

Федерального государственного бюджетного образовательного
учреждения высшего профессионального образования
«САНКТ–ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
АРХИТЕКТУРНО–СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

На правах рукописи

НИДЖАД Амр Яхья Раджех

**МЕТОД РАСЧЕТА РАМНЫХ КОНСТРУКЦИЙ НА
МАКСИМАЛЬНОЕ РАСЧЕТНОЕ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЕ С
ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОЙ МАКРОМОДЕЛИ**

Специальность 05.23.17 – Строительная механика

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Научный руководитель
д.т.н., проф. Рутман Ю. Л.

Санкт–Петербург – 2014

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
1. ТЕОРИЯ СЕЙСМОСТОЙКОСТИ. УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДЛЯ РАСЧЕТА КОНСТРУКЦИЙ НА МРЗ. ТЕОРИЯ ПРЕДЕЛЬНОГО РАВНОВЕСИЯ КОНСТРУКЦИЙ.....	12
1.1. Развитие теории сейсмостойкости и методик определения сейсмических сил.....	12
1.2. Упругопластические модели для расчета конструкций на МРЗ.....	18
1.2.1. Упругопластическая макро модель.....	21
1.2.2. Макромодель с учетом локальной несущей способности зданий (направление Нигама)	26
1.3. Теория предельного равновесия конструкций.....	39
Выводы.....	44
2. ПРОВЕРКА АДЕКВАТНОСТИ МАКРОМОДЕЛИ. МЕТОДИКА ПОСТРОЕНИЯ ПОВЕРХНОСТИ ТЕКУЧЕСТИ.....	45
2.1. Методика проверки адекватности макро модели.....	45
2.2. Метод предельного равновесия для построения поверхностей текучести.....	47
2.3. Упругопластический метод построения поверхностей текучести.....	48
2.4. Проверка адекватности макро модели.....	54
Выводы.....	59
3. РЕАЛИЗАЦИЯ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОЙ МАКРОМОДЕЛИ.....	60
3.1. Реализация упругопластической макро модели без учета упрочнения материала конструкций.....	60
3.2. Сравнение динамических расчетов рамных конструкций на МРЗ с использованием упругопластической макро модели и модели с одной степенью свободы.....	67
3.3. Реализация упругопластической макро модели с учетом упрочнения материала конструкций.....	75
Выводы.....	80

4.	ИССЛЕДОВАНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ ТЕКУЧЕСТИ РАМНЫХ КОНСТРУКЦИЙ. РЕАЛИЗАЦИЯ МАКРОМОДЕЛИ С УЧЕТОМ СИНГУЛЯРНОСТИ В ПОВЕРХНОСТЯХ ТЕКУЧЕСТИ.....	81
4.1.	Исследование поверхностей текучести для рамных конструкций.....	81
4.2.	Проверка постулата Друкера в поверхностях текучести рамных конструкций.....	99
4.3.	Развитие макромодели для учета сингулярности в поверхностях текучести рамных конструкций.....	106
4.4.	Реализация алгоритма макромодели для случая поверхности текучести в виде многоугольника.....	109
4.5.	Сущность сравнения расчетов систем по модели с одной степенью свободы и по макромодели.....	111
	Выводы.....	114
5.	РАЗРАБОТКА МЕТОДА РАСЧЕТА РАМНЫХ КОНСТРУКЦИЙ НА МРЗ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МАКРОМОДЕЛИ.....	115
5.1.	Определение упругих жесткостей рамных конструкций.....	115
5.2.	Определение приведенной массы рамных конструкций.....	117
5.3.	Переход к критерию прочности (переход от перемещений к деформациям).....	122
5.4.	Метод расчета рамных конструкций на МРЗ с использованием макромодели	123
	Выводы.....	126
	ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	127
	СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	128

ВВЕДЕНИЕ

В начале XX века появилась теория сейсмостойкости, которая с тех пор развивается и приобретает новые формулировки и новые подходы к расчету и проектированию. Главной задачей теории сейсмостойкости зданий и сооружений является предотвращение глобального обрушения сооружения или его частей, если это связано с угрозой безопасности людей. При этом подходы теории сейсмостойкости обеспечивают выбор рациональных с экономической точки зрения вариантов проектирования зданий и сооружений на сейсмические воздействия.

На основании работ японского ученого Ф. Омори [119] возникла *статическая теория* сейсмостойкости. Статическая теория сыграла огромную роль в развитии теории сейсмостойкости, хотя бы потому, что впервые удалось получить количественную оценку сейсмических сил, вызывающих разрушение сооружения. Дальнейшее развитие статической теории, основанное на необходимости учета деформирования сооружения при колебаниях, привело к созданию *динамической теории* сейсмостойкости. Следующим этапом в истории развития теории сейсмостойкости явилась *спектральная теория*, представляющая собой существенное усовершенствование динамической теории за счет введения в обращение спектральных кривых, представляющих собой кривые, описывающие зависимости максимальных ускорений, скоростей или перемещений линейного осциллятора в функции периода его собственных колебаний.

В первой половине XX века все нормы и правила проектирования зданий и сооружений опирались на статическую теорию сейсмостойкости. Во второй половине XX-го века и до настоящего времени спектральный метод стал основой расчета зданий и сооружений на сейсмические воздействия во всех нормах и правилах проектирования всего мира [61, 60, 58, 57, 59, 63, 133, 104, 80, 83]. Для того чтобы обеспечить сейсмостойкость зданий, в мировой практике сейчас используется многоуровневое

проектирование. При многоуровневом проектировании сейсмические нагрузки, соответствующие уровню максимального расчетного землетрясения, должны восприниматься зданием за счет пластического ресурса конструкций с обязательным обеспечением предотвращения полного обрушения здания или его частей.

Актуальность диссертационной работы

Для учета пластического ресурса зданий при сейсмических воздействиях широко используется упругопластическая модель с одной степенью свободы [84, 38, 92, 53, 48, 50, 51, 52, 49]. В работах профессора Нигама Н.Ч. [118] были предложены обобщения этой модели на случай пространственной рамы с двумя степенями свободы. Однако эти обобщения касались простейших элементов конструкций (балок и их сечений). Задача свелась к сложному состоянию одного пластического шарнира, образующегося в колоннах рамы. В продолжение работ профессора Нигама Н.Ч., Садик А. В. в 1985г. вывел уравнения для учета кручения в пространственной раме [124, 125, 126]. Кроме того, в указанных работах не было учтено упрочнение материала. При этом было указано, что учет этого фактора является сложной проблемой. В статье [45] профессор Ю.Л. Рутман предлагает обобщение модели с одной степенью свободы на случай произвольной системы с n степенями свободы. Обобщенную модель он называет макромоделью. Дальнейшее развитие макромоделей [45] с учетом упрочнения материала конструкции представлено в [46]. Обобщенная модель позволяет учитывать взаимодействие компонентов реакции упругопластической системы. Это взаимодействие оказывает серьезное влияние на характер процесса при сложном (непропорциональном по компонентам) нагружении. Поэтому использование предлагаемой макромоделей существенно повышает точность проводимых расчетов. В то же время выполнение расчетов по предлагаемой макромоделей значительно упрощает подробные динамические упругопластические расчеты, выполняемые в программных комплексах типа «ANSYS».

При сейсмических воздействиях реализуется сложное нагружение, т.к. горизонтальные и вертикальные сейсмические воздействия не синхронизированы. Поэтому наиболее перспективно использование макромодели при анализе сейсмостойкости сооружений. Существующие нормативные документы требуют проведения двухуровневых расчетов: а) на проектное землетрясение (ПЗ); б) на максимальное расчетное землетрясение (МРЗ). В основном нормативном документе [63], регламентирующем правила расчета сейсмостойкости сооружений, указано: «расчеты, соответствующие МРЗ, следует, как правило, выполнять во временной области с использованием инструментальных или синтезированных акселерограмм». В расчетах на МРЗ следует осуществлять проверку несущей способности конструкций, включая общую устойчивость сооружения или его частей, при максимальных горизонтальных перемещениях, с учетом вертикальной составляющей сейсмических ускорений. Формирование расчетных моделей сооружений следует проводить с учетом возможности развития в несущих и ненесущих элементах конструкций неупругих деформаций и локальных хрупких разрушений. Таким образом, расчеты на МРЗ предусматривают прямой динамический расчет зданий и сооружений с помощью нелинейных моделей, учитывающих возникновение пластических шарниров. Для таких расчетов приходится создавать модели сооружений большой размерности и использовать для их анализа сложные программные комплексы. Такие расчеты требуют большого временного ресурса сложного программного обеспечения и специальной квалификации проектировщика.

Альтернативой вышеуказанному подходу может служить использование упругопластической макромодели. Расчет по методу макромодели может быть реализован с помощью таких широко распространенных ПК как «*MathCAD*» и «*Matlab*».

Разработка методики исследования поверхностей текучести, программная реализация макромодели, а также разработка метода расчета

рамных конструкций на МРЗ с использованием упругопластической макромоделей представляются весьма **актуальными**.

Цель диссертационной работы – разработка метода расчета рамных конструкций на максимальное расчетное землетрясение с использованием упругопластической макромоделей.

Для реализации поставленной цели требуется решить следующие **задачи**:

1. Разработать методику исследования поверхностей текучести для рамных конструкций.

2. Проверить адекватность макромоделей путем сравнения результатов, полученных из решения уравнений макромоделей, с результатами, принятыми в качестве эталонных.

3. Выполнить реализацию макромоделей в виде программы.

4. Сравнить динамические расчеты на максимальное расчетное землетрясение с использованием упругопластической макромоделей и модели с одной степенью свободы.

5. Исследовать поверхности текучести для рамных конструкций.

6. Развить макромоделей для учета сингулярности в поверхностях текучести рам и выполнить реализацию этого развития в виде программы.

7. Создать метод расчета реальных рамных конструкций на максимальное расчетное землетрясение с использованием макромоделей.

8. Выполнить численный анализ реальной рамы с помощью созданного метода.

Объект исследования: плоские рамные конструкции с двумя степенями свободы.

Предмет исследования: упругопластическая макромодель и расчет рамных конструкций на максимальное расчетное землетрясение с использованием упругопластической макромоделей.

Научная новизна диссертационной работы заключается в следующем:

1. Разработана методика исследования поверхностей текучести рамных конструкций, основанная как на теории предельного равновесия жесткопластических конструкций, так и на анализе упругопластических решений. Методика позволила применить к динамическому расчету рамных конструкций метод макромоделей, смысл которого состоит в снижении размерности динамической задачи.

2. Разработан алгоритм расчета макромоделей рамных конструкций. На основе алгоритма была создана программа расчета рамных конструкций с использованием макромоделей.

3. Выполнено развитие метода макромоделей, позволяющее учесть разрыв производных (наличие угловых точек) в поверхностях текучести рамных конструкций.

4. Разработан алгоритм расчета макромоделей рамных конструкций с учетом сингулярности в поверхностях текучести рамных конструкций.

5. Создан метод расчета рамных конструкций на максимальное расчетное землетрясение с использованием макромоделей.

Методологической основой диссертационного исследования послужили использование современного математического аппарата, теория сейсмостойкости, общепринятые допущения строительной механики, теория упругости и теория пластичности, удовлетворительное согласование результатов аналитического и численного методов расчета, соответствие результатов исследований данным, полученным другими авторами.

Личный вклад соискателя. Все результаты диссертационной работы принадлежат лично автору. Во всех работах, опубликованных в соавторстве, автору в равной степени принадлежит постановка задач и формулировка основных положений, определяющих научную новизну исследований.

Область исследования соответствует паспорту научной специальности ВАК: 05.23.17 – Строительная механика, пункт 7 «Теория и методы расчета сооружений в экстремальных ситуациях (землетрясения, ураганы, взрывы и так далее)».

Практическая ценность диссертационной работы заключается в возможности использования предложенного в диссертации метода расчета при проектировании сейсмостойких рамных конструкций. Этот метод позволяет учесть взаимодействие вертикальных и горизонтальных усилий в рамных конструкциях при их упругопластическом деформировании. Использование результатов диссертации в практических расчетах позволяет выявить новые качественные эффекты динамического процесса при сейсмическом воздействии и, таким образом, существенно повышает адекватность и надежность расчетов.

Апробация работы

Основные положения диссертационной работы доложены на:

– научном семинаре «Упругопластический расчет конструкций» в секции строительной механики и надежности конструкций имени Н. К. Снитко, Дом ученых, СПб., 1 февраля 2012 года;

– международном конгрессе, посвященном 180-летию СПбГАСУ «Наука и инновации в современном строительстве - 2012», СПбГАСУ, 10-12 октября 2012 г;

– V-й Международной конференции «Актуальные проблемы архитектуры и строительства», СПбГАСУ, 25 – 28 июня 2013 года;

– 25-й Международной конференции ВЕМ&FEM «Математическое моделирование в механике деформируемых тел и конструкций. Методы граничных и конечных элементов», СПбГАСУ, 23-26 сентября 2013 года;

– научном семинаре «Актуальные задачи динамики конструкций» в секции строительной механики и надежности конструкций имени Н. К. Снитко, Дом ученых, СПб., 13 ноября 2013 года.

Публикации

Основные положения диссертационной работы опубликованы в 5 печатных работах, общим объемом 2,1 п.л., (лично автору принадлежит 1,45 п.л.), из них 4 статьи в журналах, включенных в перечень рецензируемых изданий, утвержденный ВАК.

Структура и объем работы

Диссертационная работа состоит из введения, пяти глав, заключения, приложения и списка литературы. Общий объем работы составляет 141 страниц машинописного текста, включая 88 рисунков и 7 таблиц. Список литературы состоит из 137 наименований, в том числе 59 – на иностранном языке.

Во введении сформулирована проблема и обоснована актуальность проводимых исследований, определены цель и задачи, научная и практическая значимость диссертационной работы.

В первой главе представлен краткий обзор развития теории сейсмостойкости и методик определения сейсмических сил, а также нормативные требования для учета пластического ресурса зданий и рамных конструкций. Дан анализ работ Нигама Н.Ч., Садика А. В. и Ю.Л. Рутмана. В конце главы – краткий обзор развития теории предельного равновесия конструкций.

Во второй главе предложены методики определения поверхностей текучести для рамных конструкций. Проведена проверка адекватности макромоделей и свойств её уравнений.

В третьей главе реализованы алгоритмы и программы для расчета рамных конструкций с использованием макромоделей, без учета и с учетом упрочнения материала конструкций. Проведено сравнение динамических расчетов рамных конструкций на МРЗ с использованием упругопластической макромоделей и модели с одной степенью свободы.

В четвертой главе проведено исследование поверхностей текучести для рамных конструкций. Выполнено развитие макромоделей для учета сингулярности в поверхностях текучести рам. Разработан алгоритм и программа для учета сингулярности в поверхностях текучести рамных конструкций. Проведена проверка постулата Друкера в поверхностях текучести рамных конструкций. Описана сущность сравнения расчетов систем по модели с одной степенью свободы и по макромоделей.

В пятой главе предложена методика определения жесткостных и инерционных параметров макромодели. Описан переход к критерию прочности в макромодели (переход от перемещений к деформациям). Описан общий метод расчета рамных конструкций на максимальное расчетное землетрясение с использованием макромодели. В конце главы выполнен численный анализ реальной рамы с помощью разработанного метода.

1. ТЕОРИЯ СЕЙСМОСТОЙКОСТИ. УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДЛЯ РАСЧЕТА КОНСТРУКЦИЙ НА МРЗ. ТЕОРИЯ ПРЕДЕЛЬНОГО РАВНОВЕСИЯ КОНСТРУКЦИЙ.

1.1. Развитие теории сейсмостойкости и методик определения сейсмических сил

Человек с древнейших времен наблюдает за сейсмическими явлениями. Одновременно с наблюдением таких явлений возникла потребность защитить от них здания и сооружения. Анализ памятников древней архитектуры, расположенных в сейсмических районах, показывает, что строители уже тогда учитывали опасность землетрясений и предусматривали специальные меры по защите конструкций. Но антисейсмические мероприятия древности базировались на эмпиризме и инженерной интуиции.

Впервые в 1900 году японским ученым Омори Ф. [119] была сделана попытка создать теоретический метод расчета и проектирования сейсмостойких зданий и сооружений. Соавтором его работ является его соотечественник Сано [64]. На основании своих исследований японский ученый Ф. Омори разработал методику определения сейсмических сил. Эта методика получила название *статической теории* сейсмостойкости. В статической теории не учитывались деформации сооружения, его колебания сводились лишь к переносному движению всех точек сооружения вместе с основанием, а сейсмические силы определялись с учетом коэффициента сейсмичности, который представляет собой отношение максимального значения ускорения основания к ускорению свободного падения. Статическая теория значительно повлияла на развитие сейсмостойкого строительства. Ее значение состояло в получении количественной оценки сейсмических сил. Таким образом, проектирование сейсмостойких зданий стало обычной инженерной задачей.

Дальнейшие исследования подтвердили существенную зависимость поведения сооружения при землетрясении от его динамических свойств. Эти исследования вызвали появление *динамической теории сейсмостойкости*. Первые наработки были сделаны Мононобе в 1920 г. [115, 114]. Им были приняты колебания основания по гармоническому (синусоидальному) закону и рассмотрены установившиеся (стационарные) вынужденные колебания сооружения, представленного в виде системы с одной степенью свободы. Несмотря на более развитую модель исследований Мононобе, по сравнению с методикой Ф. Омори, в ней имелся существенный недостаток, а именно: не учитывалась начальная фаза сейсмических колебаний. Указанный недостаток был учтен в своих исследованиях К.С. Завриевым в 1927 г [15]

В 1934 г. М. Био [81] разработал метод оценки сейсмических сил с использованием инструментальных записей колебаний поверхности грунта во время землетрясений. Аналитическое выражение величины сейсмической силы, действующей на систему с одной степенью свободы, Био устанавливал не из гармонического закона колебаний, как это делали его предшественники, а с использованием инструментальных записей колебаний грунта во время землетрясений. В качестве способа обработки инструментальных записей М. Био вместе с Х. Беньоффом предложили спектры отклика, представляющие собой кривые, описывающие зависимости максимальных ускорений, скоростей или перемещений линейного осциллятора в функции его периода собственных колебаний. Такое представление сейсмических данных является основой так называемой *линейно-спектральной теории* определения сейсмических сил, которая, начиная с 50-х годов прошлого века и по сегодняшний день, является в большинстве стран основным инструментом сейсмических расчетов. Основным недостатком линейно-спектрального метода является его неприменимость к нелинейным системам [38], и даже к линейным, если матрица диссипации не удовлетворяет условию ортогональности. Поэтому

этот метод не позволяет строго учитывать некоторые особенности поведения сооружений и оборудования при сильных землетрясениях.

Возможны различные способы приближенного учета нелинейности. Например, в российских строительных нормах [58] это обстоятельство учтено полуэмпирически: расчет сооружения выполняется по линейной схеме, но на заниженные инерционные сейсмические нагрузки. Предполагается, что при реальных, более сильных нагрузках, сооружение получит некоторые повреждения, которые, однако, останутся в допустимых пределах [6]. Другой способ достичь той же цели – выполнить расчет по линейной схеме на реальные нагрузки, но соответствующим образом зависить прочностные характеристики материалов конструкции. Очевидно, однако, что такие подходы возможны только на базе экспериментальных исследований и данных о поведении конструкций при реальных землетрясениях, причем распространять эти данные на иные, необследованные типы следует с большой осторожностью [5].

Различными аспектами теории сейсмостойкости занималось не одно поколение выдающихся отечественных и зарубежных ученых. Вот далеко не полный их список: Я.М. Айзенберг, В.А. Амбарцумян, А.А. Амосов, Н.В. Ахвледиани, М.Ф. Барштейн, В.В. Болотин, И.И. Гольденблат, С.С. Григорян, С.С. Дарбинян, В.К. Егупов, К.С. Завриев, В.Б. Зылев, А.М. Жаров, Т.Ж. Жунусов, Г.Н. Карцивадзе, И.Л. Корчинский, Г.Л. Кофф, Е.Н. Курбацкий, А.М. Курзанов, М.А. Марджанишвили, В.Л. Мондрус, Ш.Г. Напетваридзе, Ю.И. Немчинов, Н.А. Николаенко, С.В. Поляков, А.Г. Назаров, Ю.П. Назаров, Л.Ш. Килимник, В.А. Ржевский, А.П. Сеницын, С.Б. Сеницын, А.Е. Саргсян, Э.Е. Хачиян, К.М. Хуберян, Дж. Блум, Э. Чопра, Г. Хаузнер, Н. Ньюмарк, Э. Розенблюэт, П. Дженингс, В. Бертеро, Р. Клаф, Дж. Пензиен, Дж. Борджерс и многие другие. Именно их усилиями были заложены основы сравнительно молодой науки – теории сейсмостойкости сооружений.

Анализ упругопластических колебаний сооружений – одна из центральных проблем современной теории сейсмостойкости. Решению этой проблемы посвящены работы Я.М. Айзенберга, А.А. Гвоздева, И.И. Гольденבלата, Т.Ж. Жунусова, И.Л. Корчинского, Н.А. Николаенко, Н.Н. Попова, Ю.Л. Рутмана, Э. Симборта, Э.Е. Хачияна, В.Л. Харланова [1, 3, 7, 8, 9, 122, 16, 22, 24, 25, 31, 43, 51, 52, 66, 68, 69, 70 и др.]. Среди зарубежных авторов необходимо выделить Н. Ньюмарка, А. Чопры, Д. Хаузнера, П. Дженингса, В. Бертеро, Р. Клафа, Дж. Пензиена, Дж. Борджерса и др. [4, 67, 82, 84, 85, 86, 98, 100, 102 и др.].

С целью проектирования зданий и сооружений, более выгодных с экономической точки зрения, нормами допускается работа конструкций за пределами упругой зоны работы материала, за счет введения коэффициента K_1 . Таким образом, рассеивание входной сейсмической энергии за счет пластических деформаций материала конструкций лежит в основе принципов сейсмостойкого проектирования.

В наши дни в мировой практике применяется подход многоуровневого проектирования [94], при котором используется несколько уровней воздействий и соответствующих им предельных состояний. Как правило, используется два уровня воздействия: максимальное расчетное землетрясение МРЗ и проектное землетрясение ПЗ. Такой подход применяется в нормах Европы (*EuroCode 8*), а с 2011 года и в нормах Российской Федерации [63].

В соответствии с концепцией многоуровневого проектирования выполняется отдельный анализ на эксплуатационную надежность при действии ПЗ. В то же время предполагается, что при МРЗ сейсмические нагрузки на здание в действительности будут выше проектных расчетных нагрузок, причем сейсмические нагрузки должны восприниматься за счет пластического ресурса конструкций. Однако такое предположение основано на интуитивно-эмпирических соображениях. В ряде случаев пластический

резерв конструкций может оказаться недостаточным для восприятия входной сейсмической нагрузки.

В нормах зарубежных стран работа конструкций за пределами упругости учитывается коэффициентом редукиции [83]. В российских же нормах [61, 60, 58, 57, 59, 63] – путем введения коэффициента K_1 . Изучению назначения оптимальной величины данного коэффициента посвящены работы Ньюмарка Н. и Холла Дж. [117], Идальго П. А., Ридделла Р. и Ариаса А. [99, 121], Нассара А. и Кравинклера [109, 116], Видича Т. [135], Санчеса-Рикарда Л. [127, 128] и др. Полный обзор основ коэффициента редукиции сейсмических нагрузок приведен в работе Миранды Э. и Вертеро В. [111, 112].

При обосновании физического смысла коэффициента редукиции использовались различные подходы, детально рассмотренные, например, в [83, 84, 13]. Исходя из упомянутых работ, коэффициент K_1 можно трактовать как отношение расчетной сейсмической нагрузки к значению сейсмической нагрузки, определяемому в предположении упругого деформирования конструкций:

$$K_1 = \frac{S_{\text{расч}}}{S_{\text{упр}}}. \quad (1.1)$$

Для количественной оценки способности системы к пластическим деформациям широко применяется коэффициент пластичности (*Ductility factor*) [129, 2]. Коэффициент пластичности – самый широко используемый параметр реакции системы. Он представляет собой отношение максимального динамического прогиба к прогибу, соответствующему превращению системы в механизм (см. Рис. 1.1).

$$K_{\mu} = x_{\text{max}}/x_{\text{T}}. \quad (1.2)$$

Для оценки поведения строительных конструкций при землетрясениях и рационального выбора значения коэффициента K_1 , в своих работах [49, 53, 48, 50, 51, 52, 49], под руководством профессора Рутмана Ю.Л., Симборт Э. аналитически проверил нормативные рекомендации путем определения

величины коэффициента пластичности, исходя из анализа нелинейной модели с одной степенью свободы.

Такая модель начала применяться в работах Ньюмарка Н., Розенблюэта Э. [38] и применяется до сих пор в исследованиях Датта Т. К. [92], и Чопры А. К. [84]. Данная модель, представленная на рисунке 1.1а, описывается дифференциальным уравнением (1.3):

$$m\ddot{x} + \alpha\dot{x} + F(x, \dot{x}) = -m\ddot{y}_g(t) \quad (1.3)$$

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega\dot{x} + f(x, \dot{x}) = -\ddot{y}_g(t) \quad (1.4)$$

где $\ddot{y}_g(t)$ – ускорение основания системы с одной степенью свободы.

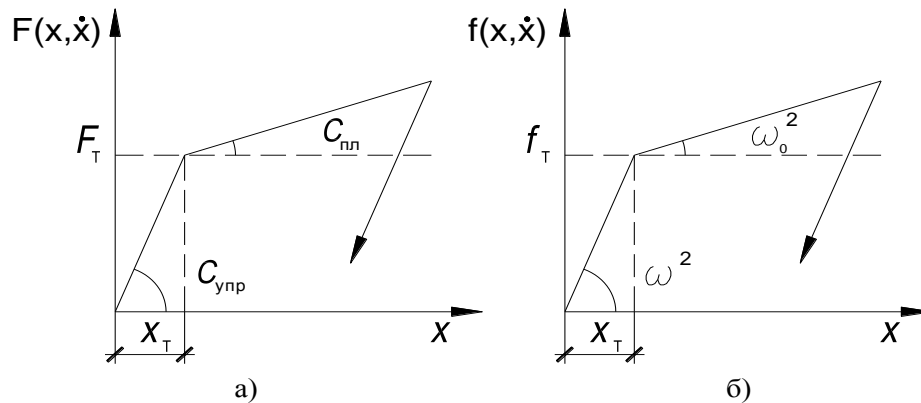


Рис. 1.1. Билинейная диаграмма с упругой разгрузкой

Характер разгрузки описывается гипотезой кинематического упрочнения Мазинга [28].

Петлю гистерезиса и циклическую диаграмму деформирования на рисунке 1.1б характеризуют следующие параметры: ω^2 , ω_0^2 , f_T , где ω – частота первого тона системы, которая находится из решения линейно-упругой задачи. Величина ω_0^2 на основе эмпирических соображений принимается $\omega^2 = (20...50)\omega_0^2$.

$$f_T = \frac{F_T}{m} \quad (1.5)$$

где F_T – предельная нагрузка системы с одной степенью свободы, которая может быть найдена, исходя из решения задачи предельного равновесия при горизонтальной нагрузке пропорциональной распределенной массе системы.

На основании работ Симборта Э. можно сделать вывод о том, что коэффициент K_1 должен приниматься не только в зависимости от типа или ответственности здания или сооружения, но и с учетом характера воздействия и периода свободных колебаний системы. При этом выбор значения коэффициента редукции K_1 может осуществляться в два этапа. Первый этап заключается в определении имеющего в конструкции пластического ресурса. Основной целью второго этапа является вычисление уровня пластических деформаций, вызванного рассматриваемым землетрясением.

1.2. Упругопластические модели для расчета конструкций на МРЗ.

До 1960 года понятие пластичности использовалось только, чтобы охарактеризовать поведение материала. После исследований Хаузнера в области сейсмостойкого проектирования и работ Бэйкера по проектированию сооружений с учетом пластических свойств материалов это понятие было расширено до уровня строительных конструкций [101].

При сейсмостойком проектировании понятие пластичности применяется для оценки поведения строительных конструкций с указанием на количество сейсмической энергии, которое может быть рассеяно за счет пластических деформаций. Применение понятия пластичности при проектировании зданий и сооружений дает возможность снижать проектные сейсмические силы и позволяет, в случае сильных землетрясений, создавать некий контроль повреждений [95].

В литературе широко используется следующая иерархия понятия пластичности [96]:

- *пластичность материала* – способность материала получать большие остаточные деформации без разрушения,
- *пластичность на уровне поперечного сечения элемента,*
- *пластичность на уровне элементов конструкций,*

- пластичность *системы* (здания или сооружения), которая учитывает общее поведение здания или сооружения при сейсмических воздействиях,
- *энергетическая* пластичность – когда рассматривается пластичность как способность системы рассеивать сейсмическую энергию

Для учета пластического ресурса рамных конструкций при сейсмических воздействиях широко используется упругопластическая модель с одной степенью свободы [84, 38]. В этой модели используется понятие пластичности системы. Уравнение колебаний этой модели приведено выше (1.3). На рисунке 1.1 показана билинейная аппроксимация используемой в этом уравнении силовой характеристики. Сравнение исходной и аппроксимированной характеристик дано на рисунке 1.2. Это зависимости между обобщенной силой реакции системы от обобщенного ее перемещения. Участок AB (см. Рис. 1.2.а) отвечает за упругопластическую работу системы. При этом точка B соответствует предельной нагрузке системы R_T , при которой система превратится в механизм. Участком AB часто пренебрегают и используют для модели с одной степенью свободы диаграмму Прандтля (см. Рис. 1.2б). Пунктирная линия (см. Рис. 1.2) – это силовая характеристика за счет упрочнения материала.

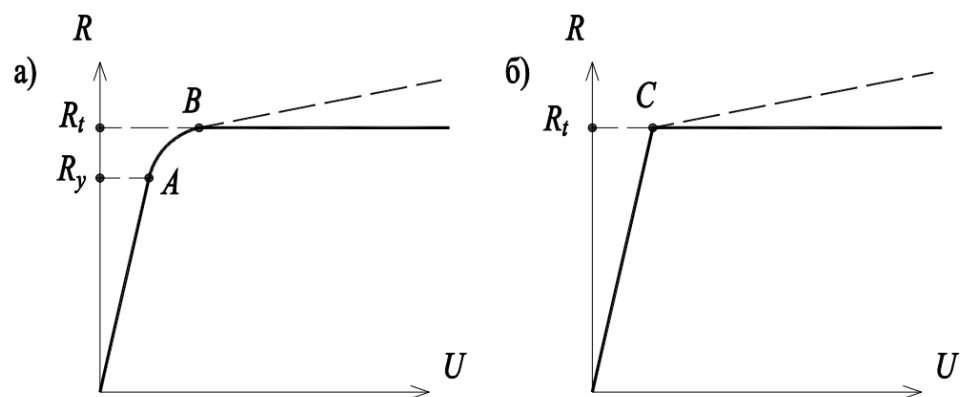


Рис. 1.2. Силовая характеристика в случае модели с одной степенью свободы

При расчете системы, подвергающейся сложному нагружению (непропорциональному по отдельным компонентам), модель с одной

степенью свободы имеет огромные недостатки, так как она предназначена только для простого нагружения.

Ниже дано обобщение такой модели на случай систем с двумя и более степенями свободы. Обобщенная модель получила название МАКРОМОДЕЛЬ.

Силовая характеристика макромодели – это поверхность текучести (см. Рис. 1.3а). Область *A* отвечает за чисто упругую работу системы. Зона *B* – это зона упругопластической работы. Расширение поверхности текучести, которая дана в виде пунктирной поверхности *C*, – это зона работы системы с учетом упрочнения материала.

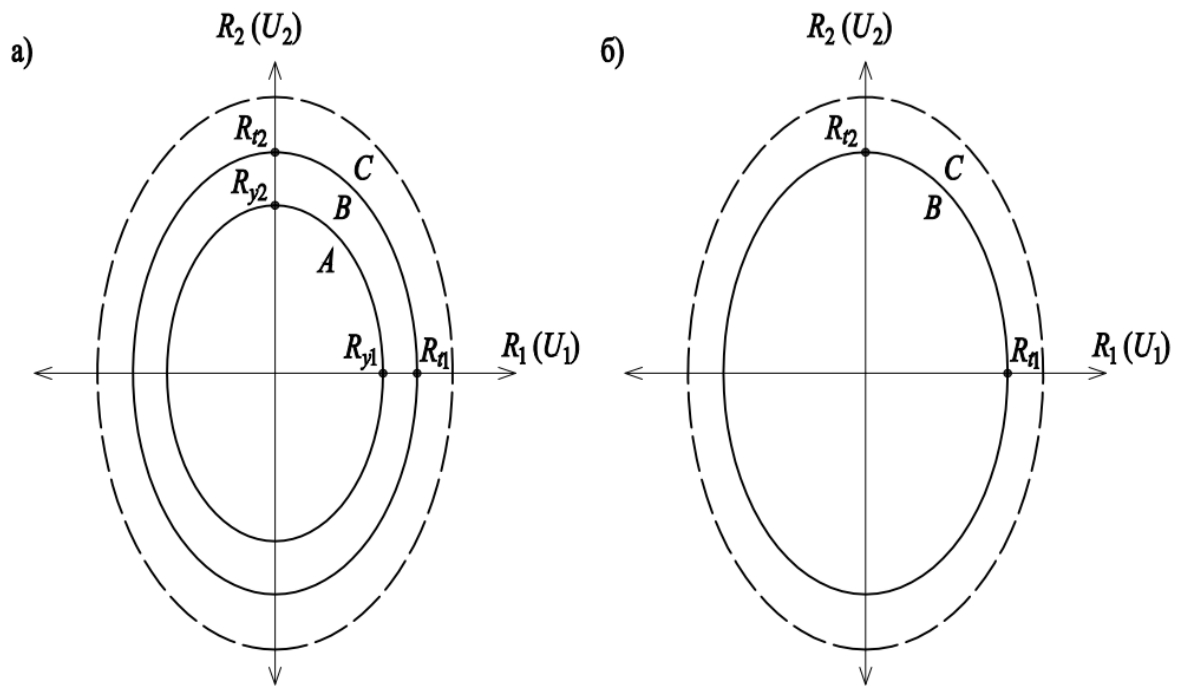


Рис. 1.3. Поверхность текучести в случае модели с двумя степенями свободы

Поверхность текучести, показанная на рисунке 1.3а, заменяется поверхностью текучести, показанная на рисунке 1.3б, и допускается считать, что внутри области *B* система работает чисто упруго, и, как только реакция системы достигает любой точки поверхности текучести, система превращается в механизм.

1.2.1. Упругопластическая макро модель

В статье [45] Ю.Л. Рутман выводит уравнения движения системы с n степенями свободы без учета демпфирования системы и учета упрочнения материала конструкции. В статье [46] автор выполняет дальнейшее развитие модели статьи [45] и учитывает упрочнение материала конструкции.

Уравнения упругопластической макро модели для системы с двумя степенями свободы (см. Рис. 1.4) будут иметь вид:

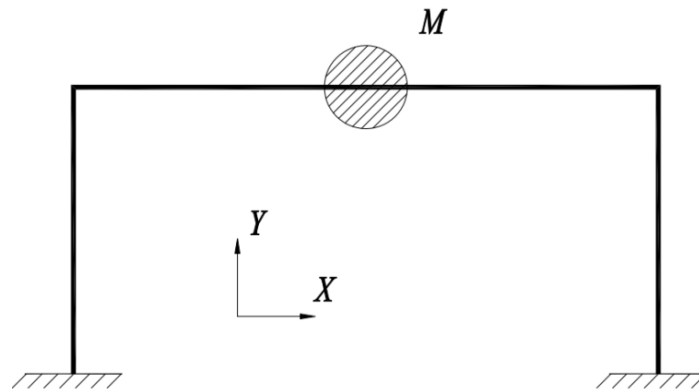


Рис. 1.4. Расчетная схема системы

Уравнение движения приведенной массы M :

$$\begin{cases} M(\ddot{U}_x + \ddot{X}) = R_x \\ M(\ddot{U}_y + \ddot{Y}) = R_y \end{cases}, \quad (1.6)$$

в условиях упругой работы конструкции имеем

$$\begin{cases} \dot{R}_x = D_{11}\dot{U}_x + D_{12}\dot{U}_y \\ \dot{R}_y = D_{21}\dot{U}_x + D_{22}\dot{U}_y \end{cases}, \quad (1.7)$$

в условиях упругопластической работы имеем

$$\begin{cases} \dot{R}_x = f_{11}(R_x, R_y)\dot{U}_x + f_{12}(R_x, R_y)\dot{U}_y \\ \dot{R}_y = f_{21}(R_x, R_y)\dot{U}_x + f_{22}(R_x, R_y)\dot{U}_y \end{cases}, \quad (1.8)$$

где \ddot{X}, \ddot{Y} – проекции ускорения основания рамы на оси X, Y ; \ddot{U}_x, \ddot{U}_y – проекции на оси X, Y ускорения массы M относительно основания; R_x, R_y – проекции на оси X, Y усилий взаимодействия между массой и рамой; D_{ij} – упругие жесткости системы; f_{ij} – коэффициенты зависимости между

скоростями обобщенных перемещений и усилий, которые определяются из уравнения поверхности текучести рамной конструкции.

Задача определения коэффициентов $f_{ij}(R_x, R_y)$ в (1.8) ставилась в статье [45]. Эти коэффициенты определялись без учета упрочнения материала конструкции, а в статье [46] определялись с учетом упрочнения материала конструкции.

Эти коэффициенты можно определить, исходя из следующих гипотез:

а) вектор обобщенных относительных скоростей $\bar{U} = \{\dot{U}_x, \dot{U}_y\}$

можно представить в виде

$$\dot{\bar{U}} = \dot{\bar{U}}^{(p)} + \dot{\bar{U}}^{(e)}, \quad (1.9)$$

где $\dot{\bar{U}}^{(p)} = \{\dot{U}_x^{(p)}, \dot{U}_y^{(p)}\}$ – скорости перемещений, сопровождающихся лишь пластическими деформациями; $\dot{\bar{U}}^{(e)} = \{\dot{U}_x^{(e)}, \dot{U}_y^{(e)}\}$ – скорости упругих перемещений;

б) вектор $\dot{\bar{U}}^{(p)}$ направлен по нормали к макроповерхности текучести (постулат Друкера);

в) вектор $\dot{\bar{U}}^{(e)}$ связан с вектором $\dot{\bar{R}} = \{\dot{R}_x, \dot{R}_y\}$ соотношением

$$\dot{R}_x = D_{11}\dot{U}_x^{(e)} + D_{12}\dot{U}_y^{(e)} \quad (1.10a)$$

$$\dot{R}_y = D_{21}\dot{U}_x^{(e)} + D_{22}\dot{U}_y^{(e)}, \quad D_{12} = D_{21}, \quad (1.10б)$$

где D_{ik} – жесткостные параметры.

По поводу выполнимости перечисленных допущений следует указать, что допущения а) и б) можно трактовать как определение аргументов $U_x^{(e)}$, $U_y^{(e)}$, $U_x^{(p)}$, $U_y^{(p)}$. Тогда правомерность допущений сводится проверке только допущения б). Решение ряда упругопластических задач с помощью ПК «ANSYS» показывают, что для стержневых систем сформулированные выше допущения выполняются с достаточной степенью точности. Допущения а), б), в) полностью соответствуют постулатам теории пластического течения.

Зависимости между скоростями обобщенных перемещений и усилиями без учета упрочнения:

Пусть аналитическая аппроксимация макроповерхности текучести или ее части для системы с двумя степенями свободы имеет вид

$$F(R_x, R_y) = 0 \quad (1.11)$$

Тогда коэффициенты зависимости между скоростями обобщенных перемещений и усилий без учета упрочнения материала конструкции можно вычислить по следующим формулам

$$f_{11} = \frac{\psi_2^2 (D_{11} D_{22} - D_{12}^2)}{D_{22} \psi_2^2 + 2\psi_1 \psi_2 D_{12} + D_{11} \psi_1^2}; \quad (1.12a)$$

$$f_{12} = -\frac{\psi_1 \psi_2 (D_{11} D_{22} - D_{12}^2)}{D_{22} \psi_2^2 + 2\psi_1 \psi_2 D_{12} + D_{11} \psi_1^2}. \quad (1.12б)$$

В статье [45] доказано что $f_{12} = f_{21}$,

$$f_{22} = \frac{\psi_1^2 (D_{11} D_{22} - D_{12}^2)}{D_{22} \psi_2^2 + 2\psi_1 \psi_2 D_{12} + D_{11} \psi_1^2}; \quad (1.12в)$$

где

$$\psi_1 = \frac{\partial F}{\partial R_x}, \quad \psi_2 = \frac{\partial F}{\partial R_y}. \quad (1.13)$$

В статье [45] даны обобщенные формулы коэффициентов f_{ij} , для макромоделей с n степенями свободы без учета упрочнения материала:

$$f_{kk} = \frac{\sum_{i=1, \dots, n, i \neq k} \psi_i^2 (D_{kk} D_{ii} - D_{ik}^2)}{\sum_{i, j=1, \dots, n} D_{ij} \psi_i \psi_j}; \quad (1.14)$$

$$f_{ki} = f_{ik} = -\frac{\sum_{i=1, \dots, n, i \neq k} \psi_i \psi_k (D_{kk} D_{ii} - D_{ik}^2)}{\sum_{i, j=1, \dots, n} D_{ij} \psi_i \psi_j}.$$

Зависимости между скоростями обобщенных перемещений и усилиями с учетом упрочнения:

В статье [46] автор находит зависимости между скоростями обобщенных перемещений и усилий с учетом упрочнения материала конструкции.

Вначале рассмотрено изотропное упрочнение для системы с двумя степенями свободы. Уравнение поверхности текучести макромодели имеет вид:

$$F(R_x, R_y) = \tilde{R}, \quad (1.15)$$

где

$$\tilde{R} = R_0 + \lambda \int_0^t \bar{U}^{(p)} dt, \quad (1.16)$$

$\lambda \int_0^t \bar{U}^{(p)} dt$ – аналог параметра Одквиста [40],

$$\bar{U}^{(p)} = \sqrt{\alpha_1 \dot{U}_x^{(p)2} + \alpha_2 \dot{U}_y^{(p)2}}, \quad (1.17)$$

R_0 – параметр, определяющий поверхность текучести в начальный момент времени. Параметр упрочнения λ пропорционален R_0 . Структура уравнений (1.15), (1.16) принята аналогичной структуре уравнений, описывающего изотропное упрочнение в точке материала [40].

Коэффициенты зависимости между скоростями обобщенных перемещений и усилий с учетом изотропного упрочнения материала конструкции имеют вид:

$$f_{11} = \frac{\lambda \sqrt{\alpha_1 \psi_1^2 + \alpha_2 \psi_2^2} D_{11} + B \psi_2^2}{\lambda \sqrt{\alpha_1 \psi_1^2 + \alpha_2 \psi_2^2} + D_{11} \psi_1^2 + 2D_{12} \psi_1 \cdot \psi_2 + D_{22} \psi_2^2}, \quad (1.18a)$$

$$f_{12} = f_{21} = \frac{\lambda \sqrt{\alpha_1 \psi_1^2 + \alpha_2 \psi_2^2} D_{12} - B \psi_1 \cdot \psi_2}{\lambda \sqrt{\alpha_1 \psi_1^2 + \alpha_2 \psi_2^2} + D_{11} \psi_1^2 + 2D_{12} \psi_1 \cdot \psi_2 + D_{22} \psi_2^2}, \quad (1.18b)$$

$$f_{22} = \frac{\lambda \sqrt{\alpha_1 \psi_1^2 + \alpha_2 \psi_2^2} D_{22} + B \psi_1^2}{\lambda \sqrt{\alpha_1 \psi_1^2 + \alpha_2 \psi_2^2} + D_{11} \psi_1^2 + 2D_{12} \psi_1 \cdot \psi_2 + D_{22} \psi_2^2}, \quad (1.18B)$$

где

$$B = D_{11} D_{22} - D_{12}^2.$$

При $\lambda=0$ коэффициенты (1.18) переходят в коэффициенты (1.12).

Для макромодели с n степенями свободы с учетом изотропного упрочнения материала коэффициенты f_{ij} будут иметь вид:

$$f_{kk} = \frac{\lambda \sqrt{\sum_{i=1}^n \alpha_i \psi_i^2} D_{kk} + \sum_{i=1, \dots, n, i \neq k} \psi_i^2 (D_{kk} D_{ii} - D_{ik}^2)}{\lambda \sqrt{\sum_{i=1}^n \alpha_i \psi_i^2} + \sum_{i, j=1, \dots, n} D_{ij} \psi_i \psi_j}; \quad (1.19)$$

$$f_{ki} = f_{ik} = - \frac{-\lambda \sqrt{\sum_{i=1}^n \psi_i^2} D_{ik} + \sum_{i=1, \dots, n, i \neq k} \psi_i \psi_k (D_{kk} D_{ii} - D_{ik}^2)}{\lambda \sqrt{\sum_{i=1}^n \psi_i^2} + \sum_{i, j=1, \dots, n} D_{ij} \psi_i \psi_j}.$$

Для учета кинематического упрочнения в макромодели, следуя [37], использованы вместо (1.15), (1.16) следующие соотношения:

$$F(\widehat{R}_x, \widehat{R}_y) = R_0; \quad (1.20a)$$

$$\widehat{R}_i = R_i - H_0 U^{(p)}_i. \quad (1.20б)$$

Повторив предшествующие преобразования для модели (1.20), было получено те же соотношения (1.18), в которых выражение $\lambda \sqrt{\alpha_1 \psi_1^2 + \alpha_2 \psi_2^2}$ заменится выражением $H_0 (\alpha_1 \psi_1^2 + \alpha_2 \psi_2^2)$. Соответствующие замены произойдут и в (1.19).

Параметры λ, H_0 , характеризующие упрочнение в макромодели, имеют размерность жесткости (Н/м). Определить значения этих параметров можно, решив ряд тестовых задач. Сравнивая решения тестовых задач, полученных методом макромодели, с решениями этих задач в программных комплексах типа «ANSYS», следует путем подбора λ, H_0 добиться требуемого совпадения

результатов. Установленные таким образом значения этих параметров можно в дальнейшем использовать в макромоделе для решения самого широкого круга задач.

1.2.2. Макромодель с учетом локальной несущей способности зданий (направление Нигама)

В своей работе [118], Нигам Н.Ч. рассматривает неупругие взаимодействия в динамическом отклике систем при сложном нагружении. Опираясь на теории течения и уравнений движения динамических систем, автор предлагает модель для вычисления перемещения верха простой пространственной рамы в двух направлениях при сложном нагружении, следуя за реакциями сечения колонны. Чтобы использовать предлагаемую модель, необходимо построить поверхность текучести сечения в двух направлениях. Далее автор строит поверхности текучести для разных сечений колонн и предлагает правила их построения. Также автор указывает условия перехода системы их упругой стадии в упругопластическую и в пластическую стадию. В конце работы, используя предлагаемую модель, автор исследует динамический отклик разных рамных конструкций на синусоидальные и сейсмические воздействия. Автор получает результаты с учетом и без учета взаимодействия двух компонентов реакции сечения. Сравнив полученные результаты, автор доказывает, что учет взаимодействия двух компонентов реакции дает большие изменения в динамическом отклике систем при сложном нагружении. В продолжение работ профессора Нигама Н.Ч., Амр Вагих Садик в 1985г. выводит уравнения для учета кручения при действии сейсмических сил [126]. На основании этого обобщения существуют десятки работ, которые не смогли существенно продвинуть исследование проблемы.

Анализ работы Нигама Н.Ч.:

В целях вывода уравнений своей модели, автор идеализирует кривую напряжение-деформация со следующими допущениями:

- 1) Деформации изотермические и эффекты, зависящие от времени, проигнорированы.
- 2) Упрочнение материала не учитывается.
- 3) Путь разгрузки совпадает с путем перегрузки и параллелен исходному пути загрузки.
- 4) Используется диаграмма Прандтля.

Отношение между общими силами и перемещениями можно записать в виде

$$\bar{Q} = [K]\bar{q}, \quad (1.21)$$

где \bar{Q} – вектор обобщенных сил; \bar{q} – вектор обобщенных перемещений; $[K]$ – матрица жесткости.

Когда вектор сил увеличивается до такой величины, что в одной или в нескольких точках сечения напряжение достигает предела текучести, тогда попадаем в геометрическое место точек текучести (см. Рис. 1.5). Геометрическое место точек образующее замкнутую поверхность Y называется исходной поверхностью текучести. Если вектор сил продолжит расти до такой величины, что в каждой точке сечения напряжение достигнет предела текучести, и тогда попадем в предельную поверхность текучести Y . Такую поверхность можно записать в виде

$$\Phi(\bar{Q}) = 1. \quad (1.22)$$

Пространство внутри замкнутой поверхности Y отвечает за упругую работу, пространство между замкнутой поверхностью Y и замкнутой поверхностью Y отвечает за упругопластическую работу. Когда реакция системы попадает в замкнутую поверхность Y , сечение полностью течет и система работает в пластической стадии. В цели построения своей модели, автор принимает некоторые допущений:

а) Игнорируется упругопластическая работа системы и считается, что система работает упруго, пока реакция системы находится внутри замкнутой поверхности Y .

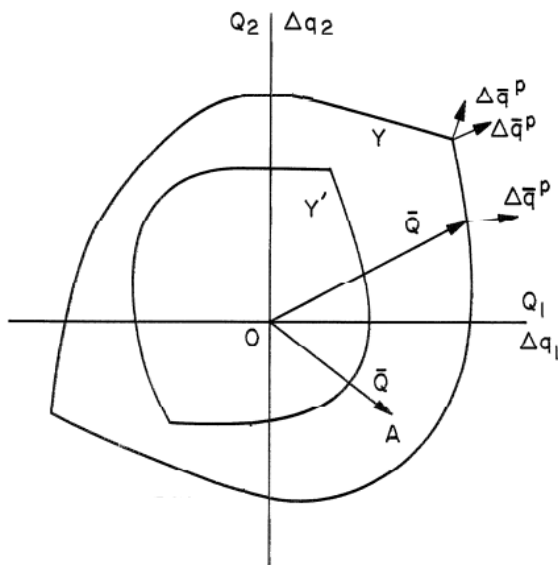


Рис. 1.5. Поверхность текучести сечения

б) Вектор общих перемещений получают из суммы упругих и пластических перемещений и записываются в виде:

$$\Delta \bar{q} = \Delta \bar{q}^e + \Delta \bar{q}^P. \quad (1.23)$$

в) Принимается постулат Друкера о направлении вектора пластических перемещений $\Delta \bar{q}^P$ при пластической работе по наружной нормали к поверхности текучести.

Все эти допущения подобны допущениям макромодели профессора Ю.Л. Рутмана. Эти допущения приняты на основе допущений теории пластического течения.

Профессор Нигам Н.Ч., во второй главе своей работы, выводит общие уравнения движения динамической модели для простой пространственной рамы показанной на рисунке 1.6. Рама состоит из перекрытия, опирающегося на четыре заземлённые, сверху и снизу, колонны. Масса колонн по сравнению с массой перекрытия мала, поэтому при расчете массой колонн пренебрегается. Демпфирование считается вязким. Система превратится в механизм при образовании пластических шарниров вверху и внизу всех колонн.

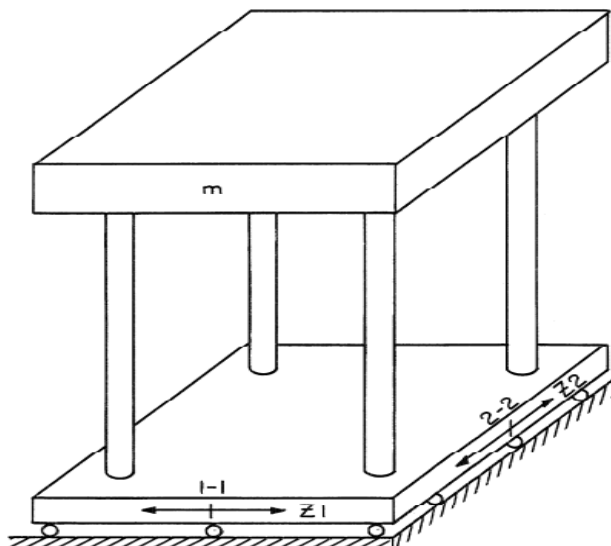


Рис. 1.6. Простая пространственная рама

Предельные нагрузки для рамы в обоих направлениях 1-1 и 2-2 (см. Рис. 1.6) достигаются тогда, когда обобщенные силы рамы будут равны

$$\begin{aligned} Q_1 &= \frac{8L_1}{h}; \\ Q_2 &= \frac{8L_2}{h}; \end{aligned} \quad (1.24)$$

где h – высота рамы; $L_1 - L_2$ – изгибающие моменты наверху и низу сечения колонн в направлениях 1-1 и 2-2.

Уравнения движения рамы, показанной на рисунке 1.6, при действии динамических нагрузок

$$\begin{aligned} m\ddot{q}_1 + c_1\dot{q}_1 + Q_1 &= -m\ddot{z}_1; \\ m\ddot{q}_2 + c_2\dot{q}_2 + Q_2 &= -m\ddot{z}_2; \end{aligned} \quad (1.25)$$

где m – масса системы; $[c]$ – матрица демпфирования; Q_1, Q_2 – реакции рамы в направлениях 1-1 и 2-2; \ddot{z}_1, \ddot{z}_2 – динамические воздействия в направлениях 1-1 и 2-2.

При упругой работе

$$\begin{aligned} Q_1 &= k_1q_1; \\ Q_2 &= k_2q_2. \end{aligned} \quad (1.26)$$

При упругопластической работе без учета взаимодействия двух компонентов реакции сечения

$$\begin{aligned}
 Q_1 &= k_1(q_1 - q_{01}); \\
 \text{Если } Q_1 &< |Q_{y1}| \text{ или } Q_1 = |Q_{y1}| \text{ и } \dot{W}_1^P < 0; \\
 Q_2 &= k_2(q_2 - q_{02});
 \end{aligned} \tag{1.27a}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Если } Q_2 &< |Q_{y2}| \text{ или } Q_2 = |Q_{y2}| \text{ и } \dot{W}_2^P < 0. \\
 Q_1 &= |Q_{y1}| \\
 \text{Если } \dot{W}_1^P &\geq 0; \\
 Q_2 &= |Q_{y2}|; \\
 \text{Если } \dot{W}_2^P &\geq 0.
 \end{aligned} \tag{1.27б}$$

где $|Q_{y1}|, |Q_{y2}|$ – предельные нагрузки рамы в направлениях 1-1 и 2-2;
 \dot{W}_1^P, \dot{W}_2^P – работа пластических перемещений в направлениях 1-1 и 2-2.

При упругопластической работе с учетом взаимодействия двух компонентов реакции сечения

$$\begin{aligned}
 Q_1 &= k_1(q_1 - q_{01}); \\
 Q_2 &= k_2(q_2 - q_{02}); \\
 \text{Если } \Phi(Q_1, Q_2) &< 1; \\
 \text{или } \Phi(Q_1, Q_2) &= 1 \text{ и } \dot{W}^P < 0.
 \end{aligned} \tag{1.28a}$$

$$\dot{Q}_1 = k_1 k_2 \frac{\left\{ \left(\frac{\partial \Phi}{\partial Q_2} \right)^2 \dot{q}_1 - \frac{\partial \Phi}{\partial Q_1} \frac{\partial \Phi}{\partial Q_2} \dot{q}_2 \right\}}{\left\{ k_1 \left(\frac{\partial \Phi}{\partial Q_1} \right)^2 + k_2 \left(\frac{\partial \Phi}{\partial Q_2} \right)^2 \right\}}; \tag{1.28б}$$

$$\dot{Q}_2 = k_1 k_2 \frac{\left\{ -\frac{\partial \Phi}{\partial Q_1} \frac{\partial \Phi}{\partial Q_2} \dot{q}_1 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial Q_1} \right)^2 \dot{q}_2 \right\}}{\left\{ k_1 \left(\frac{\partial \Phi}{\partial Q_1} \right)^2 + k_2 \left(\frac{\partial \Phi}{\partial Q_2} \right)^2 \right\}};$$

Если $\Phi(Q_1, Q_2) = 1$ и $\dot{W}^P \geq 0$.

Уравнения (1.25) – (1.28) в общем, совпадают с уравнениями макромодели.

Далее Нигам, с помощью замен (1.29), приводит систему уравнений (1.25) – (1.28) в безразмерную модель (1.30) – (1.33), зависящую от динамических характеристик рамы и от поверхности текучести сечения колонны. Эта модель связывает обобщенные силы с максимальными реакциями сечения колонны. Т.е. автор рассматривает только пластическое состояние одного пластического шарнира, образующегося у верха и низа колонны.

$$\begin{aligned} \omega_i^2 &= \frac{k_i}{m}; \quad u_i = \frac{q_i}{q_{yi}}; \quad u_{0i} = \frac{q_{0i}}{q_{yi}}; \\ c_i &= 2m\omega_i \xi_i; \quad a_{yi} = \frac{Q_{yi}}{m}; \quad P_i = \frac{Q_i}{Q_{yi}}; \\ \tau &= \omega_i t; \quad \zeta = \frac{\omega_1}{\omega_2}. \end{aligned} \quad (1.29)$$

где a_y – ускорение текучести; c – коэффициент вязкого демпфирования; \bar{P} – вектор соотношений сил обозначающих отношение обобщенных сил и соответствующих предельных сил; \bar{q} – обобщенный вектор перемещений; \bar{q}_y – обобщенный вектор пластических перемещений; \bar{q}_0 – вектор перемещений в текущем состоянии равновесии; t – время; \bar{u} – вектор соотношений перемещений обозначающих отношение обобщенных перемещений и соответствующих предельных перемещений; w – внутренняя работа в пространстве напряжения; ζ – соотношение собственных частот; ξ –

значение критического демпфирования; ω – собственная частота. Уравнения движения рамы имеют вид

$$\begin{aligned} \ddot{u}_1 + 2\xi_1\dot{u}_1 + P_1 &= - \frac{\ddot{z}_1\left(\frac{\tau}{\omega_1}\right)}{a_{y1}} ; \\ \zeta^2\ddot{u}_2 + 2\xi_2\zeta\dot{u}_2 + P_2 &= - \frac{\ddot{z}_2\left(\frac{\tau}{\omega_2\zeta}\right)}{a_{y2}} . \end{aligned} \quad (1.30)$$

Где при упругой работе

$$\begin{aligned} P_1 &= u_1; \\ P_2 &= u_2. \end{aligned} \quad (1.31)$$

При упругопластической работе без учета взаимодействия двух компонентов реакции сечения

$$\begin{aligned} P_1 &= (u_1 - u_{01}); \\ \text{Если } P_1 < |1| \text{ или } P_1 = |1| \text{ и } \dot{W}_1^P < 0; \\ P_2 &= (u_2 - u_{02}); \end{aligned} \quad (1.32a)$$

$$\text{Если } P_2 < |1| \text{ или } P_2 = |1| \text{ и } \dot{W}_2^P < 0.$$

$$\begin{aligned} P_1 &= |1| \\ \text{Если } \dot{W}_1^P &\geq 0; \\ P_2 &= |1|; \\ \text{Если } \dot{W}_2^P &\geq 0. \end{aligned} \quad (1.32b)$$

При упругопластической работе с учетом взаимодействия двух компонентов реакции сечения

$$\begin{aligned} P_1 &= (u_1 - u_{01}); \\ P_2 &= (u_2 - u_{02}); \\ \text{Если } \Phi(P_1, P_2) &< 1; \\ \text{или } \Phi(P_1, P_2) &= 1 \text{ и } \dot{W}^P < 0. \end{aligned} \quad (1.33a)$$

$$\begin{aligned} \dot{P}_1 &= k_2 \frac{\left\{ \left(\frac{\partial \Phi}{\partial P_2} \right)^2 \dot{u}_1 - \frac{\partial \Phi}{\partial P_1} \frac{\partial \Phi}{\partial P_2} \frac{q_{y2}}{q_{y1}} \dot{u}_2 \right\}}{\left\{ k_1 \left(\frac{\partial \Phi}{\partial P_1} \right)^2 + k_2 \left(\frac{\partial \Phi}{\partial P_2} \right)^2 \right\}}; \\ \dot{P}_2 &= k_1 \frac{\left\{ -\frac{\partial \Phi}{\partial P_1} \frac{\partial \Phi}{\partial P_2} \frac{q_{y1}}{q_{y2}} \dot{u}_1 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial P_1} \right)^2 \dot{u}_2 \right\}}{\left\{ k_1 \left(\frac{\partial \Phi}{\partial P_1} \right)^2 + k_2 \left(\frac{\partial \Phi}{\partial P_2} \right)^2 \right\}}; \end{aligned} \quad (1.33б)$$

Если $\Phi(P_1, P_2) = 1$ и $\dot{W}^P \geq 0$.

В третьей главе, автор выводит уравнение поверхности текучести для сплошного прямоугольного сечения (см. Рис. 1.7). Кривая x_2 разделяет сжимаемую и растянутую зону площади сечения.

Используя формулы сопротивления материалов, Нигам выводит уравнение поверхности текучести через отношения реакции системы и предельной реакции P_i

$$P_i = \frac{Q_i}{Q_{yi}}. \quad (1.34)$$

Далее автор находит Q_i , Q_{yi} для прямоугольного сечения (см. Рис. 1.7)

$$\begin{aligned} Q_1 &= \frac{4\sigma_y}{3} B^3 v; \\ Q_2 &= 2\sigma_y \left(H^2 B - \frac{B^3}{3} v^2 \right). \end{aligned} \quad (1.35)$$

где σ_y – предел текучести материала сечения; v – констант функции x_2 (см. Рис. 1.7).

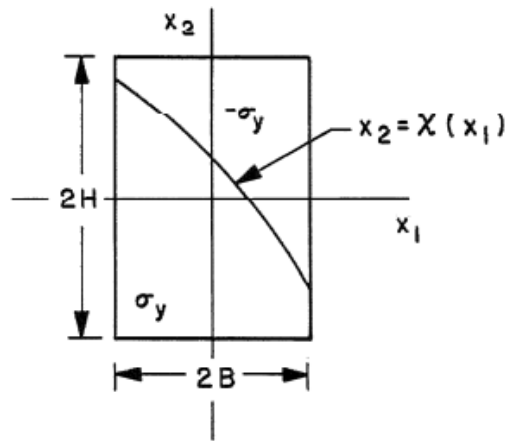


Рис. 1.7. Прямоугольное сечение

$$\begin{aligned} Q_{1y} &= 2B^2 H \sigma_y; \\ Q_{2y} &= 2H^2 B \sigma_y. \end{aligned} \quad (1.36)$$

Делив (1.35) на (1.36) автор получает

$$\begin{aligned} P_1 &= \frac{2}{3} \frac{B}{H} v; \\ P_2 &= 1 - \frac{1}{3} \frac{B^2}{H^2} v^2. \end{aligned} \quad (1.37)$$

Уравнения предельной поверхности текучести для сплошного прямоугольного сечения

$$\frac{3}{4} P_1^2 + P_2 = 1. \quad (1.38)$$

Исходная и предельная поверхности текучести для сплошного прямоугольного сечения показаны на рисунке 1.8.

Автор также выводит уравнения поверхности текучести для пустотного прямоугольного сечения и для пустотного эллипсного сечения. В целях сокращения обзора, приведем уравнения поверхности текучести только для сплошных сечений.

Далее автор выводит уравнение поверхности текучести для сплошного эллипсного сечения (см. Рис. 1.9).

$$P_1 = \frac{a}{(b^2 + a^2 v^2)^{1/2}} v;$$

$$P_2 = \frac{-b}{(b^2 + a^2 v^2)^{1/2}}.$$
(1.39)

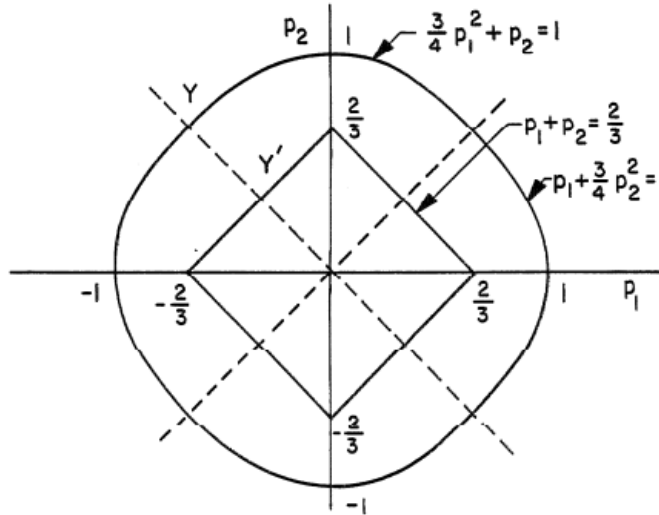


Рис. 1.8. Исходная и предельная поверхности течучести для прямоугольного сечения

Уравнения предельной поверхности течучести для сплошного эллипсного сечения

$$P_1^2 + P_2^2 = 1. \tag{1.40}$$

Исходная и предельная поверхности течучести для сплошного эллипсного сечения показана на рисунке 1.10.

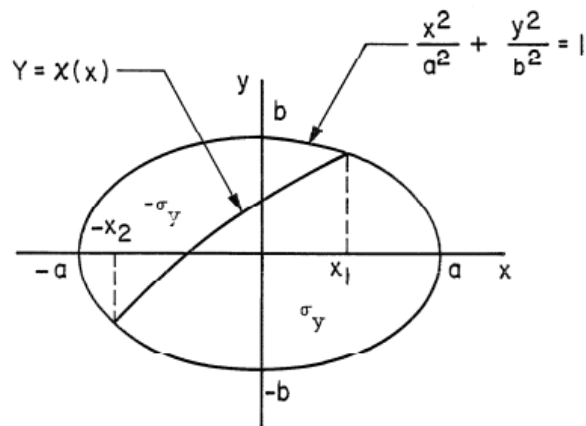


Рис. 1.9. Сплошное эллипсное сечение

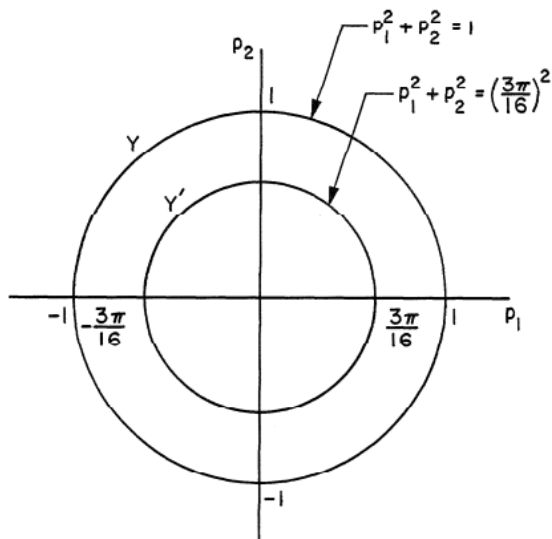


Рис. 1.10. Исходная и предельная поверхности текучести для сечения в виде эллипса

В четвертой и пятой главах, используя предлагаемую модель, автор исследует динамический отклик разных рамных конструкций на синусоидальные и сейсмические воздействия. Автор получает результаты с учетом и без учета взаимодействия двух компонентов реакции сечения. Автор доказывает, что игнорирование взаимодействия двух компонентов реакции, даже для анализа динамического отклика простейших упругопластических пространственных рамных конструкций, неправомерно.

Анализ работы Садика А.В.:

В своей работе [126] Амр Вагих Садик ставил следующие задачи:

- а) учет взаимодействия двух компонентов реакции неупругих сооружений;
- б) уточнение роли эксцентricности в поперечно-крутильном отклике неупругих несимметричных систем.

В первой главе работы [126] автор приводит обзор работ касающихся цели работы. Автор рассматривал работу профессора Нигама [118] как основу для решения поставленных задач.

Во второй главе автор рассматривал динамический отклик одной из четырех колонн пространственной рамы (см. Рис. 1.11) на динамическое

синусоидальное воздействие. Сосредоточенная масса на колонне это четверть массы перекрытия.

Такая колонна при действии динамической нагрузки испытывает двухосный изгибающий момент в ее сечениях. Автор расширяет виды исследуемых сечений в работе профессора Нигама Н.Ч. [118]. Садик строит поверхности текучести для двутаврового, идеального двутаврового и круглого сечения. Далее автор определяет матрицу жесткости колонны и пишет уравнения колебаний.

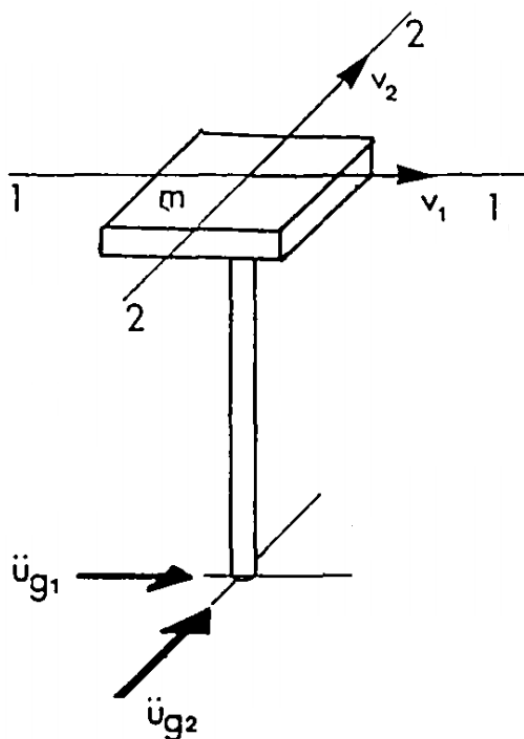


Рис. 1.11. Исследуемая колонна (часть пространственной рамы)

В третьей главе исследуется пространственная рама, состоящая из перекрытия над четырьмя колоннами, на воздействие инструментальные акселерограммы. План такой рамы показан на рисунке 1.12, где CM – центр массы; CS – центр жесткости рамы. Уравнения колебаний такой рамы не отличается от уравнений, приведенных в работе профессора Нигама Н.Ч..

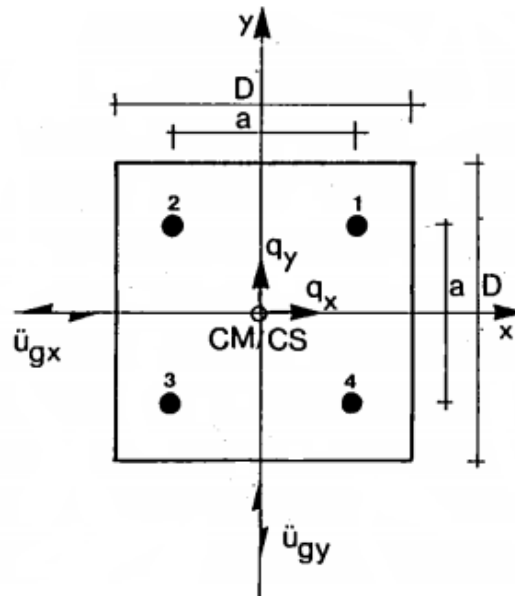


Рис. 1.12. План симметричной пространственной рамы

В четвертой главе исследуется рама, план которой показан на рисунке 1.13. На плане центр массы CM смещен от центра жесткости рамы CS на расстояние e_y . При воздействии землетрясения на данную раму в обоих направлениях X и Y , с присутствием эксцентриситета e_y , возникает кручение. Уравнения колебания рамы с учетом кручение имеет вид (1.41).

$$\begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q}_x \\ r\ddot{q}_\theta \\ \ddot{q}_y \end{Bmatrix} + 2\xi m \begin{bmatrix} \omega_x & 0 & 0 \\ 0 & \omega_\theta & 0 \\ 0 & 0 & \omega_y \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q}_x \\ r\dot{q}_\theta \\ \dot{q}_y \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} Q_x \\ Q_\theta \\ Q_y \end{Bmatrix} = -m \begin{Bmatrix} \ddot{u}_{gx}(t) \\ 0 \\ \ddot{u}_{gy}(t) \end{Bmatrix}; \quad (1.41)$$

где r – радиус вращения заземленного перекрытия к центру масс; ω_x, ω_y – частота колебаний системы по осям X и Y ; ω_θ – частота крутильных колебаний системы, величина которой дается по следующему соотношению $\omega_\theta = \frac{K_\theta}{mr^2}$, где K_θ – жесткость системы на кручение.

Результаты исследований своей работы [126], Садик опубликовал в статьях [125, 124]. В нашем обзоре мы уделили большое внимание только уравнениям колебаний исследуемых систем в данных работах.

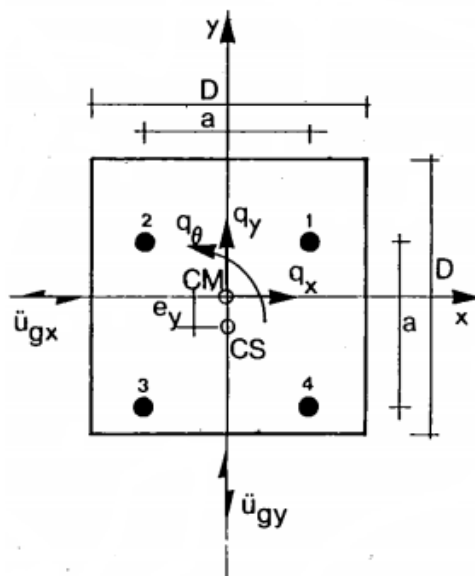


Рис. 1.13. План несимметричной пространственной рамы

1.3. Теория предельного равновесия конструкций

В настоящей работе выполнены исследование и реализация метода макромодели Ю.Л. Рутмана. Необходимым условием применения этого метода является отыскание поверхностей текучести рамных конструкций. Поверхность текучести конструкций отыскивалась на основе концепции предельного равновесия. В настоящей работе существующие методы расчета по предельному равновесию развиты и конкретизированы применительно к рамным конструкциям.

Области применения расчетов по теории предельного равновесия:

При расчете предельного равновесия устанавливается наибольший уровень нагрузки заданной структуры, который может выдержать конструкция без разрушения. Устанавливается также механизм разрушения конструкции, если нагрузка превысит предельный уровень. Такой метод расчета применяется к конструкциям с пластическими свойствами и позволяет учесть ресурсы прочности, обусловленные этими свойствами. В ряде случаев решается обратная задача: на основе расчета предельной нагрузки проектируются формоизменяющие технологические средства - штампы, устройства прокатки и т.д. Основными областями техники, где анализ прочности выполняется по теории предельного равновесия, являются

строительство (зданий, сооружений, фундаментов и т.п.), гидротехника (строительство плотин), подземные и горнопроходческие работы, технологические процессы (обработка металлов давлением).

В строительстве зданий и сооружений расчеты по предельному равновесию проводятся при выборе проектных параметров и оценке запасов прочности перекрытий, куполов, арочных сводов, стальных многоэтажных рам и т.д. [12], [41], [75] - [76], [108], [132], [137]. Такие расчеты также широко применяются для анализа прочности элементов строительных конструкций - стеновых панелей, диафрагм соединительных элементов и т.п. [11], [56], [130], [134]. При этом, расчеты методом предельного равновесия выполняются как для стальных, так и для железобетонных конструкций. Свидетельством широкого распространения методов предельного анализа в строительном проектировании является тот факт, что выполнение расчетов предельного равновесия рекомендуется строительными нормами и правилами как европейских стран, так и США, Канады, Австралии, Новой Зеландии, Японии [29], [54], [97].

Предельное равновесие – основа проектирования железобетонных бункеров для хранения сыпучих материалов, резервуаров для воды и т.д. [17], [65], [110].

Все расчеты фундаментов и грунтовых оснований выполняются с использованием метода предельного равновесия [27], [30]. Этот метод также широко применяется для расчетов горнопроходческих и подземных работ.

Определяющую роль расчеты по предельному равновесию играют при проектировании:

- сейсмостойких конструкций [103], [113], [120];
- конструкций, нагруженных интенсивной ветровой нагрузкой [106];
- конструкций АЭС и взрывоопасных производств [55], [78].

Оценка предельной нагрузки выполняется и для конструкций, основные прочностные расчеты которых проводятся другими методами.

Таковыми конструкциями являются мосты, виадуки, трубопроводы и др. [93], [136].

Основное преимущество расчетов предельного равновесия - экономия материалов при обеспечении требуемой надежности конструкций.

Развитие методов расчета по предельному равновесию:

Расчет по предельному равновесию статически неопределимых балок был впервые предложен в 1914 г. венгерским инженером Казинчи [107]. С тех пор методы расчета по предельному равновесию постоянно развивались и совершенствовались. Необходимость развития методологической базы была обусловлена, в первую очередь, чрезвычайной сложностью расчета предельного равновесия статически неопределимых систем. В [39] указаны основные причины, определяющие сложность задачи:

а) для решения статически неопределимых задач необходимо привлечь анализ скоростей деформаций и законы течения (при этом, использование условия текучести Губера-Мизеса приводит к нелинейной системе уравнений);

б) поскольку в предельном состоянии пластическое течение системы происходит только на ее отдельных участках, а остальные области перемещаются как жесткое тело, анализ становится особенно сложным, т.к. границы пластических зон заранее неизвестны.

В настоящее время можно назвать пять основных способа решения задач о предельном равновесии:

а) прямой метод;

б) аналитический метод;

в) метод оценки предельной нагрузки с помощью статической и кинематической теорем;

г) методы линейного и нелинейного программирования.

д) метод псевдожесткостей.

Прямой метод [42] – один из первых методов решения задач предельного равновесия. Он заключается в последовательном отыскании

пластических шарниров в стержневых системах. На каждом этапе расчета задача рассматривается как упругая. После отыскания очередного пластического шарнира необходимо перестраивать структуру модели. Такая перестройка либо трудоемка (если производится ручным способом), либо программно сложна. Еще одним очень существенным недостатком метода является то, что он применим лишь к узкому классу моделей. Практически это лишь фермы, балки и плоские рамы. В других случаях применение прямого метода может дать существенно неверные результаты. Например, это происходит при попытке найти прямым методом предельное равновесие арки.

Аналитический метод решения задач предельного равновесия используется, в основном, для теоретических исследований [14], [62]. Для решения прикладных задач он, ввиду сложности математического аппарата и больших трудностей при его реализации, практически не применяется.

Широкие возможности в приближенном решении задач предельного равновесия появились, когда в расчетную практику был внедрен метод оценки предельной нагрузки, основанный на статической и кинематической теоремах [18], [39]. Эти теоремы были доказаны А. А. Гвоздевым и Р. Хиллом. Кинематическая теорема позволяет выполнять оценку предельной нагрузки сверху, а статическая - снизу. Эффективность такого подхода наиболее наглядно продемонстрирована в работах А. Р. Ржаницына [42], [41].

Естественным развитием метода приближенных оценок на базе статической и кинематической теорем стал способ сведения задачи предельного равновесия к задачам линейного и нелинейного программирования. Этот способ начал развиваться с середины 60-х годов. В нем реализуется метод «целенаправленного» перебора оценок предельной нагрузки с целью нахождения их верхней (по статической теореме) или нижней (по кинематической теореме) границы. При этом, линейное программирование используется при линеаризованных условиях текучести, а нелинейное программирование для условий текучести Губера-Мизеса.

Первые работы в этом направлении были опубликованы Вольфенсбергом, Черadini, Гаварини, Купманом и Лансом. Наибольшее теоретическое развитие применительно к расчету стержневых систем метод получил в работах В. Прагера, Чираса А. А. [73, 19, 72, 71]. Применительно к пластинам и оболочкам метод линейного программирования применялся А. Р. Ржаницыным [41]. В [68] содержится и обширная библиография по этой проблеме. В последнее десятилетие применение методов линейного и нелинейного программирования получило дальнейшее развитие в работах М. Коэна [88], [87], [122]. Такой подход достаточно универсален, т.к. позволяет исследовать все типы прочностных моделей как в случае линеаризованных, так и нелинейных критериев текучести. Он позволяет также решать геометрически нелинейные задачи. Однако, приведение исходной задачи предельного равновесия к стандартным соотношениям линейного или нелинейного программирования очень сложно. Эта операция требует специальной квалификации исследователя, которой в подавляющем большинстве случаев он не обладает. В то же время, создание специального пакета программ, где процесс подготовки задачи автоматизирован, экономически неэффективно. Программный продукт оказывается дорогим, но в то же время узко ориентированным. Кроме того, требование специальной квалификации пользователя (правда, не столь высокой, как в первом случае) остается. Сказанное выше объясняет, почему созданные на базе методов линейного и нелинейного программирования автоматизированные средства для решения задач предельного равновесия используются лишь в исследовательских центрах.

Предлагаемый в [44] метод псевдожесткостей лишен вышеуказанных недостатков. Метод базируется на аналогии между обобщенным законом Гука и уравнениями, связывающими усилия со скоростями изменения обобщенных деформаций в жесткопластической системе. Эта аналогия, а также итерационный алгоритм реализации метода были изложены в [47], [123]. Подход, близкий к предлагаемому подходу в [44], но основанный на

вариационных принципах, сформулирован в работах Р.А. Каюмова [20, 21]. Именно эта аналогия позволила свести решение задачи предельного равновесия к построению сходящейся последовательности решений упругих задач. В [44] показано что, метод псевдожесткостей легко программно реализуется с помощью уже существующих (базовых) программных средств, для расчета конструкций, работающих в зоне упругих деформаций. Метод псевдожесткостей реализован в ПК «Ing+», в который включена опция «предельный анализ».

Выводы

1. Анализ возможных методов учета пластического ресурса рамных конструкций при сейсмическом воздействии показал, что для решения этой задачи перспективным направлением является развитие метода макромодел.

2. Для простейших моделей подход, аналогичный методу макромодел, был предложен в [118, 126].

2. ПРОВЕРКА АДЕКВАТНОСТИ МАКРОМОДЕЛИ. МЕТОДИКА ПОСТРОЕНИЯ ПОВЕРХНОСТИ ТЕКУЧЕСТИ

2.1. Методика проверки адекватности макромодели

Чтобы использовать макромодель (1.6) – (1.8), необходимо сравнить результаты, полученные из решения этих уравнений, с результатами, соответствующими моделям, которые приняты за точные (эталонные). В данной главе такой расчетный анализ выполнен.

В качестве исследуемой конструкции служит рама, показанная на рисунке 2.1. Были приняты следующие исходные данные: двутавровые сечения колонн и балки одинаковые, толщина стенки и полки 20мм, модуль упругости материала (стали) $E=2.06e5$ МПа, предел текучести $\sigma=245$ МПа, длина стоек 3м, длина ригеля 6м (см. Рис. 2.1).

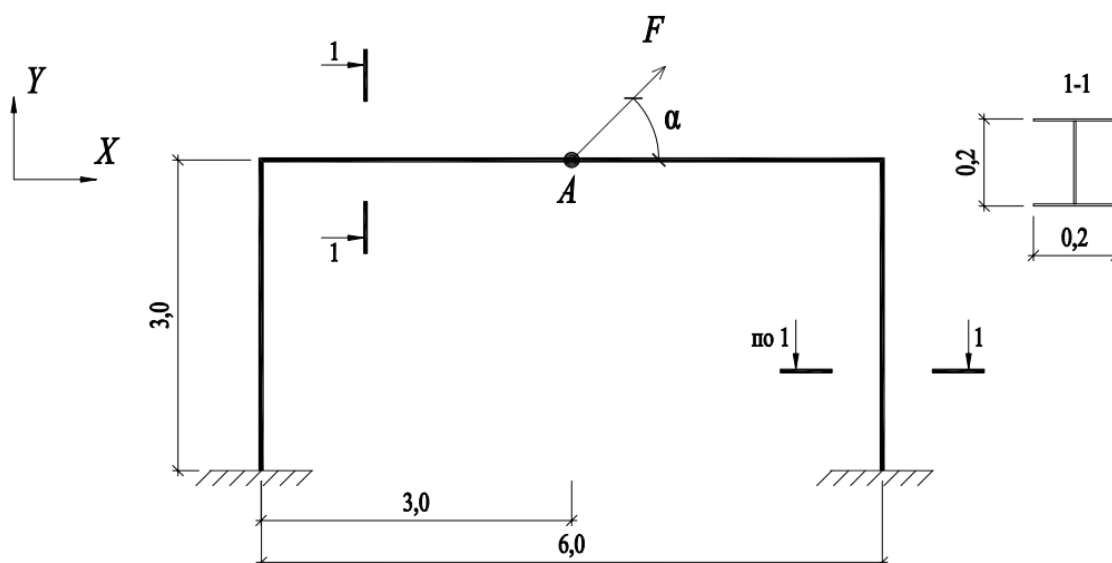


Рис. 2.1. Исследуемая рама

Точность решения динамической задачи (1.6) обусловлена точностью определения вектора R . Дальнейший анализ адекватности предлагаемой макромодели состоит в установлении близости 2-х годографов вектора R , соответствующих приближенной и точной моделям. Для выполнения такого сравнения, нет необходимости в решении динамической задачи. Поэтому

ниже рассматривается квазистатическая задача. Иначе говоря, рассматривается принудительное перемещение точки «А» (см. Рис. 2.1) по заданным законам вдоль осей X и Y (жесткое нагружение системы). Компоненты этого перемещения не пропорциональны.

В ПК «ANSYS» были созданы конечно–элементные модели рам (см. Рис. 2.1). Рамы были разбиты на 120 конечных элементов, типа (*Beam 188*). Решение упругопластических задач для этих моделей было получено с помощью опции «*Displacement > On nodes – Table*» (перемещение узла – таблица), реализующей жесткое нагружение. В ПК «ANSYS» для решения упругопластической задачи необходимо ввести параметр упрочнения $\gamma = E1/E$. Чтобы максимально приблизить полученные решения к решениям, соответствующим использованию диаграммы Прандтля, в модель было введено очень малое значение параметра упрочнения $\gamma = 0,001$. Полученные таким образом в ПК «ANSYS» решения считались эталонными.

Были также сформированы поверхности текучести (1.11). Годографы вектора R , найденные из решения эталонных задач, сравнивались с годографами R , соответствующими модели (1.6) – (1.8). Это сравнение позволило оценить адекватность предлагаемой макромоделю.

Необходимым условием применения макромоделю является отыскание поверхностей текучести рамных конструкций. Поверхность текучести рамной конструкции – это геометрическое место точек, соответствующих компонентам обобщенной предельной реакции рамной конструкции, при возникновении которой она превращается в механизм. Допускается считать работу конструкции внутри поверхности текучести чисто упругой, и, как только обобщенная реакция рамной конструкции достигает любой точки поверхности текучести, рамная конструкция превращается в механизм.

В данной работе предлагаются следующие методы построения и исследования поверхностей текучести: а) метод предельного равновесия (расчет предельного равновесия жесткопластических рам в численной и аналитической форме), б) упругопластический метод.

В следующих подразделах, взяв в качестве примера раму, показанную на рисунке 2.1, мы продемонстрируем оба подхода к построению макроповерхности текучести. Геометрические и физические характеристики рамы указаны в п.2.1.

2.2. Метод предельного равновесия для построения поверхностей текучести.

Суть метода заключается в решении задачи предельного равновесия для нагрузок, приложенных под разными углами к раме в точке «А» (см. Рис. 2.1). Прикладываем составляющие единичные силы (2.1) к раме в точке «А». При этом направления приложенных в точке «А» сил менялись с шагом 10 градусов. Для точного определения можно уменьшить шаг угла. Каждый шаг является отдельной задачей.

$$\begin{aligned} F_x &= 1 \cdot \cos(\alpha); \\ F_y &= 1 \cdot \sin(\alpha). \end{aligned} \quad (2.1)$$

Далее, решаем задачу предельного равновесия для каждого шага, любым методом решения задач предельного равновесия (см. пункт 1.3). Метод псевдожесткостей, реализованный в ПК «Ing+», является эффективным и практическим для численного решения задач предельного равновесия. Этот метод дает точное значение предельной нагрузки F_T .

Находя предельные нагрузки при каждом шаге, разлагаем предельные нагрузки на составляющие (2.2), чтобы находить точки образующие поверхность текучести системы.

$$\begin{aligned} R_{Tx} &= F_T \cdot \cos(\alpha); \\ R_{Ty} &= F_T \cdot \sin(\alpha). \end{aligned} \quad (2.2)$$

Этот метод был использован для построения поверхности текучести рамы (см. Рис. 2.1), и результаты показаны в таблице 2.1. Поверхность текучести построена и показана на рисунке 2.3 со сравнением с поверхностью, построенной упругопластическим методом.

Таблица 2.1

Результаты построения поверхности текучести рамы методом псевдожесткостей

α°	F_x , кН	F_y , кН	F_T , кН	R_{Tx} , кН	R_{Ty} , кН
0	1	0	296.1	296.1	0
10	0,984	0,174	297.6	293.1	51.7
20	0,94	0,342	309.8	291.1	106.0
30	0,866	0,5	322.6	279.4	161.3
40	0,766	0,642	310.3	237.7	199.5
50	0,642	0,766	312.2	200.7	239.2
60	0,5	0,866	328.6	164.3	284.6
70	0,342	0,94	310.1	106.1	291.4
80	0,174	0,984	301.3	52.3	296.7
90	0	1	306.4	0	306.4

Стоит отметить, что можно было построить поверхность текучести аналитическим способом и написать уравнение предельных участков, образующих поверхность текучести. Это возможно с помощью кинематической теорией предельного равновесия, но этот подход сопровождается трудностями анализа видов возможных механизмов и ручного расчета, особенно для сложных систем. Этот метод подробно описан в разделе 4.1 при исследовании поверхностей текучестей рамных конструкций.

2.3. Упругопластический метод построения поверхностей текучести.

Этот подход предполагает упругопластический расчет рассматриваемой системы при коллинеарном увеличении приложенного в точке «А» усилия. Этот подход можно реализовать в ПК «ANSYS», так как этот пакет способен решать физически нелинейные задачи (или в ином конечно–элементном комплексе).

В ПК «ANSYS» была создана конечно–элементная модель рамы. Для решения упругопластической задачи необходимо ввести параметр упрочнения $\gamma = E1/E$. Чтобы максимально приблизить полученные решения к решениям, соответствующим использованию диаграммы Прандтля, в модель было введено очень малое значение параметра упрочнения $\gamma = 0,001$.

С помощью опции «*Displacement > On nodes – Table*» (перемещение узла – таблица), реализовано жесткое нагружение. Это жесткое нагружение заключается в перемещении узла «А» до предельного пластического состояния рамы под разными углами. При этом направления перемещения точки «А» менялись с шагом 10 градусов. Каждый шаг является отдельной задачей. Естественно, для точного определения можно уменьшить шаг угла, но это увеличит число задач.

Получив график изменения обобщенной реакции системы на протяжении всего нагружения (см. Рис. 2.2а), можно, графически аппроксимировать пологий участок (см. Рис. 2.2б) прямой, и точку «В» принять за значение предельной нагрузки. Полученные такими способами численные (табличные) описания поверхностей текучести можно заменить непрерывной кривой.

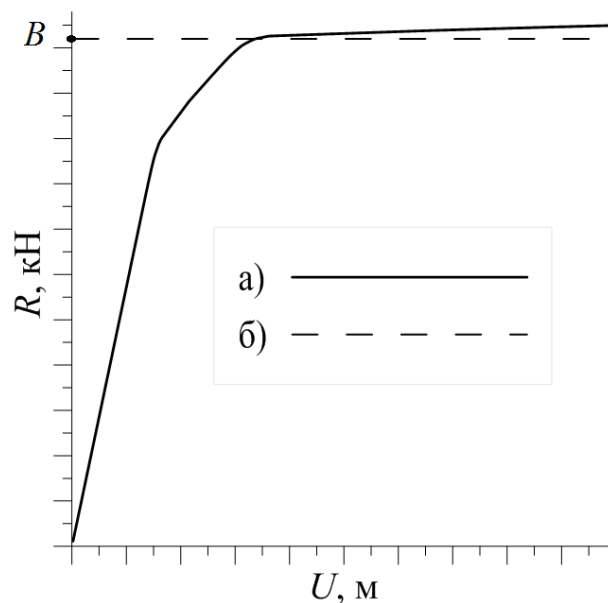


Рис. 2.2. График изменения обобщенной реакции системы R при коллинеарном изменении нагрузки: а) силовая характеристика рамы, полученная в ПК «ANSYS»; б) аппроксимация пластического участка характеристики прямой

Поверхность текучести рамы (см. Рис. 2.1) построена упругопластическим методом, и результаты показаны в таблице 2.2. Поверхность текучести показана на рисунке 2.3.

В графиках таблицы 2.2 принимались следующие обозначения:

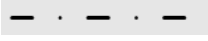



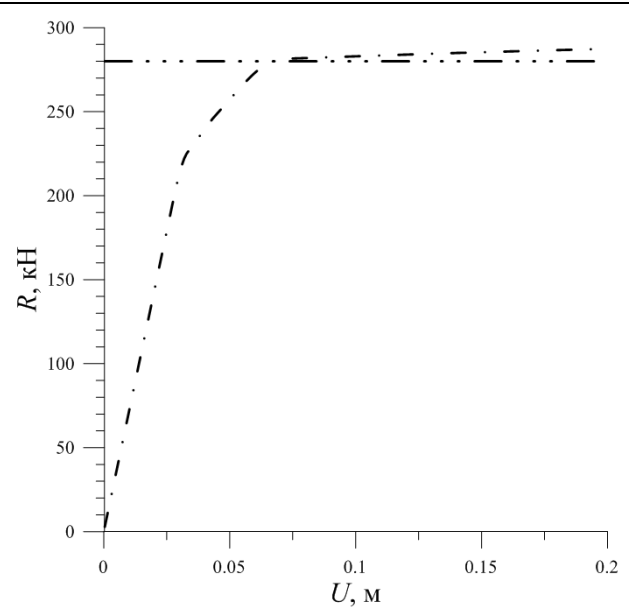
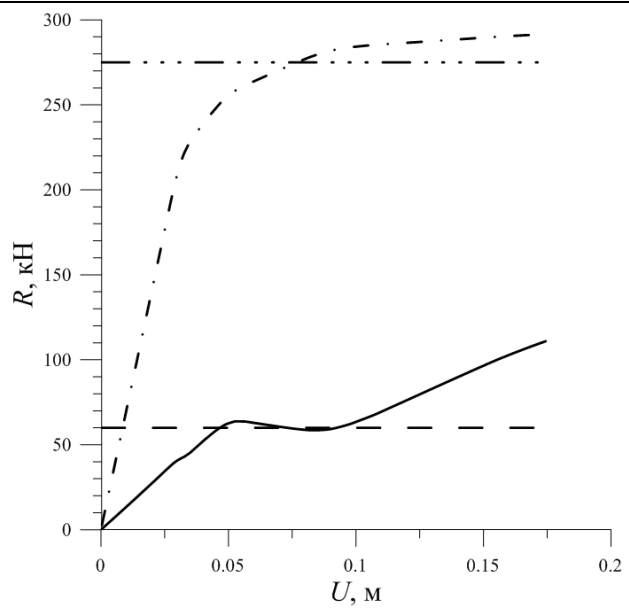
- а)  $R_X(t), кН$;
- б)  $R_Y(t), кН$;
- в)  $R_{XT}, кН$;
- г)  $R_{YT}, кН$.

Таблица 2.2

Результаты построения поверхности текучести рамы упругопластическим методом.

α°	$R(t), кН$	$R_{Tx}, кН$	$R_{Ty}, кН$
1	2	3	4
0		280	0
10		275	60

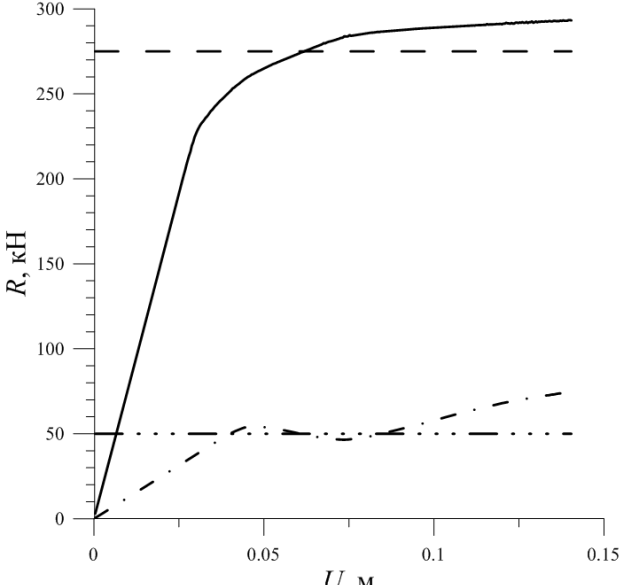
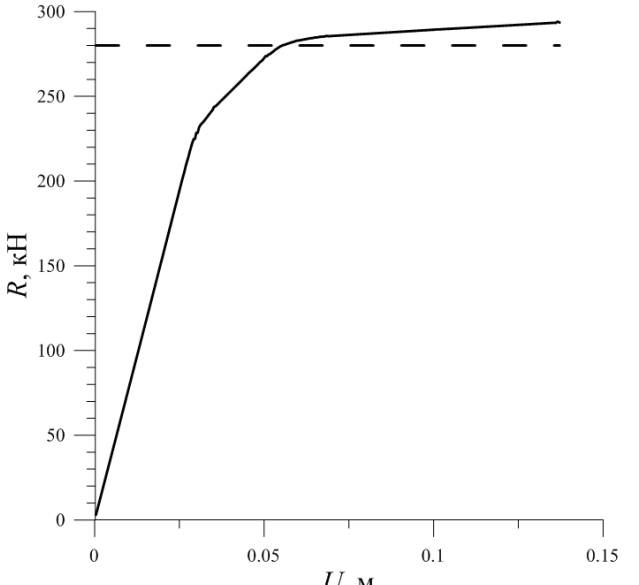
Продолжение таблицы 2.2

1	2	3	4
20		240	140
30		230	170
40		218	200

Продолжение таблицы 2.2

1	2	3	4
50		200	220
60		175	233
70		110	260

Продолжение таблицы 2.2

1	2	3	4
80		50	275
90		0	290

Макро поверхность текучести рамы (см. Рис. 2.1), построенная двумя вышеуказанными способами, показана на рисунке 2.3. Из того же рисунка видно, что макро поверхность текучести для таких рам как на рисунке 2.1, можно аппроксимировать эллипсом.

Отличие в поверхностях текучести, полученных разными методами, колеблется в пределах между 5..10%. При этом, предельные нагрузки по методу псевдожесткостей больше на 5..10%.

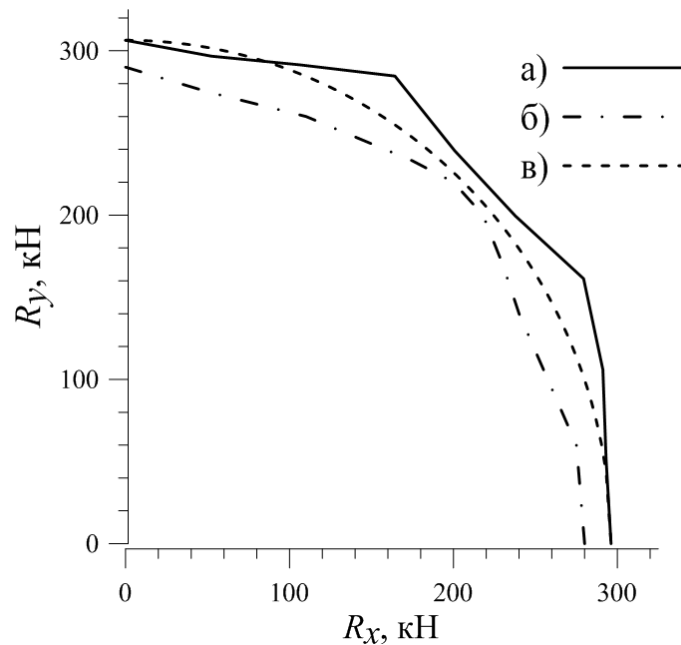


Рис. 2.3. Поверхности текучести системы: а) полученная методом псевдожесткостей; б) полученная в ПК «ANSYS»; в) аппроксимация поверхностей текучести эллипсом

2.4. Проверка адекватности макромоделли

После построения поверхности текучести для рамы, представленной на рисунке 2.1, переходим к проверке адекватности макромоделли.

Для получения эталонного решения в ПК «ANSYS» была создана конечно–элементная модель рамы (см. Рис. 2.1). Рама была разбита на 120 конечных элементов, типа (*Beam 188*). С помощью опции «*Displacement > On nodes – Table*» (перемещение узла – таблица) было реализовано жесткое нагружение рамы. Параметр упрочнения материала принимался минимальный $\gamma = 0,001$ как в 2.3.

Точка «А», принудительно, перемещалась по следующим законам:

$$\begin{aligned} u_x(t) &= 12 \cdot 10^{15} \cdot t^{10}, \\ u_y(t) &= 0.07(1 - e^{-t}) \end{aligned} \quad (2.3)$$

Эти законы движения точки «А» показаны на рисунке 2.4: а) по вертикали; б) по горизонтали.

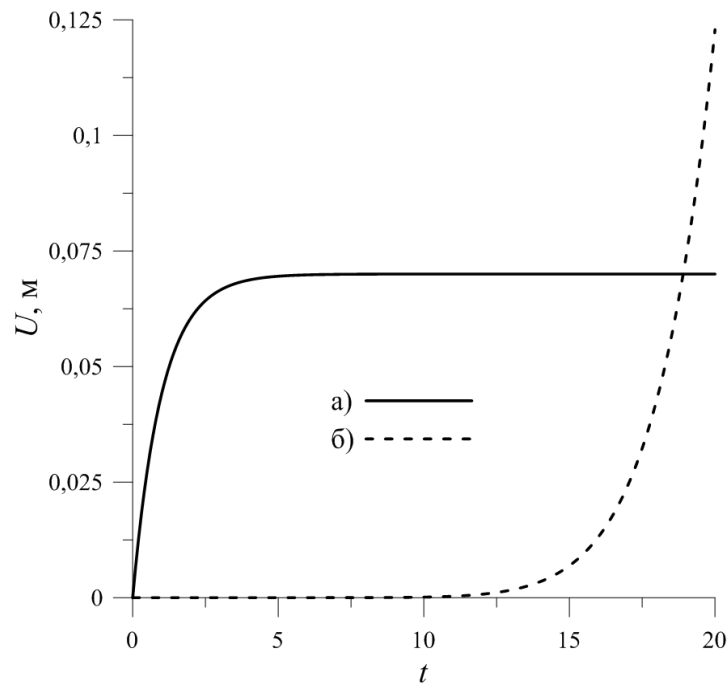


Рис. 2.4. Законы перемещения точки A : а) по вертикали; б) по горизонтали

На рисунке 2.5а, изображен годограф R для эталонного упругопластического решения, полученного в ПК «ANSYS», на рисунке Рис. 2.5б, поверхность текучести системы, определенная упругопластическим методом. На рисунке 2.5в изображена аппроксимация поверхностей текучести эллипсом.

По свойствам решений уравнений (1.8), годограф R , полученный при жестком нагружении системы, должен, в точности, совпасть с поверхностью текучести (1.11). Следовательно, если аппроксимация поверхности текучести рамы эллипсом (см. Рис. 2.3) принята в качестве исходного для (1.8) соотношения (1.11), то годограф R , полученный из (1.8), совпадет с эллипсом на рисунке 2.3. Иначе говоря, годограф R , предлагаемой макро модели, совпадет с точностью до 10% с годографом R эталонного решения (см. Рис. 2.5а). Это, в свою очередь, означает требуемую для инженерных расчетов близость значений R , полученных из модели (1.6) – (1.8) и из детальных конечно–элементных моделей. Сравнение компонентов R , полученных из макро модели и из конечно–элементной модели для исследуемой рамы, представлено на рисунках 2.6 и 2.7.

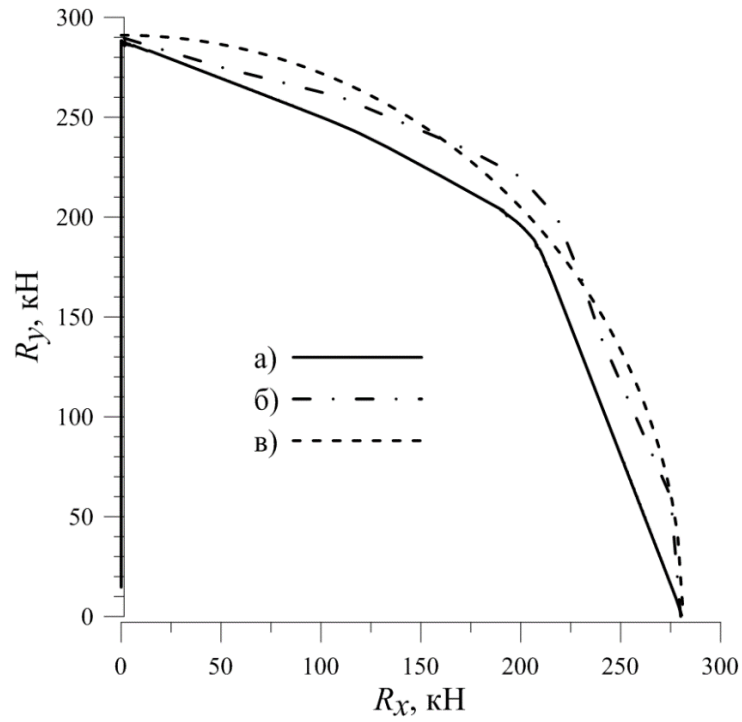


Рис. 2.5. а) результаты упругопластического решения при жестком нагружении рамы по законам (5); б) поверхность текучести полученная в ПК «ANSYS»; в) поверхность текучести, полученная методом псевдожесткостей

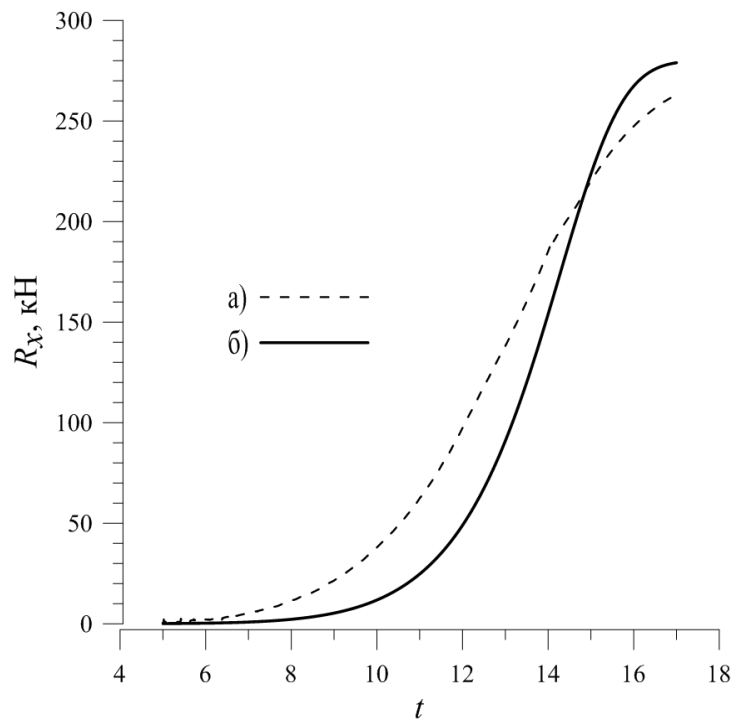


Рис. 2.6. График изменения R_x : а) эталонное решение; б) решение, соответствующее макромоделю

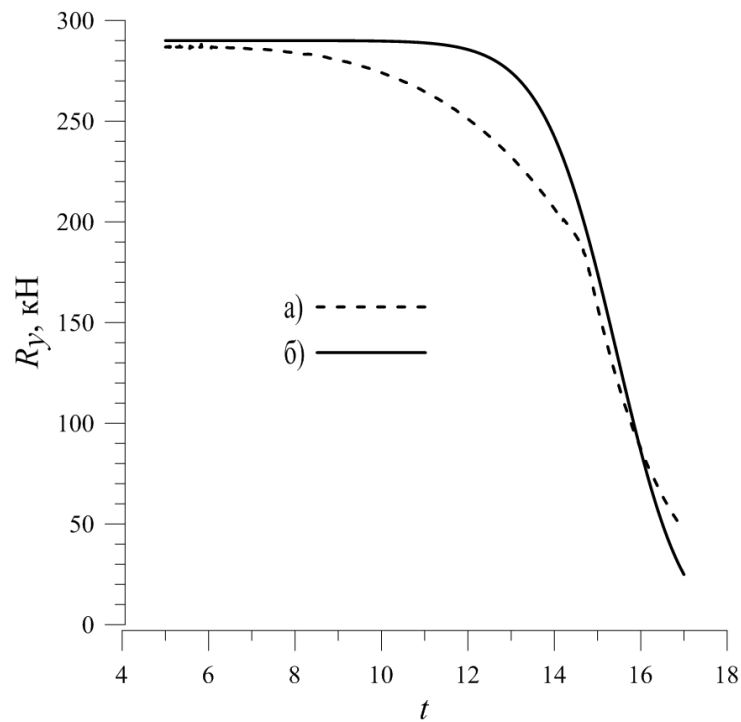


Рис. 2.7. График изменения R_y : а) эталонное решение; б) решение, соответствующее макромодели

Далее, была исследована другая рама пролетом 4,5м и высотой 3м, с квадратными сечениями ригеля и колонн – 200х200мм, и свойствами материала, как и в первой раме. Результаты расчетов представлены на рисунке 2.8а. На рисунке 2.8б показана поверхность текучести системы, полученная в ПК «ANSYS» и на рисунке 2.8в поверхность текучести в виде эллипса, полученная методом псевдожесткостей.

Отличие результатов для второй задачи также составило не более 10%.

Проверка свойств уравнений (1.8)

Как было сказано выше, из вывода уравнений (1.8) должно следовать свойство этих уравнений: годограф вектора R , полученный из этих уравнений, совпадает с поверхностью текучести (1.11), исходя из которой

определялись параметры $\psi_1 = \frac{\partial F}{\partial R_x}$, $\psi_2 = \frac{\partial F}{\partial R_y}$. Выполнение этого свойства

также было проверено. В качестве примера, была взята рама, показанная на рисунке 2.1. Макро поверхность текучести рамы, заданная в виде эллипса (см. Рис. 2.3в), описывается уравнением (2.4).

$$\frac{R_x^2}{296.1^2} + \frac{R_y^2}{306.4^2} = 1. \quad (2.4)$$

Из упругого расчета были определены жесткостные параметры рамы D_{ik}

$$D_{ik} = \begin{pmatrix} 7.148 \cdot 10^3 & -1.346 \cdot 10^8 \\ -1.346 \cdot 10^8 & 7.704 \cdot 10^3 \end{pmatrix}.$$

Указанные исходные данные были использованы для определения коэффициентов уравнений (1.8):

Далее, осуществлялось жесткое нагружение системы, т.е. точка «А» принудительно перемещалась по законам (2.3). Решение (1.8) производилось в ПК «MathCAD». График результатов решения в осях $R_x(t)$ и $R_y(t)$ (логограф R) полностью совпадает с поверхностью текучести (см. Рис. 2.9).

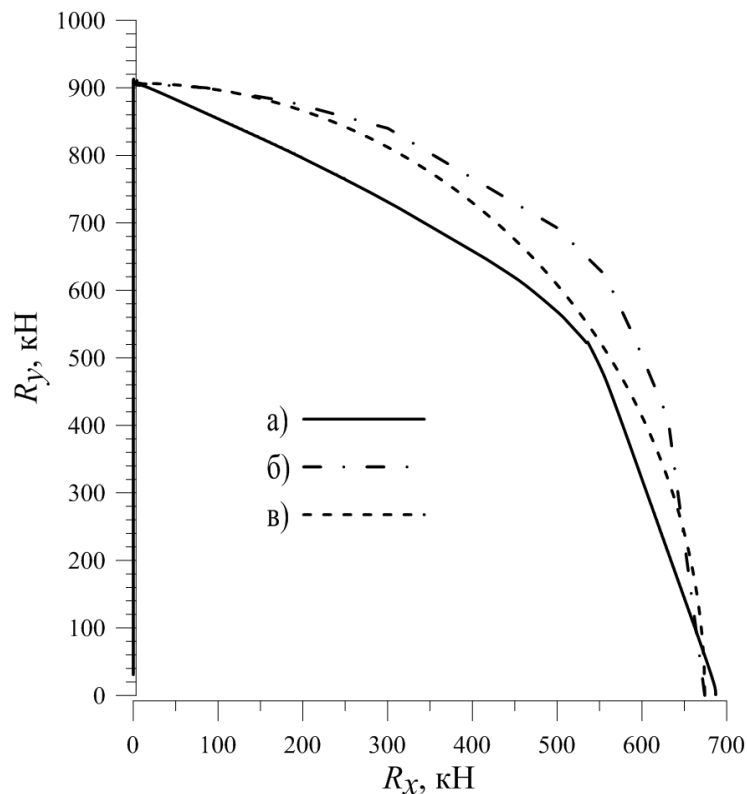


Рис. 2.8. а) результаты упругопластического решения второй рамы; б) поверхность текучести полученная в ПК «ANSYS»; в) поверхность текучести, полученная методом псевдожесткостей

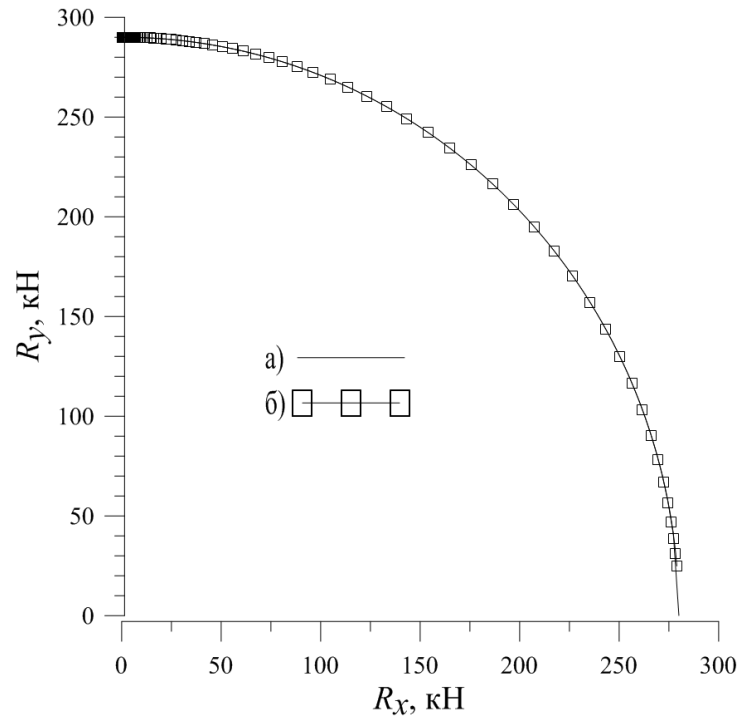


Рис. 2.9. Анализ свойств решения уравнений (1.8): а) поверхность текучести;
б) годограф R

Выводы

1. Разработана методика определения и исследования поверхностей текучести для рамных конструкций.

2. Выполнена проверка адекватности макромоделли путем сравнения результатов, полученных из решения уравнений макромоделли, с результатами, принятыми в качестве эталонных. Результаты проверки показывает, что макромоделль дает возможность решать упругопластические задачи для динамических систем с несколькими степенями свободы с достаточной для инженерной практики точностью.

Результаты второй главы были опубликованы в [33, 35].

3. РЕАЛИЗАЦИЯ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОЙ МАКРОМОДЕЛИ.

3.1. Реализация упругопластической макромодеи без учета упрочнения материала конструкций

В данном разделе разработан алгоритм динамического расчета с использованием макромодеи без учета упрочнения материала конструкций. На основе этого алгоритма была создана программа динамической макромодеи в ПК «MathCAD». Дифференциальные уравнения колебаний массы решаются методом Рунге-Кутты 4-го порядка. Программа предназначена для анализа систем с поверхностями текучести описанными эллипсом. В конце раздела выполнен тестовый динамический расчет рамы с использованием динамической макромодеи.

Алгоритм программы динамической упругопластической макромодеи без учета упрочнения материала конструкций предоставлен на рисунке 3.1.

Исходными данными программы являются следующие:

$\ddot{X}(t), \ddot{Y}(t)$ – инструментальные или синтезированные акселерограммы (законы проекций ускорения основания рамы на оси X, Y). Эти акселерограммы, записанные в файлах, импортируются в программу из этих файлов;

m – значение сосредоточенной приведенной массы;

D_{ij} – упругие жесткости системы получаемые из упругого расчета по двум направлениям;

$R_{Tij} = \left\{ \begin{matrix} R_{Tx} \\ R_{Ty} \end{matrix} \right\}$ – вектор предельных нагрузок, радиусы эллипса

(поверхность текучести);

$y_0 = \{u_x(0) \quad \dot{u}_x(0) \quad u_y(0) \quad \dot{u}_y(0) \quad R_x(0) \quad R_y(0)\}^T = \{0\}$ – вектор

начальных условий, который, по умолчанию, равен нулю;

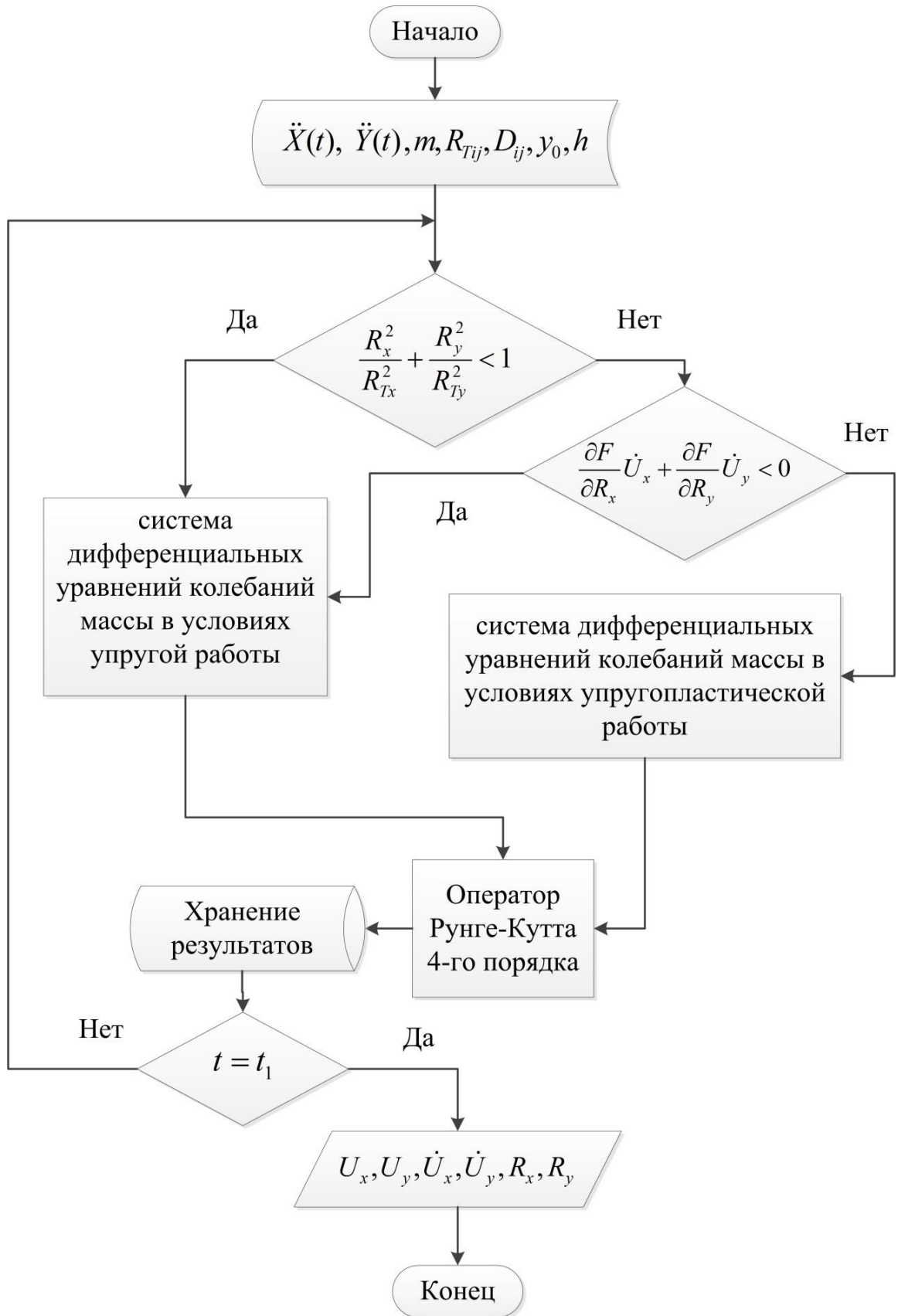


Рис. 3.1. Алгоритм динамической макромодели без учета упрочнения материала конструкций

h – шаг интегрирования метода Рунге-Кутты 4-го порядка.

Начальное время t_0 и окончательное время t_1 автоматически определяются при импорте акселерограмм из файла.

Количество шагов интегрирования дифференциальных уравнений n определяется по (3.1).

$$N = \frac{t_1 - t_0}{h}. \quad (3.1)$$

Поверхность текучести $F(R_x, R_y) = 0$ для такой модели будет иметь уравнение (3.2).

$$\frac{R_x^2}{R_{Tx}^2} + \frac{R_y^2}{R_{Ty}^2} = 1. \quad (3.2)$$

Коэффициенты ψ_1, ψ_2 для определения коэффициентов (1.12) будут равны:

$$\begin{aligned} \psi_1 &= \frac{\partial F}{\partial R_x} = \frac{2R_x}{R_{Tx}^2}; \\ \psi_2 &= \frac{\partial F}{\partial R_y} = \frac{2R_y}{R_{Ty}^2}. \end{aligned} \quad (3.3)$$

Чтобы использовать метод Рунге-Кутты 4-го порядка, необходимо преобразовать систему дифференциальных уравнений колебаний массы (1.6) из второго порядка в дифференциальные уравнения первого порядка. С учетом (1.7), система дифференциальных уравнений колебаний массы в условиях упругой работы будет иметь вид (3.4).

$$y = \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \\ y_6 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{u}_x \\ \ddot{u}_x \\ \dot{u}_y \\ \ddot{u}_y \\ \dot{R}_x \\ \dot{R}_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} y_2 \\ -\frac{y_5}{m} - \ddot{X}(t) \\ y_4 \\ -\frac{y_6}{m} - \ddot{Y}(t) \\ D_{11} \cdot y_2 + D_{12} \cdot y_4 \\ D_{21} \cdot y_2 + D_{22} \cdot y_4 \end{Bmatrix} \quad (3.4)$$

С учетом (1.8), система дифференциальных уравнений колебаний массы в условиях упругопластической работы будет иметь вид (3.5). При этом коэффициенты $f_{ij}(R_x, R_y)$ берутся из (1.12) для случая без учета упрочнения материала конструкций.

$$y = \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \\ y_6 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{u}_x \\ \ddot{u}_x \\ \dot{u}_y \\ \ddot{u}_y \\ \dot{R}_x \\ \dot{R}_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} y_2 \\ -\frac{y_5}{m} - \ddot{X}(t) \\ y_4 \\ -\frac{y_6}{m} - \ddot{Y}(t) \\ f_{11} \cdot y_2 + f_{12} \cdot y_4 \\ f_{21} \cdot y_2 + f_{22} \cdot y_4 \end{Bmatrix} \quad (3.5)$$

После импорта исходных данных программа в каждом шаге проверяет условие текучести системы (3.6).

$$\frac{R_x^2}{R_{Tx}^2} + \frac{R_y^2}{R_{Ty}^2} < 1. \quad (3.6)$$

Если система находится в условиях упругой работы, то в блоке метода Рунге-Кутта решается система дифференциальных уравнений (3.4). В противном случае, система находится в условиях упругопластической работы. Это устанавливается проверкой условия (3.7). Если оно не выполняется, то в блоке метода Рунге-Кутта решается система дифференциальных уравнений (3.5). В случае разгрузки решается система дифференциальных уравнений (3.4).

$$\frac{\partial F}{\partial R_x} \dot{U}_x + \frac{\partial F}{\partial R_y} \dot{U}_y < 0. \quad (3.7)$$

Программа решает дифференциальные уравнения колебаний массы с t_0 до t_1 с шагом h . На выходе, мы получаем матрицу $G_{N,7}$ где

$t = G^{(1)}$ – время расчета с шагом h ;

$U_x = G^{(2)}, U_y = G^{(4)}$ – полные перемещения массы M по X, Y ;

$\dot{U}_x = G^{(3)}, \dot{U}_y = G^{(5)}$ – проекции на оси X, Y скоростей перемещений массы M ;
 $R_x = G^{(6)}, R_y = G^{(7)}$ – проекции реакций рамы на оси X, Y в точке приложения массы M .

В качестве тестового примера, исследовалась рама, показанная на рисунке 2.1 на сейсмическое воздействие. Исходные данные такие же, как в п.2.1.

В расчете принято, что в точке «А» находится сосредоточенная масса $m=110000$ кг. После ввода исходных данных в математический аппарат систему подвергали динамическому воздействию в виде двух акселерограмм по двум направлениям X и Y с интенсивностью 9 и 10 баллов по шкале MSK-64. Акселерограммы по X и Y представлены на рисунках 3.2 и 3.3.

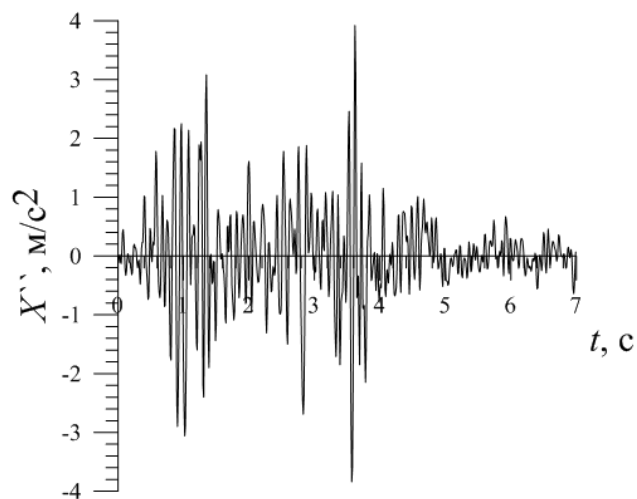


Рис. 3.2. Акселерограмма по X

На рисунке 3.4 представлен динамический годограф изменения обобщенной реакции R полученный при решении выше описанной задачи а также поверхности текучести системы, построенные двумя способами, и их аппроксимация эллипсом.

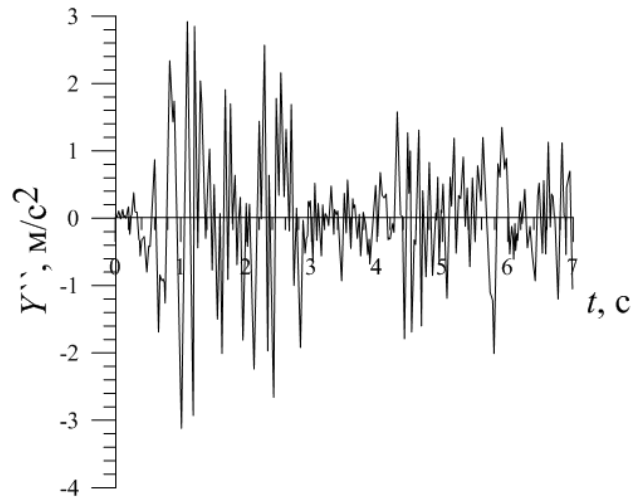


Рис. 3.3. Акселерограмма по Y

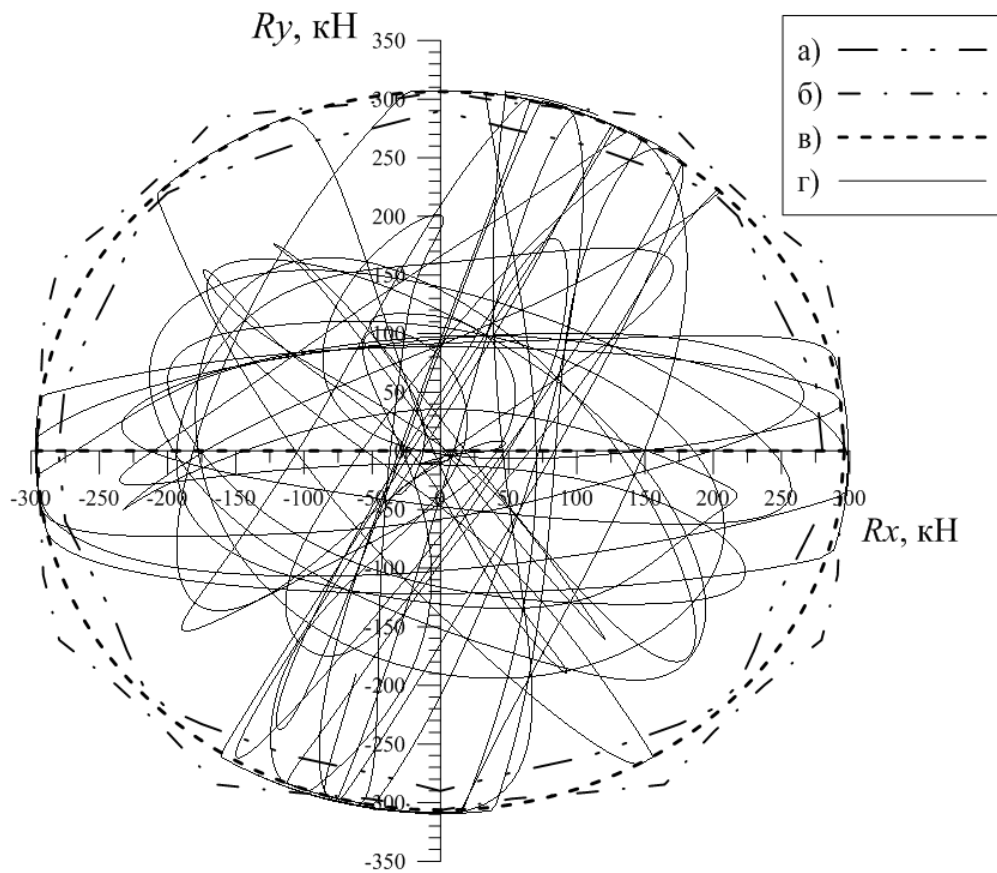


Рис. 3.4. Поверхности текучести рамы: а) полученная в ПК «ANSYS»; б) полученная методом псевдожесткостей; в) аппроксимация поверхностей текучести эллипсом; г) годограф изменения обобщенной реакции рамной конструкции, соответствующий решению по макромоделю,

Как видно из рисунка 3.4, годограф изменения обобщенной реакции рамы не выходит за пределы поверхности текучести.

На рисунках 3.5 и 3.6 показаны перемещения, приведенной в точке, массы по X и Y в течение всего воздействия.

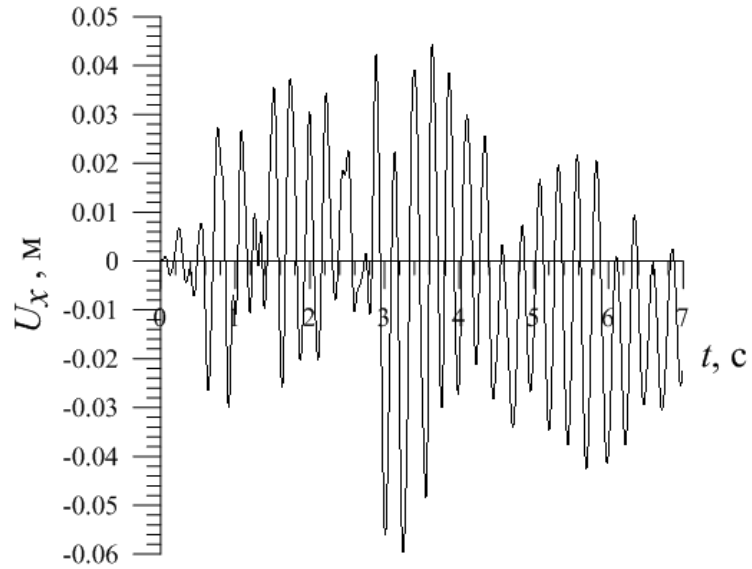


Рис. 3.5. Перемещения приведенной массы по X

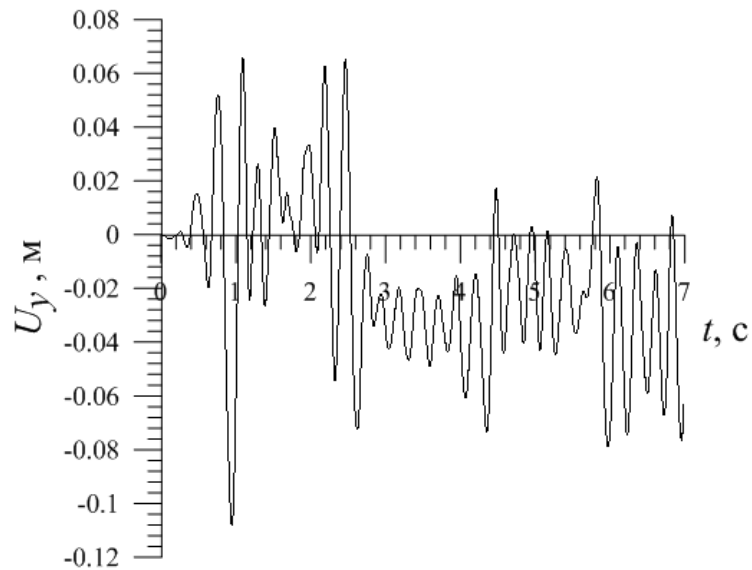


Рис. 3.6. Перемещения приведенной массы по Y

На рисунках 3.7 и 3.8 показаны графики изменения реакций системы в точке A в течение всего воздействия в зависимости от перемещений по X и Y .

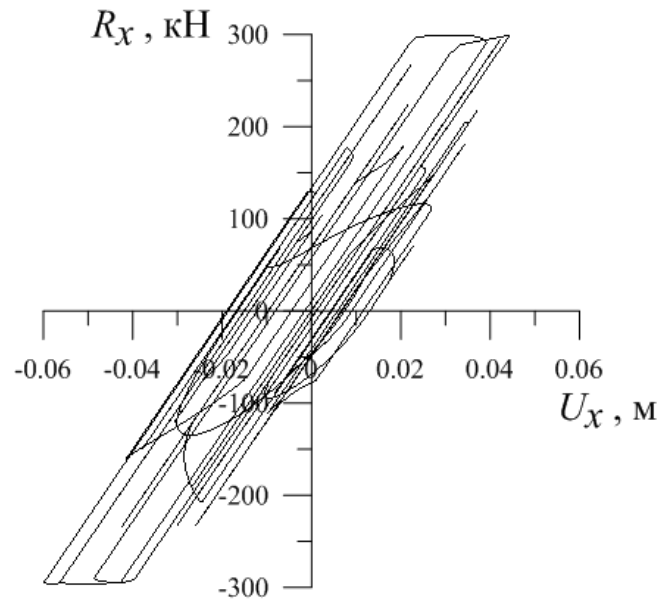


Рис. 3.7. График изменения реакции системы в точке A по X , в зависимости от ее перемещения

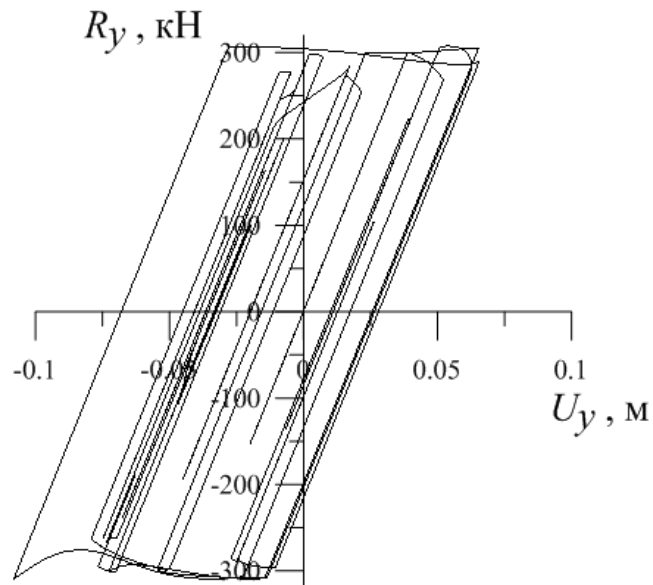


Рис. 3.8. График изменения обобщенной реакции системы в точке A по Y , в зависимости от ее перемещения

3.2. Сравнение динамических расчетов рамных конструкций на МРЗ с использованием упругопластической макромодел и модели с одной степенью свободы

В данном разделе выполнено сравнение динамических расчетов рамных конструкций на МРЗ с использованием упругопластической

макромодели и модели с одной степенью свободы на воздействие инструментальных акселерограмм. Также было выполнено сравнение этих результатов с результатами, полученными в ПК «ANSYS», которые считались эталонными.

Исходное сейсмическое воздействие было задано в виде акселерограмм землетрясений с интенсивностью 9 и 10 баллов по шкале MSK-64. Записи акселерограмм были взяты из *The European Strong Motion Database (ESD)* [131].

В качестве первого объекта динамического расчета используется двухэтажная металлическая рама, показанная на рисунке 3.9.

Исходные данные: сечения колонн и балок одинаковы – двутавровые, толщина стенки и полка 20 мм, модуль упругости материала (стали) $E=2,06e5$ МПа, предел текучести $\sigma=245$ Мпа, $m=200$ т.

Из упругого расчета были определены жесткостные параметры рамы:

$$D_{ik} = \begin{pmatrix} 1.305 \cdot 10^7 & -3.295 \cdot 10^6 \\ -3.295 \cdot 10^6 & 1.965 \cdot 10^6 \end{pmatrix}.$$

Из расчета на предельные нагрузки был получен вектор предельных нагрузок по двум степеням свободы $R_{Tij} = \{285 \quad 165\}^T$ кН.

Следовательно, уравнение поверхности текучести такой системы будет иметь вид эллипса

$$\frac{R_{x1}^2}{285^2} + \frac{R_{x2}^2}{165^2} = 1.$$

Параметры ψ_i определялись из уравнения поверхности текучести данной системы:

$$\psi_1 = \frac{\partial F}{\partial R_{x1}} = \frac{2 \cdot R_{x1}}{285^2},$$

$$\psi_2 = \frac{\partial F}{\partial R_{x2}} = \frac{2 \cdot R_{x2}}{165^2}.$$

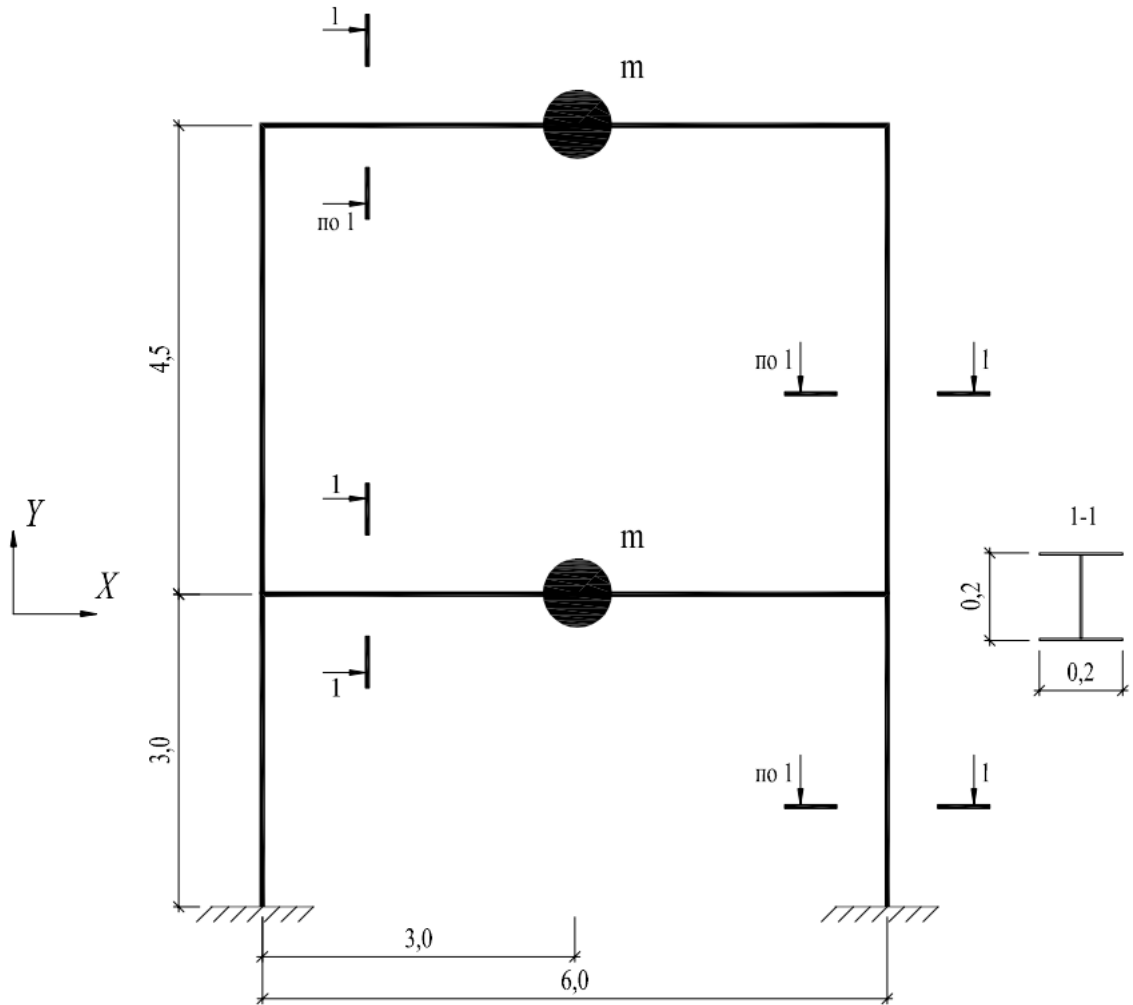
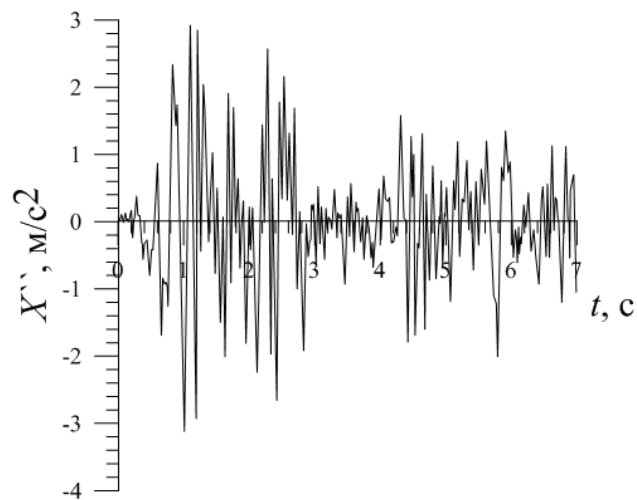


Рис. 3.9. Исследуемая рама

Акселерограмма по X представлена на рисунке 3.10.

Рис. 3.10. Акселерограмма по X

В ПК «ANSYS» использовался конечный элемент типа (*Beam 188*).
Чтобы максимально приблизить полученные решения к решениям,

соответствующим использованию диаграммы Прандтля, в модель было введено очень малое значение параметра упрочнения $\gamma = E_1/E = 0,001$.

В модели с одной степенью свободы выполнялся расчет с допущением суммирования обеих масс и с использованием жесткости верха рамы.

После проведения динамического расчета, используя макромодели, модель с одной степенью свободы и ПК «ANSYS», были получены результаты перемещения верха данной рамной конструкции. Эти результаты показаны на рисунке 3.11.

Как видно из рисунка 3.11, результаты данного расчета, полученные с использованием модели с одной степенью свободы, имеют сдвиг по фазе, а также перемещение верха рамы, заметно отличается от эталонного решения. Результаты, полученные с использованием макромодели, значительно ближе к эталонному решению.

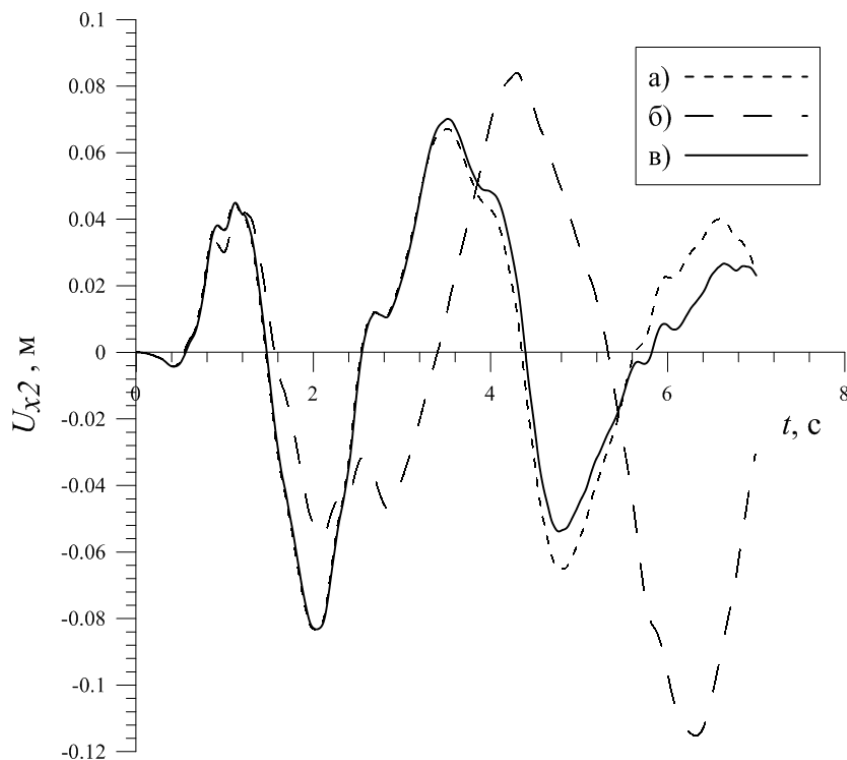


Рис. 3.11. Результаты перемещения верха рамы получены используя: а) макромодели; б) модель с одной степенью свободы; в) ПК «ANSYS»

Далее исследовалась другая рама, показанная на рисунке 3.12, на то же воздействие. Геометрические и физические характеристики этой рамы такие же, как в первой раме, кроме массы $m=150$ т.

Из упругого расчета были определены жесткостные параметры рамы:

$$D_{ik} = \begin{pmatrix} 1.714 \cdot 10^7 & -2.698 \cdot 10^6 \\ -2.698 \cdot 10^6 & 1.619 \cdot 10^6 \end{pmatrix}.$$

Уравнение поверхности текучести такой системы:

$$\frac{R_{x1}^2}{430^2} + \frac{R_{x2}^2}{210^2} = 1.$$

$$\Psi_1 = \frac{\partial F}{\partial R_{x1}} = \frac{2 \cdot R_{x1}}{430^2},$$

$$\Psi_2 = \frac{\partial F}{\partial R_{x2}} = \frac{2 \cdot R_{x2}}{210^2}.$$

Результаты динамического расчета показаны на рисунке 3.13.

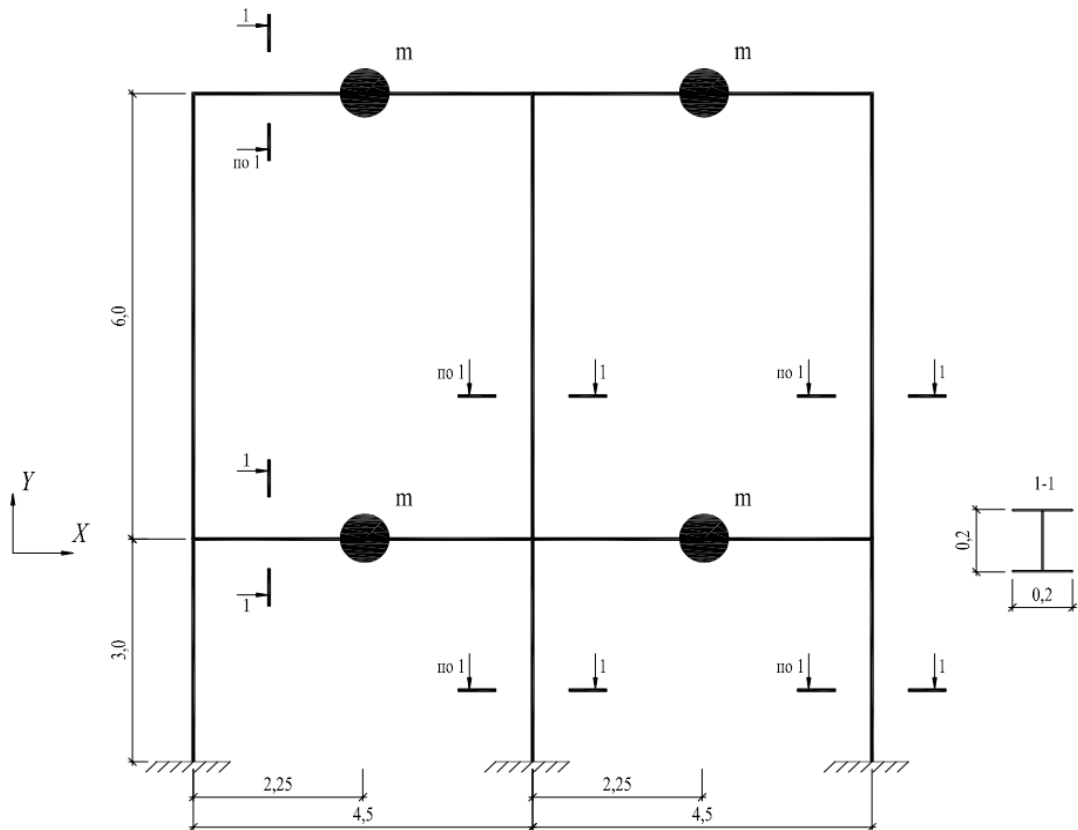


Рис. 3.12. Вторая исследуемая рама

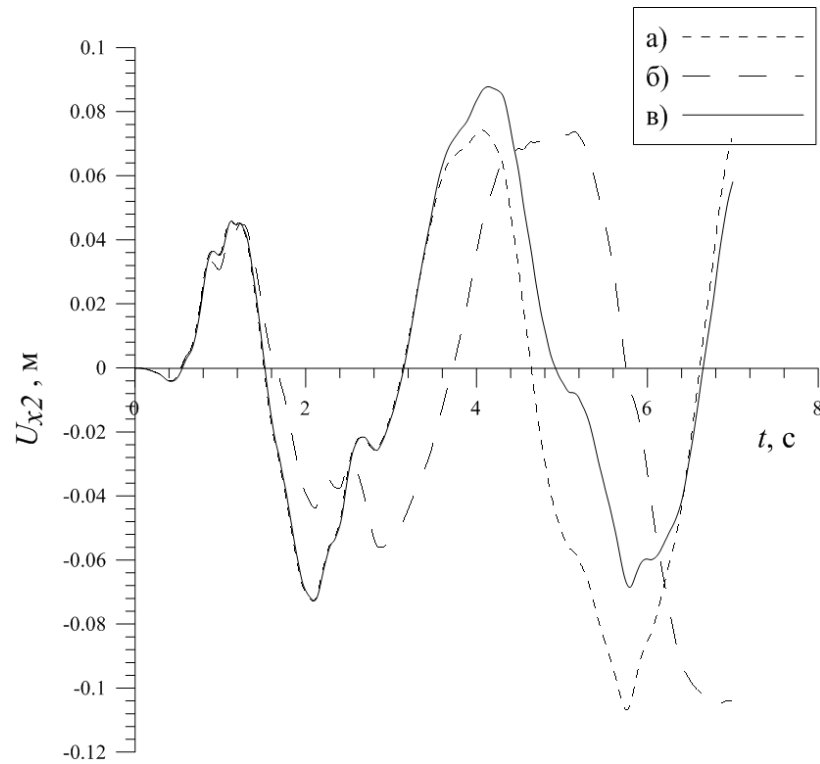


Рис. 3.13. Результаты перемещения верха второй рамы получены при использовании: а) макромоделю; б) модель с одной степенью свободы; в) ПК «ANSYS»

После этого исследовалась третья рама, показанная на рисунке 3.14. Геометрические и физические характеристики этой рамы такие же, как в предыдущих рамах, кроме массы $m=200\text{т}$. В данном расчете, мы воздействовали на одну массу по двум направлениям двумя разными воздействиями (см. Рис. 3.15).

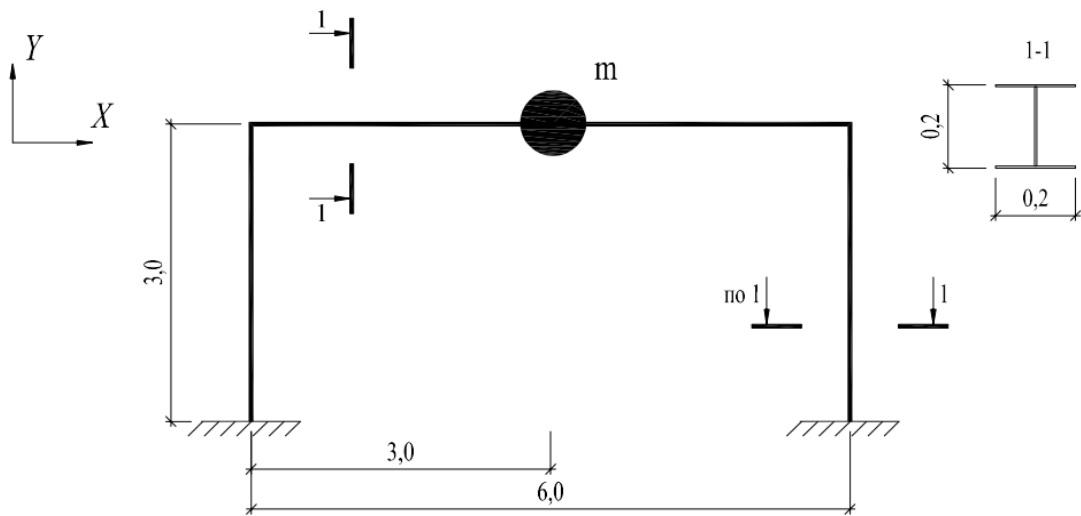


Рис. 3.14. Третья исследуемая рама

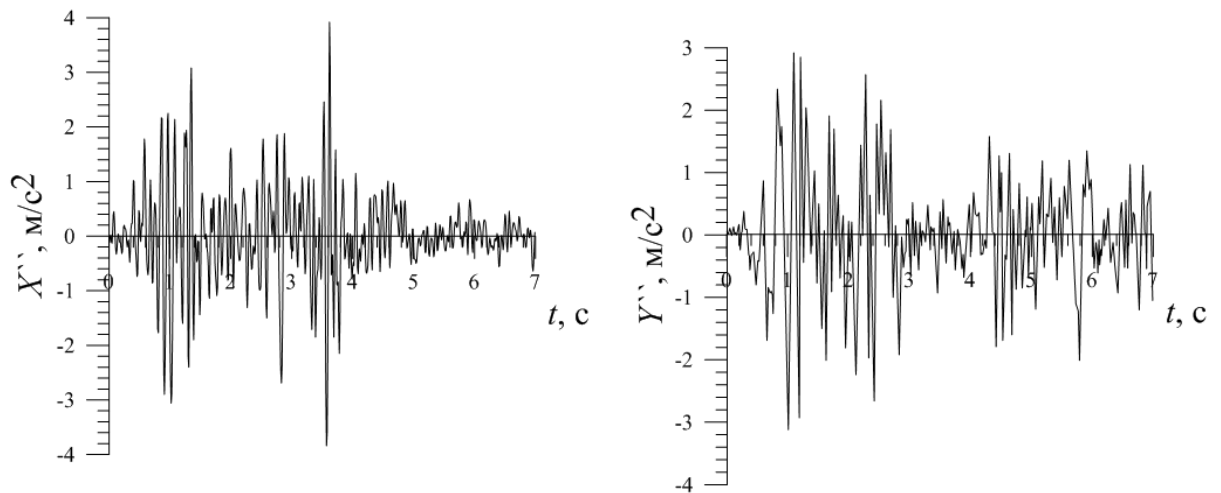


Рис. 3.15. Акселерограммы: (слева) по X ; (справа) по Y

Из упругого расчета были определены жесткостные параметры рамы:

$$D_{ik} = \begin{pmatrix} 7.148 \cdot 10^6 & -1.346 \cdot 10^{-5} \\ -1.346 \cdot 10^{-5} & 7.704 \cdot 10^6 \end{pmatrix}.$$

Уравнение поверхности текучести такой системы:

$$\frac{R_x^2}{296,1^2} + \frac{R_y^2}{306,4^2} = 1.$$

$$\Psi_1 = \frac{\partial F}{\partial R_x} = \frac{2 \cdot R_x}{296,1^2},$$

$$\Psi_2 = \frac{\partial F}{\partial R_y} = \frac{2 \cdot R_y}{306,4^2}.$$

Результаты перемещения массы по X показаны на рисунке 3.16 и перемещения массы по Y показаны на рисунке 3.17.

Как видно из рисунков 3.16 и 3.17, результаты, полученные, при использовании модели с одной степенью свободы, почти совпадают с результатами, полученными, при использовании макромодели, и обе модели дают результаты, заметно, близкие к эталонному решению. Это объясняется тем, что в данной раме нет взаимовлияния между перемещением массы по X и по Y ($D_{xy} = D_{yx} \approx 0$).

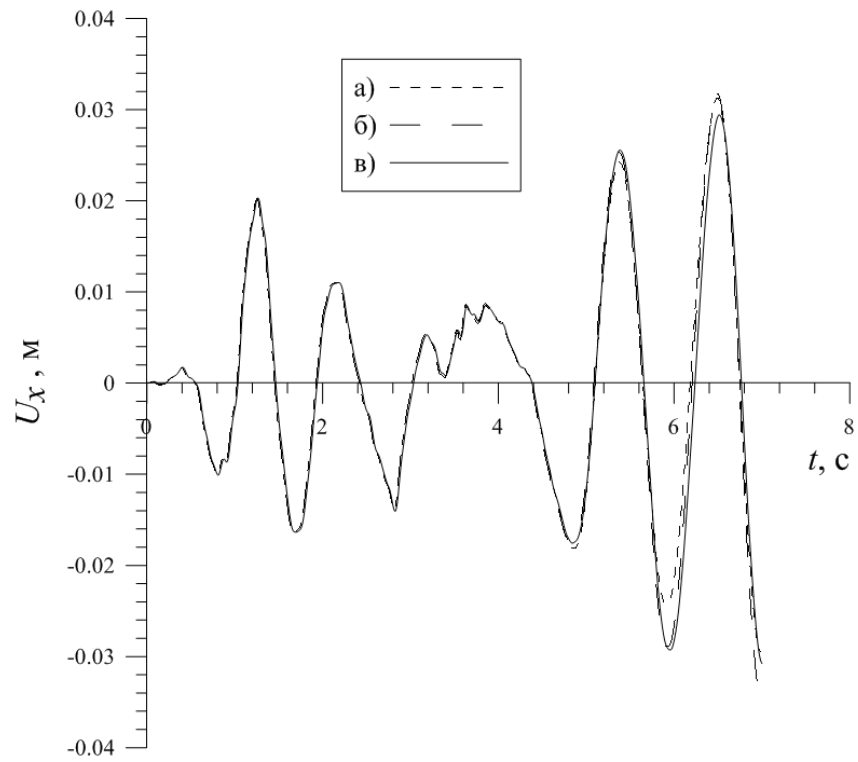


Рис. 3.16. Результаты перемещения массы по X получены при использовании: а) макромодел; б) модели с одной степенью свободы; в) ПК «ANSYS»

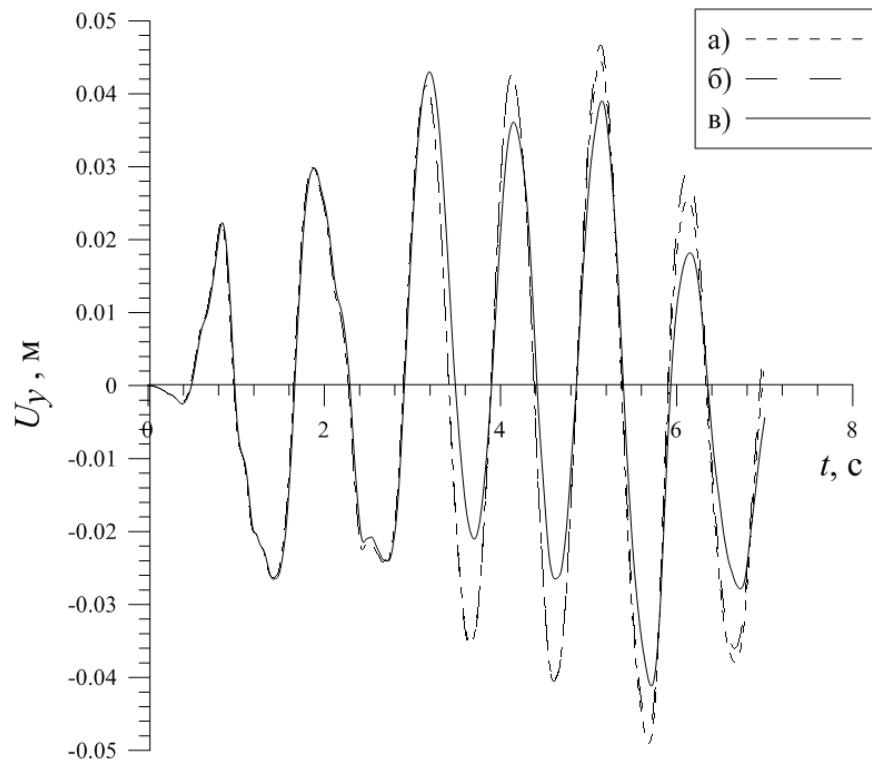


Рис. 3.17. Результаты перемещения массы по Y получены при использовании: а) макромодел; б) модели с одной степенью свободы; в) ПК «ANSYS»

Результаты сравнения динамических расчетов рамных конструкций на МРЗ с использованием упругопластической макромодел и модели с одной степенью свободы были опубликованы в [36, 35].

3.3. Реализация упругопластической макромодел и с учетом упрочнения материала конструкций

В данном разделе разработан алгоритм динамического расчета по макромодел и с учетом изотропного упрочнения материала конструкций. На основе этого алгоритма была создана программа динамической макромодел и с учетом упрочнения в ПК «*Matlab*». Программа предназначена для анализа систем с поверхностями текучести, описанными эллипсом с возможностью поворота под любым углом θ . Дифференциальные уравнения колебаний массы решаются методом Рунге-Кутты 4-го и 5-го порядка с помощью внутренней подпрограммы «*ode45*».

Алгоритм программы динамической упругопластической макромодел и с учетом упрочнения материала конструкций, предоставлен на рисунке 3.18.

Исходными данными программы являются такие же, как в п.3.1 с дополнительными следующими данными:

λ – параметр упрочнения конструкций. Параметр λ пропорционален параметру R_0 ; θ – угол поворота эллипса текучести. Этот угол введется для приближенной аппроксимации поверхностей текучести некоторых рамных конструкций см. п.0.

Главной сложностью реализации такого алгоритма является учет упрочнения эллипса в виде его расширения. Для этого необходимо преобразовать условие текучести так, чтобы оно соответствовало расширяемому эллипсу с каждым шагом решения.

Поверхность текучести, с учетом упрочнения материала конструкций, описывается уравнением (1.15).

$$F(R_x, R_y) = \tilde{R}.$$

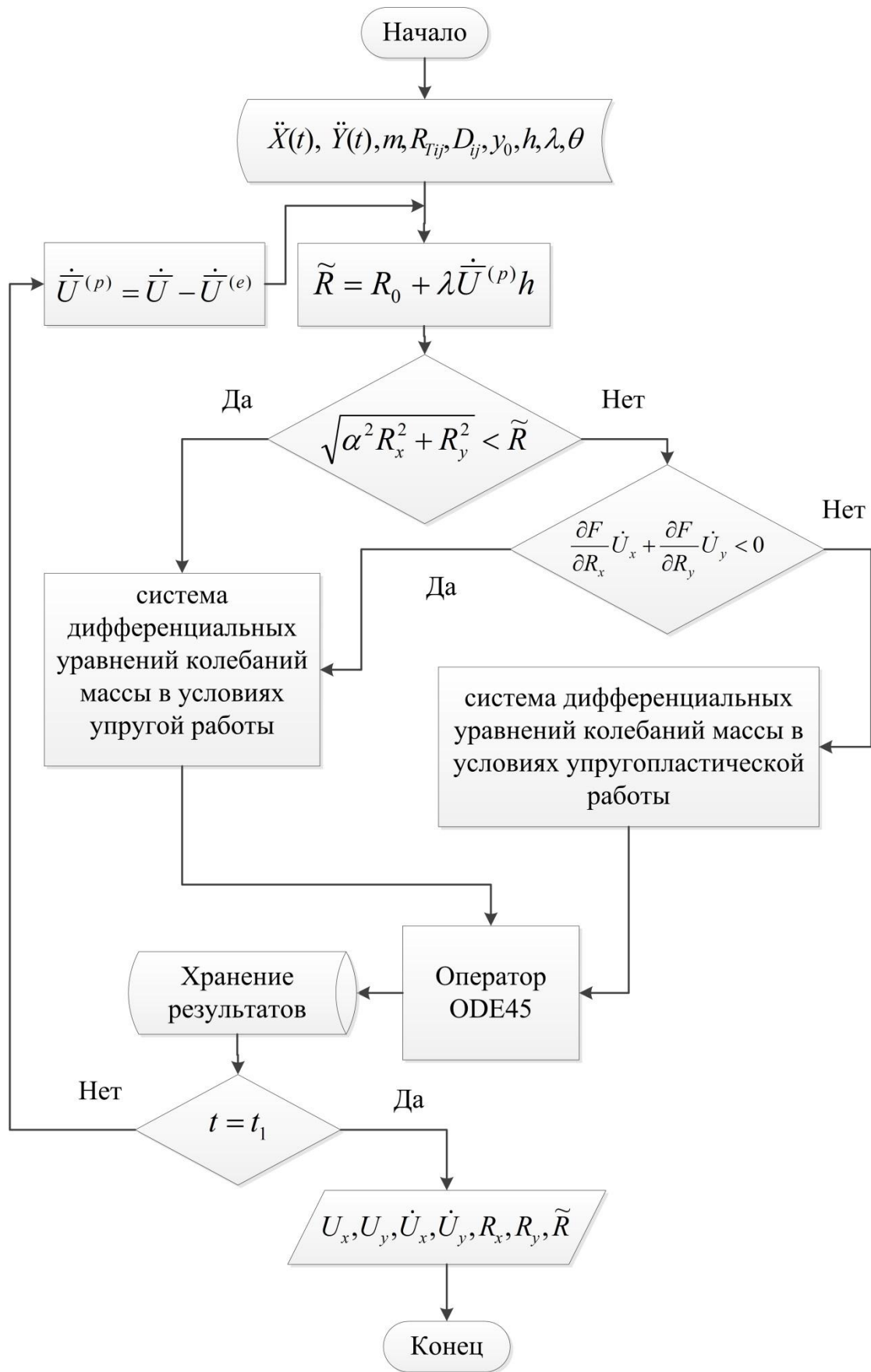


Рис. 3.18. Алгоритм динамической макромоделли с учетом упрочнения материала конструкций

Тогда условие текучести будет

$$\frac{R_x^2}{R_{Tx}^2} + \frac{R_y^2}{R_{Ty}^2} < \tilde{R}. \quad (3.8)$$

Параметр \tilde{R} можно определить из (1.16)

$$\tilde{R} = R_0 + \lambda \int_0^t \bar{U}^{(p)} dt.$$

Где R_0 – параметр, определяющий поверхность текучести в начальный момент времени; $\bar{U}^{(p)}$ – вектор скоростей пластических перемещений.

Из (1.17) при $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ имеем

$$\bar{U}^{(p)} = \sqrt{\dot{U}_x^{(p)2} + \dot{U}_y^{(p)2}}.$$

Чтобы найти R_0 в (1.16), преобразуем начальную поверхность текучести в следующий вид:

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{R_{Ty}^2}{R_{Tx}^2} \cdot R_x^2 + R_y^2 &= R_{Ty}^2; \\ \Rightarrow \sqrt{\alpha^2 \cdot R_x^2 + R_y^2} &= R_{Ty} = R_0. \end{aligned} \quad (3.9)$$

Где – $\alpha = const = \frac{R_{Ty}}{R_{Tx}}$.

Второе слагаемое соотношения (1.16), при шаговом решении можно вычислить следующим образом:

$$\lambda \int_0^t \bar{U}^{(p)} dt = \lambda \bar{U}^{(p)} h. \quad (3.10)$$

Где h – шаг интегрирования;

Из (3.9) и (3.10) условие текучести (3.8) приобретет следующий вид:

$$\sqrt{\alpha^2 \cdot R_x^2 + R_y^2} < R_0 + \lambda \cdot \bar{U}^{(p)} \cdot h. \quad (3.11)$$

Далее, стоит задача определения вектора скоростей пластических перемещений (1.17).

Как показано в [46], скорость пластических перемещений можно вычислить из:

$$\begin{aligned}\dot{U}_x^{(p)} &= \frac{1}{\lambda} \frac{\psi_1 \dot{R}_x + \psi_2 \dot{R}_y}{\sqrt{\psi_1^2 + \psi_2^2}} \psi_1; \\ \dot{U}_y^{(p)} &= \frac{1}{\lambda} \frac{\psi_1 \dot{R}_x + \psi_2 \dot{R}_y}{\sqrt{\psi_1^2 + \psi_2^2}} \psi_2.\end{aligned}\quad (3.12)$$

Уравнения (3.12) определяют скорость пластических перемещений в условиях упругопластической работы системы. Для общего вычисления скоростей пластических перемещений мы находим их, путем вычитания из полных скоростей, после каждого шага интегрирования скорости упругих перемещений. Тогда, в условиях упругой работы системы, скорость пластических перемещений будет равна нулю.

В статье [46], скорость упругих перемещений можно вычислить из:

$$\begin{aligned}\dot{U}_x^{(e)} &= \frac{D_{22} \dot{R}_x - D_{12} \dot{R}_y}{D_{11} D_{22} - D_{12}^2}; \\ \dot{U}_y^{(e)} &= \frac{D_{11} \dot{R}_x - D_{12} \dot{R}_y}{D_{11} D_{22} - D_{12}^2}.\end{aligned}\quad (3.13)$$

Где \dot{R}_x, \dot{R}_y , в условиях упругой работы системы, определяется по (1.7), а в условиях упругопластической работы системы – по (1.8).

Тогда с помощью (3.13), можно найти скорость пластических перемещений:

$$\begin{aligned}\dot{U}_x^{(p)} &= \dot{U}_x - \dot{U}_x^{(e)} = \dot{U}_x - \frac{D_{22} \dot{R}_x - D_{12} \dot{R}_y}{D_{11} D_{22} - D_{12}^2}; \\ \dot{U}_y^{(p)} &= \dot{U}_y - \dot{U}_y^{(e)} = \dot{U}_y - \frac{D_{11} \dot{R}_x - D_{12} \dot{R}_y}{D_{11} D_{22} - D_{12}^2}.\end{aligned}\quad (3.14)$$

Находя по (3.14), с помощью (1.17), вектор скоростей пластических перемещений, можно следить за величиной упрочнения поверхности текучести при каждом шаге.

Соблюдая все вышеуказанное, с помощью ПК «*Matlab*» была реализована программа упругопластической макромодели с учетом изотропного упрочнения материала конструкций.

После импорта исходных данных программа в каждом шаге проверяет условие текучести системы (3.11). В блоке метода Рунге-Кутты решается система дифференциальных уравнений (3.4) в условиях упругой работы, а в условиях упругопластической работы решается система (3.5). При этом проверяется условие разгрузки (3.7) на каждом шаге. С помощью (3.14) и (1.17) определяется величина вектора скоростей пластических перемещений и определяется упрочнение поверхности текучести при каждом шаге.

На выходе мы получаем, дополнительно к результаты в п.3.1, историю упрочнения поверхности текучести.

Интерфейс программы и также результаты тестового примера расчета на МРЗ показаны на рисунке 3.19.

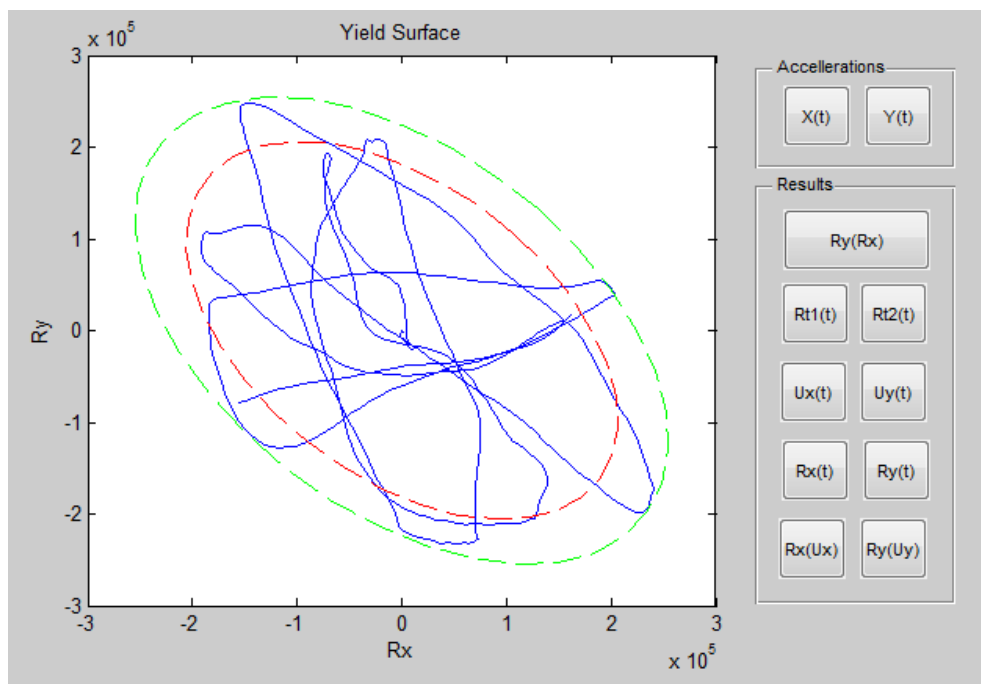


Рис. 3.19. Интерфейс программы в ПК «*Matlab*»

История упрочнения поверхности текучести тестового примера показана на рисунке 3.20.

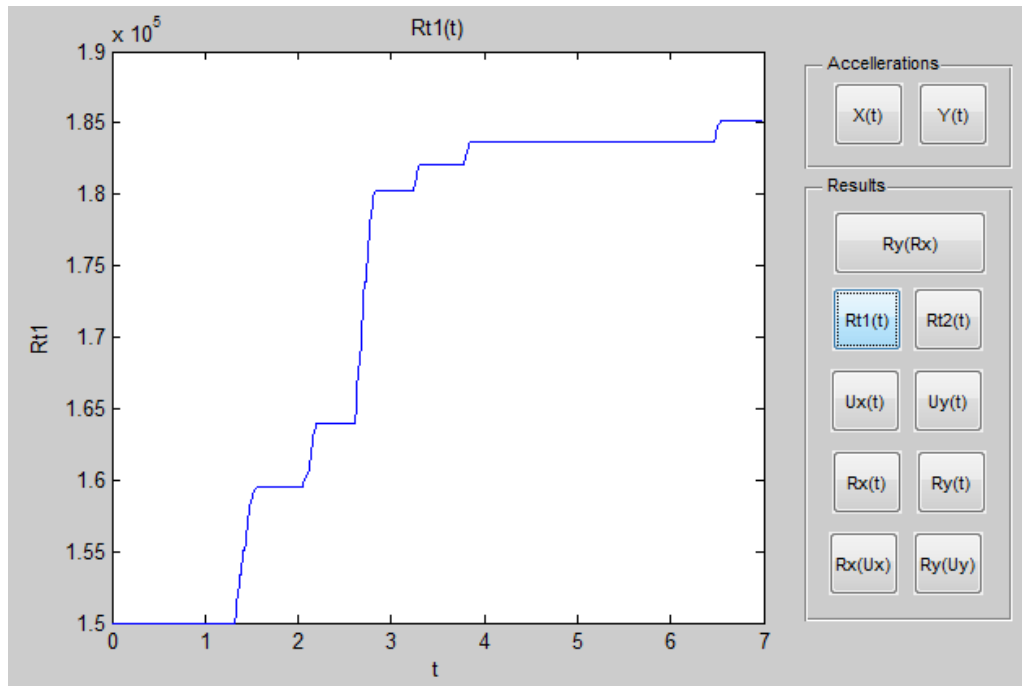


Рис. 3.20. Упрочнение R_{t1}

Результаты реализации упругопластической макромоделли были опубликованы в [34, 35].

Выводы

1. Разработаны алгоритм и программа расчета рамных конструкций на МРЗ с использованием макромоделли без учета упрочнения материала.
2. Выполнено тестовые расчеты рамных конструкций на максимальное расчетное землетрясение.
3. Выполнено сравнение динамических расчетов рамных конструкций на МРЗ с использованием упругопластической макромоделли и модели с одной степенью свободы. Результаты показывают что использование макромоделли дает результаты, более близкие к эталонному решению, чем модель с одной степенью свободы.
4. Разработаны алгоритм и программа расчета рамных конструкций на МРЗ с использованием макромоделли с учетом упрочнения материала.

4. ИССЛЕДОВАНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ ТЕКУЧЕСТИ РАМНЫХ КОНСТРУКЦИЙ. РЕАЛИЗАЦИЯ МАКРОМОДЕЛИ С УЧЕТОМ СИНГУЛЯРНОСТИ В ПОВЕРХНОСТЯХ ТЕКУЧЕСТИ

Использование макромоделей возможно только при получении поверхности текучести для исследуемой системы. Ранее, на основе ПК «*MathCAD*» и «*Matlab*», были реализованы программы упругопластической макромоделей без и с учетом упрочнения материала конструкций, в которой поверхности текучести аппроксимировались эллипсом. Представляет интерес более детальное исследование поверхностей текучести рамных конструкций. В данной главе такое исследование выполнено.

4.1. Исследование поверхностей текучести для рамных конструкций

В данном разделе исследовано пять широко используемых видов рам и определены для них поверхности текучести. Поверхности текучести были построены аналитически, прямым методом теории предельного равновесия и численно, методом псевдожесткостей, описанным выше 2.2.

Для численного расчета сечения колонн и ригелей всех рам приняты одинаковыми – двутавровые, высота и ширина сечения $H = B = 200$ мм, толщина стенки и полка $s = t = 20$ мм, модуль упругости материала (стали) $E = 2,06 \times 10^5$ МПа, предел текучести $\sigma = 245$ МПа. Материал принимался без упрочнения, и была использована диаграмма Прандтля. Пролет рам $l = 6$ м, а высота рам $h = 3$ м.

Первая исследуемая рама показана на рисунке 4.1. Так как рама является статически определимой системой, то образование одного пластического шарнира достаточно, чтобы рама превратилась в механизм.

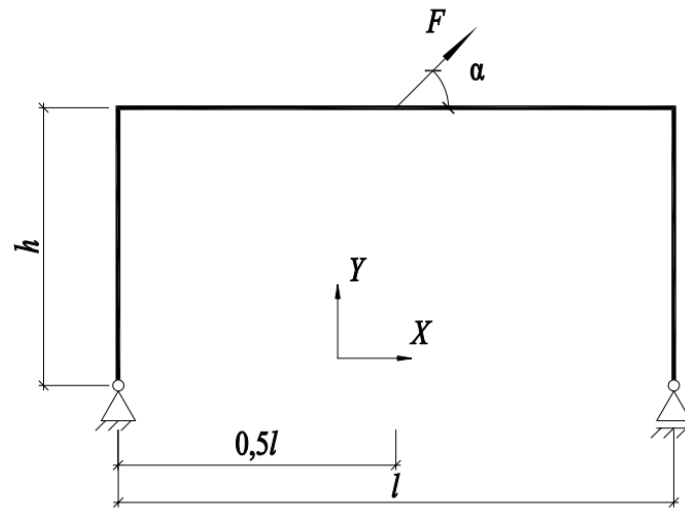


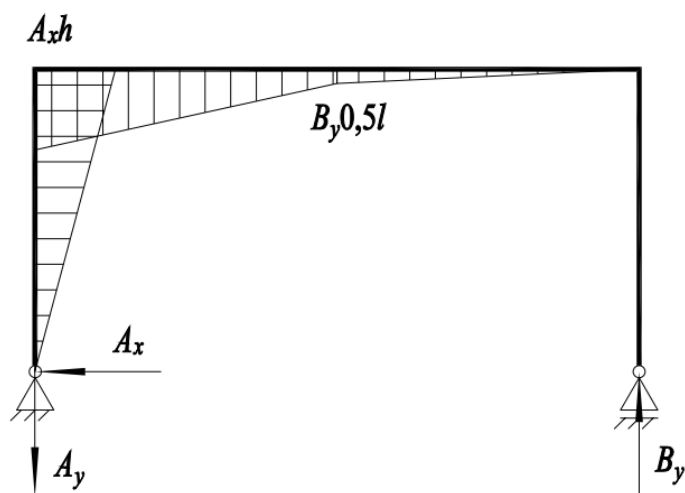
Рис. 4.1. Первая исследуемая рама

Сосредоточенную силу F , приложенную в середине пролета рамы, можно спроецировать на две составляющие R_x, R_y где

$$R_x = F \cos(\alpha);$$

$$R_y = F \sin(\alpha).$$

При действии силы F под углом $0^\circ < \alpha < 70^\circ$, эпюра изгибающих моментов имеет вид, показанный на рисунке 4.2.

Рис. 4.2. Эпюра изгибающих моментов для случая $0^\circ < \alpha < 70^\circ$

Система обратится в механизм, показанный на рисунке 4.3, когда

$$A_x h = M_T.$$

Находим опорные реакции

$$A_x = R_x.$$

Отсюда, уравнение прямой в поверхности текучести, отвечающей за механизм, показанный на рисунке 4.3, имеет вид:

$$hR_x = M_T. \quad (4.1)$$

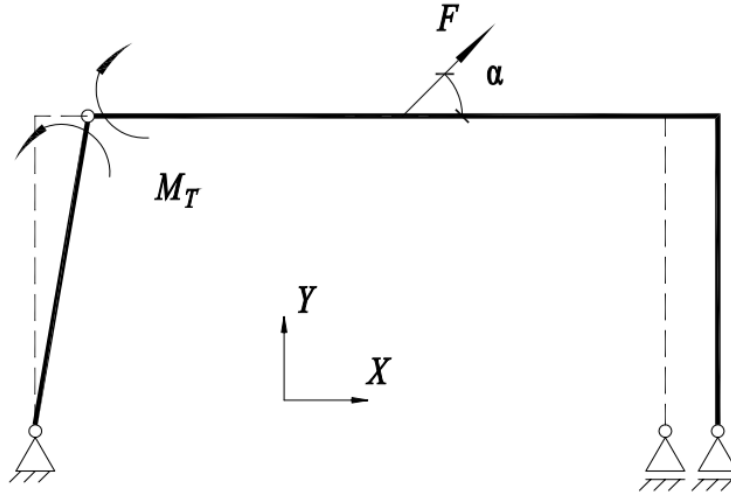


Рис. 4.3. Механизм для случая $0^\circ < \alpha < 70^\circ$

Формула, определяющая вектор предельной нагрузки, для данного механизма

$$F_T = \frac{M_T}{h \cos(\alpha)}.$$

При действии силы F под углом $70^\circ < \alpha < 160^\circ$, эпюра изгибающих моментов имеет вид, показанный на рисунке 4.4.

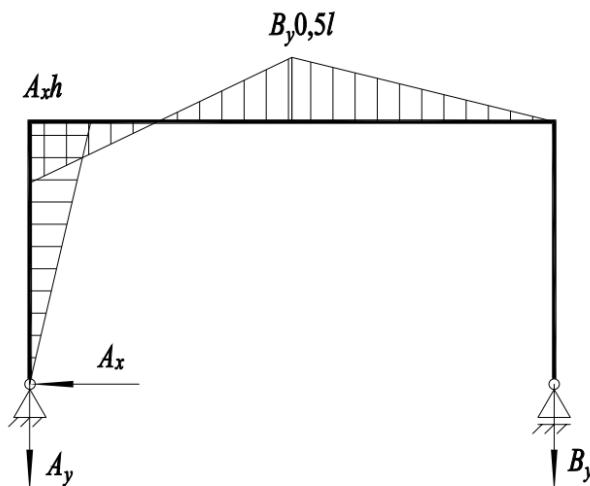


Рис. 4.4. Эпюра изгибающих моментов для случая $70^\circ < \alpha < 160^\circ$

Максимальный изгибающий момент находится в середине пролета.

Система обратится в механизм, показанный на рисунке 4.5, когда

$$B_y 0,5l = M_T.$$

Находим опорные реакции:

$$B_y = 0,5R_y - R_x h/l.$$

Отсюда, уравнение прямой в поверхности текучести отвечающей за механизм, показанный на рисунке 4.5, имеет вид:

$$\begin{aligned} (0,5R_y - R_x h/l)0,5l &= M_T; \\ \Rightarrow lR_y - 2hR_x &= 4M_T. \end{aligned} \quad (4.2)$$

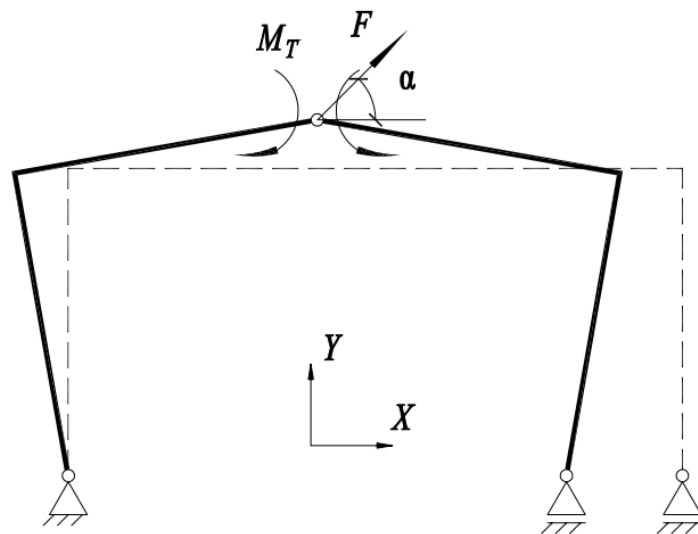


Рис. 4.5. Механизм для случая $70^\circ < \alpha < 160^\circ$

Формула, определяющая вектор предельной нагрузки, для данного механизма:

$$F_T = \frac{4M_T}{l \sin(\alpha) - 2h \cos(\alpha)}.$$

Дальнейший анализ показывает, что уравнения (4.1) и (4.2) имеют симметричность относительно начала координат. Полученные четыре пересекающихся уравнения образуют поверхность текучести, показанную на рисунке 4.6. Для рамы также была определена поверхность текучести численным методом псевдожесткостей п. 2.2. Поверхность текучести показана на рисунке 4.6 а и результаты показаны на таблице 4.1.

Таблица 4.1

Результаты построения поверхности текучести рамы (Рис. 4.1), методом псевдожесткостей

α°	F_T , кН	R_{Tx} , кН	R_{Ty} , кН
0	59.6	59.600	0.000
10	60.6556	59.734	10.533
20	63.7157	59.873	21.792
30	69.2972	60.013	34.649
40	78.448	60.095	50.425
45	85.4351	60.412	60.412
50	96.2572	61.873	73.737
60	123.785	61.893	107.201
70	180.967	61.894	170.053
80	152.638	26.505	150.319
90	123.79	0.000	123.790
100	105.145	-18.258	103.548
110	93.9218	-32.123	88.258
120	87.259	-43.630	75.569
130	83.8282	-53.884	64.216
140	77.0705	-59.039	49.540
150	68.6223	-59.429	34.311
160	63.5631	-59.730	21.740
170	60.949	-60.023	10.584
180	60.3067	-60.307	0.000

Из рисунка 4.6 видно, что поверхность текучести, полученная численным методом, совпадает с поверхностью текучести, полученной аналитическим методом. Это доказывает правильность построения поверхности текучести для данной рамы.

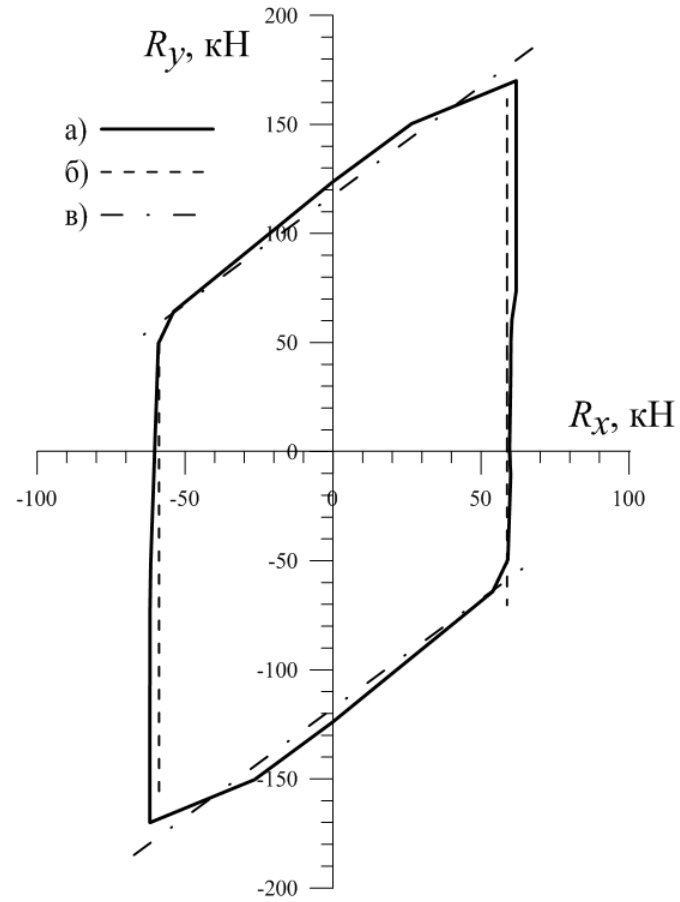


Рис. 4.6. Поверхность текучести первой рамы: а) полученная методом псевдожесткостей;
 б) уравнение (4.1); в) уравнение (4.2)

Вторая исследуемая рама показана на рисунке 4.7.

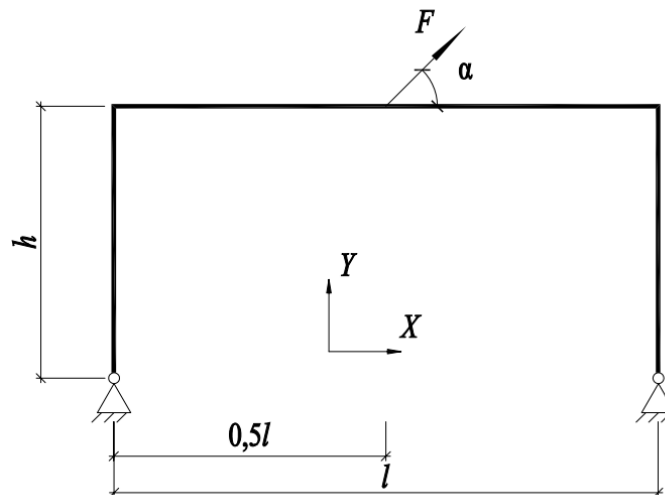


Рис. 4.7. Вторая исследуемая рама

Так как рама является один раз статически неопределимой системой, то образование двух пластических шарниров достаточно, чтобы рама превратилась в механизм.

При действии силы F под углом $0^\circ < \alpha < 45^\circ$, эпюра изгибающих моментов имеет вид, показанный на рисунке 4.8.

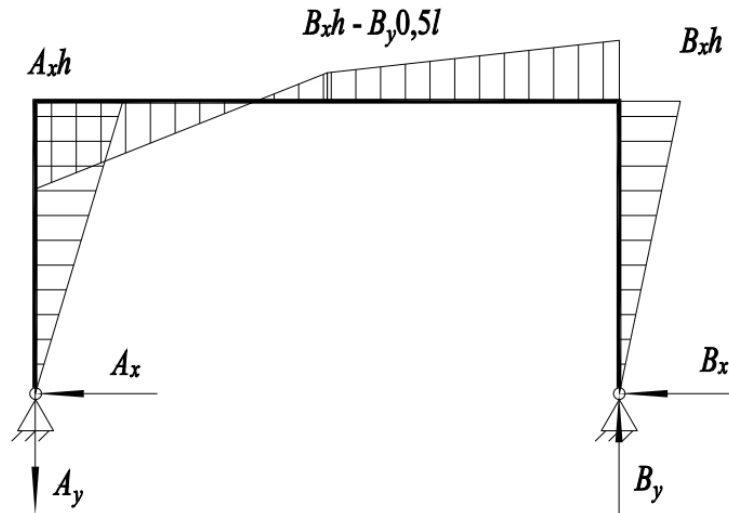


Рис. 4.8. Эпюра изгибающих моментов до образования первого пластического шарнира для случая $0^\circ < \alpha < 45^\circ$

Первый пластический шарнир образуется в том месте, где максимальный изгибающий момент (см. Рис. 4.9).

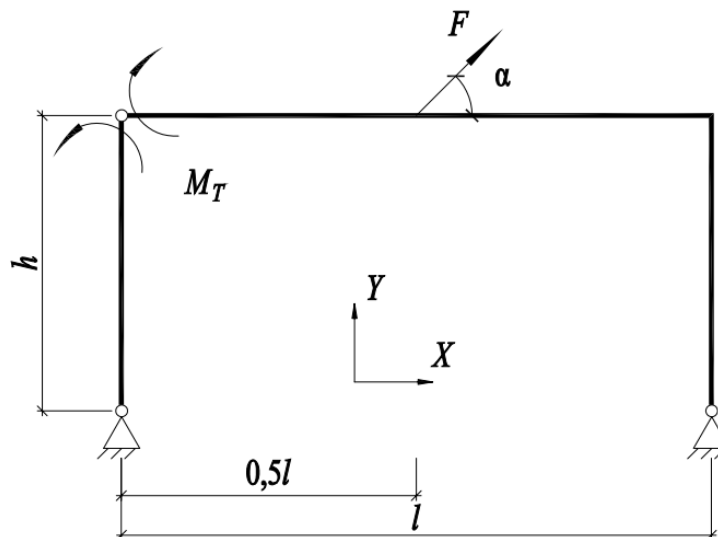


Рис. 4.9. Место образования первого пластического шарнира для случая $0^\circ < \alpha < 45^\circ$

При увеличении силы F под углом $0^\circ < \alpha < 45^\circ$, эпюра изгибающих моментов будет иметь вид, показанный на рисунке 4.10.

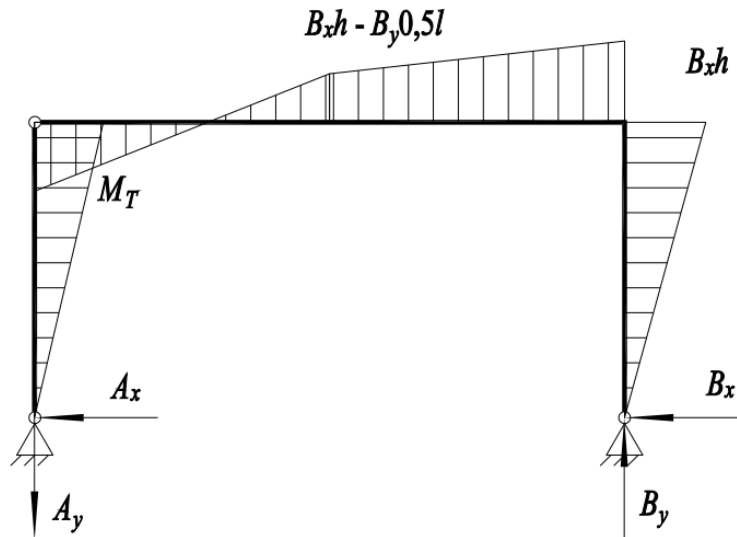


Рис. 4.10. Эпюра изгибающих моментов для случая $0^\circ < \alpha < 45^\circ$

Система обратится в механизм, показанный на рисунке 4.11, когда

$$B_x h = M_T.$$

Находим опорные реакции:

$$B_x = R_x - M_T / h.$$

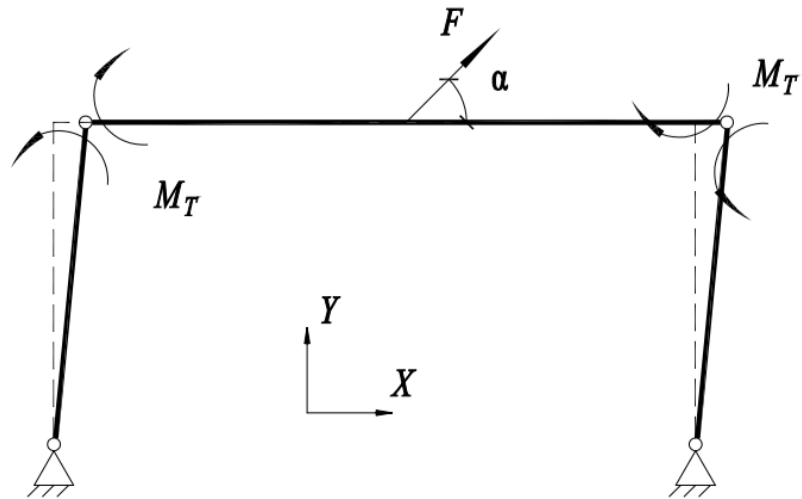
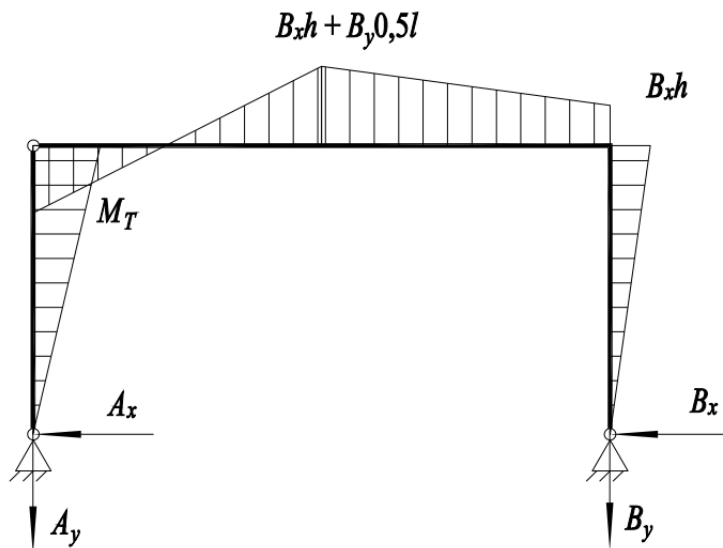
Отсюда, уравнение прямой в поверхности текучести, отвечающей за механизм, показанный на рисунке 4.11, имеет вид:

$$\begin{aligned} R_x h - M_T &= M_T; \\ \Rightarrow h R_x &= 2M_T. \end{aligned} \quad (4.3)$$

Формула, определяющая вектор предельной нагрузки, для данного механизма:

$$F_T = \frac{2M_T}{h \cos(\alpha)}$$

При действии силы F под углом 70° до 80° , эпюра изгибающих моментов имеет вид, показанный на рисунке 4.12.

Рис. 4.11. Механизм для случая $0^\circ < \alpha < 45^\circ$ Рис. 4.12. Эпюра изгибающих моментов для случая $70^\circ < \alpha < 80^\circ$

Система обратится в механизм, показанный на рисунке 4.13, когда

$$B_x h + B_y 0,5l = M_T.$$

Находим опорные реакции:

$$B_x = R_x - M_T / h;$$

$$B_y = 0,5R_y - R_x h / l.$$

Отсюда, уравнение прямой в поверхности текучести, отвечающей за механизм, показанный на рисунке 4.13, имеет вид:

$$\begin{aligned} R_x h - M_T + 0,25R_y l - 0,5R_x h &= M_T; \\ \Rightarrow 2hR_x + R_y l &= 8M_T. \end{aligned} \quad (4.4)$$

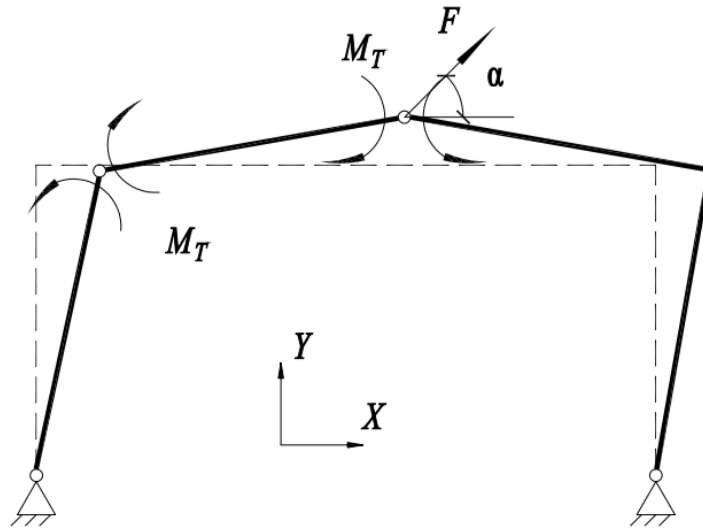


Рис. 4.13. Механизм для случая $70^\circ < \alpha < 90^\circ$

Формула, определяющая вектор предельной нагрузки, для данного механизма:

$$F_T = \frac{8M_T}{l \sin(\alpha) + 2h \cos(\alpha)}$$

При действии силы F под углом $80^\circ < \alpha < 90^\circ$, эпюра изгибающих моментов имеет вид, показанный на рисунке 4.14.

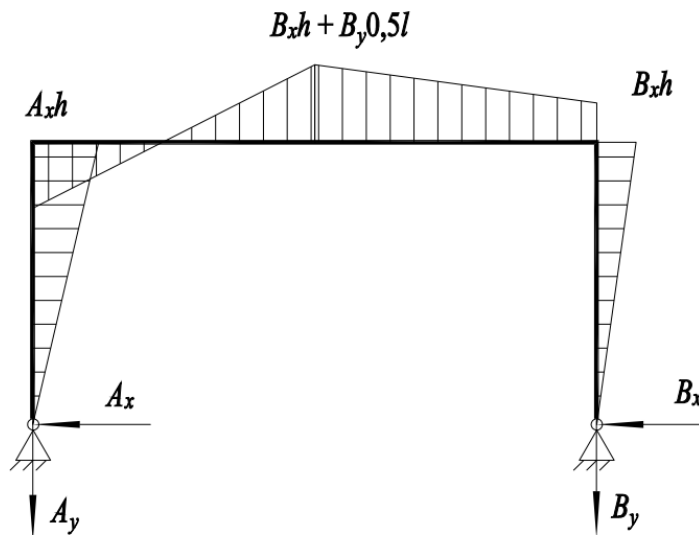


Рис. 4.14. Эпюра изгибающих моментов до образования первого пластического шарнира для случая $80^\circ < \alpha < 90^\circ$

Первый пластический шарнир образуется в том месте, где максимальный изгибающий момент (см. Рис. 4.15).

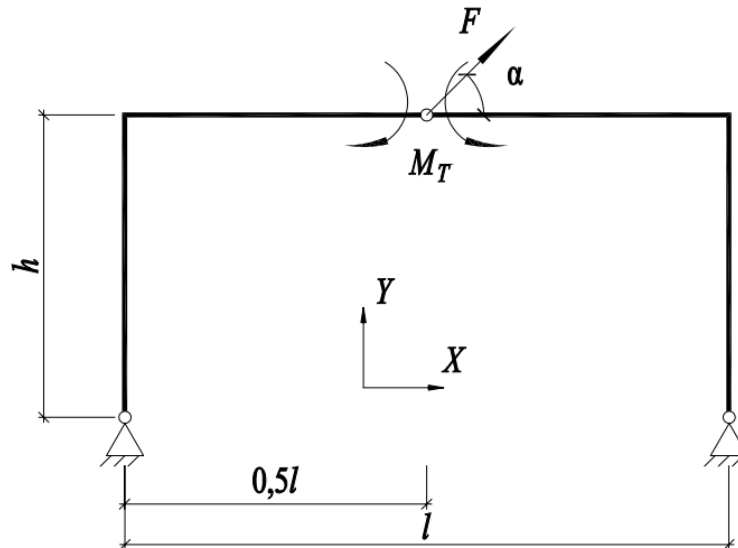


Рис. 4.15. Место образования первого пластического шарнира для случая $80^\circ < \alpha < 90^\circ$

При увеличении силы F под углом $80^\circ < \alpha < 90^\circ$, эпюра изгибающих моментов будет иметь вид, показанный на рисунке 4.16.

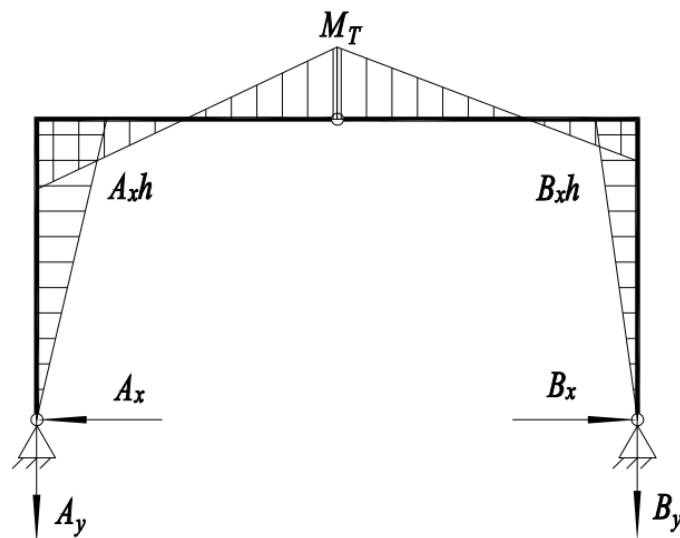


Рис. 4.16. Эпюра изгибающих моментов для случая $80^\circ < \alpha < 90^\circ$

При выводе уравнения предельной нагрузки оказалось, что оно совпадает с уравнением (4.4).

Дальнейший анализ показывает, что уравнения (4.3) и (4.4) имеют симметричность относительно начала координат. Полученные два пересекающихся в первом квадранте уравнения образуют поверхность текучести, показанную на рисунке 4.17. Для такой рамы также была определена поверхность текучести численным методом псевдожесткостей п.

2.2. Поверхность текучести показана на рисунке 4.17 а и результаты показаны на таблице 4.2.

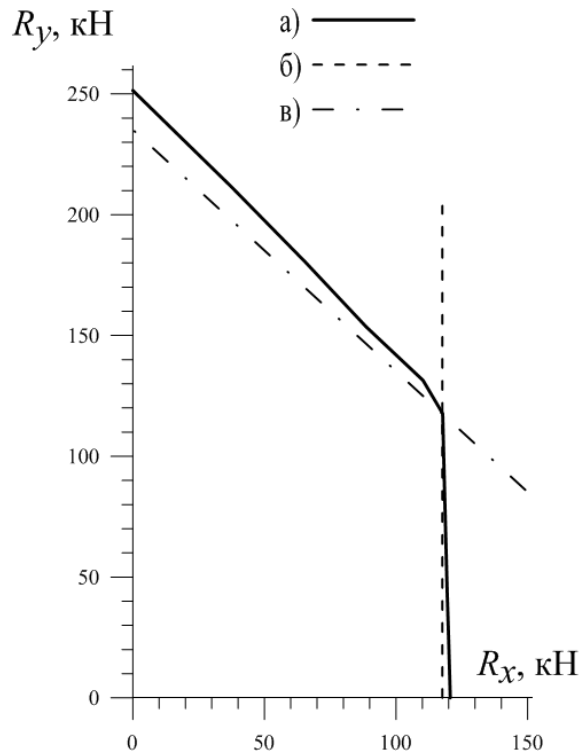


Рис. 4.17. Поверхность текучести второй рамы: а) полученная методом псевдожесткостей;
б) уравнения (4.3); в) уравнения (4.4)

Таблица 4.2

Результаты построения поверхности текучести рамы (Рис. 4.7), методом псевдожесткостей

α°	F_T , кН	R_{Tx} , кН	R_{Ty} , кН
0	120.600	120.600	0.000
10	121.924	120.072	21.172
20	127.105	119.440	43.472
30	137.231	118.846	68.616
40	154.215	118.136	99.127
45	166.463	117.707	117.707
50	171.544	110.266	131.410
60	177.338	88.669	153.579
70	191.870	65.623	180.299
80	214.951	37.326	211.685
90	251.414	0.000	251.414

Третья исследуемая рама показана на рисунке 4.18. Для такой рамы была определена поверхность текучести численным методом псевдожесткостей п. 2.2. Поверхность текучести показана на рисунке 4.19 и результаты показаны на таблице 4.3.

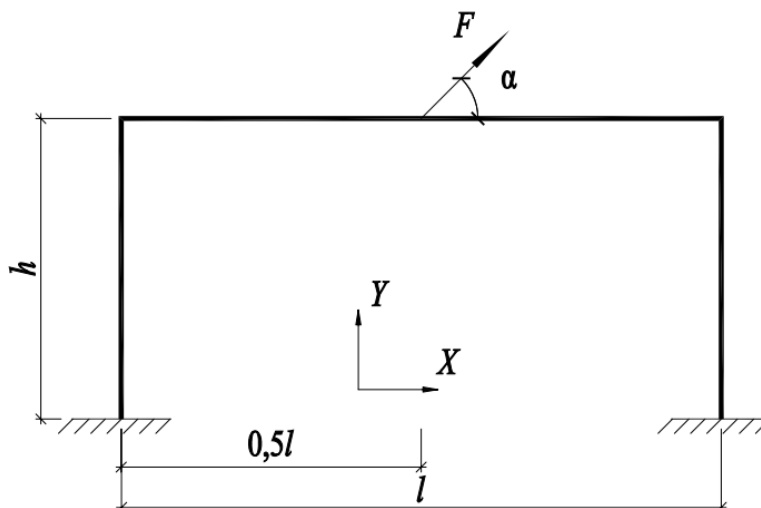


Рис. 4.18. Третья исследуемая рама

Таблица 4.3

Результаты построения поверхности текучести рамы (Рис. 4.18), методом псевдожесткостей

α°	F_T , кН	R_{Tx} , кН	R_{Ty} , кН
0	251.415	251.415	0.000
10	251.634	247.811	43.696
20	263.04	247.177	89.965
30	273.877	237.184	136.939
40	263.481	201.838	169.362
45	264.703	187.173	187.173
50	265.09	170.397	203.071
60	279.094	139.547	241.702
70	263.299	90.054	247.420
80	255.782	44.416	251.896
90	260.107	0.000	260.107

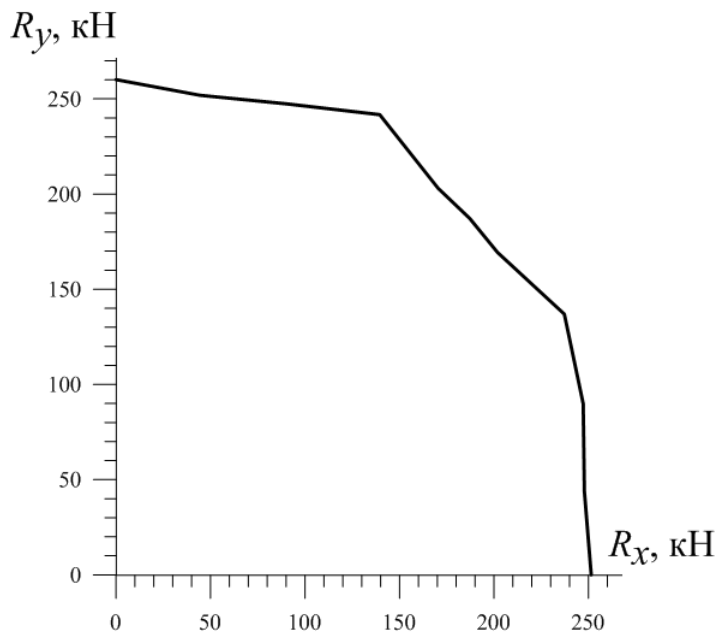


Рис. 4.19. Поверхность текучести третьей рамы, полученная методом псевдожесткостей

Четвертая исследуемая рама показана на рисунке 4.20а. Для исследования поверхности текучести такой консоли, свяжем силы F_1 и F_2 через угол α :

$$F_1 = F \cos(\alpha) = R_1;$$

$$F_2 = F \sin(\alpha) = R_2.$$

При $0^\circ < \alpha < 90^\circ$, силы F_1 и F_2 действуют в одну сторону. Эпюра изгибающего момента имеет вид (см. Рис. 4.20б). При $90^\circ < \alpha < 135^\circ$ сила F_1 меняет направление действия, но максимальный момент остается в защемлении. Система обратится в механизм, показанный на рисунке 4.20в, когда

$$h_1 R_1 + (h_1 + h_2) R_2 = M_T. \quad (4.5)$$

Отсюда, уравнение (4.5) и есть прямая в поверхности текучести, отвечающая за механизм, показанный на рисунке 4.20в.

Формула, определяющая вектор предельной нагрузки, для данного механизма:

$$F_T = \frac{M_T}{h_1 \cos(\alpha) + (h_1 + h_2) \sin(\alpha)}.$$

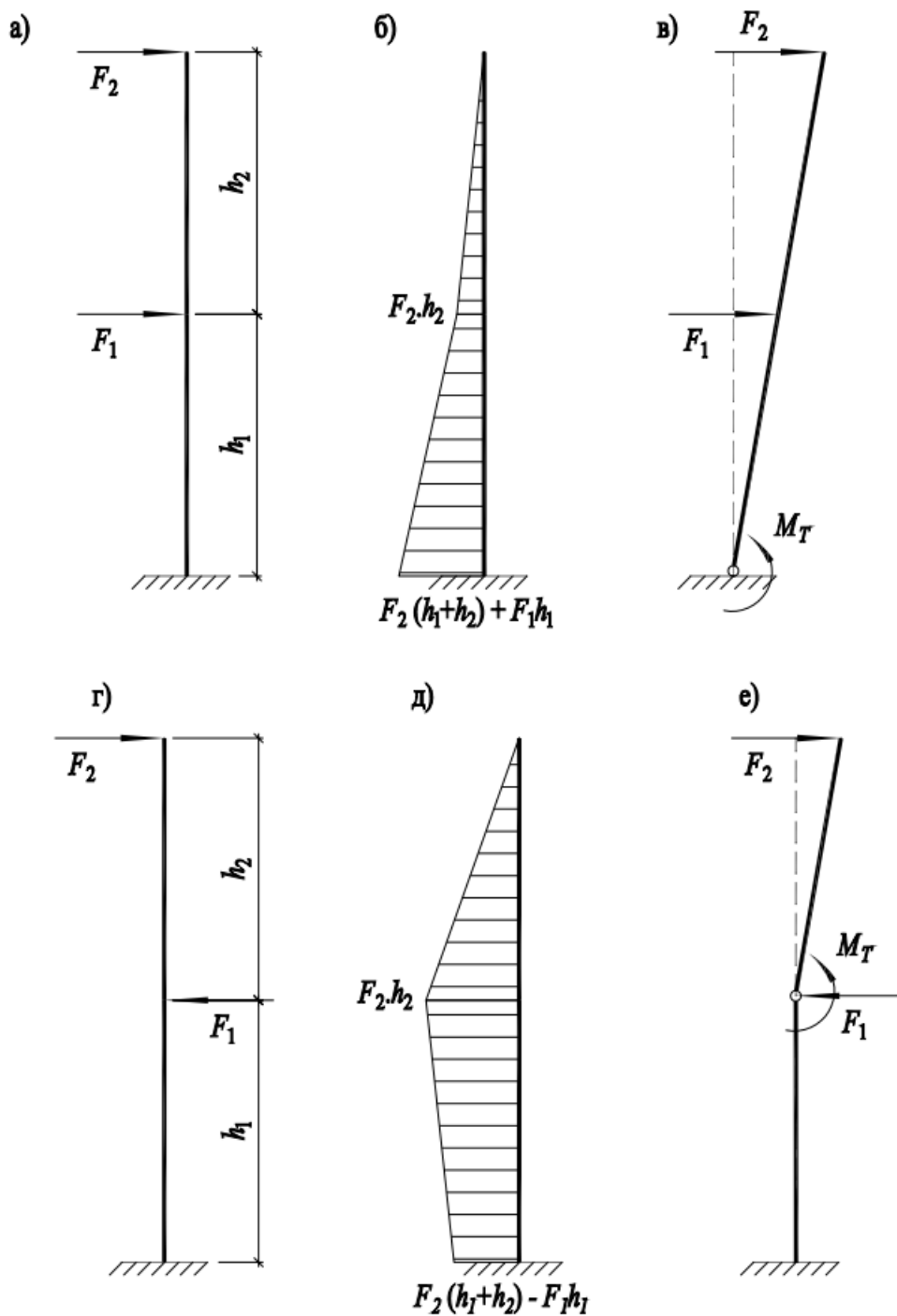


Рис. 4.20. Четвертая исследуемая рама

Для случая $135^\circ < \alpha < 160^\circ$, эпюра изгибающего момента показана на рисунке 4.20д, и система обратится в механизм, показанный на рисунке 4.20е, когда

$$h_2 R_2 = M_T. \quad (4.6)$$

Отсюда, уравнение (4.6) и есть прямая в поверхности текучести, отвечающая за механизм, показанный на рисунке 4.20е.

Формула, определяющая вектор предельной нагрузки, для данного механизма:

$$F_T = \frac{M_T}{h_2 \sin(\alpha)}$$

Дальнейший анализ показывает, что уравнения (4.5) и (4.6) имеют симметричность относительно начала координат. Полученные четыре пересекающихся уравнения образуют поверхность текучести, показанную на рисунке 4.21. Для такой рамы также была определена поверхность текучести численным методом псевдожесткостей п. 2.2. Поверхность текучести показана на рисунке 4.21а, и результаты показаны на таблице Таблица 4.4.

Таблица 4.4

Результаты построения поверхности текучести рамы (Рис. 4.21а), методом псевдожесткостей

α°	F_T , кН	R_{Tx} , кН	R_{Ty} , кН
0	61.895	61.895	0.000
10	46.116	45.415	8.008
20	37.695	35.421	12.892
30	32.709	28.326	16.354
40	29.674	22.731	19.074
45	28.679	20.279	20.279
50	27.940	17.959	21.403
60	27.176	13.588	23.535
70	27.249	9.320	25.605
80	28.187	4.895	27.759
90	30.154	0.000	30.154
100	33.496	-5.816	32.987
110	38.990	-13.335	36.638
120	48.447	-24.224	41.956
130	66.603	-42.811	51.021
135	83.168	-58.809	58.809
140	92.330	-70.729	59.348
150	122.068	-105.714	61.034
160	180.979	-170.065	61.898
170	98.584	-97.086	17.119
180	61.895	-61.895	0.000

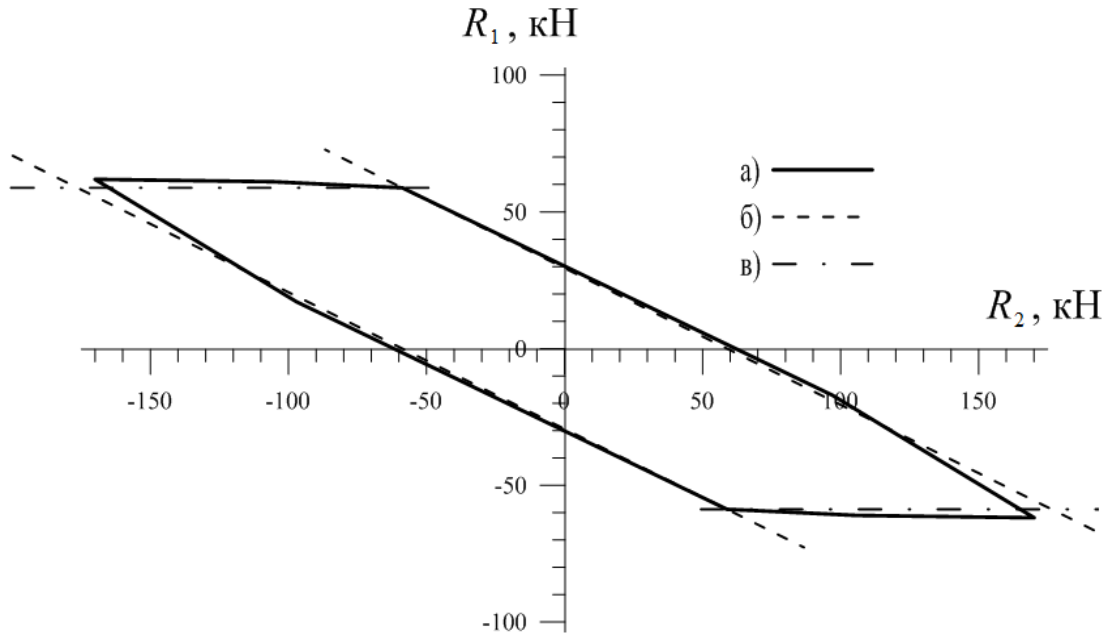


Рис. 4.21. Поверхность текучести четвёртой рамы: а) полученная методом псевдожесткостей; б) уравнение (4.5); в) уравнение (4.6)

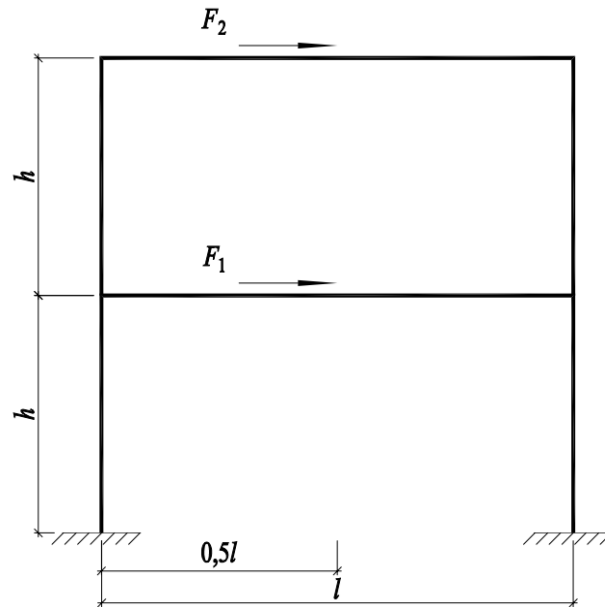


Рис. 4.22. Пятая исследуемая рама

Пятая исследуемая рама показана на рисунке 4.22. Для такой рамы была определена поверхность текучести численным методом псевдожесткостей п. 2.2. Поверхность текучести показана на рисунке 4.23 и результаты показаны на таблице 4.5.

Результаты построения поверхности текучести рамы (Рис. 4.22), методом псевдожесткостей

α°	F_T , кН	R_{Tx} , кН	R_{Ty} , кН
0	257.863	257.863	0.000
10	220.861	217.506	38.352
20	196.198	184.366	67.104
30	185.815	160.921	92.908
40	183.551	140.608	117.984
45	176.912	125.096	125.096
50	172.206	110.692	131.917
60	167.486	83.743	145.047
70	168.246	57.544	158.100
80	174.428	30.289	171.778
90	186.344	0.000	186.344
100	205.515	-35.687	202.393
110	239.146	-81.793	224.724
120	293.007	-146.504	253.752
130	327.428	-210.467	250.824
140	393.683	-301.579	253.055
150	503.101	-435.698	251.551
160	435.941	-409.651	149.101
170	320.012	-315.150	55.570
180	257.863	-257.863	0.000

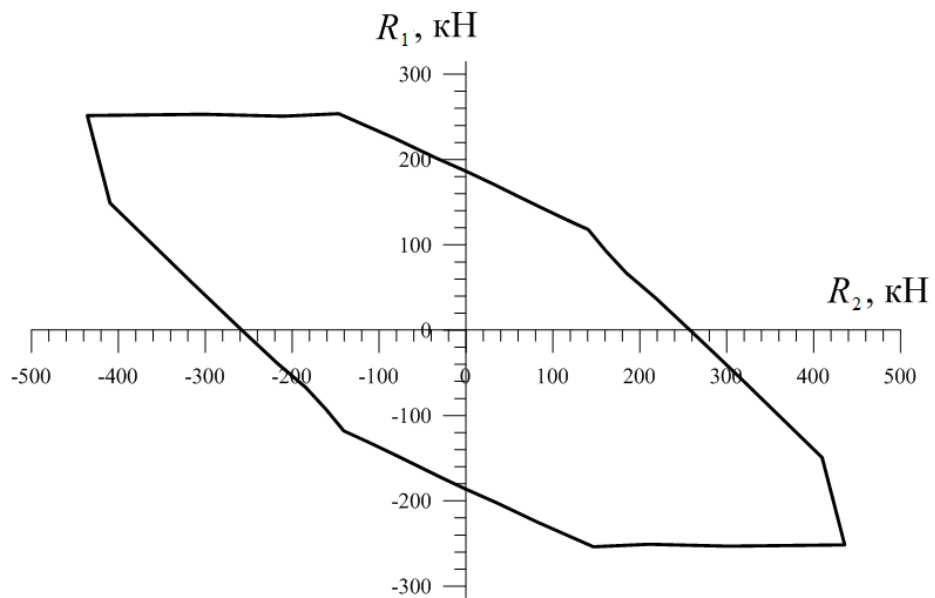


Рис. 4.23. Поверхность текучести пятой рамы, полученная методом псевдожесткостей

Как видно из рисунка 4.24, поверхности текучести рамных конструкций имеют вид многоугольников. Чем больше статически неопределима рама и чем больше число вариантов ее механизмов, тем глаже поверхность текучести. Аппроксимация поверхности текучести эллипсом подходит для некоторых рамных конструкций, но эта аппроксимация дает погрешность в результатах в пределах между 10..20% от результатов соответствующих моделям, которые приняты за точные (эталонные) в ПК «ANSYS». Такая погрешность в инженерных расчетах приемлема. Если требуется более высокая точность расчета рамных конструкций, то следует использовать развитие макромодели для многоугольных поверхностей текучести, с учетом угловых сингулярных точек, предложенное ниже в данной главе.

4.2. Проверка постулата Друкера в поверхностях текучести рамных конструкций

Проверим постулат Друкера о том, что вектор пластических скоростей $\dot{U}^{(p)}$ направлен по нормали к поверхности текучести (см. п.1.2.1).

Из (1.11) и постулата Друкера п.1.2.1 следует:

$$\frac{\partial F}{R_x} R_x + \frac{\partial F}{R_y} R_y = 0. \quad (4.7)$$

Предположим, что $\bar{R} = const$, и в системе происходит процесс накопления лишь пластических деформаций $U^{(p)}$. Тогда

$$\begin{aligned} U_x^{(p)} &= K \frac{\partial F}{R_x}; \\ U_y^{(p)} &= K \frac{\partial F}{R_y}. \end{aligned} \quad (4.8)$$

где K – коэффициент пропорциональности.

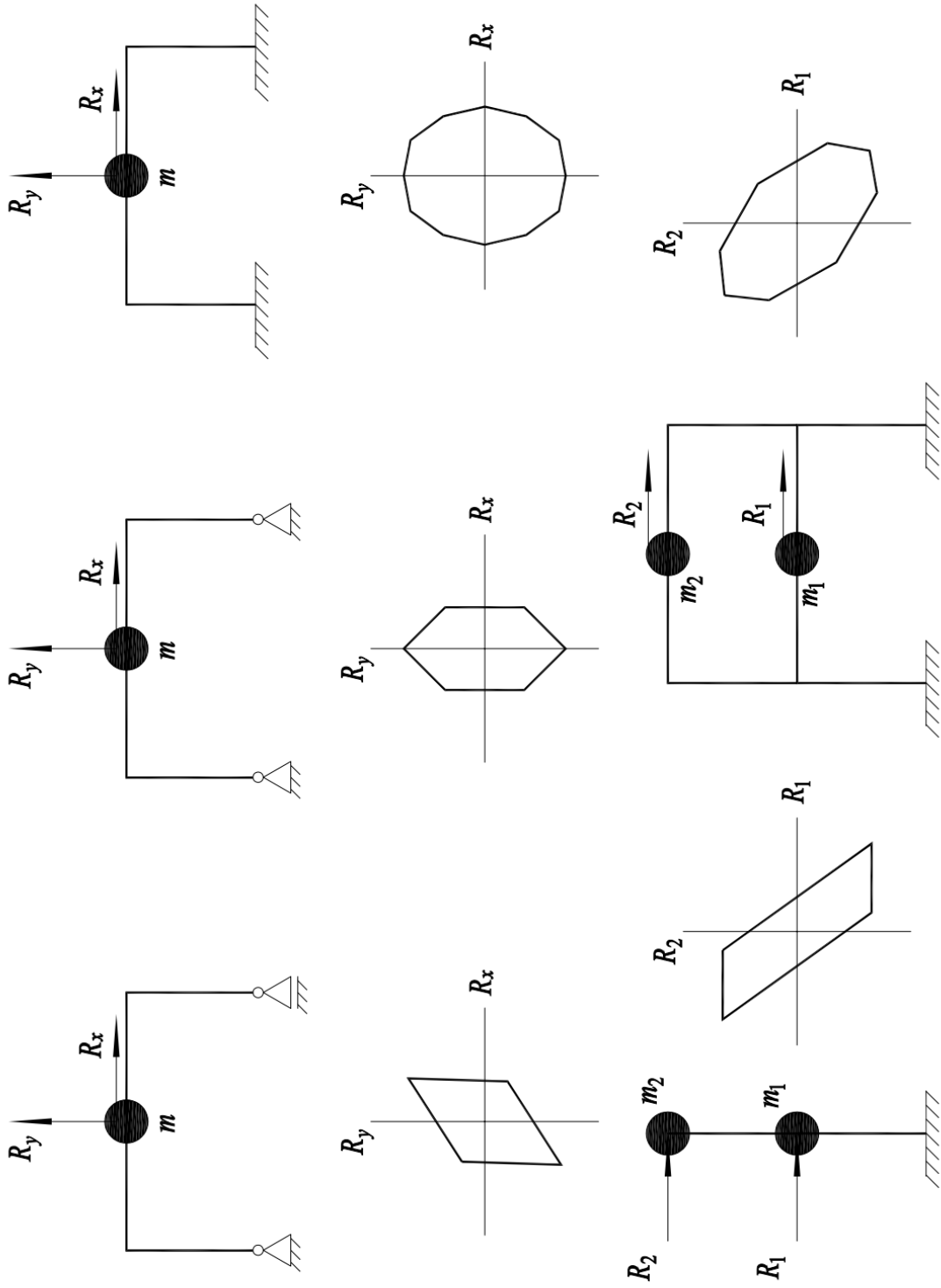


Рис. 4.24. Поверхности текучести различных рамных конструкций

Проверка постулата Друкера в данном разделе заключается в проверке равенства отношения $U_x^{(p)} / U_y^{(p)}$, полученного по (4.8) от (4.1) – (4.6), с

отношением $U_x^{(p)} / U_y^{(p)}$, полученным кинематическим анализом механизмов (4.1) – (4.6).

Для механизма (4.1) по (4.8) получим

$$U_x^{(p)} = K \frac{\partial F}{R_x} = Kh;$$

$$U_y^{(p)} = K \frac{\partial F}{R_y} = 0;$$

$$\Rightarrow \frac{U_x^{(p)}}{U_y^{(p)}} = Kh/0 = \infty.$$

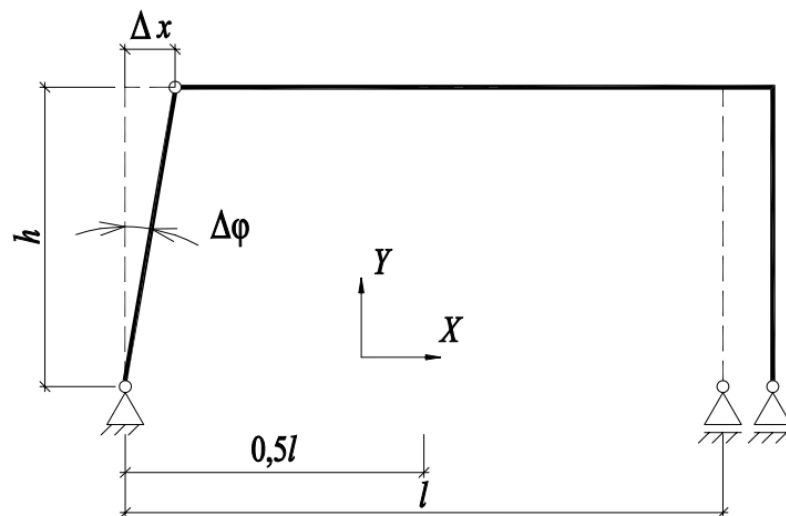


Рис. 4.25. Кинематический анализ механизма (4.1)

При кинематическом анализе механизма (4.1), показанного на рисунке 4.25, получим

$$\begin{aligned}
 U_x^{(p)} &= \Delta x = \Delta\phi h; \\
 U_y^{(p)} &= \Delta y = 0; \\
 \Rightarrow \frac{U_x^{(p)}}{U_y^{(p)}} &= \frac{\Delta\phi h}{0} = \infty.
 \end{aligned}$$

Для механизма (4.2) по (4.8) получим

$$\begin{aligned}
 U_x^{(p)} &= K \frac{\partial F}{R_x} = -2Kh; \\
 U_y^{(p)} &= K \frac{\partial F}{R_y} = Kl; \\
 \Rightarrow \frac{U_x^{(p)}}{U_y^{(p)}} &= -2Kh/Kl = -2h/l.
 \end{aligned}$$

При кинематическом анализе механизма (4.2), показанного на рисунке 4.26, получим

$$\begin{aligned}
 U_x^{(p)} &= \Delta x = -\Delta\phi h; \\
 U_y^{(p)} &= \Delta y = \Delta\phi 0,5l; \\
 \Rightarrow \frac{U_x^{(p)}}{U_y^{(p)}} &= -\Delta\phi h / \Delta\phi 0,5l = -2h/l.
 \end{aligned}$$

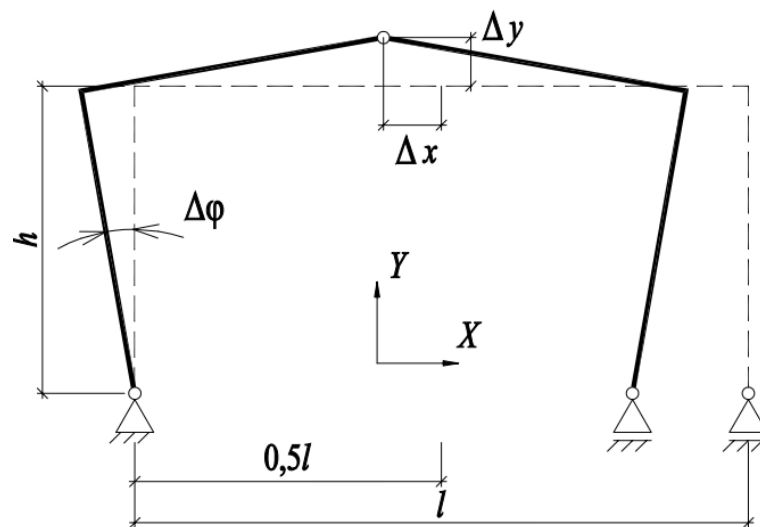


Рис. 4.26. Кинематический анализ механизма (4.2)

Для механизма (4.3) по (4.8) получим

$$U_x^{(p)} = K \frac{\partial F}{R_x} = Kh;$$

$$U_y^{(p)} = K \frac{\partial F}{R_y} = 0;$$

$$\Rightarrow \frac{U_x^{(p)}}{U_y^{(p)}} = Kh/0 = \infty.$$

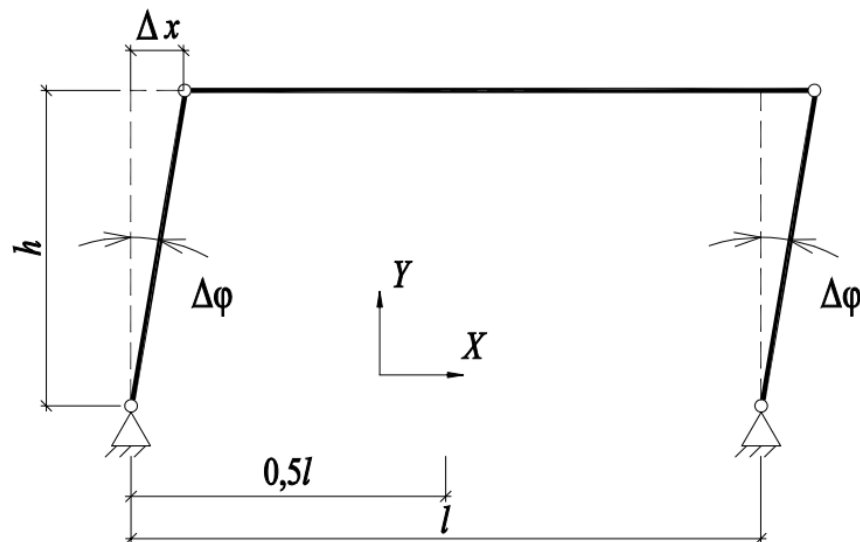


Рис. 4.27. Кинематический анализ механизма (4.3)

При кинематическом анализе механизма (4.3), показанного на рисунке 4.27, получим

$$U_x^{(p)} = \Delta x = \Delta\phi h;$$

$$U_y^{(p)} = \Delta y = 0;$$

$$\Rightarrow \frac{U_x^{(p)}}{U_y^{(p)}} = \Delta\phi h/0 = \infty.$$

Для механизма (4.4) по (4.8) получим

$$U_x^{(p)} = K \frac{\partial F}{R_x} = 2Kh;$$

$$U_y^{(p)} = K \frac{\partial F}{R_y} = Kl;$$

$$\Rightarrow \frac{U_x^{(p)}}{U_y^{(p)}} = 2Kh/Kl = 2h/l.$$

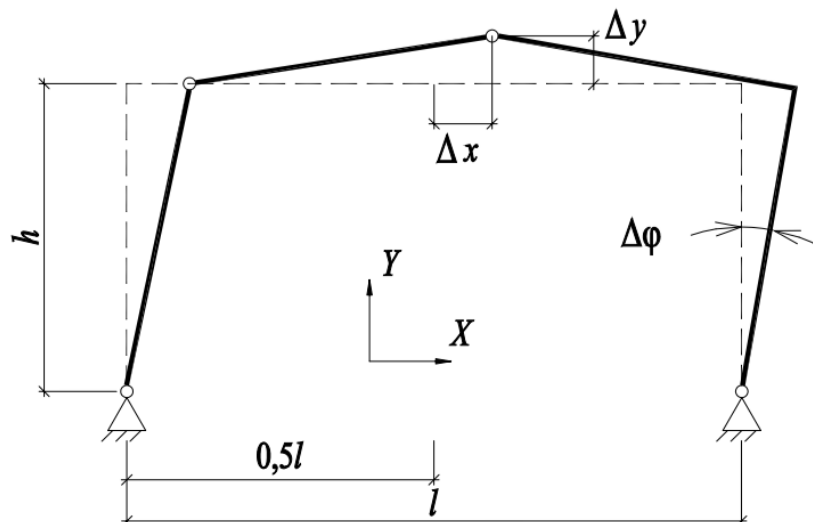


Рис. 4.28. Кинематический анализ механизма (4.4)

При кинематическом анализе механизма (4.4), показанного на рисунке 4.28, получим

$$\begin{aligned}
 U_x^{(p)} &= \Delta x = \Delta\varphi h; \\
 U_y^{(p)} &= \Delta y = \Delta\varphi 0,5l; \\
 \Rightarrow \frac{U_x^{(p)}}{U_y^{(p)}} &= \frac{\Delta\varphi h}{\Delta\varphi 0,5l} = 2h/l.
 \end{aligned}$$

Для механизма (4.5) по (4.8) получим

$$\begin{aligned}
 U_1^{(p)} &= K \frac{\partial F}{R_x} = Kh_1; \\
 U_2^{(p)} &= K \frac{\partial F}{R_y} = K(h_1 + h_2); \\
 \Rightarrow \frac{U_1^{(p)}}{U_2^{(p)}} &= \frac{Kh_1}{K(h_1 + h_2)} = \frac{h_1}{(h_1 + h_2)}.
 \end{aligned}$$

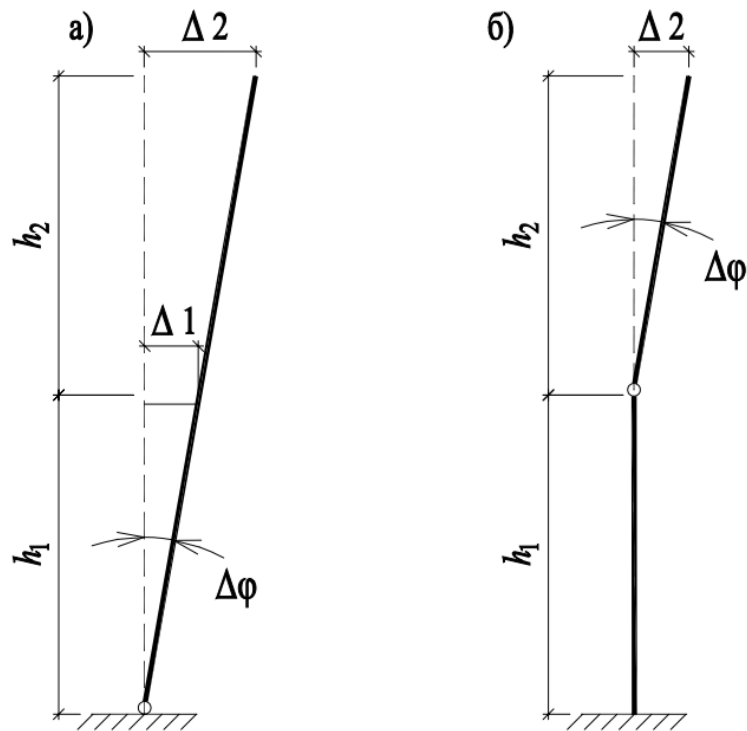


Рис. 4.29. Кинематический анализ: а) механизма (4.5); б) механизма (4.6)

При кинематическом анализе механизма (4.5), показанного на рисунке 4.29а, получим

$$\begin{aligned}
 U_1^{(p)} &= \Delta 1 = \Delta \varphi h_1; \\
 U_2^{(p)} &= \Delta 2 = \Delta \varphi (h_1 + h_2); \\
 \Rightarrow U_1^{(p)} / U_2^{(p)} &= \Delta \varphi h_1 / \Delta \varphi (h_1 + h_2) = h_1 / (h_1 + h_2).
 \end{aligned}$$

Для механизма (4.6) по (4.8) получим

$$\begin{aligned}
 U_1^{(p)} &= K \frac{\partial F}{R_x} = 0; \\
 U_2^{(p)} &= K \frac{\partial F}{R_y} = Kh_2; \\
 \Rightarrow U_1^{(p)} / U_2^{(p)} &= 0 / Kh_2 = 0.
 \end{aligned}$$

При кинематическом анализе механизма (4.6), показанного на рисунке Рис. 4.29б, получим

$$\begin{aligned}
 U_1^{(p)} &= \Delta 1 = 0; \\
 U_2^{(p)} &= \Delta 2 = \Delta \phi h_2; \\
 \Rightarrow U_1^{(p)} / U_2^{(p)} &= 0 / \Delta \phi h_2 = 0.
 \end{aligned}$$

Как мы видим, постулат Друкера выполняется в поверхностях текучести рамных конструкций.

4.3. Развитие макромодели для учета сингулярности в поверхностях текучести рамных конструкций

Как было ранее доказано, поверхности текучести рамных конструкций имеют вид многоугольников. Таким образом, можно сказать, что аппроксимация поверхности текучести эллипсом не очень точная для рамных конструкций. Поэтому требуется уточнение созданной макромодели. Модель требует приспособления к многоугольным поверхностям текучести, с учетом угловых сингулярных точек.

Поверхности текучести, имеющие вид многоугольника, аналитически описываются уравнением:

$$\begin{aligned}
 a_i R_1 + b_i R_2 &= c_i \\
 i &= 1, 2, \dots, n.
 \end{aligned} \tag{4.9}$$

где i – номер стороны многоугольника; n – число сторон многоугольника.

В (4.9) для каждого i

$$R_1 \in (R_{i,1}, R_{i+1,1}); R_2 \in (R_{i,2}, R_{i+1,2}) \tag{4.10}$$

где $R_{i,1}, R_{i,2}$ – компоненты векторов \bar{R}_i , соединяющих начало координат с $i^{\text{ым}}$ углом многоугольника текучести.

При движении \bar{R} по многоугольнику текучести возможно возникновение двух различных ситуаций:

а) если

$$R_z \in (R_{i,z}, R_{i+1,z}), \quad z = 1, 2,$$

то вектор скоростей пластических перемещений $\dot{U}^{(p)}$ направлен по нормали к $i^{\text{ой}}$ стороне многоугольника текучести. В этом случае, параметры ψ_1, ψ_2 [45] константы:

$$\psi_1 = a_i, \quad \psi_2 = b_i \quad (4.11)$$

б) если

$$\bar{R} = \bar{R}_i, \quad (4.12)$$

то $\dot{U}^{(p)}$ находится в секторах $A_i B_i C_i$ (см. Рис. 4.30). Уравнение (1.8) переходит в (4.12) исходя из чисто формальных соображений. Действительно, если $\dot{U}^{(p)}$ находится в секторах, образованных перпендикулярами к сторонам многоугольника текучести, проведенными из угловых точек, то вектор $\dot{U}^{(e)}$ равен нулю. Следовательно, из (8) в [45]

$$\dot{U}_z = \dot{U}_z^{(p)} = K \psi_z, \quad z = 1, 2 \quad (4.13)$$

где K – коэффициент пропорциональности.

Подставляя (4.13) в формулу (1.8), получаем

$$\dot{R}_1 = \dot{R}_2 = 0, \quad (4.14)$$

что равносильно (4.12).

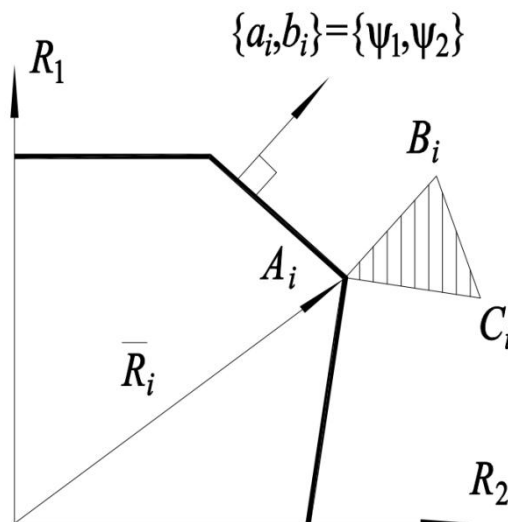


Рис. 4.30. Развитие макромодели для многоугольных поверхностей текучести

Результаты исследования поверхностей текучести для рамных конструкций и также развитие метода макромоделли для учета сингулярности в поверхностях текучести рам были опубликованы в [32, 35].

Приближенная аппроксимация поверхностей текучести рамных конструкций:

Из рисунка 4.24 видно, что некоторые поверхности текучести рамных конструкций можно аппроксимировать в виде эллипса. При этом, некоторые поверхности имеют вид повернутого эллипса. Из уравнений аналитической алгебры [23], при повороте системы координат на угол θ , имеем:

$$\begin{cases} x' = x \cos \theta + y \sin \theta \\ y' = -x \sin \theta + y \cos \theta \end{cases} \quad (4.15)$$

Тогда уравнения поверхности текучести, в виде повернутого эллипса, будет:

$$\frac{(R_x \cos \theta + R_y \sin \theta)^2}{R_{Tx}^2} + \frac{(-R_x \sin \theta + R_y \cos \theta)^2}{R_{Ty}^2} = 1. \quad (4.16)$$

По (1.13) из (4.16) находим коэффициенты ψ_1, ψ_2

$$\begin{aligned} \psi_1 &= \frac{2(R_x \cos \theta + R_y \sin \theta) \cos \theta}{R_{Tx}^2} + \frac{2(-R_x \sin \theta + R_y \cos \theta)^2 (-\sin \theta)}{R_{Ty}^2}; \\ \psi_2 &= \frac{2(R_x \cos \theta + R_y \sin \theta) \sin \theta}{R_{Tx}^2} + \frac{2(-R_x \sin \theta + R_y \cos \theta)^2 \cos \theta}{R_{Ty}^2}. \end{aligned} \quad (4.17)$$

Коэффициенты ψ_1, ψ_2 (4.17) уже введены в программе расчета на МРЗ с использованием макромоделли, которая создана в ПК «*Matlab*» п. 3.3.

Результаты тестового примера расчета на МРЗ конструкции с поверхностью текучести, в виде повернутого эллипса, показаны на рисунке 4.31.

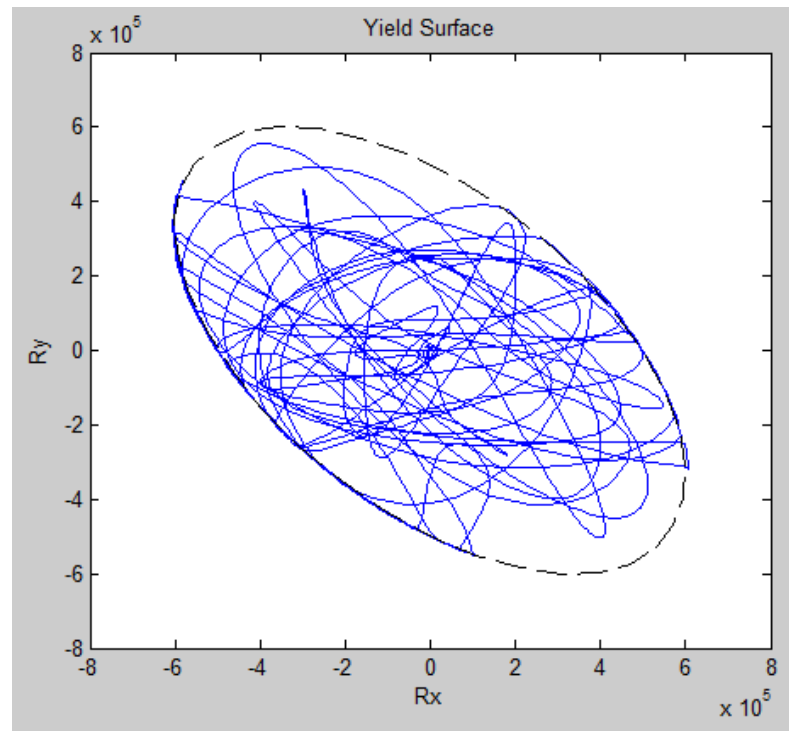


Рис. 4.31. Поверхности текучести в виде повернутого эллипса

4.4. Реализация алгоритма макромоделли для случая поверхности текучести в виде многоугольника

В данном подразделе реализована программа в ПК «*Matlab*» для расчета, с использованием макромоделли, консоли с двумя степенями свободы (см. Рис. 4.32а). Поверхность текучести таких конструкций имеют вид ромба (см. Рис. 4.32б).

Особенность создания алгоритма расчета с такими поверхностями текучести заключается в учете ломаного вида поверхности текучести, что означает необходимость следить за уравнением каждого участка. На каждом участке коэффициенты ψ_1, ψ_2 будут разными. Вторая особенность – это учет точки сингулярности на поверхности текучести.

Уравнения (4.6) и (4.5) отвечают за линии 1 и 2 на рисунке 4.32б. Линии 3 и 4 симметричны относительно 1 и 2, и их уравнения имеют вид (4.18) и (4.19).

$$h_1 R_1 + (h_1 + h_2) R_2 = -M_T; \quad (4.18)$$

$$h_2 R_2 = -M_T. \quad (4.19)$$

Используя формулу (1.13) находим коэффициенты ψ_1, ψ_2 для каждого участка поверхности. При этом, все коэффициенты ψ_1, ψ_2 в данном случае будут константами.

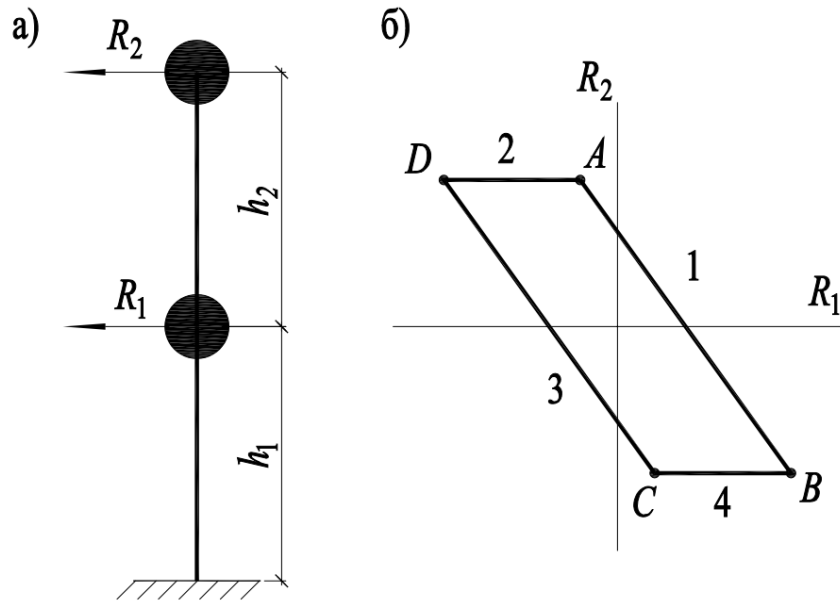


Рис. 4.32. Расчетная схема и поверхность течения консоли с двумя степенями свободы

Вторая задача состоит в определении координат точек A, B, C и D на рисунке 4.32б. Подставляя (4.6) в (4.5), получаем координату точки A по оси абсцисс

$$\begin{aligned} \frac{M_T}{h_2} (h_1 + h_2) + R_1 h_1 &= M_T; \\ \Rightarrow R_1 &= -\frac{M_T}{h_2}. \end{aligned}$$

Выполняя аналогичные действия, получаем все координаты всех точек поверхности течения (4.20).

$$\begin{aligned} (A) &= \left(-\frac{M_T}{h_2}, \frac{M_T}{h_2} \right); \\ (B) &= \left(-\frac{M_T (h_1 + 2h_2)}{h_1 h_2}, \frac{M_T}{h_2} \right); \\ (C) &= \left(\frac{M_T}{h_2}, -\frac{M_T}{h_2} \right); \\ (D) &= \left(-\frac{M_T (h_1 + 2h_2)}{h_1 h_2}, \frac{M_T}{h_2} \right). \end{aligned} \tag{4.20}$$

Последняя задача разработки алгоритма состоит в нахождении условия разгрузки для каждого участка поверхности текучести и для каждой точки сингулярности.

Соблюдая все вышеуказанное, в ПК «*Matlab*» была реализована программа для расчета с использованием макромоделли консоли с двумя степенями свободы. Интерфейс программы и результаты тестового примера расчета на МРЗ показаны на рисунке 4.33.

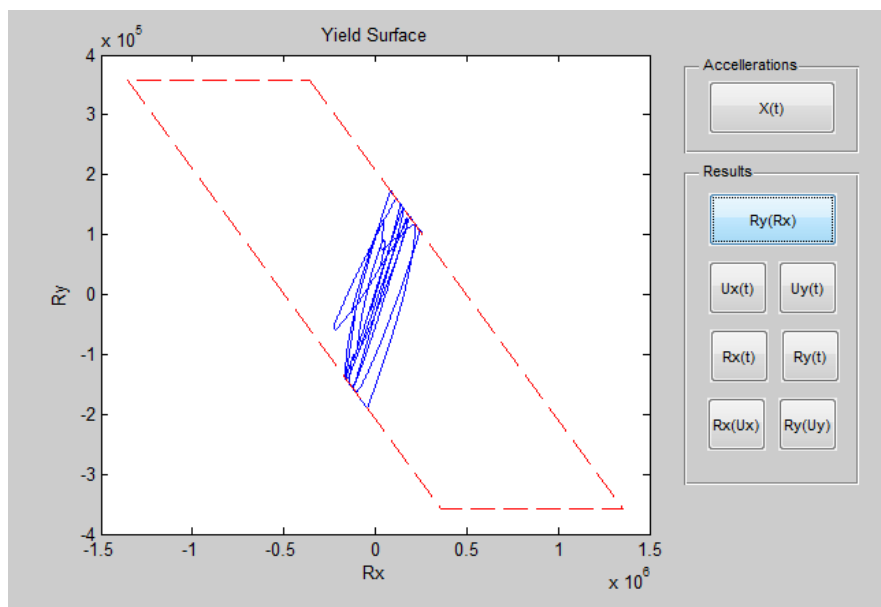


Рис. 4.33. Интерфейс программы для случая поверхности текучести в виде многоугольника в ПК «*Matlab*»

По аналогии создания предыдущей программы можно реализовать макромоделль в ПК «*Matlab*» для любых видов многоугольных поверхностей текучести.

4.5. Сущность сравнения расчетов систем по модели с одной степенью свободы и по макромоделли

В этом подразделе выясним суть учета второй степени свободы при расчете на МРЗ. При сравнении расчетов с использованием модели с одной степенью свободы и расчетов с использованием макромоделлей, мы сравниваем совершенно разные модели, как будет показано ниже.

С целью правильного сравнения систем с одной и двумя степенями свободы, допустим, что мы имеем однопролетную раму с сосредоточенной

приведенной массой в середине ее пролета. Материал такой рамы подчиняется диаграмме Прандтля без упрочнения. Такая рама имеет две степени свободы: по горизонтали и по вертикали. В расчетах часто пренебрегают вертикальной степенью свободы. Расчет, в таком случае, производится с помощью упругопластической модели с одной степенью свободы.

$$m\ddot{x} + R(x, \dot{x}) = -m\ddot{x}_g(t).$$

Рассмотрим реакции системы (рамы), в случае расчета по одной степени свободы, и учтем присутствие вертикальной реакции системы от собственного веса $R_{\text{вес}}$ (см. Рис. 4.34). Поверхность текучести для модели с одной степенью свободы имеет вид прямоугольника. Точка B на этой поверхности соответствует предельной нагрузке системы по горизонтальному направлению $Rt_{\text{гор.}}$. Когда вектор реакции системы \bar{R} достигает точки B , то рама превращается в механизм. Реакция рамы будет постоянной, а перемещения будут расти.

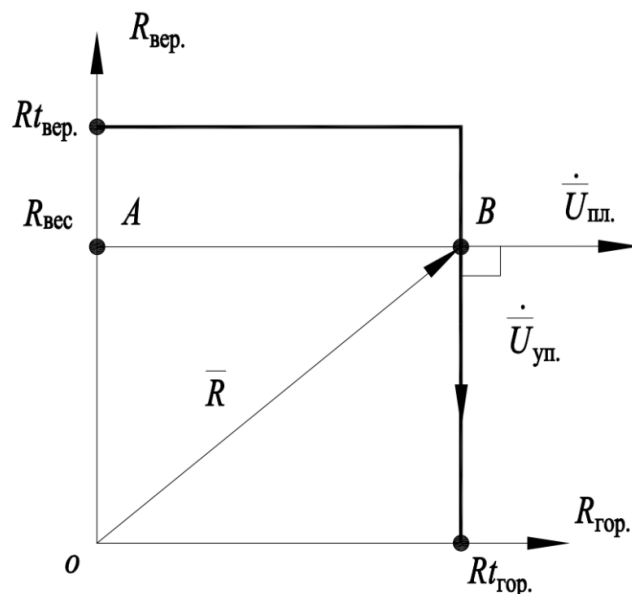


Рис. 4.34. Расчет на МРЗ с учетом одной степени свободы

На протяжении всего воздействия землетрясения $\ddot{x}_g(t)$ вектор реакции системы \bar{R} всегда будет находиться на участке AB . При этом, вертикальная реакция будет постоянной.

Рассмотрим реакции системы (рамы) от воздействия землетрясения $\ddot{x}_g(t)$ по горизонтали, но с учетом реальной поверхности текучести (см. Рис. 4.35).

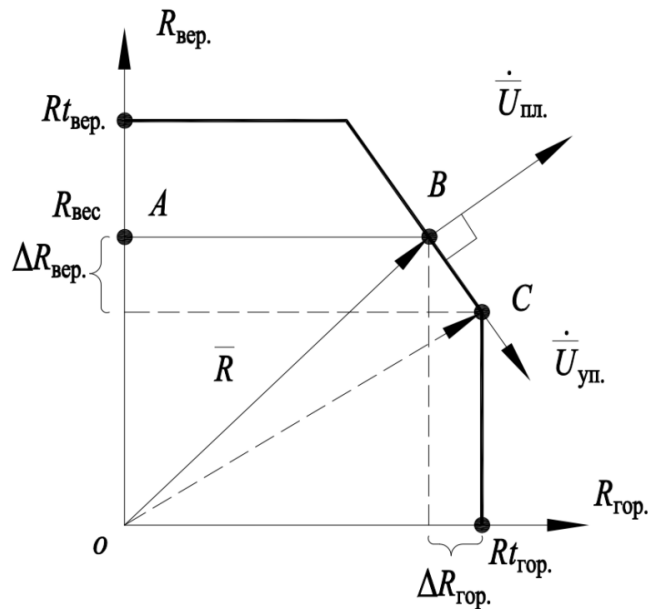


Рис. 4.35. Расчет на МРЗ, с учетом реальной поверхности текучести

Учет собственного веса даст вертикальную реакцию рамы $R_{\text{вес}}$. Под воздействием $\ddot{x}_g(t)$ вектор реакции системы \bar{R} достигает точки B , и тогда рама превращается в механизм. Когда перемещения будут расти, то произойдет изменение реакции рамы и вектор реакции системы \bar{R} будет двигаться по поверхности текучести и дойдет до точки C . Вертикальная реакция рамы получит изменение $\Delta R_{\text{вер.}}$. Это связано с допущениями макромодели о направлении вектора скорости пластических перемещений $\dot{U}_{\text{пл.}}$. Этот вектор должен быть перпендикулярным к участку поверхности текучести рамы (см. Рис. 4.35). Если участок поверхности наклонный, тогда вектор скорости горизонтальных перемещений \dot{U} будет перемещаться по поверхности текучести за счет наличия упругих перемещений, направленных вдоль грани поверхности текучести. Именно, этот эффект не учитывается при расчете с помощью модели с одной степенью свободы.

Выводы

1. Выполнено исследование поверхностей текучести различных рамных конструкций. Показано, что эти поверхности имеют вид многоугольников.
2. Выполнено развитие макромоделей позволяющее учитывать сингулярность (наличие угловых точек) в поверхностях текучести рамных конструкций.
3. Разработаны алгоритм и программа для учета сингулярности в поверхностях текучести рам при расчетах с использованием макромоделей.
4. Описана сущность сравнения расчетов систем по модели с одной степенью свободы и по макромоделей.

5. РАЗРАБОТКА МЕТОДА РАСЧЕТА РАМНЫХ КОНСТРУКЦИЙ НА МРЗ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МАКРОМОДЕЛИ

После проверки адекватности макромоделей, ее реализации и после исследования поверхностей текучести рамных конструкций стало необходимо создать метод расчета реальных рамных конструкций. В данной главе предлагается метод расчета рамных конструкций на МРЗ с использованием макромоделей.

Вначале демонстрируется способ определения упругих жесткостей рамных конструкций. Затем исследуются способы определения приведенной массы рамных конструкций, чтобы привести распределенную массу элементов рамы к сосредоточенной массе. Наконец, пошагово описывается метод расчета рамных конструкций на МРЗ с использованием макромоделей.

5.1. Определение упругих жесткостей рамных конструкций

Одним из исходных данных, необходимых для расчета по методу макромоделей, являются упругие жесткости системы D_{ij} . Их можно найти из упругого расчета системы. В данной работе используется метод нахождения податливостей т.е., перемещения точки, в которой находится приведенная масса, от действия единичных сил по направлениям степеней свободы. После получения матрицы податливости системы составляется матрица упругих жесткостей, и она будет равна обратной матрице податливости.

В качестве примера, определим матрицу упругих жесткостей рамы, показанной на рисунке 5.1. Направляем единичную силу по оси X в точку приложения приведенной массы (см. Рис. 5.1), и находим перемещения этой точки по обеим осям из статического упругого расчета. Эти перемещения и будут равны коэффициенты податливости δ_{11}, δ_{12} . Аналогично выполняем статический упругий расчет для случая направленной по оси Y единичной

силы. Решая вторую задачу, находим коэффициенты податливости δ_{21}, δ_{22} (см. Рис. 5.2).

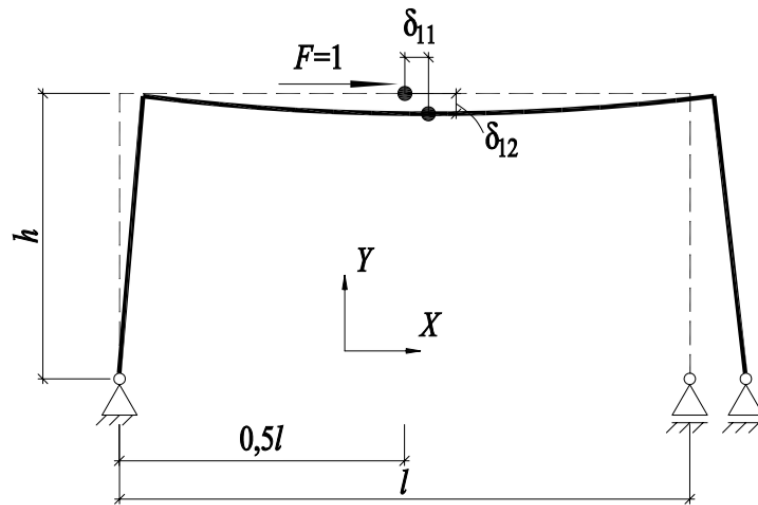


Рис. 5.1. Определение податливости от действия единичной силы по оси X

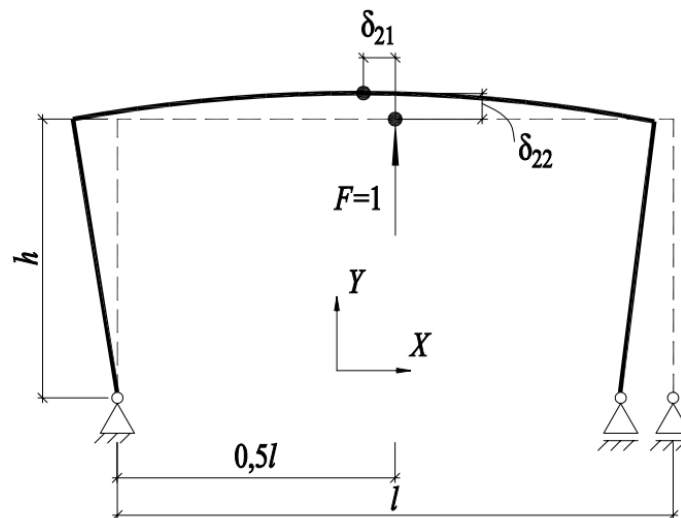


Рис. 5.2. Определение податливости от действия единичной силы по оси Y

При определении матрицы податливости, определяется матрица упругих жесткостей как обратная матрица податливости (5.1).

$$D_{ik} = \begin{pmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} \\ \delta_{21} & \delta_{22} \end{pmatrix}^{-1}. \quad (5.1)$$

Отметим, что здесь необходимо следить за единицами измерения. Рекомендуем использовать единицы измерения системы СИ. Если единичные силы измеряются в Килоньютонах, то полученную матрицу упругих жесткостей необходимо умножить на 10^{-3} .

5.2. Определение приведенной массы рамных конструкций

В реальных конструкциях масса элементов является распределенной, а для упрощения расчетов массу считают сосредоточенной массой. Если динамический расчет учитывает только одну степень свободы, то распределенная масса сводится к одной сосредоточенной массе, колеблющейся по одному направлению. В случае динамических расчетов по двум степеням свободы, например при учете горизонтальной и вертикальной составляющих, распределенная масса сводится к одной сосредоточенной массе, колеблющейся по двум направлениям. Данная масса имеет разные величины инерции по каждому направлению. Такая масса называется приведенной массой конструкции.

В качестве примера определения массы рамных конструкций рассмотрим приведенную массу рамы, изображенной на рисунке 5.3. Каждый элемент рамы имеет распределенную массу (см. Рис. 5.3), где m_p – распределенная масса ригеля; $m_{ст}$ – распределенная масса стойки. Для выполнения динамического расчета рамы, по двум степеням свободы (см. Рис. 5.3), необходимо свести все массы ее элементов к приведенной массе $m_{пр}$ (см. Рис. 5.4). Приведенная масса будет иметь два разных значения массы по каждой степени свободы $m_{пр,x} m_{пр,y}$.

В строительной механике существуют разные подходы определения приведенной массы. Самый известный подход определяет приведенную массу на основании теоремы об изменении кинетической энергии. Кинетическая энергия в этом подходе находится по формам колебаний каждой массы, но этот подход применяется в случае упругих колебаний систем. Такой подход подробно описан в книге Шиманского Ю.А. [74].

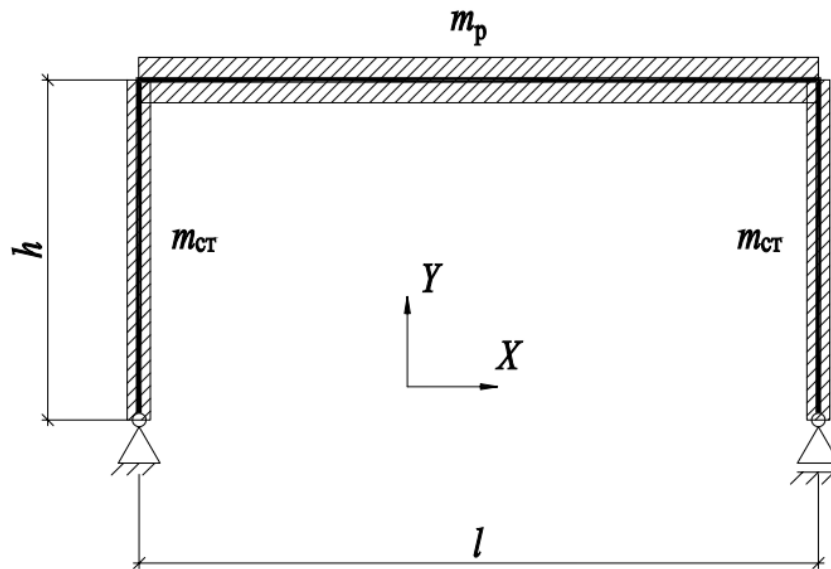


Рис. 5.3. Распределенные массы элементов рамы

При упругой работе рамных конструкций, в методе макромоделей, приведенная масса определяется по вышеуказанному методу или по общим принципам строительной механики, и подробно на этом останавливаться не будем.

В данной работе, в целях уточнения результатов метода макромоделей, определяется еще одна приведенная масса, соответствующая пластической работе рамы, т.к. в раме, превратившейся в механизм, участвует в движении механизма рамы уже другая масса. В данной работе предлагается методика определения такой приведенной массы подходом теории механизмов и машин (ТММ).

В ТММ уравнения движения механизмов с одной степенью свободы получаются на основании теоремы об изменении кинетической энергии всех их звеньев T_i . Эти уравнения движения представляются довольно громоздкими, вследствие необходимости производить суммирование по n звеньями и m силами. Для таких механизмов можно получить более простую форму записи уравнений движения. С этой целью уравнение движения механизма заменяется тождественным ему уравнением одного звена или одной точки звена, которое движется так, что его обобщенная координата совпадает, в любой момент времени, с обобщенной координатой механизма.

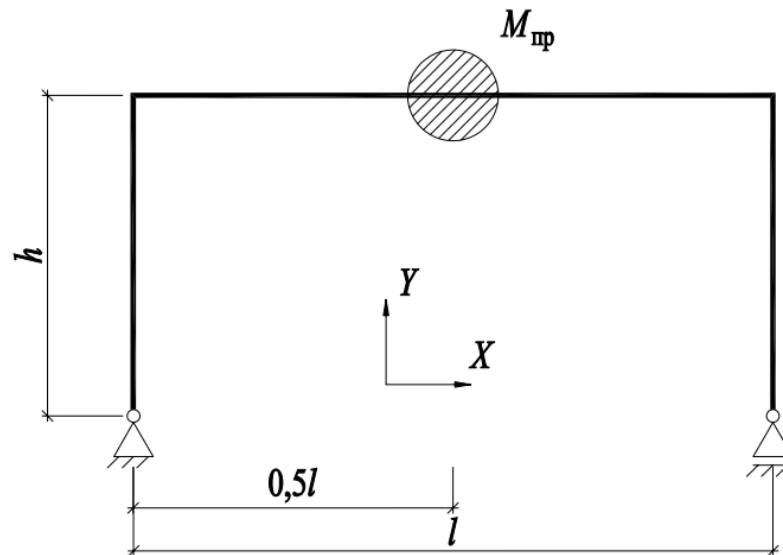


Рис. 5.4. Приведенная масса элементов рамы

Пусть, например, начальное звено механизма совершает вращательное движение. Тогда уравнение движения механизма можно заменить тождественным ему уравнением движения одного вращающегося звена, называемого *звеном приведения*. Такой подход есть в работах Левитского Н.И. [26].

При плоском движении механизма кинетическая энергия звена, в нашем случае, кинетическая энергия диска

$$T_i = \frac{m_i \dot{x}_i^2}{2} + \frac{I_i \dot{\phi}_i^2}{2}. \quad (5.2)$$

где m_i – масса диска (звена); \dot{x}_i – модуль скорости центра масс диска (звена); $\dot{\phi}_i$ – модуль угловой скорости диска (звена); I_i – момент инерции диска (звена) относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения.

Приравняв кинетическую энергию движения основного диска (звеньев) механизма рамы к кинетической энергии движения приведенной массы мы определим приведенную массу $m_{пр}$ (см. Рис. 5.4).

Рассматривая первый механизм рамы (см. Рис. 5.5) мы видим что при движении механизма:

$$\dot{x} = h\dot{\phi}. \quad (5.3)$$

где \dot{x} – скорость поступательного движения по горизонтали;
 $\dot{\phi}$ – скорость поворота стойки.

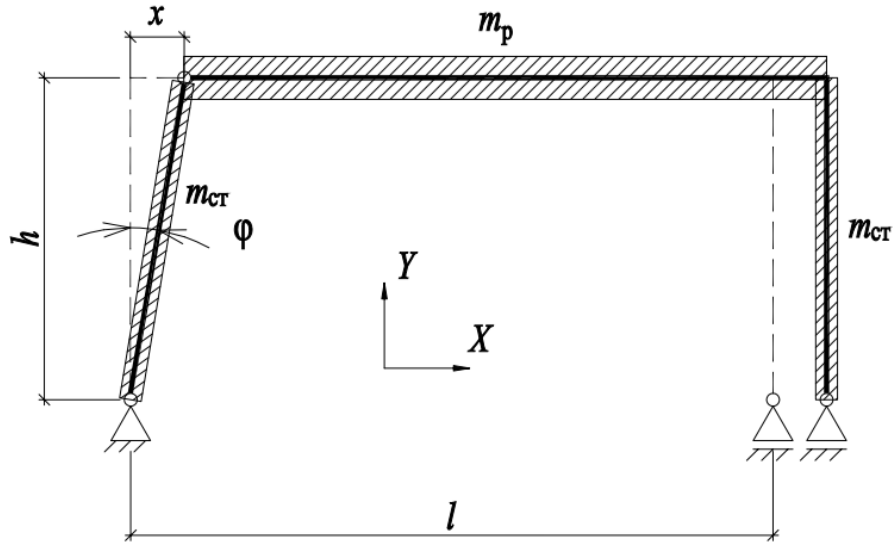


Рис. 5.5. Движение первого механизма

Запишем кинетическую энергию дисков при движении первого механизма

$$T_1 = \frac{I_0 \dot{\phi}^2}{2} + \frac{(m_{ст} + m_p) \dot{x}_i^2}{2} = \frac{I_0 \dot{\phi}^2}{2} + \frac{(m_{ст} + m_p) h^2 \dot{\phi}^2}{2}. \quad (5.4)$$

где I_0 – момент инерции левой стойки относительно левого шарнира.

Приведенная масса $m_{пр}$ (см. Рис. 5.4) с таким механизмом совершает поступательное движение по горизонтали.

Тогда кинетическая энергия приведенной массы $m_{пр}$

$$T_2 = \frac{m_{пр} \dot{x}_i^2}{2} = \frac{m_{пр} h^2 \dot{\phi}^2}{2}. \quad (5.5)$$

Приравняв кинетические энергии, получим приведенную массу первого механизма $m_{пр,1}$.

$$T_1 = T_2;$$

$$\frac{I_0 \dot{\phi}^2}{2} + \frac{(m_{ст} + m_p) h^2 \dot{\phi}^2}{2} = \frac{m_{пр} h^2 \dot{\phi}^2}{2};$$

$$\Rightarrow m_{пр,1} = (m_{ст} + m_p) + \frac{I_0}{h^2}. \quad (5.6)$$

Аналогично выполняем подход для второго механизма.

Рассматривая второй механизм рамы (см. Рис. 5.6) видим что при движении механизма мы имеем

$$\begin{aligned} \dot{x} &= h\dot{\varphi}; \\ \dot{y} &= 0,5l\dot{\varphi}. \end{aligned} \quad (5.7)$$

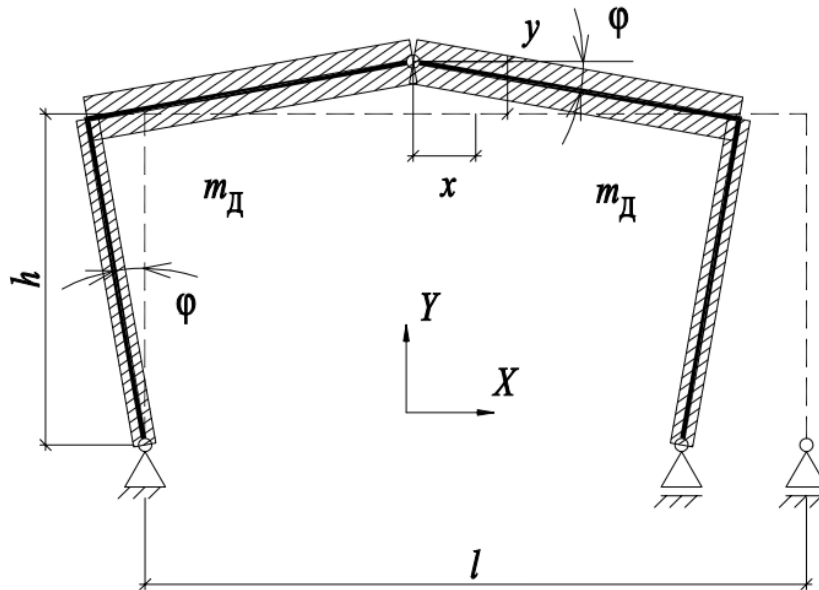


Рис. 5.6 Движение второго механизма

Запишем кинетическую энергию дисков при движении второго механизма

$$T_1 = \frac{I_{Д1}\dot{\varphi}^2}{2} + \frac{I_{Д2}\dot{\varphi}^2}{2}. \quad (5.8)$$

где $I_{Д1}$ – момент инерции левого диска относительно левого шарнира;
 $I_{Д2}$ – момент инерции правого диска относительно середины пролета; m_D – масса диска и она равна $m_D = m_{ст} + 0,5m_p$.

Приведенная масса $m_{пр}$ (см. Рис. 5.4) с таким механизмом совершает поступательное движение по горизонтали и вертикали.

Тогда кинетическая энергия приведенной массы $m_{пр}$

$$T_2 = \frac{m_{\text{пр}} \dot{x}_i^2}{2} + \frac{m_{\text{пр}} \dot{y}_i^2}{2} = \frac{m_{\text{пр}} h^2 \dot{\phi}^2}{2} + \frac{m_{\text{пр}} 0,25l^2 \dot{\phi}^2}{2}. \quad (5.9)$$

Приравняв кинетические энергии, получим приведенную массу второго механизма $m_{\text{пр},2}$.

$$T_1 = T_2;$$

$$\frac{I_{\text{Д1}} \dot{\phi}^2}{2} + \frac{I_{\text{Д2}} \dot{\phi}^2}{2} = \frac{m_{\text{пр}} h^2 \dot{\phi}^2}{2} + \frac{m_{\text{пр}} 0,25l^2 \dot{\phi}^2}{2};$$

$$\Rightarrow m_{\text{пр},2} = \frac{I_{\text{Д1}} + I_{\text{Д2}}}{h^2 + 0,25l^2}. \quad (5.10)$$

5.3. Переход к критерию прочности (переход от перемещений к деформациям)

В работах [89, 90, 91] экспериментальным путем определялись максимальные пластические деформации в элементах строительных конструкций.

В статье [49] авторами предложен алгоритм, позволяющий связать величину коэффициента пластичности K_{μ} рассматриваемой системы с уровнем деформаций. Авторами была получена связь между коэффициентом пластичности и деформациями для случая консольной балки.

$$K_{\mu} = \frac{3}{\gamma(m+2)} \frac{\varepsilon_{\text{max}}}{\varepsilon_T}; \quad (5.11)$$

где K_{μ} – коэффициент пластичности для консольной балки; γ – коэффициент, зависящий от формы поперечного сечения элемента; m – постоянная; ε_{max} – максимальная относительная деформация консоли; ε_T – относительная деформация соответствующая пределу текучести.

Коэффициент пластичности K_{μ} представляет собой отношение максимального динамического прогиба U_{max} к прогибу, соответствующему превращению системы в механизм U_T [49].

$$K_{\mu} = U_{\max} / U_T. \quad (5.12)$$

Тогда из (5.11) и (5.12) можно получить формулу для перехода от перемещений к деформациям для консольной балки. Такая формула будет иметь вид (5.13).

$$\varepsilon_{\max} = \frac{\gamma(m+2)\varepsilon_T U_{\max}}{3U_T}; \quad (5.13)$$

где U_{\max} – максимальное динамическое перемещение полученное из макромодели; U_T – перемещение, соответствующее превращению системы в механизм x_T .

В частности если находить сечения, в которых изгибающий момент равен нулю, то отдельные участки рамы можно рассматривать как консольные балки, у которых свободный конец соответствует сечению с нулевым моментом. Таким способом на основе вышеупомянутых работ можно разработать методику перехода от перемещений к деформациям при расчете рамных конструкций на МРЗ с использованием макромодели. Такой подход может служить основой для дальнейших исследований по расчету рамных конструкций на МРЗ.

5.4. Метод расчета рамных конструкций на МРЗ с использованием макромодели

После изучения макромодели, проверки ее адекватности, ее реализации, исследования поверхностей текучести рамных конструкций и способов их построения, стало возможным описать по пунктам метод расчета реальных рамных конструкций на МРЗ с использованием макромодели. Этот метод заключается в следующем:

- Приведение работы пространственной системы к плоской.
- Определение упругих жесткостей рамы D_{ij} (см. п.5.1).
- Определение приведенной массы рамы $m_{пр}$ (см. п.5.2).

- Построение поверхности текучести рамы методом предельного равновесия (см. п.2.2) или упругопластическим методом (см. п.2.3).
- Если поверхность текучести близка к форме эллипса и требуемая точность расчета невелика (приближенный инженерный расчет), то можно воспользоваться алгоритмом метода макромодели, реализованным в данной диссертационной работе (см. п.3.3).
- Для более точных результатов необходимо учесть точки сингулярности в поверхности текучести рамы (см. п.4.3) путем изучения всех возможных механизмов и получения уравнений, отвечающих за них.
- Если искомым критерием расчета является максимальное перемещение, то в макромодели достаточно ввести ограничение по перемещениям.
- Если искомым критерием расчета является максимальная деформация, то следует переходить от критерия перемещений к критерию деформаций.

С помощью предложенного метода выполняется расчет рамы двухэтажного здания на МРЗ.

Плоская несущая металлическая рама, показанная на рисунке 5.7, установлена в здании с шагом 9м. Перекрытие и покрытие состоят из сборных железобетонных панелей. Сечения несущих элементов и конструкции пола и покрытия показаны на рисунке 5.7. Модуль упругости материала (стали) $E=2.06e5$ МПа, предел текучести $\sigma=245$ Мпа.

Жесткостные параметры рамы определялись из упругого расчета по п.5.1. В расчете рамы на МРЗ учтем только горизонтальные составляющие землетрясения. Тогда такая рама будет иметь две степени свободы, одна степень для массы каждого этажа. Примем, что приведенные массы расположены в середине пролета каждого этажа. Приведенные массы определялись для упругой стадии по собственным формам колебания рамы, а для пластической стадии по подходу ТММ (см. п.5.2). Точки, отвечающие за предельные состояния рамы (см. Рис. 5.8), определялись с учетом

напряженно деформируемого состояния от действия собственного веса, упругопластическим методом (см. п.2.3). Поверхность текучести рамы аппроксимировалась в виде повернутого эллипса (см. Рис. 5.8).

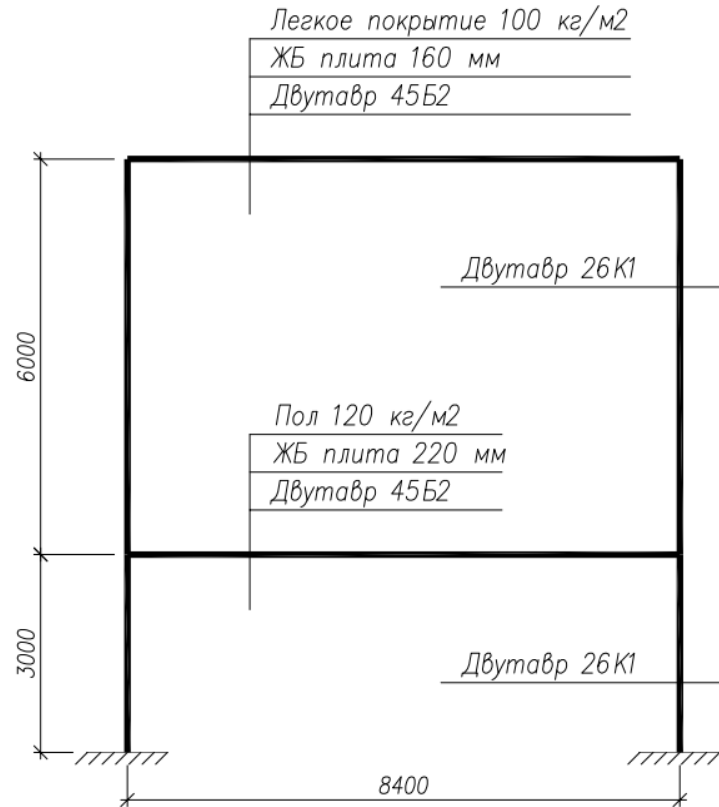


Рис. 5.7. Плоская рама исследуемого объекта.

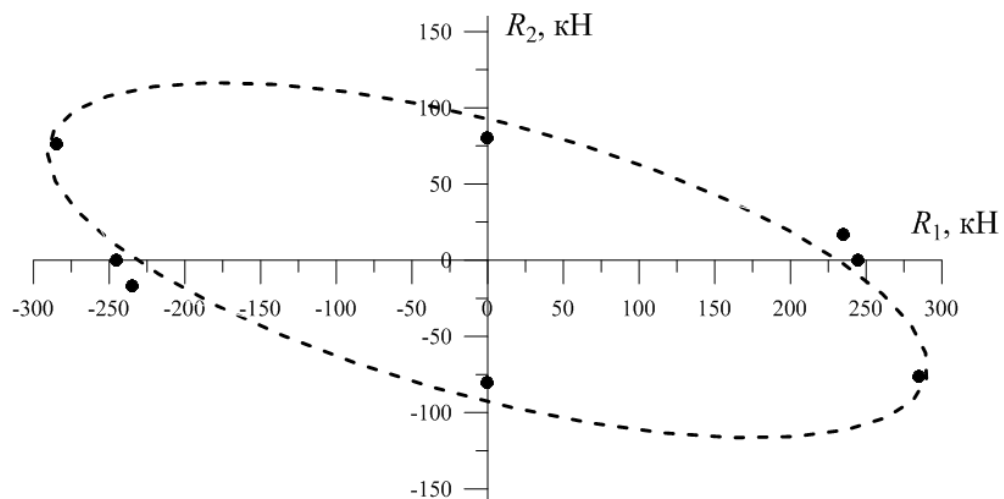


Рис. 5.8. Поверхность текучести с учетом напряженно деформируемого состояния от действия собственного веса

Такая рама подвергалась воздействию землетрясения 1940 года. *El Centro*.

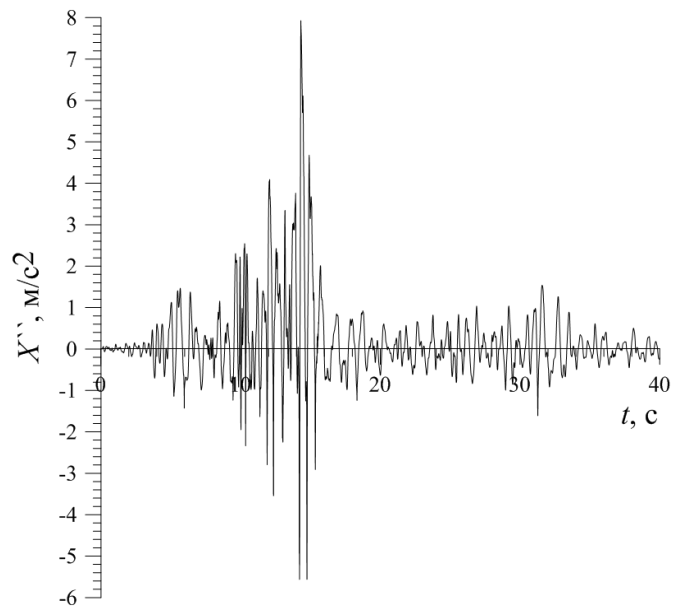


Рис. 5.9. Акселерограмма землетрясения 1940 года. *El Centro*

Результаты по методу макро модели рамной конструкции показаны на рисунке 5.10.

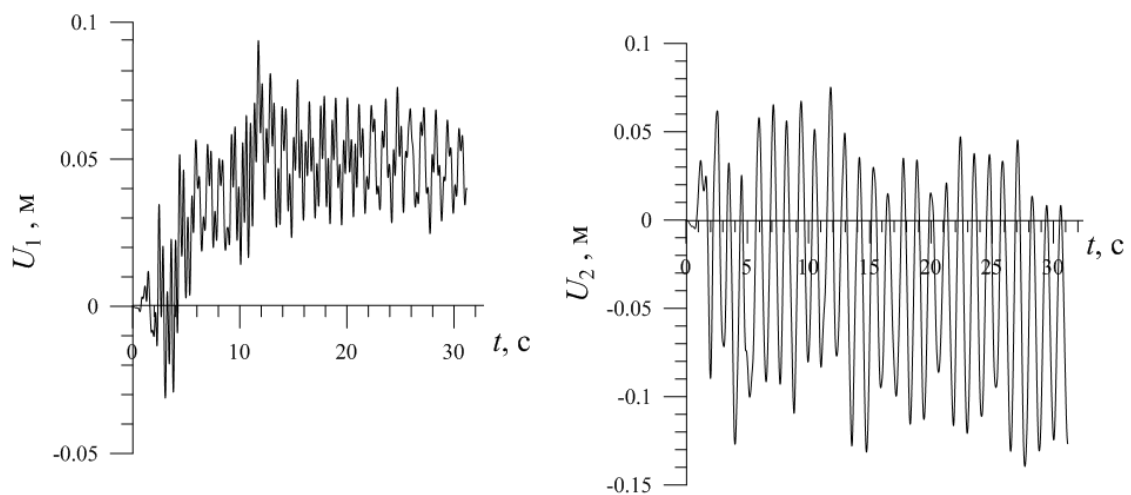


Рис. 5.10. Перемещения приведенных масс рамы от воздействия землетрясения

Выводы

1. Предложены методики определения жесткостных и инерционных параметров рамных конструкций для расчета по методу макро модели.
2. Предложен переход от перемещений к деформациям в методе макро модели.
3. Предложен метод расчета рамных конструкций на МРЗ с использованием макро модели.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

При выполнении диссертационной работе получены следующие основные научные и практические результаты:

1. Разработана методика определения и исследования поверхностей текучести для рамных конструкций.
2. Выполнено проверка адекватности метода макромоделли.
3. Разработаны алгоритмы и программы для расчета рамных конструкций с использованием макромоделли.
4. Выполнено развитие макромоделли для учета сингулярности в поверхностях текучести рам.
5. Разработаны алгоритм и программа для учета сингулярности в поверхностях текучести рам при расчетах с использованием макромоделли.
6. Разработана методика определения жесткостных и инерционных параметров рамных конструкций для расчета по методу макромоделли.
7. Предложена переход от перемещений к деформациям в методе макромоделли.
8. Создан метод расчета рамных конструкций на МРЗ (максимальное расчетное землетрясение) с использованием макромоделли.
9. Метод, предложенный в данной диссертационной работе, может быть использован при проектировании и расчете сейсмостойкости конструкций. Этот метод позволяет учесть взаимодействие вертикальных и горизонтальных усилий в сооружениях при их упругопластическом деформировании. Так как применяемая в настоящее время упругопластическая модель с одной степенью свободы не позволяет учитывать указанное взаимодействие.
10. Использование результатов диссертационной работы в практических расчетах позволяет выявить новые качественные эффекты динамического процесса при сейсмическом воздействии и, таким образом, существенно повышает адекватность и надежность расчетов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Агапов, В.П.** Метод конечных элементов в статике, динамике и устойчивости пространственных тонкостенных подкрепленных конструкций / В.П. Агапов. – М.: АСВ, 2000. – 152 с.
2. **Айзенберг, Я. М.** Простейшая сейсмоизоляция. Колонны нижних этажей как элемент сейсмоизоляции здания / Я. М. Айзенберг // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений.–2004. – №1. С. 28–32.
3. **Айзенберг, Я.М.** Сооружения с выключающими связями для сейсмических районов / Я. М. Айзенберг. – М.: Стройиздат, 1976. –229 с.
4. **Баркан, Д.Д.** Современное состояние теории сейсмостойкости и сейсмостойкие конструкции: (По материалам IV Международной конференции по сейсмостойкому строительству) / Д.Д. Баркан [и др.]; под общ. ред. С.В. Полякова. – М.: Стройиздат, 1973. –280 с.
5. **Бирбраер, А. Н.** Расчет конструкций на сейсмостойкость / А. Н. Бирбраер. – СПб.: Наука, 1998. – 255 с.
6. **Бирбраер, А. Н.** Экстремальные воздействия на сооружения / А. Н. Бирбраер, А. Ю. Роледер. – СПб.: Издательство Политехнического Университета, 2009.– 593 с.
7. **Быховский, В.А.** К вопросу о надежности и оптимальности сейсмостойкого строительства / В.А. Быховский, И.И. Гольденблат // Сейсмостойкость зданий и инженерных сооружений. – М.: Стройиздат, 1967. – С. 4–9.
8. **Гвоздев, А.А.** К расчету конструкций на действие взрывной волны / А.А. Гвоздев // Строительная промышленность. 1943. № 1–2.
9. **Гвоздев, А.А.** Расчет несущей способности конструкций по методу предельного равновесия / А.А. Гвоздев. – М.: Стройиздат, 1949. – 280 с.

10. **Гольденблат, И.И.** Модели сейсмостойкости сооружений / И.И. Гольденблат, Н.А. Николаенко, С.В. Поляков [и др]. – М.: Наука, 1979. – 252 с.
11. **Давлятов, Р.Х.** Вероятностные задачи оптимизации балок-стенок по предельному равновесию / Р.Х. Давлятов // Строительная механика и расчет сооружений. – 1992. – № 3. – С. 83–87.
12. **Дехтярь, А.С.** О несущей способности пологих жесткопластических оболочек с отверстиями / А.С. Дехтярь, А.Ж. Садыков // Прикладная механика. Киев. – 1994. – № 6. – С. 73–79.
13. **Елисеев, О. Н.** Сейсмостойкое строительство. Учебник / О. Н. Елисеев, А. М. Уздин.– СПб.: ПВВИСУ, 1997.–371 с.
14. **Ерхов, М.И.** Теория идеально-пластических тел и конструкций / М.И. Ерхов. – М.: Наука, 1978. – 352 с.
15. **Завриев, К. С.** Расчет инженерных сооружений на сейсмостойкость / К. С. Завриев // Известия Тифлисского политехнического института. – 1928. – С. 115–132.
16. **Завриев, К.С.** Сейсмостойкость сооружений / К.С. Завриев, Г.Ш. Напетваридзе, Г.Н. Карцивадзе [и др.]. – Тбилиси: М ецниереба, 1980 – 325 с.
17. **Иванов, Г.П.** Исследования железобетонных бункеров / Г.П. Иванов, Ю.Д. Макаров, А.Г. Трущев // Известия вузов. Строительство. – 1995. – № 12. – С. 3–7.
18. **Каменярж, Я.А.** Предельный анализ пластических тел и конструкций / Я.А. Каменярж. – М.: Наука, 1997. – 512 с.
19. **Каркуаускас, Р.П.** Строительная механика программы и решения задач на ЭВМ / Р.П. Каркуаускас, А.А. Крутинис, Ю.Ю. Атокчюнас, С.А. Каланта, Ю.А. Нагявичюс; под общей редакцией А.А. Чирас. – М.: Стройиздат, 1990. – 360 с.
20. **Каюмов, Р.А.** Метод вариации упругих характеристик в задаче о предельной нагрузке / Р.А. Каюмов // Журнал прикладной механики и технической физики. Новосибирск. – 1990. – № 3. – С. 134–139.

21. **Каюмов, Р.А.** Об оценке несущей способности конструкций при произвольных условиях текучести / Р.А. Каюмов // Журнал прикладной механики и технической физики. Новосибирск. – 1993. – № 1. – С. 115–120

22. **Килимник, Л.Ш.** Методы целенаправленного проектирования в сейсмостойком строительстве / Л.Ш. Килимник. – М.: Наука, 1980. – 155 с.

23. **Корн, Г.** Справочник по математике / Г. Корн, Т. Корн. – М.: Наука, 1974. – 832 с.

24. **Корчинский, И.Л.** Оценка несущей способности конструкций при сейсмическом воздействии с энергетических позиций / И.Л. Корчинский // Сейсмостойкость зданий и инженерных сооружений. – М.: Изд-во литературы по строительству. – 1967. – С. 46–58.

25. **Курбацкий, Е.Н.** Спектры максимальных реакций (откликов) конструкций на сейсмические и техногенные динамические воздействия / Е.Н. Курбацкий, Л.В. Баев // Труды IV научно-практического семинара «Надежность и безопасность зданий и сооружений при сейсмических воздействиях», 2 ноября 2011 г. – М.: МГСУ, 2011. – С. 4–35.

26. **Левитский, Н.И.** Теория механизмов и машин: Учебное пособие для вузов / Н.И. Левитский. – М.: Наука, 1990. – 592 с.

27. **Михайличенко, В.Е.** Несимметричная задача предельного равновесия оболочек на жесткопластическом основании / В.Е. Михайличенко // Известия вузов. Строительство. – 1990. – № 3. – С. 31–35.

28. **Москвитин, В. В.** Пластичность при переменных нагружениях / В. В. Москвитин. – М.: Изд-во Моск. Ун-та, 1965. – 263 с.

29. **Мразик, А.** Расчет и проектирование стальных конструкций / А. Мразик, М. Шкалоуд, М. Тохачек. – М.: Стройиздат, 1986. – 455 с.

30. **Мурзенко, А.Ю.** К вопросам развития прочностных расчетов железобетонных фундаментов кинематическим методом предельного равновесия / А.Ю. Мурзенко // Исследования и разработки по компьютерному проектированию фундаментов и оснований. – Новочеркасск, 1993. – С. 35–39.

31. **Напетваридзе, Ш.Г.** Пространственные упругопластические сейсмические колебания зданий и инженерных сооружений / Ш.Г. Напетваридзе, Р.В. Двалишвили, Д.К. Уклеба. – Тбилиси: Мецниереба, 1982. – 182 с.

32. **Ниджад, А. Я.** Исследование поверхностей текучести для рамных конструкций / А. Я. Ниджад, Ю. Л. Рутман // Вестник гражданских инженеров. – 2013. – № 3 (38). С. 87–92.

33. **Ниджад, А. Я.** Проверка адекватности метода макромодели / А. Я. Ниджад, Ю. Л. Рутман // Вестник гражданских инженеров. – 2012. № 3 (32). С. 137–142.

34. **Ниджад, А. Я.** Реализация метода макромодели для расчета рамных конструкций на максимальное расчетное землетрясение / А. Я. Ниджад // Современные проблемы науки и образования. – 2014. – №2; URL: <http://www.science-education.ru>.

35. **Ниджад, А. Я.** Упругопластическая макромодель и её применение к расчету рамных конструкций на сейсмические воздействия / А. Я. Ниджад, Ю.Л. Рутман // Актуальные проблемы архитектуры и строительства: V-я Международная конференция / СПбГАСУ – В2ч.Ч.1. – СПб, 2013. – С.416–423.

36. **Ниджад, А. Я.** Сравнение динамических расчетов рамных конструкций на МРЗ с использованием упругопластической макромодели и модели с одной степенью свободы / А. Я. Ниджад // Морские интеллектуальные технологии. – 2012. № 4 (18). С. 51–54.

37. **Новожилов, В.В.** Микронапряжения в конструкционных материалах / В.В. Новожилов, Ю.И. Кадашевич. – Ленинград: Машиностроение, 1990. – 223 с.

38. **Ньюмарк, Н.** Основы сейсмостойкого строительства. / Н. Ньюмарк, Э. Розенблюэт; под общ. ред. Я. М. Айзенберга; пер. с англ. Г. Ш. Подольского. – М.: Стройиздат, 1980. – 344 с.

39. **Ольшак, В.** Современное состояние теории пластичности / В. Ольшак, З. Мруз, П. Пежино. – М.: Мир, 1964. – 243 с.
40. **Писаренко, Г.С.** Уравнения и краевые задачи теории пластичности и ползучести / Г.С. Писаренко, Н.С. Можаровский. – Киев: Наукова думка, 1981. – 493 с.
41. **Ржаницын, А.Р.** Предельное равновесие пластин и оболочек / А.Р. Ржаницын. – М.: Наука, 1989. – 288 с.
42. **Ржаницын, А.Р.** Строительная механика / А.Р. Ржаницын. – М.: Высшая школа, 1982. – 400 с.
43. **Ржевский, В.А.** Сейсмостойкость зданий в условиях сильных землетрясений / В.А. Ржевский. – Ташкент: ФАН, 1990. – 260 с.
44. **Рутман, Ю. Л.** Метод псевдожесткостей для решения задач о предельном равновесии жесткопластических конструкций / Ю. Л. Рутман. – СПб, 1998.– 54 с.
45. **Рутман, Ю. Л.** Модель сложного упругопластического деформирования механической системы с несколько степенями свободы. / Ю. Л. Рутман // Вестник гражданских инженеров. 2012. № (1) 30. С. 117–120.
46. **Рутман, Ю. Л.** Учет упрочнения в упругопластической макромодели. / Ю. Л. Рутман // Вестник гражданских инженеров. 2013. № (4) 39. С. 110–113.
47. **Рутман, Ю.Л.** Стойкость и защита оборудования технических комплексов при экстремальных воздействиях: диссертация доктора технических наук / Рутман Юрий Лазаревич. – ЛМИ. – Ленинград, 1989. – 280 с.
48. **Симборт, Э.** Анализ коэффициента пластичности с целью рационального выбора коэффициента редукиции нагрузок K_1 / Э. Симборт, Ю. Л. Рутман // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. – 2011. –№ 4. С. 21 – 25.
49. **Симборт, Э.** Выбор коэффициента редукиции сейсмических нагрузок на основе анализа пластического ресурса конструкции. / Ю.

Л. Рутман, Э. Симборт // Вестник гражданских инженеров. 2011. № (2) 27. С. 78–81.

50. **Симборт, Э.** Выбор коэффициента редукиции сейсмических нагрузок на основе анализа пластического ресурса конструкции с учетом малоциклового усталости / Э. Симборт, Ю. Л. Рутман // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. – 2011. – № 5. С. 23 – 26.

51. **Симборт, Э.** Методика выбора коэффициента редукиции сейсмических нагрузок K_1 при заданном уровне коэффициента пластичности μ / Э. Симборт // Инженерно-строительный журнал.–2012. –№ 1 (27). С. 44–52.

52. **Симборт, Э.** О коэффициенте, учитывающем неупругую работу и допускаемые повреждения конструкций при расчете на сейсмические воздействия / Э. Симборт, Ю. Л. Рутман // Актуальные проблемы современного строительства: Сборник докладов 63-й междунар. научно-технич. конф. молодых ученых / СПбГАСУ. – Санкт-Петербург, 2010. – ч. II. – С. 142 – 145.

53. **Симборт, Э.** Сравнение динамических упругопластических расчетов, выполненных по одностепенной модели и по модели со многими степенями свободы / Э. Симборт // Инженерно-строительный журнал.–2011. –№ 6 (24). С. 23–27.

54. **Смирнов, С.Б.** Получение формул для СНиПа по прочностному расчету железобетонных панелей, стен и диафрагм на горизонтальные и другие нагрузки / С.Б. Смирнов [и др.] // Строительная механика и расчет сооружений. – 1991. – № 2. – С. 91–96.

55. **Смирнов, С.Б.** Прочностной расчет железобетонных стен АЭС на действие горизонтальных нагрузок / С.Б. Смирнов [и др.] // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Проектирование и строительство. – М., 1991. – №2. – С. 3–18.

56. **Смирнов, С.Б.** Метод расчета плосконапряженных стеновых элементов энергетических сооружений в предельной стадии / С.Б. Смирнов // Вопросы атомной науки и техники. Сер.: Проектирование и строительство. – М., 1987. – Вып. – 3/27/. – С. 19 – 30.

57. **СНиП II-7-81***. Строительство в сейсмических районах / Госстрой России. – М.: ГУП ЦПП, 2000. – 44 с. +прил. 2: 10 карт.

58. **СНиП II-7-81***. Строительство в сейсмических районах / Минстрой России. М.: ГП ЦПП, 1995.

59. **СНиП II-7-81***. Строительство в сейсмических районах.–М.: ФГУП ЦПП, 2007.–44 с.

60. **СНиП II-7-81**. Строительство в сейсмических районах / Госстрой СССР. – М.: Стройиздат, 1982. – 25 с. +прил. 2.

61. **СНиП II-A.12-69***. Строительство в сейсмических районах / Госстрой СССР. – М.: Стройиздат, 1977. – 28 с. +прил. 2.

62. **Соколовский В.В.** Теория пластичности. – М.: Высшая школа, 1989. –608 с.

63. **СП 14.13330.2011**. Свод Правил. Строительство в сейсмических районах. Актуализированная редакция СНиП II-7-81*. – М.: Минрегион России, 2011. – 87 с.

64. Справочник проектировщика. Динамический расчет сооружений на специальные воздействия / под ред. В.Г. Коренева, И.М. Рабиновича. М.: Стройиздат, 1981. — 215 с.

65. **Стетюха, Г.В.** Расчет стенок железобетонных бункеров / Г.В. Стетюха // Читинский Гос. университет. – Чита, 1996. – 5с: деп. в ВИНТИ 11.07.96, 2319 – В96.

66. **Харланов, В.Л.** Редуцирование реакций неупругих систем при сейсмических воздействиях / В.Л. Харланов // Строительная механика и расчет сооружений. 2012. № 1. – С. 63–65.

67. **Хаузнер Г.В.** Расчет сооружений на сейсмические воздействия по предельному состоянию / Г.В. Хаузнер // Международная конференция по

сейсмостойкому строительству в Сан-Франциско: Сб. статей. – М.: Госстройиздат, 1961.

68. **Хачиян, Э.Е.** Инженерная сейсмология / Э.Е. Хачиян. – Ереван: Айастан, 2006. – 356 с.

69. **Хачиян, Э.Е.** Сейсмические воздействия на высотные здания и сооружения / Э.Е. Хачиян. – Ереван: Айастан, 1973. – 328 с.

70. **Хачиян, Э.Е.** Динамические модели сооружений в теории сейсмостойкости / Э.Е. Хачиян, В.А. Амбарцумян. – М.: Наука, 1981. – 204 с.

71. **Чирас, А.А.** Математические модели анализа и оптимизации упругопластических систем / А.А. Чирас. – Вильнюс «Мокслас», 1982. – 112с.

72. **Чирас, А.А.** Методы линейного программирования при расчете упругопластических систем / А.А. Чирас. – Ленинград, 1969. – 198с.

73. **Чирас, А.А.** Строительная механика. Теория и алгоритмы / А.А. Чирас. – М.: Судостроение, 1989. – 255 с.

74. **Шиманский, Ю.А.** Динамический расчет судовых конструкций / Ю.А. Шиманский. – Ленинград: Судостроение, 1963. – 444 с.

75. **Шугаев, В.В.** Исследования железобетонных тонкостенных пространственных конструкций / В.В. Шугаев [и др.]. – М.: НИИЖБ, 1991. – С. 151.

76. **Шугаев, В.В.** Исследование несущей способности купольно-вантового покрытия / В.В. Шугаев, Р.Ш. Марголитадзе // Исследования железобетонных тонкостенных пространственных конструкций – М.: НИИЖБ, 1991. – С. 108–123.

77. **Шугаев, В.В.** Расчет рамно-шатрового перекрытия по несущей способности / В.В. Шугаев, Б.С. Соколов // Исследования железобетонных тонкостенных пространственных конструкций. – М.: НИИЖБ, 1991. – С. 98–108.

78. **Шульман, Г.С.** Вероятностный расчет защитных конструкций АЭС при авиакатастрофах на основе теории предельного равновесия / Г.С. Шульман // Известия ВНИИ гидротехники. – СПб, 1993. – С. 68–75.

79. **ASCE:** Minimum Design Loads for Buildings and Other Structures. American Society of Civil engineers ASCE 7–05. – Virginia. – 2006.

80. **BCJ.** Structural provisions for building structures. 1997 edition – Tokyo: Building Center of Japan. – 1997 [in Japanese].

81. **Biot M.A.** Theory of Vibration of Buildings during Earthquakes / M.A. Biot // Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik. – 1934. – 14(4). – P. 213–223.

82. **Blume J.A.** A Reserve Energy Technique for the Earthquake Design and Rating of Structures in the Inelastic Range / J.A. Blume // Proceedings of the Second World Conference on Earthquake Engineering. Vol. 1, Japan, 1960.

83. **CEN. EuroCode 8:** Final draft of EuroCode 8: Design of structures for earthquake resistance – Part 1: General rules, seismic actions and rules for buildings. Bruxelles: European Committee for Standardization. – 2003.

84. **Chopra, A. K.** Dynamic of structures. Theory and Applications to Earthquake Engineering. / A. K. Chopra. – New Jersey. Prentice-Hall, 2006. – 794 p.

85. **Chopra, A. K.** Elastic Response Spectrum: a Historical Note / A. K. Chopra // Earthquake Engineering and Structural Dynamics 36, 2007, P. 3–12.

86. **Clough, R.W.** Dynamics of Structures (Third Edition) / R.W. Clough , J. Penzien. – Computers & Structures, Inc. 1995. University Ave., Berkeley, CA 94704, USA. – 752 p.

87. **Cohn, M.Z.** Computer nonlinear analysis of reinforced concrete structures / M.Z. Cohn, F. Erbatur, P.D. Bhat // ACI Journal. – 1983. – Vol. 80. – No 1. – P. 28–32.

88. **Cohn, M.Z.** Nonlinear analysis system for concrete structure / M.Z. Cohn, W. Frzywiecki // *Engineering Structures*. – 1987. – Vol. 9. – No 2. – P. 104–123.
89. **Como, M.** Aseismic Toughness of Structures / M. Como, G. Lanni // *Meccanica*. – 1983. Vol. 18. № 2. – P. 107–114.
90. **Cosenza, E.** A Rational Formulation for the q-Factor in Steel Structures. IX World Conference on Earthquake Engineering / E. Cosenza, A. De Luca, C. Faella, V. Piluso. – Japan. – 1988. Vol. V. – P. 1155–1160.
91. **Cosenza, E.** La Caratterizzazione della Risposta Sismica dell'Oscillatore Elasto-Plastico / E. Cosenza, G. Manfredi, R. Ramasco // *Ingegneria Sismica*. – 1989. – № 3.
92. **Datta, T.K.** *Seismic Analysis of Structures* / T.K. Datta. – Singapore.: John Wiley (Asia), 2010. – 454 p.
93. **Dziurla, M.** Nosnosc eksploatacyjna drogowego wiaduktu zelbetowego / M. Dziurla // *Pr. Inst. Bad Drog i most*. – 1990. – № 3. – P. 197–201.
94. **Fardis, M.N.** Code developments in earthquake engineering / M. N. Fardis // 12th European Conference on Earthquake – London. Elsevier Science. Paper reference 845, 2002.
95. **Gioncu, V.** Ductility of seismic resistant steel structures / V. Gioncu, F. M. Mazzolani. – London and New York.: Spon Press, 2002. – 694 p.
96. **Gioncu, V.** Framed structures: Ductility and seismic response. General report. In 6th International Conference on Stability and Ductility of Steel Structures, SDSS 99, Timisoara, 9-11 September 1999 / V. Gioncu // *Journal of Constructional Steel Research*. – 1999. – Vol. 55. – № 1-3. – P. 125–154.
97. **Glas, Y.D.** Tendenzen in den normativen Konzepten europaischer Lander und den USA bei der Bemessung von Stahlkonstruktionen / Y.D. Glas // *Wiss. Z. Tech. Hochsch, Leipzig*. – 1991. – 15, № 3. – S. 197–201.
98. **Goshy, B.** Йрнтмйныек terveзйсе rendкнвльi terhekre йs hatбsokra / B. Goshy. – Mўszaki Kўnyvkiady, Budapest, 1984. – 147 p.

99. **Hidalgo, P.A.** New Chilean Code for Earthquake-Resistant Design of Buildings. Proceedings of fourth U.S. National conference of earthquake engineering / P.A. Hidalgo, A. Arias. – Palm Springs, California. – 1990. – Vol. 2. 927 – 936 p.
100. **Hisada, T.** Structural Response of Tall Building to Earthquake Shocks / T. Hisada, M. Izumi, M. Hirose // Proc. on International Seminar on Earthquake Engineering, UNESCO, Skopje, 1964. – P. 63–68.
101. **Housner, G.M.** Behavior of structures during earthquakes / G.M. Housner // Journal of Engineering mechanical Division. – 1959. – Vol. 85. – № 4. – P. 109–129.
102. **Housner, G.W.** The Plastic Failure of Frames During Earthquakes / G.M. Housner // Proceedings of the Second World Conference on Earthquake Engineering. Vol. 1, Japan, 1960.
103. **Hwang Howard, H.M.** Seismic reliability analysis of plane frame structures / H.M. Hwang Howard, Y.K. Low // Probab. Eng. Mech. – 1989. –4, № 2. – P. 74–84.
104. **IBC: International Building Code.** International Code Council ICC. – Whittier, CA. – 2012.
105. **JGJ 3-2010** Technical Specification for Concrete Structures of Tall Building (English). Ministry of Housing and Urban-Rural Development of PRC (MOHURD) – 2011. – 165 p.
106. **Kasperski, M.** Non-linear analysis of portal frames under wind load / M. Kasperski, H. Koss // Nat. Conf. Publ. Inst. Eng., Austral. – 1994. – № 94,8. – P. 373–377.
107. **Kazinczy, G.** Experiments with clamped beams / G. Kazinczy // Betonszeml. 1914. – No 4. –P. 68–71; No 5. –P. 83–87; No 6. – P. 101–104.
108. **Kosteas, D.** Accounting for reliability in limit state design of a frame / D. Kosteas, I. Kirou // Alum. Weldments 1V: Proc.4th Int. Conf. Alum. Weldments. Tokyo, Apr. 1988. – Tokyo, 1988. – P. 4.105–4.114.

109. **Krawinkler, H.** Pros and Cons of a pushover analysis of seismic performance evaluation / H. Krawinkler, G. Seneviratna // *Engineering Structures*. – 1998. Vol. 20. – N.4 – 6. – P. 452–464.

110. **Kumar, V.** Limit analysis of reinforced concrete conical water tanks / V. Kumar, B.N. Roy // *J. Struct. Eng. (India)*. – 1993. – 19, № 4. – P. 149–153.

111. **Miranda, E.** Evaluation of strength reduction factors for earthquake-resistant design / E. Miranda, V. V. Bertero // *Earthquake Spectra*. – 1994. Vol. 10. – N.2. – P. 357–379.

112. **Miranda, E.** The Mexico earthquake of September 19, 1985: performance of low-rise buildings in Mexico City during the 1985 Michoacan earthquake / E. Miranda, V.V. Bertero // *Earthquake Spectra*. – 1989. Vol. 5. – N.1. – P. 121–143 pp.

113. **Mitchell, D.** Ductility and overstrength in seismic design of reinforced concrete structures / D. Mitchell, P. Paultre // *Can. J. Civ. Eng.* – 1994. – 21, № 6. – P. 1049–1060.

114. **Mononobe, N.** Notes on the Vertical Motion of an Earthquake on the Vibration of Structures / N. Mononobe // *Journ. of the Civ. Eng. Soc., Tokyo*, – 1924. – P. 38–44;

115. **Mononobe, N.** Vibration of Tower-shaped Structure. Its Seismic Stability / N. Mononobe // *Journ. of the Civ. Eng. Soc., Tokyo*, – 1919. – P. 24–29.

116. **Nassar, A.A.** Seismic Demands for SDOF and MDOF systems: PhD Dissertation / A.A. Nassar, H. Krawinkler. – J.A.Blume EEC Report No.95. Department of Civil Engineering, Stanford University. – 1991. – 220 p.

117. **Newmark, N.N.** Earthquake Spectra and Design / N.N. Newmark, J. F. Hall. – Berkeley, California: Earthquake Engineering Research Institute, 1982. – 103 p.

118. **Nigam, N.C.** Inelastic Interactions in the Dynamic Response of Structures: Dissertation (Ph.D.) / Nigam Navin Chandra. – California Institute of Technology. – California, Pasadena. – USA, June 1967. – 195 p.

119. **Omori, F.** Seismic experiments on the fracturing and overturning of columns / F. Omori // Publ. Earthquake Invest. Comm. In Foreign Languages, Tokyo. – 1900. – 99p

120. **Rankovic, S.** Beitrag zur Durchbildung und Erdbebenberechnung von Rahmensystem der Stahlbetonhochbauten / S. Rankovic // Bull. Appl. Math. – 1993. 66, № 879. – P. 1–12.

121. **Riddell, R.** Response Modification Factors for Earthquake Resistant Design of Short Period Buildings / R. Riddell, P. Hidalgo, E. Cruz // Earthquake Spectra, 1989. N.5. – P. 571–590.

122. **Riva P.** Engineering approach to nonlinear analysis of concrete structures. Journal of Structural Engineering / P. Riva, M.Z. Cohn // ASCE (US). – 1990. – Vol. 116. – No. 8. – P. 2162–2186.

123. **Routman, Y.L.** Pseudorigidity method for solving the problem of limit equilibrium of rigid-plastic constructions / Y.L. Routman // IKM, University Weimar. – 1997.

124. **Sadek A.W.** Inelastic response of eccentric buildings subjected to bi-directional ground motions. / W.K. Tso, A.W. Sadek // Eighth World Conference Earthquake Engineering. – 1984. – San Francisco, California. – P. 203–210.

125. **Sadek A.W.** Inelastic seismic response of simple eccentric structures. / W.K. Tso, A.W. Sadek // Earthquake Engineering and Structural Dynamics. – 1985. – 13(2). – P. 255–269.

126. **Sadek, A.W.** Seismic response of inelastic structures subjected to bidirectional excitations: Dissertation (Ph.D.) / Sadek Amr Wagih. – McMaster University. – Hamilton, Ontario. – Canada, May 1985. – 215 p.

127. **Sanchez-Ricart, L.** Parametric study of ductile moment-resisting steel frames: A first step towards Eurocode 8 calibration / L. Sanchez-Ricart, A. Plumier // Earthquake Engineering and Structural Dynamics. – 2008. Vol. 37. – P. 1135–1155.

128. **Sanchez-Ricart, L.** Particularities Raised by the evaluation of load reduction factors for the seismic design of composite steel concrete structures.

Proceedings of the sixth international colloquium on the stability and ductility of steel structures / L. Sanchez-Ricart, A. Plumier. – Elsevier, 1999. – P. 41–48.

129. **Scarlat, A. S.** Approximate Methods in Structural Seismic Design / A. S. Scarlat. – India, Ltd. Madras. – Thompson Press, 1996. – 293 p.

130. **Suzuki, N.** FEM analysis of RC shear walls and its application to a theoretical model / N. Suzuki, N. Inoue, N. Koshika // Comput. Mech.'88: Theory and Appl.: Proc. Int. Conf. Comput. Eng. Sci., Atlanta, Ga, Apr. 10-14, 1988. – Berlin, 1988. – Vol.1. – P. 30.V11.1–30.V11.2.

131. The European Strong Motion Database (ESD). – URL: http://www.isesd.hi.is/ESD_Local/frameset.htm.

132. **Tochacek, M.** Uplatneni teorie liniovych kloubu pri navrhovanl ocelovych konstrukci / M. Tochacek, M. Eliasova // Inz. Stavby. – 1991. –39, № 9. – P. 305–309.

133. **UBC: Uniform Building Code.** International Conference of Building Officials. – Whittier, CA. – 1997.

134. **Uehara, S.** Yield criterion of reinforced concrete shear plane subjected to in-plane shear and normal stresses / S. Uehara // Ariake kogyo koto senmon gakko kiyo. Res. Repts Ariake Nat. Coll. Technol. – 1994. – № 30. – P. 51–57.

135. **Vidic, T.** Consistent inelastic design spectra: strength and displacement / T. Vidic, P. Fajfar, M. Fischinger // Earthquake Engineering and Structural Dynamics. – 1994. Vol. 23. – N.5. – P. 507–521.

136. **Wierzbicki, T.** The mechanics of deep plastic collapse of thin-walled structures / T. Wierzbicki, W. Abramowicz // Struct. 1 Failure: Lect. 2nd Int. Symp. Struct. Crashworthiness, Cambridge, Mass., June 6-8, 1988. – New York, 1989. – P. 281–329.

137. **Yan, P.** Plastic analysis of two way corner supported slab construction / P. Yan, X. Gongn, Y. Du // Zhe jiang da xue xue bao. Zhejiang Univ. – 1994, 28, № 2. – P. 171–179.