1,217
11	10-дек-2012	20.00	35	49	320	12	235	273	8	181	194	5	177	207	6	143	7,8	1,840	135	7	81	110	8	107	169	6	88	124	4	86	6,3	0,905	133	5	127	145	7	122	96	4	64	202	3	124	4,8	1,093	1,279
12	17-дек-2012	20.00	42	56	334	14	249	284	11	192	198	4	181	216	9	152	9,5	1,935	140	5	86	117	7	114	177	8	96	129	5	91	6,3	0,968	147	14	141	155	10	132	102	6	70	214	12	136	10,5	1,198	1,367
13	24-дек-2012	20.00	49	63	340	6	255	288	4	196	201	3	184	220	4	156	4,3	1,978	144	4	90	122	5	119	182	5	101	132	3	94	4,3	1,010	152	5	146	160	5	137	104	2	72	218	4	140	4,0	1,238	1,409
14	31-дек-2012	20.00	56	70	343	3	258	290	2	198	202	1	185	220	0	156	1,5	1,993	144	0	90	124	2	121	183	1	102	134	2	96	1,3	1,023	154	2	148	166	6	143	105	1	73	219	1	141	2,5	1,263	1,426
15	7-январь-2013	20.00	63	77	350	7	265	294	4	202	204	2	187	226	6	162	4,8	2,040	149	5	95	128	4	125	187	4	106	137	3	99	4,0	1,063	159	5	153	168	2	145	105	0	73	224	5	146	3,0	1,293	1,465
16	14-январь-2013	20.00	70	84	354	4	269	297	3	205	206	2	189	228	2	164	2,8	2,068	152	3	98	131	3	128	190	3	109	139	2	101	2,8	1,090	163	4	157	172	4	149	111	6	79	227	3	149	4,3	1,335	1,498
17	21-январь-2013	20.00	77	91	358	4	273	301	4	209	208	2	191	231	3	167	3,3	2,100	154	2	100	134	3	131	193	3	112	141	2	103	2,5	1,115	166	3	160	175	3	152	112	1	80	230	3	152	2,5	1,360	1,525
18	28-январь-2013	20.00	84	98	363	5	278	304	3	212	210	2	193	234	3	170	3,3	2,133	157	3	103	138	4	135	196	3	115	144	3	106	3,3	1,148	170	4	164	178	3	155	114	2	82	233	3	155	3,0	1,390	1,557
19	4-февраль-2013	20.00	91	105	365	2	280	306	2	214	211	1	194	236	2	172	1,8	2,150	159	2	105	140	2	137	198	2	117	145	1	107	1,8	1,165	173	3	167	181	3	158	115	1	83	235	2	157	2,3	1,413	1,576
20	11-февраль-2013	20.00	98	112	367	2	282	306	0	214	212	1	195	237	1	173	1,0	2,160	160	1	106	141	1	138	199	1	118	146	1	108	1,0	1,175	174	1	168	184	3	161	117	2	85	236	1	158	1,8	1,430	1,588
21	18-февраль-2013	20.00	105	119	372	5	287	309	3	217	213	1	196	239	2	175	2,8	2,188	162	2	108	145	4	142	202	3	121	147	1	109	2,5	1,200	178	4	172	188	4	165	117	0	85	239	3	161	2,8	1,458	1,615
22	25-февраль-2013	20.00	112	126	374	2	289	311	2	219	213	0	196	240	1	176	1,3	2,200	163	1	109	145	0	142	204	2	123	148	1	110	1,0	1,210	179	1	173	189	1	166	118	1	86	239	0	161	0,8	1,465	1,625
23	4-март-2013	20.00	119	133	376	2	291	312	1	220	213	0	196	241	1	177	1,0	2,210	165	2	111	147	2	144	205	1	124	149	1	111	1,5	1,225	181	2	175	189	0	166	119	1	87	241	2	163	1,3	1,478	1,638
24	11-март-2013	20.00	126	140	379	3	294	314	2	222	214	1	197	242	1	178	1,8	2,228	166	1	112	150	3	147	206	1	125	150	1	112	1,5	1,240	183	2	177	190	1	167	119	0	87	243	2	165	1,3	1,490	1,653
25	18-март-2013	20.00	133	147	382	3	297	315	1	223	216	2	199	245	3	181	2,3	2,250	168	2	114	152	2	149	208	2	127	151	1	113	1,8	1,258	184	1	178	191	1	168	120	1	88	244	1	166	1,0	1,500	1,669
26	25-март-2013	20.00	140	154	383	1	298	316	1	224	216	0	199	245	0	181	0,5	2,255	168	0	114	153	1	150	209	1	128	152	1	114	0,8	1,265	185	1	179	193	2	170	120	0	88	244	0	166	0,8	1,508	1,676
27	1-апрель-2013	20.00	147	161	384	1	299	316	0	224	216	0	199	246	1	182	0,5	2,260	169	1	115	154	1	151	210	1	129	152	0	114	0,8	1,273	186	1	180	195	2	172	121	1	89	245	1	167	1,3	1,520	1,684
28	8-апрель-2013	20.00	154	168	385	1	300	316	0	224	217	1	200	246	0	182	0,5	2,265	170	1	116	155	1	152	211	1	130	152	0	114	0,8	1,280	188	2	182	196	1	173	122	1	90	246	1	168	1,3	1,533	1,693
29	15-апрель-2013	20.00	161	175	386	1	301	317	1	225	217	0	200	247	1	183	0,8	2,273	170	0	116	155	0	152	211	0	130	153	1	115	0,3	1,283	188	0	182	197	1	174	122	0	90	247	1	169	0,5	1,538	1,698
30	22-апрель-2013	20.00	168	182	388	2	303	318	1	226	217	0	200	247	0																																

## Журнал отсчетов по тензOMETрам ТА-2-1 системы Анстова Н. Н. при определении продольных деформаций железобетонных призм серии № 3

Дата изготовления образцов: 22-окт-2012

Начало испытаний: 5-ноя-2012

Окончание испытаний: 1-июл-2013

№ п/п	Дата испытания	Время снятия отсчета	Продолжит. испытаний, сут	Возраст бетона, сут	УП-4 (Образец № 83)														УП-8 (Образец № 84)														УП-9 (Образец № 85)														
					Заводской номер тензOMETра, номер грани призмы														Заводской номер тензOMETра, номер грани призмы														Заводской номер тензOMETра, номер грани призмы														
					№ 190			№ 189			№ 191			№ 225			ΔC <sub>ср</sub>	Относ. деф., ΣΔC <sub>ср</sub> × 10 <sup>-3</sup>	№ 43			№ 42			№ 41			№ 44			ΔC <sub>ср</sub>	Относ. деф., ΣΔC <sub>ср</sub> × 10 <sup>-3</sup>	№ 39			№ 157			№ 159			№ 158			ΔC <sub>ср</sub>	Относ. деф., ΣΔC <sub>ср</sub> × 10 <sup>-3</sup>	Относит. деф. серии ε, × 10 <sup>-3</sup>
					1			2			3			4					1			2			3			4					1			2			3			4					
					C	ΔC	ΣΔC	C	ΔC	ΣΔC	C	ΔC	ΣΔC	C	ΔC	ΣΔC			C	ΔC	ΣΔC	C	ΔC	ΣΔC	C	ΔC	ΣΔC	C	ΔC	ΣΔC			C	ΔC	ΣΔC	C	ΔC	ΣΔC	C	ΔC	ΣΔC	C	ΔC	ΣΔC			
1					56	0	0	6	0	0	15	0	0	7	0	0	0,0	0,000	52	0	0	75	0	0	69	0	0	26	0	0	0,0	0,000	64	0	0	80	0	0	75	0	0	73	0	0	0,0	0,000	0,000
2	5-ноя-2012	19.00	0	14	152	96	96	95	89	89	83	68	68	91	84	84	84,3	0,843	101	49	49	134	59	59	160	91	91	102	76	76	68,8	0,688	134	70	70	144	64	64	152	77	77	143	70	70	70,3	0,703	0,745
3		20.00			185	33	129	122	27	116	101	18	86	112	21	105	24,8	1,090	105	4	53	144	10	69	178	18	109	113	11	87	10,8	0,795	147	13	83	153	9	73	163	11	88	139	-4	66	7,3	0,775	0,887
4	6-ноя-2012	20.00	1	15	201	16	145	136	14	130	111	10	96	126	14	119	13,5	1,225	112	7	60	154	10	79	197	19	128	126	13	100	12,3	0,918	151	4	87	155	2	75	172	9	97	123	-16	50	-0,3	0,773	0,972
5	7-ноя-2012	20.00	2	16	214	13	158	148	12	142	123	12	108	138	12	131	12,3	1,348	116	4	64	161	7	86	208	11	139	133	7	107	7,3	0,990	152	1	88	160	5	80	172	0	97	111	-12	38	-1,5	0,758	1,032
6	8-ноя-2012	20.00	3	17	224	10	168	153	5	147	129	6	114	146	8	139	7,3	1,420	119	3	67	167	6	92	216	8	147	140	7	114	6,0	1,050	152	0	88	166	6	86	172	0	97	103	-8	30	-0,5	0,753	1,074
7	12-ноя-2012	20.00	7	21	241	17	185	171	18	165	141	12	126	160	14	153	15,3	1,573	125	6	73	177	10	102	228	12	159	154	14	128	10,5	1,155	154	2	90	177	11	97	163	-9	88	96	-7	23	-0,8	0,745	1,158
8	19-ноя-2012	20.00	14	28	260	19	204	191	20	185	156	15	141	181	21	174	18,8	1,760	133	8	81	191	14	116	243	15	174	170	16	144	13,3	1,288	164	10	100	191	14	111	163	0	88	99	3	26	6,8	0,813	1,287
9	26-ноя-2012	20.00	21	35	272	12	216	204	13	198	168	12	153	194	13	187	12,5	1,885	140	7	88	201	10	126	252	9	183	185	15	159	10,3	1,390	173	9	109	202	11	122	177	14	102	102	3	29	9,3	0,905	1,393
10	3-дек-2012	20.00	28	42	286	14	230	218	14	212	181	13	166	208	14	201	13,8	2,023	146	6	94	211	10	136	269	17	200	198	13	172	11,5	1,505	183	10	119	214	12	134	195	18	120	115	13	42	13,3	1,038	1,522
11	10-дек-2012	20.00	35	49	295	9	239	229	11	223	192	11	177	215	7	208	9,5	2,118	150	4	98	220	9	145	281	12	212	208	10	182	8,8	1,593	192	9	128	223	9	143	209	14	134	125	10	52	10,5	1,143	1,618
12	17-дек-2012	20.00	42	56	303	8	247	237	8	231	202	10	187	227	12	220	9,5	2,213	155	5	103	225	5	150	290	9	221	216	8	190	6,8	1,660	198	6	134	232	9	152	220	11	145	134	9	61	8,8	1,230	1,701
13	24-дек-2012	20.00	49	63	308	5	252	242	5	236	208	6	193	235	8	228	6,0	2,273	158	3	106	229	4	154	298	8	229	222	6	196	5,3	1,713	202	4	138	236	4	156	227	7	152	139	5	66	5,0	1,280	1,755
14	31-дек-2012	20.00	56	70	309	1	253	243	1	237	210	2	195	236	1	229	1,3	2,285	160	2	108	230	1	155	301	3	232	223	1	197	1,8	1,730	204	2	140	239	3	159	231	4	156	141	2	68	2,8	1,308	1,774
15	7-январь-2013	20.00	63	77	315	6	259	248	5	242	217	7	202	243	7	236	6,3	2,348	163	3	111	236	6	161	307	6	238	229	6	203	5,3	1,783	209	5	145	244	5	164	236	5	161	147	6	74	5,3	1,360	1,830
16	14-январь-2013	20.00	70	84	318	3	262	252	4	246	220	3	205	243	0	236	2,5	2,373	166	3	114	239	3	164	311	4	242	233	4	207	3,5	1,818	212	3	148	248	4	168	240	4	165	149	2	76	3,3	1,393	1,861
17	21-январь-2013	20.00	77	91	321	3	265	253	1	247	224	4	209	243	0	236	2,0	2,393	168	2	116	242	3	167	315	4	246	237	4	211	3,3	1,850	215	3	151	250	2	170	244	4	169	154	5	81	3,5	1,428	1,890
18	28-январь-2013	20.00	84	98	325	4	269	260	7	254	229	5	214	243	0	236	4,0	2,433	170	2	118	246	4	171	319	4	250	241	4	215	3,5	1,885	219	4	155	254	4	174	249	5	174	159	5	86	4,5	1,473	1,930
19	4-февраль-2013	20.00	91	105	327	2	271	262	2	256	231	2	216	256	13	249	4,8	2,480	172	2	120	248	2	173	323	4	254	243	2	217	2,5	1,910	220	1	156	257	3	177	251	2	176	161	2	88	2,0	1,493	1,961
20	11-февраль-2013	20.00	98	112	328	1	272	264	2	258	234	3	219	258	2	251	2,0	2,500	173	1	121	249	1	174	324	1	255	244	1	218	1,0	1,920	222	2	158	257	0	177	253	2	178	161	0	88	1,0	1,503	1,974
21	18-февраль-2013	20.00	105	119	331	3	275	267	3	261	237	3	222	261	3	254	3,0	2,530	175	2	123	252	3	177	328	4	259	248	4	222	3,3	1,953	224	2	160	260	3	180	257	4	182	163	2	90	2,8	1,530	2,004
22	25-февраль-2013	20.00	112	126	332	1	276	269	2	263	238	1	223	261	0	254	1,0	2,540	175	0	123	254	2	179	330	2	261	250	2	224	1,5	1,968	225	1	161	262	2	182	258	1	183	163	0	90	1,0	1,540	2,016
23	4-март-2013	20.00	119	133	333	1	277	271	2	265	240	2	225	263	2	256	1,8	2,558	177	2	125	255	1	180	333	3	264	251	1	225	1,8	1,985	226	1	162	263	1	183	260	2	185	165	2	92	1,5	1,555	2,033
24	11-март-2013	20.00	126	140	335	2	279	272	1	266	242	2	227	266	3	259	2,0	2,578	177	0	125	257	2	182	335	2	266	253	2	227	1,5	2,000	228	2	164	265	2	185	262	2	187	168	3	95	2,3	1,578	2,052
25	18-март-2013	20.00	133	147	337	2	281	273	1	267	244	2	229	268	2	261	1,8	2,595	178	1	126	259	2	184	337	2	268	255	2	229	1,8	2,018	229	1	165	267	2	187	264	2	189	169	1	96	1,5	1,593	2,069
26	25-март-2013	20.00	140	154	338	1	282	274	1	268	245	1	230	269	1	262	1,0	2,605	179	1	127	259	0	184	339	2	270	255	0	229	0,8	2,025	229	0	165	268	1	188	266	2	191	171	2	98	1,3	1,605	2,078
27	1-апрель-2013	20.00	147	161	339	1	283	275	1	269	246	1	231	270	1	263	1,0	2,615	180	1	128	261	2	186	340	1	271	256	1	230	1,3	2,038	230	1	166	269	1	189	267	1	192	173	2	100	1,3	1,618	2,090
28	8-апрель-2013	20.00	154	168	339	0	283	276	1	270	247	1	232	271	1	264	0,8	2,623	181	1	129	264	3	189	342	2	273	258	2	232	2,0	2,058	231	1	167	270	1	190	268	1	193	175	2	102	1,3	1,630	2,104
29	15-апрель-2013	20.00	161	175	340	1	284	277	1	271	248	1	233	272	1	265	1,0	2,633	181	0	129	265	1	190	342	0	273	259	1	233	0,5	2,063	231	0	167	270	0	190	268	0	193	176	1	103	0,3	1,633	2,110
30	22-апрель-2013	20.00	168	182	340	0	284	278	1	272	249	1	234																																		

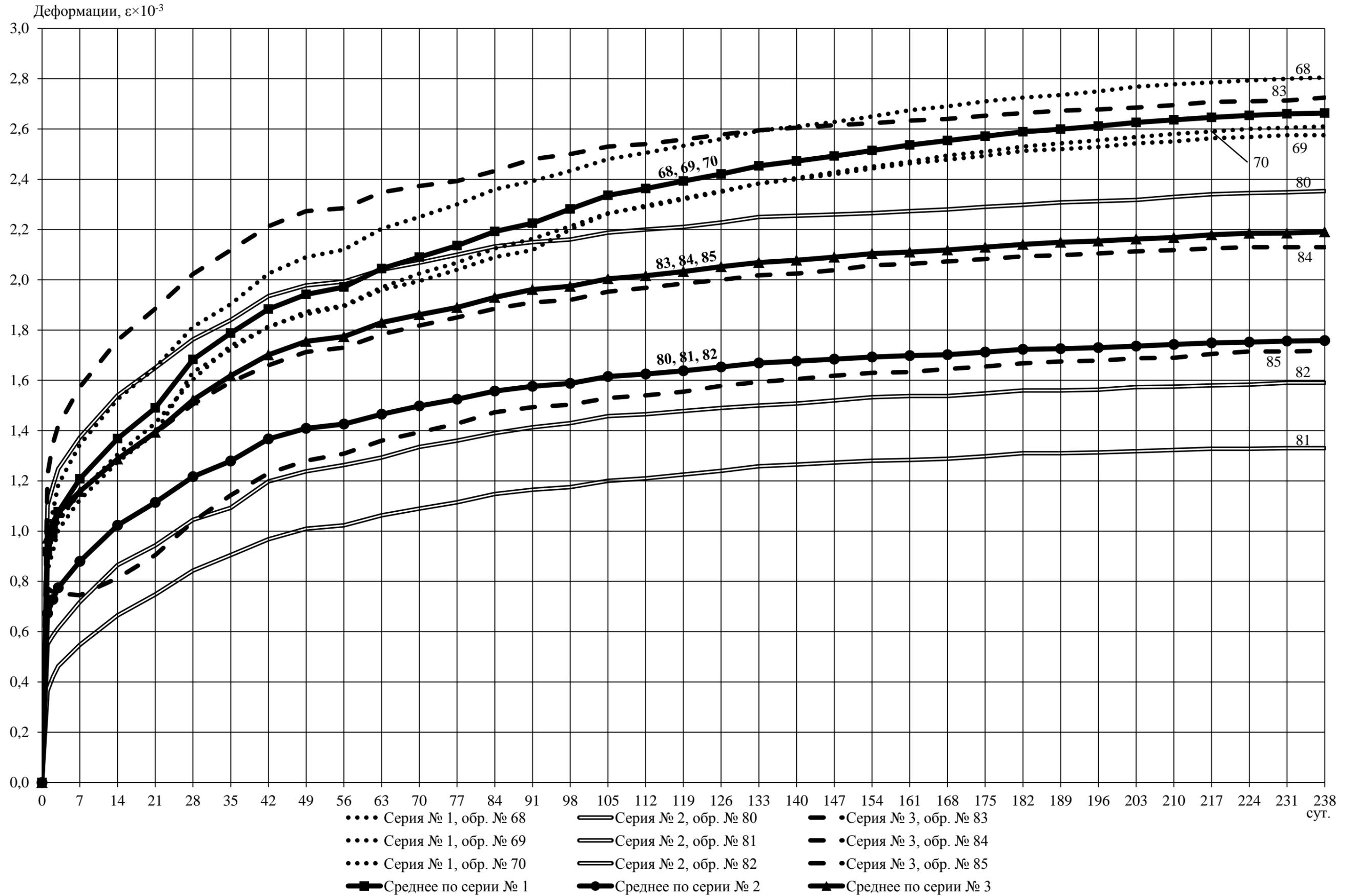


Рис. 3.7.4. Зависимость относительных деформаций железобетонных призм от продолжительности испытания и величины нагрузки

### 3.8. Обработка результатов экспериментальных исследований. Численный анализ

В результате длительного эксперимента установлено, что в момент загрузки образцов деформации ползучести бетона не проявляются, поэтому характеристика ползучести  $\varphi_t = 0$ . В таблицах 3.8.1 – 3.8.4 приведен процесс и результаты определения характеристики ползучести бетона для образцов серий № 1 – 3. В качестве примера ниже рассмотрим методику получения характеристики ползучести  $\varphi_t$  для образцов серии № 1 при продолжительности испытания 1 сут. (см. п. 2 табл. 3.8.1, 3.8.2). Остальные пункты таблиц 3.8.1 – 3.8.4 заполнены аналогично.

Прочности бетона  $R_k$  и  $R_b$  определены по формуле (3.7.3):

$$R_k(15) = 193,0 \text{ кгс/см}^2; \quad R_b(15) = 142,1 \text{ кгс/см}^2.$$

Зависимость модуля упругости бетона  $E_b$  от прочности  $R_k$  установлена по формуле (3.7.4):

$$E_b(15) = 280482 \text{ кгс/см}^2.$$

Коэффициенты  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  и  $e$ , входящие в слагаемые ряда (2.1.15), для возраста бетона 15 сут. определены по формулам (2.1.17) – (2.1.21):

$$a = 35,65 \cdot 10^{-7}; \quad b = 139,89 \cdot 10^{-10}; \quad c = 61,20 \cdot 10^{-12}; \\ d = 292,55 \cdot 10^{-15}; \quad e = 149,68 \cdot 10^{-17}.$$

Величину напряжения в одном стержне  $\sigma_s$  (при 4-х стержнях на сечение) находим по формуле

$$\sigma_s = \frac{1}{4} \varepsilon E_s,$$

где  $E_s = 2,0 \cdot 10^5 \text{ МПа} = 2,0 \cdot 10^6 \text{ кгс/см}^2$  [118, п. 5.2.10] и [119, п. 6.2.12],

$$\sigma_s(15) = 459,0 \text{ кгс/см}^2.$$

Экспериментальную величину напряжения в бетоне  $\sigma_b$  определим по формуле (2.2.10):

$$\sigma_b(15) = 106,42 \text{ кгс/см}^2.$$

Теоретическое прогнозирование изменения напряжений в бетоне во времени осуществляем по формуле (2.2.36) при подстановки коэффициента  $\varphi_{\infty} = 1,0$  (в соответствии с СП [118, 119]):

$$\sigma_b = 107,37 \text{ кгс/см}^2.$$

В *Eurocode 2* [156] коэффициент ползучести при относительной влажности 50 % изменяется в пределах от 0,0 до 7,0. В российских нормах СП коэффициент ползучести принимается в зависимости от влажности в интервале от 1,0 до 5,6. В столбцах 7 – 11 приведены результаты расчетов напряжений  $\sigma_b$  по формуле (2.2.36) при коэффициентах  $\varphi_{\infty} = 2,0; 3,0; 4,0; 5,0$  и 6,0.

При уровне загрузки бетона  $\eta = \frac{\sigma_b}{R_b} = \frac{106,42}{142,1} = 0,75$  параметр  $\beta = 0,0045$  (табл. 1.2.1), тогда по формуле (2.2.6) коэффициент

$$\Psi = 0,008413.$$

Влияние мгновенной нелинейности бетона и способов аппроксимации диаграммы мгновенного деформирования бетона (см. рис. 2.1.1) на характеристику ползучести устанавливаем по формулам (2.2.21), (2.2.25), (2.2.27), (2.2.29) и (2.2.31), результаты расчетов приведены в столбцах 16, 18, 20, 22 и 24 п. 2 табл. 3.8.2.

В столбцах 17, 19, 21, 23 и 25 приведена теоретическая предельная величина характеристики ползучести, полученная из формулы

$$\varphi_{\infty} = \frac{\varphi_t}{1 - e^{-bt}},$$

где  $b = 0,03$ .

Установлено, что при расчёте сжатых железобетонных элементов и использовании коэффициента  $\varphi_{\infty} = 1,0$ , как это требуется в российских нормах СП [118, 119], отличия между экспериментальными и теоретическими кривыми напряжений достигает 29 %. Аналогичные результаты получены и для образцов серий № 2 и 3. Таким образом, российские нормы завышают напряжения в бетоне, и, следовательно, занижают напряжения в арматуре от действительных

значений. В связи с этим, возможна ситуация, когда фактические напряжения в арматуре достигли предела текучести, а расчет по СП этого не учитывает.

Изменение напряжений в арматурном стержне испытанных образцов приведено на рис. 3.8.1. На рис. 3.8.2 показан характер уменьшения напряжений в бетоне в образцах серии № 1, полученный в результате экспериментальных исследованиях в данной работе и в результате расчета по формуле (2.2.36), где кривая 1 соответствует изменению напряжений при коэффициенте ползучести  $\varphi_{\infty} = 1,0$ , а кривые 2 – 6 соответственно  $\varphi_{\infty} = 2,0; 3,0; 4,0; 5,0; 6,0$ .

Таблица 3.8.1

Результаты показателей бетона  $R_k$ ,  $R_b$ ,  $E_b$  и коэффициентов  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  и  $e$ 

№ п/п	Возраст бетона, сут	Продолжитель- ность испыт., сут.	$R_k$ по форму- ле Щербакова	$R_b$ по форму- ле Щербакова	$E_b$ по форму- ле Графа	Опытные коэффициенты				
						$a$ , $\times 10^{-7}$	$b$ , $\times 10^{-10}$	$c$ , $\times 10^{-12}$	$d$ , $\times 10^{-15}$	$e$ , $\times 10^{-17}$
кгс/см <sup>2</sup>										
1	14	0	188,4	138,7	276945	36,11	146,28	65,87	323,42	169,77
2	15	1	193,0	142,1	280482	35,65	139,89	61,20	292,55	149,68
3	16	2	197,2	145,2	283643	35,26	134,42	57,31	267,51	133,78
4	17	3	201,1	148,1	286520	34,90	129,59	53,96	246,40	120,68
5	21	7	214,4	157,9	295936	33,79	115,05	44,36	188,68	86,36
<b>6</b>	<b>28</b>	<b>14</b>	<b>231,1</b>	<b>170,2</b>	<b>306959</b>	<b>32,58</b>	<b>99,99</b>	<b>35,20</b>	<b>137,81</b>	<b>58,28</b>
7	35	21	242,7	178,7	314138	31,83	91,21	30,27	112,26	45,10
8	42	28	251,2	185,0	319171	31,33	85,42	27,17	96,97	37,56
9	49	35	257,8	189,9	322952	30,96	81,27	25,03	86,80	32,71
10	56	42	263,0	193,7	325858	30,69	78,25	23,52	79,80	29,46
11	63	49	267,2	196,8	328159	30,47	75,90	22,37	74,59	27,08
12	70	56	270,6	199,3	329992	30,30	74,08	21,50	70,69	25,33
13	77	63	273,6	201,5	331588	30,16	72,53	20,77	67,46	23,89
14	84	70	276,1	203,3	332903	30,04	71,30	20,19	64,95	22,79
15	91	77	278,2	204,9	333998	29,94	70,23	19,70	62,81	21,86
16	98	84	280,1	206,3	334980	29,85	69,31	19,28	61,01	21,08
17	105	91	281,7	207,5	335801	29,78	68,53	18,92	59,51	20,44
18	112	98	283,2	208,6	336566	29,71	67,83	18,61	58,18	19,87
19	119	105	284,5	209,5	337225	29,65	67,27	18,36	57,13	19,43
20	126	112	285,7	210,4	337831	29,60	66,71	18,11	56,09	18,99
21	133	119	286,7	211,2	338333	29,56	66,22	17,89	55,18	18,61
22	140	126	287,7	211,9	338833	29,51	65,79	17,70	54,40	18,28
23	147	133	288,5	212,5	339232	29,48	65,43	17,54	53,75	18,01
24	154	140	289,3	213,1	339630	29,44	65,07	17,39	53,10	17,74
25	161	147	290,1	213,6	340026	29,41	64,78	17,26	52,58	17,52
26	168	154	290,7	214,1	340322	29,38	64,48	17,13	52,05	17,30
27	175	161	291,4	214,6	340667	29,35	64,19	17,00	51,53	17,09
28	182	168	292,0	215,0	340962	29,33	63,96	16,90	51,12	16,92
29	189	175	292,5	215,4	341207	29,31	63,72	16,80	50,72	16,75
30	196	182	293,0	215,8	341452	29,29	63,49	16,70	50,31	16,59
31	203	189	293,5	216,1	341696	29,27	63,32	16,63	50,02	16,47
32	210	196	293,9	216,5	341891	29,25	63,09	16,53	49,61	16,30
33	217	203	294,3	216,8	342086	29,23	62,92	16,46	49,32	16,18
34	224	210	294,7	217,0	342280	29,22	62,81	16,41	49,13	16,10
35	231	217	295,1	217,3	342474	29,20	62,64	16,34	48,84	15,99
36	238	224	295,4	217,6	342620	29,19	62,47	16,27	48,55	15,87
37	245	231	295,7	217,8	342765	29,17	62,36	16,22	48,36	15,79
38	252	238	296,1	218,0	342958	29,16	62,24	16,17	48,17	15,71

Изменение напряженно-деформированного состояния железобетонных образцов серии № 1

№ п/п	Возраст бетона, сут	Продолжит. испыт., сут.	Деформация, $\varepsilon \times 10^{-3}$	Напр. в арматуре (в одном стержне), кгс/см <sup>2</sup>	Напряжения в бетоне по формулам, кгс/см <sup>2</sup>							Уровень загрузки	Коэффициенты		Характеристика ползучести $\varphi_t$ с использованием моделей										
					(2.2.10)	(2.2.36) при $\varphi_\infty =$							$\beta$	$\Psi$	Линейная		Нелинейная при аппроксимации кривой уравнением (2.1.15)								
						1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0				Закон Гука		5 членов ряда		4 члена ряда		3 члена ряда		2 члена ряда		
															$\varphi_t$	$\varphi_\infty$	$\varphi_t$	$\varphi_\infty$	$\varphi_t$	$\varphi_\infty$	$\varphi_t$	$\varphi_\infty$	$\varphi_t$	$\varphi_\infty$	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
1	14	0	0,847	423,5	107,54	107,54	107,54	107,54	107,54	107,54	107,54	0,78	0,0048	0,008804	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
2	15	1	0,918	459,0	106,42	107,37	107,20	107,03	106,85	106,68	106,51	0,75	0,0045	0,008413	0,131	4,432	0,111	3,756	0,112	3,790	0,110	3,722	0,107	3,620	
3	16	2	0,990	495,0	105,28	107,20	106,86	106,53	106,19	105,86	105,53	0,73	0,0043	0,008063	0,271	4,654	0,228	3,915	0,231	3,967	0,227	3,898	0,221	3,795	
4	17	3	1,077	538,5	103,90	107,04	106,54	106,05	105,55	105,06	104,57	0,70	0,0040	0,007729	0,446	5,182	0,374	4,345	0,380	4,415	0,374	4,345	0,364	4,229	
5	21	7	1,208	604,0	101,83	106,44	105,35	104,28	103,21	102,15	101,11	0,64	0,0034	0,006854	0,739	3,901	0,618	3,263	0,628	3,315	0,620	3,273	0,607	3,205	
6	28	14	1,368	684,0	99,30	105,55	103,60	101,69	99,81	97,97	96,16	0,58	0,0028	0,005903	1,135	3,309	0,948	2,764	0,964	2,811	0,956	2,788	0,940	2,741	
7	35	21	1,490	745,0	97,37	104,84	102,21	99,64	97,14	94,70	92,32	0,54	0,0024	0,005314	1,461	3,126	1,221	2,612	1,242	2,657	1,234	2,640	1,217	2,604	
8	42	28	1,683	841,5	94,31	104,26	101,09	98,01	95,02	92,12	89,32	0,51	0,0021	0,004824	1,990	3,502	1,663	2,926	1,695	2,983	1,685	2,965	1,665	2,930	
9	49	35	1,788	894,0	92,65	103,80	100,19	96,70	93,33	90,09	86,95	0,49	0,0019	0,004504	2,304	3,544	1,927	2,964	1,965	3,023	1,955	3,007	1,934	2,975	
10	56	42	1,883	941,5	91,15	103,42	99,46	95,65	91,99	88,47	85,08	0,47	0,0017	0,004255	2,596	3,624	2,174	3,035	2,218	3,096	2,208	3,082	2,185	3,050	
11	63	49	1,942	971,0	90,21	103,12	98,88	94,81	90,91	87,18	83,59	0,46	0,0016	0,004075	2,788	3,620	2,336	3,033	2,384	3,096	2,374	3,083	2,352	3,054	
12	70	56	1,971	985,5	89,75	102,87	98,41	94,14	90,05	86,14	82,40	0,45	0,0015	0,003948	2,889	3,551	2,424	2,979	2,474	3,041	2,464	3,028	2,441	3,000	
13	77	63	2,044	1022,0	88,60	102,67	98,03	93,59	89,36	85,31	81,45	0,44	0,0014	0,003802	3,126	3,682	2,623	3,090	2,679	3,156	2,669	3,144	2,646	3,117	
14	84	70	2,090	1045,0	87,87	102,51	97,72	93,15	88,80	84,65	80,69	0,43	0,0013	0,003696	3,281	3,739	2,755	3,139	2,815	3,208	2,805	3,196	2,781	3,169	
15	91	77	2,136	1068,0	87,14	102,38	97,47	92,80	88,35	84,11	80,07	0,43	0,0013	0,003598	3,438	3,817	2,887	3,205	2,952	3,277	2,942	3,266	2,917	3,238	
16	98	84	2,192	1096,0	86,25	102,28	97,27	92,51	87,98	83,68	79,58	0,42	0,0012	0,003503	3,629	3,947	3,047	3,314	3,117	3,390	3,107	3,379	3,083	3,353	
17	105	91	2,225	1112,5	85,73	102,19	97,11	92,28	87,69	83,33	79,18	0,41	0,0011	0,003433	3,745	4,006	3,146	3,365	3,220	3,445	3,210	3,434	3,185	3,407	
18	112	98	2,282	1141,0	84,83	102,12	96,98	92,09	87,45	83,04	78,86	0,41	0,0011	0,003350	3,944	4,164	3,312	3,497	3,392	3,581	3,382	3,571	3,356	3,543	
19	119	105	2,336	1168,0	83,97	102,07	96,87	91,94	87,26	82,81	78,60	0,40	0,0010	0,003277	4,134	4,319	3,471	3,626	3,558	3,717	3,547	3,706	3,521	3,679	
20	126	112	2,363	1181,5	83,55	102,02	96,78	91,81	87,10	82,63	78,39	0,40	0,0010	0,003225	4,234	4,386	3,556	3,684	3,645	3,776	3,635	3,766	3,608	3,738	
21	133	119	2,393	1196,5	83,07	101,98	96,71	91,71	86,97	82,48	78,22	0,39	0,0009	0,003173	4,345	4,471	3,649	3,755	3,742	3,850	3,732	3,840	3,705	3,812	
22	140	126	2,421	1210,5	82,63	101,95	96,66	91,63	86,87	82,36	78,08	0,39	0,0009	0,003129	4,448	4,552	3,736	3,823	3,833	3,923	3,822	3,911	3,796	3,885	
23	147	133	2,453	1226,5	82,12	101,93	96,61	91,57	86,79	82,26	77,97	0,39	0,0009	0,003084	4,567	4,653	3,835	3,907	3,937	4,011	3,926	4,000	3,899	3,972	
24	154	140	2,472	1236,0	81,82	101,91	96,57	91,51	86,72	82,18	77,88	0,38	0,0008	0,003050	4,639	4,710	3,896	3,955	4,000	4,061	3,990	4,051	3,962	4,022	
25	161	147	2,492	1246,0	81,51	101,89	96,54	91,47	86,67	82,12	77,80	0,38	0,0008	0,003019	4,715	4,773	3,960	4,009	4,067	4,117	4,056	4,106	4,029	4,079	
26	168	154	2,514	1257,0	81,16	101,88	96,52	91,44	86,62	82,06	77,74	0,38	0,0008	0,002985	4,799	4,847	4,030	4,070	4,141	4,182	4,130	4,171	4,102	4,143	
27	175	161	2,536	1268,0	80,81	101,87	96,50	91,41	86,59	82,02	77,69	0,38	0,0008	0,002953	4,883	4,922	4,100	4,133	4,214	4,248	4,204	4,238	4,176	4,210	
28	182	168	2,554	1277,0	80,52	101,86	96,48	91,38	86,56	81,99	77,66	0,37	0,0007	0,002926	4,953	4,985	4,159	4,186	4,276	4,304	4,265	4,293	4,237	4,265	
29	189	175	2,571	1285,5	80,26	101,85	96,47	91,37	86,53	81,96	77,62	0,37	0,0007	0,002900	5,019	5,045	4,214	4,236	4,334	4,357	4,323	4,346	4,295	4,318	
30	196	182	2,589	1294,5	79,97	101,85	96,46	91,35	86,51	81,93	77,60	0,37	0,0007	0,002873	5,089	5,111	4,273	4,291	4,396	4,415	4,385	4,404	4,357	4,376	
31	203	189	2,599	1299,5	79,81	101,84	96,45	91,34	86,50	81,92	77,58	0,37	0,0007	0,002857	5,129	5,147	4,306	4,321	4,431	4,446	4,420	4,435	4,392	4,407	
32	210	196	2,611	1305,5	79,62	101,84	96,44	91,33	86,49	81,90	77,56	0,37	0,0007	0,002835	5,177	5,192	4,347	4,359	4,474	4,487	4,463	4,476	4,435	4,447	
33	217	203	2,626	1313,0	79,38	101,84	96,43	91,32	86,47	81,89	77,54	0,37	0,0007	0,002814	5,236	5,248	4,397	4,407	4,526	4,536	4,515	4,525	4,486	4,496	
34	224	210	2,636	1318,0	79,23	101,83	96,43	91,31	86,47	81,88	77,53	0,37	0,0007	0,002801	5,276	5,286	4,429	4,437	4,560	4,568	4,549	4,557	4,521	4,529	
35	231	217	2,646	1323,0	79,07	101,83	96,43	91,31	86,46	81,87	77,52	0,36	0,0006	0,002784	5,316	5,324	4,463	4,470	4,596	4,603	4,585	4,592	4,557	4,564	
36	238	224	2,654	1327,0	78,94	101,83	96,42	91,30	86,45	81,86	77,52	0,36	0,0006	0,002768	5,349	5,355	4,491	4,496	4,625	4,631	4,615	4,621	4,586	4,592	
37	245	231	2,660	1330,0	78,85	101,83	96,42	91,30	86,45	81,86	77,51	0,36	0,0006	0,002758	5,374	5,379	4,512	4,516	4,647	4,652	4,636	4,641	4,608	4,613	
38	252	238	2,663	1331,5	78,80	101,83	96,42	91,30	86,45	81,85	77,50	0,36	0,0006	0,002749	5,387	5,391	4,523	4,527	4,659	4,663	4,648	4,652	4,620	4,624	

Изменение напряженно-деформированного состояния железобетонных образцов серии № 2

№ п/п	Возраст бетона, сут	Продолжит. испыт., сут.	Деформация, $\epsilon \times 10^{-3}$	Напр. в арматуре (в одном стержне), кгс/см <sup>2</sup>	Напряжения в бетоне по формулам, кгс/см <sup>2</sup>							Уровень загрузки	Коэффициенты		Характеристика ползучести $\varphi_t$ с использованием моделей										
					(2.2.10)	(2.2.36) при $\varphi_\infty =$							$\beta$	$\Psi$	Линейная		Нелинейная при аппроксимации кривой уравнением (2.1.15)								
															Закон Гука		5 членов ряда		4 члена ряда		3 члена ряда		2 члена ряда		
						1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0				$\varphi_t$	$\varphi_\infty$	$\varphi_t$	$\varphi_\infty$	$\varphi_t$	$\varphi_\infty$	$\varphi_t$	$\varphi_\infty$	$\varphi_t$	$\varphi_\infty$	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
1	14	0	0,628	314,0	91,54	91,54	91,54	91,54	91,54	91,54	91,54	0,66	0,0036	0,007651	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
2	15	1	0,673	336,5	90,08	91,26	90,97	90,69	90,41	90,13	89,85	0,63	0,0033	0,007263	0,118	3,993	0,099	3,350	0,106	3,587	0,103	3,485	0,099	3,350	
3	16	2	0,728	364,0	88,29	90,98	90,42	89,87	89,32	88,77	88,23	0,61	0,0031	0,006893	0,269	4,619	0,226	3,881	0,240	4,121	0,236	4,053	0,227	3,898	
4	17	3	0,775	387,5	86,76	90,71	89,89	89,08	88,27	87,47	86,68	0,59	0,0029	0,006571	0,405	4,706	0,339	3,939	0,361	4,194	0,355	4,125	0,342	3,974	
5	21	7	0,880	440,0	83,34	89,72	87,94	86,19	84,48	82,80	81,16	0,53	0,0023	0,005683	0,739	3,901	0,612	3,231	0,654	3,453	0,645	3,405	0,627	3,310	
6	28	14	1,023	511,5	78,68	88,26	85,10	82,05	79,12	76,28	73,55	0,46	0,0016	0,004692	1,252	3,651	1,029	3,000	1,103	3,216	1,092	3,184	1,070	3,120	
7	35	21	1,114	557,0	75,71	87,09	82,86	78,83	75,00	71,36	67,89	0,42	0,0012	0,004102	1,615	3,455	1,325	2,835	1,422	3,042	1,412	3,021	1,387	2,967	
8	42	28	1,217	608,5	72,36	86,15	81,08	76,31	71,82	67,60	63,62	0,39	0,0009	0,003638	2,051	3,609	1,673	2,944	1,808	3,181	1,797	3,162	1,770	3,115	
9	49	35	1,279	639,5	70,34	85,40	79,67	74,32	69,34	64,69	60,35	0,37	0,0007	0,003329	2,334	3,590	1,899	2,921	2,059	3,167	2,049	3,152	2,021	3,109	
10	56	42	1,367	683,5	67,47	84,79	78,54	72,75	67,38	62,42	57,81	0,35	0,0005	0,003033	2,749	3,838	2,220	3,099	2,428	3,389	2,417	3,374	2,387	3,332	
11	63	49	1,409	704,5	66,11	84,30	77,63	71,49	65,84	60,63	55,84	0,34	0,0004	0,002850	2,960	3,844	2,384	3,096	2,618	3,400	2,607	3,385	2,577	3,346	
12	70	56	1,426	713,0	65,55	83,90	76,91	70,49	64,61	59,22	54,28	0,33	0,0003	0,002734	3,051	3,750	2,456	3,019	2,701	3,320	2,691	3,307	2,661	3,271	
13	77	63	1,465	732,5	64,28	83,59	76,32	69,69	63,63	58,10	53,05	0,32	0,0002	0,002595	3,254	3,833	2,609	3,073	2,884	3,397	2,873	3,384	2,843	3,349	
14	84	70	1,498	749,0	63,21	83,33	75,85	69,04	62,85	57,21	52,08	0,31	0,0001	0,002483	3,429	3,907	2,739	3,121	3,042	3,466	3,031	3,454	3,000	3,419	
15	91	77	1,525	762,5	62,33	83,12	75,47	68,53	62,22	56,50	51,30	0,30	0,0000	0,002388	3,576	3,970	2,847	3,161	3,174	3,524	3,164	3,513	3,133	3,478	
16	98	84	1,557	778,5	61,29	82,95	75,16	68,11	61,71	55,92	50,67	0,30	0,0000	0,002293	3,752	4,080	2,973	3,233	3,333	3,625	3,323	3,614	3,292	3,580	
17	105	91	1,576	788,0	60,67	82,81	74,91	67,77	61,31	55,46	50,17	0,29	0,0000	0,002301	3,838	4,106	3,057	3,270	3,415	3,653	3,405	3,643	3,373	3,608	
18	112	98	1,588	794,0	60,28	82,70	74,71	67,50	60,98	55,09	49,77	0,29	0,0000	0,002283	3,897	4,115	3,112	3,286	3,471	3,665	3,461	3,654	3,430	3,621	
19	119	105	1,615	807,5	59,40	82,61	74,55	67,28	60,71	54,79	49,44	0,28	0,0000	0,002269	4,033	4,214	3,226	3,370	3,596	3,757	3,586	3,747	3,555	3,714	
20	126	112	1,625	812,5	59,07	82,54	74,42	67,10	60,50	54,55	49,18	0,28	0,0000	0,002254	4,084	4,231	3,272	3,390	3,644	3,775	3,635	3,766	3,603	3,733	
21	133	119	1,638	819,0	58,65	82,48	74,31	66,95	60,32	54,35	48,97	0,28	0,0000	0,002240	4,151	4,271	3,331	3,428	3,707	3,814	3,697	3,804	3,666	3,772	
22	140	126	1,653	826,5	58,16	82,43	74,22	66,84	60,18	54,19	48,80	0,27	0,0000	0,002229	4,228	4,327	3,397	3,476	3,779	3,867	3,769	3,857	3,738	3,825	
23	147	133	1,669	834,5	57,64	82,39	74,15	66,74	60,07	54,06	48,66	0,27	0,0000	0,002219	4,311	4,392	3,468	3,533	3,856	3,929	3,847	3,920	3,815	3,887	
24	154	140	1,676	838,0	57,41	82,36	74,10	66,66	59,98	53,96	48,55	0,27	0,0000	0,002210	4,348	4,414	3,502	3,555	3,891	3,950	3,881	3,940	3,850	3,909	
25	161	147	1,684	842,0	57,15	82,33	74,05	66,60	59,90	53,87	48,46	0,27	0,0000	0,002203	4,390	4,444	3,539	3,583	3,930	3,978	3,921	3,969	3,889	3,937	
26	168	154	1,693	846,5	56,86	82,31	74,01	66,55	59,84	53,81	48,38	0,27	0,0000	0,002195	4,437	4,481	3,581	3,617	3,975	4,015	3,965	4,004	3,934	3,973	
27	175	161	1,698	849,0	56,69	82,29	73,98	66,51	59,79	53,75	48,32	0,26	0,0000	0,002187	4,464	4,500	3,605	3,634	4,000	4,032	3,991	4,023	3,959	3,991	
28	182	168	1,702	851,0	56,56	82,28	73,96	66,47	59,75	53,70	48,27	0,26	0,0000	0,002181	4,485	4,514	3,625	3,649	4,020	4,046	4,011	4,037	3,980	4,006	
29	189	175	1,712	856,0	56,24	82,27	73,93	66,45	59,72	53,67	48,23	0,26	0,0000	0,002174	4,538	4,562	3,671	3,690	4,070	4,091	4,061	4,082	4,030	4,051	
30	196	182	1,723	861,5	55,88	82,26	73,92	66,42	59,69	53,64	48,20	0,26	0,0000	0,002168	4,598	4,618	3,722	3,738	4,126	4,144	4,116	4,134	4,085	4,102	
31	203	189	1,726	863,0	55,78	82,25	73,90	66,40	59,67	53,61	48,17	0,26	0,0000	0,002163	4,614	4,630	3,737	3,750	4,141	4,155	4,132	4,146	4,100	4,114	
32	210	196	1,730	865,0	55,65	82,24	73,89	66,39	59,65	53,59	48,15	0,26	0,0000	0,002157	4,635	4,648	3,757	3,768	4,162	4,174	4,152	4,164	4,121	4,133	
33	217	203	1,736	868,0	55,46	82,24	73,88	66,38	59,63	53,57	48,13	0,26	0,0000	0,002153	4,668	4,679	3,786	3,795	4,192	4,202	4,183	4,192	4,151	4,160	
34	224	210	1,743	871,5	55,23	82,24	73,88	66,37	59,62	53,56	48,12	0,25	0,0000	0,002150	4,706	4,715	3,819	3,826	4,227	4,235	4,218	4,226	4,187	4,195	
35	231	217	1,749	874,5	55,03	82,23	73,87	66,36	59,61	53,55	48,10	0,25	0,0000	0,002145	4,739	4,746	3,847	3,853	4,258	4,264	4,249	4,255	4,218	4,224	
36	238	224	1,752	876,0	54,93	82,23	73,87	66,35	59,60	53,54	48,09	0,25	0,0000	0,002140	4,755	4,761	3,863	3,868	4,274	4,279	4,265	4,270	4,234	4,239	
37	245	231	1,756	878,0	54,80	82,23	73,86	66,35	59,60	53,53	48,09	0,25	0,0000	0,002138	4,777	4,782	3,882	3,886	4,295	4,299	4,285	4,289	4,254	4,258	
38	252	238	1,758	879,0	54,74	82,22	73,86	66,34	59,59	53,53	48,08	0,25	0,0000	0,002134	4,788	4,792	3,892	3,895	4,305	4,308	4,296	4,299	4,265	4,268	

Изменение напряженно-деформированного состояния железобетонных образцов серии № 3.

№ п/п	Возраст бетона, сут	Продолжит. испыт., сут.	Деформация, $\varepsilon \times 10^{-3}$	Напр. в арматуре (в одном стержне), кгс/см <sup>2</sup>	Напряжения в бетоне по формулам, кгс/см <sup>2</sup>							Уровень загрузки	Коэффициенты		Характеристика ползучести $\varphi$ , с использованием моделей										
					(2.2.10)	(2.2.36) при $\varphi_{\infty} =$							$\beta$	$\Psi$	Линейная		Нелинейная при аппроксимации кривой уравнением (2.1.15)								
															Закон Гука		5 членов ряда		4 члена ряда		3 члена ряда		2 члена ряда		
						1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0				$\varphi_t$	$\varphi_{\infty}$	$\varphi_t$	$\varphi_{\infty}$	$\varphi_t$	$\varphi_{\infty}$	$\varphi_t$	$\varphi_{\infty}$	$\varphi_t$	$\varphi_{\infty}$	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
1	14	0	0,887	443,5	120,44	120,44	120,44	120,44	120,44	120,44	120,44	0,87	0,0057	0,009734	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
2	15	1	0,972	486,0	117,67	120,07	119,69	119,32	118,95	118,58	118,21	0,83	0,0053	0,009205	0,136	4,602	0,121	4,094	0,130	4,399	0,124	4,196	0,116	3,925	
3	16	2	1,032	516,0	115,72	119,70	118,97	118,24	117,52	116,80	116,08	0,80	0,0050	0,008782	0,239	4,104	0,211	3,623	0,226	3,881	0,216	3,709	0,203	3,486	
4	17	3	1,074	537,0	114,35	119,35	118,27	117,20	116,14	115,09	114,05	0,77	0,0047	0,008434	0,316	3,671	0,276	3,207	0,297	3,451	0,285	3,311	0,269	3,125	
5	21	7	1,158	579,0	111,61	118,05	115,70	113,40	111,15	108,94	106,78	0,71	0,0041	0,007473	0,488	2,576	0,418	2,207	0,449	2,370	0,435	2,297	0,415	2,191	
6	28	14	1,287	643,5	107,41	116,13	111,97	107,96	104,09	100,37	96,77	0,63	0,0033	0,006380	0,782	2,280	0,658	1,919	0,706	2,059	0,691	2,015	0,666	1,942	
7	35	21	1,393	696,5	103,96	114,59	109,02	103,72	98,68	93,89	89,33	0,58	0,0028	0,005683	1,050	2,246	0,874	1,870	0,939	2,009	0,923	1,975	0,895	1,915	
8	42	28	1,522	761,0	99,76	113,35	106,68	100,40	94,50	88,94	83,70	0,54	0,0024	0,005119	1,398	2,460	1,153	2,029	1,243	2,187	1,226	2,157	1,193	2,099	
9	49	35	1,618	809,0	96,63	112,36	104,82	97,79	91,23	85,11	79,40	0,51	0,0021	0,004713	1,682	2,587	1,377	2,118	1,491	2,294	1,473	2,266	1,437	2,211	
10	56	42	1,701	850,5	93,93	111,56	103,33	95,72	88,66	82,12	76,07	0,48	0,0018	0,004399	1,943	2,712	1,581	2,207	1,718	2,398	1,700	2,373	1,662	2,320	
11	63	49	1,755	877,5	92,17	110,91	102,14	94,06	86,63	79,77	73,47	0,47	0,0017	0,004174	2,123	2,757	1,722	2,236	1,875	2,435	1,857	2,411	1,818	2,361	
12	70	56	1,774	887,0	91,55	110,39	101,19	92,75	85,01	77,92	71,42	0,46	0,0016	0,004038	2,194	2,697	1,780	2,188	1,938	2,382	1,920	2,360	1,882	2,313	
13	77	63	1,830	915,0	89,73	109,97	100,42	91,69	83,72	76,45	69,80	0,45	0,0015	0,003858	2,387	2,812	1,929	2,272	2,107	2,482	2,089	2,461	2,049	2,414	
14	84	70	1,861	930,5	88,72	109,63	99,80	90,84	82,69	75,27	68,52	0,44	0,0014	0,003737	2,500	2,849	2,016	2,297	2,206	2,514	2,188	2,493	2,148	2,448	
15	91	77	1,890	945,0	87,77	109,36	99,30	90,16	81,86	74,33	67,49	0,43	0,0013	0,003629	2,608	2,895	2,099	2,330	2,300	2,553	2,282	2,533	2,242	2,489	
16	98	84	1,930	965,0	86,47	109,14	98,89	89,61	81,20	73,58	66,67	0,42	0,0012	0,003513	2,755	2,996	2,210	2,403	2,429	2,642	2,411	2,622	2,370	2,577	
17	105	91	1,961	980,5	85,46	108,95	98,57	89,17	80,66	72,97	66,01	0,41	0,0011	0,003420	2,873	3,073	2,299	2,459	2,533	2,710	2,515	2,690	2,473	2,646	
18	112	98	1,974	987,0	85,04	108,81	98,30	88,81	80,23	72,48	65,48	0,41	0,0011	0,003360	2,926	3,089	2,340	2,471	2,580	2,724	2,562	2,705	2,520	2,661	
19	119	105	2,004	1002,0	84,06	108,69	98,09	88,52	79,88	72,09	65,05	0,40	0,0010	0,003281	3,042	3,178	2,426	2,535	2,681	2,801	2,663	2,782	2,621	2,738	
20	126	112	2,016	1008,0	83,67	108,59	97,91	88,28	79,60	71,77	64,71	0,40	0,0010	0,003230	3,092	3,203	2,463	2,552	2,726	2,824	2,707	2,804	2,665	2,761	
21	133	119	2,033	1016,5	83,12	108,52	97,77	88,09	79,37	71,51	64,43	0,39	0,0009	0,003176	3,160	3,252	2,515	2,588	2,786	2,867	2,768	2,848	2,726	2,805	
22	140	126	2,052	1026,0	82,50	108,45	97,66	87,94	79,18	71,30	64,20	0,39	0,0009	0,003123	3,237	3,313	2,571	2,631	2,854	2,921	2,836	2,902	2,793	2,858	
23	147	133	2,069	1034,5	81,94	108,40	97,56	87,81	79,03	71,13	64,02	0,39	0,0009	0,003075	3,307	3,369	2,622	2,671	2,915	2,970	2,897	2,952	2,854	2,908	
24	154	140	2,078	1039,0	81,65	108,36	97,49	87,71	78,91	71,00	63,87	0,38	0,0008	0,003042	3,345	3,396	2,650	2,690	2,949	2,994	2,931	2,976	2,888	2,932	
25	161	147	2,090	1045,0	81,26	108,32	97,43	87,63	78,81	70,88	63,75	0,38	0,0008	0,003007	3,395	3,437	2,687	2,720	2,993	3,030	2,975	3,012	2,932	2,968	
26	168	154	2,104	1052,0	80,80	108,30	97,38	87,56	78,73	70,79	63,66	0,38	0,0008	0,002969	3,454	3,488	2,729	2,756	3,045	3,075	3,027	3,057	2,983	3,013	
27	175	161	2,110	1055,0	80,61	108,27	97,34	87,50	78,66	70,72	63,57	0,38	0,0008	0,002943	3,480	3,508	2,749	2,771	3,068	3,093	3,051	3,076	3,007	3,031	
28	182	168	2,119	1059,5	80,31	108,26	97,30	87,46	78,61	70,66	63,51	0,37	0,0007	0,002916	3,519	3,542	2,777	2,795	3,102	3,122	3,085	3,105	3,041	3,061	
29	189	175	2,130	1065,0	79,96	108,24	97,28	87,42	78,57	70,61	63,46	0,37	0,0007	0,002886	3,565	3,584	2,811	2,826	3,144	3,161	3,126	3,142	3,082	3,098	
30	196	182	2,141	1070,5	79,60	108,23	97,25	87,39	78,53	70,57	63,42	0,37	0,0007	0,002856	3,613	3,628	2,844	2,856	3,186	3,200	3,168	3,182	3,124	3,137	
31	203	189	2,149	1074,5	79,34	108,22	97,24	87,37	78,50	70,54	63,38	0,37	0,0007	0,002835	3,647	3,660	2,869	2,879	3,216	3,227	3,198	3,209	3,154	3,165	
32	210	196	2,154	1077,0	79,17	108,21	97,22	87,35	78,48	70,51	63,35	0,37	0,0007	0,002814	3,670	3,680	2,886	2,894	3,236	3,245	3,219	3,228	3,175	3,184	
33	217	203	2,162	1081,0	78,91	108,20	97,21	87,33	78,46	70,49	63,33	0,36	0,0006	0,002792	3,705	3,713	2,911	2,918	3,267	3,274	3,250	3,257	3,205	3,212	
34	224	210	2,168	1084,0	78,72	108,20	97,20	87,32	78,44	70,47	63,31	0,36	0,0006	0,002777	3,731	3,738	2,929	2,934	3,290	3,296	3,273	3,279	3,228	3,234	
35	231	217	2,179	1089,5	78,36	108,19	97,19	87,31	78,43	70,46	63,29	0,36	0,0006	0,002751	3,779	3,785	2,962	2,966	3,333	3,338	3,315	3,320	3,270	3,275	
36	238	224	2,185	1092,5	78,16	108,19	97,19	87,30	78,42	70,44	63,28	0,36	0,0006	0,002732	3,806	3,811	2,981	2,985	3,357	3,361	3,339	3,343	3,294	3,298	
37	245	231	2,186	1093,0	78,13	108,19	97,18	87,29	78,41	70,43	63,27	0,36	0,0006	0,002725	3,811	3,815	2,985	2,988	3,361	3,364	3,343	3,346	3,299	3,302	
38	252	238	2,191	1095,5	77,97	108,18	97,17	87,29	78,40	70,42	63,26	0,36	0,0006	0,002711	3,833	3,836	3,001	3,003	3,381	3,384	3,363	3,366	3,319	3,322	

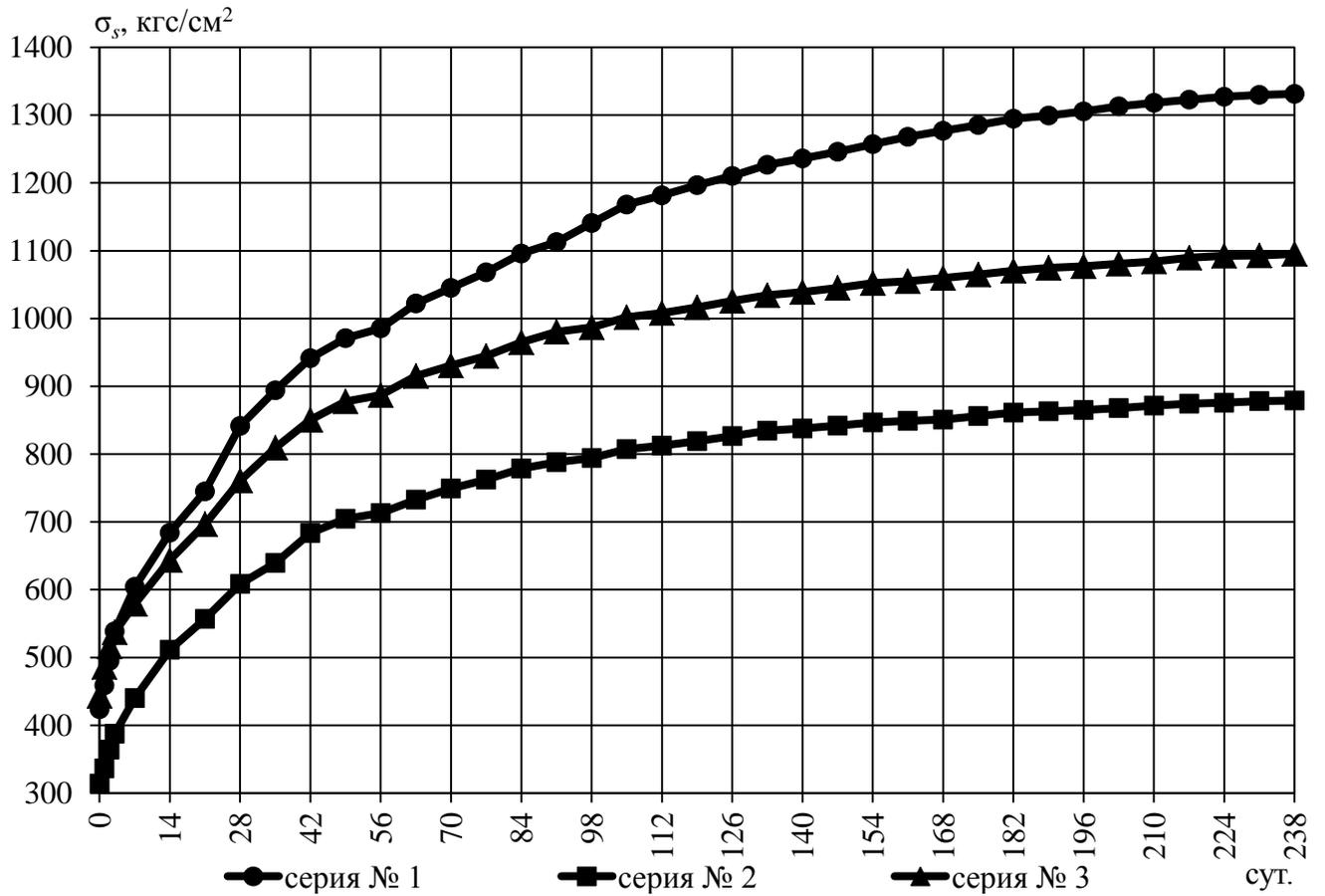


Рис. 3.8.1. Изменение напряжений в арматурном стержне в образцах серии

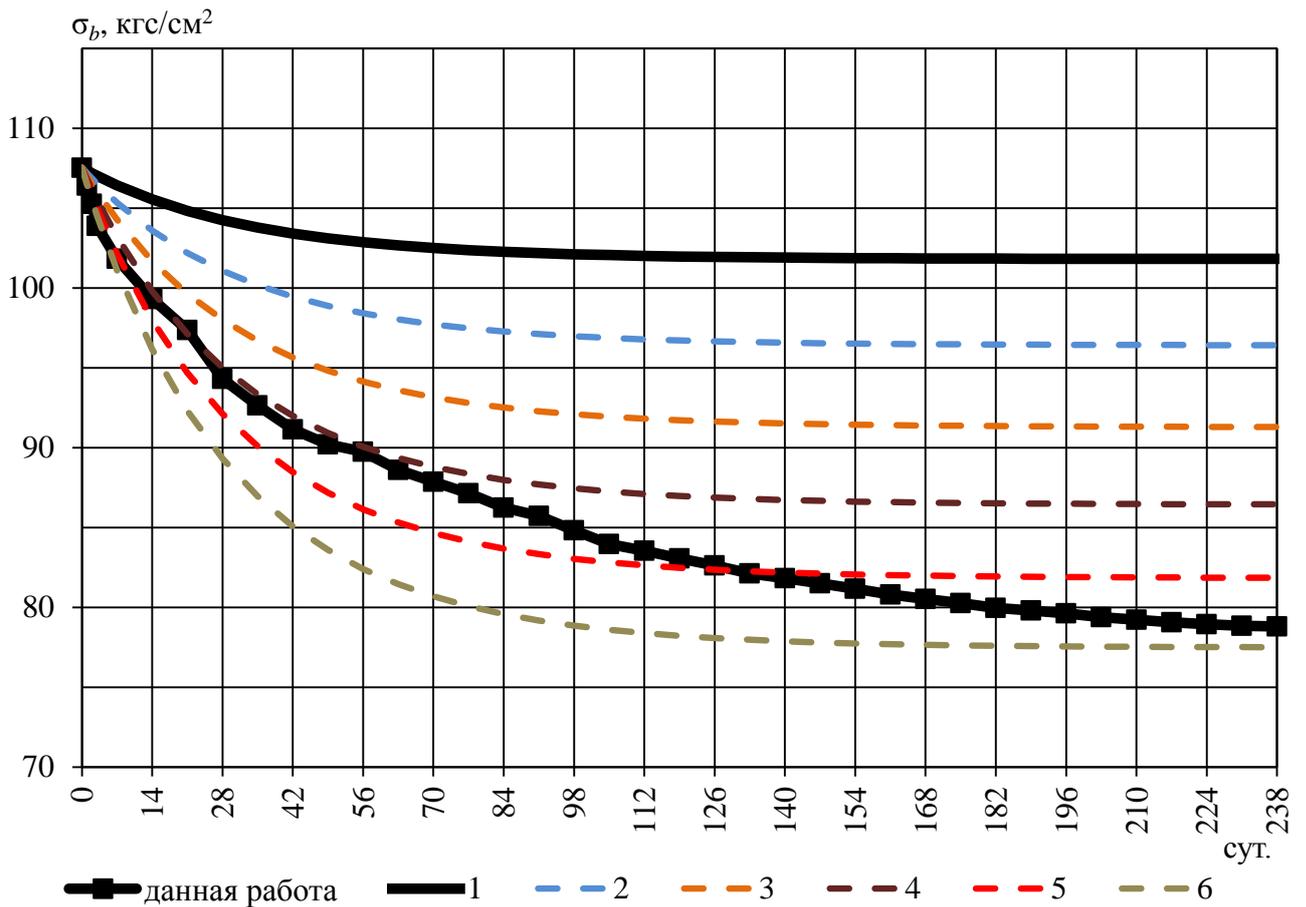


Рис. 3.8.2. Изменение напряжений в бетоне в образцах серии № 1

Для удобства сравнения характеристик ползучести  $\varphi_t$  и  $\varphi_\infty$ , полученных на основе линейной и нелинейной моделей, п. 2 и п. 28 с табл. 3.8.2 сведены отдельно в табл. 3.8.5.

Таблица 3.8.5

## Характеристика ползучести

Модель для мгновенных деформаций	Уравнение для $\varphi_t$	Величина $\varphi_t$	Процентное отношение	Величина $\varphi_\infty$	Процентное отношение
1 член ряда (2.1.15), линейная модель	(2.2.31)	0,131	100 %	5,387	100 %
2 члена ряда (2.1.15)	(2.2.29)	0,107	81,7 %	4,620	85,8 %
3 члена ряда (2.1.15)	(2.2.27)	0,110	84,0 %	4,648	86,3 %
4 члена ряда (2.1.15)	(2.2.25)	0,112	85,5 %	4,659	86,5 %
5 членов ряда (2.1.15)	(2.2.21)	0,111	84,7 %	4,523	84,0 %
Среднее значение по нелинейным моделям		0,110	84,0 %	4,613	85,7 %

Примечание. За основу расчета процентных отношений (100 %) взята линейная модель.

По результатам расчетов выявлено влияние мгновенной нелинейности бетона на напряжения в бетоне и на характеристику ползучести:

- использование в расчётах коэффициента ползучести из российских норм СП, полученного на основе закона Гука для мгновенных деформаций, приводит к завышению напряжений в бетоне до 29 % от фактических значений;

- характеристика ползучести  $\varphi_t$ , полученная на основе закона Гука для мгновенных деформаций, больше характеристики ползучести, полученной с применением нелинейных моделей для мгновенных деформаций, в среднем на 16 %;

- коэффициент  $\varphi_\infty$ , вычисленный с учетом мгновенной нелинейности бетона уменьшается в среднем на 14,3 % по сравнению с коэффициентом  $\varphi_\infty$  определенного по линейной модели.

Графики изменения характеристики ползучести во времени приведены на рис. 3.8.2.

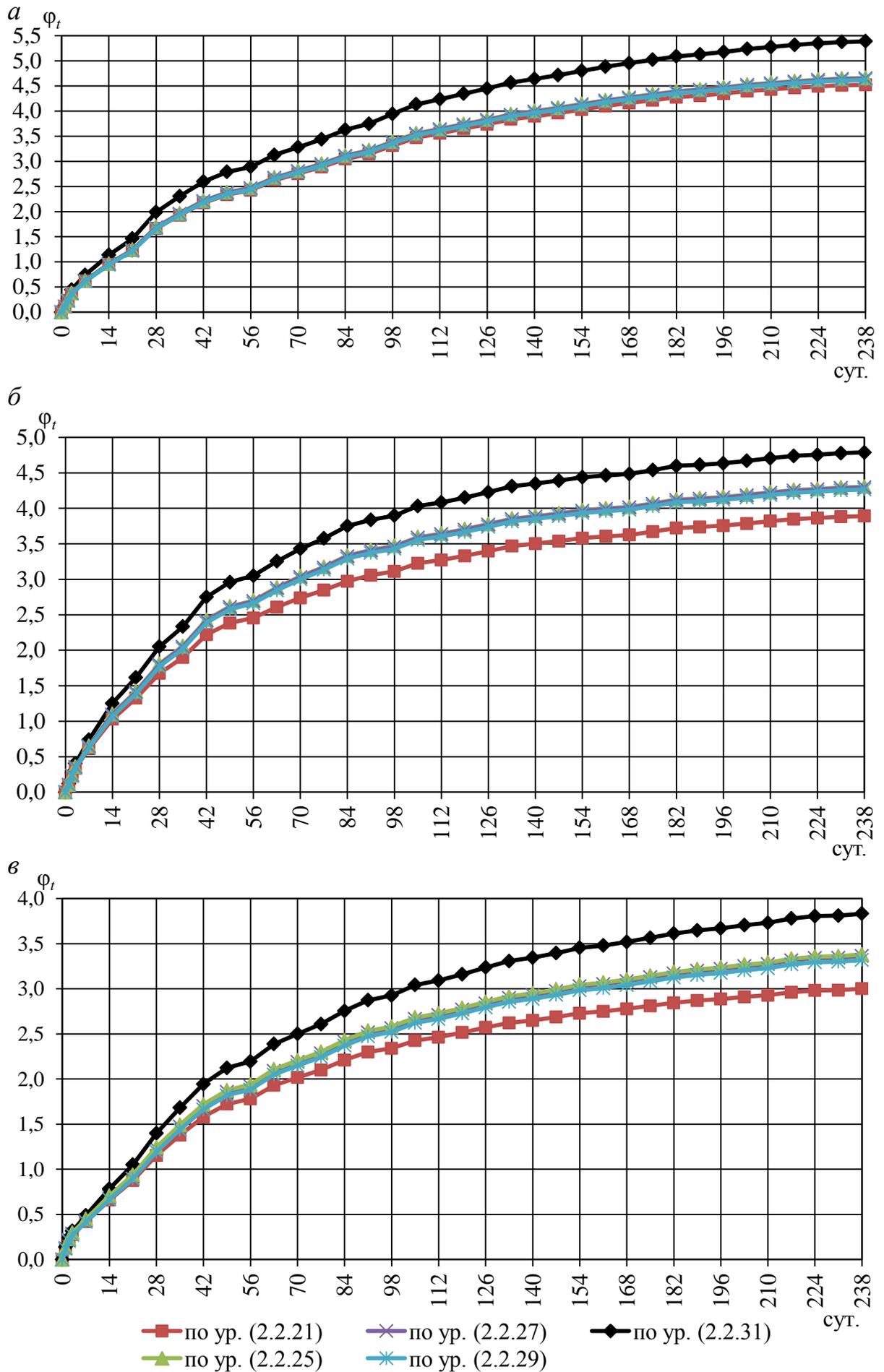


Рис. 3.8.3. Изменение характеристики ползучести  $\varphi_t$  во времени для призм: *a* – серии № 1, *b* – серии № 2, *v* – серии № 3

## Выводы

Проведенные автором экспериментальные исследования позволили получить целый комплекс данных о прочностных показателях и деформативности бетона и железобетона. Достоверность полученных опытных данных обеспечивалось за счет:

- изготовления всех образцов из бетонной смеси одного замеса и ее одновременным уплотнением на производственном вибростолу;
- одинаковыми условиями хранения для всех серий образцов;
- применением поверенных приборов и оборудования для измерения требуемых показателей;
- одинаковыми условиями проведения длительных испытаний.

Экспериментально было установлено влияние нелинейной зависимости между мгновенными деформациями и напряжениями (см. рис. 2.1.1) на коэффициент ползучести бетона и на напряжения в бетоне сжатых железобетонных элементов:

- коэффициент ползучести, определенный с учетом нелинейной модели для мгновенных деформаций меньше коэффициента ползучести, полученного с применением линейного закона Гука в среднем на 14 %;
- при учете в расчетах нормативной характеристики ползучести взятой из СП, расчетные напряжения превышают фактические до 29 %. Это приводит к занижению теоретических напряжений в арматуре от действительных значений.

## ГЛАВА 4. РАСЧЕТ НОРМАТИВНОЙ УСЛОВНОЙ КРИТИЧЕСКОЙ СИЛЫ ДЛЯ СЖАТЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Сжатые железобетонные элементы рассчитываются по прочности поперечного сечения и устойчивости всего элемента как в плоскости действия момента, так и в другой плоскости перпендикулярной к ней. Форма их поперечного сечения с точки зрения целесообразности и экономичности чаще применяется квадратной или прямоугольной, развитой в плоскости действия момента. При значительных по величине изгибающих моментах, действующих в одном направлении, поперечное сечение принимается тавровым или двутавровым.

В данной главе рассматривается в соответствии с требованием *Eurocode 2* влияние мгновенной нелинейности бетона и нелинейной ползучести бетона на величину условной критической силы для сжатых железобетонных элементов прямоугольного поперечного сечения.

### 4.1. Определение условной критической силы по нормативной методике и по предложениям автора

Установлено, что бетон, являясь упруговязкопластическим материалом, обладает не только существенной физической нелинейностью (мгновенная нелинейность и нелинейная ползучесть), которая проявляется уже при малых уровнях загрузки, но и пористой структурой с содержанием большого количества микротрещин по всему объему. Несмотря на этот факт, в основе расчета сжатых железобетонных элементов по недеформированной схеме в соответствии с российскими нормами СП лежит решение известной задачи об устойчивости сжатого абсолютно упругого стержня, шарнирно опертого по концам и имеющего в середине начальный прогиб  $f_0$ , рассматриваемой в курсе сопротивления материалов. Начальное искривление упругого стержня описывается по синусоиде

$$y_0 = f_0 \sin \frac{\pi x}{l}, \quad (4.1.1)$$

где  $x$  – расстояние от начала координат до точки определения прогиба  $y_0$  ( $f_0 \geq y_0$ );  
 $l$  – длина стержня.

К исследуемому стержню приложена продольная сжимающая сила  $P$ , линия действия которой совпадает с центральной продольной осью стержня. В результате действия силы  $P$  стержень получил дополнительный прогиб  $f(x)$ , величину которого в среднем сечении при  $x = \frac{l}{2}$  обозначим  $f_1$ .

Решив дифференциальные уравнения изгиба упругого стержня, найдем величину дополнительного прогиба в среднем сечении:

$$f_1 = \frac{f_0}{\frac{P_{\text{Э}}}{P} - 1}, \quad (4.1.2)$$

тогда полный прогиб

$$f_{\text{полн}} = f_0 + f_1 = \frac{f_0}{1 - \frac{P}{P_{\text{Э}}}}, \quad (4.1.3)$$

где  $P_{\text{Э}}$  – критическая сила Эйлера, то есть наименьшая осевая сжимающая сила, способная удержать в равновесии слегка искривленный стержень [15], равная для стержня с шарнирно опертыми концами

$$P_{\text{Э}} = \frac{\pi^2 EI}{l_0^2}, \quad (4.1.4)$$

где  $l_0$  – расчетная длина элемента.

Формула (4.1.3), полученная для расчета прогиба стержня из абсолютно упругого материала, нашла применение в действующих российских нормах СП в виде коэффициента  $\eta$ , учитывающего влияние продольного изгиба (прогиба) элемента на его несущую способность:

$$\eta = \frac{1}{1 - \frac{N}{N_{cr}}}, \quad (4.1.5)$$

где  $N_{cr}$  – условная критическая сила.

С помощью коэффициента  $\eta$  рекомендуется увеличивать эксцентриситет  $e_0$  путем их перемножения, то есть продольная сила  $N$  прикладывается к среднему сечению с эксцентриситетом  $e_0 \cdot N$ . Следовательно, полный прогиб в среднем сечении

$$e_0 \eta = \frac{e_0}{1 - \frac{N}{N_{cr}}}. \quad (4.1.6)$$

Сравнивая правые части формул (4.1.3) и (4.1.6) выявляем их абсолютную идентичность. Таким образом формула (4.1.6), применяемая в СП для расчета внецентренно сжатых элементов, на самом деле соответствует расчетной схеме упругого центрально сжатого стержня, имеющего начальный прогиб  $f_0$ . Это значит, что нормы заменяют начальный прогиб  $f_0$  на эксцентриситет действующей силы  $e_0$ . При работе материала в упругопластической стадии, будут отличаться критические силы  $P_{\text{Э}}$  и  $N_{cr}$ .

В соответствии с разделом 6.2 СП 52-101-2003 и разделом 8.1 СП 63.13330.2012 условная критическая сила определяется по формуле:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 D}{l_0^2}, \quad (4.1.7)$$

где  $l_0$  – расчетная длина элемента;  $D$  – жесткость железобетонного элемента

$$D = k_b E_b I + k_s E_s I_s, \quad (4.1.8)$$

где  $E_b$  и  $E_s$  – модули упругости бетона и арматуры;  $I_b$  и  $I_s$  – моменты инерции площадей сечения бетона и всей продольной арматуры относительно оси центра тяжести поперечного сечения элемента;  $k_b$  и  $k_s$  – коэффициенты, равные

$$k_b = \frac{0,15}{\varphi_l (0,3 + \delta_e)}, \quad k_s = 0,7; \quad (4.1.9)$$

$\varphi_l$  – коэффициент, учитывающий влияние длительности действия нагрузки

$$\varphi_l = 1 + \frac{M_{II}}{M_I}, \quad (4.1.10)$$

$M_{II}$  и  $M_I$  – моменты относительно центра наиболее растянутого и наименее сжатого (при целиком сжатом сечении) стержня арматуры соответственно от

действия полной нагрузки и от действия постоянных и длительных нагрузок;  
 $\delta_e$  – относительное значение эксцентриситета продольной силы

$$\delta_e = \frac{e_0}{h}, \quad (4.1.11)$$

где  $e_0$  – эксцентриситет приложения продольной силы;  $h$  – высота поперечного сечения.

Для железобетонного элемента прямоугольного поперечного сечения с симметричным расположением продольной арматуры относительно оси, проходящей через центр тяжести перпендикулярно сечению, формула условной критической силы имеет вид

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 E_b b h^3}{l_0^2} \left[ \frac{0,0125}{\left(1 + \frac{M_{l1}}{M_1}\right) (0,3 + \delta_e)} + 0,175 \alpha \mu \left(\frac{h_0 - a}{h}\right)^2 \right], \quad (4.1.12)$$

где

$$\mu = \frac{A_{sc,tot}}{bh}; \quad (4.1.13)$$

$A_{sc,tot}$  – площадь поперечного сечения всей продольной арматуры;

$$\alpha = \frac{E_s}{E_b}. \quad (4.1.14)$$

Отметим, что ни мгновенная нелинейность бетона, описываемая формулой (2.1.2), ни нелинейная ползучесть бетона при определении значения  $N_{cr}$  не учитывается.

Из структуры формулы (4.1.12) видно, что она представляет собой формулу Ржаницына А. Р. для критической силы центрально сжатого стержня изготовленного из условного и однородного материала Кельвина:

$$P_{\text{Э}} = \frac{\pi^2 EI}{l_0^2 (1 + \varphi_{\infty})}, \quad (4.1.15)$$

которая путем введения множителя  $(1 + \varphi_{\infty})$  является развитием известной формулы Эйлера (4.1.4), здесь  $\varphi_{\infty}$  – предельная характеристика ползучести бетона.

В российских нормах СП [118, 119] продолжительность действия нагрузки учитывается отдельно с помощью снижения модуля упругости

$$E_{b,\tau} = \frac{E_b}{1 + \varphi_{b,cr}}, \quad (4.1.16)$$

где  $\varphi_{b,cr}$  – коэффициент ползучести (предельная величина характеристики ползучести), принимаемый в зависимости от класса бетона по прочности и относительной влажности воздуха окружающей среды.

Интерес вызывает сравнение коэффициента  $\varphi_l$ , определяемого по формуле (4.1.10), которым нормируется ползучесть бетона при продолжительном действии сжатой нагрузки, с коэффициентом, входящим в выражение для длительного модуля упругости бетона (4.1.16).

Для выявления влияния ползучести и мгновенной нелинейности бетона на величину условной критической силы  $N_{cr}$  и оценки полученных результатов рассмотрены следующие задачи, в которых определена величина  $N_{cr}$  по действующим российским нормам СП и по предложенной автором методике. Предложенная автором методика расчета условной критической силы принята к использованию и применена проектным институтом ООО «Северная Столица» при оценке несущей способности монолитных железобетонных колонн при проектировании административного здания в г. Мурманск (акт о внедрении приведен в прил. Т).

**Условие 1.** Железобетонная колонна длиной 10,0 м сплошного поперечного сечения высотой  $h = 50$  см и шириной  $b = 40$  см имеет шарнирное опирание на двух концах.

**Требуется.** Определить величину  $N_{cr}$  и сравнить полученные результаты.

**Исходные материалы:**

Бетон тяжелый класса по прочности на сжатие В25 ГОСТ 26633-91:

- призмная прочность  $R_b = 148$  кгс/см<sup>2</sup>;
- модуль упругости  $E_b = 306000$  кгс/см<sup>2</sup>.

Арматурная сталь периодического профиля класса А400 ГОСТ 5781-82:

- расчетное сопротивление сжатию  $R_{sc} = 3620$  кгс/см<sup>2</sup>;

- модуль упругости  $E_s = 2 \cdot 10^6$  кгс/см<sup>2</sup>.

Защитный слой бетона  $a = a' = 4$  см.

### Решение.

Определим коэффициенты  $\alpha$  и  $\delta_e$ , расчетную длину  $l_0$  и гибкость  $\lambda$  колонны

$$\alpha = \frac{2 \cdot 10^6}{306000} = 6,54; \quad \delta_e = 0,7; \quad l_0 = 1,0H = 10,0 \text{ м}; \quad \lambda = \frac{l_0}{h} = \frac{1000}{50} = 20.$$

Принимаем арматуру  $2 \times 2\text{Ø}16\text{A}400$  с площадью сечения стержня  $2,010$  см<sup>2</sup> и общей площадью  $A_{sc,tot} = 8,04$  см<sup>2</sup>. Коэффициент армирования по формуле (4.1.13):  $\mu = 0,004$ ;

Найдем прочность сечения  $N_{ult}$  при гибкости колонны  $\lambda = 20$  по формуле:

$$N_{ult} = \varphi (R_b A_b + R_{sc} A_{sc,tot}), \quad (4.1.17)$$

где  $\varphi = 0,7$  [118, п. 6.2.17] или [119, п. 8.1.16].

$$N_{ult} = 226700 \text{ кгс.}$$

*1. Определение условной критической силы согласно требованиям российских норм СП.*

В соответствии с СП принимаем отношение  $\frac{M_{II}}{M_I} = 1$ , тогда коэффициент  $\varphi_I$  по формуле (4.1.10):  $\varphi_{II} = 1 + 1 = 2$ .

Подставив исходные данные в формулу (4.1.12), вычислим величину условной критической силы:

$$N_{cr1} = 143100 \text{ кгс.}$$

*2. Определение условной критической силы с учетом касательного модуля в соответствии с рекомендациями Байкова В. Н.*

Касательный модуль  $E_{кас}$  связан с законом мгновенного деформирования бетона и зависит от уровня загрузки бетона и величины проявившихся деформаций в железобетонном элементе  $\varepsilon_b$  при заданном уровне загрузки:

$$E_{кас} = \frac{d\sigma_b}{d\varepsilon_b}.$$

В соответствии с требованием *Eurocode 2* для описания мгновенной нелинейности бетона используем формулу (2.1.2):

$$\sigma_b = \frac{E_b \varepsilon_b - \frac{R_b}{\varepsilon_{b0}^2} \varepsilon_b^2}{1 + \left( \frac{E_b}{R_b} - \frac{2}{\varepsilon_{b0}} \right) \varepsilon_b}. \quad (4.1.18)$$

Найдем напряжения в бетоне:  $\sigma_b = \frac{N_{cr}}{N_{ult}} \cdot R_b = \frac{143100}{226700} \cdot 148 = 93,4 \text{ кгс/см}^2$ .

По формуле (4.1.18) определим деформации бетона, соответствующие данному напряжению, используя программу *Mathcad 15*:

$$\varepsilon_{b(E2)} = 49,71 \cdot 10^{-5}.$$

Дифференцируя формулу (4.1.18) по переменной  $\varepsilon_b$ , получим

$$E_{\text{кас}(E2)} = \frac{\left( E_b - 2 \frac{R_b}{\varepsilon_{b0}^2} \varepsilon_b \right) \left[ 1 + \left( \frac{E_b}{R_b} - \frac{2}{\varepsilon_{b0}} \right) \varepsilon_b \right] - \left( E_b \varepsilon_b - \frac{R_b}{\varepsilon_{b0}^2} \varepsilon_b^2 \right) \left( \frac{E_b}{R_b} - \frac{2}{\varepsilon_{b0}} \right)}{\left[ 1 + \left( \frac{E_b}{R_b} - \frac{2}{\varepsilon_{b0}} \right) \varepsilon_b \right]^2}. \quad (4.1.19)$$

Подставив величину найденных деформаций в формулу (4.1.19), определим касательный модуль:

$$E_{\text{кас}(E2)} = 110700 \text{ кгс/см}^2.$$

Вычислим коэффициент  $\alpha_1$  по формуле (4.1.14)  $\alpha_1 = \frac{2 \cdot 10^6}{110700} = 18,07$ .

Подставив исходные данные, касательный модуль  $E_{\text{кас}(E2)}$  и коэффициент  $\alpha_1$  в формулу (4.1.12), вычислим величину условной критической силы:

$$N_{cr2} = 82820 \text{ кгс}.$$

3. *Определение условной критической силы по предложению автора с учетом коэффициента ползучести  $\varphi_{b,cr}$ , входящего в формулу (4.1.16).*

После введения коэффициента ползучести  $\varphi_{b,cr}$  в формулу (4.1.10) коэффициент

$$\varphi_{l2} = 1 + \varphi_{b,cr}. \quad (4.1.20)$$

В соответствии с [118, п. 5.1.14] и [119, п. 6.1.16] для бетона класса В25 и влажности от 40 до 75 % принимаем  $\varphi_{b,cr} = 2,5$ , тогда  $\varphi_{l2} = 1 + 2,5 = 3,5$ .

Касательный модуль здесь не учитывается, подставив исходные данные и коэффициент  $\varphi_{l2}$ , вычисленный по формуле (4.1.20), определим условную критическую силу по формуле (4.1.12):

$$N_{cr3} = 102600 \text{ кгс.}$$

4. *Определение условной критической силы по предложению автора с совместным учетом коэффициента ползучести  $\varphi_{b,cr}$  и касательного модуля  $E_{кас(E2)}$ .*

В данном случае условная критическая сила по формуле (4.1.12) равна:

$$N_{cr4} = 68200 \text{ кгс.}$$

5. *Определение условной критической силы с учетом параметра ползучести  $\Psi$ , предложенным автором.*

В данном случае коэффициент  $\varphi_{l3}$  определяется выражением

$$\varphi_{l3} = 1 + \left[ 1 + \left( \frac{b}{a} + \beta \right) \sigma_b \right] \varphi_{b,cr}, \quad (4.1.21)$$

где  $a$  и  $b$  – коэффициенты, определяемые по формулам (2.1.17) и (2.1.18);  $\beta$  – коэффициент, принимаемый по табл. 1.2.1.

Для бетона класса В25 коэффициенты

$$a = 3,268 \cdot 10^{-6}, \quad b = 1,269 \cdot 10^{-8};$$

при действующем напряжении по табл. 1.2.1 коэффициент

$$\beta = 0,0033.$$

Тогда по формуле (4.1.21) коэффициент

$$\varphi_{l3} = 5,177.$$

Условная критическая сила по формуле (4.1.12) при использовании  
- модуля упругости  $E_b$

$$N_{cr5} = 85150 \text{ кгс;}$$

- касательного модуля  $E_{кас(E2)}$

$$N_{cr6} = 61880 \text{ кгс.}$$

Таким образом, рассмотрены 6 вариантов формул по определению условной критической силы  $N_{cr}$ . Результаты расчетов сведены в табл. 4.1.1.

Результаты расчета условной критической силы

№ п/п	Величина модуля $E_b$ или $E_{\text{кас}}$ , кгс/см <sup>2</sup>		Формула для определения коэффициента $\varphi_{li}$ и его величина			Условная критическая сила $N_{cr}$ , кгс/см <sup>2</sup>		Отличие от $N_{cr1}$
1	$E_b$	306000	(4.1.10)	$1 + \frac{M_{l1}}{M_1}$	2	$N_{cr1}$	143100	--
2	$E_{\text{кас}}$	110700				$N_{cr2}$	82820	42 %
3	$E_b$	306000	(4.1.20)	$1 + \varphi_{b,cr}$	3,5	$N_{cr3}$	102600	28 %
4	$E_{\text{кас}}$	110700				$N_{cr4}$	68200	52 %
5	$E_b$	306000	(4.1.21)	$1 + \left[ 1 + \left( \frac{b}{a} + \beta \right) \sigma_b \right] \varphi_{b,cr}$	5,177	$N_{cr5}$	85150	40 %
6	$E_{\text{кас}}$	110700				$N_{cr6}$	61880	57 %

Из табл. 4.1.1 видно влияние касательного модуля  $E_{\text{кас}}$ , связанного с мгновенной нелинейностью бетона, и коэффициента ползучести  $\varphi_{b,cr}$  на величину условной критической силы: значения  $N_{cr}$ , определенная по нормативной методике и определенная с учетом касательного модуля  $E_{\text{кас}}$ , отличаются на 42 %; в случае введения в формулу (4.1.10) коэффициента ползучести  $\varphi_{b,cr}$  вместо отношения  $\frac{M_{l1}}{M_1}$  при использовании модуля упругости  $E_b$  отличия составляют 28 % и при использовании касательного модуля  $E_{\text{кас}}$  – 52 %; при введении поправочного коэффициента, учитывающего мгновенную нелинейность и нелинейную ползучесть бетона, отличия составляют 40 % и 57 %, соответственно.

Такой сильный разброс величины условной критической силы характерен не только для приведенного выше примера, а абсолютно для любой другой сжатой железобетонной колонны и применении других классов бетона по прочности на сжатие. Об этом свидетельствуют следующие результаты.

**Условие 2.** Железобетонная колонна длиной 8,0 м квадратного профиля и сплошного поперечного сечения размерами  $h = b = 40$  см имеет шарнирное опирание на двух концах.

**Требуется.** Определить величину  $N_{cr}$  и сравнить полученные результаты.

**Исходные материалы:**

Бетон тяжелый класса по прочности на сжатие В30 ГОСТ 26633-91:

- призмная прочность  $R_b = 173 \text{ кгс/см}^2$ ;

- модуль упругости  $E_b = 331000 \text{ кгс/см}^2$ .

Арматурная сталь периодического профиля класса А400 ГОСТ 5781-82:

- расчетное сопротивление сжатию  $R_{sc} = 3620 \text{ кгс/см}^2$ ;

- модуль упругости  $E_s = 2 \cdot 10^6 \text{ кгс/см}^2$ .

Защитный слой бетона  $a = a' = 4 \text{ см}$ .

**Решение.**

Определим коэффициенты  $\alpha_2$  и  $\delta_e$ , расчетную длину  $l_0$  и гибкость  $\lambda$  колонны

$$\alpha_2 = 6,04; \quad \delta_e = 0,7; \quad l_0 = 8,0 \text{ м}; \quad \lambda = 20.$$

Принимаем арматуру  $2 \times 2\text{Ø}20\text{A}400$  с общей площадью поперечного сечения  $A_{sc,tot} = 12,56 \text{ см}^2$ . Коэффициент армирования по формуле (4.1.13):  $\mu = 0,0079$ ;

При гибкости колонны  $\lambda = 20$  прочность сечения по формуле (4.1.17):

$$N_{ult} = 224100 \text{ кгс}.$$

*1. Определение условной критической силы согласно требованиям российских норм СП.*

Подставив исходные данные и коэффициент  $\varphi_{l1} = 2$  в формулу (4.1.12), получим величину условной критической силы:

$$N_{cr1} = 151400 \text{ кгс}.$$

*2. Определение условной критической силы с учетом касательного модуля в соответствии с рекомендациями Байкова В. Н.*

Напряжения в бетоне составляют

$$\sigma_b = \frac{151400}{224100} \cdot 173 = 116,9 \text{ кгс/см}^2.$$

Деформации, соответствующие данному напряжению, определим по формуле (4.1.18):

$$\varepsilon_{b(E2)} = 58,80 \cdot 10^{-5}.$$

Подставив найденную величину деформаций в формулу (4.1.19), определим касательный модуль:

$$E_{\text{кас}(E2)} = 112800 \text{ кгс/см}^2.$$

Коэффициент  $\alpha_1$  по формуле (4.1.14)  $\alpha_1 = 17,73$ .

Подставив исходные данные, касательный модуль  $E_{\text{кас}(E2)}$  и коэффициент  $\alpha_1$  в формулу (4.1.12), вычислим величину условной критической силы:

$$N_{cr2} = 97590 \text{ кгс.}$$

*3. Определение условной критической силы по предложению автора с учетом коэффициента ползучести  $\varphi_{b,cr}$  входящего в формулу (4.1.16).*

Для бетона класса В30 и влажности от 40 до 75 % принимаем  $\varphi_{b,cr} = 2,3$ , тогда  $\varphi_{l2} = 3,3$ .

Касательный модуль здесь не учитывается, подставив исходные данные и коэффициент  $\varphi_{l2}$ , определим условную критическую силу по формуле (4.1.12):

$$N_{cr3} = 119200 \text{ кгс.}$$

*4. Определение условной критической силы по предложению автора с совместным учетом коэффициента ползучести  $\varphi_{b,cr}$  и касательного модуля  $E_{\text{кас}(E2)}$ .*

В данном случае условная критическая сила по формуле (4.1.12) равна:

$$N_{cr4} = 86640 \text{ кгс.}$$

*5. Определение условной критической силы с учетом параметра ползучести  $\Psi$ , предложенным автором.*

Коэффициент  $\varphi_{l3}$  определяется по формуле (4.1.21), где для бетона класса В30 коэффициенты

$$a = 3,021 \cdot 10^{-6}, \quad b = 9,529 \cdot 10^{-9};$$

при действующем напряжении по табл. 1.2.1 коэффициент

$$\beta = 0,0038.$$

Тогда по формуле (4.1.21) коэффициент

$$\varphi_{l3} = 5,170.$$

Условная критическая сила по формуле (4.1.12) при использовании

- модуля упругости  $E_b$

$$N_{cr5} = 101300 \text{ кгс;}$$

- касательного модуля  $E_{\text{кас}(E2)}$

$$N_{cr6} = 80540 \text{ кгс.}$$

Результаты расчетов сведены в табл. 4.1.2.

Таблица 4.1.2

**Результаты расчета условной критической силы**

№ п/п	Величина модуля $E_b$ или $E_{кас}$ , кгс/см <sup>2</sup>		Формула для определения коэффициента $\varphi_{li}$ и его величина			Условная критическая сила $N_{cr}$ , кгс/см <sup>2</sup>		Отличие от $N_{cr1}$
1	$E_b$	331000	(4.1.10)	$1 + \frac{M_{l1}}{M_1}$	2	$N_{cr1}$	151400	--
2	$E_{кас}$	112800				$N_{cr2}$	97590	36 %
3	$E_b$	331000	(4.1.20)	$1 + \varphi_{b,cr}$	3,3	$N_{cr3}$	119200	21 %
4	$E_{кас}$	112800				$N_{cr4}$	86640	43 %
5	$E_b$	331000	(4.1.21)	$1 + \left[ 1 + \left( \frac{b}{a} + \beta \right) \sigma_b \right] \varphi_{b,cr}$	5,170	$N_{cr5}$	101300	33 %
6	$E_{кас}$	112800				$N_{cr6}$	80540	47 %

**Условие 3.** Железобетонная колонна длиной 12,0 м сплошного поперечного сечения высотой  $h = 60$  см и шириной  $b = 50$  см имеет шарнирное опирание на двух концах.

**Требуется.** Определить величину  $N_{cr}$  и сравнить полученные результаты.

**Исходные материалы:**

Бетон тяжелый класса по прочности на сжатие В20 ГОСТ 26633-91:

- призмная прочность  $R_b = 117$  кгс/см<sup>2</sup>;
- модуль упругости  $E_b = 280000$  кгс/см<sup>2</sup>.

Арматурная сталь периодического профиля класса А400 ГОСТ 5781-82:

- расчетное сопротивление сжатию  $R_{sc} = 3620$  кгс/см<sup>2</sup>;
- модуль упругости  $E_s = 2 \cdot 10^6$  кгс/см<sup>2</sup>.

Защитный слой бетона  $a = a' = 4$  см.

**Решение.**

Определим коэффициенты  $\alpha_2$  и  $\delta_e$ , расчетную длину  $l_0$  и гибкость  $\lambda$  колонны

$$\alpha_2 = 7,14; \quad \delta_e = 0,7; \quad l_0 = 8,0 \text{ м}; \quad \lambda = 20.$$

Принимаем арматуру  $2 \times 2\text{Ø}25\text{A}400$  с общей площадью поперечного сечения  $A_{sc,tot} = 19,64$  см<sup>2</sup>. Коэффициент армирования по формуле (4.1.13):  $\mu = 0,0065$ .

При гибкости колонны  $\lambda = 20$  прочность сечения по формуле (4.1.17):

$$N_{ult} = 293900 \text{ кгс.}$$

*1. Определение условной критической силы согласно требованиям российских норм СП.*

Подставив исходные данные и коэффициент  $\varphi_{11} = 2$  в формулу (4.1.12), получим величину условной критической силы:

$$N_{cr1} = 248100 \text{ кгс.}$$

*2. Определение условной критической силы с учетом касательного модуля в соответствии с рекомендациями Байкова В. Н.*

Напряжения в бетоне составляют

$$\sigma_b = \frac{248100}{293900} \cdot 117 = 98,8 \text{ кгс/см}^2.$$

Деформации, соответствующие данному напряжению, определим по формуле (4.1.18):

$$\varepsilon_{b(E2)} = 83,85 \cdot 10^{-5}.$$

Подставив величину найденных деформаций в формулу (4.1.19), определим касательный модуль:

$$E_{\text{кас}(E2)} = 43030 \text{ кгс/см}^2.$$

Коэффициент  $\alpha_1$  по формуле (4.1.14)  $\alpha_1 = 46,48$ .

Подставив исходные данные, касательный модуль  $E_{\text{кас}(E2)}$  и коэффициент  $\alpha_1$  в формулу (4.1.12), вычислим величину условной критической силы:

$$N_{cr2} = 138600 \text{ кгс.}$$

*3. Определение условной критической силы по предложению автора с учетом коэффициента ползучести  $\varphi_{b,cr}$ , входящего в формулу (4.1.16).*

Для бетона класса В20 и влажности от 40 до 75 % принимаем  $\varphi_{b,cr} = 2,8$ , тогда  $\varphi_{12} = 3,8$ .

Касательный модуль здесь не учитывается, подставив исходные данные и коэффициент  $\varphi_{12}$ , определим условную критическую силу по формуле (4.1.12):

$$N_{cr3} = 186800 \text{ кгс.}$$

4. Определение условной критической силы по предложению автора с совместным учетом коэффициента ползучести  $\varphi_{b,cr}$  и касательного модуля  $E_{кас(E2)}$ .

В данном случае условная критическая сила по формуле (4.1.12) равна:

$$N_{cr4} = 129200 \text{ кгс.}$$

5. Определение условной критической силы с учетом параметра ползучести  $\Psi$ , предложенным автором.

Коэффициент  $\varphi_{l3}$  определяется по формуле (4.1.21), где для бетона класса В20 коэффициенты

$$a = 3,571 \cdot 10^{-6}, \quad b = 1,910 \cdot 10^{-8};$$

при действующем напряжении по табл. 1.2.1 коэффициент

$$\beta = 0,005.$$

Тогда по формуле (4.1.21) коэффициент

$$\varphi_{l3} = 6,663.$$

Условная критическая сила по формуле (4.1.12) при использовании

- модуля упругости  $E_b$

$$N_{cr5} = 157500 \text{ кгс;}$$

- касательного модуля  $E_{кас(E2)}$

$$N_{cr6} = 124700 \text{ кгс.}$$

Результаты расчетов сведены в табл. 4.1.3.

Таблица 4.1.3

Результаты расчета условной критической силы задачи № 3

№ п/п	Величина модуля $E_b$ или $E_{кас}$ , кгс/см <sup>2</sup>		Формула для определения коэффициента $\varphi_{li}$ и его величина			Условная критическая сила $N_{cr}$ , кгс/см <sup>2</sup>		Отличие от $N_{cr1}$
	$E_b$	$E_{кас}$				$N_{cr}$		
1	$E_b$	280000	(4.1.10)	$1 + \frac{M_{l1}}{M_1}$	2	$N_{cr1}$	248100	--
2	$E_{кас}$	43030				$N_{cr2}$	138600	44 %
3	$E_b$	280000	(4.1.20)	$1 + \varphi_{b,cr}$	3,8	$N_{cr3}$	186800	25 %
4	$E_{кас}$	43030				$N_{cr4}$	129200	48 %
5	$E_b$	280000	(4.1.21)	$1 + \left[ 1 + \left( \frac{b}{a} + \beta \right) \sigma_b \right] \varphi_{b,cr}$	6,663	$N_{cr5}$	157500	37 %
6	$E_{кас}$	43030				$N_{cr6}$	124700	50 %

Из табл. 4.1.1 – 4.1.3 виден серьёзный разброс результатов вычислений условной критической силы, определение которой обязательно при расчете сжатых железобетонных колонн. Этот разброс указывает на абсолютную условность расчета условной критической силы, внедрённого в российские нормы проектирования СП, который научно не обоснован и не подтверждён экспериментальными исследованиями. Об этом свидетельствует рис. 4.1.4, приведенный Мехамедиевым Т. А. и Кузевановым Д. В. в статье [96].

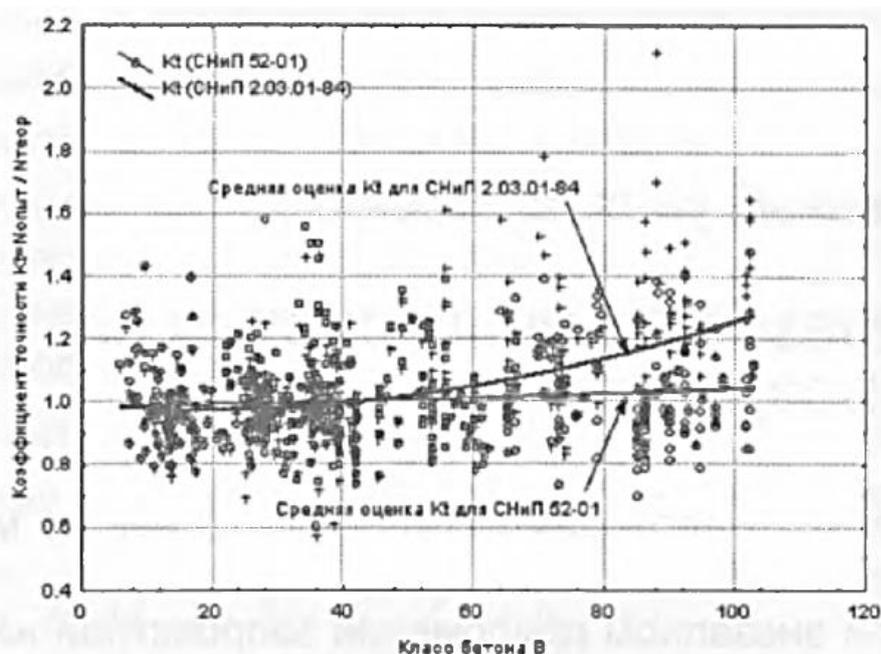


Рис. 4.1.4. Распределение отношения экспериментальных данных к теоретическим

Из рисунка 4.1.4 видна большая область несоответствия теоретического расчета экспериментальным данным для всех классов бетона, при этом наибольшие расхождения могут превышать даже 100 %. Поэтому при расчете железобетонных элементов необходимо учитывать не только нелинейную ползучесть бетона, но и мгновенную нелинейность бетона и связанный с ней касательный модуль деформаций.

Здесь уместно указать, что касательный модуль можно вычислить двумя способами: либо зная действующие напряжения, как это сделано в данной работе, либо зная деформации бетона. Рассмотрим использование и других зависимостей

при определении касательного модуля, в частности, функции (2.1.15), правая часть которых представлена первыми двумя, тремя и четырьмя членами ряда. Известно, что все они с достаточной точностью для расчетов аппроксимируют диаграмму зависимости мгновенных деформаций бетона от напряжений [62, 65, 103, 104, 120 – 123, 137].

Для сравнения зададимся деформациями, равными  $\varepsilon = 33 \cdot 10^{-5}$ . Результаты расчетов касательного модуля для бетона класса В25 сведены в табл. 4.1.4.

Таблица 4.1.4

**Величины касательного модуля по формуле Eurocode 2 и по формулам степенного ряда**

№ п/п	Формула, связывающая напряжения и мгновенные деформации	$E_{\text{кас}}$ , кгс/см <sup>2</sup>	Отличие
1	$\sigma_b = \frac{E_b \varepsilon_b - \frac{R_b}{\varepsilon_{b0}^2} \varepsilon_b^2}{1 + \left( \frac{E_b}{R_b} - \frac{2}{\varepsilon_{b0}} \right) \varepsilon_b}$	151600	--
2	$\sigma_b = A_1 \varepsilon_b + A_2 \varepsilon_b^2 + A_3 \varepsilon_b^3 + A_4 \varepsilon_b^4 + A_5 \varepsilon_b^5$	159400	5 %
3	$\sigma_b = A_1 \varepsilon_b + A_2 \varepsilon_b^2 + A_3 \varepsilon_b^3 + A_4 \varepsilon_b^4$	133200	12 %
4	$\sigma_b = A_1 \varepsilon_b + A_2 \varepsilon_b^2 + A_3 \varepsilon_b^3$	192800	21 %
5	$\sigma_b = A_1 \varepsilon_b + A_2 \varepsilon_b^2$	65960	56 %

По результатам вычислений видно, что наибольшее отклонение касательного модуля, вычисленного с использованием степенного ряда, достигается при применении первых двух членов ряда и составляет 56 %. При применении пяти членов ряда отклонение находится в пределах 5 %. Однако, не смотря на такую незначительную погрешность при вычислении касательного модуля по рассмотренным уравнениям, для расчетов необходимых параметров рекомендуется использовать формулу из Eurocode 2.

## Выводы

1. Условная критическая сила, внедрённая в российские нормы по железобетону СП 52-101-2003 и СП63.13330.2012, определение которой обязательно при расчете сжатых железобетонных элементов, является критической силой Эйлера.

2. Несмотря на то, что бетон является упруговязкопластическим материалом, в основе расчета сжатых железобетонных элементов по недеформированной схеме в соответствии с российскими нормами СП лежит решение известной задачи об устойчивости сжатого абсолютно упругого стержня, шарнирно опертого по концам и имеющего в середине начальный прогиб  $f_0$ .

3. Мгновенная нелинейность бетона и нелинейная ползучесть бетона при определении значения условной критической силы по действующим нормам СП не учитывается, это приводит к сильному искажению результатов расчета.

4. Предложен приближенный способ учета мгновенной и длительной нелинейности деформирования бетона в расчетах нормативной условной критической силы.

## ОБЩИЕ ВЫВОДЫ

1. Разработана методика учета мгновенной нелинейности бетона, нормируемой *Eurocode 2*, в рамках существующих теориях ползучести: теории упруго-ползучего тела, теории упругой наследственности бетона и теории старения бетона.

2. Разработана методика определения напряженно-деформированного состояния сжатых стержневых железобетонных элементов с учетом мгновенной нелинейности бетона и ползучести бетона при высоких уровнях длительного нагружения в рамках уточненных теорий ползучести бетона.

3. Уточненная нелинейная теория ползучести бетона не только достаточно точно описывает экспериментальные данные испытаний сжатых железобетонных элементов, нагруженных постоянной силой, но позволяет получить аналитические выражения для напряжений и деформаций бетона, а также характеристики ползучести бетона, предельная величина которой применяется в расчетах железобетонных конструкций.

4. Экспериментально изучено влияние мгновенной нелинейности бетона на характеристику ползучести бетона и величину напряжений в бетоне сжатых стержневых железобетонных элементов, нагруженных постоянной силой: коэффициент ползучести, определенный с учетом нелинейной модели для мгновенных деформаций меньше коэффициента ползучести, полученного с применением линейного закона Гука в среднем на 14 %; при учете в расчетах нормативной характеристики ползучести взятой из СП, расчетные напряжения превышают фактические до 29 %. Это приводит к занижению теоретических напряжений в арматуре от действительных значений.

5. Установлено, что не смотря на достаточно точную аппроксимацию нелинейного графика мгновенного деформирования бетона первыми двумя, тремя и четырьмя членами степенного ряда, их применение в расчетах касательного модуля деформаций приводит к погрешностям. Для определения касательного

модуля деформаций необходимо использовать либо пять членов степенного ряда, либо формулу из *Eurocode 2*.

6. Неучет мгновенной нелинейности бетона и, связанного с ней касательного модуля деформаций, а также неучет нелинейной ползучести при определении условной критической силы приводит к сильному искажению результатов расчета по сравнению с условной критической силой, вычисленной по действующим СП РФ.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Александровский, С. В. Нелинейная ползучести бетона при ступенчато изменяющихся напряжениях / С. В. Александровский, Н. А. Колесников // Бетон и железобетон. – 1971. – № 6. – С. 24-27.
2. Александровский, С. В. О наследственных функциях теории ползучести стареющего бетона / С. В. Александровский // Ползучесть строительных материалов и конструкций / ЦНИИСК им. В. А. Кучеренко ; под ред. А. Р. Ржаницына. – М., 1964. – С. 135-156.
3. Александровский, С. В. О разновидностях современной теории ползучести бетона и наследственных функциях, фигурирующих в их уравнениях / С. В. Александровский // Ползучесть строительных материалов и конструкций / ЦНИИСК им. В. А. Кучеренко ; под ред. А. Р. Ржаницына. – М., 1964. – С. 115-134.
4. Александровский, С. В. Расчет бетонных и железобетонных конструкций на изменения температуры и влажности с учетом ползучести / С. В. Александровский. – М. : Стройиздат, 1973. – 432 с.
5. Александрян, Р. А. Кручение тонкостенных стержней замкнутого профиля в условиях неустановившейся ползучести / Р. А. Александрян, Н. Х. Арутюнян, М. М. Манукян // АН СССР. Прикладная математика и механика. – 1958. – Т. XXII, вып. 6. – С. 766-780.
6. Арутюнян, Н. Х. Некоторые вопросы теории ползучести / Н. Х. Арутюнян. – М. ; Л. : Гос. изд-во техн.-теорет. лит., 1952. – 323 с.
7. Арутюнян, Н. Х. Теория упругого напряженного состояния бетона с учетом ползучести / Н. Х. Арутюнян // Прикладная математика и механика / Ин-т механики АН СССР. – 1949. – Т. XIII. – Вып. 6. – С. 609-622.
8. Байков, В. Н. Исследование несущей способности железобетонных балок с односторонней сжатой полкой / В. Н. Байков, З. А. Димитров, А. А. Рахманов // Бетон и железобетон. – 1980. – № 9. – С. 39-40.

9. Байков, В. Н. О дальнейшем развитии общей теории железобетона / В. Н. Байков // Бетон и железобетон. – 1979. – № 7. – С. 27-29.
10. Байков, В. Н. Построение зависимости между напряжениями и деформациями сжатого бетона по системе нормируемых показателей / В. Н. Байков, С. В. Горбатов, З. А. Димитров // Изв. высш. учеб. заведений. Стр-во и архитектура. – 1977. – № 6. – С. 15-18.
11. Байков, В. Н. Расчет изгибаемых элементов с учетом экспериментальных зависимостей между напряжениями и деформациями для бетона и высокопрочной арматуры / В. Н. Байков // Изв. высш. учеб. заведений. Стр-во и архитектура. – 1981. – № 5. – С. 26-32.
12. Бамбура, А. Н. Диаграмма «напряжения-деформации» для бетона при центральном сжатии / А. Н. Бамбура // Вопросы прочности, деформативности и трещиностойкости железобетона ; Межвуз. сб. ст. – Ростов н/Д., 1980. – С. 19-22.
13. Барашиков, А. Я. Исследование деформативности железобетонных рам / А. Я. Барашиков, Л. А. Мурашко, Г. М. Реминец. – Киев : Будівельник, 1974. – 86 с.
14. Барашиков, А. Я. Расчет железобетонных конструкций на действие длительных переменных нагрузок / А. Я. Барашиков. – Киев : Будівельник, 1977. – 156 с.
15. Беляев, Н. М. Сопротивление материалов / Н. М. Беляев. – М. : Гос. изд-во технико-теорет. лит., 1954. – 856 с.
16. Бондаренко, В. М. Инженерные методы нелинейной теории железобетона / В. М. Бондаренко, С. В. Бондаренко. – М. : Стройиздат, 1982. – 287 с.
17. Бондаренко, В. М. Некоторые вопросы нелинейной теории железобетона / В. М. Бондаренко. – Харьков : Изд-во Харьк. ун-та, 1968. – 323 с.
18. Буданов, Н. А. Влияние ползучести бетона на работу железобетонных арок : расчет железобетонных бесшарнирных арок на постоянную нагрузку, усадку, эффект Фрейсинэ и температуру : сообщ. № 30 / Н. А. Буданов. – Днепропетровск, 1940. – 160 с.

19. Буданов, Н. А. Расчет железобетонных конструкций с учетом ползучести бетона / Н. А. Буданов. – М. ; Л. : Стройиздат, 1949. – 116 с.
20. Васильев, П. И. К вопросу выбора феноменологической теории ползучести бетона / П. И. Васильев // Ползучесть строительных материалов и конструкций / ЦНИИСК им. В. А. Кучеренко ; под ред. А. Р. Ржаницына. – М., 1964. – С. 106-114.
21. Васильев, П. И. Некоторые вопросы пластических деформаций бетона / П. И. Васильев // Изв. ВНИИГ им. Б. Е. Веденеева. – М. ; Л., 1953. – Т. 49. – С. 83-113.
22. Васильев, П. И. Нелинейные деформации ползучести бетона / П. И. Васильев // Изв. ВНИИГ им. Б. Е. Веденеева. – Л., 1971. – Т. 95. – С. 59-69.
23. Васильев, П. И. Связь между напряжениями и деформациями в бетоне при сжатии с учетом влияния времени / П. И. Васильев // Изв. ВНИИГ им. Б. Е. Веденеева. – Л. ; М., 1951. – Т. 45. – С. 78-92.
24. Вульфсон, С. З. К вопросу линейной теории ползучести / С. З. Вульфсон // Вопросы теории пластичности и прочности строительных конструкций / ЦНИИСК ; под ред. А. Р. Ржаницына. – М., 1961. – Вып. 4. – С. 213-225.
25. Вульфсон, С. З. К теории ползучести бетона / С. З. Вульфсон // Новые методы расчета строительных конструкций / ЦНИИСК ; под ред. А. Р. Ржаницына. – М., 1968. – С. 204-214.
26. Галустов, К. З. К вопросу об упруго-мгновенных деформациях в теории ползучести бетона / К. З. Галустов // Бетон и железобетон. – 2008. – № 5. – С. 11-15.
27. Галустов, К. З. Нелинейная теория ползучести бетона и расчет железобетонных конструкций / К. З. Галустов. – М. : Физматлит, 2006. – 248 с.
28. Гвоздев, А. А. Некоторые особенности деформирования бетона и теория ползучести / А. А. Гвоздев // Ползучесть строительных материалов и конструкций / ЦНИИСК им. В. А. Кучеренко ; под ред. А. Р. Ржаницына. – М., 1964. – С. 172-178.

29. Гвоздев, А. А. О перераспределении усилий в статически неопределимых железобетонных обычных и предварительно напряженных конструкциях : науч. сообщ. / А. А. Гвоздев. – М., 1955. – 29 с.

30. Гвоздев, А. А. Ползучесть бетона и пути ее исследования / А. А. Гвоздев // Исследование прочности, пластичности и ползучести строительных материалов / под ред. А. А. Гвоздева. – М., 1955. – С. 126-137.

31. Гениев, Г. А. Некоторые задачи расчета стержней при общей нелинейной зависимости напряжений от деформаций / Г. А. Гениев // Исследования по вопросам строит. механики и теории пластичности / под ред. А. Р. Ржаницына. – М., 1956. – С. 188-222.

32. Гибшман, М. Е. Ползучесть, усадка и местные напряжения в железобетонных предварительно напряженных конструкциях мостов / М. Е. Гибшман, Г. В. Кизирия. – М. : Автотрансиздат, 1959. – 180 с.

33. Гибшман, М. Е. Теория и расчет предварительно напряженных железобетонных мостов с учетом длительных деформаций / М. Е. Гибшман. – М. : Транспорт, 1966. – 336 с.

34. Голышев, А. Б. Несущая способность и деформативность железобетонных конструкций / А. Б. Голышев. – Киев : Вища шк., 1978. – 160 с.

35. Голышев, А. Б. Расчет железобетонных стержневых конструкций с учетом фактора времени : пособие для проектировщиков / А. Б. Голышев, В. П. Полищук, И. В. Руденко. – Киев : Будівельник, 1975. – 112 с.

36. Голышев, А. Б. Расчет железобетонных стержневых систем с учетом фактора времени / А. Б. Голышев, В. П. Полищук, И. В. Руденко. – Киев : Будівельник, 1984. – 128 с.

37. Голышев, А. Б. Расчет предварительно напряженных железобетонных конструкций с учетом длительных процессов / А. Б. Голышев. – М. : Стройиздат, 1964. – 151 с.

38. Голышев, А. Б. Расчет сборно-монолитных конструкций с учетом фактора времени / А. Б. Голышев. – Киев : Будівельник, 1969. – 219 с.

39. ГОСТ 10180–90 (СТ СЭВ 3978–83). Бетоны. Методы определения прочности по контрольным образцам. – М. : ИПК Изд-во стандартов, 1997. – 50 с.
40. ГОСТ 10181–2000. Смеси бетонные. Методы испытаний. – М. : Госстрой России, ГУП ЦПП, 2001. – 29 с.
41. ГОСТ 10354-82. Пленка полиэтиленовая. Технические условия. – М. : Стандартиформ, 2007. – 22 с.
42. ГОСТ 166–89 (СТ СЭВ 704–77–СТ СЭВ 707–77 ; СТ СЭВ 1309–78, ИСО 3599–76). Штангенциркули. Технические условия. – М. : Изд-во стандартов, 1997. – 17 с.
43. ГОСТ 19903–74. Прокат листовой горячекатаный. Сортамент. – М. : ИПК Изд-во стандартов, 2000. – 17 с.
44. ГОСТ 22685–89. Формы для изготовления контрольных образцов бетона. Технические условия. – М. : Стандартиформ, 2006. – 10 с.
45. ГОСТ 23732–79. Вода для бетонов и растворов. Технические условия. – М. : Изд-во стандартов, 1993. – 11 с.
46. ГОСТ 23732–79. Вода для бетонов и строительных растворов. Технические условия. – М. : Стандартиформ, 2012. – 12 с.
47. ГОСТ 24452–80. Бетоны. Методы определения призмочной прочности, модуля упругости и коэффициента Пуассона // Бетоны. Методы испытаний. – М. : Изд-во стандартов, 1981. – С. 1-20.
48. ГОСТ 24544–81\*. Бетоны. Методы определения деформаций усадки и ползучести // Бетоны. Методы испытаний. – М. : Изд-во стандартов, 1985. – С. 20-46.
49. ГОСТ 26633–91. Бетоны тяжелые и мелкозернистые. Технические условия. – М. : Стандартиформ, 2008. – 16 с.
50. ГОСТ 2850-95. Картон асбестовый. Технические условия. – Минск : ИПК Изд-во стандартов, 1995. – 11 с.
51. ГОСТ 30515–97. Цементы. Общие технические условия. – М. : Госстрой России, ГУП ЦПП, 1998. – 48 с.

52. ГОСТ 31108–2003. Цементы общестроительные. Технические условия. – СПб. : Изд-во ДЕАН, 2005. – 29 с.
53. ГОСТ 3282-74. Проволока стальная низкоуглеродистая общего назначения. Технические условия. – М. : ИПК Изд-во стандартов, 1997. – 14 с.
54. ГОСТ 3722–81 (СТ СЭВ 1990–79). Подшипники качения. Шарики. Технические условия. – М. : Изд-во стандартов, 1990. – 13 с.
55. ГОСТ 427–75. Линейки измерительные металлические. Технические условия. – М. : Изд-во стандартов, 1994. – 7 с.
56. ГОСТ 6727–80. Проволока из низкоуглеродистой стали холоднотянутая для армирования железобетонных конструкций. Технические условия. – М. : ИПК Изд-во стандартов, 1998. – 6 с.
57. ГОСТ 7473–2010. Смеси бетонные. Технические условия. – М. : Стандартинформ, 2011. – 16 с.
58. ГОСТ 8267–93. Щебень и гравий из плотных горных пород для строительных работ. Технические условия. – Минск : ИПК Изд-во стандартов, 2003. – 10 с.
59. ГОСТ 8509–93. Уголки стальные горячекатаные равнополочные. Сортамент. – М. : ИПК Изд-во стандартов, 1996. – 14 с.
60. ГОСТ 8736–93. Песок для строительных работ. Технические условия. – М. : Стандартинформ, 2006. – 7 с.
61. ГОСТ 9466–75 (СТ СЭВ 6568–89). Электроды покрытые металлические для ручной дуговой сварки сталей и наплавки. Классификация и общие технические условия. – М. : ИПК Изд-во стандартов, 1997. – 38 с.
62. Гуца, Ю. П. Расчет деформаций конструкций на всех стадиях при кратковременном и длительном нагружениях / Ю. П. Гуца, Л. Л. Лемыш // Бетон и железобетон. – 1985. – № 11. – С. 13-16.
63. Дегтерев, В. В. Некоторые особенности деформирования и разрушения центрально сжатых железобетонных колонн / В. В. Дегтерев, Ю. Н. Крестников // Исследование деформаций, прочности и долговечности

бетона транспортных сооружений / под ред. О. Я. Берга. – М., 1969. – Вып. 10. – С. 148-155.

64. Дыховичный, А. А. Статически неопределимые железобетонные конструкции / А. А. Дыховичный. – Киев : Будівельник, 1978. – 108 с.

65. Евграфов, Г. К. Расчет на прочность железобетонных изгибаемых балок в особых случаях / Г. К. Евграфов // Разработка новых мостовых конструкций и методов их расчета / под общ. ред. Г. К. Евграфова. – М., 1968. – Вып. 252. – С. 3-18.

66. Зулпуев, А. М. Построение аппроксимирующей зависимости «напряжение-деформация» для бетона / А. М. Зулпуев // Бетон и железобетон. – 2006. – № 2. – С. 9-11.

67. Ишлинский, А. Ю. Линейные законы деформирования не вполне упругих тел / А. Ю. Ишлинский // Докл. АН СССР. Теория упругости. – 1940. – Т. XXVI, № 1. – С. 22-26.

68. Ишлинский, А. Ю. Уравнения деформирования не вполне упругих и вязкопластических тел / А. Ю. Ишлинский // Изв. АН СССР. ОТН. – 1945. – № 1-2. – С. 34-45.

69. Карпенко, Н. И. Исходные и трансформированные диаграммы деформирования бетона и арматуры / Н. И. Карпенко, Т. А. Мухамедиев, А. Н. Петров // Напряженно-деформированное состояние бетонных и железобетонных конструкций / НИИЖБ ; под ред. С. М. Крылова, Т. А. Мухамедиева. – М., 1986. – С. 7-25.

70. Карпенко, Н. И. К построению обобщенной зависимости для диаграммы деформирования бетона / Н. И. Карпенко // Строит. конструкции. – Минск, 1983. – С. 164-173.

71. Карпенко, Н. И. Общие модели механики железобетона / Н. И. Карпенко. – М. : Стройиздат, 1996. – 413 с.

72. Карпухин, Н. С. Железобетонные конструкции / Н. С. Карпухин ; под ред. В. И. Мурашева. – М. : Гос. изд-во лит. по стр-ву и архитектуре, 1957. – 442 с.

73. Катин, Н. И. Исследования ползучести бетона при высоких напряжениях / Н. И. Катин // Исследование свойств бетона и железобетонных конструкций / НИИЖБ ; под ред. А. А. Гвоздева. – М, 1959. – Вып. 4. – С. 74-153.
74. Качанов, Л. М. Некоторые вопросы теории ползучести. Современные проблемы механики / Л. М. Качанов ; под общ. ред. А. И. Лурье, Л. Г. Лойцянского. – Л. ; М. : Гос. изд-во техн.-теорет. лит., 1949. – 164 с.
75. Кизирия, Г. В. Расчет конструкций с учетом деформации ползучести бетона / Г. В. Кизирия. – Тбилиси : Мецниереба, 1969. – 130 с.
76. Кроль, И. С. Эмпирическое представление диаграммы сжатия бетона (обзор литературных источников) / И. С. Кроль // Исследования в области механических измерений. – М., 1971. – Вып. 8(38). – С. 306-326.
77. Крылов, С. Б. Использование реологических моделей при моделировании ползучести бетона / С. Б. Крылов, Е. Е. Гончаров // Промышленное и гражданское стр-во. – 2013. – № 2. – С. 32-33.
78. Крылов, С. Б. Особенности применения уравнений теории ползучести к расчету стержневых изогнутых и сжато-изогнутых железобетонных конструкций / С. Б. Крылов // Промышленное и гражданское стр-во. – 2004. – № 4. – С. 32-33.
79. Крылов, С. Б. Расчет железобетонных балок на основе теории упруго-ползучего тела / С. Б. Крылов // Бетон и железобетон. – 2003. – № 5. – С. 23-25.
80. Лившиц, Я. Д. Расчет железобетонных конструкций с учетом влияния усадки и ползучести бетона / Я. Д. Лившиц. – Киев : Вища шк., 1971. – 231 с.
81. Лившиц, Я. Д. Расчет железобетонных конструкций с учетом влияния усадки и ползучести бетона / Я. Д. Лившиц. – Киев : Вища шк., 1976. – 280 с.
82. Лившиц, Я. Д. Расчет железобетонных мостов с учетом длительных процессов / Я. Д. Лившиц, М. М. Онищенко. – Киев : КАДИ, 1979. – 76 с.
83. Лукаш, П. А. Основы нелинейной строительной механики / П. А. Лукаш. – М. : Стройиздат, 1978. – 204 с.
84. Маилян, Д. Р. Влияние армирования и эксцентриситета сжимающего усилия на деформативность бетона и характер диаграммы сжатия / Д. Р. Маилян //

Вопросы прочности, деформативности и трещиностойкости железобетона. – Ростов н/Д., 1979. – С. 70-82.

85. Маилян, Р. Л. Бетон на карбонатных заполнителях / Р. Л. Маилян. – Ростов н/Д : Изд-во Ростов. ун-та, 1967. – 272 с.

86. Малмейстер, А. К. Упругость и неупругость бетона / А. К. Малмейстер. – Рига : Изд-во АН Латв. ССР, 1957. – 202 с.

87. Манукян, М. М. Напряженное состояние в сжатых железобетонных элементах с учетом нелинейной ползучести бетона / М. М. Манукян // Изв. АН Арм. ССР. – 1954. – Т. VII. – № 1. – С. 59-68.

88. Маслов, Г. Н. Термическое напряженное состояние бетонных массивов при учете ползучести бетона / Г. Н. Маслов // Изв. НИИГидротехники. – Л., 1940. – Т. 28. – С. 175-188.

89. Мельник, Р. А. Опытное обоснование функции напряжений для аналитического выражения нелинейной ползучести бетона / Р. А. Мельник, А. Я. Пацула // Длительные деформативные процессы в бетонных и железобетонных конструкциях / под ред. С. В. Александровского. – М., 1970. – С. 38-44.

90. Мельник, Р. А. Применение функции напряжений типа  $F(\sigma_0) = \alpha \sigma_0^n$  для определения величин деформаций нелинейной ползучести бетона / Р. А. Мельник // Строит. конструкции. – Киев, 1966. – Вып. 1. – С. 178-193.

91. Мельник, Р. А. Экспериментальное исследование нелинейной ползучести бетона / Р. А. Мельник // Сборник научных трудов / Киев. инж.-строит. ин-т. – Киев, 1961. – Вып. 16. – С. 117-133.

92. Мельник, Р. А. Экспериментальное исследование влияния нелинейной ползучести бетона на потери предварительного напряжения / Р. А. Мельник // Строит. конструкции. – Киев, 1967. – Вып. 5. – С. 141-161.

93. Мельник, Р. А. Экспериментальное обоснование выбора функций напряжений для аналитического выражения линейной и нелинейной ползучести бетона / Р. А. Мельник // Сборник научных трудов / Киев. инж.-строит. ин-т. – Киев, 1962. – Вып. 20. – С. 109-124.

94. Методические рекомендации по расчету напряженного состояния железобетонных конструкций транспортных сооружений с учетом ползучести и усадки бетона / НИИ транспортного стр-ва. – М., 1987. – 62 с.

95. Михайлов, В. В. Растяжимость бетона в условиях свободных и связанных деформаций / В. В. Михайлов // Исследование прочности, пластичности и ползучести строительных материалов / под ред. А. А. Гвоздева. – М., 1955. – С. 117-125.

96. Мухамедиев, Т. А. К вопросу расчета внецентренно сжатых железобетонных элементов по СНиП 52-01 / Т. А. Мухамедиев, Д. В. Кузеванов // Бетон и железобетон. – 2012. – № 2. – С. 21-23.

97. Назаренко, В. Г. Диаграмма деформирования бетонов с учетом ниспадающей ветви / В. Г. Назаренко, А. В. Боровских // Бетон и железобетон. – 1999. – № 2. – С. 18-22.

98. Панарин, Н. Я. Некоторые вопросы расчета армированного и неармированного бетона с учетом ползучести / Н. Я. Панарин. – Л. ; М. : Гос. изд-во лит. по стр-ву и архитектуре, 1957. – 75 с.

99. Пастушихин, В. Н. Вынужденные колебания пластинок из нелинейно упругих материалов / В. Н. Пастушихин // Стр-во и архитектура. – 1966. – № 8. – С. 35-40.

100. Пастушихин, В. Н. Вынужденные осесимметричные колебания трехслойной цилиндрической оболочки из нелинейно упругих материалов с учетом внутреннего неупругого сопротивления / В. Н. Пастушихин // Стр-во и архитектура. – 1967. – № 2. – С. 30-38.

101. Пастушихин, В. Н. Колебания пластинок из нелинейно-упругих материалов / В. Н. Пастушихин // Строит. механика и расчет сооружений. – 1966. – № 3. – С. 40-43.

102. Попкова, О. М. Экспериментальное исследование нелинейной ползучести стареющего бетона при сжатии / М. О. Попкова // Длительные деформативные процессы в бетонных и железобетонных конструкциях / под ред. С. В. Александровского. – М., 1970. – С. 23-37.

103. Попов, Н. Н. Проектирование и расчет железобетонных и каменных конструкций / Н. Н. Попов, А. В. Забегаев. – М. : Высш. шк., 1989. – 400 с.
104. Попов, Н. Н. Расчет конструкций специальных сооружений / Н. Н. Попов, Б. С. Расторгуев. – М. : Стройиздат, 1990. – 208 с.
105. Прокопович, А. А. К определению зависимости « $\sigma - \epsilon$ » с ниспадающим участком для бетона при сжатии / А. А. Прокопович // Железобетонные конструкции / Куйбышев. гос. ун-т им. А. И. Микояна. – Куйбышев, 1979. – С. 33-39.
106. Прокопович, И. Е. Влияние длительных процессов на напряженное и деформированное состояние сооружений / И. Е. Прокопович. – М. : Госстройиздат, 1963. – 260 с.
107. Прокопович, И. Е. Влияние режима приложения сжимающей нагрузки на прочность бетонных и железобетонных стержней / И. Е. Прокопович, В. М. Кобринец, Иг. Ил. Темнов, Абу Аль Ниадж Мохаммад // Изв. высш. учеб. заведений. Стр-во и архитектура. – 1989. – № 6. – С. 1-5.
108. Прокопович, И. Е. К теории ползучести бетона / И. Е. Прокопович // Науч. докл. высш. шк. Стр-во. Строит. механика. – 1958. – № 4. – С. 53-60.
109. Прокопович, И. Е. Прикладная теория ползучести / И. Е. Прокопович, В. А. Зедгенидзе. – М. : Стройиздат, 1980. – 240 с.
110. Работнов, Ю. Н. Механика деформируемого твердого тела / Ю. Н. Работнов. – М. : Наука, 1988. – 712 с.
111. Работнов, Ю. Н. Ползучесть элементов конструкций / Ю. Н. Работнов. – М. : Наука, 1966. – 752 с.
112. Ржаницын, А. Р. Теория ползучести / А. Р. Ржаницын. – М. : Стройиздат, 1968. – 418 с.
113. Розовский, М. И. О нелинейных уравнениях ползучести и релаксации материалов при сложном напряженном состоянии / М. И. Розовский // Журн. техн. физики АН СССР. – 1955. – Т. XXV, вып. 13. – С. 2339-2355.

114. Розовский, М. И. Ползучесть и длительное разрушение материалов / М. И. Розовский // Журн. техн. физики АН СССР. – 1951. – Т. XXI, вып. 11. – С. 1311-1318.
115. Санжаровский, Р. С. Евростандарты и нелинейная теория железобетона : монография / А. Д. Беглов, Р. С. Санжаровский. – СПб., 2011. – 309 с.
116. Санжаровский, Р. С. Проблемы теории ползучести / Р. С. Санжаровский // Строит. механика инженерных конструкций и сооружений. – 2013. – № 3. – С. 28-34.
117. Скрамтаев, Б. Г. Исследование прочности бетона и пластичности бетонной смеси : дис. / Б. Г. Скрамтаев. – М., 1936. – 223 с.
118. СП 52-101-2003. Бетонные и железобетонные конструкции без предварительного напряжения арматуры. – СПб. : ДЕАН, 2005. – 128 с.
119. СП 63.13330.2012. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения : актуализированная редакция СНиП 52-01-2003. – М. : Минрегион России, 2012. – 155 с.
120. Столяров, Я. В. Введение в теорию железобетона / Я. В. Столяров. – М. ; Л. : Гос. изд-во строит. лит., 1941. – 447 с.
121. Столяров, Я. В. О влиянии времени на работу железобетона / Я. В. Столяров. – Харьков : ДВОУ. Техн. изд-во, 1931. – 59 с.
122. Столяров, Я. В. Пути построения новой теории железобетона : сообщ. № 17 / Я. В. Столяров. – Харьков : ОНТВУ-БУДВИДАВ, 1933. – 28 с.
123. Столяров, Я. В. Теория железобетона на экспериментальной основе / Я. В. Столяров. – Харьков : ОНТИ-НКТП. Гос. науч.-техн. изд-во Украины, 1934. – 226 с.
124. Строительные конструкции / Н. М. Митропольский, А. М. Овечкин, Ю. Н. Алешинский, А. Ф. Богданович ; под ред. А. М. Овечкина. – М. : Гос. трансп. ж.-д. изд-во, 1958. – 576 с.
125. Тазехулахов С. А. Экспериментально-теоретическое исследование несущей способности сжатых бетонных элементов : автореф. дис. ... канд. техн. наук / С. А. Тазехулахов. – Ростов н/Д, 1973. – 25 с.

126. Таль, К. Э. О деформативности бетона при сжатии / К. Э. Таль // Исследование прочности, пластичности и ползучести строительных материалов / под ред. А. А. Гвоздева. – М., 1955. – С. 202-207.

127. Улицкий, И. И. Влияние длительных процессов на напряженно-деформированное состояние железобетонных конструкций / И. И. Улицкий. – Киев, 1962. – 36 с.

128. Улицкий, И. И. Влияние нелинейной ползучести бетона на напряженно деформированное состояние изгибаемых и внецентренно сжатых железобетонных элементов / И. И. Улицкий // Ползучесть строительных материалов и конструкций / ЦНИИСК им. В. А. Кучеренко ; под ред. А. Р. Ржаницына. – М., 1964. – С. 72-83.

129. Улицкий, И. И. Напряженное состояние и деформации бетонных и железобетонных элементов и конструкций с учетом длительных процессов / И. И. Улицкий // Теория расчета и конструирования железобетонных конструкций. – М., 1958. – С. 50-72.

130. Улицкий, И. И. Напряженное состояние изгибаемых железобетонных элементов от длительной нагрузки / И. И. Улицкий // Науч. докл. высш. шк. Стр-во. Строительные конструкции. – 1958. – № 4. – С. 105-112.

131. Улицкий, И. И. Определение величин деформаций ползучести и усадки бетонов / И. И. Улицкий. – Киев : Госстройиздат УССР, 1963. – 132 с.

132. Улицкий, И. И. Ползучесть бетона / И. И. Улицкий. – Киев ; Львов : Гос. изд-во техн. лит. Украины, 1948. – 136 с.

133. Улицкий, И. И. Расчет бетонных и железобетонных арочных и комбинированных конструкций с учетом длительных процессов / И. И. Улицкий. – Киев ; Львов : Гостехиздат Украины, 1950. – 167 с.

134. Улицкий, И. И. Расчет железобетонных конструкций с учетом длительных процессов / И. И. Улицкий, Чжан Чжун-яо, А. Б. Голышев. – Киев : Гос. изд-во лит. по стр-ву и архитектуре УССР, 1960. – 495 с.

135. Улицкий, И. И. Теория и расчет железобетонных стержневых конструкций с учетом длительных процессов / И. И. Улицкий. – Киев :

Будівельник, 1967. – 347 с.

136. Улицкий, И. И. Учет нелинейной ползучести в железобетоне / И. И. Улицкий // Строит. механика и расчет сооружений. – 1961. – № 1. – С. 14-17.

137. Фрайфельд, С. Е. Теория железобетона и его расчет : новый метод исследования напряженного состояния элементов, подверженных изгибу / С. Е. Фрайфельд. – Харьков : ОНТИ-НКТП. Гос. науч.-техн. изд-во Украины, 1934. – 86 с.

138. Харлаб, В. Д. Принципиальные вопросы теории ползучести и прочности, связанные с расчетом бетонных конструкций : дис. ... д-ра техн. наук / В. Д. Харлаб. – СПб., 1996. – 48 с.

139. Шейкин, А. Е. К вопросу прочности, упругости и пластичности бетона / А. Е. Шейкин // Строит. механика и мосты / под ред. И. П. Прокофьева. – М., 1946. – Вып. 69. – С. 66-96.

140. Щелкунов, В. Г. Зависимость между деформациями и напряжением при разгрузке бетона / В. Г. Щелкунов // Изв. высш. учеб. заведений. Стр-во и архитектура. – 1973. – № 11. – С. 7-10.

141. Щелкунов, В. Г. Об учете обратимости деформаций ползучести в теории старения / В. Г. Щелкунов // Строит. конструкции. – Киев, 1965. – Вып. II. – С. 118-122.

142. Яценко, Е. А. Анализ линейных теорий ползучести бетона / Е. А. Яценко // Вопросы транспортных строительных конструкций / под общ. ред. М. М. Сахновского. – Днепропетровск, 1974. – Вып. 159. – С. 30-52.

143. Яценко, Е. А. Исследование потерь предварительного напряжения от усадки, линейной и нелинейной ползучести бетона с учетом обратимости деформаций ползучести : автореф. дис. ... канд. техн. наук / Е. А. Яценко. – Одесса, 1963. – 26 с.

144. Яценко, Е. А. Определение потерь предварительного напряжения от усадки и ползучести бетона с учетом деформаций упругого последствия бетона / Е. А. Яценко // Ползучесть строительных материалов и конструкций / ЦНИИСК им. В. А. Кучеренко ; под ред. А. Р. Ржаницына. – М., 1964. – С. 84-98.

145. Яценко, Е. А. Потеря длительной устойчивости железобетонных систем / Е. А. Яценко // Строит. конструкции. – Киев, 1967. – Вып. V. – С. 60-64.
146. Яценко, Е. А. Экспериментальные исследования нелинейной ползучести бетона / Е. А. Яценко // Сборник научных трудов / Киев. инж.-строит. ин-т. – Киев, 1962. – Вып. 20. – С. 74-90.
147. Яшин, А. В. О некоторых деформативных особенностях бетона при сжатии / А. В. Яшин // Теория железобетона / НИИЖБ ; под ред. К. В. Михайлова, С. А. Дмитриева. – М., 1972. – С. 131-137.
148. Яшин, А. В. Ползучесть бетона в раннем возрасте / А. В. Яшин // Исследование свойств бетона и железобетонных конструкций / НИИЖБ. – М., 1959. – Вып. 4. – С. 31-37.
149. Boltzmann, Ludwig. Zur Theorie der Elastischen Nachwirkung / Ludwig Boltzmann // Sitzungsberichte der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften. – 1874. – B. LXX, H. I. – N. 8. – S. 275-300.
150. Cowan, Henry J. Inelastic Deformation of Reinforced Concrete in Relation to Ultimate Strength / Henry J. Cowan // Engineering. – 1952. – Vol. 174. – N. 4518. – P. 276-280.
151. Desayi, Prakash. Equation for the Stress-Strain Curve of Concrete / Prakash Desayi, S. Krishnan // Journal of the American Concrete Institute. – 1964. – Vol. 61. – N. 3. – P. 345-353.
152. Dischinger, Fr. Untersuchungen über die Knicksicherheit, die Elastische Verformung und das Kriechen des Betons bei Bogenbrücken / Fr. Dischinger // Der Bauingenieur. – 1937. – H. 33/34. – S. 487-520.
153. Dischinger, Fr. Untersuchungen über die Knicksicherheit, die Elastische Verformung und das Kriechen des Betons bei Bogenbrücken / Fr. Dischinger // Der Bauingenieur. – 1937. – H. 39/40. – S. 595-621.
154. Discussion of the paper by Prakash Desayi and S. Krishnan Equation for the Stress-Strain Curve of Concrete / A. Kabaila, Luis P. Saenz, Leonard G. Tulin, Kurt H. Gerstle, Authors // Journal of the American Concrete Institute. – 1964. – Vol. 61. – N. 9. – P. 1227-1239.

155. Dutron, R. Déformations Lentes du Bétonnet du Bétonarmé Sous L'action des Charges Permanentes / R. Dutron // Annales des Travaux Publics de Belgique. – 1936. – N. 6. – P. 851-907.
156. EN 1992-1-1:2004 (E). Eurocode 2 : Design of Concrete Structures – Part 1-1 : General Rules and Rules for Buildings. – London : BSI, 2004. – 225 p.
157. Erzen, Cevdet Z. An Expression for Creep and Its Application to Prestressed Concrete / Cevdet Z. Erzen // Journal of the American Concrete Institute. – 1956.–Vol. 28(53). – N. 2. – P. 205-213.
158. Fluck, P. G. Creep of Plain and Reinforced Concrete / P. G. Fluck, G. W. Washa // Journal of the American Concrete Institute. – 1958.–Vol. 29(54). – N. 10. – P. 879-895.
159. Hognestad, E. Concrete Stress Distribution in Ultimate Strength Design / Eivind Hognestad, N. W. Hanson, Douglas McHenry // Journal of the American Concrete Institute. – 1955. – Vol. 27 (52), part 1. – N. 4. – P. 455-479.
160. Lee, L. H. N. Inelastic Behavior of Reinforced Concrete Members / Lawrence H. N. Lee // Transactions of the American Society of Civil Engineers. – 1955. – Vol. 120. – Paper N. 2732. – P. 181-207.
161. Raphael, J. M. The Development of Stresses in Shasta Dam / J. M. Raphael // Transactions of the American Society of Civil Engineers. – 1953. – Vol. 118. – Paper N. 2547. – P. 289-309.
162. Ross, A. D. Concrete Creep Data / A. D. Ross // The Structural Engineer. – London, August 1937. – Vol. 15. – N. 8. – P. 313-326.
163. Rutledge, S. E. The Influence of Cement Paste Content on the Creep of Lightweight Aggregate Concrete / S. E. Rutledge, A. M. Neville // Magazine of Concrete Research. – 1966. – Vol. 18. – N. 55. – P. 69-74.
164. Sargin, Muharrem. Stress-Strain Relationships for Concrete and the Analysis of Structural Concrete Sections / Muharrem Sargin. – Waterloo, 1971. – N. 4. – 167 p.
165. Shah, Surendra P. Inelastic Behavior and Fracture of Concrete / Surendra P. Shah, George Winter // Journal of the American Concrete Institute. – 1966. –

Vol. 63. – N. 9. – P. 925-930.

166. Shank, J. R. The Mechanics of Plastic Flow of Concrete / J. R. Shank // Journal of the American Concrete Institute. – 1935. – Vol. 7. – N. 2. – P. 149-180.

167. Smith, G. M. Ultimate Flexural Analysis Based on Stress-Strain Curves of Cylinders / G. M. Smith, L. E. Young // Journal of the American Concrete Institute. – 1956. – Vol. 28(53), part 1. – N. 6. – P. 597-609.

168. Smith, G. M. Ultimate Theory in Flexure by Exponential Function / G. M. Smith, L. E. Young // Journal of the American Concrete Institute. – 1955. – Vol. 27 (52). – No. 3. – P. 349-359.

169. Smith, R. G. The Determination of the Compressive Stress-Strain Properties of Concrete in Flexure / G. M. Smith // Magazine of Concrete Research. – 1960. – Vol. 12. – No. 36. – P. 165-170.

170. Straub, L. G. Plastic Flow in Concrete Arches / Lorenz G. Straub // Proceedings of the American Society of Civil Engineers. – 1931. – Vol. 95.

171. Sturman, Gerald M. Effects of Flexural Strain Gradients on Microcracking and Stress-Strain Behavior of Concrete / Gerald M. Sturman, Surendra P. Shah, George Winter // Journal of the American Concrete Institute. – 1965. – Vol. 62. – N. 7. – P. 805-822.

172. Thomas, F. G. A Conception of the Creep of Unreinforced Concrete and an Estimation of the Limiting Values / F. G. Thomas // The Structural Engineer. – 1933. – Vol. XI. – № 2. – P. 69-73.

173. Volterra, V. Lessons sur les Fonctions de Lignes Professor`s a la Sorbone en 1912 / V. Volterra. – Paris, 1913.

174. Whitney, C. S. Plain and Reinforced Concrete Arches / C. S. Whitney // Journal of the American Concrete Institute. – 1932. – N. 7.

175. Young, L. E. Simplifying Ultimate Flexural Theory by Maximizing the Moment of the Stress Block / L. E. Young // Journal of the American Concrete Institute. – 1960. – Vol. 32 (57). – No. 5. – P. 549-556.

**ПРИЛОЖЕНИЯ**

**ПРИЛОЖЕНИЕ А**  
(обязательное)

**Журнал определения прочности по контрольным образцам**

Дата изготовления образцов: 22-окт-2012

№ испытания	Наименование образца	Дата испытания	Возраст бетона, сут	№ образца	Масса образца, г	Размеры образца, см			Средняя плотность образца, г/см <sup>3</sup>	Номер испытательной машины, шкала	Разрушающая нагрузка, кгс	Площадь поперечного сечения образца, см <sup>2</sup>	Масштабный коэффициент <sup>1</sup> , α	Прочность приведенная к базовому размеру образца <sup>2</sup> , кгс/см <sup>2</sup>	Средняя прочность серии образцов в данном возрасте <sup>3</sup> , кгс/см <sup>2</sup>
						a	b	h							
1	Куб 100	29-окт-2012	7	1	2370	10,0	10,0	10,0	2,370	Машина сжатия МС-1000, шкала 500 кН, цена деления 1,0 кН. Свидетельство о поверке приведено в прил. П	14500	100,0	0,95	137,8	142,8
				2	2360	10,0	10,0	10,0	2,360		14200	100,0		134,9	
				3	2390	10,0	10,0	10,0	2,390		11800	100,0		<del>112,1</del>	
				4	2400	10,0	10,0	10,0	2,400		16400	100,0		155,8	
2	-//-	5-ноя-2012	14	5	2390	10,0	10,1	10,1	2,343		14100	101,0	0,95	<del>132,6</del>	160,9
				6	2380	10,0	10,0	10,0	2,380		17200	100,0		163,4	
				7	2390	10,0	10,0	10,0	2,390		16800	100,0		159,6	
				8	2340	10,0	10,0	10,0	2,340		16800	100,0		159,6	
3	-//-	12-ноя-2012	21	9	2280	10,0	10,0	9,9	2,303		21100	100,0	0,95	200,5	198,2
				10	2350	10,0	10,0	10,0	2,350		19200	100,0		<del>182,4</del>	
				11	2330	10,0	10,0	10,0	2,330		21900	100,0		208,1	
				12	2340	10,0	10,0	10,0	2,340		19600	100,0		186,2	
4	-//-	19-ноя-2012	28	13	2320	10,0	10,0	10,0	2,320		23200	100,0	0,95	220,4	227,4
				14	2360	10,0	10,0	10,0	2,360		22400	100,0		<del>212,8</del>	
				15	2330	10,0	10,0	10,0	2,330		25200	100,0		239,4	
				16	2310	10,0	10,0	10,0	2,310		23400	100,0		222,3	
5	-//-	1-июл-2013	252	17	2320	10,0	10,0	10,0	2,320	23400	100,0	0,95	222,3	232,8	
				18	2280	10,0	10,0	9,9	2,303	27000	100,0		256,5		
				19	2370	10,0	10,0	10,0	2,370	23100	100,0		219,5		
				20	2300	10,0	10,0	10,0	2,300	23000	100,0		<del>218,5</del>		

6	Куб 70	29-окт-2012	7	21	860	7,1	7,1	7,1	2,403	Машина сжатия МС-1000, шкала 500 кН, цена деления 1,0 кН. Свидетельство о поверке приведено в прил. П	8400	50,4	0,85	<del>141,6</del>	148,4
				22	860	7,1	7,1	7,1	2,403		9000	50,4		151,8	
				23	840	7,1	7,1	7,1	2,347		8600	50,4		145,0	
				24	850	7,1	7,1	7,1	2,375		8800	50,4		148,4	
7	-//-	5-ноя-2012	14	25	850	7,1	7,1	7,1	2,375		9800	50,4	0,85	165,2	162,4
				26	840	7,1	7,1	7,1	2,347		9200	50,4		<del>155,1</del>	
				27	810	7,1	7,1	7,1	2,263		9800	50,4		165,2	
				28	820	7,1	7,1	7,1	2,291		9300	50,4		156,8	
8	-//-	12-ноя-2012	21	29	800	7,0	7,0	7,0	2,332		13000	49,0	0,85	225,5	230,1
				30	830	7,0	7,0	7,0	2,420		12800	49,0		222,0	
				31	830	7,0	7,0	7,0	2,420		14000	49,0		242,9	
				32	810	7,0	7,0	7,0	2,362		12800	49,0		<del>222,0</del>	
9	-//-	19-ноя-2012	28	33	810	7,0	7,0	7,0	2,362		13400	49,0	0,85	232,4	234,8
				34	810	7,0	7,0	7,0	2,362		12200	49,0		<del>211,6</del>	
				35	810	7,0	7,0	7,0	2,362		12400	49,0		215,1	
				36	820	7,0	7,0	7,0	2,391		14800	49,0		256,7	
10	-//-	1-июл-2013	252	37	810	7,0	7,0	7,0	2,362	16000	49,0	0,85	277,6	270,0	
				38	790	7,0	7,0	7,0	2,303	12700	49,0		<del>220,3</del>		
				39	800	7,0	7,0	7,0	2,332	15200	49,0		263,7		
				40	810	7,0	7,0	7,0	2,362	15500	49,0		268,9		
11	Призма 100	5-ноя-2012	14	41	9550	10,0	9,9	40,0	2,412	15200	99,0	0,95	145,9	143,0	
				42	9700	10,0	10,0	39,9	2,431	12800	100,0		<del>121,6</del>		
				43	9510	9,9	10,0	39,9	2,408	14600	99,0		140,1		
12	-//-	19-ноя-2012	28	44	9440	10,0	10,0	40,0	2,360	17200	100,0	0,95	<del>163,4</del>	172,0	
				45	9490	10,0	10,0	40,0	2,373	18400	100,0		174,8		
				46	9480	10,0	10,0	40,0	2,370	17800	100,0		169,1		
13	-//-	1-июл-2013	252	47	9330	10,0	10,0	40,0	2,333	19800	100,0	0,95	188,1	199,5	
				48	9270	10,0	10,0	40,0	2,318	22200	100,0		210,9		
				49	9160	10,0	10,0	40,0	2,290	18000	100,0		<del>171,0</del>		

14	Призма 70	5-ноя-2012	14	50	3310	7,0	7,0	28,0	2,413	Пресс испытательный ПСУ-250, шкала 100 тс, цена деления 200 кгс. Свидетельство о поверке приведено в прил. Р	6400	49,0	0,85	<del>111,0</del>	119,7
				51	3430	7,0	7,0	28,0	2,500		7200	49,0		124,9	
				52	3320	7,0	7,0	28,0	2,420		6600	49,0		114,5	
15	-//-	19-ноя-2012	28	53	3210	7,0	7,0	28,0	2,340		9200	49,0	0,85	<del>159,6</del>	168,3
				54	3250	7,0	7,0	28,0	2,369		9800	49,0		170,0	
				55	3200	7,0	7,0	28,0	2,332		9600	49,0		166,5	
16	-//-	1-июл-2013	252	56	3240	7,0	7,0	28,0	2,362		10100	49,0	0,85	175,2	178,7
				57	3210	7,0	7,0	28,0	2,340		10500	49,0		182,1	
				58	3170	7,0	7,0	28,0	2,310		9500	49,0		<del>164,8</del>	
17	Призма арм. 100	5-ноя-2012	14	59	10140	9,9	9,9	39,9	--		15600	98,0	--	159,2	160,2
				60	10130	10,0	9,9	40,0	--		14000	99,0		<del>141,4</del>	
				61	10370	9,9	9,9	39,9	--		15800	98,0		161,2	
18	-//-	19-ноя-2012	28	62	10110	10,0	10,0	40,0	--		21700	100,0	--	217,0	211,0
				63	10050	10,0	10,0	40,0	--		20500	100,0		205,0	
				64	9990	10,0	10,0	40,0	--		20400	100,0		<del>204,0</del>	
19	-//-	1-июл-2013	252	65	9940	10,0	10,0	40,0	--		22600	100,0	--	226,0	223,0
				66	9870	10,0	10,0	40,0	--		21800	100,0		<del>218,0</del>	
				67	9910	10,0	10,0	40,0	--		22000	100,0		220,0	
20	Призма арм. 100, сер. № 1	1-июл-2013	252	68	10150	10,0	10,0	40,0	--		32000	100,0	--	320,0	301,0
				69	10070	10,0	10,0	40,0	--		28200	100,0		282,0	
				70	10120	10,0	10,0	40,0	--		30600	100,0		<del>306,0</del>	
21	Призма арм. 70	5-ноя-2012	14	71	3680	7,0	6,9	28,0	--		9000	48,3	--	186,3	187,7
				72	3600	7,0	7,0	28,0	--		8800	49,0		<del>179,6</del>	
				73	3590	6,9	6,9	27,9	--		9000	47,6		189,0	
22	-//-	19-ноя-2012	28	74	3610	7,0	7,0	28,0	--		12000	49,0	--	244,9	239,8
				75	3620	7,0	7,0	28,0	--		11500	49,0		234,7	
				76	3610	7,0	7,0	28,0	--		11000	49,0		<del>224,5</del>	
23	-//-	1-июл-2013	252	77	3550	7,0	7,0	27,9	--		13400	49,0	--	273,5	277,6
				78	3470	7,0	7,0	28,0	--		13800	49,0		281,6	
				79	3490	7,0	7,0	28,0	--		11500	49,0		<del>234,7</del>	

24	Призма арм. 70, сер. № 2	1-июл-2013	252	80	3410	7,0	7,0	28,0	--	Пресс испытательный ПСУ-250, шкала 100 тс, цена деления 200 кгс. Свидет. о поверке - см. прил. Р	15800	49,0	--	322,4	351,0
				81	3580	7,0	7,0	28,0	--		18400	49,0		375,5	
				82	3420	7,0	7,0	28,0	--		16000	49,0		326,5	
25	Призма арм. 70, сер. № 3	1-июл-2013	252	83	3500	7,0	7,0	28,0	--		17200	49,0	--	351,0	357,1
				84	3530	7,0	7,0	28,0	--		18400	49,0		375,5	
				85	3510	7,0	7,0	28,0	--		17800	49,0		363,3	
26	Призма 100, $E_b$	5-ноя-2012	14	86	9570	10,0	10,0	40,0	2,393		14700	100,0	--	147,0	146,5
				87	9600	10,0	10,0	39,9	2,406		14500	100,0		145,0	
				88	9530	10,0	10,0	40,0	2,383		14600	100,0		146,0	
27	Призма 100, $E_b$	1-июл-2013	252	89	9460	10,0	10,0	40,0	2,365		22600	100,0	--	226,0	220,0
				90	9480	10,0	10,0	40,0	2,370	20800	100,0	208,0			
				91	9500	10,0	10,0	39,9	2,381	21400	100,0	214,0			

1 - Масштабный коэффициент принимается по [39, табл. 5].

2 - Базовый образец - куб размерами 150×150×150 мм и призма размерами 150×150×400 мм ([39, п. 2.1.1; 47, п. 1.1]).

3 - Средняя прочность серии образцов принимается из 3-х образцов - по двум наибольшим по прочности, из 4-х образцов - по трем наибольшим по прочности ([39, п. 6.4]).

Примечание - позиции 26 и 27 - показание призмной прочности бетона после испытания на определение модуля упругости.

**ПРИЛОЖЕНИЕ Б**  
(справочное)

**Журнал испытаний бетонных призм размерами 70×70×280 мм по определению деформаций усадки на базе 187 мм**

Дата изготовления образцов:

22-окт-2012

Начало испытаний:

5-ноя-2012

Окончание испытаний:

1-июл-2013

№ п/п	Дата испытания	Время снятия отсчета	Продолжит. испытаний, сут	Возраст бетона, сут	Образец № 56										Образец № 57										Образец № 58										Средняя по серии $C_{cp} \times 0,001$ мм	Относит. дефор. по серии $\epsilon_{yc} \times 10^{-3}$			
					Заводской номер МИГ, номер грани призмы										Заводской номер МИГ, номер грани призмы										Заводской номер МИГ, номер грани призмы														
					№ 254603		№ 257634		№ 259186		№ 258147		$\Delta C_{cp}$	$C_{cp}$	Относит. дефор. $\epsilon_{yc} \times 10^{-3}$	№ 259430		№ 248956		№ 259561		№ 258094		$\Delta C_{cp}$	$C_{cp}$	Относит. дефор. $\epsilon_{yc} \times 10^{-3}$	№ 259338		№ 259167		№ 259508		№ 256977				$\Delta C_{cp}$	$C_{cp}$	Относит. дефор. $\epsilon_{yc} \times 10^{-3}$
					1	2	3	4	1	2	3	4				1	2	3	4	1	2	3	4																
					C	$\Delta C$	C	$\Delta C$	C	$\Delta C$	C	$\Delta C$	C	$\Delta C$		C	$\Delta C$	C	$\Delta C$	C	$\Delta C$	C	$\Delta C$	C	$\Delta C$		C	$\Delta C$			C	$\Delta C$							
× 0,001 мм										× 0,001 мм										× 0,001 мм																			
1	5-ноя-2012	16.00	0	14	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0	0,000		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		0	0	0	0	0	0	0	0	0,0	0,000	0,0	0,000	
		20.00			3	3	6	6	3	3	0	0	3,0	3,0	0,016	2	2	9	9	12	12	6	6	7,3	7,3	0,039	-1	-1	0	0	6	6	4	4	2,3	2,3	0,012	4,2	0,022
2	6-ноя-2012	20.00	1	15	4	1	8	2	4	1	1	1	1,3	4,3	0,023	2	0	12	3	16	4	9	3	2,5	9,8	0,052	-1	0	0	0	8	2	6	2	1,0	3,3	0,017	5,8	0,031
3	7-ноя-2012	20.00	2	16	6	2	12	4	7	3	2	1	2,5	6,8	0,036	7	5	19	7	22	6	14	5	5,8	15,5	0,083	1	2	2	2	14	6	10	4	3,5	6,8	0,036	9,7	0,052
4	8-ноя-2012	20.00	3	17	8	2	17	5	11	4	4	2	3,3	10,0	0,053	12	5	24	5	26	4	18	4	4,5	20,0	0,107	2	1	4	2	19	5	14	4	3,0	9,8	0,052	13,3	0,071
5	12-ноя-2012	20.00	7	21	12	4	24	7	20	9	7	3	5,8	15,8	0,084	22	10	34	10	34	8	28	10	9,5	29,5	0,158	6	4	9	5	30	11	24	10	7,5	17,3	0,092	20,8	0,111
6	19-ноя-2012	20.00	14	28	24	12	44	20	30	10	14	7	12,3	28,0	0,150	36	14	47	13	46	12	40	12	12,8	42,3	0,226	12	6	18	9	44	14	37	13	10,5	27,8	0,148	32,7	0,175
7	26-ноя-2012	20.00	21	35	33	9	54	10	36	6	20	6	7,8	35,8	0,191	45	9	56	9	54	8	49	9	8,8	51,0	0,273	19	7	24	6	54	10	46	9	8,0	35,8	0,191	40,8	0,218
8	3-дек-2012	20.00	28	42	42	9	66	12	43	7	24	4	8,0	43,8	0,234	55	10	65	9	60	6	58	9	8,5	59,5	0,318	25	6	32	8	65	11	55	9	8,5	44,3	0,237	49,2	0,263
9	10-дек-2012	20.00	35	49	52	10	76	10	46	3	29	5	7,0	50,8	0,271	65	10	70	5	66	6	66	8	7,3	66,8	0,357	31	6	39	7	72	7	62	7	6,8	51,0	0,273	56,2	0,300
10	17-дек-2012	20.00	42	56	60	8	84	8	52	6	36	7	7,3	58,0	0,310	72	7	77	7	70	4	72	6	6,0	72,8	0,389	38	7	45	6	82	10	70	8	7,8	58,8	0,314	63,2	0,338
11	24-дек-2012	20.00	49	63	65	5	88	4	54	2	40	4	3,8	61,8	0,330	76	4	80	3	74	4	75	3	3,5	76,3	0,408	43	5	49	4	86	4	74	4	4,3	63,0	0,337	67,0	0,358
12	31-дек-2012	20.00	56	70	68	3	89	1	53	-1	41	1	1,0	62,8	0,336	78	2	81	1	75	1	77	2	1,5	77,8	0,416	44	1	51	2	84	-2	75	1	0,5	63,5	0,340	68,0	0,364
13	7-январь-2013	20.00	63	77	76	8	94	5	54	1	46	5	4,8	67,5	0,361	82	4	84	3	78	3	79	2	3,0	80,8	0,432	50	6	56	5	91	7	80	5	5,8	69,3	0,370	72,5	0,388
14	14-январь-2013	20.00	70	84	80	4	98	4	56	2	48	2	3,0	70,5	0,377	84	2	87	3	80	2	82	3	2,5	83,3	0,445	54	4	59	3	94	3	83	3	3,3	72,5	0,388	75,4	0,403
15	21-январь-2013	20.00	77	91	84	4	102	4	58	2	51	3	3,3	73,8	0,394	87	3	90	3	82	2	84	2	2,5	85,8	0,459	57	3	62	3	97	3	86	3	3,0	75,5	0,404	78,3	0,419
16	28-январь-2013	20.00	84	98	98	14	105	3	60	2	54	3	5,5	79,3	0,424	90	3	93	3	84	2	88	4	3,0	88,8	0,475	61	4	66	4	100	3	90	4	3,8	79,3	0,424	82,4	0,441
17	4-февраль-2013	20.00	91	105	91	-7	106	1	60	0	56	2	-1,0	78,3	0,418	90	0	93	0	85	1	88	0	0,3	89,0	0,476	62	1	66	0	100	0	91	1	0,5	79,8	0,426	82,3	0,440
18	11-февраль-2013	20.00	98	112	92	1	105	-1	60	0	57	1	0,3	78,5	0,420	90	0	93	0	86	1	88	0	0,3	89,3	0,477	64	2	66	0	101	1	91	0	0,8	80,5	0,430	82,8	0,443
19	18-февраль-2013	20.00	105	119	95	3	108	3	62	2	58	1	2,3	80,8	0,432	96	6	93	0	86	0	90	2	2,0	91,3	0,488	66	2	69	3	103	2	94	3	2,5	83,0	0,444	85,0	0,455
20	25-февраль-2013	20.00	112	126	96	1	109	1	62	0	59	1	0,8	81,5	0,436	96	0	93	0	88	2	90	0	0,5	91,8	0,491	67	1	70	1	104	1	94	0	0,8	83,8	0,448	85,7	0,458
21	4-март-2013	20.00	119	133	98	2	110	1	63	1	60	1	1,3	82,8	0,443	96	0	95	2	89	1	91	1	1,0	92,8	0,496	69	2	71	1	105	1	96	2	1,5	85,3	0,456	86,9	0,465
22	11-март-2013	20.00	126	140	100	2	112	2	64	1	61	1	1,5	84,3	0,451	96	0	99	4	90	1	92	1	1,5	94,3	0,504	70	1	72	1	107	2	98	2	1,5	86,8	0,464	88,4	0,473
23	18-март-2013	20.00	133	147	101	1	114	2	65	1	62	1	1,3	85,5	0,457	98	2	100	1	90	0	94	2	1,3	95,5	0,511	72	2	74	2	108	1	100	2	1,8	88,5	0,473	89,8	0,480
24	25-март-2013	20.00	140	154	102	1	114	0	65	0	62	0	0,3	85,8	0,459	98	0	100	0	90	0	94	0	0,0	95,5	0,511	72	0	74	0	108	0	100	0	0,0	88,5	0,473	89,9	0,481
25	1-апрель-2013	20.00	147	161	102	0	114	0	64	-1	63	1	0,0	85,8	0,459	98	0	100	0	91	1	94	0	0,3	95,8	0,512	72	0	74	0	108	0	100	0	0,0	88,5	0,473	90,0	0,481
26	8-апрель-2013	20.00	154	168	102	0	114	0	64	0	64	1	0,3	86,0	0,460	98	0	100	0	92	1	94	0	0,3	96,0	0,513	73	1	74	0	108	0	100	0	0,3	88,8	0,475	90,3	0,483
27	15-апрель-2013	20.00	161	175	103	1	114	0	64	0	64	0	0,3	86,3	0,461	98	0	100	0	92	0	94	0	0,0	96,0	0,513	73	0	75	1	109	1	100	0	0,5	89,3	0,477	90,5	0,484
28	22-апрель-2013	20.00	168	182	101	-2	112	-2	62	-2	63	-1	-1,8	84,5	0,452	96	-2	99	-1	90	-2	92	-2	-1,8	94,3	0,504	72	-1	76	1	108	-1	100	0	-0,3	89,0	0,476	89,3	0,477
29	29-апрель-2013	20.00	175	189	103	2	113	1	62	0	63	0	0,8	85,3	0,456	97	1	99	0	91	1	92	0	0,5	94,8	0,507	72	0	76	0	109	1	101	1	0,5	89,5	0,479	89,8	0,480
30	6-май-2013	20.00	182	196	104	1	114	1	63	1	63	0	0,8	86,0	0,460	98	1	100	1	91	0	93	1	0,8	95,5	0,511	73	1	76	0	110	1	101	0	0,5	90,0	0,481	90,5	0,484
31	13-май-2013	20.00	189	203	100	-4	112	-2	62	-1	61	-2	-2,3	83,8	0,448	96	-2	97	-3	89	-2	92	-1	-2,0	93,5	0,500	71	-2	74	-2	109	-1	99	-2	-1,8	88,3	0,472	88,5	0,473
32	20-май-2013	20.00	196	210	97	-3	110	-2	60	-2	60	-1	-2,0	81,8	0,437	95	-1	95	-2	86	-3	89	-3	-2,3	91,3	0,488	68	-3	72	-2	107	-2	96	-3	-2,5	85,8	0,459	86,3	0,461
33	27-май-2013	20.00	203	217	97	0	110	0	60	0	60	0	0,0	81,8	0,437	95	0	95	0	86	0	89	0	0,0	91,3	0,488	68	0	72	0	107	0	97	1	0,3	86,0	0,460	86,3	0,462
34	3-июнь-2013	20.00	210	224	96	-1	110	0	60	0	59	-1	-0,5	81,3	0,434	96	1	96	1	86	0	89	0	0,5	91,8	0,491	67	-1	71	-1	108	1	97	0	-0,3	85,8	0,459	86,3	0,461
35	10-июнь-2013	20.00	217	231	96	0	110	0	60	0	58	-1	-0,3	81,0	0																								

Продолжение приложения

## Журнал испытаний бетонных призм размерами 100×100×400 мм по определению деформаций усадки на базе 267 мм

Дата изготовления образцов: 22-окт-2012

Начало испытаний: 5-ноя-2012

Окончание испытаний: 1-июл-2013

№ п/п	Дата испытания	Время испытания	Продолжит. испытаний, сут	Возраст бетона, сут	Образец № 47										Образец № 48										Образец № 49										Средняя по серии $C_{cp} \times 0,001$ мм	Относит. дефор. по серии $\epsilon_{ус} \times 10^{-3}$			
					Заводской номер МИГ, номер грани призмы										Заводской номер МИГ, номер грани призмы										Заводской номер МИГ, номер грани призмы														
					№ 256489		№ 254647		№ 257153		№ 256143		$\Delta C_{cp}$	$C_{cp}$	Относит. дефор. $\epsilon_{ус} \times 10^{-3}$	№ 248471		№ 247819		№ 259569		№ 249716		$\Delta C_{cp}$	$C_{cp}$	Относит. дефор. $\epsilon_{ус} \times 10^{-3}$	№ 250609		№ 259001		№ 248060		№ 258685				$\Delta C_{cp}$	$C_{cp}$	Относит. дефор. $\epsilon_{ус} \times 10^{-3}$
					1	2	3	4	1	2	3	4				1	2	3	4	1	2	3	4																
					C	$\Delta C$	C	$\Delta C$	C	$\Delta C$	C	$\Delta C$	C	$\Delta C$		C	$\Delta C$	C	$\Delta C$	C	$\Delta C$	C	$\Delta C$	C	$\Delta C$		C	$\Delta C$											
× 0,001 мм										× 0,001 мм										× 0,001 мм																			
1	5-ноя-2012	16.00	0	14	0	0	0	0	0	0	0	0,0	0,0	0,000		0	0	0	0	0	0	0	0,0	0,0	0,000		0	0	0	0	0	0	0	0,0	0,0	0,000	0,0	0,000	
		20.00			-16	-16	0	0	16	16	-18	-18	-4,5	-4,5	-0,017	2	2	8	8	5	5	4	4	4,8	4,8	0,018	4	4	4	4	6	6	2	2	4,0	4,0	0,015	1,4	0,005
2	6-ноя-2012	20.00	1	15	-20	-4	0	0	18	2	-19	-1	-0,8	-5,3	-0,020	3	1	10	2	7	2	4	0	1,3	6,0	0,022	4	0	4	0	8	2	4	2	1,0	5,0	0,019	1,9	0,007
3	7-ноя-2012	20.00	2	16	-24	-4	4	4	26	8	-18	1	2,3	-3,0	-0,011	7	4	18	8	13	6	9	5	5,8	11,8	0,044	8	4	6	2	12	4	8	4	3,5	8,5	0,032	5,8	0,022
4	8-ноя-2012	20.00	3	17	-24	0	8	4	33	7	-20	-2	2,3	-0,8	-0,003	10	3	25	7	20	7	13	4	5,3	17,0	0,064	14	6	8	2	14	2	13	5	3,8	12,3	0,046	9,5	0,036
5	12-ноя-2012	20.00	7	21	-22	2	17	9	48	15	-18	2	7,0	6,3	0,023	16	6	38	13	32	12	22	9	10,0	27,0	0,101	23	9	14	6	20	6	23	10	7,8	20,0	0,075	17,8	0,066
6	19-ноя-2012	20.00	14	28	-16	6	32	15	64	16	-12	6	10,8	17,0	0,064	26	10	52	14	51	19	36	14	14,3	41,3	0,154	38	15	22	8	26	6	38	15	11,0	31,0	0,116	29,8	0,111
7	26-ноя-2012	20.00	21	35	-9	7	44	12	75	11	-8	4	8,5	25,5	0,096	34	8	66	14	66	15	46	10	11,8	53,0	0,199	47	9	30	8	34	8	50	12	9,3	40,3	0,151	39,6	0,148
8	3-дек-2012	20.00	28	42	2	11	56	12	88	13	2	10	11,5	37,0	0,139	42	8	78	12	80	14	56	10	11,0	64,0	0,240	60	13	36	6	43	9	52	2	7,5	47,8	0,179	49,6	0,186
9	10-дек-2012	20.00	35	49	5	3	69	13	99	11	9	7	8,5	45,5	0,170	49	7	85	7	90	10	65	9	8,3	72,3	0,271	69	9	43	7	51	8	69	17	10,3	58,0	0,217	58,6	0,219
10	17-дек-2012	20.00	42	56	10	5	76	7	106	7	16	7	6,5	52,0	0,195	54	5	94	9	102	12	72	7	8,3	80,5	0,301	78	9	48	5	58	7	82	13	8,5	66,5	0,249	66,3	0,248
11	24-дек-2012	20.00	49	63	12	2	82	6	111	5	20	4	4,3	56,3	0,211	58	4	101	7	108	6	78	6	5,8	86,3	0,323	84	6	52	4	62	4	84	2	4,0	70,5	0,264	71,0	0,266
12	31-дек-2012	20.00	56	70	14	2	85	3	112	1	22	2	2,0	58,3	0,218	60	2	102	1	110	2	79	1	1,5	87,8	0,329	86	2	54	2	63	1	89	5	2,5	73,0	0,273	73,0	0,273
13	7-январь-2013	20.00	63	77	19	5	88	3	118	6	26	4	4,5	62,8	0,235	65	5	110	8	116	6	86	7	6,5	94,3	0,353	92	6	60	6	69	6	95	6	6,0	79,0	0,296	78,7	0,295
14	14-январь-2013	20.00	70	84	21	2	91	3	124	6	30	4	3,8	66,5	0,249	68	3	114	4	122	6	90	4	4,3	98,5	0,369	98	6	64	4	73	4	100	5	4,8	83,8	0,314	82,9	0,311
15	21-январь-2013	20.00	77	91	25	4	98	7	128	4	34	4	4,8	71,3	0,267	71	3	119	5	128	6	94	4	4,5	103,0	0,386	103	5	68	4	78	5	105	5	4,8	88,5	0,331	87,6	0,328
16	28-январь-2013	20.00	84	98	30	5	103	5	133	5	39	5	5,0	76,3	0,286	76	5	124	5	134	6	98	4	5,0	108,0	0,404	109	6	72	4	83	5	111	6	5,3	93,8	0,351	92,7	0,347
17	4-февраль-2013	20.00	91	105	30	0	104	1	135	2	41	2	1,3	77,5	0,290	78	2	127	3	138	4	100	2	2,8	110,8	0,415	111	2	74	2	84	1	113	2	1,8	95,5	0,358	94,6	0,354
18	11-февраль-2013	20.00	98	112	30	0	106	2	136	1	43	2	1,3	78,8	0,295	80	2	128	1	140	2	102	2	1,8	112,5	0,421	113	2	76	2	85	1	115	2	1,8	97,3	0,364	96,2	0,360
19	18-февраль-2013	20.00	105	119	34	4	110	4	140	4	52	9	5,3	84,0	0,315	85	5	131	3	143	3	107	5	4,0	116,5	0,436	116	3	78	2	89	4	118	3	3,0	100,3	0,375	100,3	0,375
20	25-февраль-2013	20.00	112	126	36	2	111	1	142	2	53	1	1,5	85,5	0,320	86	1	132	1	145	2	108	1	1,3	117,8	0,441	118	2	80	2	91	2	120	2	2,0	102,3	0,383	101,8	0,381
21	4-март-2013	20.00	119	133	38	2	113	2	144	2	55	2	2,0	87,5	0,328	88	2	135	3	149	4	110	2	2,8	120,5	0,451	120	2	83	3	93	2	122	2	2,3	104,5	0,391	104,2	0,390
22	11-март-2013	20.00	126	140	40	2	117	4	146	2	58	3	2,8	90,3	0,338	90	2	138	3	151	2	113	3	2,5	123,0	0,461	124	4	85	2	96	3	125	3	3,0	107,5	0,403	106,9	0,400
23	18-март-2013	20.00	133	147	44	4	120	3	148	2	60	2	2,8	93,0	0,348	94	4	142	4	152	1	116	3	3,0	126,0	0,472	127	3	88	3	100	4	128	3	3,3	110,8	0,415	109,9	0,412
24	25-март-2013	20.00	140	154	44	0	121	1	150	2	61	1	1,0	94,0	0,352	94	0	143	1	154	2	117	1	1,0	127,0	0,476	128	1	89	1	100	0	130	2	1,0	111,8	0,419	110,9	0,415
25	1-апрель-2013	20.00	147	161	45	1	121	0	151	1	62	1	0,8	94,8	0,355	95	1	145	2	157	3	118	1	1,8	128,8	0,482	130	2	91	2	101	1	131	1	1,5	113,3	0,424	112,3	0,420
26	8-апрель-2013	20.00	154	168	46	1	122	1	152	1	64	2	1,3	96,0	0,360	97	2	146	1	158	1	119	1	1,3	130,0	0,487	132	2	92	1	103	2	132	1	1,5	114,8	0,430	113,6	0,425
27	15-апрель-2013	20.00	161	175	47	1	124	2	152	0	64	0	0,8	96,8	0,362	97	0	146	0	158	0	120	1	0,3	130,3	0,488	132	0	92	0	104	1	132	0	0,3	115,0	0,431	114,0	0,427
28	22-апрель-2013	20.00	168	182	46	-1	122	-2	151	-1	64	0	-1,0	95,8	0,359	96	-1	146	0	160	2	119	-1	0,0	130,3	0,488	132	0	93	1	103	-1	132	0	0,0	115,0	0,431	113,7	0,426
29	29-апрель-2013	20.00	175	189	47	1	123	1	152	1	64	0	0,8	96,5	0,361	98	2	147	1	162	2	120	1	1,5	131,8	0,493	133	1	94	1	104	1	136	4	1,8	116,8	0,437	115,0	0,431
30	6-май-2013	20.00	182	196	48	1	124	1	154	2	64	0	1,0	97,5	0,365	100	2	148	1	163	1	120	0	1,0	132,8	0,497	135	2	95	1	106	2	140	4	2,3	119,0	0,446	116,4	0,436
31	13-май-2013	20.00	189	203	45	-3	123	-1	153	-1	62	-2	-1,8	95,8	0,359	98	-2	146	-2	160	-3	118	-2	-2,3	130,5	0,489	133	-2	93	-2	105	-1	138	-2	-1,8	117,3	0,439	114,5	0,429
32	20-май-2013	20.00	196	210	43	-2	122	-1	152	-1	60	-2	-1,5	94,3	0,353	95	-3	144	-2	158	-2	116	-2	-2,3	128,3	0,480	130	-3	91	-2	103	-2	136	-2	-2,3	115,0	0,431	112,5	0,421
33	27-май-2013	20.00	203	217	43	0	120	-2	151	-1	61	1	-0,5	93,8	0,351	95	0	145	1	160	2	117	1	1,0	129,3	0,484	131	1	91	0	104	1	136	0	0,5	115,5	0,433	112,8	0,423
34	3-июнь-2013	20.00	210	224	44	1	120	0	151	0	62	1	0,5	94,3	0,353	96	1	145	0	160	0	118	1	0,5	129,8	0,486	132	1	91	0	105	1	136	0	0,5	116,0	0,434	113,3	0,424
35	10-июнь-2013	20.00	217	231	44	0	120	0	151</																														

Окончание приложения

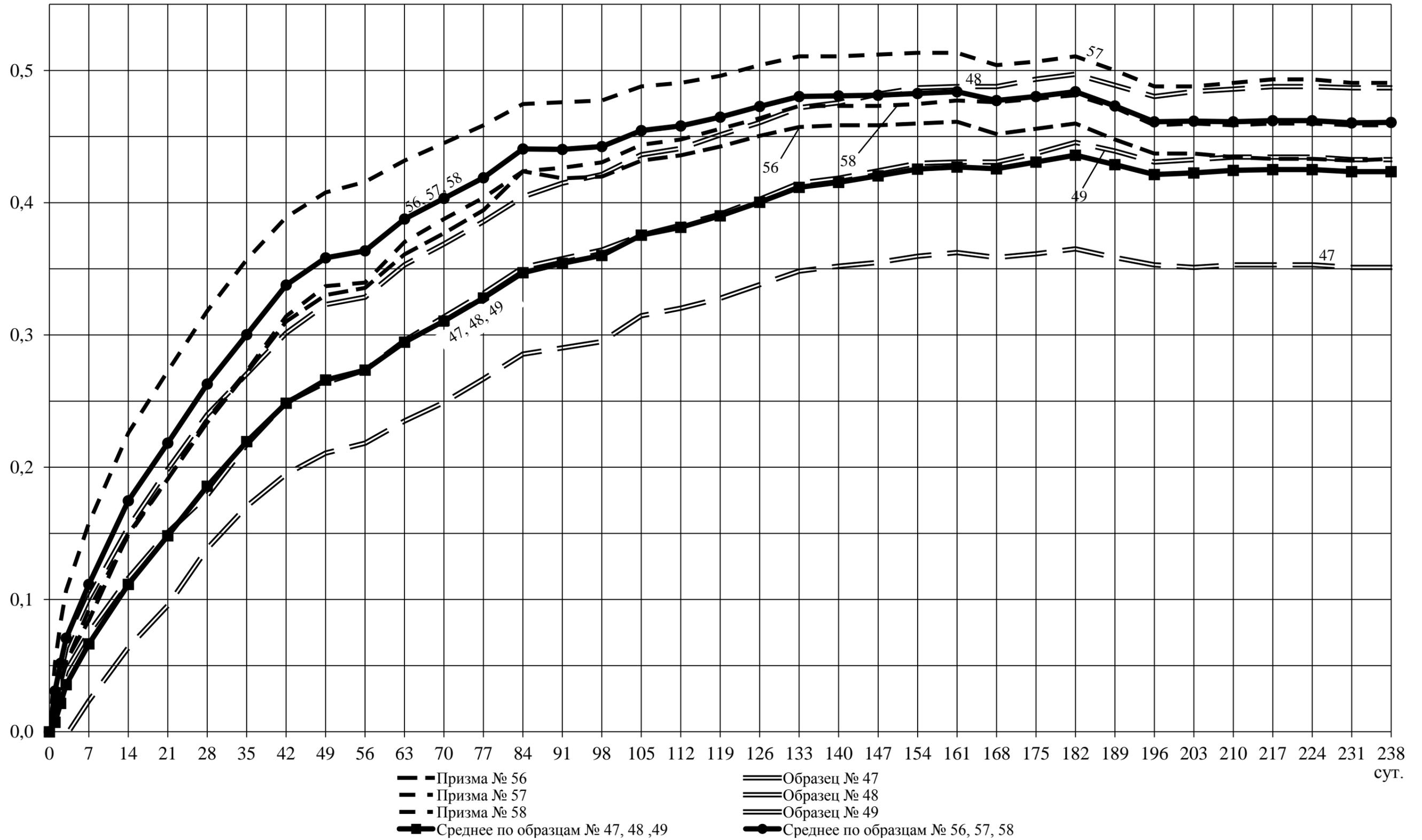
Относительная деформация,  $\times 10^{-3}$ 

Рис. Б. Зависимость относительных деформаций усадки от продолжительности испытаний

ПРИЛОЖЕНИЕ В  
(справочное)

# ДОКУМЕНТ О КАЧЕСТВЕ

ОАО «ЦЕСЛА»  
Сланцевский цементный завод  
188560, г. Сланцы, Ленинградская обл.



**ПОРТЛАНДЦЕМЕНТ ОБЩЕСТРОИТЕЛЬНЫЙ**  
**с добавками**  
**ЦЕМ Ш/А-Ш 32.5 Б**



ГОСТ 31108-2003, ГОСТ 30515-97  
Сертификат соответствия № РОСС RU. CM19.H00132  
№ 0539910

Партия № 179 Отгружен « 08 » 10 2012 г.

Силос

№ 6 автотранспорт

Класс прочности цемента	<b>ЦЕМ Ш/А-Ш 32.5 Б</b>	/не менее 32,5 МПа/ /не более 52,5 МПа/
-------------------------	-------------------------	--

Добавки: гран.шлак, %: Менее 20,0% / не более 20,0%/

Средняя активность в возрасте 2 суток 19,0 МПа

(по данным за предыдущий месяц)

Удельная поверхность Блейн, см<sup>2</sup>/г: 4587

Нормальная плотность цементного теста 25,60 %

А эфф., БК/кг, менее 370

Гарантийный срок не более 60 суток на момент получения



С.Сердюк

**ПРИЛОЖЕНИЕ Г**  
(справочное)

Наименование, адрес покупателя:  
**ООО «Бау-Платц»**

**ПАСПОРТ**  
на готовую продукцию № 12554-4/11

Дата отгрузки: **09-20 декабря 2011 г.**      Наряд-заказ № **6807, 7054, 7260, 7529.**

**1. Наименование продукции: "Песок для строительных работ"**

**2. Наименование цеха: Цех №3 "Пугарево"      Объем: 860 м³**

**3. Нормативные документы: ГОСТ 8736-93; ГОСТ 25100-95**

ГОСТ 8736-93 Песок для бетона, железобетона, растворов и сухих смесей		ГОСТ 25100-95 Классификация грунтов для проектирования и строительства	
Наименование показателя	Значение	Наименование показателя	Значение
Модуль крупности	2,16 - 2,33	Класс дисперсного грунта	крупный
<b>ЗЕРНОВОЙ СОСТАВ</b>			
Полный остаток на сите 5 мм	3,10 - 4,15 %	Полный остаток на сите 2 мм	9,33 - 10,83 %
Полный остаток на сите 0,63 мм	40,15 - 43,48 %	Полный остаток на сите 0,5 мм	53,65 - 60,26 %
Проход через сито 0,16 мм	8,00 - 6,52 %	Полный остаток на сите 0,25 мм	79,47 - 86,23 %
Проход через сито 0,05 мм	3,00 - 2,70 %	Полный остаток на сите 0,1 мм	26,49 - 96,83 %
Содержание глины в комках	0,00 - 0,00 %	Число пластичности	н/п
Группа песка	средний	Коэффициент фильтрации м/сут	>3,0
		Разновидность по степени водопроницаемости	сильноводопроницаемый

**7. Органические примеси: окраска раствора светлее эталона**

Основание для п.п 1 - 7 протокол испытаний лаборатории ОАО "РУДАС" от 09-20.12.11

Аттестат аккредитации № SP01.01.106.045

**8. Радиационное качество строительного материала: Класс I (Аэфф. <370 Бк/кг)**

Основание - протокол испытаний ЗАО "ПКТИ-СтройТЕСТ" № 35п-11-ПКТИ от 10.08.11 г.

**9. Содержание вредных компонентов и примесей соответствует требованиям**

**ГОСТ 8736-93, приложение "А"**

Основание - протокол испытаний ЗАО "РАЦ МЕХАНОБР ИНЖИНИРИНГ АНАЛИТ"

№ 827-11 от 17.08.2011 г.

Дата составления паспорта:

22 декабря 2011 г.

Старший инженер по качеству:



Иванова М.Н.

ПРИЛОЖЕНИЕ Д  
(справочное)

Закрытое акционерное общество  
«КАМЕННОГОРСКОЕ КАРЬЕРОУПРАВЛЕНИЕ»  
г. Каменногорск Ленинградской области

ПАСПОРТ

на щебень гранитный фракция 5-10 мм

Щебень фракции: 5-10 мм, ГОСТ 8267-93

Количество щебня: -

Партия № -

1. Зерновой состав:

Размер контрольных сит, мм	d наим.	0,5(N+d)	D наиб.	1,25 D
	5	7,5	10	12,5
Полный остаток на ситах по массе, % по ГОСТ	от 90 до 100	от 30 до 80	до 10	до 0,5
Полный остаток на ситах по массе, % фактически	90,4	49,1	7,2	0

2. Содержание зерен пластинчатой (лещадной) и игольчатой формы, % по массе: 13,2
3. Содержание пылевидных и глинистых частиц, % : 0,32
4. Содержание зерен слабых пород, % : 0
5. Содержание глины в комках, % : 0
6. Марка щебня по прочности (дробимости): 1200
7. Марка по истираемости : И 1
8. Морозостойкость: F 300
9. Насыпная плотность, т/м<sup>3</sup>: 1,35
10. Удельная эффективная активность естественных радионуклидов, Бк/кг: 253
11. Устойчивость структуры щебня против распада: 0,8
12. Содержание вредных компонентов и примесей: нет
13. Обозначение настоящего стандарта: ГОСТ 8267-93

Заключение: щебень гранитный фр. 5-10 мм соответствует требованиям ГОСТ 8267-93  
«Щебень и гравий из плотных горных пород для строительных работ. Технические условия».

Начальник лаборатории



ПРИЛОЖЕНИЕ Е  
(справочное)



**ЗАО «МЕТРОБЕТОН»**

194214 г. С-Петербург  
ул. Ново-Никитинская, 17

Отдел качества 301-42-31

Аттестат аккредитации ИЛ на техническую компетентность №SP 01.01.076.049

Документ о качестве № А701-12  
на товарную арматуру

Выдан "27" января 2012 г.

Заказчик ООО "Техноарм + " СПб Гасу.

Дата изготовления январь 2012

Наименование изделий Арматура из сертифицированной

Марка изделий, количество Ф5Вр1 - 400мм = 2800шт.  
Ф5Вр1 - 280мм = 5400шт.

Номер партии А701-12

Обозначение стандарта (ТУ) ТУСТ 10922-90

Номер серии и выпуска рабочих чертежей  
по заказу заказчика

Начальник Отдела качества (инженер)

*[Подпись]*  
ЗАО «МЕТРОБЕТОН»  
ОТДЕЛ КАЧЕСТВА



Система менеджмента качества ЗАО «Метробетон»  
соответствует международному стандарту ISO 9001:2008  
Сертификат № 52487-2009-AQ-MCW-FINAS

Продолжение приложения

Система менеджмента качества  
ОАО "Белорусский металлургический комбинат" сертифицирована по международному стандарту ИСО 9001

форма № 6

СЕРТИФИКАТ КАЧЕСТВА № 419923П  
Грузополучатель Россия, Г. САНКТ-ПЕТЕРБУРГ ПЕТРОСТРОЙКОМПЛЕКТ  
Заказ № 124554Ш  
Вагон (контейнер) № 53144796  
Дата выписки сертификата 11/11/2011  
Приказ № 419923П 11/11/2011



ГОСТ 6727-80

Лист № 1 Количество листов 2

Наименование продукции Проволока из низкоуглеродистой стали холоднотянутой для армирования железобетонных конструкций

№ п-п	Класс, группа	Размер, мм	К-во мест	К-во мотков	Масса, кг	Марка стали	№ партии
3	Вр-1	5	1	0	980		4-620
	Вр-1	5	1	0	1016		4-547
	Вр-1	5	4	0	3998		4-1344
	Вр-1	5	3	0	2986		4-1247
	Вр-1	5	3	0	3012		4-1313
	Вр-1	5	1	0	922		4-1265
	Вр-1	5	1	0	1014		4-1218
	Вр-1	5	1	0	996		4-1284
	Вр-1	5	1	0	1012		4-1077
	Вр-1	5	2	0	1910		4-1216
	Вр-1	5	1	0	1042		4-680
	Вр-1	5	1	0	968		4-1085
4	Вр-1	5	3	0	2938		4-1360
	Вр-1	5	2	0	1932		4-1304
	Вр-1	5	1	0	998		4-1179
	Вр-1	5	2	0	2266		11-778389
	Вр-1	5	2	0	2370		11-777985
	Вр-1	5	2	0	2212		11-779502
	Вр-1	5	2	0	2250		11-779544
	Вр-1	5	2	0	2252		11-778692
	Вр-1	5	2	0	2366		11-778694
	Вр-1	5	2	0	2206		11-779543
	Вр-1	5	2	0	2216		11-779094
	5	Вр-1	5	7	0	6762	
Вр-1		5	1	0	978		4-1399
6	Вр-1	5	1	0	990		4-1344
	Вр-1	5	2	0	2034		4-1432



№ 000. N 520  
12.01.12 4.000

ЗАО «МЕТРОБЕТОН»  
ОТДЕЛ КАЧЕСТВА

Примечание:

Указанная в сертификате продукция соответствует действующим в России стандартам и техническим условиям.

Система менеджмента качества  
ОАО "Белорецкий металлургиче-  
ский комбинат" сертифицирована по  
международному стандарту ИСО

Форма № 6

Лист № 2 Количество листов 2

Сертификат качества № 419923П  
Грузополучатель Россия, Г.САНКТ-ПЕТЕРБУРГ ПЕТРОСТРОЙКОМПЛЕКТ  
Заказ № 124554Ш Приказ № 419923П 11/11/2011  
Вагон (контейнер) № 53144796 Дата выписки сертификата 11/11/2011  
Дата изготовления 11/11/2011

ОТКРЫТОЕ  
АКЦИОНЕРНОЕ ОБЩЕСТВО  
"БЕЛОРЕЦКИЙ  
МЕТАЛЛУРГИЧЕСКИЙ КОМБИНАТ



ГОСТ 6727-80

Наименование продукции Проволока из низкоуглеродистой стали холоднотянутая для армирования железобетонных конструкций

№ п-п	Разрывное усилие, Н	Удлинение, %	Усилие, соответствующее пределу текучести, Н	Число перегибов на 180°
3	12600-12900	3-4	11935-12056	8-10
4	13400-13800	3-3	12808-13471	6-7
5	13100-13300	3-4	12825-12937	9-11
6	13000-13600	3-3,5	13085-13404	7-9
7	13500-14000	3-3,5	12952-13428	6-9
			<b>65</b>	<b>0</b>
			988	4-1360
			2976	4-1387
			928	4-1284
			1002	4-1433
			1906	4-1265
			2304	11-779290
			2338	11-779104
			<b>67068</b>	

РЕЗУЛЬТАТЫ ИСПЫТАНИЙ

№ п-п	Разрывное усилие, Н	Удлинение, %	Усилие, соответствующее пределу текучести, Н	Число перегибов на 180°
3	12600-12900	3-4	11935-12056	8-10
4	13400-13800	3-3	12808-13471	6-7
5	13100-13300	3-4	12825-12937	9-11
6	13000-13600	3-3,5	13085-13404	7-9
7	13500-14000	3-3,5	12952-13428	6-9

ЗАО «МЕТРОБЕТО»  
ОТДЕЛ КАЧЕСТВА



Примечание:  
Указанная в сертификате продукция соответствует действующим в России стандартам и техническим условиям.



## ПРИЛОЖЕНИЕ И (справочное)

3.1 Комплект поставки гигрометра приведен в таблице 3.

Таблица 3

Обозначение	Наименование	К-тво	Примечание
МБ.2.844.000	Гигрометр в сборе	1 шт.	
МБ.2.844.000ПС	Паспорт	1 экз.	
МБ.2.844.000 ИЗ	Инструкция по эксплуатации	1 экз.	
АКГ.7.382.002	Питатель	1 шт.	
МБ.7.062.016	Фитиль	1 шт.	
МБ.6.876.247	Коробка	1 шт.	

4. ПОПРАВКИ К ТЕРМОМЕТРАМ

Таблица 4

Термометры	Исполнение гигрометра									
	ВИТ-1					ВИТ-2				
	Калибровочные отметки, °С									
	0	10	15	20	25	15	20	25	30	40
"Сухой"	Поправки, °С									
"Увлажненный"	Поправки, °С									

Проверено ОТК: *И.Д. АБГ. 2011*

5. СВИДЕТЕЛЬСТВО О ПРИЁМКЕ

Гигрометр психрометрический ВИТ № *8919* соответствует требованиям технических условий ТУ-3 Украины 14307481.001-92 и признан годным к эксплуатации.

Проверка проведена представителем

ГП "Полтавстандартметрология"

Клеймо поверки

РП  
1 V 1  
3 Ц

6. ГАРАНТИЙНЫЕ ОБЯЗАТЕЛЬСТВА

6.1. Предприятие - изготовитель гарантирует соответствие гигрометра требованиям технических условий ТУ 3 Украины 14307481.001-92 при соблюдении потребителем условий транспортирования, хранения и эксплуатации.

6.2. Гарантийный срок эксплуатации гигрометра - 12 месяцев со дня получения потребителем.

ПАО "Стеклоприбор"

ГИГРОМЕТР ПСИХРОМЕТРИЧЕСКИЙ  
ВИТ

ТУ 3 Украины 14307481.001-92

ПАСПОРТ  
МБ.2.844.000 ПС

**ВИТ-1**

1. НАЗНАЧЕНИЕ ИЗДЕЛИЯ

1.1. Гигрометр психрометрический ВИТ предназначен для измерения относительной влажности и температуры воздуха.

2. ТЕХНИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

2.1. Технические характеристики гигрометра в зависимости от исполнения указаны в таблице 1.

Таблица 1

Исполнение	Диапазон измерения относительной влажности, %	Температурный диапазон измерения влажности, °С	Диапазон измерений температуры, °С
ВИТ-1	От 20 до 90	От 5 до 25	От 0 до 25
ВИТ-2	От 54 до 90	От 20 до 23	От 15 до 40
	От 40 до 90	От 23 до 26	От 15 до 40
	От 20 до 90	От 26 до 40	От 15 до 40

2.2. Цена деления шкалы термометров 0,2 °С.

2.3. Абсолютная погрешность термометров гигрометра с учетом введения поправок не должна превышать ±0,2 °С.

2.4. Предел абсолютной погрешности гигрометра при скорости аспирации от 0,5 до 1 м/с указан в таблице 2.

Таблица 2

Температура по "сухому" термометру, °С	У, %
От 5 до 10 вкл.	+7
Свыше 10 до 30 вкл.	+6
Свыше 30 до 40 вкл.	+5

2.5. Габаритные размеры, мм, не более - 325x120x50.

2.6. Масса, г, не более - 350.

## ПРИЛОЖЕНИЕ К (справочное)

### 3. КОМПЛЕКТ ПОСТАВКИ

3.1 Комплект поставки гигрометра приведен в таблице 3.

Таблица 3

Обозначение	Наименование	К-тво	Примечание
МБ.2.844.000	Гигрометр в сборе	1 шт.	
МБ.2.844.000ПС	Паспорт	1 экз.	
МБ.2.844.000 ИЭ	Инструкция по эксплуатации	1 экз.	
АКГ.7.382.002	Питатель	1 шт.	
МБ.7.062.016	Фитиль	1 шт.	
МБ.6.876.247	Коробка	1 шт.	

### 4. ПОПРАВКИ К ТЕРМОМЕТРАМ

Таблица 4

Термометры	Исполнение гигрометра									
	ВИТ-1					ВИТ-2				
	Калибровочные отметки, °С									
	0	10	15	20	25	15	20	25	30	40
"Сухой"										
"Увлажненный"										
	Поправки, °С									

Проверено ОТК 24.03.2011

### 5. СВИДЕТЕЛЬСТВО О ПРИЕМКЕ

Гигрометр психрометрический ВИТ № 185 соответствует требованиям технических условий ТУ 3 Украины 14307481.001-92 и признан годным к эксплуатации.

Проверка проведена представителем

ГП "Полтавастандартметрология"

Клеймо поверки



Гигрометры психрометрические ВИТ-1 и ВИТ-2 подлежат поверке во время выпуска с производства, в эксплуатации гигрометры подлежат поверке или калибровке в зависимости от области применения. Межповерочный интервал - не более 2 лет.

### 6. ГАРАНТИЙНЫЕ ОБЯЗАТЕЛЬСТВА

6.1. Предприятие - изготовитель гарантирует соответствие гигрометра требованиям технических условий ТУ 3 Украины 14307481.001-92 при соблюдении потребителем условий транспортирования, хранения и эксплуатации.

6.2. Гарантийный срок эксплуатации гигрометра - 12 месяцев со дня получения потребителем.

ПАО "Стеклоприбор"



ГИГРОМЕТР ПСИХРОМЕТРИЧЕСКИЙ

ВИТ

ТУ 3 Украины 14307481.001-92

ПАСПОРТ

МБ.2.844.000 ПС



ВИТ-2

### 1. НАЗНАЧЕНИЕ ИЗДЕЛИЯ

1.1. Гигрометр психрометрический ВИТ предназначен для измерения относительной влажности и температуры воздуха.

### 2. ТЕХНИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

2.1. Технические характеристики гигрометра в зависимости от исполнения указаны в таблице 1.

Исполнение	Диапазон измерения относительной влажности, %	Температурный диапазон измерений влажности, °С	Диапазон измерений температуры, °С
ВИТ-1	От 20 до 90	От 5 до 25	От 0 до 25
ВИТ-2	От 54 до 90	От 20 до 23	От 15 до 40
	От 40 до 90	От 23 до 26	От 15 до 40
	От 20 до 90	От 26 до 40	От 15 до 40

2.2. Цена деления шкалы термометров 0,2 °С.

2.3. Абсолютная погрешность термометров гигрометра с учетом введения поправок не должна превышать  $\pm 0,2$  °С.

2.4. Предел абсолютной погрешности гигрометра при скорости аспирации от 0,5 до 1 м/с указан в таблице 2.

Таблица 2

Температура по "сухому" термометру, °С	У, %
От 5 до 10 вкл.	$\pm 7$
Свыше 10 до 30 вкл.	$\pm 6$
Свыше 30 до 40 вкл.	$\pm 5$

2.5. Габаритные размеры, мм, не более - 325x120x50.

2.6. Масса, г, не более - 350.

## ПРИЛОЖЕНИЕ Л (справочное)

### 5. ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБСЛУЖИВАНИЕ

- 5.1 Температура в помещении должна быть (в зависимости от варианта исполнения) от минус 10 до +35°C. Относительная влажность от 30 до 95%. В воздухе не должно содержаться вредных примесей, вызывающих коррозию.
- 5.2 Динамометры не должны подвергаться одностороннему нагреву или охлаждению.
- 5.3 Распакованные динамометры следует тщательно очистить от пыли мягкой тряпкой.
- 5.4 Работу с динамометрами проводить в соответствии с «Руководством по эксплуатации».
- 5.5 Категорически запрещается нагрузка динамометров, превышающая наибольший предел измерения.
- 5.6 Динамометр следует содержать в чистоте и периодически очищать от пыли.
- 5.7 Динамометры в эксплуатации должны подвергаться периодической поверке один раз в год. Поверка динамометров должна осуществляться по ГОСТ 8.287.
- 5.8 К ремонтным работам допускаются только специалисты службы сервиса предприятия-изготовителя или специалисты, прошедшие обучение и имеющие соответствующее разрешение.
- 5.9 При включенном динамометре запрещается снимать кожух вторичного измерительного преобразователя, разбирать узел грузоприемного устройства и устранять неисправности в работе динамометра.

### 6. СВИДЕТЕЛЬСТВО О ПРИЕМКЕ

Динамометр переносной эталонный 3-го разряда (серия) 0533864 соответствия требованиям и признан заводской номер 0533864 соответствия требованиям и признан годным к эксплуатации.

Дата изготовления « 26 » ДЕК 2011 г.



### 7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ О ПОВЕРКЕ

Динамометр переносной эталонный 3-го разряда DOC-3-2.001

заводской номер 0533864 на основании результатов первичной поверки признан годным и допущен к применению.

Дата поверки « 27 » ДЕК 2011 г.



Поверитель ГМИЦ

### 8. МЕТОДЫ И СРЕДСТВА ПОВЕРКИ

- 8.1 Поверка динамометров производится по ГОСТ 8.287 «ГСИ. Динамометры образцовые переносные 3-го разряда. Методы и средства поверки».
- 8.2 Межповерочный интервал – 1 год.

### 9.- СВЕДЕНИЯ ОБ УПАКОВКЕ

Упаковку весов следует производить согласно ГОСТ 12997 и в соответствии с комплектом конструкторской документации.

### СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
1 Назначение.....	3
2 Основные технические данные.....	3
3 Комплектация.....	4
4 Устройство и принцип работы.....	5
5 Техническое обслуживание.....	5
6 Свидетельство о приеме.....	5
7 Заключение о поверке.....	5
8 Методы и средства поверки.....	6
9 Сведения об упаковке.....	6
10 Сведения о транспортировании и хранении.....	6
11 Гарантии изготовителя.....	6

ПРИЛОЖЕНИЕ М  
(справочное)

Министерство высшего и среднего  
специального образования РСФСР  
Ленинградский  
ордена Октябрьской Революции  
и ордена Трудового Красного Знамени  
ИНЖЕНЕРНО-СТРОИТЕЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ  
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНО-ОПЫТНОЕ  
ПРОИЗВОДСТВО  
198005, Ленинград, Егорова, 5  
Тел. 292-14-90

Комплект  
ТЕНЗОМЕТРОВ  
ТА-2-1

№ 169-172

ВЫПУСКНОЙ АТТЕСТАТ

Выпуск разрешен на основании свидетельства  
№ 1650 Комитета стандартов, мер и измерительных  
приборов СССР, выданного 4 февраля 1955 года.

Ленинград  
1988

Назначение

Тензометр модель 2 предназначается для измерения линейных поверхностных деформаций испытываемых образцов, деталей, конструкций при медленно возрастающих статических нагрузках. Замеренные тензометром деформации могут служить для определения напряжений.

Состав комплекта тензометров

- 1) Тензометр в собранном виде . . . 4 шт.
- 2) Сигнал-индикатор . . . 1 шт.
- 3) Счетчик оборотов . . . 1 шт.
- 4) Призма с пером . . . 4 шт.
- 5) Опорный нож с прямым лезвием . 4 шт.
- 6) » » криволинейн. лезвием . 4 шт.
- 7) » » с фасонным » . 4 шт.
- 8) Удлинитель базы 100 мм . . . 4 шт.
- 9) » » 150 » . . . 4 шт.
- 10) » » 200 » . . . 4 шт.
- 11) Струбцины . . . 4 шт.
- 12) Инструкция к пользованию комплектом приборов . . . 1 шт.
- 13) Выпускной аттестат . . . 1 шт.

Основные характеристики  
элементов комплекта: тензометров

- 1) Диапазон измерения от 0 до 800 микрон
- 2) Цена деления основной шкалы 1 »
- 3) Погрешность прибора не более  $\pm 1$  »

- 4) Вариация показаний 2 микрона
- 5) База прибора 20--50; 100; 150; 200 мм
- 6) Вес прибора без струбцины и счетчика оборотов . . . . . 83 г

Счетчика оборотов

- 1) Диапазон измерения от 1 до 10 оборотов
- 2) Цена 1 деления шкалы — один оборот микровинта тензометра, т. е. 100 мк
- 3) Габаритные размеры 35 мм × 60 мм
- 4) Вес прибора 80 грамм

Сигнала-индикатора

- 1) Размер корпуса 75 мм × 32 мм
  - 2) Вес прибора — 100 грамм
  - 3) Продолжительность работы прибора с одним элементом 1,3/фмц-0.25 — 100 часов
- Результаты поверки комплекта тензометров в собранном блоке (тензометр на базе 50 мм, счетчик оборотов, сигнал-индикатор, струбцина)

№№ приборов	К
169	0,99
170	0,99
171	0,98
172	0,98

Гарантии

Производственные мастерские ЛИСИ гарантируют в течение 6 мес. со дня отгрузки заказчику устранение дефектов, если таковые обнаружатся или возникнут по причинам, зависящим от изготовителя, при условии соблюдения правил пользования. Претензии принимаются мастерскими при условии сохранения надлежащего вида и отсутствия каких-либо исправлений.

ОТК

29 мая 1982 г.

ПРИЛОЖЕНИЕ Н  
(справочное)

Приложение  
**ПЕРЕЧЕНЬ ЦВЕТНЫХ МЕТАЛЛОВ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ  
В ГОЛОВКЕ**

Наименование металла	III	V	V	IX
	Масса в изделии, кг классификация по группам ГОСТ 1639-78			
Сплав алюминий-медь Д 16	0,051			
Сплав алюминий-литиевой АЛ-3		0,0365		
Латунь свинцовая ЛС 59-1			0,040	
Бронза свинцовая БрФ 6,5-0,15				0,00008

ООО "НПФ Завод "Измерон"

**ГОЛОВКИ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ**  
Мод. 05101, 05102  
**ПАСПОРТ**  
05101.000 ПС



**10. ГАРАНТИИ ИЗГОТОВИТЕЛЯ**

10.1. Изготовитель гарантирует соответствие головок требованиям ТУ2-034-0221197-013-91 при соблюдении условий транспортирования, хранения и эксплуатации.

10.2. Гарантийный срок эксплуатации — 18 месяцев со дня ввода головок в эксплуатацию, но не более 24 месяцев со дня изготовления.

**11. СВЕДЕНИЯ О РЕКЛАМАЦИЯХ**

11.1. Рекламации по качеству продукции принимаются производителем-изготовителем при условии соблюдения потребителем правил хранения и эксплуатации головок

11.2. В случае обнаружения потребителем ненадлежащего качества поставленной продукции, забракованная продукция должна быть возвращена по адресу: 193144, Санкт-Петербург, Новгородская ул., 13.

**1. НАЗНАЧЕНИЕ ИЗДЕЛИЯ**

1.1. Головка предназначена для линейных измерений методом непосредственной оценки или методом сравнения с мерой.

1.2. Область применения — различные области машиностроения и приборостроения.

1.3. При эксплуатации должны соблюдаться следующие условия: температура окружающей среды (20±4)°С; измененная температура не более 1°С/ч; относительная влажность воздуха (60±20)%; атмосферное давление (101±4) кПа. Пример условного обозначения головки модели 05101 1-го класса точности с ценой деления 0,001 мм: «Головка: модели 05101, класс точности 1 ТУ2-034-0221197-013-91».

**2. ТЕХНИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ**

2.1. Технические характеристики приведены в табл. 1.

Технические характеристики	Модель 05101	Модель 05102
	Класс точности	
	0	1
	1	0
	0	1

2.2. Средняя наработка на отказ не менее 1300000 условных измерений.

2.3. Срок сохраняемости не менее 2 лет.

2.4. Полный срок службы не менее 5 лет.

**3. КОМПЛЕКТНОСТЬ**

В комплект головки входят:

Футляр	1 шт.
Наконечник с плоской измерительной поверхностью (по требованию заказчика)	1 шт.
Паспорт	1 шт.

**4. ПОДГОТОВКА ГОЛОВКИ К РАБОТЕ**

4.1. Извлечь головку из футляра и протереть втулку, измерительный стержень и измерительный наконечник чистой тканью, смоченной в бензине, затем сухой тканью.

**5. ПРАВИЛА ЭКСПЛУАТАЦИИ**

5.1. Обрабатывать с головкой бережно, предохранять ее от ударов, особенно по измерительному наконечнику.

5.2. Закрепить головку в стойке без пережима.

5.3. Не разворачивать головку в зажатом положении ввиду возможности ее поломки.

5.4. Следить за тем, чтобы механизм был разгружен от измерительного усилия, что повышает долговечность головки.



**6. ПРАВИЛА ХРАНЕНИЯ**

6.1. Хранить головку при температуре от 5°С до 40°С и относительной влажности не более 80% при температуре 25°С.

6.2. Категория условий хранения 1 по ГОСТ 15150-89.

**7. МЕТОДЫ И СРЕДСТВА ПОВЕРКИ**

7.1. Проводить поверку головки в соответствии с требованиями МИ 1876-88.

7.2. Головка подлежит ведомственной поверке. Рекомендуемый межповерочный интервал не более 1 года.

**8. СВИДЕТЕЛЬСТВО О ПРИЕМКЕ**

8.1. Головка измерительная, модель 05101, класса точности 1, заводской номер 202685 соответствует ТУ2-034-0221197-013-91.

Дата изготовления « 19 АЕК 2011 » 19 г.

Оттиск личного клейма ОТК Н-206

**9. СВЕДЕНИЯ О КОНСЕРВАЦИИ И УПАКОВКЕ**

9.1. Головка подвергнута на предприятии-изготовителе консервации согласно требованиям ГОСТ 9.014-78 и упакована согласно требованиям ГОСТ 13762-86.

Средства защиты ВЗ-2, ВУ-1

Дата консервации « 19 АЕК 2011 » 19 г.

Упаковку произвел: 131

Диапазон измерений, мм 1,0

Цена деления шкалы, мм 0,002

Пределы допускаемой погрешности, мкм

на участке 200 делений	2,0
на всем диапазоне измерений	0,002
Размах показаний, дел. шкалы	1,5
Вариация показаний, дел. шкалы	2,0
Измерит. усилие, Н, не более	2,5
Колесания измерительного усилия, Н, не более	1,5
Присоединит. диаметр, мм	1
Габарит. размеры, мм, не более	2,0
Масса, кг, не более	0,5

**ПРИЛОЖЕНИЕ П**  
(справочное)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ТЕХНИЧЕСКОМУ РЕГУЛИРОВАНИЮ И МЕТРОЛОГИИ  
Федеральное бюджетное учреждение  
«Государственный региональный центр стандартизации,  
метрологии и испытаний в г. Санкт-Петербурге и Ленинградской области»  
(ФБУ «Тест-С.-Петербург»)

**СВИДЕТЕЛЬСТВО**  
**О ПОВЕРКЕ № 0127013**  
Действительно до "15" августа 2013 г.

Средство измерений Машина сжатия  
наименование, тип средства измерений  
МС-1000 шкалы 200;500;1000 кН

Серия и номер клейма предыдущей поверки 053494071  
заводской № 1513

принадлежащее ЗАО "Экспериментальный завод"  
наименование юридического лица, ИНН  
ИНН 7806037513

поверено в соответствии с МИ-2845 "Машина сжатия"  
наименование и номер документа на методику поверки

с применением эталонов Электронный динамометр ДК-С-2000-0,5 №900159  
наименование, заводской номер, разряд, класс или погрешность

при следующих значениях влияющих факторов: Температура в помещении 20  
(+/-5)°С и относительная влажность 65 (+/-15)%  
приводит перечень влияющих факторов, нормированных в документе на методику поверки, с указанием их значений

и на основании результатов первичной (перидиаскоп) поверки соответствует описанию типа Госреестр 9604-84 и признано пригодным к применению

Поверительное клеймо Иванов А.С.  
Фамилия И.О.  
Александров А.В.  
Фамилия И.О.

начальник отдела Иванов А.С.  
подпись  
должность Иванов А.С.  
подпись  
поверителя Иванов А.С.  
подпись

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО  
ПО ТЕХНИЧЕСКОМУ РЕГУЛИРОВАНИЮ И МЕТРОЛОГИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ЦЕНТР ИСПЫТАНИЙ И СЕРТИФИКАЦИИ - С.-ПЕТЕРБУРГ  
(ФГУ «ТЕСТ-С.-ПЕТЕРБУРГ»)

**СВИДЕТЕЛЬСТВО**  
**О ПОВЕРКЕ № 601269**  
Действительно до "25" августа 2012 г.

Средство измерений Машина сжатия  
наименование, тип средства измерений  
МС-1000 (200, 500, 1000 кН)

Серия и номер клейма предыдущей поверки τ - 10 - СП  
заводской № 1513

принадлежащее ЗАО « Экспериментальный завод »  
наименование юридического лица, ИНН  
ИНН 7806037513

поверено в соответствии с ГОСТ 8.136-74; 8905-73. Пресса гидравли-  
ческие для испытаний строительных материалов. Методы и ср-ва поверки.  
наименование и номер документа на методику поверки

с применением эталонов Динамометр электронный АЦС-1000И-1 № 358  
наименование, заводской номер, разряд, класс или погрешность

при следующих значениях влияющих факторов: давление 765 мм рт ст  
температура 20 °С; влажность 65 %  
приводит перечень влияющих факторов, нормированных в документе на методику поверки, с указанием их значений

и на основании результатов первичной (перидиаскоп) поверки соответствует описанию типа Госреестр \_\_\_\_\_ и признано пригодным к применению

Поверительное клеймо Дуношкина Л. В.  
Фамилия И.О.  
Сысов Ю.А.  
Фамилия И.О.

начальник отдела Дуношкина Л. В.  
подпись  
должность Дуношкина Л. В.  
подпись  
поверителя Дуношкина Л. В.  
подпись

ПРИЛОЖЕНИЕ Р  
(справочное)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ТЕХНИЧЕСКОМУ РЕГУЛИРОВАНИЮ И МЕТРОЛОГИИ  
Федеральное бюджетное учреждение  
«Государственный региональный центр стандартизации,  
метрологии и испытаний в г. Санкт-Петербурге и Ленинградской области»  
(ФБУ «Тест-С.-Петербург»)

**СВИДЕТЕЛЬСТВО  
О ПОВЕРКЕ № 0127014**  
Действительно до «15 августа 2013 г.

Средство измерений Пресс испытательный  
наименование, тип средства измерений  
ПСУ-250 шкалы 250;100 тс

Серия и номер клейма предыдущей поверки 053494072  
заводской № 938

принадлежащее ЗАО "Экспериментальный завод"  
наименование юридического лица, ИНН  
ИНН 7806037513

поверено в соответствии с ГОСТ 8.136-74 "Прессы гидравлический для  
наименование и номер документа на методику поверки  
испытаний строительных материалов. Методы и средства поверки.

с применением эталонов Электронный динамометр ДК-С-2000-0,5 №00159  
наименование, заводской номер, разряд, класс или погрешность

при следующих значениях влияющих факторов: Температура в помещении 20  
(+/-5)\*С и относительная влажность 65 (+/-15)%  
приводят перечень влияющих факторов, нормированных в документе на методику поверки, с указанием их значений

и на основании результатов первичной (периодической) поверки соответствует описанию типа Госреестр 1476-65 и признано пригодным к применению

Поверительное клеймо Иванов А.С.  
подпись  
начальник отдела 182 Иванов А.С.  
подпись  
должность Александров А.В.  
подпись  
поверитель Иванов А.С.  
подпись  
Фамилия И.О. Александров А.В.  
подпись  
Фамилия И.О.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО  
ПО ТЕХНИЧЕСКОМУ РЕГУЛИРОВАНИЮ И МЕТРОЛОГИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ЦЕНТР ИСПЫТАНИЙ И СЕРТИФИКАЦИИ - С.-ПЕТЕРБУРГ  
(ФГУ «ТЕСТ-С.-ПЕТЕРБУРГ»)

**СВИДЕТЕЛЬСТВО  
О ПОВЕРКЕ № 601270**  
Действительно до «25 августа 2012г.

Средство измерений Пресс гидравлический  
наименование, тип средства измерений  
ПСУ - 250 (100, 250 тс)

Серия и номер клейма предыдущей поверки т - 10 - СП  
заводской № 38

принадлежащее ЗАО « Экспериментальный завод »  
наименование юридического лица, ИНН  
ИНН 7806037513

поверено в соответствии с ГОСТ 8.136-74; 8905-73. Пресса гидравли-  
наименование и номер документа на методику поверки  
ческие для испытаний строительных материалов. Методы и ср-ва поверки.

с применением эталонов Динамометр электронный АДС-1000И-1 № 358  
наименование, заводской номер, разряд, класс или погрешность

при следующих значениях влияющих факторов: давление 765 мм рт ст  
температура 20 ° С; влажность 65 %  
приводят перечень влияющих факторов, нормированных в документе на методику поверки, с указанием их значений

и на основании результатов первичной (периодической) поверки соответствует описанию типа Госреестр \_\_\_\_\_ и признано пригодным к применению

Поверительное клеймо \_\_\_\_\_  
начальник отдела \_\_\_\_\_ Дуношкина Л. В.  
подпись  
должность Сысоев Ю.А.  
подпись  
поверитель Дуношкина Л. В.  
подпись  
Фамилия И.О. Сысоев Ю.А.  
подпись  
Фамилия И.О.

**ПРИЛОЖЕНИЕ С**  
(справочное)

цех 042

форма 11 сто 401-123-07

**ИСПЫТАНИЕ ПО БРИНЕЛЛЮ № 310 от 08.02.12**

накладная № 77

цех № 27

от 07.02.12

документ о качестве материала №

заказ <b>1690</b>			заказчик											твер- дость		
чертеж, наименование	плавка	кол -во	химический состав													
			C	Mn	Si	P	S	Cr	Ni	Cu	Mo	Va	Ti			
пластина --- --- ---	6151	6														HRC59 -60
		общий вес, кг <b>24,0</b>														
материал, гост		вид обработки				требования для термообработки					контроль					
y10		3/0				HRC 55 -60					ОТК					

заключение: *одно*ПРБ *Жуц*

БТК цеха



цех 042

форма 11 сто 401-123-07

**ИСПЫТАНИЕ ПО БРИНЕЛЛЮ № 324 от 10.02.12**

накладная № 84

цех № 27

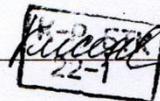
от 09.02.12

документ о качестве материала №

заказ <b>1690</b>			заказчик											твер- дость		
чертеж, наименование	плавка	кол -во	химический состав													
			C	Mn	Si	P	S	Cr	Ni	Cu	Mo	Va	Ti			
пластина ---	6151	12														HRC56 -58
		общий вес, кг <b>24,4</b>														
материал, гост		вид обработки				требования для термообработки					контроль					
y10a		3/0				HRC 55 -60					ОТК					

заключение: *одно*ПРБ *Жуц*

БТК цеха



ПРИЛОЖЕНИЕ Т  
(справочное)



ООО «СЕВЕРНАЯ СТОЛИЦА»

ИНН 7801253408 КПП 780101001 ОГРН 1037800129608  
Р/сч. 40702810300000004220 К/сч. 30101810800000000861 БИК 044030861  
ОАО «АБ «РОССИЯ» г. Санкт-Петербург

Юр. адрес: 199155, Россия, г. Санкт-Петербург, ул. Железноводская, д. 17/5, лит Д  
Почт. адрес: 191124, г. Санкт-Петербург, пл. Растрелли, д. 2: Тел./факс: (812) 331-7-331  
e-mail: s.stolica@k-group.su, www.k-group.su

Исх. № 44 от 2 апреля 2014 г.

Вх. № \_\_\_\_\_

Для предоставления  
в диссертационный совет

АКТ О ВНЕДРЕНИИ  
результатов диссертационного исследования

Настоящим актом удостоверяется, что методика расчета, содержащаяся в диссертации «Развитие методов расчета сжатых железобетонных элементов при длительном нагружении с учетом мгновенной нелинейности бетона» аспиранта кафедры технической механики ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет» Елистратова Владимира Николаевича, приняты к использованию и применены проектным институтом ООО «Северная Столица» группы компаний К-ГРУПП при оценке несущей способности монолитных железобетонных колонн при проектировании административного здания в г. Мурманск в части методики расчета нормативной условной критической силы с учетом мгновенной нелинейности и нелинейной ползучести бетона.

Главный конструктор по железобетонным  
конструкциям  
Заместитель генерального директора



Н. В. Новиков  
Д. И. Кораблёв