

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АРХИТЕКТУРНО-
СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

На правах рукописи

ТАЛАНТОВ ИВАН СЕРГЕЕВИЧ

**СПЕКТРАЛЬНО–ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД ДИНАМИЧЕСКОГО РАСЧЕТА
ФИЗИЧЕСКИ НЕЛИНЕЙНЫХ СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ С
ВЫКЛЮЧАЮЩИМИСЯ ЭЛЕМЕНТАМИ**

Специальность: 05.23.17 — Строительная механика

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Научный руководитель:
кандидат технических наук,
доцент Бондарев Ю.В.

Санкт-Петербург

2016

СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
ВВЕДЕНИЕ.....	5
ГЛАВА 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ АНАЛИЗА СТОЙКОСТИ ЗДАНИЙ К ПРОГРЕССИРУЮЩЕМУ ОБРУШЕНИЮ И СУЩЕСТВУЮЩИЕ ПОДХОДЫ К ЕЁ РЕШЕНИЮ.....	14
1.1 Проблема риска возникновения прогрессирующего обрушения конструкций в условиях экстремальных воздействий.....	14
1.2 Основные подходы к обеспечению стойкости зданий к прогрессирующему обрушению.....	17
1.3 Концептуальные направления исследований в обеспечении живучести зданий.....	19
1.4 Методы расчета систем с выключающимися связями и элементами.....	23
Выводы по первой главе.....	33
ГЛАВА 2. ЛИНЕЙНО-СПЕКТРАЛЬНЫЙ РАСЧЕТ СИСТЕМ С ВЫКЛЮЧАЮЩИМИСЯ ЭЛЕМЕНТАМИ.....	34
2.1 Иницирующее воздействие на систему при выключении элемента.....	34
2.2 Пример расчета системы с одной степенью свободы.....	43
2.3 Вывод решения для многомассовых систем.....	46
2.4 Решение с помощью метода конечных элементов. Определение внутренних усилий.....	53
2.5 Критерии выключения элементов.....	54
2.6 Алгоритм расчета многомассовых стержневых систем с выключающимися элементами на этапе упругого деформирования.....	56

2.7 Пример расчета плоской рамы.....	57
Выводы по второй главе.....	62
ГЛАВА 3. АНАЛИТИЧЕСКИЙ И ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЕТЫ С УЧЕТОМ ФИЗИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ.....	63
3.1 Способы учета физической нелинейности материалов.....	63
3.2 Аналитическое решение задачи на внезапное удаление опоры методом малого параметра Линдштедта-Пуанкаре.....	65
3.3 Численное интегрирование уравнений движения систем с выключающимися элементами.....	77
3.3.1 Методы численного интегрирования дифференциальных уравнений движения, применяемые в диссертации.....	79
3.3.2 Пример расчета плоской физически нелинейной шарнирно- стержневой системы.....	81
Выводы по третьей главе.....	89
ГЛАВА 4. СПЕКТРАЛЬНО-ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД ДИНАМИЧЕСКОГО РАСЧЕТА ШАРНИРНО-СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ С ВЫКЛЮЧАЮЩИМИСЯ ЭЛЕМЕНТАМИ.....	91
4.1 Динамическая прочность сталей.....	91
4.2 Устойчивость стержней при динамическом нагружении.....	92
4.3 Пути оптимизации расчета.....	96
4.4 Геометрическая нелинейность.....	105
4.5 Окончательная структура алгоритма расчета.....	107
Выводы по четвертой главе.....	112
ГЛАВА 5. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СПЕКТРАЛЬНО-ЧИСЛЕННОГО МЕТОДА РАСЧЕТА НА ПРИМЕРЕ АНАЛИЗА СТОЙКОСТИ ПРОСТРАНСТВЕННОГО МЕТАЛЛИЧЕСКОГО ПОКРЫТИЯ К	

РАЗВИТИЮ ПРОГРЕССИРУЮЩЕГО ОБРУШЕНИЯ	113
5.1 Исходные данные для расчета.....	113
5.2 Анализ поведения конструкции покрытия при разных расчетных сценариях.....	118
5.3 Верификация расчета спектральным и численным методами.....	128
Выводы по пятой главе.....	137
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	138
СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ.....	140
ПРИЛОЖЕНИЕ А. ЭЛЕМЕНТЫ РАЗРАБОТАННОЙ ПРОГРАММЫ В СРЕДЕ MATHCAD	154
ПРИЛОЖЕНИЕ Б. СПРАВКА О ВНЕДРЕНИИ РЕЗУЛЬТАТОВ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ	161

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность избранной темы. Строительная механика призвана обеспечивать прикладную науку знаниями, позволяющими создавать рациональные конструкции зданий и сооружений, отвечающие самым строгим требованиям прочности, устойчивости и надежности. Однако, даже точное выполнение всех нормативных требований на каждом этапе жизненного цикла сооружения не может гарантировать абсолютно безотказную работу конструкций. Проведение расчетов на особое сочетание нагрузок из списка регламентированных не исключает шанс возникновения аварийных ситуаций, сопряженных с воздействиями, физическая природа, направление и интенсивность которых предсказать заранее невозможно. Подобные аварии провоцируют отказ одного или нескольких элементов системы, что может привести к возникновению лавинообразного обрушения всей конструкции. Как следствие, если нет возможности гарантированно исключить возможность первоначального (инициирующего) отказа, необходим механизм оценки напряженно-деформированного состояния поврежденной конструкции.

Описанный подход известен в литературе как прямой метод расчета зданий на прогрессирующее обрушение и, как правило, ведется с применением одной из трех расчетных методик:

- нелинейной статической;
- нелинейной динамической;
- линейной динамической.

В практических расчетах широко применяются первые два подхода, обладающие, соответственно, малой трудоемкостью с низкой точностью и исключительно высокой трудоемкостью с высокой точностью решения. От применения динамического расчета в линейной постановке в форме разложения по собственным формам отказываются ввиду невозможности его применения при наличии нелинейности (физической и геометрической), заменяя прямым

численным интегрированием уравнений движения, в том числе, на этапах линейного деформирования.

Реалии современного законодательства в области регулирования проектирования ответственных конструкций требуют от прикладной науки новых методов и алгоритмов, позволяющих анализировать точный динамический отклик здания на внезапное выключение элементов с учетом нелинейностей, при этом не требующих исключительных вычислительных мощностей.

Степень разработанности темы исследования. Проблема живучести зданий и сооружений в целом и защиты от прогрессирующего обрушения в частности активно развивается в последнее десятилетие, особенно после серии трагических аварий природного и техногенного характера. Указанной теме посвятили свои работы такие ученые, как: Алмазов В.О., Белостоцкий А.М., Бондарев Ю.В., Бондаренко В.М., Городецкий А.С., Гениев Г.А., Драган В.И., Емельянов С.Г., Еремеев Е.Г., Ерёмин К.И., Колчунов В.И., Клюева Н.В., Ларионов В.В., Меркулов С.И., Мкртычев О.В., Мондрус В.Л., Назаров Ю.П., Осовских Е.В., Павлов А.С., Петров И.А., Плетнев В.И., Плотников А.И., Потапов А.Н., Пятикрестовский К.П., Расторгуев Б.С., Серпик И.Н., Симбиркин В.Н., Перельмутер А.В., Ройтман В.М., Тамразян А.Г., Уфимцев Е.М., Чернов Ю.Т. и др.

Настоящая работа посвящена совершенствованию динамических методов расчета конструкций в условиях экстремальных воздействий, развитие которых связано, в первую очередь, с теорией расчета зданий и сооружений на сейсмостойкость. Некоторые положения разработанного в диссертации алгоритма расчета базируются на положениях теории сейсмостойкости, а среди авторов, внесших вклад в развитие методов динамического расчета строительных конструкций в условиях воздействия землетрясений, следует отметить Я.М. Айзенберга, Т.А. Белаш, А.Н. Бирбраера, А.В. Индейкина, И.О. Кузнецову, В.В. Лалина, А.М. Масленникова, Ю.Л. Рутмана, О.А. Савинова, Э. Симборта, В.И. Смирнова, А.М. Уздина, Г.С. Шульмана и др.

Цель исследования состоит в разработке нового метода динамического расчета стержневых физически нелинейных систем, подверженных внезапным изъятиям связей и элементов.

Задачи исследования:

— Провести анализ современного состояния методов оценки живучести зданий в условиях экстремальных воздействий и решения частной задачи — расчета зданий на прогрессирующее обрушение, вызванное внезапным отказом элемента или связи;

— Предложить интерпретацию инициирующего силового воздействия, выводящего систему из равновесия в момент выключения элемента;

— Описать и исследовать изменение параметров колебаний при выключении очередного элемента в системе, уже совершающей колебания;

— Записать в общем виде аналитическое решение неоднородного дифференциального уравнения движения системы из нелинейно-упругого материала с выключающейся связью, применимое в практических расчетах для экспресс-оценки последствий начального её повреждения;

— Разработать алгоритм комбинированного метода расчёта стержневых систем с выключающимися элементами, сочетающего в себе преимущества линейно-спектрального метода (спектрального) и прямого численного интегрирования (численного метода). Продемонстрировать преимущества разработанного спектрально-численного метода;

— Предложить способы оптимизации расчета как на этапе использования линейно-спектрального метода, так и на этапе прямого численного интегрирования;

— Учесть в алгоритме явление геометрической нелинейности, в том числе, на этапе использования линейно-спектрального метода расчета;

— Разработать критерий оценки погрешности в момент перехода от решения, использующего разложение по собственным формам колебаний к прямому численному интегрированию;

— Разработать программу в среде MathCad. С её помощью произвести анализ стойкости к прогрессирующему обрушению реального металлического пространственного покрытия.

Объект исследования — пространственные строительные конструкции из физически нелинейных материалов в условиях аварийных воздействий.

Предмет исследования — поведение пространственных стержневых систем из физически нелинейных материалов при аварийном воздействии в виде внезапного изъятия элементов.

Научная новизна исследования заключается в достижении следующих конкретных результатов:

1. Обосновано использование мгновенного уменьшения упругой реакции системы в качестве инициирующего силового воздействия, выводящего систему из равновесия при выключении элемента. Указанное приращение упругой реакции равно по величине силе инерции, а соответствующее последней ускорение может быть применено в качестве одного из начальных условий в поиске постоянных интегрирования при решении уравнения движения.

2. Выявлен и описан эффект уменьшения размаха колебаний при последовательном выключении элементов в движущейся системе, что повышает стойкость систем к прогрессирующему обрушению даже без учёта пластического ресурса материалов.

3. Выведены в общем виде аналитические решения, применимые для экспресс-анализа реакции физически нелинейных систем на внезапное выключение связи или элемента.

4. Разработан метод динамического расчета физически нелинейных стержневых систем с выключающимися элементами, представляющий собой комбинацию положений линейно-спектральной теории и прямого численного интегрирования. Метод позволяет для каждого этапа деформирования конструкции применять положения той теории расчета, достоинства которой раскрываются в наибольшей мере. На основании разработанного спектрально-численного метода составлена программа в среде MathCad, апробированная на

примере расчета покрытия павильона №5а ОАО «ЛЕНЭКСПО» на прогрессирующее обрушение.

5. Обоснованы критерии ограничения спектра значимых частот на этапе линейно-спектрального расчета для снижения ресурсоемкости алгоритма. Разработана методика отбора главных динамических степеней свободы для этапа численного интегрирования уравнения движения систем с выключающимися элементами.

6. Разработан критерий оценки погрешности, проявляющейся в момент перехода от линейно-спектрального к численному расчету и способ её снижения.

Теоретическая значимость работы заключается в расширении набора методов, применимых к решению задачи о колебаниях систем с выключающимися элементами. Результаты работы могут использоваться при дальнейшем совершенствовании динамических расчетов конструктивно нелинейных систем.

Практическая значимость диссертационного исследования заключается в разработке алгоритма и программы динамического расчета физически и геометрически нелинейных пространственных шарнирно-стержневых систем. Разработанные алгоритм и программа описывают напряженно-деформированное состояние конструкций со многими степенями свободы с учетом возможности исключения элементов в процессе колебаний.

Методология и методы исследования. В работе использовались методы строительной механики, сопротивления материалов и математического анализа. В частности, положения теории колебаний систем с сосредоточенными массами и метода конечных элементов. Для расчетов физически нелинейных систем использовались как аналитические (малого параметра Линдштедта-Пуанкаре), так и численные методы (Эйлера, Рунге-Кутта 4-го порядка, Адамса). В выводах основных допущений разработанного алгоритма применялись теории расчета сжато-изогнутых стержней при быстровозрастающей нагрузке и известные результаты испытаний конструкционных сталей при динамических нагрузках.

Положения, выносимые на защиту:

— методика решения уравнения движения систем, использующая в качестве инициирующего воздействия приращение упругой реакции поврежденной системы, равное по величине силе инерции;

— описание обнаруженного эффекта уменьшения размаха колебаний в упругих системах при выключении очередного элемента вблизи нижнего амплитудного значения;

— метод экспресс-оценки динамической реакции сводящихся к одномассовым систем, подверженных внезапному выключению связи(-ей) и элемента(-ов), базирующийся на аналитическом решении уравнения движения методом малого параметра Линдштедта-Пуанкаре;

— алгоритм спектрально-численного метода расчета физически нелинейных стержневых систем с выключающимися элементами, его программная реализация в среде MathCad и пример расчета пространственного металлического покрытия павильона №5а ОАО «ЛЕНЭКСПО»;

— критерии ограничения спектра значимых частот на этапе линейно-спектрального расчета и методика отбора главных степеней свободы на этапе прямого численного интегрирования;

— критерий оценки погрешности сопряжения спектрального и численного методов расчета.

Область исследования соответствует паспорту научной специальности 05.23.17 «Строительная механика», а именно п.7 «Теория и методы расчета сооружений в экстремальных ситуациях (землетрясения, ураганы, взрывы и так далее)».

Степень достоверности и апробация результатов базируется на использовании обоснованных исследований современных российских и зарубежных ученых, применении строгого математического аппарата, а также сравнении результатов, полученных разными методами расчета.

Основные теоретические положения и выводы диссертационной работы были представлены на следующих конференциях: II международный конгресс «Актуальные проблемы современного строительства», Санкт-Петербург, СПбГАСУ, 10-12 апреля 2013г; Международная научно-практическая конференция «Актуальные проблемы строительства и архитектуры», Санкт-Петербург, СПбГАСУ, 09-11 апреля 2014 г.

Разработанный в диссертации алгоритм и расчетная программа апробированы при оценке стойкости металлических покрытий к внезапному изъятию элементов. Организацией ЗАО «ЭРКОН» выдана справка о внедрении результатов научных исследований и принятии программы автора для проведения расчетов проектируемых и реконструируемых зданий на прогрессирующее обрушение.

Публикации. По теме диссертации опубликовано 7 печатных работ, общим объемом 3,42 п.л., в т. ч. 5 статей опубликованы в научных журналах, включенных в перечень, утвержденный ВАК РФ.

Структура и объем диссертационной работы. Диссертация изложена на 162 страницах печатного текста, состоит из введения, пяти глав, заключения, списка литературы, включающего 124 источника, и двух приложений. В работе представлено 49 рисунков, 24 таблицы и 143 формулы.

Во введении обоснована актуальность темы диссертации. Приведены основные цели работы, её научная новизна, выносящиеся на защиту положения и основная структура исследования, а также сведения об апробации научных результатов.

В первой главе кратко изложены вопросы общей теории живучести строительных конструкций в условиях аварийных воздействий и её частная задача – защита зданий от прогрессирующего (лавинообразного) обрушения. Приведены основные направления исследований отечественных и зарубежных авторов по работе конструкций в запредельных состояниях. Выделены основные методы защиты зданий от прогрессирующего обрушения. Отмечено, что в настоящий момент на территории Российской Федерации отсутствует общепризнанный и

закрепленный юридически порядок действий практикующего конструктора, занимающегося количественной оценкой напряженно-деформированного состояния конструкций, подверженных внезапному выключению связей и элементов. Приведены три основных метода расчета конструкций на выключение элементов: статический нелинейный, динамический линейный и динамический нелинейный. Предложено использовать в инженерной практике комбинированный метод динамического расчета, использующий разложение по формам колебаний на этапе упругого деформирования и прямое численное интегрирование по достижении напряжений текучести.

Во второй главе записано решение неоднородного уравнения движения систем с выключающимися в процессе колебаний элементами, основанное на разложении по собственным формам. На простых механических системах доказано, что инициирующим силовым воздействием, приводящим к возникновению колебаний, является приращение упругой реакции поврежденной системы по направлению динамической степени свободы, которой соответствует сила инерции при записи уравнения динамического равновесия. Такое представление позволяет избавиться от необходимости использовать какие-либо дополнительные внешние воздействия на систему в момент выключения элемента, а пропорциональное силе инерции ускорение — использовать в качестве начального условия при решении уравнения движения. Аналитические решения записаны для одно- и многомассовых систем с выключающимися элементами, в том числе, уже совершающих колебания. Описан эффект изменения размаха колебаний в зависимости от параметров движения в момент выключения каждого очередного элемента.

В третьей главе описаны два метода решения задачи, учитывающие физически нелинейные свойства материала систем: численный и аналитический. Аналитическое решение получено в общем виде по методу малого параметра Линдштедта-Пуанкаре для случая аппроксимации исходной функции упругой реакции системы полиномами 3-й и 5-й степени. Описана возможность применения аналитического решения для получения динамической реакции

одномассовых и сводящимся к ним систем на воздействие в виде внезапного выключения элементов/связей. Продемонстрирована погрешность квазистатического расчета на примере численного расчета методом Адамса физически нелинейной несимметричной системы.

В четвертой главе сформулированы основные положения разрабатываемого в диссертации метода. Описаны принятые допущения, относящиеся к вопросам динамической прочности стали и потери устойчивости стальными трубами большой гибкости при динамических нагрузках. Приведены принципы ограничения числа учитываемых собственных форм, критерий оценки погрешности при переходе от этапа использования аналитического решения к численному. Записан подробный алгоритм разработанного в диссертации спектрально-численного метода.

В пятой главе приведен пример практического использования разработанных в диссертации алгоритма и программы в среде MathCad. Проведен анализ стойкости реально существующего пространственного металлического покрытия к внезапному изъятию одного из элементов. Приведены четыре расчетных сценария, предполагающие разные начальные повреждения, сочетания внешних нагрузок и жесткости потерявших устойчивость элементов. На примере двух расчетных сценариев продемонстрировано преимущество использования решения, использующего разложение по собственным формам колебаний на первых стадиях обрушения, заключающееся в существенном повышении скорости счета, а также отсутствии накопления ошибки, присущей прямому численному интегрированию. Доказана эффективность использования комбинированного спектрально-численного метода решения при расчете строительных конструкций, состоящих из элементов большой гибкости.

ГЛАВА 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ АНАЛИЗА СТОЙКОСТИ ЗДАНИЙ К ПРОГРЕССИРУЮЩЕМУ ОБРУШЕНИЮ И СУЩЕСТВУЮЩИЕ ПОДХОДЫ К ЕЁ РЕШЕНИЮ

1.1 Проблема риска возникновения прогрессирующего обрушения конструкций в условиях экстремальных воздействий

Совершенствование применяемых материалов, техники и вычислительных комплексов, используемых проектировщиками, расширяет возможности строительной отрасли, позволяя создавать все более сложные комплексы зданий и сооружений. Рост ответственности зданий ставит перед строительной механикой все новые задачи. Одной из таких задач является оценка живучести зданий и сооружений в условиях экстремальных и аварийных воздействий.

Большинство зданий проектируется таким образом, чтобы сопротивляться эксплуатационным нагрузкам в течение всего срока службы. Лишь некоторые, особо ответственные, объекты, рассчитываются на заданное сочетание особых нагрузок, которые, в свою очередь, также отбираются на основании статистической обработки многолетних наблюдений (например, интенсивность землетрясений) и некоторых эмпирических данных (величина избыточного давления при взрывах бытового газа). Совершенствование теорий расчета сооружений в экстремальных ситуациях предполагает проведение расчетов на особое сочетание нагрузок. Согласно классификации [81], к особым нагрузкам относятся:

- сейсмические воздействия
- взрывные воздействия
- связанные с нарушением технологического процесса
- обусловленные коренным изменением характеристик грунта
- вызванные столкновением с транспортными средствами
- связанные с пожаром

При этом большинство подобного рода воздействий относятся к нагрузкам случайного характера, предсказать их появление и интенсивность затруднительно. Соответственно, существует проблема с количественным описанием воздействия на строительную конструкцию, предсказанием её поведения и напряженно-деформированного состояния. Пожалуй, наиболее изученным типом экстремального воздействия является сейсмическая нагрузка. Широчайший спектр публикацией по сейсмостойкому строительству позволяет успешно проектировать уникальные здания в условиях девятибалльной сейсмической активности. Ряд положений расчета, примененных в настоящей диссертации, базируется именно на методах динамического расчета зданий на сейсмостойкость [51; 54; 93; 94; 95], а конструктивные меры по повышению стойкости здания к воздействию землетрясений оказываются эффективными и при обеспечении стойкости к прогрессирующему обрушению [112; 115; 121].

Тем не менее, даже для здания, рассчитанного на заданные экстремальные воздействия, не исключено возникновение аварийной ситуации вследствие явлений, которые невозможно спрогнозировать заранее. Оценка способности конструкций противостоять аварийным воздействиям природного и техногенного характера относится к общей проблеме живучести зданий [61; 66]. Обеспечение живучести зданий — задача комплексная, затрагивает разные разделы как строительной механики, так и ряда смежных дисциплин, и в последние несколько лет представляет собой одно из самых быстроразвивающихся направлений исследований. Одной из частных задач теории живучести зданий является обеспечение сопротивления зданий явлению, получившему в литературе название «прогрессирующее» или «лавинообразное обрушение» [12; 34].

Моментом возникновения термина «прогрессирующее обрушение» принято считать трагедию, произошедшую в ноябре 1968 года в Лондоне. Взрыв бытового газа на одном из верхних этажей жилого здания Ronan Point стал причиной цепной реакции последовательного разрушения несущих конструкций. Результатом локального отказа стало обрушение значительной части здания. Трагедия побудила выпустить нормы [110], в которых содержатся общие

рекомендации по предотвращению прогрессирующего обрушения. Несколько позже рекомендации схожего характера появились в США [102] и Канаде [118].

Громкие трагедии, произошедшие в течение последних десятилетий: обрушение двух пешеходных переходов в отеле «Hyatt Regency» в Канзасе (июль, 1981), строящегося 16-этажного здания «L’Ambiance Plaza» в Коннектикуте (апрель 1987), террористический акт, уничтоживший «Murrah Building» в Оклахоме в апреле 1995, повреждения жилых зданий «Al-Khobar» в Саудовской Аравии после взрыва в июне 1996, нападение на башни Мирового торгового центра в Нью-Йорке в сентябре 2001, продемонстрировали необходимость глубокого изучения вопроса живучести зданий при аварийных воздействиях техногенного характера, доказав необходимость еще на стадии проектирования давать оценку способности ответственных зданий сохранять общую целостность при местных повреждениях, по крайней мере, до момента полной эвакуации людей.

Результатом работы зарубежных специалистов явилась публикация ряда исследований, дающих определение самого термина «прогрессирующее обрушение», как «распространение локального начального отказа в виде цепной реакции, непропорциональной начальному событию, которое, в конечном счете, приводит к разрушению всего строения или его непропорционально большей части» [65; 105], а также содержащих общие рекомендации по его предотвращению и смягчению последствий [119]. Среди публикаций зарубежных авторов можно отметить работу J. Kim и J. Park [114], посвященную исследованию поведения трех- и девятиэтажных стальных рам, спроектированных с учетом рекомендаций [108] и возможности образования пластических шарниров в ригелях.

В других работах, также относящихся к проектированию стальных рам [113; 116], описаны результаты расчета на внезапное удаление стоек конструкций, спроектированных на восприятие сейсмических нагрузок. В [116], в частности, рассмотрена упрощенная модель 10-этажного здания с двумя степенями свободы.

Параллели между теорией сейсмостойкости и расчетами на прогрессирующее обрушение встречаются довольно часто. Доказано, что применение некоторых конструктивных решений, заимствованных из теории сейсмостойкости, положительно сказывается на стойкости зданий к последствиям внезапного выключения элементов. Подобное заключение в равной степени применимо к конструкциям со стальным [115; 101] и железобетонным каркасом [112; 121].

На настоящий момент, в той или иной степени задача защиты зданий от прогрессирующего обрушения отражена в нормах Европы [107], США [104; 108; 122], Канады [118].

1.2 Основные подходы к обеспечению стойкости зданий к прогрессирующему обрушению

Не останавливаясь подробно на особенностях указанных выше документов, выделим три основных изложенных в них подхода к обеспечению стойкости зданий к прогрессирующему обрушению [119]: прямой, косвенный и вероятностный. Каждый из указанных подходов имеет отражение и в работах отечественных авторов, а особый интерес в России к обозначенной проблеме появился после трагических событий в Москве (обрушение крыши комплекса «Трансвааль-парк» в феврале 2004 года [10; 11; 13; 15; 52] и Басманного рынка в феврале 2006 года). Более поздние аварии в Таганроге (обрушение строящегося жилого дома в 2012 году) и Омске (обрушение казармы ВДВ в июле 2015) в очередной раз подтвердили значимость исследований о поведении зданий при авариях.

Косвенный метод предполагает проведение мероприятий, не относящихся непосредственно к расчету сооружений. Обеспечение стойкости здания к выключению элементов обеспечивается повышением степени статической неопределимости [21; 61], введением излишних связей, заменой шарнирных соединений жесткими, иными словами, снижением «значимости» конкретных элементов для системы в целом и созданием альтернативных путей

восприятия нагрузки [120]. Кроме того, к косвенным методам относятся разнообразные организационные меры по снижению риска возникновения аварийных ситуаций [47]. Примером может служить размещение особо ответственных несущих элементов в труднодоступных для злоумышленников местах, их сокрытие и ограждение. Указанные меры не имеют непосредственного отношения к методике проведения расчетов зданий на аварийные воздействия, но позволяют снизить шанс возникновения инициирующих повреждений.

В отличие от косвенного, **прямой метод** предполагает непосредственное проведение расчетов конструкции в целом или её отдельных элементов на заданное аварийное воздействие. В случае, если целью расчета является повышение стойкости конкретного элемента к аварийному воздействию заданной интенсивности, говорят о методе «ключевого элемента» [47]. Многими отечественными авторами [34] подобный метод критикуется ввиду того, что усиление некоторых элементов приводит к многократному повышению материалоемкости конструкции, при этом гарантируя стойкость лишь к узкому набору аварийных воздействий.

Второй подход в рамках прямого метода заключается в изъятии из расчетной схемы одного или нескольких элементов/связей и анализе оставшейся конструкции на предмет её способности перераспределять дополнительно возникающие усилия. Основным недостатком указанного подхода заключается в субъективности выбора группы элементов, изымаемых из конструкции. Тем не менее, по мнению автора диссертации, именно указанный подход наиболее предпочтителен, так как позволяет получить количественную оценку внутренних усилий в конструкции и путей развития цепочки отказов, спровоцированных первоначальным повреждением. При расчете на особые нагрузки становится возможным, отказавшись от рассмотрения физической природы внешнего воздействия, оценить поведение конструкции при условии, что результатом этого воздействия стала локальная потеря одного или нескольких её элементов. Подобный подход становится универсальным при расчете зданий, подверженных локальным отказам вследствие взрывов, потери опор при карстовых провалах,

хрупкого разрушения перегруженных колонн, обрыва вант и т.д. По сути, задача оценки подверженности конкретного здания прогрессирующему обрушению сводится к оценке напряженно-деформированного состояния, достигнутого в результате внезапного удаления одного или нескольких элементов и/или связей.

Вероятностный подход [75] состоит в оценке риска возникновения аварийной ситуации и основывается на статистических данных по каждому рассматриваемому сценарию. Целый ряд параметров системы: геометрические, прочностные, деформационные, внешние нагрузки, представляют собой случайные величины [59; 61], а целью расчета становится количественная оценка вероятности безотказной работы конструкции в течение всего срока эксплуатации.

1.3 Концептуальные направления исследований в обеспечении живучести зданий

Прежде чем переходить непосредственно к методике расчета на воздействие в виде внезапного удаления элементов, следует вернуться к проблеме живучести зданий в целом, отметив несколько оригинальных и смежных направлений исследований, в той или иной степени относящихся к расчету зданий в условиях аварийных воздействий.

Обобщенный критерий живучести.

Поиск обобщенного критерия живучести заключается в определении сценария последовательного выключения связей по мере роста интенсивности какого-либо внешнего воздействия. К системе, помимо нагрузки от постоянного веса, не вызывающего разрушения ни одной связи, статически прикладывается дополнительная нагрузка P , растущая пропорционально некоторому параметру λ . В основной системе в местах возможного выключения связей устанавливаются шарниры с одновременным введением неизвестных изгибающих моментов и дополнительные линейные связи. Поиск неизвестных ведется с помощью канонических уравнений смешанного метода [57]. Для каждой из рассматриваемых связей отыскивается величина параметра λ , при котором в связи

достигается предельная величина усилия, что соответствует её выключению. Из множества полученных решений выбирается минимальное значение параметра λ , приводящее к разрушению очередной связи. Если после очередного выключения связи система превращается в механизм, расчет считается завершенным.

Поиск критерия живучести направлен на оценку путей развития обрушения, спровоцированного аварийным воздействием, а также наиболее нагруженных и опасных сечений для каждого состояния системы, отличающегося от предыдущего состоянием отсутствием одной лишней связи. Чем выше величина параметра λ , тем лучшей живучестью обладает конструкция.

Исследования и примеры расчета железобетонных конструкций с использованием обобщенного критерия живучести описаны в [4; 39; 43; 45; 46; 48]. В работах [32; 33] схожим способом авторы оценивают живучесть реальных металлических структур, возведенных на территории республики Беларусь.

Введение усиленных этажей.

Вопросы живучести наиболее актуальны для высотных и большепролетных зданий прежде всего потому, что возникновение прогрессирующего обрушения в них приводит к наиболее тяжким социальным и материальным последствиям. Для высотных каркасных зданий в работах [6; 7; 28; 29; 30; 90] выдвинуто предположение, что введение усиленных связевых этажей значительно снижает негативный эффект от выключения вертикальных несущих элементов. Так, в «пределах 5-6 этажей максимальный момент в пролете над удаленной колонной практически не зависит от количества этажей. Однако при увеличении количества этажей момент возрастает в 3 и более раз» [6]. Теоретическое обоснование такого решения и количественная оценка эффекта повышения живучести зданий с введением промежуточных этажей приведены в [6; 29]. Некоторые варианты устройства связей и железобетонных диафрагм жесткости в уровне усиленного этажа отражены в статье [6].

Одна из вариаций метода, предполагающего введение усиленных этажей, описана в работах авторов T.M.S Alrudaini и M.N.S. Hadi [103; 109]. Идея состоит в устройстве дополнительных вертикальных стальных тросов, расположенных в

теле железобетонных колонн (для новых зданий) и в обоймах (для реконструируемых). Тросы способны воспринять нагрузку от перекрытий в случае выключения колонны и передать её на связевую ферму в уровне усиленного этажа. На рисунках 1.1 и 1.2 представлены, соответственно, принципиальная схема метода и вариант конструктивного решения колонны с дополнительными стальными тросами.

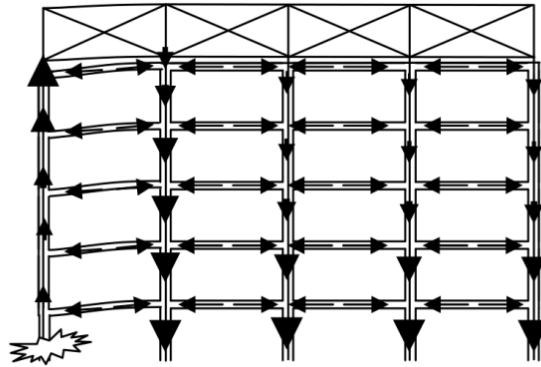


Рисунок 1.1 — Расчетная схема методики [103]. Путь перераспределения внутренних усилий при выключении крайней нижней колонны

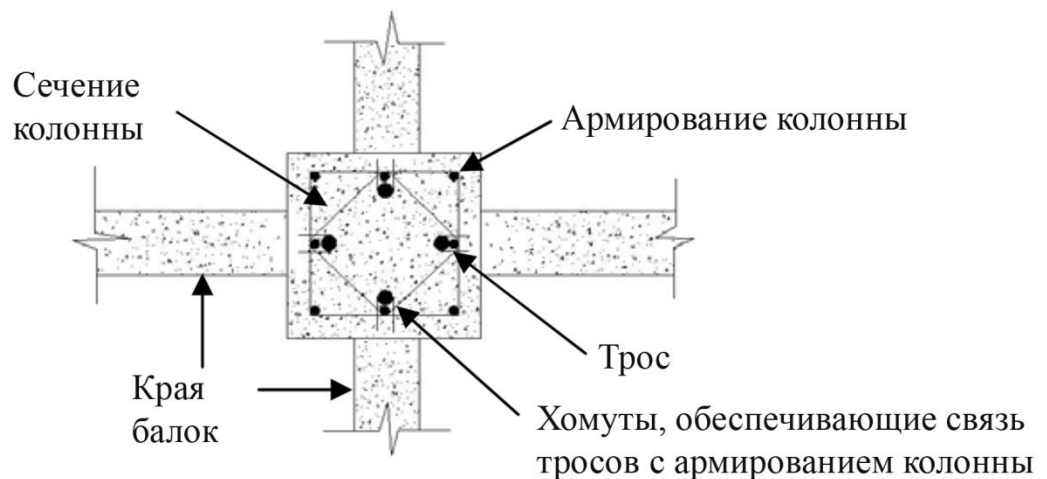


Рисунок 1.2 — Вариант устройства дополнительных тросов в теле колонны

Комбинированное воздействие. Пособие [81], являющееся основным нормативным документом при сборе нагрузок на здания и сооружения, предписывает расчет на особое сочетание, в которое, помимо эксплуатационных, входит одна особая нагрузка. Реальные же аварии, спровоцированные

воздействием какой-либо физической природы, часто сопровождаются совместным действием сразу нескольких запроектных нагрузок [76], комбинированное действие которых способно обрушить конструкцию, рассчитанную на сопротивление одной из них. Ярким примером может служить трагедия в Нью-Йорке 11 сентября 2011 года. Оба здания Всемирного торгового центра, разрушенного в результате террористического акта, имели пределы огнестойкости 180 минут. Комбинированное воздействие удара самолетов и взрыва нарушили огнезащиту, вызвав обрушение обоих небоскребов в течение 102 (Северной башни) и 56 минут (Южной башни) [77].

Обозначим работы, в которых помимо динамического эффекта, вызванного отказом элементов, рассматривается еще какое-либо воздействие: [60; 62] — сейсмическое, [1; 2; 44; 92; 90] — от пожара. Также следует выделить публикации, имеющие определенную ценность при обследовании эксплуатируемых зданий и посвященные работе конструкций с приобретенными повреждениями [36]: коррозионными [49] и усталостными [35], а также учитывающие влияние предварительного напряжения [89].

Смежные исследования. При расчетах на аварийные воздействия необходимо задействовать и ряд смежных исследований, описывающих физику процессов, непосредственно предшествующих удалению элемента. Например, взрывное воздействие [31; 58].

В работе [58] подробно описаны значимые для строительных конструкций параметры воздушной ударной волны: «перепад давления на фронте ударной волны Δp_ϕ ; время действия фазы сжатия τ_+ , в течение которого текущее давление в волне $p(t)$ превышает атмосферное; p_0 амплитуду фазы разряжения; ее длительность τ_- » [58]. В [31] изложена методика численного решения задачи о воздействии избыточного давления на кирпичные и монолитные стены с оконными проемами, в [3] смоделировано воздействие взрыва на колонну подземного этажа при помощи численного интегрирования в среде LS-DYNA.

Как видно из приведенного краткого обзора, подавляющее число источников по теме живучести зданий опубликовано в последнее десятилетие, часть из них содержат общую методологию, концептуальные вопросы и конструктивные рекомендации [71]. Интерес для автора диссертации представляет решение частной задачи теории живучести — поведение стержневых систем с выключающимися элементами. Как следствие, настоящая работа посвящена непосредственно совершенствованию методов оценки напряженно-деформированного состояния поврежденных конструкций, проведению расчетов в рамках задачи о прогрессирующем обрушении и не затрагивает концептуальные вопросы терминологии и обобщений теории живучести зданий в целом.

1.4 Методы расчета систем с выключающимися связями и элементами

Вплоть до 1 января 2015 года на территории Российской Федерации действовал основной нормативный документ, регулирующий проектирование зданий и сооружений в части обеспечения надежности строительных конструкций — ГОСТ Р 54257-2010 [27]. Указанный документ предписывает необходимость проведения расчета на прогрессирующее обрушение особо ответственных зданий: высотных жилых и офисных, торговых комплексов, стадионов и пр. Но буквальное выполнение этого требования затруднительно. Связано это с тем, что не существует единого утвержденного алгоритма расчета на прогрессирующее обрушение, который бы давал общие расчетные предпосылки и точную количественную оценку возникающих усилий и напряжений в элементах конструкции. С выходом ГОСТ 27751-2014 [26], проведение расчета на прогрессирующее обрушение стало необязательным в случае, если «предусмотрены специальные мероприятия, исключаящие обрушение сооружения или его части». Тем не менее, утвержденный расчетный алгоритм в [26], равно как в более раннем [27], не представлен.

Документы [55] и [82] содержат в себе рекомендации по проектированию зданий, защищенных от прогрессирующего обрушения, но описывают, в первую очередь, общие конструктивные мероприятия по его предотвращению. Что касается непосредственно проведения инженерных расчетов, в [55] описаны три принципиальных типа:

- статический нелинейный;
- динамический линейный;
- динамический нелинейный.

Очевидно, каждый из этих подходов для разных конструкций может давать качественно различные результаты, а методика проведения расчета, моделирования реального сооружения, применения тех или иных допущений строительной механики и теории упругости зависит исключительно от квалификации конструктора. Отсутствие общепризнанного и юридически закрепленного в сводах правил метода оценки живучести конструкций, подверженных внезапным локальным повреждениям, приводит к субъективным представлениям инженерного сообщества об обозначенной проблеме. Указанное обстоятельство усложняет работу и проектировщиков и экспертов, оказывая негативное влияние на качество и сроки разработки и защиты конструкторской документации.

Остановимся подробнее на каждом из трех методов расчета, описанных в [55; 82].

Статический нелинейный расчет [63; 78] применяется наиболее часто и позволяет получать приемлемые результаты при существенном сокращении трудоемкости. Доказано, что при выключении разрушающегося элемента системы возникает эффект динамического догружения оставшейся конструкции [21]. Классическая работа, в которой профессором Гениевым Г.А. [25] был предложен энергетический метод получения усилий при внезапном выключении элемента, позволяет заменить динамический расчет статическим. С использованием указанного метода выполнен ряд исследований конструкций [43; 49], прежде

всего железобетонных, позволивших говорить о практической применимости статических расчетов на удаление элементов.

Вторым методом определения НДС систем после разрушения элемента является приложение внешней нагрузки, равной по величине и обратной по знаку усилию, действовавшему в удаленном элементе на момент его выключения. Учет внезапности изъятия элемента достигается умножением внешней дополнительной нагрузки на коэффициент динамичности, принимаемый, как правило, равным двум [69]. На базе указанного подхода построены расчетные алгоритмы некоторых сертифицированных расчетных программ, а рекомендованная величина коэффициента динамичности $K_d=2$ соответствует известному решению (1.1) динамической задачи о внезапном приложении нагрузки к системе с одной степенью свободы [41]:

$$y = y_0 \cdot (1 - \text{Cos}(\omega \cdot t)) \quad (1.1)$$

где y — обобщенная координата, м; y_0 — амплитуда колебаний; ω — круговая частота рад/с; t — время, с.

В работе [84] отмечалось, «что замена задачи о вынужденных колебаниях, порожденных внезапным приложением силы, обратной величине реакции в удаленном элементе, дает абсолютно справедливые результаты перемещений масс только в системах с одной степенью свободы либо в сводящихся к ним системах» [84]. Выбор коэффициента динамичности в любом случае остается на совести инженера-расчетчика и выбирается на основании его личных субъективных представлений о поведении конкретной конструкции [78]. Среди работ, посвященных определению коэффициента динамичности многоэтажных каркасов можно выделить, например, [5].

Статический метод расчета достаточно прост, при этом, по мнению его сторонников, является весьма эффективным [49]. Достаточное количество коммерческих программных комплексов, позволяющих проводить статический расчет с учетом физической и геометрической нелинейностей, делает его наиболее доступным для широкого круга практикующих специалистов-

конструкторов. Тем не менее, для многих строительных систем упрощение, связанное с заменой динамической задачи статической, даёт существенную погрешность [84; 99]. Принимая во внимание рост производительности вычислительных машин и программных алгоритмов, переход к динамическому анализу систем при особых нагружениях, в том числе, при массовом проектировании, является вопросом самого ближайшего будущего.

В некоторых публикациях под «динамическим» авторами подразумевается статический расчет с учетом повышающих коэффициентов. Во избежание несогласованности, в рамках настоящей диссертации динамическими будут называться только расчеты, в которых рассматривается непосредственно движение систем, а инерционные силы являются значимыми. Их основным достоинством является существенно большая точность, а также возможность получения всех необходимых параметров системы в любой момент времени.

Динамический линейный расчет в работах, посвященных аварийным воздействиям на конструкцию, освящен наиболее слабо. Главным аргументом против него является то, что особые воздействия, как правило, вызывают в конструкциях усилия, близкие к границе применимости теории линейно-упругого деформирования [60]. Тем не менее, среди знакомых автору работ, существует несколько публикаций, описывающих оригинальные методики расчета систем с выключаемися связями, основанные на аналитическом решении уравнений динамики [20; 65; 72; 96; 99]. Основное достоинство решений в форме разложения по собственным формам заключается в точности аналитического решения, не зависящем от размера шага интегрирования и не требующего исключительных вычислительных мощностей.

Во всех указанных работах использован схожий принцип учета воздействия в виде внезапного удаления элементов — наличие начальных смещений масс. После внезапного удаления связи для новой системы (с выключенной связью), характерно новое положение равновесия. Очевидно, что возникнет колебательный процесс. В процессе движения каждая масса стремится достичь положения равновесия, актуального для новой системы. Разница между

положением каждой массы на момент выключения связи и её координатой в положении статического равновесия в новой системе, будет являться причиной возникновения колебаний и начальным условием для решения уравнений движения. Вид расчётной схемы, наглядно демонстрирующий основной принцип такого подхода, представлен в работах [20; 70] и на рисунке 1.3:

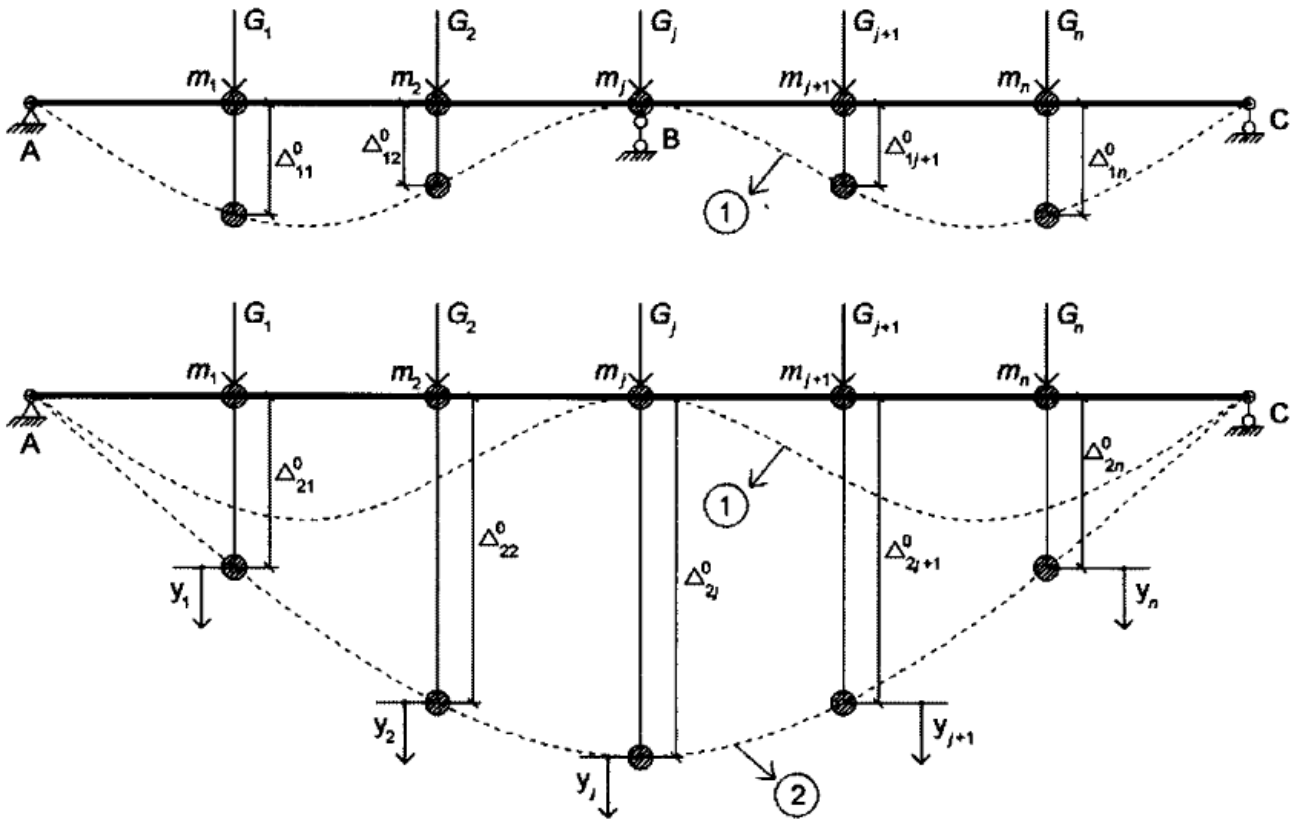


Рисунок 1.3 — Расчётная схема к работе [20]

На рисунке 1.3 цифрами в круге обозначены, соответственно, изогнутые оси балок в положении статического равновесия до и после выключения центральной опоры B (по направлению степени свободы j); m_i — сосредоточенные массы; y_i — направления динамических степеней свободы; Δ_{1i}^0 и Δ_{2i}^0 — перемещения массы i относительно недеформированной оси балки соответственно до и после удаления опоры B .

Начальное условие по координате в направлении степени свободы i принимает вид:

$$U_i = \Delta_{2i}^0 - \Delta_{1i}^0 \quad (1.2)$$

Для поиска внутренних усилий в ферме используется выражение (1.3) [20]:

$$S(t) = \sum_{i=1}^n S_i^P \cdot G_i + \sum_{i=1}^n S_i \cdot J_i(t) \quad (1.3)$$

где S_i^P — единичное усилие в исследуемом сечении фермы от веса $G_i=1$; S_i — то же, от действия силы инерции $J_i(t)=1$.

Следует отметить, что использование принципа суперпозиции, справедливого для упругих систем, упрощает расчет, позволяя рассматривать свободные колебания систем. При этом, для каждого состояния системы (с очередной выключенной связью), необходимо вычислять новое положение статического равновесия. Кроме того, сам процесс поиска вектора единичных усилий является отдельной задачей, описанной, например, в [96].

Оригинальный метод расширения границ применимости аналитического решения в форме разложения по собственным формам, учитывающий физически нелинейные свойства материалов, описан в работе Потапова А.Н. и Уфимцева Е.М. [73]. В рамках задачи диаграмма растяжения-сжатия образца задается в виде билинейной диаграммы с линейным упрочнением, а вектор восстанавливающих сил представляет собой (1.4):

$$R(t) = R_{ke}(t) + R_u(t_j) - R_p(t_j) \quad (1.4)$$

где $R_{ke}(t)$ — вектор квазиупругих усилий, кН; t_j — момент перехода системы в новое промежуточное состояние, с; $R_u(t_j)$ — вектор предельных значений, достигнутых на момент t_j , кН; $R_p(t_j)$ — вектор остаточных усилий, учитывающий необратимые пластические деформации, кН.

Расчет разбивается на ряд независимых квазиупругих участков, ограниченных моментами перехода элементов системы в новое состояние по достижении напряжений текучести, начала разгрузки и т.д.

Наглядно суть метода представлена на диаграмме изменения k -ой компоненты вектора динамических восстанавливающих сил рисунке 1.4 [73].

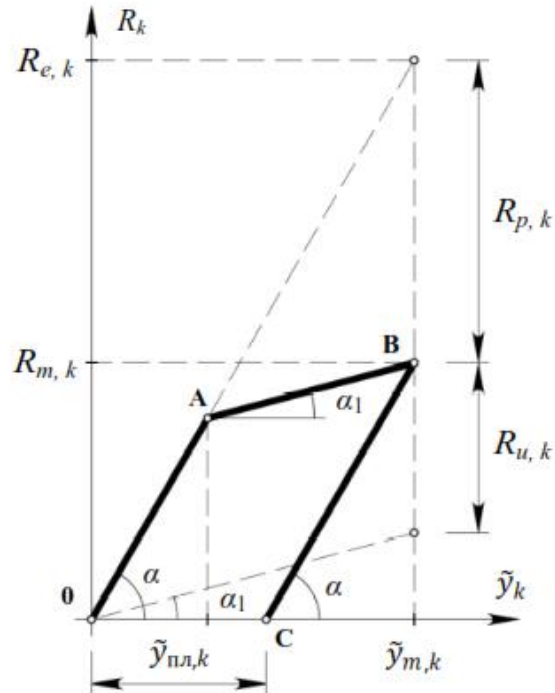


Рисунок 1.4 — Диаграмма деформирования к работе [73]

В пределах каждого из промежуточных участков векторы $R_u(t_j)$ и $R_p(t_j)$ постоянны. Описанный метод позволяет получать аналитическое решение динамической задачи с учетом физической нелинейности. При этом следует отметить, что на практике такой подход применим при анализе небольших конструкций, так как по мере роста количества элементов системы, резко возрастает и количество квазиупругих участков, связанных с фазой нагружения каждого элемента в отдельности.

В целом же, линейно-спектральный анализ систем вполне успешно применяется в смежном направлении — сейсмостойком строительстве, а его потенциал для задач прогрессирующего обрушения практически не используется. В настоящей диссертации методам аналитического решения уравнений динамики стрелевых конструкций с выключающимися элементами уделено наибольшее внимание, а некоторые предположения и выводы, например, эффект уменьшения размаха колебаний сосредоточенных масс при последовательном отказе элементов, позволяют говорить о дополнительных резервах стойкости конструкций к обрушению, реализующихся без использования пластического ресурса материалов.

Динамический нелинейный расчет, использующий прямое численное интегрирование уравнений движения для анализа стойкости систем прогрессирующему обрушению, описан в работах [8; 14; 16; 60; 67; 91]. Вид дифференциального уравнения, решаемого в рамках задачи, имеет вид [68]:

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{F\} \quad (1.5)$$

где $[M]$ — диагональная матрица масс; $[C]$ — матрица демпфирования; $[K]$ — матрица жесткости; $\{F\}$ — вектор внешней узловой нагрузки; $\{u\}$ — вектор перемещений узлов.

Что касается выбора схем интегрирования, авторы [60; 68] используют явную схему по методу центральных разностей. Выбор связан с тем, что при использовании неявных схем (Ньюмарка, Хоболта, θ -метод Вилсона) [68] и наличии переменной матрицы жесткости, являющейся функцией вектора узловых перемещений, на каждом шаге интегрирования необходимо решать систему алгебраических нелинейных уравнений [60]. Указанное обстоятельство существенно усложняет расчет.

При использовании явных схем скорости и ускорения являются неизвестными величинами, а их вычисление ведется непосредственно на каждом этапе итерационного процесса без использования операции дифференцирования. Неизвестные на каждом шаге определяются, исходя из соответствующих значений на предыдущих шагах, а для поиска вектора ускорений, принимаемого постоянным в течение одного временного интервала, используется выражение (1.6):

$$\{\ddot{u}\} = [M]^{-1}(\{F\}^{ext} - \{F\}^{int}) \quad (1.6)$$

где $\{F\}^{ext}$ — вектор внешних сил; $\{F\}^{int}$ — вектор внутренних сил.

Среди основных преимуществ явным схем, помимо высокой скорости счета, является их устойчивость даже для систем с жесткой нелинейностью. Основной недостаток методов — быстрое накопление ошибок и получение, в любом случае, некоторого приближенного решения. Гарантировать приемлемую для анализа устойчивость расчета может только уменьшение шага интегрирования

по времени, что, в свою очередь, сказывается на объеме требуемых вычислений. Так, максимальная величина требуемого шага ограничивается критерием Куранта [67]:

$$\Delta t \leq \frac{2}{\omega_{\max}} \cdot \left(\sqrt{1 + \xi^2} - \xi \right) \quad (1.7)$$

где ω_{\max} — максимальная собственная частота системы, рад/с; ξ — коэффициент демпфирования.

Окончательный размер критического шага по времени Δt_{crit} выбирается из множества полученных значений Δt [67]:

$$\Delta t_{crit} = \min(\Delta t_1, \Delta t_2, \dots, \Delta t_n) \quad (1.8)$$

Очевидно, что при наличии в диагональной матрице масс $[M]$ элементов малой, по отношению к остальным, величины, растет и максимальное значение высших частот спектра. Появление высших частот, не играющих, как правило, существенную роль в общем процессе деформирования системы, сказывается на минимальном критическом шаге, приводя к неоправданному росту объема вычислений.

Но, как бы то ни было, прямое численное интегрирование, позволяющее вести анализ строительных систем больших размерностей в форме численного эксперимента, является на данный момент наиболее эффективным инструментом в решении задач с учетом развитых физической, геометрической и конструктивной нелинейностей. Практическая применимость указанного метода подкреплена существованием мощных программных комплексов на базе метода конечных элементов (МКЭ), применяющих явные схемы интегрирования: ANSYS, LS-DYNA, ABAQUS. В рамках указанных комплексов расчетчик имеет возможность не только получать количественные значения искомых параметров, но и наглядные картины поведения конструкции во времени благодаря развитым постпроцессорам.

Из наиболее наглядных примеров использования решения в форме численного эксперимента можно привести указанные ранее работы Белостоцкого А.М. [11], посвященные анализу причин обрушения СОК

«Трансвааль-парк», Белостоцкого А.М. и Павлова А.С. о моделировании процесса деформирования покрытия трибуны и 16-этажного здания со стальным каркасом при аварийных воздействиях [16], Мкртычева О.В. и Мкртычева А.Э. об устойчивости к прогрессирующему обрушению большепролетного здания ледового дворца в условиях сейсмического воздействия [60].

В заключение обзора применяемых методов расчета можно сделать вывод, что квазистатические методы, активно применяющиеся в практических расчетах, даже с учетом физической и геометрической нелинейностей, являются достаточно грубым приближением к реально происходящим процессам в конструкциях, подверженных внезапному выключению элементов. Их использование обусловлено, в первую очередь, простотой практического применения, большим количеством публикаций, вносящих ценный теоретический вклад в сглаживание погрешности замены динамической задачи статической, и эмпирически полученным зависимостям для конкретных групп конструкций.

С другой стороны, точный динамический нелинейный расчет все еще остается недоступным для большинства практикующих специалистов ввиду своей исключительной трудоемкости как на стадии моделирования сооружения и сборки конечно-элементной схемы, так и в процессе непосредственных вычислений.

Совершенствование теории расчетов в запроектных состояниях требует развития новых подходов и методов расчетов [12]. Наименее изученной применительно к задаче о внезапном выключении элементов остается теория линейно-спектрального анализа, основанная на разложении по собственным формам колебаний. Действенной альтернативой может стать именно её использование, лишенное недостатков приближенного численного решения, по крайней мере, для некоторых типов конструкций. В основу метода, изложенного в диссертации, легла идея отказа от использования прямого интегрирования уравнений движения с заменой его точным аналитическим решением до момента достижения условий текучести в каком-либо из элементов системы.

Выводы по первой главе

1. Современная редакция нормативной документации требует проведения оценки стойкости особо ответственных зданий к прогрессирующему (лавинообразному) обрушению.

2. На основании анализа публикаций отечественных и зарубежных авторов по указанной теме обозначены три основных пути решения проблемы: прямой, косвенный и вероятностный.

3. В рамках прямого метода, предполагающего непосредственное проведение расчетов зданий в условиях внезапного удаления элементов/связей, рекомендовано использовать анализ в статической нелинейной, динамической линейной или динамической нелинейной постановках.

4. Нет единого мнения насчет выбора инициирующего воздействия, связанного с выключением элементов. Внешнее дополнительное силовое воздействие является некоторой функцией времени, закон изменения которой нуждается в описании.

5. Среди применяемых методов, динамический нелинейный расчет в форме численного эксперимента дает наиболее точные результаты, но остается исключительно трудоемким для применения в проектной практике.

6. Линейный динамический расчет позволяет получать точное аналитическое решение, не зависящее от шага интегрирования по времени, но имеет ограничения, связанные с переходом материалов в неупругую зону работы.

7. Альтернативным методом может стать решение неоднородного дифференциального уравнения движения в форме разложения по собственным формам на этапе упругого деформирования, а по достижении в одном из элементов напряжений текучести — решении того же уравнения с применением прямого численного интегрирования. Разработка и опыт применения такого подхода при анализе реальных конструкций является актуальной задачей, решение которой может стать ценным компромиссом между двумя распространёнными методами в прикладной инженерной практике.

ГЛАВА 2. ЛИНЕЙНО-СПЕКТРАЛЬНЫЙ РАСЧЕТ СИСТЕМ С ВЫКЛЮЧАЮЩИМИСЯ ЭЛЕМЕНТАМИ

2.1 Иницирующее воздействие на систему при выключении элемента

Метод динамического расчета, предлагаемый в настоящей диссертации, предполагает использование двух методов — аналитического и численного для решения одного общего уравнения движения механической системы с выключающимися элементами. Уравнение должно описывать положение узлов дискретной системы с учетом всех действующих на систему сил. Единственность уравнения движения, а, следовательно, и получаемого в результате его решения вектора перемещений узлов, позволяет однозначно определять все значимые параметры системы, в первую очередь, возникающие усилия и напряжения в её элементах. В рамках настоящей диссертации вид этого уравнения получим из записанного выше матричного уравнения (1.5), для упрощения на данном этапе рассмотрения опустив диссипативные силы:

$$[M]\{\ddot{U}\} + [K]\{U\} = \{F\} \quad (2.1)$$

Решению уравнения (2.1) в аналитическом виде посвящена настоящая глава.

Вне зависимости от использования одного из методов расчета систем на воздействие в виде внезапного удаления элементов, выбор типа иницирующего силового воздействия остается вопросом нерешенным. Подход, применяемый в квазистатических расчетах, заключающийся в приложении постоянной внешней нагрузки, равной усилию в удаляемом элементе на момент его отказа с обратным знаком, критикуется вследствие того, что «реакция связи в процессе колебаний изменяется» [99], то есть внешняя дополнительная нагрузка должна быть некоторой меняющейся функцией. Одним из наиболее распространённых приемов для учета этого изменения служит снятие указанной нагрузки через некоторый промежуток времени. Например, в работе [29] за время убыли

нагрузки $P(t)$ принято время разрушения несущего элемента. Также, зарубежными авторами исследовано и влияние времени действия дополнительной нагрузки, например, связанной с обрывом несущего троса моста [124], на реакцию оставшейся конструкции.

Автор настоящей работы является сторонником методов, описанных в работах [20; 99] и не предполагающих каких-либо дополнительных силовых воздействий на систему, будем называть их кинематическими. В указанных работах уравнения колебаний систем однозначно определяются начальными условиями. Как известно, любое кинематическое воздействие можно заменить силовым. В настоящей главе приведено исследование, каким типом силового воздействия целесообразно описывать внезапное удаление элемента и, кроме того, как это описание можно использовать в решении уравнений движения.

О механической энергии системы с выключенным элементом.

Рассмотрим груз массой m , подвешенный на независимо работающих N пружинах, расположенных бесконечно близко друг к другу (рисунок 2.1а). Изображенная механическая система обладает одной динамической степенью свободы, а её суммарная жесткость получается простым суммированием жесткостей каждой из пружин [87]:

$$C^I = \sum_{i=1}^N c_i \quad (2.2)$$

где C^I — общая суммарная жесткость пружин системы I, кН/м; c_i — жесткость i -й пружины, кН/м.

В момент времени $t=0$ с груз находится в равновесии (рисунок 2.1б). Ось u направим вертикально вниз и запишем уравнение равновесия:

$$m \cdot g - C^I \cdot u = 0 \quad (2.3)$$

где m — масса груза; C^I — суммарная жесткость системы пружин до разрушения.

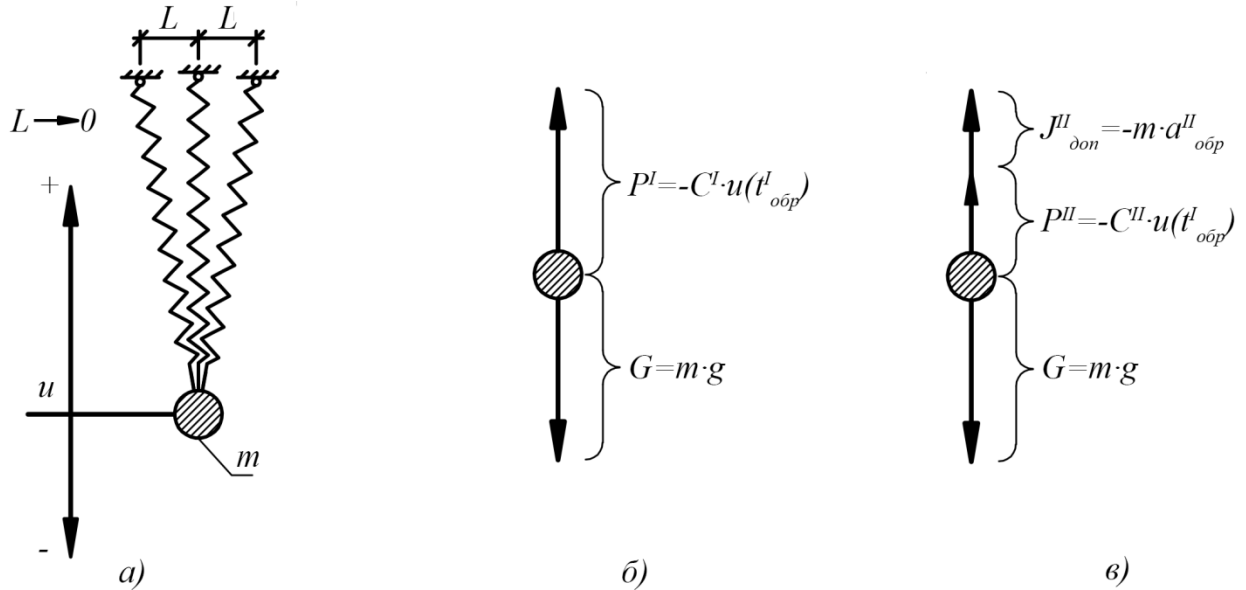


Рисунок 2.1 — Схема воздействий при обрыве пружины в покоящейся системе: а) общий вид расчетной схемы; б) система сил, приложенных к массе до обрыва пружины; в) система сил, приложенных к массе после обрыва пружины

Пусть по какой-либо причине внезапно обрывается одна из пружин (рисунок 2.1в). При этом время разрушения пружины пренебрежимо мало:

$$t_{I \rightarrow II} \rightarrow 0 \quad (2.4)$$

где $t_{I \rightarrow II}$ — время перехода системы из состояния I в состояние II.

Получаем выведенную из равновесия систему с $N-1$ пружинами. Суммарная жесткость системы в этом случае:

$$C^{II} = \sum_{i=1}^{N-1} c_i \quad (2.5)$$

Здесь и далее по тексту верхний индекс каждой величины будет соответствовать номеру состояния системы (I — исходная система без удаленных элементов, II — с одним удаленным элементом и т.д.).

Запишем выражение полной механической системы, изображенной на рисунке 2.1а, воспользовавшись уравнением Лагранжа [100, с.589] второго рода.

Полная энергия системы до удаления одной из пружин:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{y}} \right) - \frac{\partial T}{\partial y} = - \frac{\partial \Pi}{\partial y} \quad (2.6)$$

где T — кинетическая энергия системы, Дж; Π — потенциальная энергия системы, Дж.

Обрыв элемента не влияет на кинетическую энергию системы, иными словами:

$$T^I(t_{обр}^I) = T^{II}(t_{обр}^{II}) \quad (2.7)$$

Потенциальная энергия исходной системы:

$$\Pi^I = \frac{1}{2} \cdot C^I \cdot u^2 - m \cdot g \cdot u \quad (2.8)$$

Потенциальная энергия системы с удаленной связью:

$$\Pi^{II} = \frac{1}{2} \cdot C^{II} \cdot u^2 - m \cdot g \cdot u \quad (2.9)$$

Подставляя (2.9) в (2.6) и принимая $T = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \dot{u}^2$, получим уравнение колебаний:

$$m \cdot \ddot{u} + C^{II} \cdot u = m \cdot g \quad (2.10)$$

Сравнивая (2.8) и (2.9), следует обратить внимание, что обрыв пружины приводит к убыли потенциальной энергии системы на величину $\Delta\Pi = \frac{1}{2} \cdot u^2 (C^I - C^{II})$ и, самое важное, мгновенно [83]. Но, как известно, изменение полной энергии консервативной системы возможно только путем совершения работы некоторой силой на заданном перемещении. Переход из одного состояния в другое в указанном случае не сопровождается изменением обобщенной координаты u , следовательно, механическая работа не совершается. На основе закона сохранения механической энергии из этого следует вывод, что каждое состояние системы, отличающееся количеством разрушившихся элементов, следует рассматривать как независимую консервативную систему, связанную с предшествующей только мгновенными параметрами движения — обобщенной координатой и её производными, полученными на предыдущем шаге расчета, не вводя в расчет каких-либо дополнительных внешних нагрузок и воздействий.

Тип силового воздействия.

Для удовлетворения принципа мгновенного равновесия системы в момент обрыва одной из пружин, необходимо ввести силу инерции $J''_{\text{дон}} = -m \cdot a''_{\text{обр}}$. Её величину и направление можно получить из уравнения:

$$J''_{\text{дон}} + P'' = P^I \quad (2.11)$$

где P^I — упругая реакция системы до удаления одной из пружин, кН; P'' — упругая реакция системы с удаленной пружиной, кН.

Разделим силу инерции $J''_{\text{дон}}$ на массу груза. В итоге получим ускорение $a''_{\text{обр}}$, возникшее в результате мгновенного изменения общей жесткости системы в направлении динамической степени свободы.

Полученное ускорение $a''_{\text{обр}}$ можно использовать для поиска значения одной из постоянных интегрирования при решении задачи собственных колебаний системы с удаленной пружиной. Запишем дифференциальное уравнение движения системы в состоянии II:

Начальные условия для решения уравнения (2.10):

Момент обрыва первой пружины (конец первого состояния системы):

$$t^I_{\text{обр}} = 0 \text{ с} \quad (2.12)$$

Координата массы в момент обрыва:

$$u^I(t^I_{\text{обр}}) = u''(t^I_{\text{обр}}) = \frac{m \cdot g}{C^I} \quad (2.13)$$

Скорость массы в начале II стадии:

$$v''(t^I_{\text{обр}}) = \dot{u}''(t^I_{\text{обр}}) = 0 \text{ м/с} \quad (2.14)$$

Ускорение массы в начале II стадии:

$$a''(t^I_{\text{обр}}) = \ddot{u}''(t^I_{\text{обр}}) = \frac{(C^I - C^{II})}{m} u^I(t^I_{\text{обр}}) \quad (2.15)$$

Решение (2.10):

$$u''_{\text{общ}} = A \cdot \cos(\omega'' t) + B \cdot \sin(\omega'' t) + \frac{g}{\omega''^2} \quad (2.16)$$

Первая производная в момент времени $t = t'_{\text{обр}} = 0$ с:

$$-\omega'' \cdot A \cdot \sin(0) + \omega'' \cdot B \cdot \cos(0) = v''(t'_{\text{обр}}) \quad (2.17)$$

Вторая производная в момент времени $t = t'_{\text{обр}} = 0$ с:

$$-\omega''^2 \cdot A \cdot \cos(0) - \omega'' \cdot B \cdot \sin(0) = \frac{(C^I - C^{II})}{m} u'(t'_{\text{обр}}) \quad (2.18)$$

После вычисления постоянных интегрирования A и B и нескольких математических преобразований получим решение уравнения (2.10):

$$u'' = m \cdot g \left(\frac{1}{C^I} - \frac{1}{C^{II}} \right) \cos(\omega'' t) + \frac{g}{\omega''^2} \quad (2.19)$$

где $\omega'' = \sqrt{\frac{C^{II}}{m}}$.

При решении задачи на внезапное удаление элементов предлагается сразу вводить силу веса и другие, статически приложенные к системе силы, в уравнение движения. Этот прием позволяет совместить точку отсчета координаты u с недеформированным положением системы, а также использовать тот же вид дифференциального уравнения, что и позже — при численном интегрировании.

Разрушение элемента в движущейся системе. Прогрессирующее обрушение.

Для учета мгновенных параметров движения на момент разрушения очередного элемента, формулу (2.19) следует записать в более общем виде.

Рассмотрим систему сил, действующую на шарик непосредственно перед (состояние I) и после момента обрыва второй (и каждой последующей) пружины (состояние II) (рисунок 2.2):

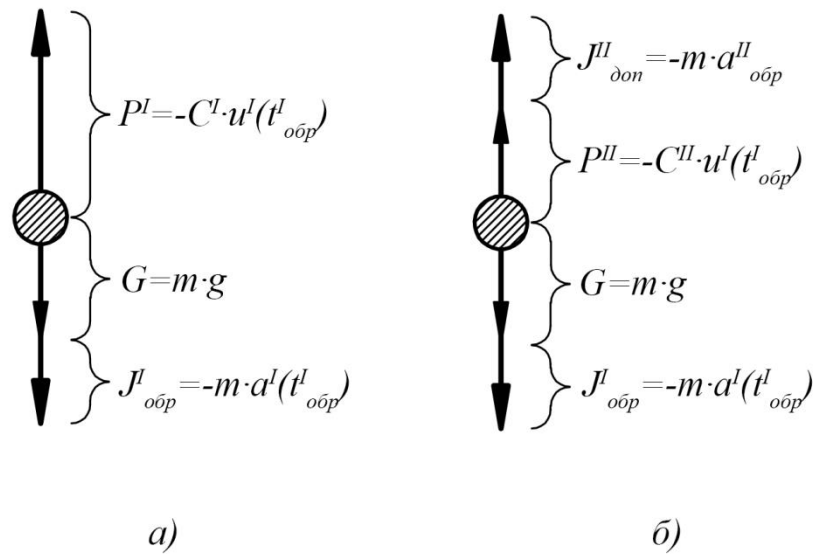


Рисунок 2.2 — Схема воздействий при обрыве пружины в движущейся системе

Величины, изображенные на рисунке 2.2:

$u^I(t_{обр}^I)$ — координата массы на момент обрыва очередной пружины, м; $a^I(t_{обр}^I)$ — ускорение массы на момент обрыва очередной пружины, м/с²; $a_{обр}^{II}$ — дополнительное ускорение массы, приобретаемое вследствие мгновенного уменьшения жесткости системы, м/с²; $P^I = -C^I \cdot u^I(t_{обр}^I)$ — упругая реакция системы «I» в момент обрыва очередной пружины, кН; $P^{II} = -C^{II} \cdot u^I(t_{обр}^I)$ — упругая реакция системы «II» непосредственно после обрыва очередной пружины, кН; $J_{обр}^I = -m \cdot a^I(t_{обр}^I)$ — сила инерции, накопленная системой «I» в процессе колебаний на момент обрыва очередной пружины, кН; $J_{дон}^{II} = -m \cdot a_{обр}^{II}$ — дополнительная сила инерции, приобретаемая вследствие мгновенного уменьшения жесткости системы.

Следует обратить внимание, что ускорение, вызванное обрывом очередной пружины, всегда направлено вниз, а направление ускорения, связанного с силами инерции, зависит от положения массы на момент обрыва очередной пружины. На рисунке 2.2 изображен случай, когда обрыв очередной

пружины происходит в положении, близком к нижнему амплитудному значению перемещений. Иными словами, масса находится ниже положения статического равновесия.

От положения массы, накопленной скорости и ускорения в момент обрыва будут зависеть не только количественные параметры колебаний на следующей стадии, но и качественные: обрыв элемента может привести как к уменьшению размаха колебаний, так и к его увеличению, соответственно уменьшая или увеличивая вклад инерционных сил в общую деформацию системы. Схожий эффект также описан в работе [70], но в ней изменение амплитуды авторы связывают с фазой внешней нагрузки на момент выключения связи.

В результате, для каждой конкретной задачи влияние динамики на каждой очередной стадии будет различным, зависящим, в том числе, от порядка исключения элементов из системы. Предсказание развития прогрессирующего обрушения без проведения динамического расчета представляется задачей трудновыполнимой, а принятие одного общего коэффициента динамичности, даже эмпирически полученного для определенного типа конструкций — дающим большую погрешность (как в сторону запаса прочности так и наоборот).

Общий вид дифференциального уравнения для n -ой стадии разрушения:

$$m \cdot \ddot{u}^n + C^n \cdot u^n = m \cdot g \quad (2.20)$$

Координата массы в начале n -ой стадии колебаний:

$$u^n(t_{обр}^{n-1}) = u^{n-1}(t_{обр}^{n-1}) \quad (2.21)$$

Начальные условия для решения уравнения (2.20):

Скорость массы в начале n -ой стадии колебаний:

$$v^n(t_{обр}^{n-1}) = \dot{u}^n(t_{обр}^{n-1}) = \dot{u}^{n-1}(t_{обр}^{n-1}) \quad (2.22)$$

Ускорение массы в начале n -ой стадии колебаний:

$$a^n(t_{обр}^{n-1}) = \ddot{u}^n(t_{обр}^{n-1}) = \ddot{u}^{n-1}(t_{обр}^{n-1}) + \frac{(C^{n-1} - C^n)}{m} u_{обр}^{n-1} \quad (2.23)$$

Решение уравнения (2.20):

$$u^n = \left(u_{обр}^{n-1} \cdot \left(1 - \frac{C^{n-1}}{C^n} \right) - \frac{a^n(t_{обр}^{n-1})}{(\omega^n)^2} \right) \cdot \cos(\omega^n(t - t_{обр}^{n-1})) + \frac{v_n(t_{обр}^{n-1})}{\omega^n} \cdot \sin(\omega^n(t - t_{обр}^{n-1})) + \frac{g}{(\omega^n)^2} \quad (2.24)$$

Для получения решения в кинематической постановке, не использующей силу инерции и соответствующее ей ускорение, запишем начальные условия на n -ой стадии обрушения:

$u_{обр}^n = u_{обр}^{n-1}$ — координата массы на момент обрыва очередной пружины;

$u_{обр}^n = u_{обр}^{n-1}$ — скорость массы на момент обрыва очередной пружины.

Решение уравнения (2.20) при такой записи начальных условий примет вид:

$$u^n = \left(u_{обр}^{n-1} - \frac{g}{(\omega^n)^2} \right) \cdot \cos(\omega^n(t - t_{обр}^{n-1})) + \frac{v_n(t_{обр}^{n-1})}{\omega^n} \cdot \sin(\omega^n(t - t_{обр}^{n-1})) + \frac{g}{(\omega^n)^2} \quad (2.25)$$

Решения (2.24) и (2.25) тождественны. Это служит доказательством того, что, с одной стороны, кинематический подход к выбору инициирующего воздействия абсолютно справедлив, а с другой, что в качестве силового воздействия, выводящего систему из равновесия при внезапном удалении опоры или элемента, можно рассматривать приращение упругой реакции поврежденной системы, равное по величине силе инерции. Ускорение, пропорциональное указанной силе, может быть использовано в получении постоянных интегрирования.

Имея решения (2.24) и (2.25), становится возможным отслеживать усилия и напряжения во всех оставшихся пружинах. В том случае, если при приближении к амплитудному значению координаты в i -ой пружине перестает выполняться условие прочности, следует зафиксировать момент времени, координату, скорость и ускорение массы. Эти величины станут исходными для следующей стадии движения массы.

Ограничиваясь только координатой массы в момент перехода от стадии к стадии, как это делается при квазистатическом расчете, теряется вклад от накопленной скорости, что может привести к искажению результатов расчета. Именно учет всех мгновенных параметров движения, накопленных системой в момент перехода от стадии обрушения i к стадии $i+1$, позволяет говорить о прогрессирующем обрушении как о непрерывном процессе.

Под системой пружин можно понимать любую статически неопределимую многоэлементную стержневую систему, несущую сосредоточенные массы. Сконденсированные жесткости C^n по направлению каждой динамической степени свободы легко отыскиваются при помощи стандартных приемов строительной механики.

2.2 Пример расчета системы с одной степенью свободы

Решим систему, изображенную на рисунке 2.3, с использованием положений, описанных выше. Жесткостные характеристики стержней, входящих в систему, сведены в таблицу 2.1. Вес массы: 700 кН.

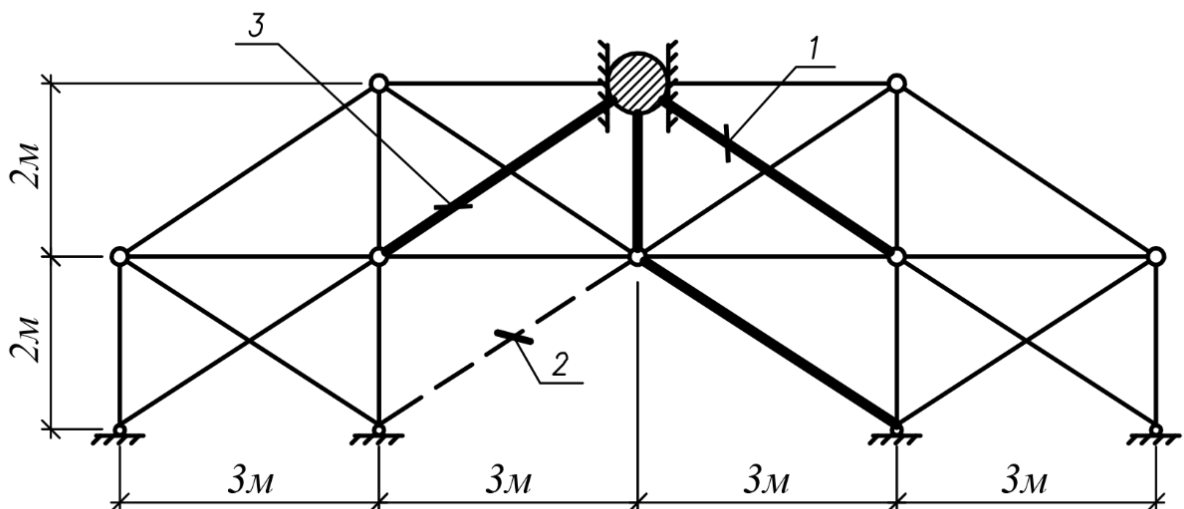


Рисунок 2.3 — Расчетная схема

Таблица 2.1 — Жесткости элементов

Тип сечения элемента	Продольная жесткость, кН
—	707850
----	460638
—	110215

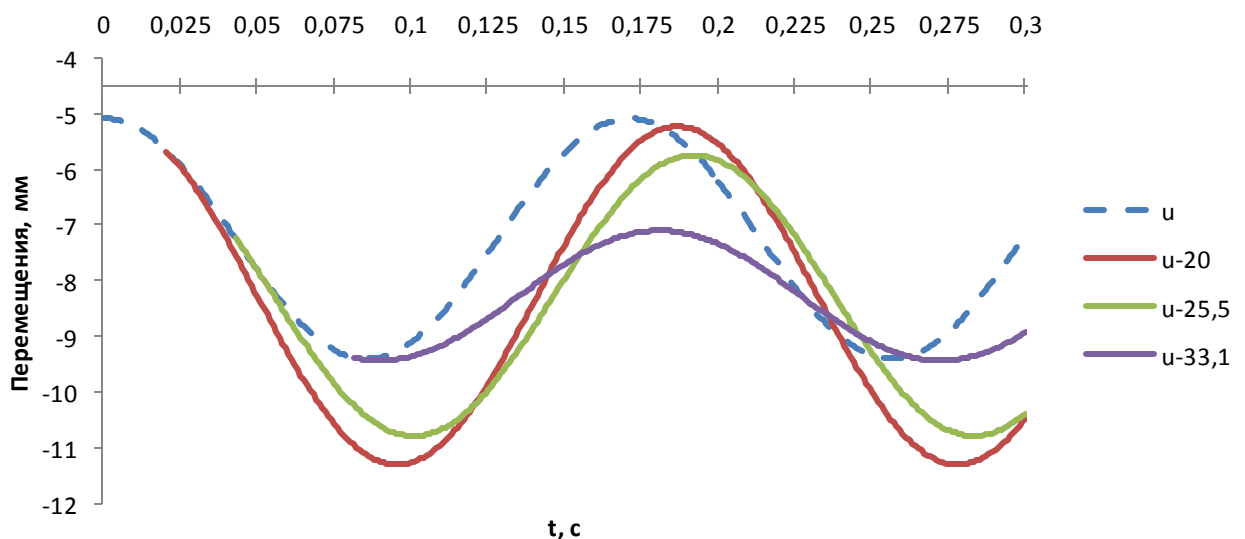
Рассматриваем только одну динамическую степень свободы — вертикальное движение массы. Критерий выключения элемента системы — хрупкое разрушение при достижении напряжений $\sigma_{обр}$.

Стадия I. Система находится в покое.

Стадия II. $0 \leq t \leq t''_{обр}$. В момент времени $t=0$ с происходит внезапное разрушение элемента 1, в результате чего начинается колебательный процесс. В момент времени $t=t''_{обр}$ напряжения в раскосе 2 достигают значения $\sigma_{обр}$.

Стадия III. $t \geq t''_{обр}$. Колебания системы без раскосов 1 и 2.

На рисунках 2.4 и 2.5 представлены, соответственно, перемещения массы и напряжения в раскосе 3 при трех разных значениях $\sigma_{обр}$.

Рисунок 2.4 — График колебания массы m при разных критериях обрыва

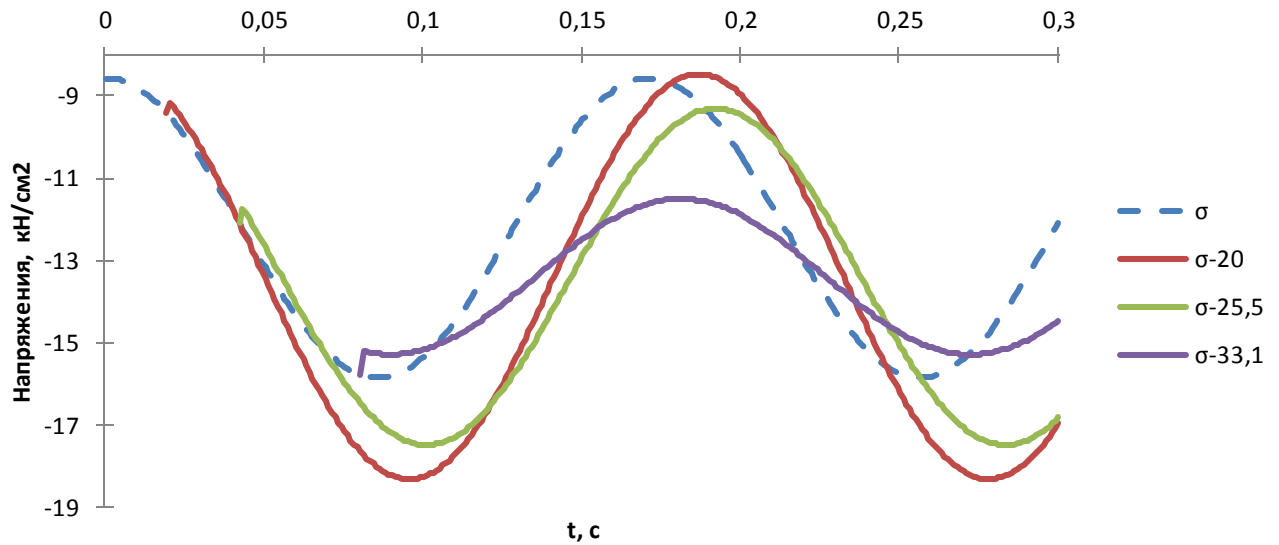


Рисунок 2.5 — Напряжения в раскосе 3 при разных критериях обрыва

Принятые на рисунках 2.4 и 2.5 условные обозначения:

u — перемещения по направлению динамической степени свободы на стадии II; $u-20$, $u-25,5$, $u-33,1$ — то же, на стадии III, соответственно при напряжениях изъятия $\sigma_{обр}$, равных 20кН/см^2 , $25,5\text{кН/см}^2$ и $33,1\text{кН/см}^2$; σ — напряжения в раскосе 3 на стадии II; $\sigma-20$, $\sigma-25,5$, $\sigma-33,1$ — то же, на стадии III, соответственно при напряжениях изъятия $\sigma_{обр}$, равных 20кН/см^2 , $25,5\text{кН/см}^2$ и $33,1\text{кН/см}^2$.

Все отрезки графиков, соответствующие состоянию II для наглядности продолжены и после момента времени $t=t_{обр}^{II}$.

Сравнение параметров движения при разном критерии обрыва элемента по отношению к первой стадии обрушения сведены в таблицу 2.2.

Здесь и далее по тексту для наглядности относительная погрешность сопровождается знаком минус для случая, когда абсолютная величина сравниваемой величины меньше значения, относительного которого происходит сравнение.

Таблица 2.2 — Сравнение параметров движения

Параметр	Стадия I	Стадия II. Параметры колебаний при критерии перехода к следующей стадии обрушения, $\sigma_{обр}$		
		20,0 кН/см ²	25,5 кН/см ²	33,1 кН/см ²
Момент обрыва $t_{обр}^{II}$, сек.	-	0,021	0,043	0,081
Максимальное перемещение, мм	-9,41	-11,307	-10,794	-9,438
Относительно стадии 1	-	20,2%	14,7%	0,3%
Амплитуда колебаний, мм	2,16	3,307	2,523	1,167
Относительно стадии 1	-	53,1%	16,8%	-46,0%
Макс.напряжение (раскос 3), кН/см ²	-15,836	-18,304	-17,472	-15,278
Относительно стадии 1	-	15,6%	10,3%	-3,5%

Приведенный пример наглядно демонстрирует эффект «разгона» колебаний при раннем выключении очередного раскоса ($\sigma_{обр}=20,0$ кН/см²) и их «гашения» при его отказе вблизи нижнего амплитудного значения ($\sigma_{обр}=33,1$ кН/см²). Последний случай наиболее интересен, так как наглядно демонстрирует описанный ранее эффект, нивелирующий увеличение напряжений в элементах системы, связанное с уменьшением общей жесткости. Благодаря этому эффекту, конструкции способны гасить колебания, вызванные обрывом первого элемента (как правило, дающим наибольший динамический эффект), не прибегая к пластическому резерву прочности. При этом раннее выключение элемента, то есть при перемещениях, далеких от положения статического равновесия, наоборот, «разгоняет» колебания. Такое упрощенное представление влияния положения массы на момент очередного выключения элемента справедливо для систем с одной степенью свободы, для многомассовых систем, особенно несимметричных, эта зависимость будет несколько сложнее, тем не менее, эффект изменения размаха колебаний будет сохраняться.

2.3 Вывод решения для многомассовых систем

Дифференциальное уравнение движения массы k в многомассовой системе можно записать в известном виде [41, с.96]:

$$m_1 \cdot \delta_{k1} \cdot \ddot{u}_1(t) + m_2 \cdot \delta_{k2} \cdot \ddot{u}_2(t) + \dots + m_j \cdot \delta_{kj} \cdot \ddot{u}_j(t) + u_k(t) = \sum_{i=1}^j \delta_{ki} \cdot P_i(t) \quad (2.26)$$

где δ_{km} — податливость по направлению степени свободы k от действия сил по направлению степени свободы m ; $P_i(t) = F_i = Const$ — сумма статически приложенных сил к массе по направлению i -й степени свободы.

Решение уравнения движения масс будем искать форме [41, с.96]:

$$u_k(t) = \sum_{i=1}^j y_{ki} \cdot \Phi_i(t) \quad (2.27)$$

где y_{ki} — постоянный множитель, равный перемещению массы k , соответствующий главной форме колебаний с частотой i ; $\Phi_i(t)$ — неизвестная функция времени.

Нагрузка $P_i(t)$, разложенная по формам колебаний:

$$P_k(t) = \sum_{i=1}^j m_k \cdot y_{ki} \cdot H_i(t) \quad (2.28)$$

где $H_i(t)$ — неизвестная функция времени.

Подставим (2.27) и (2.28) в (2.26) и преобразуем выражение:

$$\frac{\ddot{\Phi}_i(t)}{\Phi_i(t)} - \frac{H_i(t)}{\Phi_i(t)} = - \frac{y_{ki}}{m_1 \cdot \delta_{k1} \cdot y_{1i} + m_2 \cdot \delta_{k2} \cdot y_{2i} + \dots + m_j \cdot \delta_{kj} \cdot y_{ji}} = -\omega_i^2 \quad (2.29)$$

Из уравнения (2.29) получим:

$$\ddot{\Phi}_i(t) + \omega_i^2 \cdot \Phi_i(t) = H_i(t) \quad (2.30)$$

А также:

$$\omega_i^2 \cdot m_1 \cdot \delta_{k1} \cdot y_{1i} + \omega_i^2 \cdot m_2 \cdot \delta_{k2} \cdot y_{2i} + \dots + \omega_i^2 \cdot m_j \cdot \delta_{kj} \cdot y_{ji} - y_{ki} = 0 \quad (2.31)$$

Общее решение уравнения (2.30) имеет вид:

$$\Phi_{i,общ}(t) = A_i \cdot \sin(\omega_i \cdot t) + B_i \cdot \cos(\omega_i \cdot t) \quad (2.32)$$

Его частное решение:

$$\Phi_{i,част}(t) = \frac{1}{\omega_i} \int_0^t H_i(\tau) \cdot \sin(\omega_i \cdot (t - \tau)) d\tau; \quad (2.33)$$

С учетом (2.28) запишем:

$$H_i(t) = \frac{P_1(t) \cdot y_{1i} + P_2(t) \cdot y_{2i} + \dots + P_j(t) \cdot y_{ji}}{m_1 \cdot y_{1i}^2 + m_2 \cdot y_{2i}^2 + \dots + m_j \cdot y_{ji}^2} \quad (2.34)$$

Принимая во внимание выражения (2.34) и $P_i(t) = F_i = Const$, перепишем выражение (2.33):

$$\Phi_{i, част}(t) = \frac{1}{\omega_i^2} \cdot \frac{F_1 \cdot y_{1i} + F_2 \cdot y_{2i} + \dots + F_j \cdot y_{ji}}{m_1 \cdot y_{1i}^2 + m_2 \cdot y_{2i}^2 + \dots + m_j \cdot y_{ji}^2} \quad (2.35)$$

Сложив (2.32) и (2.35), и, приняв во внимание (2.27), получим окончательно:

$$u_k = \sum_{i=1}^j y_{ki} \cdot \left(A_i \cdot \sin(\omega_i \cdot (t - t_{обп})) + B_i \cdot \cos(\omega_i \cdot (t - t_{обп})) + \frac{1}{\omega_i^2} \cdot \frac{\sum_{p=1}^j F_p \cdot y_{pi}}{\sum_{p=1}^j m_p \cdot y_{pi}^2} \right) \quad (2.36)$$

Решение с использованием начальных ускорений.

Ранее отмечалось, что наибольшая погрешность квазистатического расчета проявляется при рассмотрении систем с несколькими степенями свободы, для которых коэффициент динамичности становится отличным от двух. Причем погрешность тем больше, чем ближе друг к другу низшие частоты собственных колебаний системы [19].

Оба указанных выше способа получения постоянных интегрирования могут быть успешно использованы и при решении систем со многими степенями свободы.

Рассмотрим шарнирно опертую балку, несущую две сосредоточенные массы (рисунок 2.6):

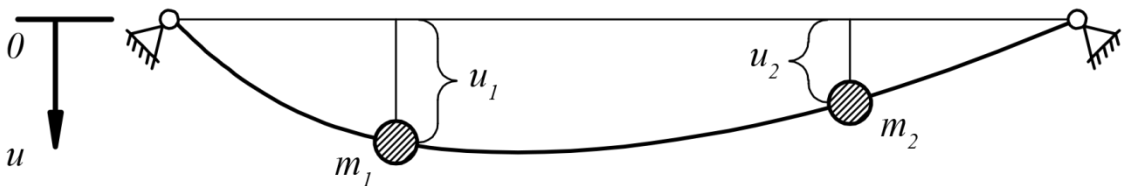


Рисунок 2.6 — Расчетная схема

Допустим, что в момент времени $t=t_{обр}$ её жесткость мгновенно уменьшается. Под балкой можно понимать любую многоэлементную систему, несущую две сосредоточенные массы, а под уменьшением жесткости балки — обрыв одного из элементов, влияющий на общую жесткость системы. В настоящем параграфе для удобства жесткость по направлению каждого перемещения будем выражать через податливость:

$$c_{ii} = \frac{1}{\delta_{ii}} \quad (2.37)$$

Составим уравнения, позволяющие отыскать вертикальные смещения масс до уменьшения жесткости балки (стадия I):

$$\begin{cases} u_1 = \delta_{11}^I \cdot F_1 + \delta_{12}^I \cdot F_2 \\ u_2 = \delta_{21}^I \cdot F_1 + \delta_{22}^I \cdot F_2 \end{cases} \quad (2.38)$$

И после уменьшения жесткости балки (стадия II):

$$\begin{cases} u_1 = \delta_{11}^{II} \cdot F_1 + \delta_{12}^{II} \cdot F_2 - \delta_{11}^{II} \cdot m_1 \cdot a_{1,\text{дон}}^{II} - \delta_{12}^{II} \cdot m_2 \cdot a_{2,\text{дон}}^{II} \\ u_2 = \delta_{21}^{II} \cdot F_1 + \delta_{22}^{II} \cdot F_2 - \delta_{21}^{II} \cdot m_1 \cdot a_{1,\text{дон}}^{II} - \delta_{22}^{II} \cdot m_2 \cdot a_{2,\text{дон}}^{II} \end{cases} \quad (2.39)$$

где u_k — вертикальное смещение массы k , м; $a_{k,\text{дон}}^{II}$ — ускорение, приобретаемое массой k в результате мгновенного уменьшения жесткости системы, м/с²; δ_{ij}^I — податливость исходной системы по направлению степени свободы i от действия сил по направлению j , м/кН; δ_{ij}^{II} — то же, для системы с уменьшенной жесткостью, м/кН;

Поочередно вычитая уравнения (2.38) и (2.39), получим систему уравнений для нахождения ускорений, приобретаемых массами в момент уменьшения жесткости системы:

$$\begin{cases} \delta_{11}^{II} \cdot m_1 \cdot a_{1,\text{дон}}^{II} + \delta_{12}^{II} \cdot m_2 \cdot a_{2,\text{дон}}^{II} = (\delta_{11}^{II} - \delta_{11}^I) \cdot F_1 + (\delta_{12}^{II} - \delta_{12}^I) \cdot F_2 \\ \delta_{21}^{II} \cdot m_1 \cdot a_{1,\text{дон}}^{II} + \delta_{22}^{II} \cdot m_2 \cdot a_{2,\text{дон}}^{II} = (\delta_{21}^{II} - \delta_{21}^I) \cdot F_1 + (\delta_{22}^{II} - \delta_{22}^I) \cdot F_2 \end{cases} \quad (2.40)$$

Полученные ускорения $a_{1,\text{дон}}^{II}$ и $a_{2,\text{дон}}^{II}$, по аналогии с системами с одной степенью свободы, используются для нахождения постоянных интегрирования при решении дифференциального уравнения движения.

Уравнение (2.40) применимо для систем, находившихся в покое на момент уменьшения жесткости. Для получения дополнительных ускорений в движущихся системах удобно использовать уравнение (2.39), где вертикальные смещения масс u_k соответствуют их положению на момент очередного уменьшения жесткости.

Запишем систему (2.39) в более общем виде для систем с конечным числом степеней свободы:

$$\begin{cases} u_1^{n-1} = \sum_{i=1}^j \delta_{i1}^n \cdot (F_i - m_i \cdot a_{i,br}^n) \\ u_2^{n-1} = \sum_{i=1}^j \delta_{i2}^n \cdot (F_i - m_i \cdot a_{i,br}^n) \\ \dots \\ u_k^{n-1} = \sum_{i=1}^j \delta_{ik}^n \cdot (F_i - m_i \cdot a_{i,br}^n) \end{cases} \quad (2.41)$$

где u_i^{n-1} — перемещение массы i в момент перехода от стадии $n-1$ к стадии n , м; δ_{iz}^n — податливость системы в стадии n по направлению динамической степени свободы i от действия сил по направлению z , м/кН; j — число динамических степеней свободы;

Решением системы уравнений будет вектор дополнительных ускорений

$$\{A_{\text{дон}}^{\text{II}}\}^T = \{a_{1,\text{дон}}^{\text{II}}, a_{2,\text{дон}}^{\text{II}} \dots a_{j,\text{дон}}^{\text{II}}\} \quad (2.42)$$

Два вектора постоянных интегрирования $\{A^{\text{II}}\}^T = \{A_1, A_2 \dots A_j\}$ и $\{B^{\text{II}}\}^T = \{B_1, B_2 \dots B_j\}$ отыскиваются путем взятия первой и второй производной от (2.36) и приравнивания их соответственно значениям вектора скоростей $\{V_{\text{обр}}^{\text{II}}\}^T = \{v_1^{\text{II}}(t_{\text{обр}}^{\text{I}}), v_2^{\text{II}}(t_{\text{обр}}^{\text{I}}) \dots v_j^{\text{II}}(t_{\text{обр}}^{\text{I}})\}$, известного по результатам расчета на стадии I, и вектора ускорений (2.42). В итоге составим систему уравнений (2.43):

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^j (y_{1i} \cdot \omega_i \cdot A_i) = v_1^I(t_{обp}^I) \\ \dots \\ \sum_{i=1}^j (y_{ji} \cdot \omega_i \cdot A_i) = v_j^I(t_{обp}^I) \\ - \sum_{i=1}^j (y_{1i} \cdot \omega_i^2 \cdot B_i) = a_{j,дон}^I \\ \dots \\ - \sum_{i=1}^j (y_{ji} \cdot \omega_i^2 \cdot B_i) = a_{j,дон}^I \end{array} \right. \quad (2.43)$$

Подставив решение системы (2.43) в (2.36), получим уравнение колебаний каждой массы на стадии II.

Решение с использованием начальных координат.

Вернемся к системе, изображенной на рисунке 2.6, и рассмотрим момент перехода уже совершающей колебания системы от стадии II к стадии III.

Из уравнений колебаний на стадии II получим векторы перемещений $\{U_{обp}^{II}\}$:

$$\{U_{обp}^{II}\} = \left\{ \begin{array}{l} u_1^{II}(t_{обp}^{II}) \\ u_2^{II}(t_{обp}^{II}) \\ \dots \\ u_j^{II}(t_{обp}^{II}) \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} u_1^{III}(t_{обp}^{II}) \\ u_2^{III}(t_{обp}^{II}) \\ \dots \\ u_j^{III}(t_{обp}^{II}) \end{array} \right\} \quad (2.44)$$

и скоростей масс $\{V_{обp}^{II}\}$ в момент времени $t_{обp}^{II}$:

$$\{V_{обp}^{II}\} = \left\{ \begin{array}{l} v_1^{II}(t_{обp}^{II}) \\ v_2^{II}(t_{обp}^{II}) \\ \dots \\ v_j^{II}(t_{обp}^{II}) \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} v_1^{III}(t_{обp}^{II}) \\ v_2^{III}(t_{обp}^{II}) \\ \dots \\ v_j^{III}(t_{обp}^{II}) \end{array} \right\} \quad (2.45)$$

Возьмем производную по времени от уравнения (2.36):

$$\dot{u}_k = \sum_{i=1}^j y_{ki} \cdot \omega_i \cdot (A_i \cdot \cos(\omega_i \cdot (t - t_{обp}^{n-1})) - B_i \cdot \sin(\omega_i \cdot (t - t_{обp}^{n-1}))) \quad (2.46)$$

Подставим значения векторов (2.44) и (2.45) соответственно в (2.36) и (2.46) отдельно для каждой степени свободы. Получим систему уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^j y_{1i} \left(B_i \cdot \cos(\omega_i \cdot (t - t_{обр}^{n-1})) + \frac{1}{\omega_i^2} \cdot \frac{\sum_{p=1}^j F_p \cdot y_{pi}}{\sum_{p=1}^j m_p \cdot y_{pi}^2} \right) = u_1^{III}(t_{обр}^{II}) \\ \dots \\ \sum_{i=1}^j y_{ji} \left(B_i \cdot \cos(\omega_i \cdot (t - t_{обр}^{n-1})) + \frac{1}{\omega_i^2} \cdot \frac{\sum_{p=1}^j F_p \cdot y_{pi}}{\sum_{p=1}^j m_p \cdot y_{pi}^2} \right) = u_j^{III}(t_{обр}^{II}) \\ \sum_{i=1}^j (y_{1i} \cdot \omega_i \cdot A_i) = v_1^{III}(t_{обр}^{II}) \\ \dots \\ \sum_{i=1}^j (y_{ji} \cdot \omega_i \cdot A_i) = v_j^{III}(t_{обр}^{II}) \end{array} \right. \quad (2.47)$$

Решением системы (2.47) будут те же вектора $\{A^II\}^T = \{A_1, A_2 \dots A_j\}$ и $\{B^II\}^T = \{B_1, B_2 \dots B_j\}$, полученные в результате решения (2.43).

Использование в практических расчетах начальных ускорений или координат зависит от предпочтений инженера. Разница в объеме вычислений проявляется, в первую очередь, при расчете многомассовых систем. Преимущество первого подхода заключается в отсутствии громоздкого

постоянного члена $\frac{1}{\omega_i^2} \cdot \frac{\sum_{p=1}^j F_p \cdot y_{pi}}{\sum_{p=1}^j m_p \cdot y_{pi}^2}$, который присутствует в каждом уравнении

системы (2.47). Недостаток — необходимость на каждом шаге решать систему (2.43), в то время как вектор перемещений, используемый во втором варианте, можно найти, зафиксировав вектор координат масс на момент обрыва элемента. Следует отметить, что с точки зрения скорости вычисления многомассовых

систем в среде MathCad, использование начальных ускорений становится выигрышным.

2.4 Решение с помощью метода конечных элементов. Определение внутренних усилий

Метод конечных элементов (МКЭ) на сегодняшний день является самым популярным и действенным инструментом в решениях задач механики. Суть метода заключается в замене сплошных тел или конструкций дискретной моделью, состоящей из конечного числа связанных элементов. Внутри каждого конечного элемента (КЭ) закон деформирования описывается некой известной функцией, определяющей тип этого элемента. Взаимодействие элементов происходит в конкретных точках сопряжения — узлах. Основы МКЭ изложены в работах Куранта [106], Мак–Генри [117] и Хреникоффа [111], классическими трудами, появившимися несколько позже, являются труды Зенкевича [37; 123] и Галлагера [24]. Среди отечественных авторов свой вклад в развитие метода внесли, А.С. Городецкий, А.М. Масленников, В.А Постнов, Л.А. Розин и др.

МКЭ предполагает использование удобной для численного решения матричной записи уравнений. Основной процедурой при использовании МКЭ является формирование глобальной матрицы жесткости $[K]$, связанной с матрицей податливости выражением (условно опустим верхний индекс, соответствующий стадии обрушения):

$$[K]^{-1} = [D] \quad (2.48)$$

Подпрограмма, служащая для сборки глобальной матрицы жесткости пространственной системы в символах MathCad, приведена в приложении А.

Перепишем выражение (2.31) в матричной форме:

$$[D][M]\{Y_i\} = \frac{1}{\omega_i^2} \{Y_i\} \quad (2.49)$$

$$\text{где } [D] = \begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \dots & \delta_{1j} \\ \delta_{21} & \delta_{22} & \dots & \delta_{2j} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \delta_{j1} & \delta_{j2} & \dots & \delta_{jj} \end{bmatrix} \text{ — матрица податливости; } [M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & m_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & m_j \end{bmatrix}$$

$$\text{— диагональная матрица масс; } \{Y_i\} = \begin{Bmatrix} y_{1i} \\ y_{2i} \\ \dots \\ y_{ji} \end{Bmatrix} \text{ — вектор искомых перемещений,}$$

соответствующий частоте i .

Решив уравнение (2.49), получим матрицу:

$$[Y] = [\{Y_1\} \quad \{Y_2\} \quad \dots \quad \{Y_j\}] = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & \dots & y_{1j} \\ y_{21} & y_{22} & \dots & y_{2j} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_{j1} & y_{j2} & \dots & y_{jj} \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

Решение (2.36) в свернутом виде принимает вид:

$$\{U\} = f([Y], [M], \{A\}, \{B\}, \{\omega\}, \{F\}, t) \quad (2.51)$$

Выше отмечалось, что использование одного общего решения уравнения движения позволяет однозначно определять напряженно-деформированное состояние дискретной системы в любой момент времени. Напряжения в шарнирно-стержневой системе описываются простой зависимостью:

$$\sigma_k = f(\{U\}) = E_k \cdot \varepsilon_k(\{U\}) \quad (2.52)$$

где σ_k — напряжения в k -м элементе системы, Па; E_k — модуль упругости k -го элемента, Па; $\varepsilon_k(\{U\})$ — относительное удлинение элемента.

2.5 Критерии выключения элементов

В решении задачи прогрессирующего обрушения конструкции с выключающимися в процессе колебаний элементами, важным является выбор критерия отказа каждого последующего элемента. Условно, типы локальных отказов можно разделить на три типа:

- специально заданное условием задачи выключение элемента;
- разрушение по достижении предела прочности;
- потеря устойчивости элемента.

Как правило, специально задаваемым является первоначальное воздействие на конструкцию. Расчетчик производит изъятие одного или нескольких элементов/опор и производит оценку поведения конструкции при таком выборе начального повреждения. По своей физической природе первоначальное изъятие может быть любым: направленный взрыв, мгновенно разрушающий колонну, карстовый провал, удар транспорта и т.д. Как правило, после первоначального изъятия последующие отказы происходят по достижении предельных состояний в оставшихся элементах и зависят только от внутренних свойств конструкции. Однако, направленное изъятие может происходить и в конкретные моменты в конкретных точках вне зависимости от текущего НДС конструкции. Например, при проектировании сноса здания серией направленных последовательных местных взрывов.

Разрушение по достижении предельных состояний зависит от уровня напряжений в каждом элементе конструкции и принятых теорий прочности и устойчивости в рамках задачи. Принципиальной разницей в построении алгоритма расчета между потерей устойчивости и прочностью является возможное дальнейшее сохранение потерявшего устойчивость элемента в системе. Так, при переходе к следующей стадии обрушения необходимо полностью убрать потерявший прочность элемент из рассмотрения (математически — вычеркиванием соответствующих строк матрицы индексов). В случае же потери устойчивости возможно сохранение элемента в системе, но снижение его жесткостных характеристик в соответствии с новой формой равновесия.

Более подробно применяемые автором допущения, относящиеся к прочностным характеристикам материалов при динамических нагружениях, а также потере устойчивости элементов из реальных профилей, будут рассмотрены в четвертой главе. Известно, что абсолютная величина усилий разных знаков в элементах стержневых систем, как правило, сопоставима (например, верхний и

нижний пояс ферм). А принимая во внимание свойство сжатых элементов терять устойчивость при напряжениях, далеких от предела текучести, использование линейно-спектрального метода становится рациональным на начальных стадиях расчета. Для железобетонных конструкций устойчивость, как правило, не является опасным предельным состоянием (по отношению к прочности), поэтому для них линейно-спектральный анализ применим в несколько меньшей мере.

2.6 Алгоритм расчета многомассовых стержневых систем с выключаемыми элементами на этапе упругого деформирования

1. Статический расчет системы на стадии I.

1.1. Ввод исходных данных системы: геометрия, характеристики материалов, внешние статические нагрузки на систему.

1.2. Сборка глобальной матрицы жесткости $[K^I]$.

1.3. Обращение матрицы жесткости. $[K^I]^{-1} = [D^I]$.

1.4. Получение вектора перемещений системы. $\{U^I\} = [D^I]\{F^I\}$.

1.5. Выбор элементов или связей, изымаемых из системы.

2. Расчет системы на стадии II.

2.1. Формирование новой глобальной матрицы жесткости с учетом удаленных элементов $[K^{II}]$.

2.2. Обращение матрицы жесткости. $[K^{II}]^{-1} = [D^{II}]$.

2.3. Решение задачи о собственных колебаниях системы: получение спектра частот колебаний и нахождение матрицы, составленной из векторов перемещений по каждой из собственных форм. $[Y] = [\{Y_1\} \quad \{Y_2\} \quad \dots \quad \{Y_j\}]$.

2.4. Решение системы уравнений (2.41), получение вектора дополнительных ускорений $\{A_{\text{дон}}^{II}\}$ (для варианта использования начальных ускорений).

2.5. Приравнивание нулю вектора скоростей $\{V''(0)\}$.

2.6. Решение систем уравнений (2.43) и (2.47) в зависимости от выбора начальных условий. Получение постоянных интегрирования $\{A''\}^T = \{A_1, A_2 \dots A_j\}$ и $\{B''\}^T = \{B_1, B_2 \dots B_j\}$.

2.7. Запись итогового решения уравнения колебаний (2.51) на стадии II.

2.8. Определение вектора напряжений $\{\sigma''\} = f(\{U''\})$ в элементах с некоторым временным шагом.

2.9. Проверка выполнения критерия выключения в каждом элементе. При невыполнении условия — фиксация времени очередного локального отказа — $t''_{обр}$.

2.10. Запись вектора скоростей $\{V''(t''_{обр})\}$ перемещений $\{U''(t''_{обр})\}$.
Переход к решению системы на стадии III с учетом полученных векторов, типа отказа и номера выключенного элемента.

2.7 Пример расчета плоской рамы.

Рассмотрим стальную раму пролетом 20 метров, изображенную на рисунке 2.7. Моментами в узлах пренебрегаем. Система геометрически симметрична, но несет несимметричную нагрузку в виде веса сосредоточенных масс. Веса масс сведены в таблицу 2.3, характеристики элементов — в таблицу 2.4.

Таблица 2.3 — Веса сосредоточенных масс

№ массы	m_1	m_2	m_3	m_4	m_5	m_6
Вес массы, кН	8	20	30	90	50	25

Для каждой массы учитываем две линейные степени свободы. Общее число учитываемых форм колебаний — 16.

Критерий исключения элемента из системы — достижение напряжений отказа. Материал считается линейно-упругим, а устойчивость — обеспеченной.

Цель задачи — оценка способности системы противостоять прогрессирующему обрушению в случае мгновенного разрушения одного из элементов. Расчетный сценарий — отказ участка внутренней ветви правой стойки.

Расчет ведется по алгоритму, изложенному в п.2.6. Ниже, для элементов, в которых напряжения наиболее близки к пределам прочности на растяжение и сжатие, представлены графики изменения напряжений (рисунки 2.8 и 2.9).

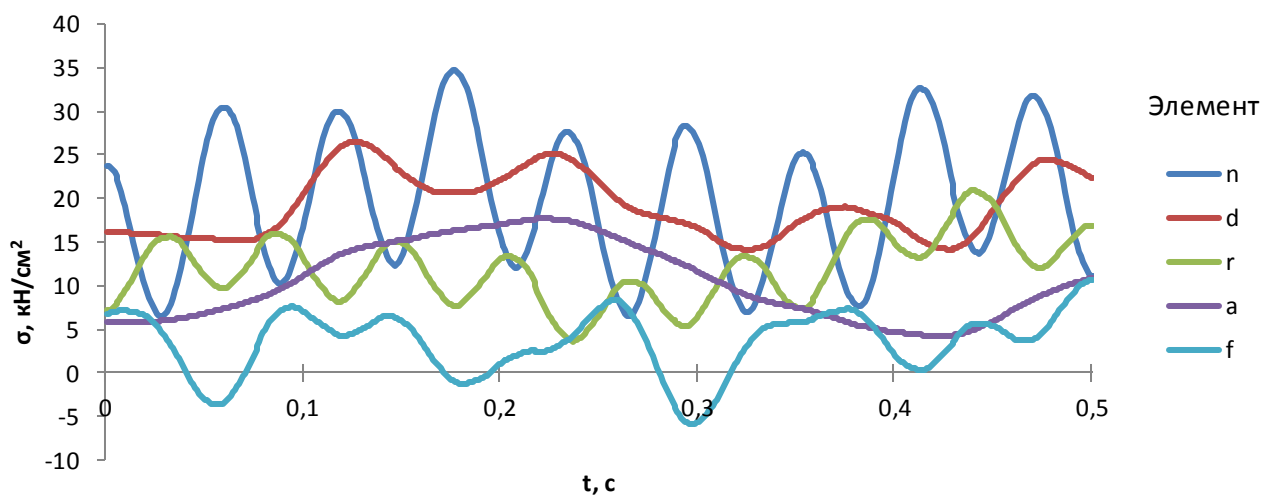


Рисунок 2.8 — Напряжения в наиболее нагруженных растянутых элементах

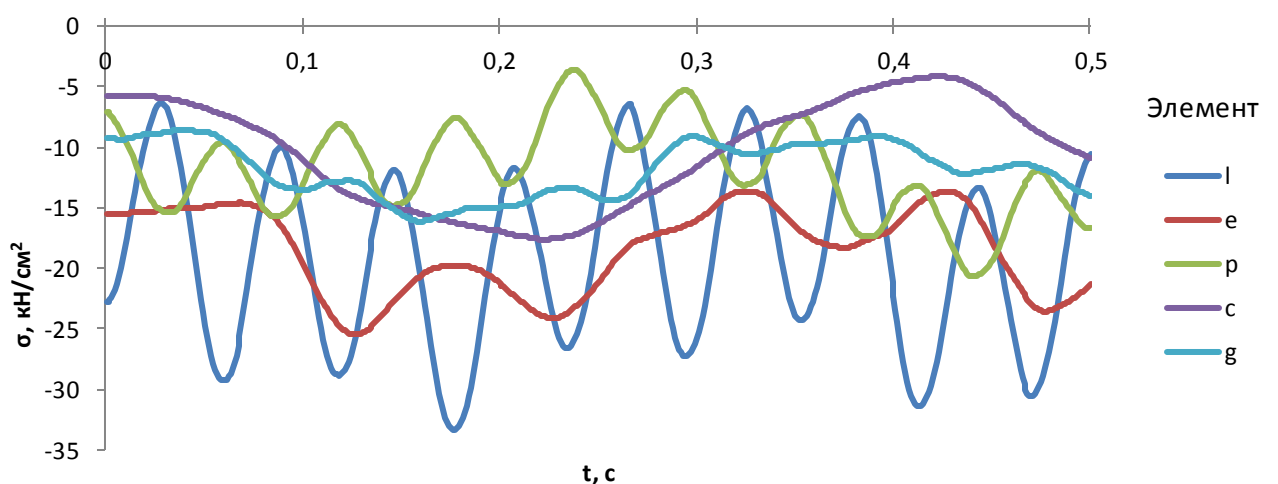


Рисунок 2.9 — Напряжения в наиболее нагруженных сжатых элементах

При расчете квазистатическим методом на систему в стадии II, помимо веса масс, действует удвоенная реакция, действовавшая в удаленном элементе (рисунок 2.10).

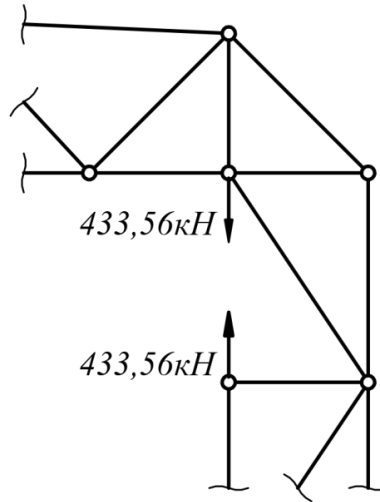


Рисунок 2.10 — Схема приложения дополнительной статической нагрузки

Сравнение динамического метода и квазистатического проведем, сопоставив усилия в характерных элементах (таблица 2.5).

Таблица 2.5 — Сопоставление усилий в элементах

Элемент	Квазистатический расчет		Динамический расчет		Относительная погрешность
	Усилие в элементе, кН	Использование несущей способности, %	Усилие в элементе, кН	Использование несущей способности, %	
28	-157,17	68,36%	-278,39	121,09%	43,54%
29	163,60	71,16%	289,71	126,01%	43,53%
30	-185,14	80,53%	-172,96	75,23%	-7,04%
32	185,14	80,53%	174,64	75,96%	-6,01%
34	-145,95	63,48%	-134,94	58,69%	-8,16%
35	151,00	65,68%	139,32	60,60%	-8,38%
36	-206,12	89,66%	-212,98	92,64%	3,22%
37	214,57	93,33%	221,71	96,44%	3,22%
38	-185,14	80,53%	-147,40	64,11%	-25,61%
40	185,14	80,53%	147,93	64,35%	-25,15%

Для квазистатического расчета в таблицу 2.5 сведены экстремальные значения усилий от собственного веса масс и дополнительной внешней силы (рисунок 2.10). В случае, если для какого-либо элемента знаки усилий по первому и второму нагружению не совпадают, приводится только значение от веса масс. Результаты динамического расчета — максимально достигаемые за время колебаний 0,5с.

При использовании динамического расчета в момент времени $t_{обр}^{II} = 0,0521$ с после начала колебаний происходит обрыв очередного элемента (n), в результате чего система становится мгновенно изменяемой (рисунок 2.11).

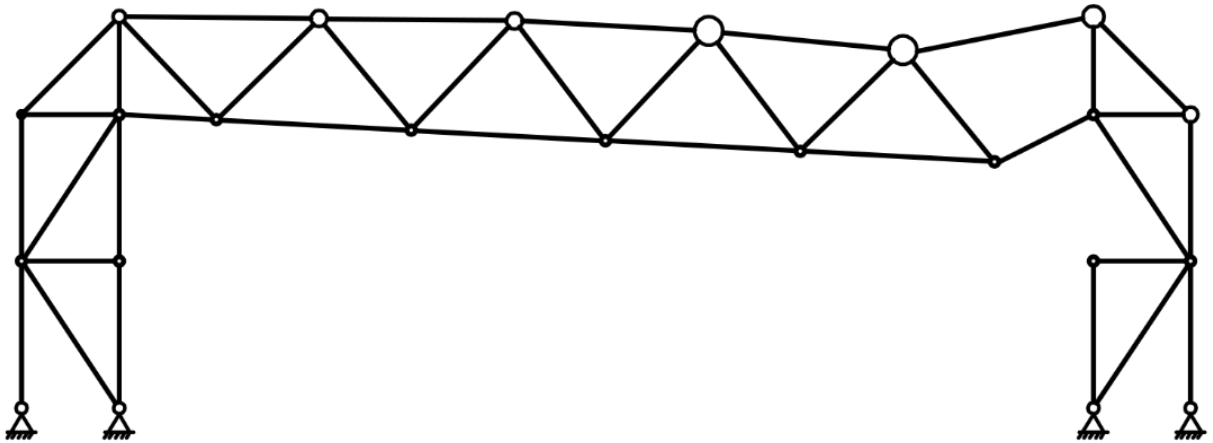


Рисунок 2.11 — Мгновенно изменяемая система после отказа элемента n

Принципиальное отличие результатов, полученных квазистатическим расчетом — изъятие исходного элемента из системы вообще не приводит к отказу какого-либо элемента системы. Кроме того, замена динамической задачи статической приводит к неверным суждениям касательно наиболее нагруженного элемента, потенциально меняя тем самым сам путь развития дальнейшей цепочки отказов.

Погрешность определения экстремальных усилий в наиболее нагруженных элементах, полученных квазистатическим методом, по отношению к динамическому расчету составила 43,5%.

Выводы по второй главе

1. В главе записано основное неоднородное уравнение движения упругих систем с выключающимися элементами.
2. Использование неоднородного уравнения позволяет отказаться от необходимости вычислять новое положение статического равновесия после каждого очередного выключения элемента, а также упрощает процесс определения внутренних усилий во всех элементах.
3. Предложено интерпретировать инициирующее силовое воздействие, выводящее систему из равновесия в момент выключения элемента, как приращение реакции поврежденной систем по направлению динамической степени свободы. Указанное приращение равно по величине силе инерции. Подход позволяет избавиться от необходимости приложения неких дополнительных внешних сил и воздействий на систему, а связанное с силой инерции ускорение может использоваться в качестве одного из начальных условий при решении уравнений движения
4. Записаны решения для систем с одной степенью свободы, и для систем с конечным числом сосредоточенных масс.
5. Сформулирован принцип нахождения решений уравнений движения, соответствующих каждому новому состоянию системы — с очередным исключенным элементом. Указана необходимость учета скоростей масс, достигнутых на предшествующей стадии, при решении уравнения на новой стадии.
6. Обнаружено явление уменьшения размаха колебаний в системах при очередном локальном отказе и постоянной внешней нагрузке, проявляющееся при определенных условиях. Приведен пример одномассовой системы, для которой выключение очередного элемента приводит к гашению колебаний.
7. Разработан алгоритм расчета многомассовых упругих стержневых систем, учитывающий выключение элементов в процессе колебаний.

ГЛАВА 3. АНАЛИТИЧЕСКИЙ И ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЕТЫ С УЧЕТОМ ФИЗИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ

3.1 Способы учета физической нелинейности материалов

Линейно-спектральная теория, применявшаяся в предыдущей главе справедлива на этапах работы конструкций при напряжениях, не превышающих предел пропорциональности. Требование рационального использования строительных материалов, в частности сталей, предполагает наличие минимальных запасов прочности при действии эксплуатационных нагрузок. Аварийные воздействия, приводящие к внезапному отказу элементов системы, как правило, сопровождаются возникновением внутренних усилий, превышающих предел, при котором справедлив закон линейного деформирования Гука. Как следует из предыдущей главы, упругая теория может вполне успешно применяться в расчетах систем с выключающимися элементами, но полный отказ от использования пластических резервов металлов внес бы существенное ограничение в границы применимости разрабатываемого в диссертации метода.

Теория пластичности представляет собой отдельную дисциплину, в рамках которой разработаны модели работы материалов при напряжениях, вызывающих развитие неупругих деформаций. При сложном напряженном состоянии, воздействии температур, радиационных и динамических воздействиях, описание работы сталей усложняется и требует многопараметрических расчетных моделей. В рамках строительной механики, при построении алгоритмов расчета многоэлементных конструкций, удобных для практического применения, требуется применение упрощений теории пластичности, описывающих некоторые значимые свойства реальных материалов. Одним из основных допущений настоящей диссертационной работы является отказ от рассмотрения сложного напряженного состояния.

Как следствие, для описания зависимости деформации-напряжения могут использоваться упрощенные модели, полученные при схематизации диаграммы растяжения-сжатия реальных металлов. Основные типы линеаризированных

диаграмм представлены на рисунке 3.1: билинейная с упрочнением (рисунок 3.1а), идеально упругопластическая (рисунок 3.1б), жесткопластическая (рисунок 3.1в).

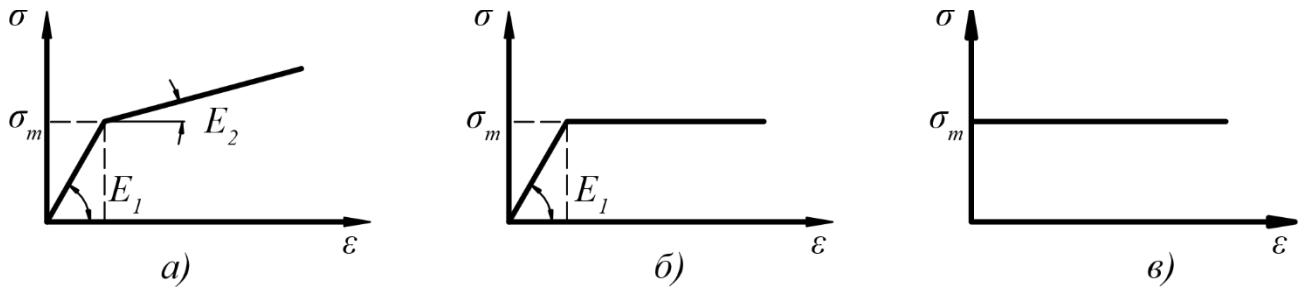


Рисунок 3.1 — Диаграммы растяжения-сжатия стали: а) билинейная с упрочнением; б) идеально упругопластическая; в) жесткопластическая

Математически учет физической нелинейности заключается в замене постоянной величины упругой реакции некоторой переменной величиной, зависящей от достигнутых перемещений.

В постановке метода конечных элементов, задача линейной теории упругости в перемещениях всегда сводится к решению уравнений [37, с. 394]:

$$[K]\{U\} - \{R\} = 0 \quad (3.1)$$

где $\{R\}$ — вектор всех сил, обусловленных внешними воздействиями, начальными напряжениями и деформациями.

Уравнение (3.1) предполагает линейную связь деформации-напряжения:

$$\{\sigma\} = [D] \cdot (\{\varepsilon\} - \{\varepsilon_0\}) + \{\sigma_0\} \quad (3.2)$$

При использовании нелинейных определяющих уравнений, новое соотношение запишется в виде:

$$F(\{\sigma\}, \{\varepsilon\}) = 0 \quad (3.3)$$

Задача заключается в подборе одного или нескольких параметров ($\{\varepsilon_0\}, \{\sigma_0\}, [D]$), входящих в (3.2), при которых уравнения (3.1) и (3.3) удовлетворяются при одинаковых значениях деформаций [37, с.394].

Искомые параметры определяются в ходе итерационных процедур, и в зависимости от того, какой именно параметр подбирается, разделяют три метода

- переменной жесткости (подбор матрицы упругих свойств);
- начальных деформаций (подбор вектора $\{\varepsilon_0\}$);

— начальных напряжений (подбор вектора $\{\sigma_0\}$).

В параграфе настоящей диссертации, посвященном численному интегрированию, разработан алгоритм расчета с применением метода переменной жесткости, когда матрица упругих свойств зависит от достигнутого уровня деформации:

$$[D] = [D(\{\varepsilon\})] = [D(\{U\})] \quad (3.4)$$

С учетом взаимосвязи матриц $[D]$ и $[K]$, перепишем уравнение (3.1):

$$[K(\{U\})]\{U\} - \{R\} = 0 \quad (3.5)$$

3.2 Аналитическое решение задачи на внезапное удаление опоры методом малого параметра Линдштедта-Пуанкаре

Развитие вычислительных мощностей и программных комплексов в последние несколько десятилетий привело к тому, что использование численных методов расчета при динамическом анализе строительных конструкций с нелинейностями стало по сути безальтернативным. Однако, до сих пор их применение в повседневной инженерной практике остается затруднительным. Детальный численный расчет на экстремальные воздействия производится только для особо ответственных уникальных зданий. Кроме того, уверенное суждение о наборе элементов конструкции, исключение которых наиболее опасно с точки зрения последующего развития прогрессирующего обрушения, формируется после проведения серии расчетов с разными начальными повреждениями.

Для возможности предварительной экспресс-оценки последствий изъятия серии элементов из системы, можно воспользоваться одним из аналитических методов решения. В диссертации использован метод малого параметра Линдштедта-Пуанкаре [64, 88, 97], применимый для конструкций, сводящихся к одномассовым.

Задание упругой характеристики.

Неточность результатов в случае применения аналитических методов расчета нелинейных систем, в частности метода малого параметра, складывается из погрешности, обусловленной аппроксимацией истинной реакции системы и погрешности, связанной с количеством включаемых в расчет членов разложения, отвечающих за нелинейность. В настоящей главе будут записаны выражения для поиска динамического отклика системы на начальное возмущение, трудоёмкость применения которых в практических расчетах практически тождественна:

- Аппроксимация упругой реакции полиномом 3-й степени и учет членов разложения при степенях малого параметра 0, 1 и 2;
- Аппроксимация упругой реакции полиномом 5-й степени и учет членов разложения при степенях малого параметра 0 и 1.

Для первого случая характерны меньшая точность при аппроксимации истинной кривой, но большая точность самого метода расчета ввиду рассмотрения высших членов разложения при высшей степени малого параметра.

В качестве выражения, описывающего упругие свойства материала, примем полином n -ой степени вида [98]:

$$F(x^*) = B \cdot x^* + C \cdot x^{*2} + D \cdot x^{*3} + E \cdot x^{*4} + H \cdot x^{*5} + \dots + N \cdot x^{*n} \quad (3.6)$$

Для материала, одинаково работающего на растяжение и сжатие вид графика будет симметричным относительно нуля, а коэффициенты полинома при неизвестных в четной степени ничтожно малы по сравнению с коэффициентами при степенях 1, 3, 5... Таким образом, выражение упругой характеристики принимает вид:

$$F(x^*) = B \cdot x^* + D \cdot x^{*3} + H \cdot x^{*5} + \dots + N \cdot x^{*n} \quad (3.7)$$

Упругая характеристика любой многоэлементной одномассовой системы может быть получена путем её постепенного статического нагружения возрастающей внешней силой по направлению динамической степени свободы.

Для случая билинейной диаграммы растяжения-сжатия каждого из элементов системы, совокупная реакция $F(x)$ принимает вид ломаной линии. Для системы, изображенной на рисунке 3.2, жесткостные характеристики элементов которой сведены в таблицу 3.1, функцию $F(x)$ можно описать выражением (3.8):

$$Fdata(x) = \begin{cases} 19,358 \cdot x, & \text{при } x < 19,021 \\ 2,697 \cdot (x - 19,021) + 368,2, & \text{при } 19,021 \leq x < 45,348 \\ 0,984 \cdot (x - 45,348) + 439,2, & \text{при } x \geq 45,348 \end{cases} \quad (3.8)$$

В общем случае, вид графика $F(x)$ может быть произвольным, его задание в форме ломаной линейной функции выбрано для возможности дальнейшей оценки погрешности, связанной с выбором степени полинома и членов при высшей учитываемой степени малого параметра.

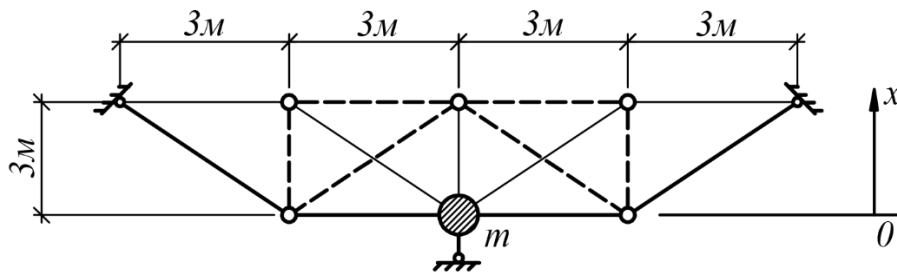


Рисунок 3.2 — Расчетная схема

Таблица 3.1 — Условные обозначения

Условные обозначения	Профиль по ГОСТ 8732–78	Продольная жесткость, $\text{кН} \cdot 10^3$
—	140x5	436,64
----	127x4	318,26
—	60x4	144,90

В результате аппроксимации заданной функции $Fdata(x)$ полиномами 3-й и 5-й степеней, получены, соответственно, функции $\sigma_3(x)$ и $\sigma_5(x)$, графики которых представлены на рисунке 3.3.

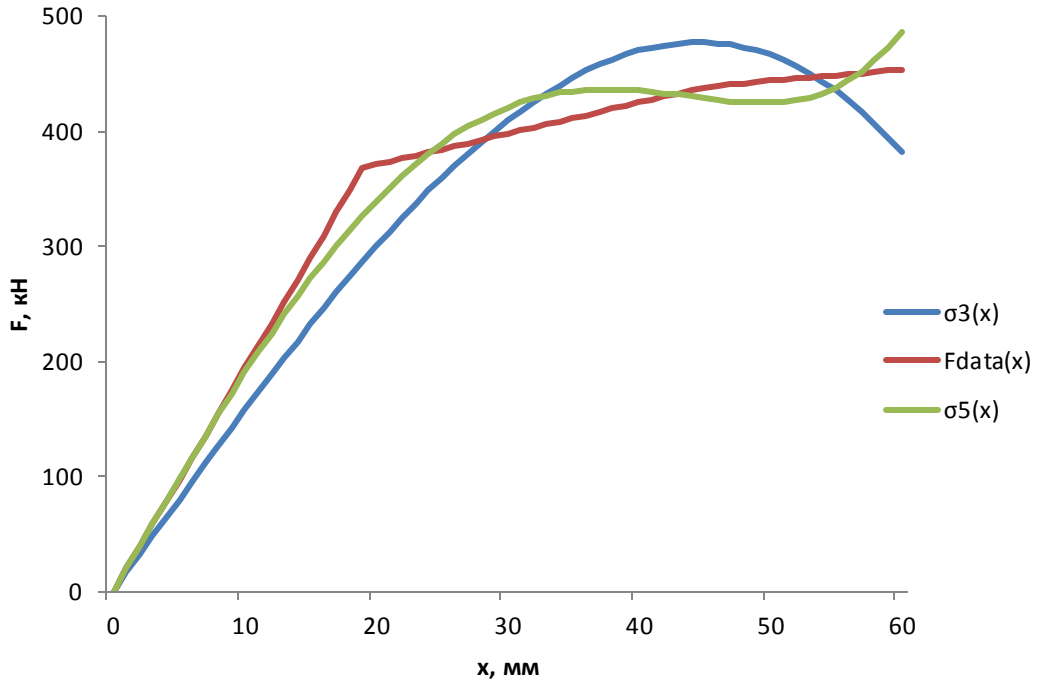


Рисунок 3.3 — Упругая реакция системы $Fdata(x)$ и аппроксимирующие её функции

Приведение уравнений к безразмерному виду.

В предыдущей главе отмечалось, что для удобства использования решения уравнения колебаний, следует вводить действие собственного веса массы непосредственно в уравнение движения. Составим уравнение сил, действующих на массу непосредственно после обрыва связи:

$$m \cdot \frac{d^2 x^*}{dt^{*2}} + F(x^*) - G = 0 \quad (3.9)$$

где x^* — координата массы, м; $F(x^*) = B \cdot x^* + D \cdot x^{*3} + H \cdot x^{*5} + \dots + N \cdot x^{*n}$ — нелинейная упругая характеристика балки, кН; G — собственный вес массы, кН.

Положительное направление перемещений — вниз.

Для решения уравнения необходимо привести систему к безразмерному виду [64, с.117], выбирая некоторые характерные масштабы задачи: линейный X^* (3.10):

$$x = \frac{x^*}{X^*} \quad (3.10)$$

и временной T^* :

$$t = \frac{t^*}{T^*} \quad (3.11)$$

В качестве линейного масштаба условимся принимать положение статического равновесия системы с удаленной связью, получаемое из уравнения:

$$F(X^*) - G = 0 \quad (3.12)$$

Применяя правило дифференцирования сложной функции, и учитывая выражения (3.10) и (3.11), получим:

$$m \cdot X^* \cdot \frac{1}{T^{*2}} \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} + B \cdot X^* \cdot x + D \cdot X^{*3} \cdot x^3 + \dots + N \cdot X^{*n} \cdot x^n - G = 0 \quad (3.13)$$

Преобразовав множители:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{B \cdot T^{*2}}{m} \cdot x + \frac{D \cdot X^{*2} \cdot T^{*2}}{m} \cdot x^3 + \dots + \frac{N \cdot X^{*n-1} \cdot T^{*2}}{m} \cdot x^n - \frac{T^{*2}}{m \cdot X^*} \cdot G = 0 \quad (3.14)$$

Параметр T^* выберем таким, чтобы удовлетворялось условие:

$$\frac{B \cdot T^{*2}}{m} = 1 \quad (3.15)$$

И введем параметр:

$$\mu = \frac{D \cdot X^{*2}}{B} \quad (3.16)$$

Уравнение (3.14) примет вид:

$$\ddot{x} + x + \mu \cdot \left(x^3 + \dots + \frac{N \cdot X^{*n-3}}{D} \cdot x^n \right) = \frac{1}{B \cdot X^*} \cdot G \quad (3.17)$$

Обрыв связи в балке с нелинейной упругой характеристикой, описываемой полиномом 3-й степени.

Метод Линдштедта-Пуанкаре позволяет описывать зависимость частоты от степени нелинейности системы [64, с.129]. В настоящей диссертации при решении задачи будет использован именно этот метод решения.

Запишем уравнение, позволяющее ввести круговую частоту непосредственно в уравнение (3.17):

$$\tau = \omega \cdot t \quad (3.18)$$

где величина ω зависит от значения малого параметра μ .

Перейдем от аргумента t к аргументу τ , преобразуем выражение (3.17) и опустим все члены полинома при степенях, выше третьей:

$$\omega^2 \cdot x'' + x + \mu \cdot x^3 = \alpha \quad (3.19)$$

где $\alpha = \frac{G}{B \cdot X^*}$; штрихи — дифференцирование по τ .

Неизвестные перемещения и частоты будем искать в виде разложений (3.20) и (3.21). Перемещения:

$$x = x_0(\tau) + \mu \cdot x_1(\tau) + \mu^2 \cdot x_2(\tau) + \dots \quad (3.20)$$

Частота:

$$\omega = 1 + \mu \cdot \omega_1 + \mu^2 \cdot \omega_2 + \dots \quad (3.21)$$

Подставим выражения (3.20) и (3.21) в (3.19), преобразуем его и сгруппируем члены при каждой из степеней малого параметра:

$$x_0'' + x_0 + \mu \cdot (x_1'' + x_1 + x_0^3 + 2 \cdot \omega_1 \cdot x_0'') + \dots = \alpha \quad (3.22)$$

Рассмотрим отдельно уравнения, составленные из членов при одной степени малого параметра:

При $\mu = 0$:

$$x_0'' + x_0 = \alpha \quad (3.23)$$

При $\mu = 1$:

$$x_1'' + x_1 = -x_0^3 - 2 \cdot \omega_1 \cdot x_0'' \quad (3.24)$$

Решение уравнения (3.23):

$$x_0 = A \cdot \cos(\tau) + \alpha \quad (3.25)$$

где A — произвольная постоянная.

С учетом (3.25) перепишем (3.24):

$$x_1'' + x_1 = -(A \cdot \cos(\tau) + \alpha)^3 + 2 \cdot \omega_1 \cdot A \cdot \cos(\tau) \quad (3.26)$$

Возводя в степень и упростив, получим:

$$x_1'' + x_1 = \left(2 \cdot \omega_1 \cdot A - 3 \cdot A \cdot \alpha^2 - \frac{3 \cdot A^3}{4} \right) \cos(\tau) - \left(\frac{3}{2} \cdot A^2 \cdot \alpha + \alpha^3 + \frac{1}{4} \cdot A^3 \cos(3\tau) + \frac{3}{2} \cdot A^2 \cdot \alpha \cdot \cos(2\tau) \right) \quad (3.27)$$

Частное решение (3.27):

$$\begin{aligned} \tilde{x}_1 = & \left(2 \cdot \omega_1 \cdot A - 3 \cdot A \cdot \alpha^2 - \frac{3 \cdot A^3}{4} \right) \cdot \frac{\tau}{2} \cdot \sin(\tau) - \left(\frac{3}{2} \cdot A^2 \cdot \alpha + \alpha^3 \right) + \\ & + \frac{A^3}{32} \cdot \cos(3\tau) + \frac{A^2 \cdot \alpha}{2} \cdot \cos(2\tau) \end{aligned} \quad (3.28)$$

Как видно, решение (3.28) содержит секулярный член. Выполнение условия равномерности искомого разложения требует избавиться от этого члена.

Приравняем коэффициент при нем нулю:

$$2 \cdot \omega_1 \cdot A - 3 \cdot A \cdot \alpha^2 - \frac{3 \cdot A^3}{4} = 0 \quad (3.29)$$

Величина ω_1 , при которой удовлетворяется условие (3.29):

$$\omega_1 = \frac{3}{2} \cdot \alpha^2 + \frac{3 \cdot A^2}{8} \quad (3.30)$$

Подставим общее решение (3.23) и частное решение (3.28) без секулярного члена в (3.20):

$$x = A \cdot \cos(\tau) + \alpha + \mu \cdot \left(\frac{A^3}{32} \cdot \cos(3\tau) + \frac{A^2 \cdot \alpha}{2} \cdot \cos(2\tau) - \left(\frac{3}{2} \cdot A^2 \cdot \alpha + \alpha^3 \right) \right) \quad (3.31)$$

Подставляя (3.30) в (3.21) получим выражения для частоты:

$$\omega = 1 + \mu \cdot \left(\frac{3}{2} \cdot \alpha^2 + \frac{3 \cdot A^2}{8} \right) \quad (3.32)$$

Окончательный вид решения:

$$\begin{aligned} x(t) = & A \cdot \cos \left(\left(1 + \mu \cdot \left(\frac{3}{2} \cdot \alpha^2 + \frac{3 \cdot A^2}{8} \right) \right) \cdot t \right) + \alpha + \\ & + \mu \cdot \left(\left(\frac{A^3}{32} \cdot \cos \left(3 + 3 \cdot \mu \cdot \left(\frac{3}{2} \cdot \alpha^2 + \frac{3 \cdot A^2}{8} \right) \cdot t \right) + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{A^2 \cdot \alpha}{2} \cdot \cos \left(2 \cdot \left(1 + \mu \cdot \left(\frac{3}{2} \cdot \alpha^2 + \frac{3 \cdot A^2}{8} \right) \right) \cdot t \right) - \left(\frac{3}{2} \cdot A^2 \cdot \alpha + \alpha^3 \right) \right) \right) \end{aligned} \quad (3.33)$$

Для получения постоянной интегрирования A введем начальное условие по координате в безразмерном виде:

$$x(0) = \frac{x^*(0)}{X^*} \quad (3.34)$$

Отыскав постоянную интегрирования A и подставив её значение в (3.33), получим окончательный вид графика движения массы. Для перевода графика в размерный вид следует воспользоваться выражениями (3.10) и (3.11).

Учет членов при степенях малого параметра $\mu=2$.

Для повышения точности решения уравнения (3.17) следует учитывать в разложении члены высших порядков. Ниже приведено решение с учетом членов при малом параметре во второй степени.

Члены разложения при степени малого параметра $\mu = 2$:

$$x_2'' + x_2 = -3 \cdot x_0^2 \cdot x_1 - 2 \cdot \omega_1 \cdot x_1'' - x_0'' \cdot \omega_1^2 - 2 \cdot \omega_2 \cdot x_0'' \quad (3.35)$$

Частное решение (3.35):

$$\begin{aligned} \tilde{x}_2 = & - \left(\frac{31 \cdot A^4 \cdot \alpha}{32} + 2 \cdot A^2 \cdot \alpha^3 \right) \cdot \cos(2\tau) + \left(\frac{3 \cdot A^3 \cdot \alpha^2}{32} - \frac{21 \cdot A^5}{1024} \right) \cdot \cos(3\tau) + \\ & + \frac{A^4 \cdot \alpha}{32} \cdot \cos(4\tau) + \frac{A^5 \cdot \alpha}{1024} \cdot \cos(5\tau) + \frac{15 \cdot A^4 \cdot \alpha}{8} + 6 \cdot A^2 \cdot \alpha^3 + 3 \cdot \alpha^5 \end{aligned} \quad (3.36)$$

Частота ω_2 :

$$\omega_2 = -\frac{15 \cdot A^4}{256} - \frac{33 \cdot \alpha^4}{8} - \frac{69 \cdot A^2 \cdot \alpha^2}{16} \quad (3.37)$$

Для сокращения записи окончательное решение приведем, не раскрывая ω :

$$\begin{aligned} x(t) = & A \cdot \cos(\omega \cdot t) + \alpha + \mu \cdot \left(\frac{A^3}{32} \cdot \cos(3 \cdot \omega \cdot t) + \frac{A^2 \cdot \alpha}{2} \cdot \cos(2 \cdot \omega \cdot t) - \right. \\ & \left. - \left(\frac{3}{2} \cdot A^2 \cdot \alpha + \alpha^3 \right) \right) + \mu^2 \cdot \left(- \left(\frac{31 \cdot A^4 \cdot \alpha}{32} + 2 \cdot A^2 \cdot \alpha^3 \right) \cdot \cos(2 \cdot \omega \cdot t) + \right. \\ & \left. + \left(\frac{3 \cdot A^3 \cdot \alpha^2}{32} - \frac{21 \cdot A^5}{1024} \right) \cdot \cos(3 \cdot \omega \cdot t) + \frac{A^4 \cdot \alpha}{32} \cdot \cos(4 \cdot \omega \cdot t) + \right. \\ & \left. + \frac{A^5 \cdot \alpha}{1024} \cdot \cos(5 \cdot \omega \cdot t) + \frac{15 \cdot A^4 \cdot \alpha}{8} + 6 \cdot A^2 \cdot \alpha^3 + 3 \cdot \alpha^5 \right) \end{aligned} \quad (3.38)$$

где ω :

$$\omega = 1 + \mu \cdot \left(\frac{3}{2} \cdot \alpha^2 + \frac{3 \cdot A^2}{8} \right) - \mu^2 \cdot \left(\frac{15 \cdot A^4}{256} + \frac{33 \cdot \alpha^4}{8} + \frac{69 \cdot A^2 \cdot \alpha^2}{16} \right) \quad (3.39)$$

Обрыв связи в балке с нелинейной упругой характеристикой, описываемой полиномом 5-й степени.

Запишем уравнение (3.17) для случая аппроксимации упругой силы полиномом пятой степени:

$$\ddot{x} + x + \mu \cdot (x^3 + \beta \cdot x^5) = \alpha \quad (3.40)$$

где $\beta = \frac{H \cdot X^{*2}}{D}$.

Уравнение, составленное из членов при степени малого параметра $\mu = 1$:

$$x_1'' + x_1 = -(A \cdot \cos(\tau) + \alpha)^3 + 2 \cdot \omega_1 \cdot A \cdot \cos(\tau) - \beta \cdot (A \cdot \cos(\tau) + \alpha)^5 \quad (3.41)$$

Обнуление значения коэффициента при секулярном члене даст:

$$\omega = 1 + \frac{24 \cdot \alpha^2 + 6 \cdot A^2 + 60 \cdot \beta \cdot A^2 \cdot \alpha^2 + 40 \cdot \beta \cdot \alpha^4 + 5 \cdot \beta \cdot A^4}{16} \quad (3.42)$$

Частное решение (3.41):

$$\begin{aligned} \tilde{x}_1 = & \left(\frac{A^2 \cdot \alpha}{2} + \frac{5 \cdot \beta \cdot A^2 \cdot \alpha^3}{3} + \frac{5 \cdot \beta \cdot A^4 \cdot \alpha}{6} \right) \cdot \cos(2\tau) + \\ & + \left(\frac{A^3}{32} + \frac{5 \cdot \beta \cdot A^5}{128} + \frac{5 \cdot \beta \cdot A^3 \cdot \alpha^2}{16} \right) \cdot \cos(3\tau) + \left(\frac{\beta \cdot A^4 \cdot \alpha}{24} \right) \cdot \cos(4\tau) + \\ & + \left(\frac{A^5 \cdot \beta}{384} \right) \cdot \cos(5\tau) - \left(\frac{3}{2} \cdot A^2 \cdot \alpha + \alpha^3 + \alpha^5 \cdot \beta + \frac{15}{8} \cdot A^4 \cdot \alpha \cdot \beta + 5 \cdot \beta \cdot A^2 \cdot \alpha^3 \right) \end{aligned} \quad (3.43)$$

Итоговый вид решения:

$$\begin{aligned} x(t) = & A \cdot \cos(\omega \cdot t) + \alpha + \\ & + \mu \cdot \left(\left(\frac{A^2 \cdot \alpha}{2} + \frac{5 \cdot \beta \cdot A^2 \cdot \alpha^3}{3} + \frac{5 \cdot \beta \cdot A^4 \cdot \alpha}{6} \right) \cdot \cos(2 \cdot \omega \cdot t) + \right. \\ & + \left(\frac{A^3}{32} + \frac{5 \cdot \beta \cdot A^5}{128} + \frac{5 \cdot \beta \cdot A^3 \cdot \alpha^2}{16} \right) \cdot \cos(3 \cdot \omega \cdot t) + \\ & + \left(\frac{\beta \cdot A^4 \cdot \alpha}{24} \right) \cdot \cos(4 \cdot \omega \cdot t) + \left(\frac{A^5 \cdot \beta}{384} \right) \cdot \cos(5 \cdot \omega \cdot t) - \\ & \left. - \left(\frac{3}{2} \cdot A^2 \cdot \alpha + \alpha^3 + \alpha^5 \cdot \beta + \frac{15}{8} \cdot A^4 \cdot \alpha \cdot \beta + 5 \cdot \beta \cdot A^2 \cdot \alpha^3 \right) \right) \end{aligned} \quad (3.44)$$

Результаты расчета

Точность аналитических решений (3.38) и (3.44) можно оценить, сравнив амплитуду колебаний при разных значениях массы m . Графики колебаний по направлению динамической степени свободы при использовании аналитического решения и аппроксимации упругой реакции полиномами 5-й ($Poinc5(t)$) и 3-й ($Poinc3(t)$) степеней в сравнении с численным решением ($Num(t)$) с заданием упругой реакции в форме (3.8) представлены на рисунках 3.4-3.6. и сведены в таблицу 3.2.

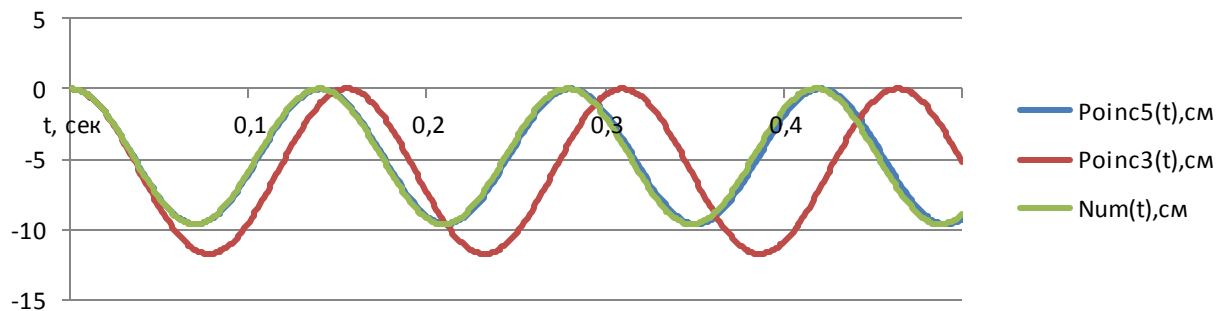


Рисунок 3.4 — Колебания массы $m=9500$ кг

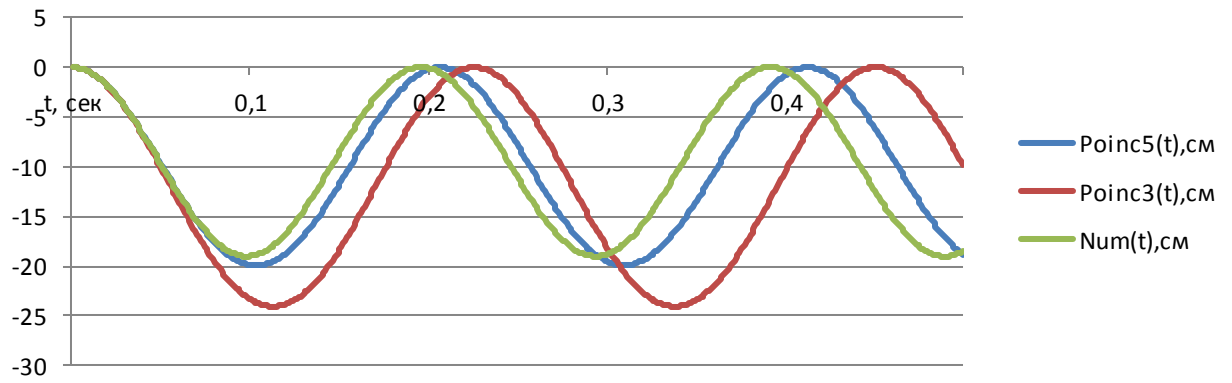
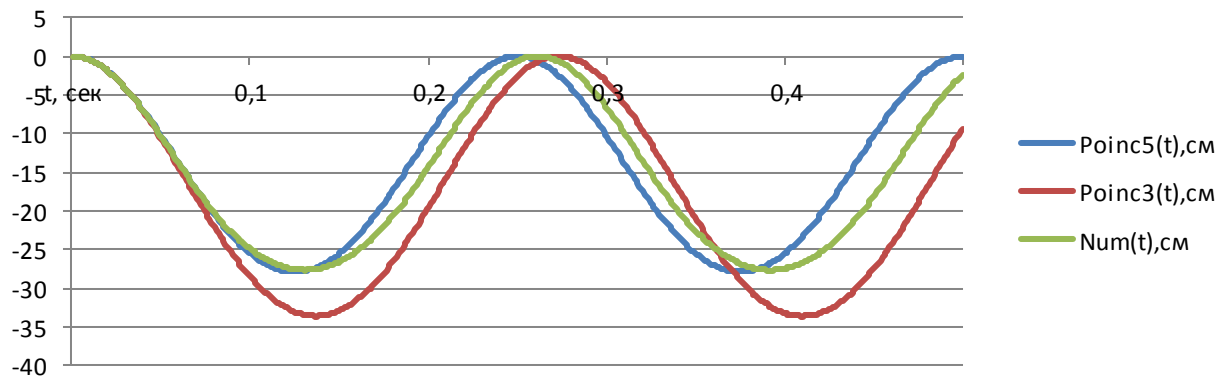
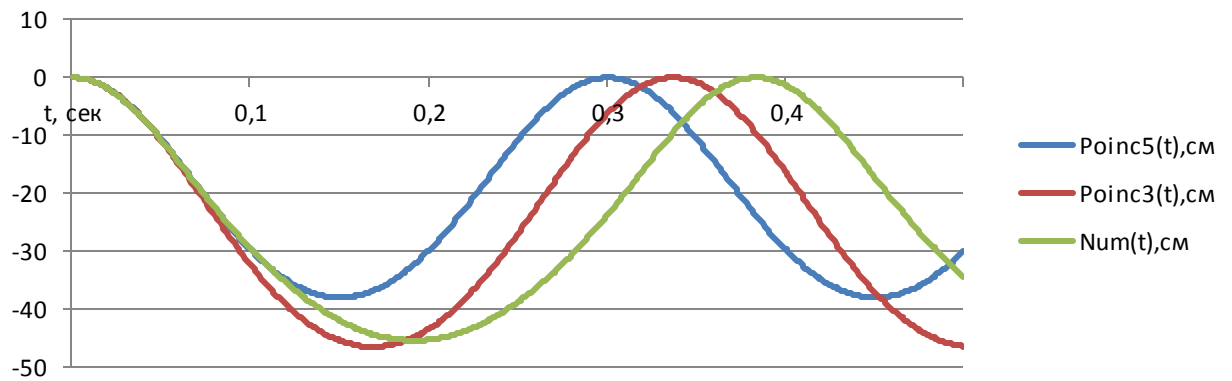
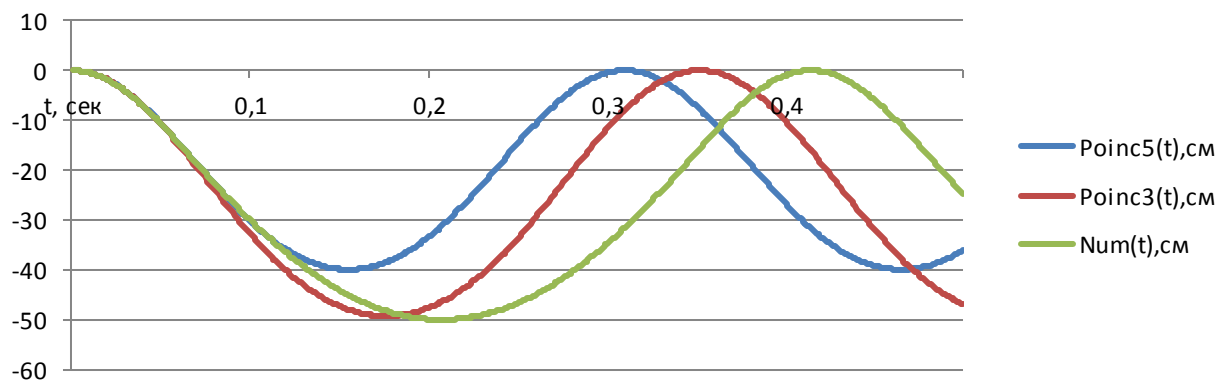
Рисунок 3.5 — Колебания массы $m=18750$ кгРисунок 3.6 — Колебания массы $m=25000$ кгРисунок 3.7 — Колебания массы $m=31770$ кгРисунок 3.8 — Колебания массы $m=33000$ кг

Таблица 3.2 — Сравнение перемещений масс при разных уравнениях восстанавливающей силы

Параметр	Уравнение восстанавливающей силы, степень малого параметра		
	$Fdata(x)$	$F3(x), \mu=2$	$F5(x), \mu=1$
$m=9,5т$			
Макс. перемещение	9,51	9,65	9,62
Погрешность относительно $Fdata(x)$	-	1,5%	1,1%
$m=18,75т$			
Макс. перемещение	19,02	24,06	19,91
Погрешность относительно $Fdata(x)$	-	26,5%	4,7%
$m=25,00т$			
Макс. перемещение	27,67	33,61	27,90
Погрешность относительно $Fdata(x)$	-	21,5%	0,8%
$m=31,77т$			
Макс. перемещение	45,35	46,43	37,92
Погрешность относительно $Fdata(x)$	-	2,4%	-16,4%
$m=33,00т$			
Макс. перемещение	50,00	49,25	39,92
Погрешность относительно $Fdata(x)$	-	-1,5%	-20,2%

По результатам можно сделать общий вывод: для колебаний со слабой нелинейностью более выгодно применение решения, использующего аппроксимацию полиномом более высокой степени, но с меньшим числом членов разложения. По мере роста перемещений в системе, вызванных увеличением внешней нагрузки или начальных условий, увеличивается погрешность, связанная с членами при высших степенях малого параметра, отвечающими за нелинейность. Как следствие, более выгодным становится использование грубой аппроксимации восстанавливающей силы, но учете членов разложения при высших степенях малого параметра.

Обобщая вышесказанное, алгоритм аналитического решения задачи на внезапное удаление связи в физически нелинейной системе имеет вид:

- Выбор направления главной степени свободы, статический расчет неповрежденной системы, определение начального возмущения x_0 относительно недеформированного состояния;
- Выбор инициирующего воздействия, получение новой, поврежденной, системы;
- Статический расчет поврежденной системы на действие плавно возрастающей силы по направлению динамической степени свободы, получение истинной нелинейно-упругой восстанавливающей силы $Fdata(x)$;
- Аппроксимация истинной функции $Fdata(x)$ полиномиальной функцией;
- Динамический расчет системы, получение перемещений по направлению степени свободы, определяющие усилия во всех элементах системы с использованием выражений (3.38) и/или (3.44).

Практическая ценность применения аналитического метода решения — возможность проведения предварительной экспресс-оценки последствий выключения группы элементов/связей из системы. Особенно принимая во внимание, что макро моделирование строительных конструкций и сведение их к одномассовым до сих пор остается востребованным в решении динамических задач, например, при замещении многоэтажного здания осциллятором для нахождения его динамической реакции на внешнее возмущение в условиях сеймики.

3.3 Численное интегрирование уравнений движения систем с выключающимися элементами

Если для систем с одной степенью свободы и сводящихся к ним описанный выше метод малого параметра может быть использован для экспресс-оценки последствий выключения части элементов, то для получения точной динамической реакции больших систем со многими динамическими степенями свободы преимущество прямых численных методов неоспоримо. Настоящий параграф посвящен методике проведения численных расчетов в целом и анализу результатов

решения плоской шарнирно-стержневой системы численным и квазистатическим методами.

Существенным достоинством численного решения задачи о выключении элемента по сравнению с описанным выше является возможность перехода от нелинейно упругой диаграммы растяжения к упругопластической, предполагающей учет накопленных системой необратимых пластических деформаций. Схема работы стали под нагрузкой, описываемая в настоящем параграфе и представленная на рисунке 3.9, является общей для всего алгоритма расчета, разработанного в диссертации.

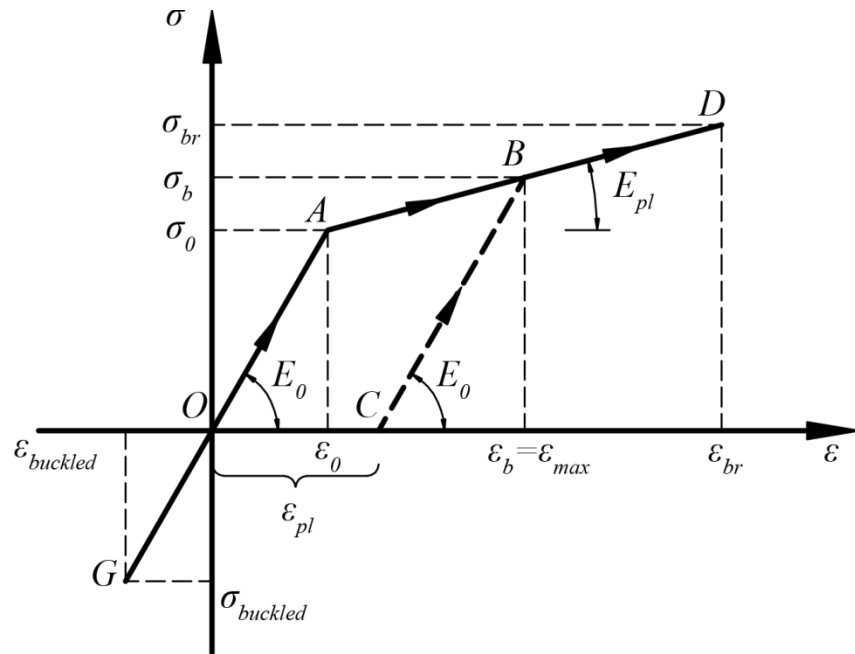


Рисунок 3.9 — Диаграмма растяжения-сжатия стали

Обозначения, использованные на рисунке 3.9:

$\sigma_0, \sigma_b, \sigma_{br}, \sigma_{buckled}$ — напряжения, соответствующие пределу текучести, моменту начала разгрузки, пределу прочности, потере устойчивости; $\epsilon_0, \epsilon_b, \epsilon_{br}, \epsilon_{buckled}, \epsilon_{pl}$ — относительные деформации, соответствующие пределу текучести, моменту начала разгрузки, пределу прочности, потере устойчивости, остаточным деформациям; E_0 — начальный модуль упругости; E_{pl} — модуль упругости, соответствующий зоне пластической работы.

Переменная величина ε_{\max} представляет собой максимальную относительную деформацию элемента, достигнутую на момент начала разгрузки.

Диаграмму можно разделить на три характерных участка:

- GOA: линейная работа материала. $E = E_0 = Const$; $\varepsilon_{\max} = \varepsilon_0$;
- AB, AD: текучесть. $E \neq Const$; $\varepsilon_{\max} = \varepsilon_0$;
- BC (CB): упругая разгрузка (нагрузка). $E = E_0 = Const$; $\varepsilon_{\max} = \varepsilon_b$.

Программная реализация нахождения переменного модуля упругости $E(\varepsilon, \varepsilon_{\max})$ представлена в приложении А.

3.3.1 Методы численного интегрирования дифференциальных уравнений движения, применяемые в диссертации

Метод Эйлера.

Наиболее простой и в то же время дающий наибольшую погрешность метод — явный метод Эйлера. Перепишем основное уравнение движения (2.1) для q -й стадии обрушения:

$$[M]\{\ddot{U}\} + [K^q]\{U\} = \{F\} \quad (3.45)$$

Для возможности применения метода Эйлера, произведем замену [40, с.97]:

$$\{V\} = \{\dot{U}\} \quad (3.46)$$

В итоге (3.45) приобретет вид:

$$\begin{cases} \{\dot{V}\} = [M]^{-1} \cdot (\{F\} - [K^q]\{U\}) \\ \{V\} = \{\dot{U}\} \end{cases} \quad (3.47)$$

Определим начальные значения векторов перемещений и достигнутых скоростей системы на момент перехода от стадии обрушения $q-1$ к стадии q :

$$\begin{cases} \{V_0\} = \{V(t_{обр}^{q-1})\} \\ \{U_0\} = \{U(t_{обр}^{q-1})\} \end{cases} \quad (3.48)$$

Расчет выполняется по формулам:

$$\begin{cases} \{V_{t+\Delta t}\} = \{V_t\} + \{\Delta V_t\} \\ \{U_{t+\Delta t}\} = \{U_t\} + \{\Delta U_t\} \end{cases} \quad (3.49)$$

где нижний индекс обозначает номер итерации.

Приращения векторов скоростей и перемещений:

$$\begin{cases} \{\Delta V_t\} = \Delta t [M]^{-1} (\{F\} - [K^q(U_t)]\{U_t\}) \\ \{\Delta U_t\} = \Delta t \{V_t\} \end{cases} \quad (3.50)$$

На каждом шаге необходимо сформировать новую матрицу жесткости $[K^q(U_t)]$, подпрограмма её вычисления отражена в приложении А.

Метод Рунге-Кутты 4-го порядка точности.

Для систем, рассматриваемых в диссертации, характерны сложные колебания сразу по многим формам колебаний. В связи с этим, экстремальные значения значимых параметров колебаний могут достигаться через некоторый промежуток времени, который может как превышать период колебаний по первой форме, так и наоборот. При решении многомассовых систем, особенно тех, у которых низшие частоты спектра близки друг к другу, трудно сделать однозначный вывод: какой именно временной промежуток стоит анализировать с момента обрыва очередного элемента для суждения о том, прекратится ли обрушение конструкции, или система продолжит терять элементы. Использование метода Эйлера, являющегося методом первого порядка точности, для этой задачи неэффективно, так как решение очень быстро расходится. Получение качественных результатов требует использования более точных методик, например, метода Рунге-Кутты 4-го порядка.

Согласно методу, приращения перемещений и скоростей будем находить в следующем виде [18, с.50]:

$$\begin{cases} \{\Delta V_t\} = \frac{1}{6} \cdot (\{h_1\} + 2 \cdot \{h_2\} + 2 \cdot \{h_3\} + \{h_4\}) \\ \{\Delta U_t\} = \frac{1}{6} \cdot (\{k_1\} + 2 \cdot \{k_2\} + 2 \cdot \{k_3\} + \{k_4\}) \end{cases} \quad (3.51)$$

где:

$$\left\{ \begin{array}{l} \{k_1\} = \Delta t \cdot \{V_t\} \\ \{h_1\} = \Delta t \cdot [M]^{-1} \cdot (\{F\} - [K^q(U_t)]\{U_t\}) \\ \{k_2\} = \Delta t \cdot \left(\{V_t\} + \frac{\{k_1\}}{2} \right) = \left(\Delta t + \frac{\Delta t^2}{2} \right) \{V_t\} \\ \{h_2\} = \Delta t \cdot [M]^{-1} \cdot \left(\{F\} - [K^q(U_t)] \cdot \{U_t\} - \frac{1}{2} \cdot [K^q(U_t)] \cdot \{k_1\} \right) \\ \{k_3\} = \Delta t \cdot \left(\{V_t\} + \frac{\{k_2\}}{2} \right) = \left(\Delta t + \frac{\Delta t^2}{2} + \frac{\Delta t^3}{4} \right) \cdot \{V_t\} \\ \{h_3\} = \Delta t \cdot [M]^{-1} \cdot \left(\{F\} - [K^q(U_t)]\{U_t\} - \frac{1}{2} \cdot [K^q(U_t)] \cdot \{k_2\} \right) \\ \{k_4\} = \Delta t \cdot (\{V_t\} + \{k_3\}) = \left(\Delta t + \Delta t^2 + \frac{\Delta t^3}{2} + \frac{\Delta t^4}{4} \right) \cdot \{V_t\} \\ \{h_4\} = \Delta t \cdot [M]^{-1} \cdot (\{F\} - [K^q(U_t)]\{U_t\} - [K^q(U_t)] \cdot \{k_3\}) \end{array} \right. \quad (3.52)$$

Метод Адамса.

При расчете больших систем рекомендуется применять метод Адамса ввиду меньшего, по сравнению с одношаговыми методами, необходимого количества вычислений на каждой итерации. Расчётные формулы нахождения приращений перемещений и скоростей по методу Адамса второго порядка точности:

$$\left\{ \begin{array}{l} \{\Delta V_t\} = \frac{3}{2} \cdot \Delta t \cdot [M]^{-1} \cdot (\{F\} - [K^q(U_t)]\{U_t\}) - \frac{1}{2} \cdot \{\Delta V_{t-1}\} \\ \{\Delta U_t\} = \frac{1}{2} \cdot \Delta t \cdot (3 \cdot \{V_t\} - \{V_{t-1}\}) \end{array} \right. \quad (3.53)$$

При поиске неизвестного $\{\Delta V_{t-1}\}$ на первой итерации используется метод Рунге-Кутты.

3.3.2 Пример расчета плоской физически нелинейной шарнирно-стержневой системы

Помимо возможности расчета многомассовых систем, численное интегрирование позволяет перейти от нелинейно-упругой диаграммы растяжения к учету накопления пластических деформаций. Для сокращения записи следует

отметить, что общий алгоритм расчета с использованием численного интегрирования не отличается от приведенного во второй главе. Разница заключается только в методе получения решения уравнения движения. Все расчеты выполнены в среде MathCad с применением оригинального алгоритма.

Рассмотрим систему, изображенную на рисунке 3.10а.

Сечение всех элементов — труба 120х5 по ГОСТ 30245-2003.

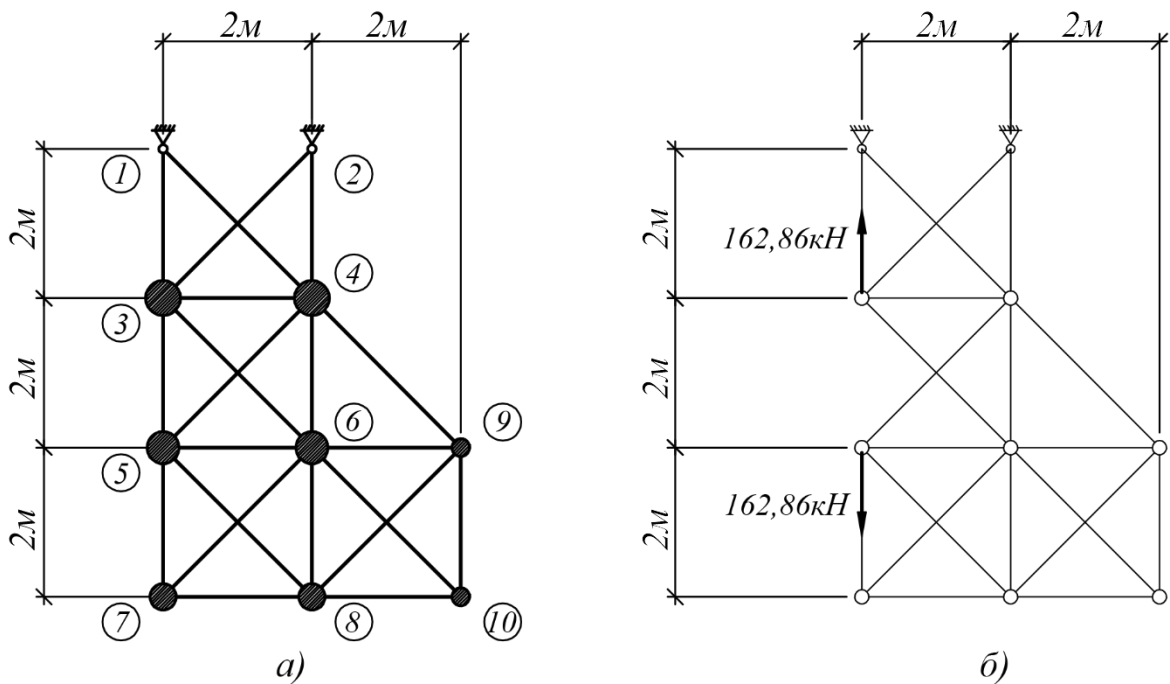


Рисунок 3.10 — Расчетная схема: а) на стадии I; б) на стадии II

Весы масс сведены в таблицу 3.3.

Таблица 3.3 — Весы масс

№ массы	m_3	m_4	m_5	m_6	m_7	m_8	m_9	m_{10}
Вес массы, кН	125	125	100	100	75	75	50	50

Номеру каждой массы соответствует номера узла, в который она помещена. Для каждой массы учитываем две линейные степени свободы. Общее число учитываемых форм колебаний — 16. Совокупность весов масс, сведенную таблицу 3.3, условимся называть базовым уровнем нагрузки.

Расчетный сценарий — мгновенный отказ элемента 3-5.

Диаграмма растяжения материала представлена на рисунке 3.11.



Рисунок 3.11 — Билинейная диаграмма растяжения–сжатия стали

Несимметричность геометрии и распределения инерционных характеристик системы потенциально увеличивает влияние высших степеней свободы на совокупную деформацию. Интерес представляет исследование поведения представленной конструкции при разных уровнях нагрузки, приводящих как к линейным, так и к нелинейным колебаниям, и сравнение с решением в квазистатической постановке.

Базовый уровень нагрузки. Упругие колебания.

Дополнительно к динамическому расчету представим расчет квазистатическим методом, произведенным в проектно-вычислительном комплексе SCAD.

Стадия I: исходный вид схемы (рисунок 3.10а). Удаляемый элемент: 3-5.

Стадия II: схема, изображенная на рисунке 3.10б. На рисунке показаны удвоенные реакции, действовавшие в удаленном элементе, полученные в результате статического расчета исходной системы.

Оценку погрешности замены динамической задачи статической проведём, сравнив напряжения в стержнях и суммарные перемещения в узлах. Ниже представлены графики изменения напряжений в наиболее растянутом элементе

(рисунок 3.12), наиболее сжатом (рисунок 3.13), а также суммарные перемещения крайнего узла №10 (рисунок 3.14).

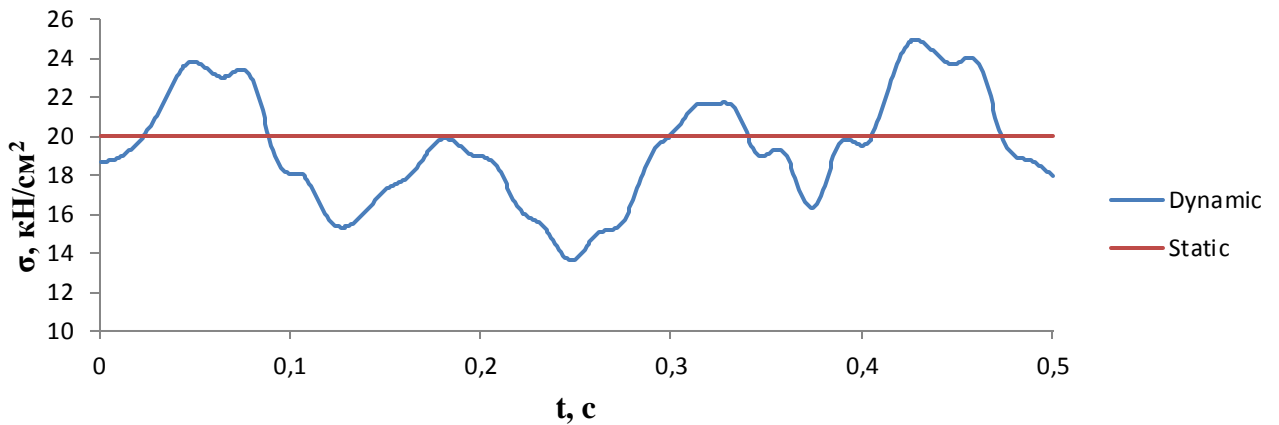


Рисунок 3.12 — Напряжения в элементе 2-4 при базовой нагрузке

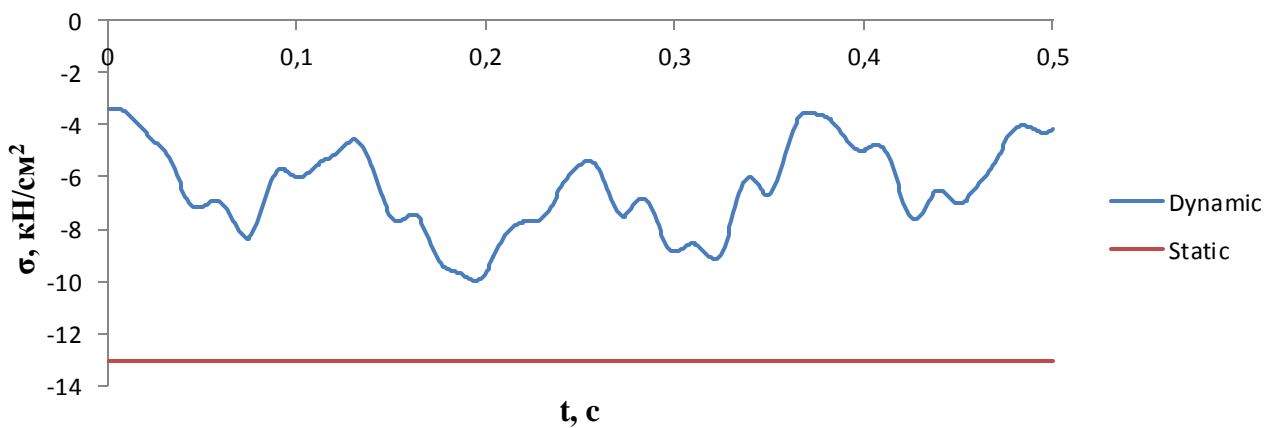


Рисунок 3.13 — Напряжения в элементе 3-4 при базовой нагрузке

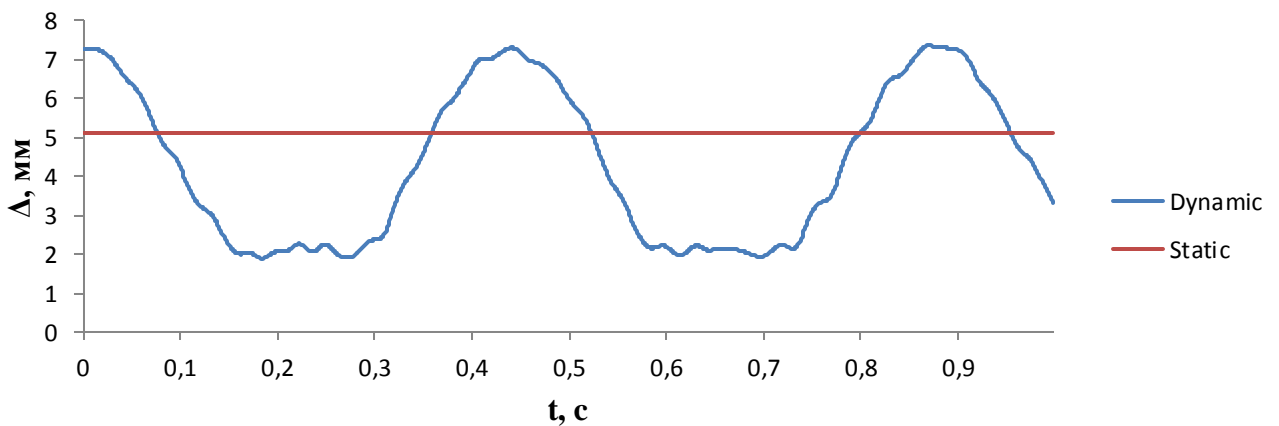


Рисунок 3.14 — Перемещения узла 10 при базовой нагрузке

Представленные на рисунках 3.12-3.14 обозначения:

Dynamic — напряжения/перемещения по результатам динамического расчета с учетом всех степеней свободы; *Static* — то же, по результатам квазистатического расчета.

В таблицу 3.4 сведены наибольшие продольные усилия в элементах за время 1,0с, в таблицу 3.5 — максимальные перемещения всех узлов.

Таблица 3.4 — Наибольшие продольные усилия в элементах при базовом уровне нагрузки

Номер элемента	Квазистатический расчет в SCAD	Динамический расчет в MathCad	Относительная погрешность квазистатического расчета
Наибольшие продольные усилия в элементах, кН			
1-3	146,62	214,92	31,78%
1-4	102,10	155,81	34,47%
2-3	102,10	184,67	44,71%
2-4	446,62	558,50	20,03%
3-6	336,38	216,19	-55,59%
4-6	205,55	271,32	24,24%
4-5	326,54	246,01	-32,73%
6-10	103,51	86,21	-20,07%
6-7	68,73	75,95	9,51%
6-8	167,13	157,52	-6,10%
5-7	44,14	87,57	49,59%
3-4	-291,24	-229,71	26,79%
5-6	-172,54	-156,63	10,16%
5-8	-82,54	-67,10	23,01%
7-8	-48,60	-84,05	-42,18%
6-9	40,73	-86,66	-147,00%
8-9	-47,76	-53,17	-10,17%
8-10	-73,19	-77,09	-5,06%
6-10	103,51	47,14	-119,58%
4-9	66,93	122,71	45,45%

Таблица 3.5 — Сравнение перемещений узлов при базовом уровне нагрузки

Номер узла	Квазистатический расчет в SCAD	Динамический расчет в MathCad. 16 степеней свободы	Относительная погрешность квазистатического расчета
Базовый уровень нагрузки. Перемещения узла, мм			
3	0,646	1,205	46,39%
4	2,325	3,049	23,75%
5	7,934	5,243	-51,33%
6	3,183	5,172	38,46%
7	9,665	5,829	-65,81%
8	6,345	6,379	0,53%
9	3,650	6,554	44,31%
10	5,130	7,363	30,33%

Относительная погрешность квазистатического расчета по отношению к динамическому для пяти наиболее нагруженных элементов (2-4, 3-6, 4-6, 4-5, 3-4) составляет 20-56%. Кроме того, результаты квазистатического расчета демонстрируют как увеличение истинного значения усилий, так и их уменьшение.

Повышенный уровень нагрузки. Нелинейные колебания.

Для демонстрации разработанного алгоритма на этапах пластического деформирования, а также анализа погрешности квазистатического решения, приведем результаты расчета системы (рисунок 3.10а) при увеличении всех масс на 30%. Для получения решения в квазистатической постановке также использована программа в среде MathCad. Приложение удвоенной реакции к узлам 3 и 5 осуществляется ступенями с корректировкой матрицы жесткости системы на каждом шаге в зависимости от достигнутых перемещений.

Обозначения на приведенных графиках изменения напряжений в элементах и перемещений одного из узлов (рисунки 3.15-3.17) аналогичны представленным ранее для случая упругих колебаний (рисунки 3.12-3.14).

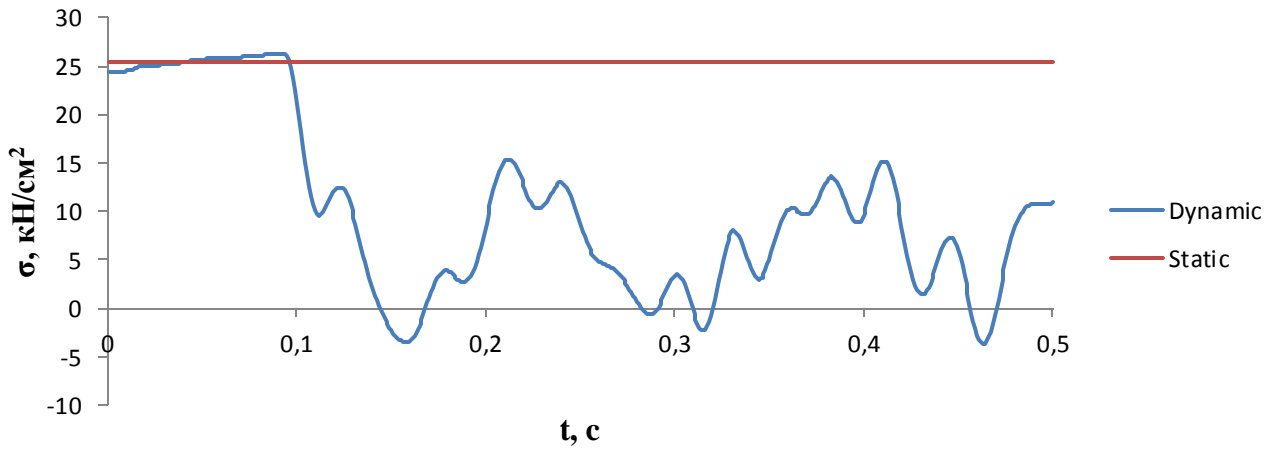


Рисунок 3.15 — Напряжения в элементе 2-4 при повышенной нагрузке

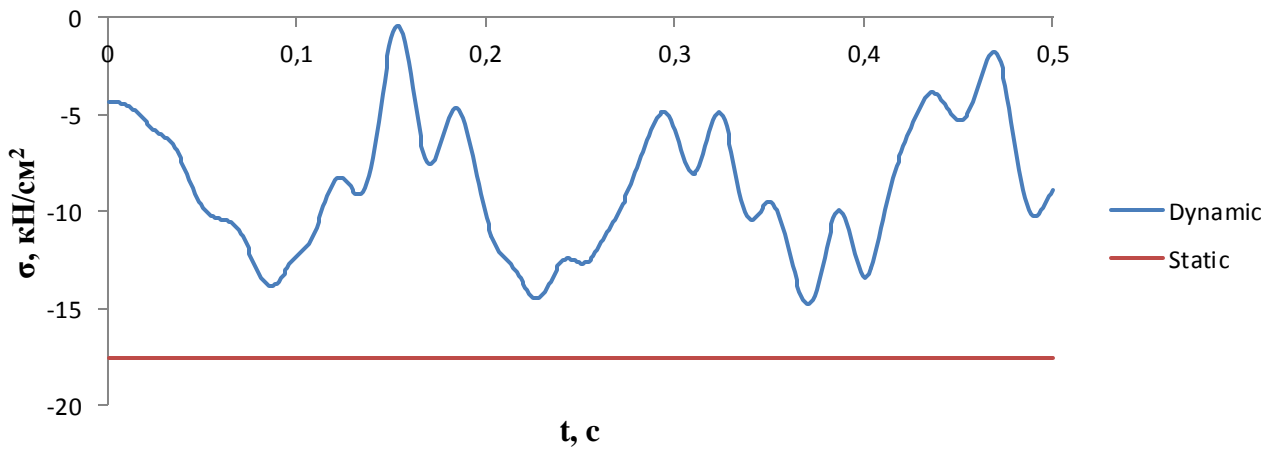


Рисунок 3.16 — Напряжения в элементе 3-4 при повышенной нагрузке

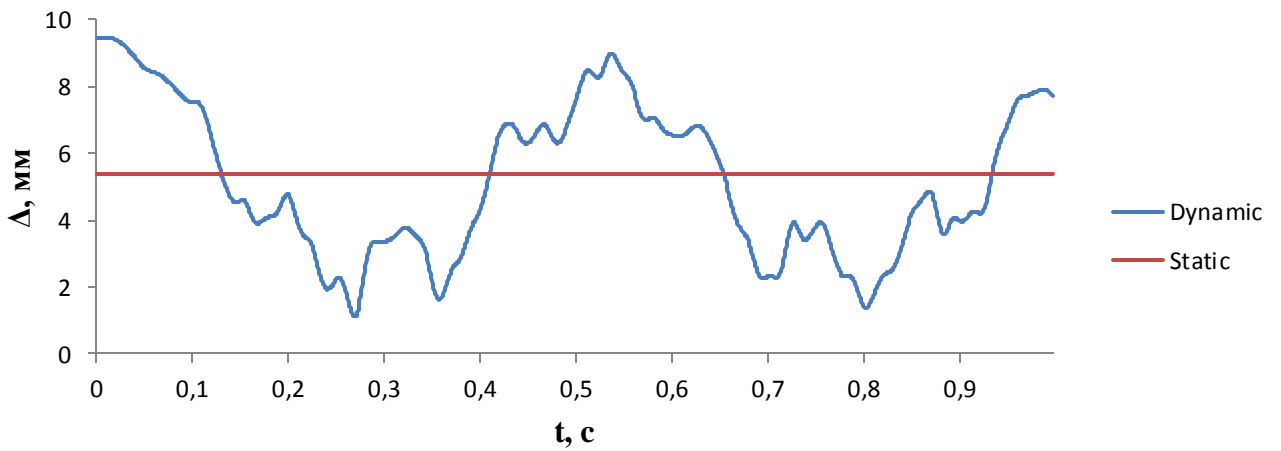


Рисунок 3.17 — Перемещения узла 10 при повышенной нагрузке

Наибольшие продольные усилия в элементах при повышенном уровне нагрузки сведены в таблицу 3.6.

Таблица 3.6 — Наибольшие продольные усилия в элементах при повышенном уровне нагрузки

Номер элемента	Квазистатический расчет в SCAD	Динамический расчет в MathCad	Относительная погрешность квазистатического расчета
Наибольшие продольные усилия в элементах, кН			
1-3	175,15	351,88	50,22%
1-4	118,35	333,12	64,47%
2-3	117,75	294,07	59,96%
2-4	568,30	588,94	3,50%
3-6	436,86	325,57	-34,18%
4-6	196,22	523,91	62,55%
4-5	423,76	405,01	-4,63%
6-10	133,43	202,86	34,23%
6-7	87,89	202,61	56,62%
6-8	215,93	296,90	27,27%
5-7	32,66	251,43	87,01%
3-4	-391,70	-330,83	18,40%
5-6	-225,63	-342,94	-34,21%
5-8	-108,91	-182,94	-40,47%
7-8	-65,01	-243,76	-73,33%
6-9	52,01	-208,71	-124,92%
8-9	-63,41	-167,61	-62,17%
8-10	-96,46	-186,28	-48,22%
6-10	-31,36	136,32	123,00%
4-9	-13,18	218,90	106,02%

В таблице 3.7 представлено сравнение суммарных перемещений по всем степеням свободы за время колебаний 1,0с.

Таблица 3.7 — Сравнение суммарных перемещений узлов

Номер узла	Квазистатический расчет в MathCad	Динамический расчет в MathCad	Относительная погрешность квазистатического расчета
Повышенный уровень нагрузки. Перемещения узла, мм			
3	0,804	2,238	64,08%
4	3,576	4,937	27,57%
5	10,163	7,534	-34,90%
6	3,866	7,024	44,96%
7	11,864	7,778	-52,53%
8	7,490	8,208	8,75%
9	0,713	8,388	91,50%
10	5,351	9,449	43,37%

Проведенные расчеты доказывают выдвинутые выше положения, что замена динамической задачи статической, предполагающей дополнительное приложение удвоенной реакции, действовавшей в выключенном элементе, дает существенные погрешности даже при расчете простых плоских многомассовых систем, причем по мере роста влияния высших форм (уменьшении разницы в значениях частот нижней части спектра), и наличии асимметрии в системе, эта погрешность растёт.

Полученные при использовании программы численного расчета методом Адамса результаты и выводы полностью коррелируются с записанными по итогам второй главы, использующей в качестве расчетного метода линейно-спектральный анализ.

Выводы по третьей главе

1. Описаны два метода расчета физически нелинейных систем с выключающимися элементами: прямой численный по методу Адамса и аналитический по методу малого параметра Линдштедта-Пуанкаре.
2. Аналитическое решение записано в общем виде для двух, близких по объему вычислений, случаев: аппроксимации нелинейно-упругой характеристики

полиномом 3-й степени и учете членов разложения при степенях малого параметра 0, 1, 2; аппроксимации полиномом 5-й степени и учете членов разложения при степенях малого параметра 0, 1. На примере плоской шарнирно-стержневой системы продемонстрировано, что второй вариант предпочтительней при слабой нелинейности, а по мере роста перемещений в системе выгодней становится первый вариант, использующий более грубую аппроксимацию, зато большее число членов разложения. Полученное решение может использоваться в практических расчетах для оценки поведения физически нелинейных, сводящихся к одномассовым, систем, и применяться при экспресс-анализе последствий изъятия элементов/связей из конструкции.

3. Приведен пример численного расчета 20-узловой стержневой системы с удаляемым элементом при учете 16 (вертикальных и горизонтальных) динамических степеней свободы. Показана значительная погрешность квазистатического метода расчета как в сторону уменьшения, так и в сторону увеличения реально действующего в сечении усилия. Погрешность квазистатического метода расчета для пяти наиболее нагруженных элементов системы для случая упругого деформирования составила 20-56% и 3-66% для случая слабо нелинейных колебаний, что коррелируется с положениями предыдущей главы.

4. Продемонстрировано применение разработанного алгоритма для разного уровня нагрузки: соответствующего упругим колебаниям и колебаниям с учетом развитых пластических деформаций.

ГЛАВА 4. СПЕКТРАЛЬНО-ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД ДИНАМИЧЕСКОГО РАСЧЕТА ШАРНИРНО-СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ С ВЫКЛЮЧАЮЩИМИСЯ ЭЛЕМЕНТАМИ

4.1 Динамическая прочность сталей

Действительное поведение конструкционных малоуглеродистых сталей при динамике отличается от случая статического нагружения. При быстром нарастании внешней нагрузки возникает эффект запаздывания текучести. Это явление связано с разницей в скоростях распространения пластических и упругих деформаций. Упругие деформации распространяются со скоростью прохождения звуковых волн в сталях, т.е. порядка 5000 м/с [38, с.256], пластические деформации — гораздо медленней. При растяжении образцов с некоторой скоростью линейное деформирование может происходить вплоть до величины верхнего предела текучести σ' . По мере роста скорости нагружения растет и величина σ' . Количественные параметры, характеризующие способность к развитию запаздывания текучести, устанавливаются экспериментально. Для оценки значимости этого явления следует привести краткую зависимость порядков превышения верхнего предела текучести над статическим. Например, для арматурных сталей класса А-III такая зависимость имеет вид [50, с.26]:

$\dot{\varepsilon}, \text{с}^{-1}$	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	10^0	10^1	10^2	10^3
σ'/σ_m	1,06	1,15	1,26	1,38	1,51	1,65	1,80

Как правило, подобные эмпирические значения получают на основании опытов, в ходе которых к образцу прикладывается ударная нагрузка большой интенсивности. Для случая выключения элементов из системы, как было доказано ранее, имеет место быстрое нагружение оставшихся элементов, но оно связано с действием сил инерции и начавшимся процессом колебаний, а не внезапным внешним импульсным воздействием большой интенсивности. Скорость напряжений конечна и, как правило, существенно меньше возникающей при ударе.

Следует отметить, что после достижения величины σ' , диаграмма напряжений срывается до нового положения — нижнего предела текучести. Причем время, соответствующее существованию верхнего предела σ' , во-первых, зависит от условий эксперимента, а во-вторых, составляет всего порядка 300-400 мкс [38, с. 254]. Как следствие, эффект запаздывания текучести заметен главным образом при волновых процессах [74, с.571], рассмотрение которых на данном этапе не представляется целесообразным.

Обобщая вышесказанное, можно сделать несколько выводов:

— Скорость нарастания напряжений при колебаниях, спровоцированных выключением элементов, существенно ниже величины, наблюдаемой при ударных экспериментах. Как следствие, величина верхнего динамического предела текучести не имеет существенного превышения над статическим значением;

— Время сохранения повышенного верхнего динамического предела текучести, после которого происходит срыв напряжений до нижнего предела, составляет всего 300-400 мкс;

— В запас прочности, а также с учетом приведенных выше аргументов, предлагается при построении окончательного алгоритма использовать статическую диаграмму растяжения стали.

4.2 Устойчивость стержней при динамическом нагружении

Выбор применяемой теории. Сплошные стержни и цилиндрические оболочки.

Во второй главе предложено использовать в качестве одного из критериев локального отказа потерю устойчивости отдельных элементов совершающей колебания конструкции. При этом предполагается, что для успешного применения линейно-спектрального анализа желательно, чтобы потеря устойчивости происходила при напряжениях, далеких по абсолютной величине от предела пропорциональности. Учёт устойчивости в динамических задачах

(имеется ввиду именно устойчивость положения, а не динамическая устойчивость [9, с. 385]), очевидно, требует некоторых комментариев перед непосредственным включением в общую расчетную программу.

В настоящей диссертации для наглядной демонстрации работы построенного алгоритма произведен анализ работы реального структурного покрытия из стальных труб. При рассмотрении устойчивости сечений из замкнутых тонкостенных профилей большой гибкости всегда существует некоторая неопределенность, связанная с тем, с использованием какой теории следует оценивать поведение сжимаемого элемента. Элемент может быть рассмотрен либо как сплошной гибкий стержень, либо как тонкостенная цилиндрическая оболочка.

Известно, что потеря устойчивости цилиндрических оболочек связана с местной потерей устойчивости стенки и возможны различные формы потери устойчивости, зависящие от параметров трубы и характера нагружения: осисимметричная, шахматная, ромбовидная.

Автору известны испытания квадратных труб малой гибкости, сечениями 20x2, 40x2 и длинами 160мм, 200мм и 320мм [53]. В работе описаны как случаи потери местной устойчивости вследствие смятия стенки, так и общей потери устойчивости. Заранее предсказать механизм потери устойчивости реальных сварных труб достаточно проблематично, поэтому возможны два пути: либо использование рекомендаций СП 16.13330.2011 [80], регламентирующих условие, по которому проверяется устойчивость строительных профилей, в том числе труб, либо прямое моделирование каждого несущего элемента с дроблением его на конечные элементы с последующим численным расчетом. Оценка напряженно-деформированного состояния профилей, смоделированных не стержнями, а с помощью оболочечных конечных элементов, например, плоских [67], дает наглядные и точные результаты, но, очевидно, многократно увеличивает размерность задачи. Кроме того, реальная работа труб большой гибкости, применяемых в стальных структурах, близка скорее к теории устойчивости сплошных стержней, а не цилиндрических оболочек. Это положение можно

подкрепить следующим аргументом: известное автору условие (4.1), определяющее границу применимости теории оболочек средней длины, указывает на существенное превышение указанного диапазона реальными прокатными профилями, используемыми в структурах. Согласно этому условию, гибкость профиля должна быть [22, с.520]:

$$1,38 \cdot \sqrt{\frac{h}{R}} < \frac{L}{R} < 0,57 \cdot \sqrt{\frac{R}{h}} \quad (4.1)$$

То есть для рассматриваемых длин трубчатых элементов (порядка 3,0 м) и их толщин (3,5-5,5мм) условие (4.1) выполняется при диаметрах порядка 1000 мм. В работе применяются профили с диаметрами намного меньшими, порядка 60-114мм, поэтому при дальнейших расчетах автором диссертации предполагается потеря общей устойчивости элементов в согласии с теорией устойчивости сплошных стержней.

Форма потери устойчивости сжатых стержней при динамических нагрузках.

Известно, что форма потеря устойчивости стержнем зависит от величины внешней нагрузки и условий закрепления. При действии динамической нагрузки возможны разные формы потери общей устойчивости. Прогиб сжатого стержня в поперечном направлении описывается уравнением [22, с.262]:

$$\frac{d^2 f_1}{dt_k^2} + m^2 \cdot \left(m^2 - \frac{P}{P_9} \right) \cdot f_1 = m^4 \cdot f_0 \quad (4.2)$$

где f_1 — величина прогиба, м; t_k — безразмерный параметр времени; m — количество полуволен в искривленном стержне; P — величина внешней сжимающей силы, кН; P_9 — сила Эйлера, кН; f_0 — начальная погибь, м.

При отношении $P/P_9 \geq m^2$ происходит неограниченное возрастание стрелы прогиба. При этом, в зависимости от величины P могут развиваться формы с разным количеством полуволен. Так, если $P=4P_9$, возможна потеря устойчивости с одной и двумя полуволнами ($m=1,2$), при $P=9P_9$ — соответственно с 1,2 и 3 полуволнами и т.д.

Это явление называют «проскакиванием» первой, низшей критической силы. Описанное явление справедливо для задачи о внезапном приложении внешней нагрузки и мгновенном возникновении усилий по всей длине стержня. По аналогии с выводами предыдущего параграфа о конечности скорости возрастания усилий в стержнях при решении задачи на внезапное выключение элементов, принятие значений критической силы, связанной с «проскакиванием» первой формы, может приводить к необоснованно завышенным показателям устойчивости стержней.

Как следствие, в настоящей работе критическая сила для каждого из стержней системы определена по методике, закрепленной в действующих строительных правилах [80] для статических задач устойчивости:

$$\frac{N}{\varphi_e \cdot A \cdot R_y \cdot \gamma_c} \leq 1 \quad (4.3)$$

где N — усилие в элементе, кН; φ_e — коэффициент продольного изгиба; A — площадь поперечного сечения, м^2 ; R_y — расчетное сопротивление стали, Па; γ_c — коэффициент условий работы.

Коэффициент снижения жесткости элемента, потерявшего устойчивость.

Принципиальным отличием локального отказа элемента ввиду истощения прочности от случая потери устойчивости, является его сохранение в системе и способность продолжать нести некоторую часть нагрузки. Математически, эту способность предлагается описывать введением некоторого коэффициента $\xi < 1$, вводимого в расчет после потери устойчивости элементом и понижающий его жесткость. Очевидно, что оставление стержня в системе благоприятно не только ввиду сохранения его некоторой несущей способности, но и снижением «динамического эффекта» — уменьшением мгновенного скачка ускорений, пропорционального изменению жесткости при выключении элемента.

Что касается выбора величины коэффициента ξ , то принимать его рекомендуется в диапазоне $0 < \xi \leq 0,125$. Значение 0,125 эмпирическое и

применено на основании опытов [53]. Фактическая величина ξ должна устанавливаться среди прочих исходных данных в техническом задании на проектирование, а её теоретическое обоснование является предметом дальнейших исследований.

4.3 Пути оптимизации расчета

Спектральный метод расчета системы с выключающимися элементами, движение которой описывается уравнением (3.1), чувствителен к размерности систем (2.43) и (2.47). Любое перемещение узла конструкции можно представить как алгебраическую сумму его перемещений по каждой из форм колебаний системы. В общем случае, для дискретных пространственных систем с сосредоточенными массами в узлах, число динамических степеней свободы, а, соответственно, членов при разложении каждого перемещения, будет равно:

$$DDF = mass \times 6 \quad (4.4)$$

где DDF — число динамических степеней свободы; $mass$ — число сосредоточенных масс (размерность матрицы $[M]$).

Малое влияние учета поворотных степеней свободы на результаты расчета позволяет снизить размерность задачи в два раза до величины $mass \times 3$.

С ростом рассматриваемого числа степеней свободы анализируемой конструкции многократно возрастает размерность систем уравнений (2.43) и (2.47). Принимая во внимание необходимость искать решения на каждой стадии обрушения, а также тот факт, что количество уравнений, входящих в каждую систему, в два раза превышает число динамических степеней свободы, практическое применение разрабатываемого в диссертации алгоритма требует некоторой оптимизации, позволяющей упростить поиск неизвестных при сохранении необходимой точности результата.

Основными способами уменьшения размерности задачи являются:

- замена полной проблемы собственных значений частичной;
- снижение числа динамических степеней свободы;

— ограничение спектра значимых частот, участвующих в формировании окончательного решения.

Ограничение числа значимых частот.

Суперпозиция перемещений по всем собственным частотам системы при реальном анализе применяются редко. Причиной служит снижение влияния вклада колебаний по высшим частотам на общий результат расчета. В ряде частных задач наиболее значимыми становятся колебания определенной частоты, не обязательно низшей. Например, при расчете сейсмостойкости по акселерограммам с некоторой преобладающей частотой или при воздействии внешней вибрационной нагрузки известной частоты. При рассмотрении систем с выключающимися элементами невозможно заранее предсказать, учет каких частот окажет наибольшее влияние на поведение конструкции. Тем не менее, спектр частот следует ограничивать по двум причинам:

- быстрое затухание колебаний по высшим формам колебаний при учете диссипативных сил;
- спорность существования высокочастотных форм, связанная с ограниченной скоростью распространения усилий в реальных материалах.

Для установления некоторого порогового значения, выше которого учет собственных частот становится нецелесообразным, можно обратиться к теории сейсмостойкости зданий. Одним из способов учета воздействия от землетрясения является задание спектров отклика по ускорениям — зависимости абсолютных ускорений линейного осциллятора от частоты и коэффициента диссипации [17, с.36]. На спектрах отклика по мере роста частоты достигается величина $f = f_{y_{ин}}$ — ускорение нулевого периода. При частотах, превышающих этот предел, «осциллятор реагирует на возмущение практически, как твердое тело» [17, с.37]. Иными словами, при $f \geq f_{y_{ин}}$, не возбуждаются перемещения узлов системы относительно друг друга.

Для сейсмических расчетов рекомендуемая величина ускорения нулевого периода составляет:

$$f_{\text{унт}} = 33 \text{ Гц} \quad (4.5)$$

Воздействие на конструкцию, связанное с выключением элементов, на основании изложенного во второй главе, можно интерпретировать, как действие внезапно возникших ускорений. Представляется возможным и спектр возбуждаемых колебаний ограничивать собственными частотами, не превышающими 33 Гц.

Величина в 33 Гц условная и принята по простой аналогии с рекомендациями [17]. По желанию расчетчика, разумеется, указанный предел можно расширить. Однако, еще раз отметим, что учет высших форм может стать нецелесообразным не только из-за нарастающих диссипативных сил, но и ввиду ограниченности скорости распределения усилий в конструкции.

В любом случае, основываясь на серии численных экспериментов, автор диссертации рекомендует не принимать частоты выше значения:

$$\omega_{\text{lim}} = \frac{\pi \cdot V_0}{2 \cdot L_{\text{max}}} \quad (4.6)$$

где ω_{lim} — максимальная пороговая частота собственных колебаний; L_{max} — расстояние между двумя наиболее удаленными друг от друга узлами конструкции; V_0 — скорость распространения звука в материале.

Суть формулы (4.6) состоит в ограничении периода собственных колебаний удвоенным временем прохождения упругих волн из одной крайней точки конструкции до другой наиболее отдаленной и обратно.

Снижение числа динамических степеней свободы на этапе линейно-спектрального расчета.

Ограничение числа значимых форм уменьшает количество слагаемых в выражении (2.51) при определении перемещений каждого из узлов конструкции. Тем не менее, размерность систем уравнений (2.43) и (2.47) остается по-прежнему превышающей в два раза число всех динамических степеней свободы.

Следовательно, необходимость поиска полноразмерных векторов $\{A\}^T = \{A_1, A_2 \dots A_{DDF}\}$ и $\{B\}^T = \{B_1, B_2 \dots B_{DDF}\}$, составленных из постоянных интегрирования, сохраняется, несмотря на то, что при поиске перемещений используется только их урезанная часть:

$$\{A_{\text{lim}}\}^T = \{A_1, A_2 \dots A_h\}, \quad \{B_{\text{lim}}\}^T = \{B_1, B_2 \dots B_h\} \quad (4.7)$$

где A_i, B_i — соответствующие компоненты векторов $\{A\}$ и $\{B\}$; h — порядковый номер частоты собственных форм, являющейся максимальной пороговой (4.6) для конкретной задачи, причем $h \leq DDF$.

Проблему снижения числа учитываемых форм можно решать, отказавшись от рассмотрения некоторых линейных степеней свободы, что дает существенную погрешность в несимметричных системах, либо методом конденсации масс, приводящей к потере части инерционной характеристики системы [65].

По мнению автора, наиболее эффективным способом является действительное срезание части массы системы, совершающей колебания по формам с частотами выше установленной в (4.6). Для выбора и описания срезаемых масс необходимо перевести задачу из глобальных координат в нормальные [42, с.161].

Все величины в нормальных координатах будем обозначать символом \sim . Для преобразований воспользуемся матрицей $[Y_{\text{norm}}]$ размерностью $DDF \times h$, полученной из (2.50) путем вычеркивания всех столбцов, порядковый номер которых выше номера пороговой частоты.

Приведенная матрица масс в нормальных координатах:

$$[\tilde{M}] = [Y_{\text{norm}}]^T [M] [Y_{\text{norm}}] \quad (4.8)$$

Матрица жесткости:

$$[\tilde{K}] = [Y_{\text{norm}}]^T [K] [Y_{\text{norm}}] \quad (4.9)$$

Вектор постоянных внешних узловых нагрузок:

$$\{\tilde{F}\} = [Ynorm]^T \{F\} \quad (4.10)$$

Тогда уравнение (2.1) в нормальных координатах принимает вид:

$$[\tilde{M}]\{\ddot{U}\} + [\tilde{K}]\{U\} = \{\tilde{F}\} \quad (4.11)$$

После подобных преобразований появляется возможность рассматривать независимые уравнения колебаний по каждой форме. Реальные массы заменяются на некоторые приведенные величины, колеблющиеся по каждой из форм. Таким образом, вместо матрицы $[M]$ и размерностью $DDF \times DDF$, можно ограничиться рассмотрением матрицы размерностью $h \times h$.

Вектор начальных перемещений системы:

$$\{U(t_{о\ddot{o}p})\} = [\tilde{M}]^{-1} [Ynorm]^T [M] \{U(t_{о\ddot{o}p})\} \quad (4.12)$$

Вектор начальных скоростей системы:

$$\{V(t_{о\ddot{o}p})\} = [\tilde{M}]^{-1} [Ynorm]^T [M] \{V(t_{о\ddot{o}p})\} \quad (4.13)$$

Вектор начальных ускорений:

$$\{A_{о\ddot{o}n}\} = [\tilde{M}]^{-1} [Ynorm]^T [M] \{A_{о\ddot{o}n}\} \quad (4.14)$$

Система (2.47) преобразуется к виду (индексы номера стадии обрушения опущены, $t_0=0$ соответствует моменту начала рассматриваемой стадии):

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^h y_{li} \left(B_{lim i} \cdot \cos(\omega_i \cdot t) + \frac{1}{\omega_i^2} \cdot \frac{\tilde{F}_i}{\tilde{m}_{i,i}} \right) = \tilde{u}(t_0)_1 \\ \dots \\ \sum_{i=1}^h y_{hi} \left(B_{lim i} \cdot \cos(\omega_i \cdot t) + \frac{1}{\omega_i^2} \cdot \frac{\tilde{F}_i}{\tilde{m}_{i,i}} \right) = \tilde{u}(t_0)_h \\ \sum_{i=1}^h (y_{li} \omega_i A_{lim i}) = \tilde{v}(t_0)_1 \\ \dots \\ \sum_{i=1}^h (y_{hi} \omega_i A_{lim i}) = \tilde{v}(t_0)_h \end{array} \right. \quad (4.15)$$

Получаемые векторы $\{A_{\text{lim}}\}$ и $\{B_{\text{lim}}\}$ имеют нужную размерность h . При этом значения постоянных, из которых составлены указанные векторы, одинаковы для решений в глобальных и нормальных координатах. Это позволяет использовать их при поиске окончательных перемещений в уже известной форме (2.36).

Следует отметить, что замена полной проблемы собственных значений частичной позволяет получать некоторые низшие частоты спектра, как правило, наиболее значимые при анализе любых конструкций. Основные применяемые методы — Рэлея-Ритца и Лоренца в диссертации не применяются по причине того, что позволяют получаться спектр заданной размерности, тогда как принятое в работе ограничение по предельной частоте ω_{lim} заранее предсказать затруднительно.

Снижение числа динамических степеней свободы на этапе прямого численного интегрирования.

Решение в нормальных координатах, успешно применяемое в линейно-спектральном анализе, становится излишне затратным при использовании переменной матрицы жесткости. Фактически, описанный выше приём на этапе прямого численного интегрирования предполагает решение полной задачи собственных значений на каждой итерации, что, очевидно, нецелесообразно. Для успешного сопряжения расчетных параметров в момент перехода от спектрального анализа к численному, необходимо отказаться от условно «лишних» инерционных характеристик, тем самым убрав высокочастотный шум. Однако, в отличие от решения в нормальных координатах, выбор второстепенных степеней свободы, отказ от рассмотрения которых практически не влияет на результаты анализа, при численном расчете не всегда однозначен. Для решения поставленной задачи в алгоритме, разработанном в настоящей работе, использован метод динамической конденсации по Гайяну [23], подробно описанный применительно к рассматриваемой задаче, в [65].

В работе [65], рассматривающей динамический отклик системы, находившейся в состоянии статического равновесия, на внезапное удаление

элемента, главные степени свободы предложено выбирать на основании количества потенциальной энергии каждой массы, приобретенной в момент смены положения равновесия (перехода на стадию обрушения II).

$$W_i = m_i \cdot g \cdot \Delta_{0i} \quad (4.16)$$

где W_i — потенциальная энергия по направлению степени свободы i ; Δ_{0i} — начальное отклонение массы m_i относительно нового положения статического равновесия.

Очевидно, для систем, в которых выключение элементов происходит в процессе колебаний, критерий следует записать в более общем виде (4.17), основанном на условии максимума полной механической энергии системы.

$$W_i = \left| m_i \cdot g \cdot (u_i^{II} - u_i^I) \right| + \frac{m_i \cdot (v_i^{II}(t_{обп}^I))^2}{2} \quad (4.17)$$

На основе анализа численных экспериментов, проводившихся в ходе работы над диссертацией, предлагается расширить упомянутое выше условие выбора количества главных динамических степеней свободы, по которому в список главных включаются те, которые в совокупности дают не менее 90% механической энергии системы. Для многоэлементных систем этот критерий может приводить к существенной погрешности результатов. Предлагается количество главных степеней свободы принимать не менее числа форм колебаний, учитывавшихся на стадии линейно-спектрального расчета, непосредственно предшествующего этапу численного интегрирования.

Кроме того, в системах, несущих множество сосредоточенных близких по величине масс, есть шанс исключить из рассмотрения те степени свободы, которые имеют минимум полной энергии в момент перехода от стадии к стадии, но по их направлению приложены внешние узловые сосредоточенные силы. Несмотря на то, что динамическая реакция всей системы в таком случае изменится незначительно, есть шанс пропустить факт достижения предельного состояния локально, в элементах, непосредственно примыкающих к таким узлам.

Обобщая вышесказанное, рекомендации по выбору главных степеней свободы при переходе от спектрального метода к численному принимают вид:

— Количество главных степеней следует принимать не меньшим числа форм колебаний, учитывавшихся на последней стадии спектрального метода расчета;

— В первую очередь в качестве главных следует принимать степени свободы, обладающие максимумом полной механической энергии, причем их совокупная энергия должна быть не менее 90% энергии всей системы;

— К главным также следует относить те степени свободы, по направлению которых, по условиям задачи, приложены внешние нагрузки в случае, если эти степени свободы не попали ранее в список главных.

Учет диссипативных сил.

При описании реальных длительных колебательных процессов уравнение движения (2.1) следует дополнить диссипативными силами $\{Diss\}$, приводящими к постепенному затуханию колебаний. Сопротивление движению представляет собой сложную для математического описания проблему ввиду комплексной физической природы этого явления. Суммарное сопротивление складывается из потерь при взаимодействии с окружающей средой, трения в узлах и соединениях, особенностей конструктивных решений и пр. Для возможности упрощенно математически описать диссипативные силы такие авторы, как Бабаков И.М [9, с.141], Киселев В.А. [41, с.28], Клаф Р., Пензиен Дж. [42, с.45] применяют допущение о вязком трении, суть которого состоит в пропорциональности этих сил скорости движения (4.18).

$$\{F_{diss}\} = [C]\{\dot{U}\} \quad (4.18)$$

где $[C]$ — матрица диссипативных сил.

При этом авторами указывается, что подобное упрощение может давать ощутимые погрешности и неточности результатов, а удовлетворительное качество расчета диссипативных систем с моделью вязкого трения возможно при наличии существенной эмпирической основы.

Для металлических конструкций, рассмотрению которых в первую очередь посвящена настоящая диссертация, характерно существенно меньшее демпфирование колебаний по отношению к конструкциям железобетонным. Коэффициент поглощения энергии ψ , равный отношению убыли упругой энергии за цикл колебаний к упругой энергии в начале цикла, лежит в пределах [41, с.28]:

$$\begin{aligned}\psi_{ст} &= 0,02 \div 0,30 \\ \psi_{жб} &= 0,16 \div 0,78\end{aligned}\tag{4.19}$$

где $\psi_{ст}$ — коэффициент поглощения энергии для стальных конструкций; $\psi_{жб}$ — коэффициент поглощения энергии для железобетонных конструкций.

Известно, что параметр затухания свободных колебаний можно приближенно считать равным [42, с.65]:

$$\xi = \frac{\delta}{2 \cdot \pi}\tag{4.20}$$

где ξ — безразмерный параметр затухания; δ — логарифмический декремент затухания.

С учетом соотношения (4.21) [41, с.27]:

$$\psi = 2 \cdot \delta\tag{4.21}$$

можно выразить параметр затухания через коэффициент поглощения энергии:

$$\xi = \frac{\psi}{4 \cdot \pi}\tag{4.22}$$

В рамках настоящей диссертации параметр затухания принят постоянным для каждой частоты:

$$\xi \approx 1,35\%\tag{4.23}$$

С учетом диссипативных сил аналитическое решение (4.11) приобретает вид:

$$[\tilde{M}]\{\ddot{\tilde{U}}\} + [\tilde{C}]\{\dot{\tilde{U}}\} + [\tilde{K}]\{\tilde{U}\} = \{F\}\tag{4.24}$$

Его решение в нормальных координатах:

$$\tilde{u}_i(t) = e^{-\xi \cdot \omega_i \cdot t} \cdot \left(A_i \cdot \sin(\omega_i^* \cdot t) + B_i \cdot \cos(\omega_i^* \cdot t) + \frac{1}{(\omega_i^*)^2} \cdot \frac{\tilde{F}_i}{m_{i,i}} \right) \quad (4.25)$$

где $\omega_i^* = \omega_i \cdot \sqrt{1 - \xi}$ — частота демпфированных колебаний.

Очевидно, что демпфирование оказывает наибольшее влияние на высшие формы колебаний, приводя к их быстрому затуханию. Это свойство демпфированных систем, являющееся одним из аргументов при выборе пороговой частоты ω_{lim} , будет наглядно продемонстрировано ниже на примере расчета реального покрытия.

Рассматриваемая в рамках диссертации задача о колебаниях систем с выключающимися связями имеет особое свойство по отношению к прочим динамическим задачам — исключительно малый промежуток времени, в пределах которого целесообразно проводить расчет. Как правило, возможность суждения о прекращении обрушения или отказе очередного элемента появляется после анализа колебательного процесса на временном интервале в пределах одного-двух периодов, соответствующих первой форме колебаний. На таком временном интервале влияние диссипативных сил на низшие формы незначительно, а быстро затухающие формы с собственной частотой выше ω_{lim} в расчете игнорируются.

Ввиду изложенных выше причин, а также существенного усложнения процесса получения постоянных интегрирования при учете затухания, в разработанном алгоритме в запас предлагается не учитывать действие диссипативных сил на систему.

4.4 Геометрическая нелинейность

Воздействия экстремальных нагрузок на строительные конструкции, очевидно, могут приводить не только к проявлению физической нелинейности, но и к необходимости учета геометрической нелинейности, обусловленной

наличием больших перемещений, нарушающих форму конструкции и приводящей к необходимости корректировки её упругих свойств.

Решение задач методом прямого численного интегрирования позволяет корректировать матрицу жесткости системы на каждой итерации в зависимости от реального положения каждого из её узлов. В рамках предложенного комбинированного метода учет геометрической нелинейности, как правило, становится необходимым уже на поздних стадиях обрушения, когда спектральный анализ не используется. Однако известно, что влияние такого типа нелинейности бывает значимым и при относительно малых деформациях [37, с.438].

Вклад геометрической нелинейности в рамках предложенного метода проявляется на этапе перехода от спектрального метода к численному. Этот вклад можно оценить, сравнив скачок какого-либо параметра (координаты, напряжений и т.д.) на первой итерации численного расчета.

Указанный скачок напряжений связан с отсутствием возможности постоянной корректировки матрицы $[K]$ на этапе линейно-спектрального расчета, а также переходом от полной системы к сконденсированной. И если уменьшение погрешности конденсации заключается в грамотном выборе главных степеней свободы и увеличении их количества, то для снижения влияния геометрической нелинейности на этапах применения спектрального метода предлагается одновременно корректировать матрицу жесткости при переходе от стадии к стадии в зависимости от актуального, на момент перехода, вектора узловых перемещений.

Точность сопряжения спектрального и численного расчета, как указывалось ранее, можно оценивать следующим образом:

$$\frac{\sum_{i=1}^N (\sigma_i^{r+1} \cdot (t_{обр}^r + \Delta\tau) - \sigma_i^r \cdot (t_{обр}^r))}{\sum_{i=1}^N \sigma_i^r \cdot (t_{обр}^r)} \cdot 100\% \leq \Omega \quad (4.26)$$

где N — общее число элементов системы; r — порядковый номер последней стадии обрушения, в рамкой которой применялся линейно-спектральный метод расчета; $\Delta\tau$ — величина шага интегрирования по времени, с; Ω — критерий точности сопряжения двух методов расчета.

Величина критерия Ω устанавливается среди прочих исходных данных конкретной задачи.

В случае, если условие (4.26) не выполняется, в первую очередь, ввиду существенного влияния геометрической нелинейности, следует использовать один из следующих способов:

- разбивать стадию обрушения r на более мелкие интервалы;
- полностью заменить метод расчета на стадии r с линейно-спектрального на прямой численный.

4.5 Окончательная структура алгоритма расчета

Сделаем некоторые обобщения в рамках предлагаемого в диссертации метода расчета. При динамическом анализе систем с выключающимися элементами решается дифференциальное уравнение вида:

$$[M]\{\ddot{U}\} + [K]\{U\} = \{F\} \quad (4.27)$$

До момента достижения напряжений текучести в каком-либо из элементов системы, поиск решения ведется линейно-спектральным методом с разложением по собственным формам колебаний. Число учитываемых форм зависит от максимальной пороговой частоты, равной 33Гц или определяемой выражением (4.6). Критериями окончания этапа расчета является либо потеря устойчивости одного из элементов (4.3), либо переход в нелинейную стадию работы. С момента наступления текучести в каком-либо из элементов, дальнейший анализ ведется численно-итерационным методом [85].

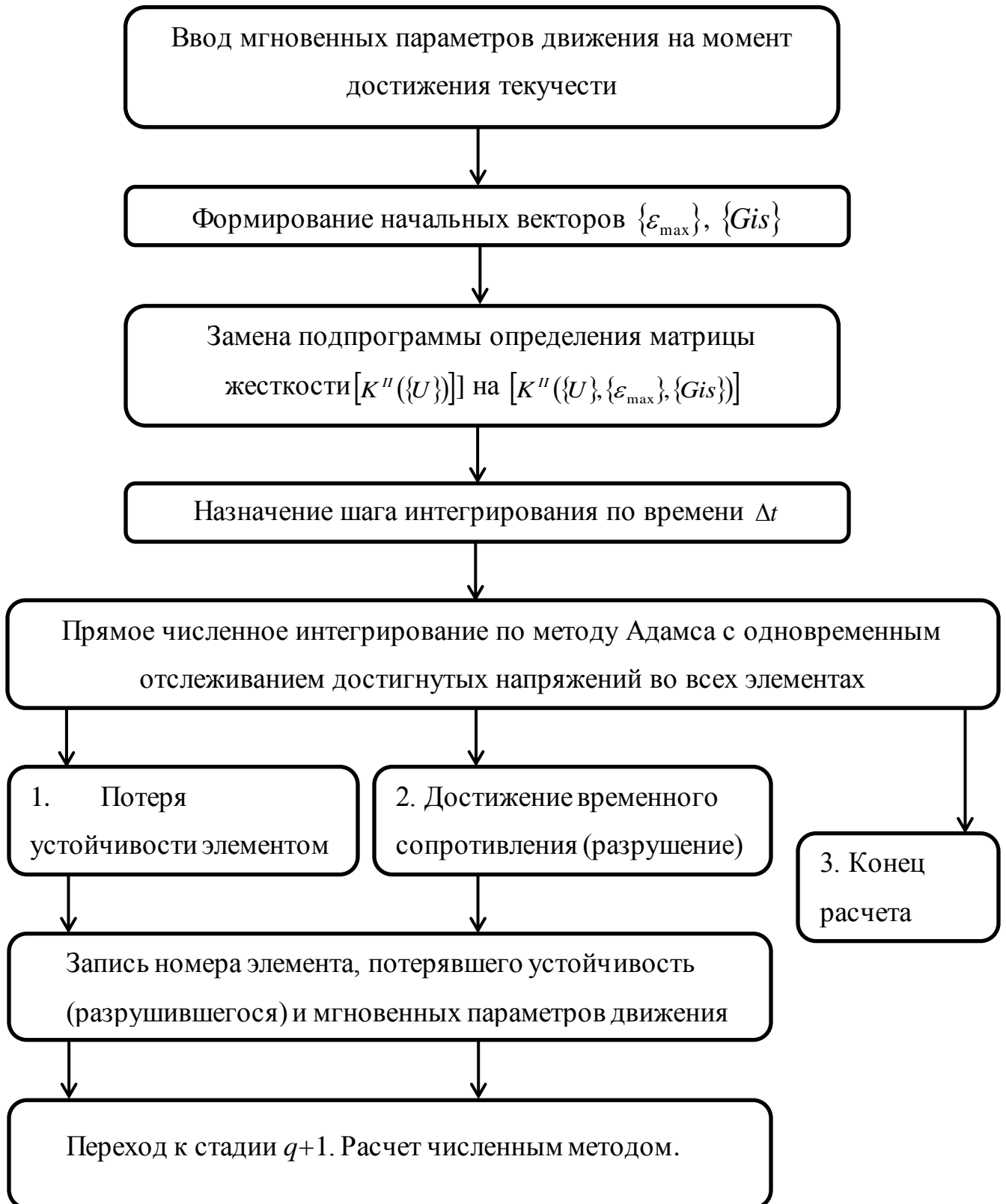
Алгоритм расчета приведен ниже и разбит на стадии. Все применяемые в схеме обозначения, а также подпрограммы по их нахождению приводятся в приложении А.

Стадия I. Расчет исходной системы



Стадия q . Спектральный метод



Стадия q . Численный метод

Укрупненный алгоритм расчета



Выводы по четвертой главе

1. Приведены и аргументированы основные допущения, принятые при формировании предлагаемого алгоритма в отношении динамической прочности стали, потери устойчивости стальными трубами большой гибкости при динамических нагрузках.

2. Потерявший устойчивость элемент следует оставлять в системе, при этом момент отказа соответствует переходу на следующую стадию обрушения, а уменьшение жесткости потерявшего устойчивость элемента учитывается введением понижающего коэффициента $0 < \xi \leq 0,125$.

3. Число учитываемых в расчете форм колебаний ограничивается, исходя из геометрических параметров системы и скорости распространения упругих волн в материале.

4. Решение в нормальных координатах позволяет исключать лишь те инерционные характеристики, которые соответствуют движению по высшим формам колебаний с частотами, превышающим ω_{lim} .

5. Малый интервал времени, рассматриваемый на каждой стадии расчета позволяет отказаться от необходимости учитывать диссипативные силы ввиду их малого влияния на низшие формы колебаний в пределах ω_{lim} .

6. Для оптимизации расчета на этапе прямого численного интегрирования выбран метод динамической конденсации. Выбор главных степеней свободы зависит от числа учитываемых форм на последнем этапе линейно-спектрального расчета, распределения полной механической энергии и наличия внешних узловых нагрузок.

7. В начале каждой стадии обрушения следует одновременно корректировать матрицу жесткости в зависимости от достигнутых перемещений системы. В случае, если новая стадия предполагает проведение численного расчета, скачок параметров системы на границе применения двух методов не должен превышать заданного значения Ω . При невыполнении этого условия следует повышать качество динамической конденсации, дробить последнюю стадию линейно-спектрального расчета и/или полностью заменять его прямым численным интегрированием.

ГЛАВА 5. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СПЕКТРАЛЬНО-ЧИСЛЕННОГО МЕТОДА РАСЧЕТА НА ПРИМЕРЕ АНАЛИЗА СТОЙКОСТИ ПРОСТРАНСТВЕННОГО МЕТАЛЛИЧЕСКОГО ПОКРЫТИЯ К РАЗВИТИЮ ПРОГРЕССИРУЮЩЕГО ОБРУШЕНИЯ

5.1 Исходные данные для расчета

С точки зрения эффективности, разработанный алгоритм наиболее актуален для пространственных металлических структурных конструкций. Такие покрытия, состоящие из гибких металлических профилей, форма потери устойчивости которых соответствует теории расчета сплошных стержней, имеют потенциально высокую стойкость к выключению одного из элементов ввиду большой степени статической неопределимости, а конструктивно узлы сопряжения элементов близки к идеальным шарнирам.

Для наглядного примера использования разработанного алгоритма произведена серия расчетов реально существующей металлической конструкции — покрытия павильона №5а ОАО «ЛЕНЭКСПО» в г. Санкт-Петербурге [86].

Геометрические параметры

Общий вид схемы покрытия представлен на рисунке 5.1. Общее число узлов — 225, элементов — 816. Стойки учтены в виде податливых связей в месте сопряжения с капителями.

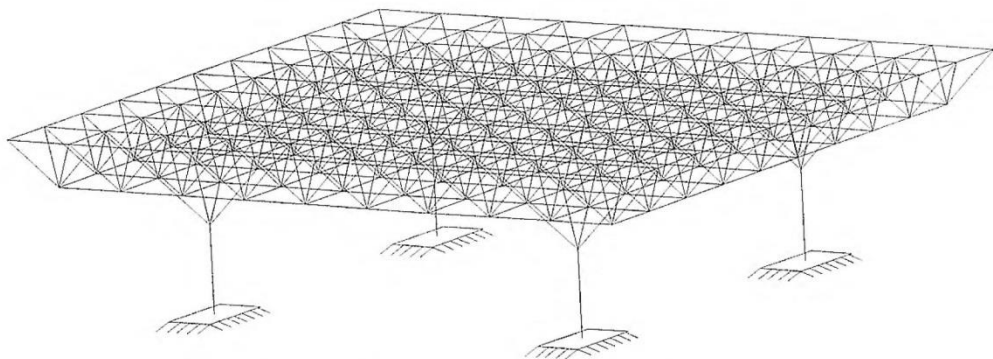


Рисунок 5.1 — Общий вид расчетной схемы

Элементы представляют собой трубы электросварные прямошовные по ГОСТ 10704-75. На рисунках 5.3-5.6 представлены, соответственно, схемы верхнего пояса, нижнего пояса, решетки и поперечный разрез. Условные обозначения профилей указаны на рисунке 5.2.

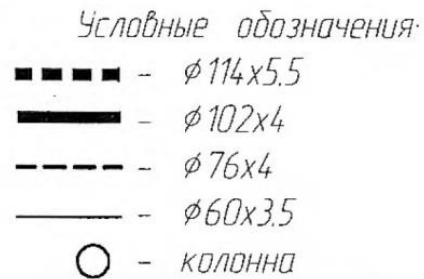


Рисунок 5.2 — Условные обозначения

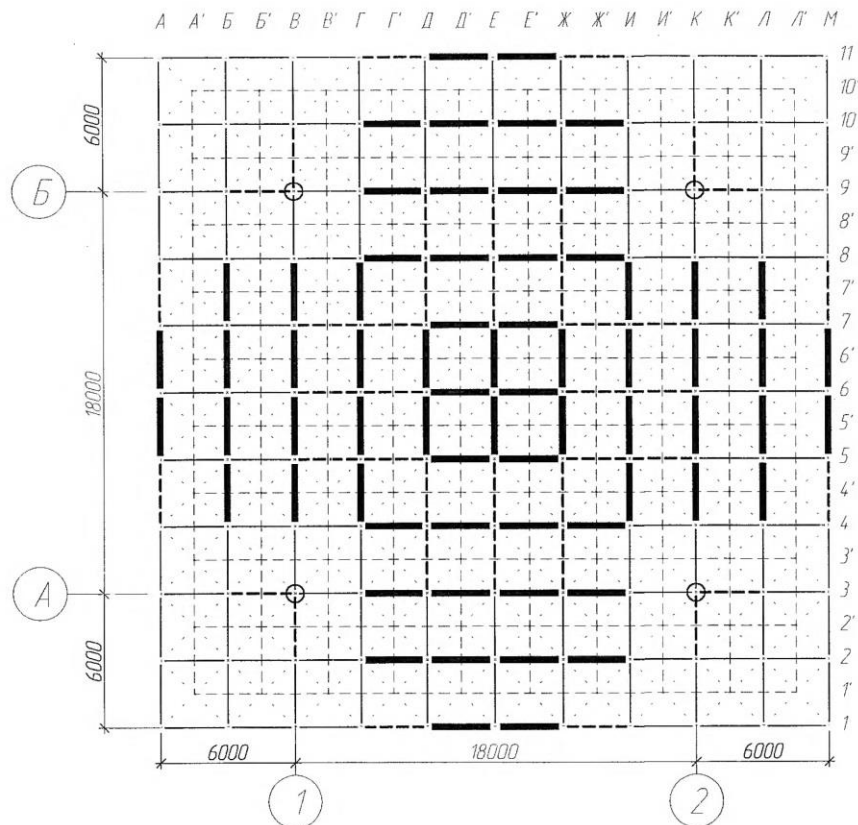


Рисунок 5.3 — Схема элементов верхнего пояса

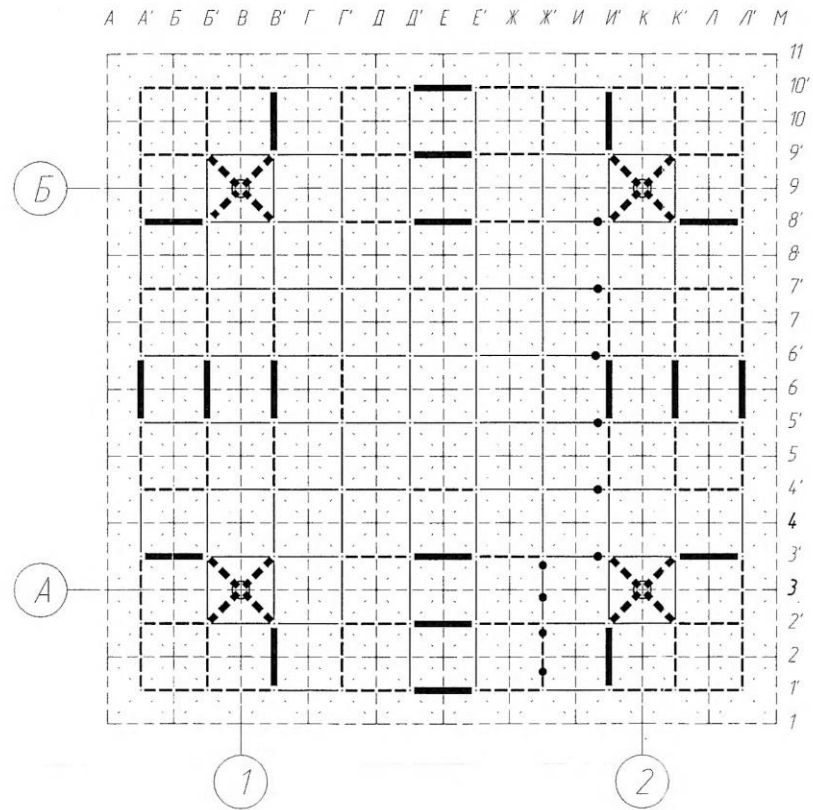


Рисунок 5.4 — Схема элементов нижнего пояса

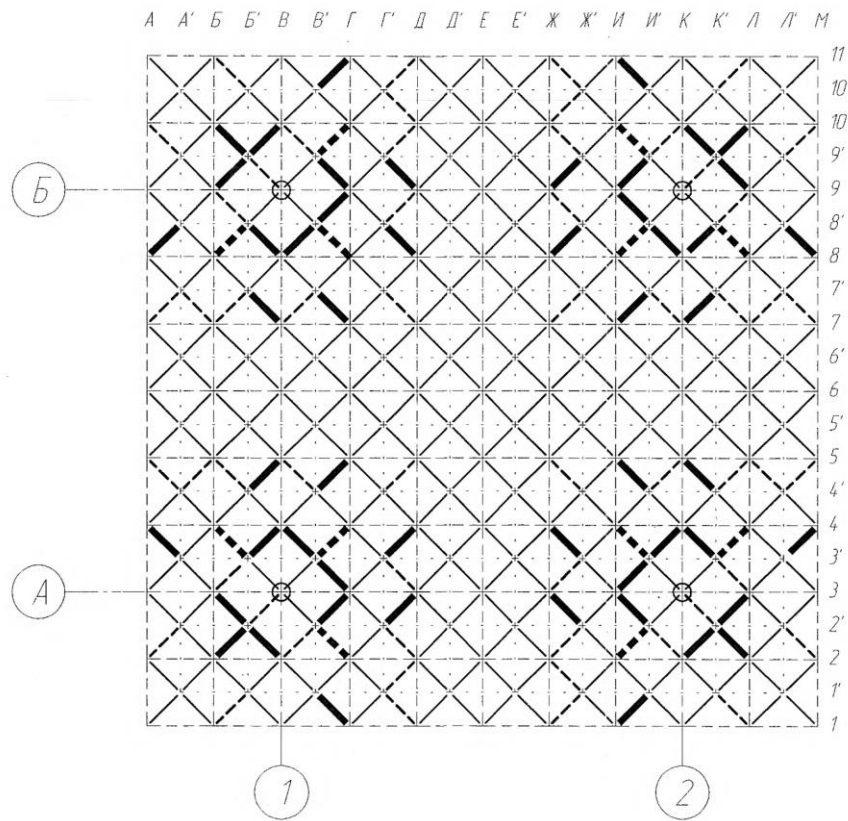


Рисунок 5.5 — Схема решетки

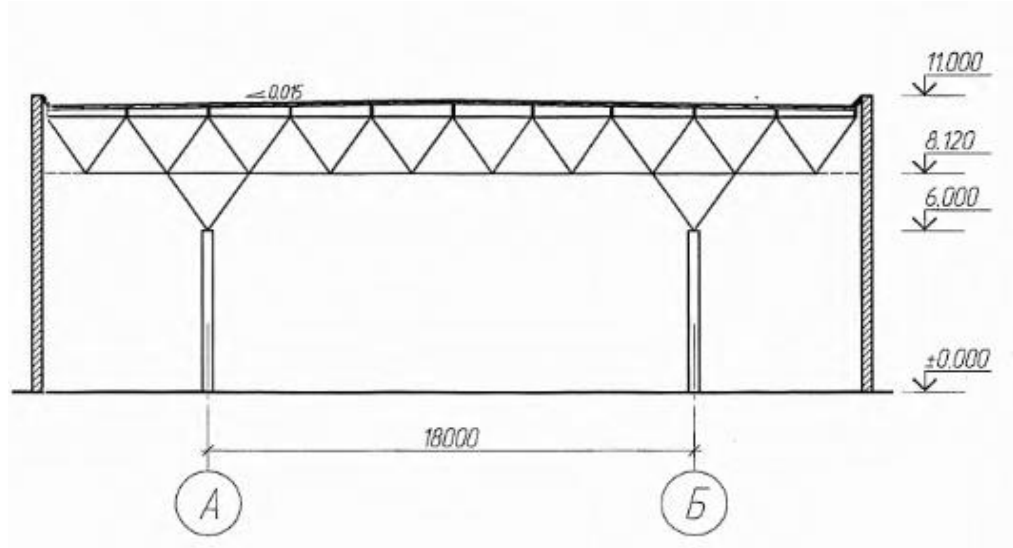


Рисунок 5.6 — Поперечный разрез

Материал конструкций

Все элементы выполнены из стали Ст20 по ГОСТ 1050-74. Идеализированная диаграмма растяжения — билинейная. Её характерные параметры сведены в таблицу 5.1.

Таблица 5.1 — Характерные параметры диаграммы растяжения-сжатия

Характерная точка	Напряжения, кН/см ²	Относительная деформация, %
Предел текучести σ_m	25,0	0,1174
Временное сопротивление $\sigma_{вр}$	42,0	12,5

Внешние нагрузки

Нагрузка на структуру передается в узлах. Ввиду характера задачи расчет ведется только по первой группе предельных состояний и при единственной схеме приложения снеговой нагрузки — равномерно распределенной.

Сосредоточенные массы помещены во все узлы верхнего пояса структуры, величина масс соответствует полному расчетному значению внешних узловых нагрузок и собственного веса покрытия (таблица 5.2). В узлы нижнего пояса помещены номинальные массы для получения наиболее полного набора собственных форм системы [19, 84], когда для каждого узла учитывается по три

степени свободы. Вес номинальных масс соответствует половине нагрузки от собственного веса стержней, сходящихся в каждом узле нижнего пояса.

Общее число динамических степеней свободы системы:

$$DDF = 663 \quad (5.1)$$

Таблица 5.2 — Сосредоточенные нагрузки на покрытие в уровне верхнего пояса

Тип нагрузки	Узел	Нормативное значение, кН	Расчетное значение, кН
Постоянная	Центральный	7,47	9,90
	Боковой	3,74	4,95
	Угловой	1,87	2,48
Снеговая	Центральный	9,00	14,40
	Боковой	4,50	7,20
	Угловой	2,25	3,60
Световой фонарь*	—	3,88	4,27
* нагрузка постоянная и приложена к восьми узлам в центре структуры (в осях 5/Д, 6/Д, 7/Д, 5/Е, 7/Е, 5/Ж, 6/Ж, 7/Ж)			

Интенсивность внешней нагрузки и, соответственно, величина инерционных характеристик, принималась в двух вариантах. Условно назовем их полным и пониженным сочетанием.

Полная нагрузка соответствует расчетному значению, указанному в таблице 5.2, пониженное значение вычисляется по формуле:

$$0,9 \cdot DL + 0,8 \cdot LL + 0,5 \cdot FL \quad (5.2)$$

где DL — постоянные нагрузки; LL — временные длительные; FL — кратковременные.

Понижающие коэффициенты сочетаний приняты на основании требований норм по сейсмостойкому строительству [79].

При анализе зданий в условиях аварийных воздействий следует всегда учитывать пониженное сочетание. В настоящей диссертации полное сочетание используется при расчете некоторых сценариев обрушения для демонстрации реальных запасов прочности рассматриваемой конструкции.

5.2 Анализ поведения конструкции покрытия при разных расчетных сценариях

Статический расчет системы. Выбор инициирующих повреждений.

Очевидно, что наиболее опасным с точки зрения стойкости покрытия к прогрессирующему обрушению является случай отказа одной из четырех стоек. Такой вариант, очевидно, не рассматривается, ввиду его нецелесообразности. Следующим опасным сценарием является отказ одного из элементов, образующих капители стоек. Этому варианту, также приводящему к обрушению конструкции, посвящены два сценария — без учета и с учетом начальных несовершенств одного из элементов системы.

Также рассмотрены два сценария, один из которых предполагает изъятие одного наиболее растянутого, второй — наиболее сжатого элемента наибольшего (после образующих капители) поперечного сечения.

Отобранные элементы, их геометрические характеристики и внутренние усилия, действующие в них в положении статического равновесия неповрежденной системы (стадия I) для полного сочетания нагрузок, сведены в таблицу 5.3. Между собой сценарии в качестве примера использования также отличаются дополнительными условиями, описанными ниже (уровень нагрузки полный/пониженный, коэффициент снижения жесткости потерявшего устойчивость элемента ξ , наличие начальных ослаблений в сечениях).

Таблица 5.3 — Усилие в элементах, выключаемых первыми по каждому из сценариев

Сценарий	Элемент	Сечение	Усилие на момент обрыва, кН
1–2	3/В–3'/В'	114x5,5	-223,11
3	5'/И'–6'/И'	102x4	111,99
4	5/К–6/К	102x4	-98,77

Пример учета диссипативных сил.

Одним из допущений описанного алгоритма является отказ от необходимости учета демпфирования. Для наглядной демонстрации малого влияния демпфирования на общее поведение металлических структур при значимых в рамках задачи временных интервалах, приведены графики изменения напряжения в элементе, отказ которого соответствует окончанию второй стадии обрушения. Анализ ведется по второму расчетному сценарию для случая учета всех динамических степеней свободы без учета демпфирования σ_{full} , всех динамических степеней свободы с учетом демпфирования σ_{diss} и при учете форм, ограниченных критерием пороговой частоты σ_{lim} .

Результаты сведены в таблицу 5.4 и отражают моменты времени, при которых происходит отказ элемента, его положение и причину отказа.

Таблица 5.4 — Сравнение результатов для разных расчетных предпосылок

Постановка	Число учитываемых собственных форм	Положение концов отказавшего элемента	Момент отказа, с	Максимальные напряжения в течение 0,2с	Погрешность относительно σ_{diss}
σ_{diss}	663	3'Б'-4'Б'	0,0697	-11,289	—
σ_{lim}	294	3'Б'-4'Б'	0,0654	-11,842	4,897%
σ_{full}	663	3'Б'-4'Б'	0,0536	-13,529	19,845%

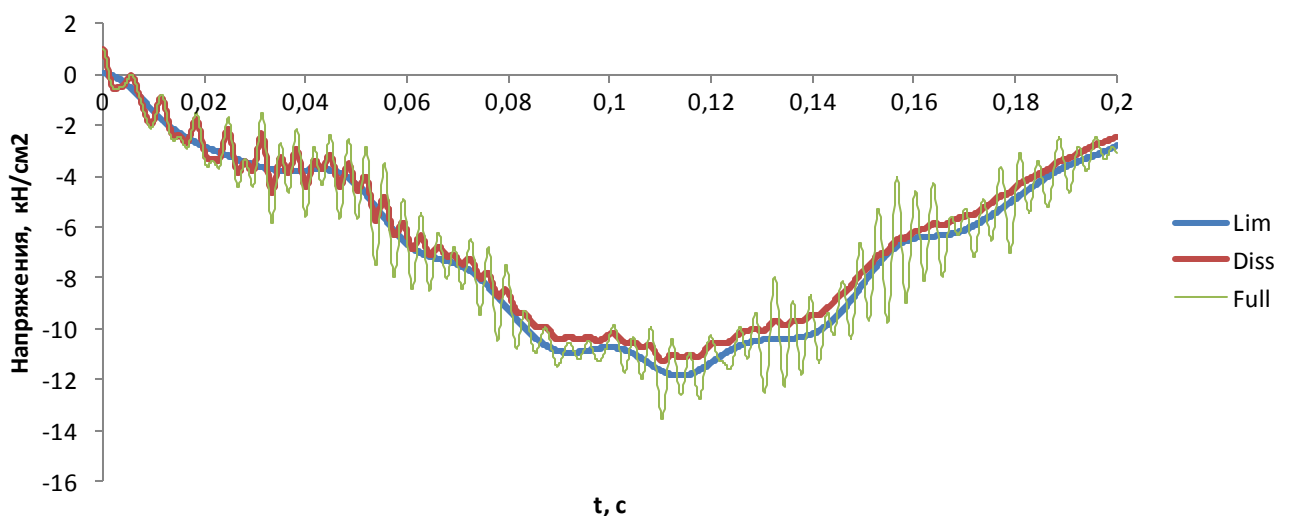


Рисунок 5.7 — Напряжения в элементе отказавшем элементе при разных способах учета диссипации

Серия расчетов покрытия по четырем сценариям.

Расчет на прогрессирующее обрушение по сценарию 1.

Исследование влияния отказа одного из элементов, образующих капители.

Сочетание нагрузки — пониженная. Коэффициент снижения жесткости $\xi = 0,001$.

Хронология отказов сведена в таблицу 5.5. Графики изменения напряжений во всех элементах, последовательно выключающихся в процессе колебаний вплоть до появления геометрической изменяемости представлены на рисунках 5.8-5.9.

Таблица 5.5 — Результат расчета на прогрессирующее обрушение по сценарию 1

Стадия обрушения	Метод расчета	Номер элемента	Положение концов элемента	Тип элемента	Сечение	Время отказа, с	Тип отказа
I	—		3/В-3'/В'	Элемент капители	114x5,5		
II	Спектральный	540	3'/Б'-4'/Б'	Нижний пояс	60x3,5	0,0654	Потеря устойчивости
III	Спектральный	597	2'/В'-2'/Г'	Нижний пояс	60x3,5	0,0683	Потеря устойчивости
IV	Спектральный	541	3'/А'-4'/А'	Нижний пояс	60x3,5	0,0792	Потеря устойчивости
V	Спектральный	574	3'/В'-3/В	Нижний пояс	60x3,5	0,0803	Потеря устойчивости
		598	1'/В'-1'/Г'	Нижний пояс	60x3,5		Потеря устойчивости
VI	Спектральный	782	2'/Б'-3/В	Раскос	76x4,0	0,0948	Потеря устойчивости
VII	Спектральный	583	3/А-3'/А'	Раскос	60x3,5	0,0959	Потеря устойчивости
		612	1/В-1'/В'	Раскос	60x3,5		Потеря устойчивости
VIII	Спектральный	619	3/А-3/Б	Верхний пояс	60x3,5	0,1047	Потеря устойчивости
Система изменяемая							

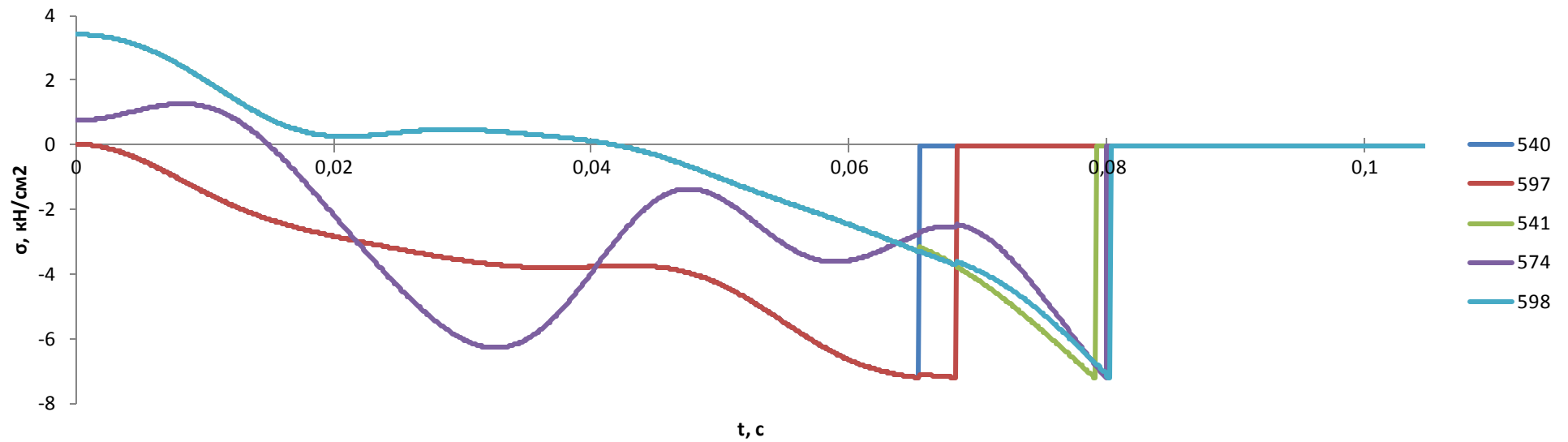


Рисунок 5.8 — Сценарий 1. Напряжения в элементах, связанных со сменой стадий расчета II-V

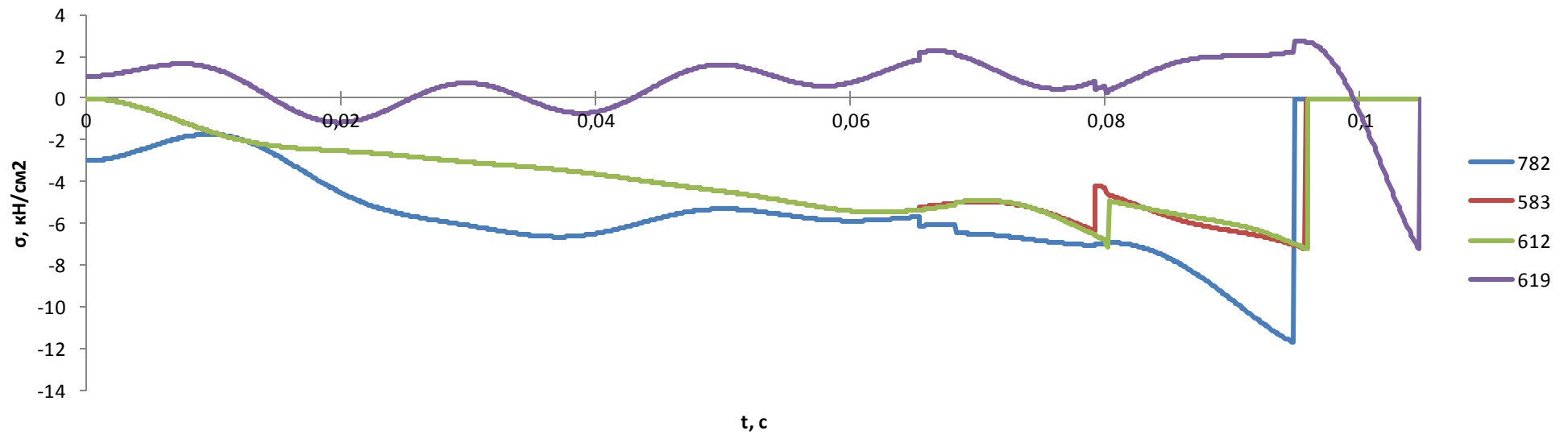


Рисунок 5.9 — Сценарий 1. Напряжения в элементах, связанных со сменой стадий расчета VI-VIII

Расчет на прогрессирующее обрушение по сценарию 2.

Демонстрация работы алгоритма на этапе применения численного метода расчета. Иницилирующее воздействие аналогично использованному в сценарии 1 — обрушение той же образующей капители. Дополнительные условия в рамках сценария — наличие ослабления в растянутом элементе № 603, снижающее площадь его поперечного сечения на 50%.

Сочетание нагрузки — пониженная. Коэффициент снижения жесткости $\xi = 0,001$.

Хронология отказов сведена в таблицу 5.6. Графики изменения напряжений во всех элементах, последовательно выключающихся в процессе колебаний вплоть до появления геометрической изменчивости представлены на рисунках 5.10-5.12.

Таблица 5.6 — Результат расчета на прогрессирующее обрушение по сценарию 2

Стадия обрушения	Метод расчета	Номер элемента	Положение концов элемента	Тип элемента	Сечение	Время отказа, с	Тип отказа
I	—		3/В-3'/В'	Элемент капители	114x5,5		
II	Спектральный	597	2'/В'-2'/Г'	Нижний пояс	60x3,5	0,0569	Потеря устойчивости
III	Спектральный	540	3'/Б'-4'/Б'	Нижний пояс	60x3,5	0,0700	Потеря устойчивости
		603	2/Г-3/Г	Верхний пояс	60x3,5		Переход в текучесть
IV	Численный	583	3/А-3'/А'	Раскос	60x3,5	0,0791	Потеря устойчивости
V	Численный	574	3'/В'-3/В	Нижний пояс	60x3,5	0,0802	Потеря устойчивости
VI	Численный	598	1'/В'-1'/Г'	Нижний пояс	60x3,5	0,0813	Потеря устойчивости
VII	Численный	770	3/Б-3'/Б'	Раскос	76x4,0	0,0820	Потеря устойчивости
VIII	Численный	541	3'/А'-4'/А'	Нижний пояс	60x3,5	0,0857	Потеря устойчивости

Продолжение таблицы 5.6

Стадия обрушения	Метод расчета	Номер элемента	Положение концов элемента	Тип элемента	Сечение	Время отказа, с	Тип отказа
IX	Численный	606	3/В-3/Г	Верхний пояс	60x3,5	0,0959	Потеря устойчивости
X	Численный	580	3/А-4/А	Верхний пояс	60x3,5	0,1141	Потеря устойчивости
XI	Численный	608	2/В-2/Г	Верхний пояс	60x3,5	0,1186	Потеря устойчивости
XII	Численный	803	3/В-3'/Б'	Элемент капители	114x5,5	0,1767	Потеря устойчивости
XIII	Численный	579	3/Б-4/Б	Верхний пояс	60x3,5	0,1778	Потеря устойчивости
XIV	Численный	609	1/В-1/Г	Верхний пояс	60x3,5	0,1809	Потеря устойчивости
Система изменяемая							

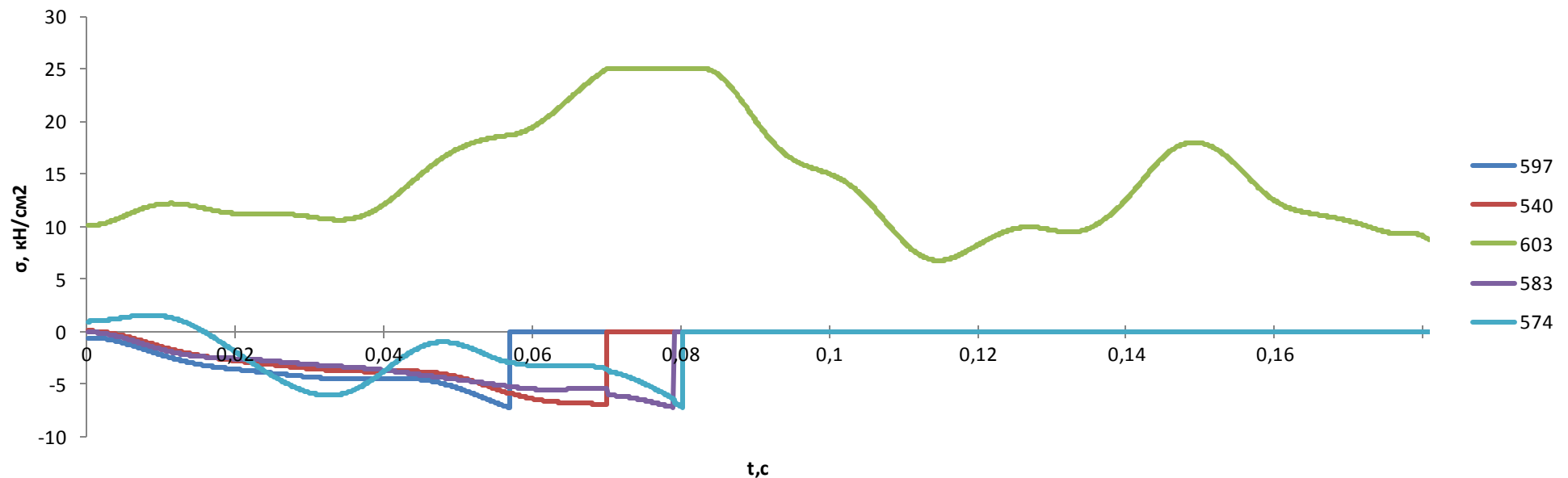


Рисунок 5.10 — Сценарий 2. Напряжения в элементах, связанных со сменой стадии расчета II-V

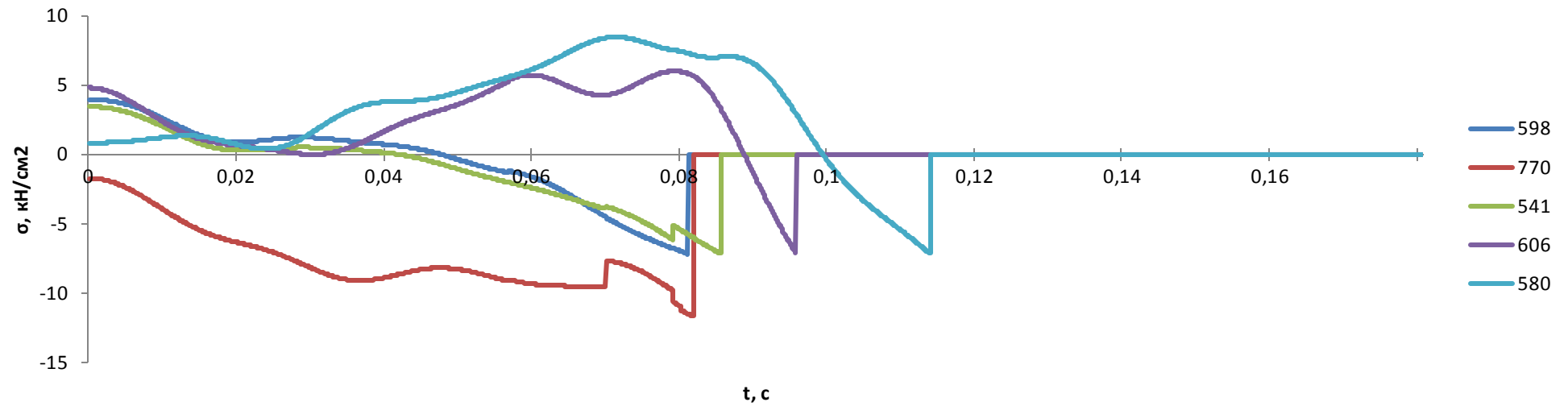


Рисунок 5.11 — Сценарий 2. Напряжения в элементах, связанных со сменой стадии расчета VII-X

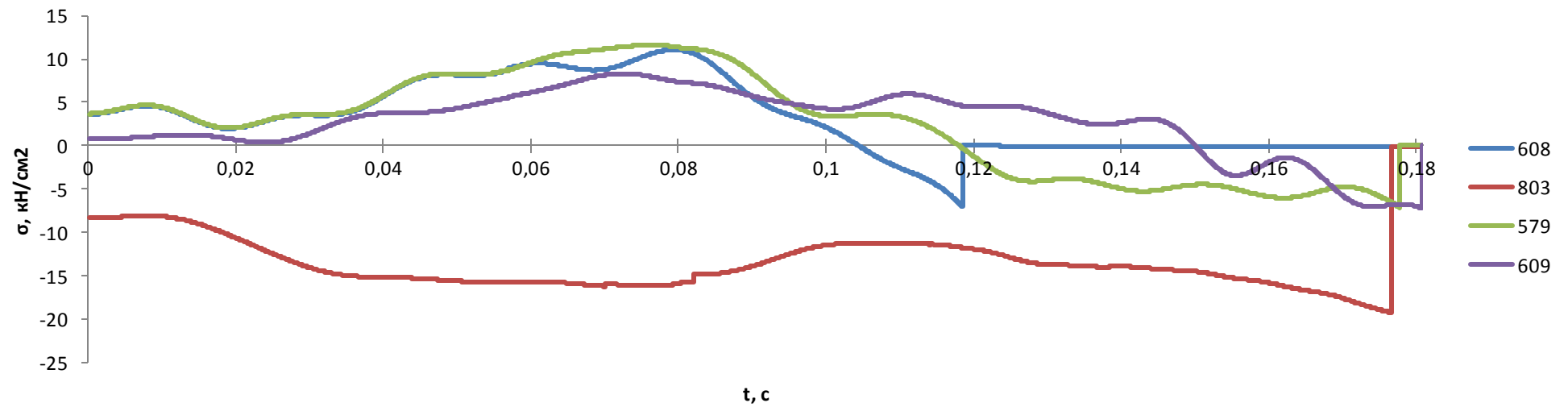


Рисунок 5.12 — Сценарий 2. Напряжения в элементах, связанных со сменой стадии расчета XI-XIV

Расчет на прогрессирующее обрушение по сценарию 3.

Исследование влияния отказа наиболее растянутого элемента сечением 102х4.

Сочетание нагрузки — полная. Коэффициент снижения жесткости $\xi = 0,05$.

Хронология отказов сведена в таблицу 5.7. Графики изменения напряжений во всех элементах, в которых происходит отказ в течение колебательного процесса, представлены на рисунке 5.13.

Таблица 5.7 — Результат расчета на прогрессирующее обрушение по сценарию 3

Стадия обрушения	Метод расчета	Номер элемента	Положение концов элемента	Тип элемента	Сечение	Время отказа, с	Тип отказа
I			5'/И'-6'/И'	Нижний пояс	102х4		—
II	Спектральный	234	6/К-6'/К'	Раскос	60х3,5	0,0169	Потеря устойчивости
III	Спектральный	394	5'/К'-6/К	Раскос	60х3,5	0,0187	Потеря устойчивости
IV	Спектральный	175	7'/И'-8'/И'	Нижний пояс	60х3,5	0,0473	Потеря устойчивости
V	Спектральный	416	3'/И'-4'/И'	Нижний пояс	60х3,5	0,0482	Потеря устойчивости
VI	Спектральный	391	6/К-6/Л	Верхний пояс	60х3,5	0,3939	Потеря устойчивости
Обрушение прекращено							

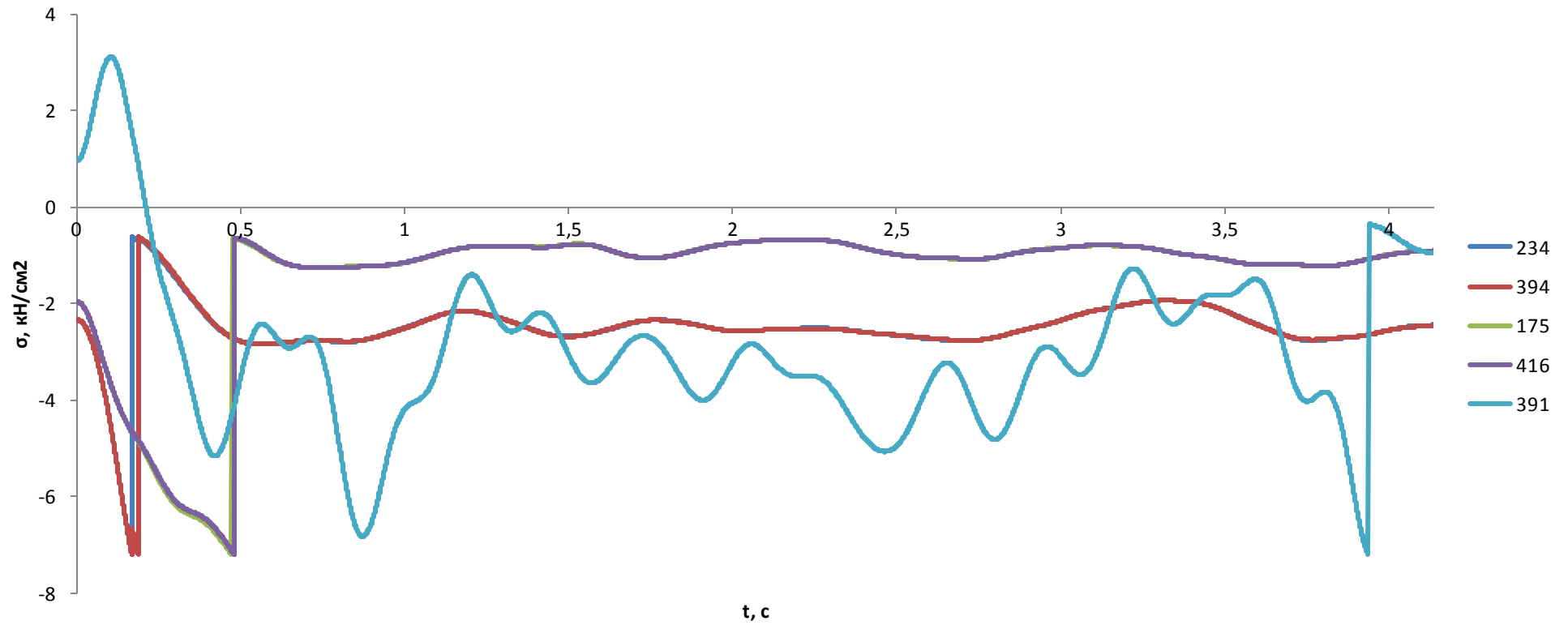


Рисунок 5.13 — Сценарий 3. Напряжения в элементах, связанных со сменой стадий расчета II-VI

Расчет на прогрессирующее обрушение по сценарию 4.

Исследование влияния отказа наиболее сжатого элемента сечением 102x4.

Сочетание нагрузки — полная. Коэффициент снижения жесткости $\xi = 0,05$.

Хронология отказов сведена в таблицу 5.8. Графики изменения напряжений во всех элементах, в которых происходит отказ в течение колебательного процесса, представлены на рисунке 5.14.

Таблица 5.8 — Результат расчета на прогрессирующее обрушение по сценарию 4

Стадия обрушения	Метод расчета	Номер элемента	Положение концов элемента	Тип элемента	Сечение	Время отказа, с	Тип отказа
I	—		5/К-6/К	Верхний пояс	102x4		
II	Спектральный	394	5'/К'-6/К	Раскос	60x3,5	0,4894	Потеря устойчивости
III	Спектральный	396	5'/И'-6/К	Раскос	60x3,5	0,5101	Потеря устойчивости
Обрушение прекращено							

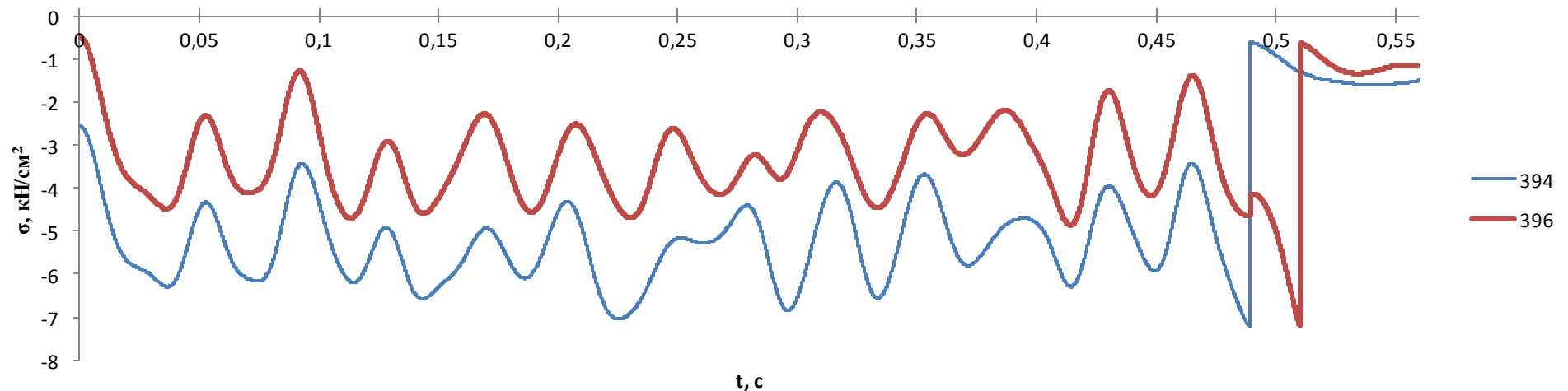


Рисунок 5.14 — Сценарий 4. Напряжения в элементах, связанных со сменой стадий расчета II-III

5.3 Верификация расчета спектральным и численным методами

Главное преимущество применения линейно-спектрального метода в пределах первых нескольких стадий расчета на прогрессирующее обрушение, помимо ускорения скорости счета, заключается в устойчивости решения и отсутствии накопления ошибки на каждой итерации. Ранее отмечалось, что численное решение будет устойчивым, если выполняется критерий Куранта (1.7).

Однако, даже при выполнении указанного условия, нарастание ошибки на каждой итерации может приводить к качественному искажению результатов по мере роста интервала времени T_{all} , в пределах которого ведется анализ. Единственный способ снижения ошибки прямого численного интегрирования — дальнейшее уменьшение величины Δt , что приводит к увеличению числа необходимых итераций в пределах того же T_{all} . Для каждой конкретной задачи и даже для каждого расчетного сценария заранее предсказать, при каком максимальном Δt результат счета перестает качественно меняться, становится возможным, как правило, после проведения серии расчетов с разным шагом интегрирования по времени.

Выбор интервала времени T_{all} , достаточного для уверенного суждения: обрушение прекращено/система становится геометрически изменяемой, рекомендуется выбирать из условия:

$$T_{all} = 2T_1 + \sum_{q=1}^Q t_q \quad (5.3)$$

где T_1 — период собственных колебаний системы по первой форме, с; Q — общее число стадий обрушения; t_q — продолжительность колебаний системы в пределах стадии q , с.

Для наглядной демонстрации преимуществ применения линейно-спектрального метода при анализе, в частности, стальных пространственных покрытий, ниже приведены результаты расчета по сценариям 3 и 4, описанным ранее. Для исключения погрешности, не связанной с самим методом расчета, в приведенном примере учтены только сосредоточенные массы по верхнему поясу структурного покрытия, геометрическая нелинейность не учтена, спектр

значимых частот не ограничен. Общее число динамических степеней свободы — 363. Время колебаний с момента последнего отказа, гарантирующее прекращение обрушения — 3,53с., равное двум периодам колебаний по первой форме. Максимальный шаг интегрирования, обеспечивающий устойчивость счета (1.7), составляет 0,004с.

Подробные результаты расчета по сценариям 3 и 4 приведены ниже. Для обоих сценариев продолжительность счета указана при использовании разработанной программы в среде MathCad Prime 2.0 и вычислительной машины с характеристиками: процессор Intel Core i5-6500 3.2GHz, оперативная память 16 Гб. Для каждого сценария выполнено три серии расчетов: линейно-спектральным методом, а также численным методом при $\Delta t=10^{-4}$ и $\Delta t=10^{-3}$. Каждый вариант независим друг от друга и ведется непосредственно от момента времени $t=0$ с.

Результаты верификационного расчета спектральным и численным методом при разных расчетных сценариях

Результаты расчета по сценарию 3 сведены в таблицы 5.9-5.10 и представлены на рисунках 5.15-5.16. Хронология отказов элементов по условию устойчивости, момент времени отказа от начала обрушения и продолжительность счета каждой стадии указаны в таблице 5.9. В таблице 5.10 приведено сравнение относительных напряжений в элементах структуры, в которых накапливается наибольшая погрешность за время t . Для исключения малонагруженных элементов с большой относительной погрешностью напряжений, сравнение ведется только для 250 элементов с наибольшими абсолютными значениями напряжений.

На рисунках 5.15-5.16 представлены графики изменения напряжений в двух характерных элементах 82 и 91 при использовании спектрального и численного методов расчета.

Таблица 5.9 — Хронология отказов по сценарию 3

Стадия обрушения	Спектральный расчет			Численный расчет, $\Delta t=10^{-4}$			Численный расчет, $\Delta t=10^{-3}$		
	Отказавший элемент	Момент времени отказа, с	Продолжительность счета стадии, с	Отказавший элемент	Момент времени отказа, с	Продолжительность счета стадии, с	Отказавший элемент	Момент времени отказа, с	Продолжительность счета стадии, с
II	234	0,0173	5,93	234	0,0167	359,74	234	0,016	28,92
III	394	0,0191	5,82	394	0,0187	46,58	394	0,018	6,62
IV	175	0,0476	8,12	175	0,0466	412,91	175	0,043	42,79
V	391	0,3982	36,28	416	0,0475	16,49	416	0,044	4,81
VI	—	—	—	391	0,3979	5203,65	391	0,082	63,40
VII	—	—	—	717	2,5635	46186,38	27	0,151	112,58
VIII	—	—	—	658	2,5830	287,07	717	0,162	20,55
IX	—	—	—	75	2,7042	1775,60	75	0,171	17,76
X	—	—	—	387	2,7689	1951,33	408	0,183	47,52
XII	—	—	—	400	2,9363	4075,40	—	—	—
Итого расчета:	Обрушение прекращено. Общее время счета: 56,15с			Обрушение продолжается. Общее время счета: 60315,15с			Система изменяемая. Общее время счета: 344,95с		

Таблица 5.10 — Нарастание относительной погрешности в напряжениях по сценарию 3

Момент времени от начала колебаний, t (с)	Номер элемента с наибольшей относительной погрешностью в напряжениях за время t	Максимальные напряжения в элементе за отрезок времени от 0 до t при методе расчета:			Погрешность численного расчета относительно спектрального при шаге интегрирования:	
		Спектральный	Численный, $\Delta t=10^{-3}$	Численный, $\Delta t=10^{-4}$	$\Delta t=10^{-3}$	$\Delta t=10^{-4}$
0,15	234	7,170	6,525	6,814	8,992%	4,973%
0,20	234	7,170	—	6,814	—	4,973%
0,50	234	7,170	—	6,814	—	4,973%
0,75	486	7,457	—	7,920	—	6,210%
1	607	6,805	—	7,280	—	6,968%
1,5	92	6,709	—	7,571	—	12,845%
2	28	6,640	—	8,201	—	23,510%
2,5	28	6,640	—	9,303	—	40,108%
2,8	81	6,800	—	12,547	—	84,511%

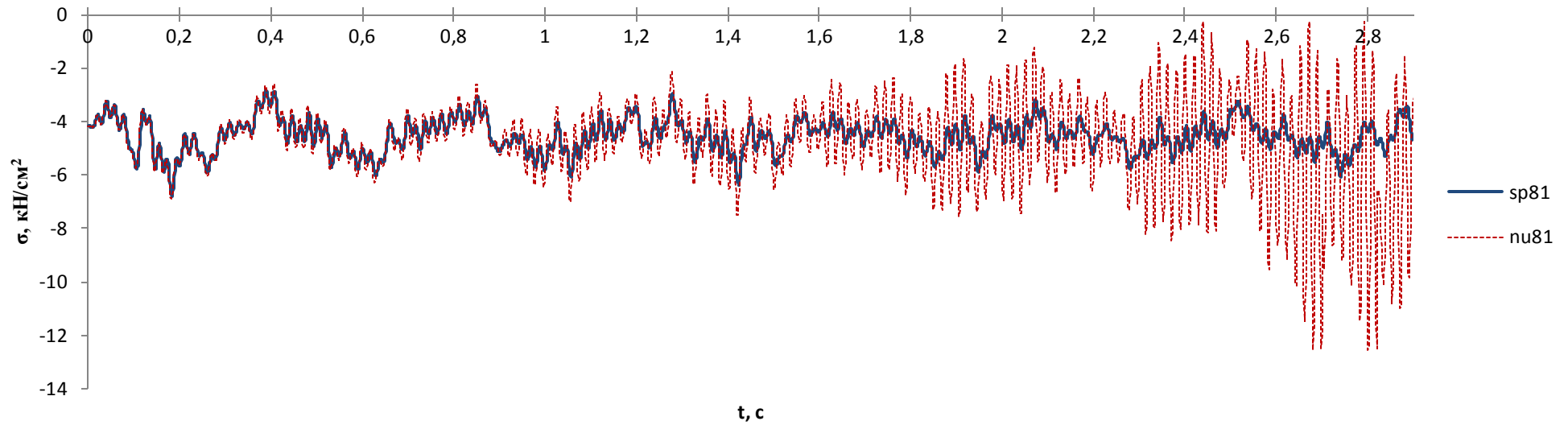


Рисунок 5.15 — Сценарий 3. Напряжения в элементе 81 при использовании спектрального и численного методов расчета

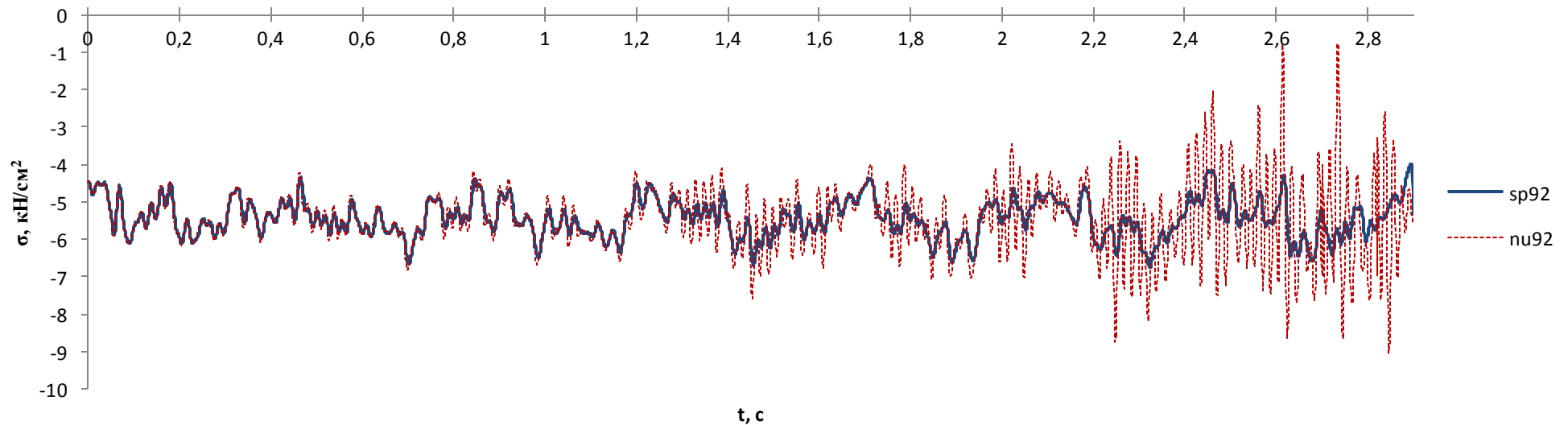


Рисунок 5.16 — Сценарий 3. Напряжения в элементе 92 при использовании спектрального и численного методов расчета

Обозначения, принятые на рисунках 5.15-5.16:

$sp81$, $sp92$ —напряжения, соответственно, в элементе 81 и элементе 92 при расчете линейно-спектральным методом; $ni81$, $ni92$ —то же, при расчете методом прямого численного интегрирования и $\Delta t=10^{-4}$.

Результаты расчета по сценарию 4 сведены в таблицы 5.11-5.12 и представлены на рисунке 5.17. Хронология отказов элементов по условию устойчивости, момент времени отказа от начала обрушения и продолжительность счета каждой стадии указаны в таблице 5.11. В таблице 5.12 приведено сравнение относительных напряжений в элементах структуры, в которых накапливается наибольшая погрешность за время t . Для исключения малонагруженных элементов с большой относительной погрешностью напряжений, сравнение ведется только для 250 элементов с наибольшими абсолютными значениями напряжений.

На рисунке 5.17 представлены графики изменения напряжений в двух характерных элементах 28 и 447 при использовании спектрального и численного методов расчета.

Приведенные примеры наглядно демонстрируют эффект накопления ошибки при прямом численном интегрировании, даже в случае применения временного шага Δt , в 40 раз меньшего установленного критерия (1.7). Усложнение алгоритма путем замещения численного интегрирования спектральным методом на этапе линейного деформирования систем оказывается выигрышным как с точки зрения ускорения времени счета, так и с точки зрения исключения зависимости точности решения от выбранного временного шага Δt .

Таблица 5.11 — Хронология отказов по сценарию 4

Стадия обрушения	Спектральный расчет			Численный расчет, $\Delta t=10^{-4}$			Численный расчет, $\Delta t=10^{-3}$		
	Отказавший элемент	Момент времени отказа, с	Продолжительность счета стадии, с	Отказавший элемент	Момент времени отказа, с	Продолжительность счета стадии, с	Отказавший элемент	Момент времени отказа, с	Продолжительность счета стадии, с
II	394	0,4939	52,08	394	0,4923	8244,52	76	0,128	226,98
III	396	0,5172	7,59	396	0,5150	353,87	78	0,162	63,33
IV				29	2,6109	35465,13	717	0,165	8,61
V				658	2,6483	595,63	658	0,171	13,92
VI				78	2,6837	563,04	27	0,179	18,06
VII				27	2,6953	186,47	75	0,185	14,57
VIII				155	2,7024	116,10	29	0,196	24,40
IX				387	2,7239	343,26	481	0,203	15,84
Итог расчета:	Обрушение прекращено. Общее время счета: 59,67с			Обрушение продолжается. Общее время счета: 45868,02с			Обрушение продолжается. Общее время счета: 385,71с		

Таблица 5.12 — Нарастание относительной погрешности в напряжениях по сценарию 4

Момент времени от начала колебаний, t (с)	Номер элемента с наибольшей относительной погрешностью в напряжениях за время t	Максимальные напряжения в элементе за отрезок времени от 0 до t при методе расчета:			Погрешность численного расчета относительно спектрального при шаге интегрирования:	
		Спектральный	Численный, $\Delta t=10^{-3}$	Численный, $\Delta t=10^{-4}$	$\Delta t=10^{-3}$	$\Delta t=10^{-4}$
0,05	244	6,510	6,632	6,632	1,88%	1,88%
0,1	553	6,519	6,632	6,632	1,73%	1,73%
0,15	81	7,674	9,945	7,824	29,59%	1,96%
0,20	28	6,785	15,056	6,992	121,91%	3,05%
0,50	231	2,823	—	2,953	—	4,62%
0,75	28	7,160	—	7,661	—	6,99%
1	447	6,521	—	7,245	—	11,09%
1,5	28	7,160	—	9,039	—	26,22%
2	28	7,160	—	9,943	—	38,86%
2,5	28	7,160	—	12,010	—	67,73%
2,7	454	7,728	—	18,789	—	143,13%

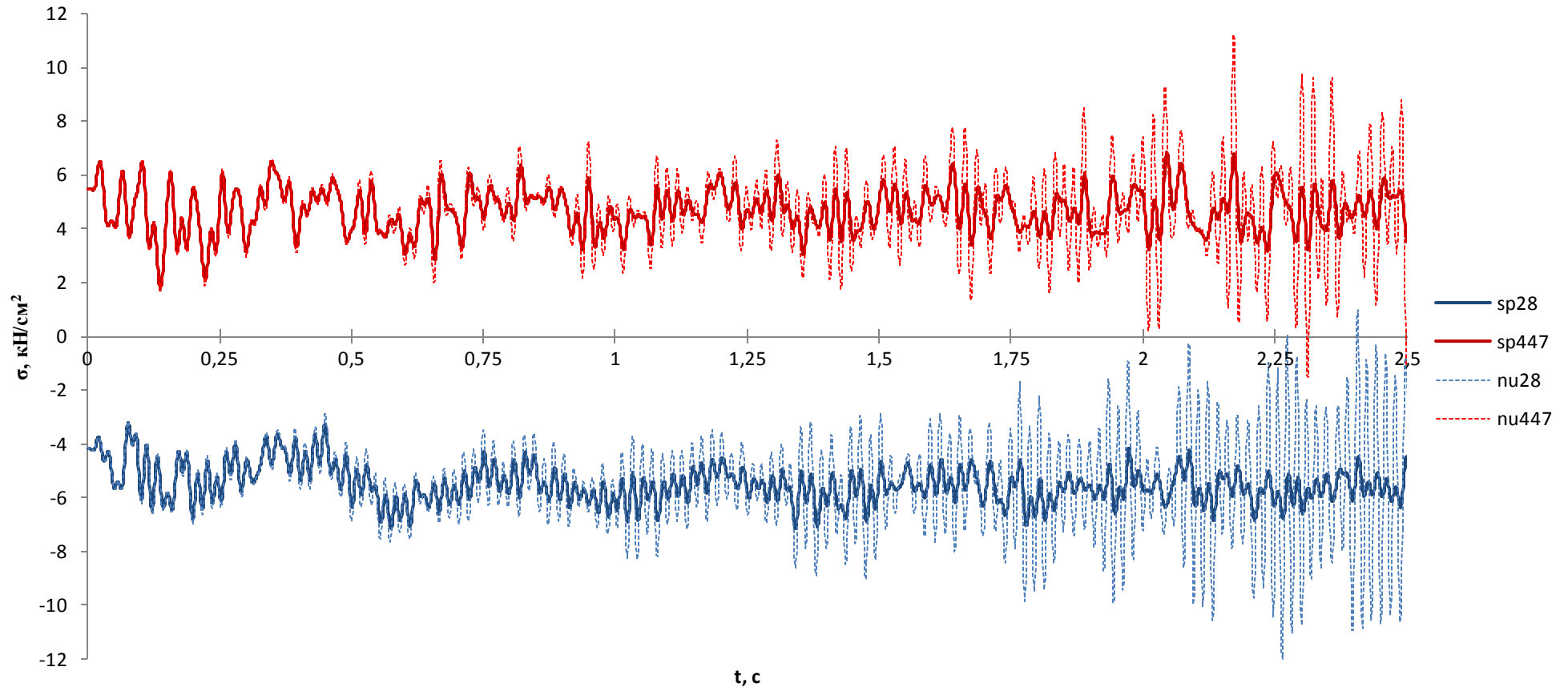


Рисунок 5.17 — Сценарий 4. Напряжения в элементах 28 и 447 при использовании спектрального и численного методов

Обозначения, принятые на рисунке 5.17:

$sp28, sp447$ — напряжения, соответственно, в элементе 28 и элементе 447 при расчете линейно-спектральным методом;

$nu28, nu447$ — то же, при расчете методом прямого численного интегрирования и $\Delta t = 10^{-4}$.

Выводы по пятой главе

1. Продемонстрирован пример использования разработанного в диссертации алгоритма и оригинальной программы в среде MathCad на примере расчета покрытия павильона №5а ОАО «ЛЕНЭКСПО».

2. Выбраны четыре расчетных сценария, отличающиеся иницирующими повреждениями, уровнем нагрузки, коэффициентом снижения жесткости потерявших устойчивость элементов, наличием начальных ослаблений сечений.

3. Продемонстрирована возможность исключения из рассмотрения диссипативных сил и ограничения спектра значимых частот колебаний для задачи с малыми временными интервалами перехода от одной стадии обрушения к последующей.

4. Ни одно из начальных повреждений не приводит к возникновению напряжений текучести в каком-либо из элементов вплоть до наступления геометрической изменяемости системы (Сценарий 1) или прекращения обрушения (Сценарии 2 и 4). Таким образом, доказана способность системы сопротивляться прогрессирующему обрушению без использования пластического ресурса и учета диссипации.

5. Для демонстрации перехода от линейно-спектрального расчета к численному, представлен расчетный сценарий 2, предполагающий наличие ослаблений сечения в одном из растянутых элементов.

6. Для пространственных металлических структур свойственна высокая стойкость к развитию прогрессирующего обрушения, спровоцированного начальным локальным повреждением.

7. На примере двух расчетных сценариев продемонстрированы преимущества использования решения, использующего разложение по собственным формам колебаний на первых стадиях обрушения, заключающиеся в существенном повышении скорости счета, а также отсутствии накопления ошибки, присущей прямому численному интегрированию.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Проведен анализ современного состояния методов оценки живучести зданий в условиях экстремальных воздействий и решения частной задачи — расчета зданий на прогрессирующее обрушение, вызванное внезапным отказом элемента или связи. Сформулирована необходимость совершенствования динамических методов расчета, применяемых для оценки реакции сооружений в условиях аварийных воздействий. Для описанного класса задач указано на недостаточное использование в инженерной практике потенциала решения, использующего разложение по собственным формам колебаний.

2. Предложено интерпретировать инициирующее силовое воздействие, выводящее систему из равновесия в момент выключения элемента, как приращение реакции исходной и поврежденной систем по направлению динамической степени свободы. Указанное приращение равно по величине силе инерции, а связанное с последней ускорение можно использовать в качестве одного из начальных условий в решении уравнения движения.

3. Описан и исследован эффект уменьшения размаха колебаний в движущейся системе в случае, когда очередной отказ элемента происходит вблизи нижнего амплитудного положения массы. Приведен пример механической системы, в которой колебания гасятся за счёт последовательного выключения элементов. Полученный эффект справедлив для систем с одной степенью свободы, однако общий принцип изменения размаха колебаний будет сохраняться и в движущихся многомассовых системах с выключающимися элементами.

4. Для систем с одной динамической степенью свободы в общем виде записаны аналитические решения неоднородного дифференциального уравнения движения системы из нелинейно-упругого материала с выключающейся связью по методу малого параметра Линдштедта-Пуанкаре для вариантов аппроксимации упругой реакции полиномами 3-й и 5-й степеней. Полученные решения могут применяться в практических расчетах для проведения экспресс-оценки последствий изъятия элементов и связей из систем, сводящихся к одномассовым.

5. Разработан алгоритм комбинированного спектрально-численного метода расчета стержневых систем с выключающимися элементами, основным достоинством которого является использование решения в форме разложения по собственным формам колебаний на первых стадиях обрушения, что приводит к существенному повышению скорости счета, а также отсутствию накопления ошибки, присущей прямому численному интегрированию. Записаны основные принятые допущения метода, касающиеся его применения в практических расчетах.

6. Разработана методика отбора главных динамических степеней свободы на этапе численного интегрирования, предложены критерии установления достаточного числа учитываемых собственных частот на этапе использования линейно-спектрального метода.

7. На этапе линейного деформирования систем учтено изменение формы конструкции путем корректировки матрицы жесткости в начале каждой стадии линейно-спектрального расчета. Учет геометрической нелинейности на этапе прямого численного интегрирования осуществляется непосредственно на каждой итерации.

8. Разработан критерий оценки погрешности сопряжения двух методов расчета в момент перехода от решения в форме разложения по собственным формам к прямому численному интегрированию.

9. На основании изложенного алгоритма разработана расчетная программа в среде MathCad, апробированная при анализе стойкости к прогрессирующему обрушению металлического структурного покрытия павильона №5а ОАО «ЛЕНЭКСПО».

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Аветисян, Л. А.** Влияние динамического эффекта на несущую способность железобетонных колонн, работающих в условиях огневых воздействий / Л.А. Аветисян, А.Г. Тамразян // Вестник МГСУ. — 2013. — № 10. — С.14-23.
2. **Аветисян, Л. А.** К определению несущей способности внецентренно сжатых железобетонных колонн при динамических нагрузениях в условиях огневых воздействий / Л.А. Аветисян, А.Г. Тамразян // Интеграция, партнерство и инновации в строительной науке и образовании: сборник материалов международной научной конференции / ФГБОУ ВПО «МГСУ». — М. — 2015. — С. 119-123.
3. **Агафонова, В. В.** Моделирование взрывного воздействия на ключевые конструкции высотного здания / В.В. Агафонова // Вестник МГСУ. — 2012. — № 7. — С. 109-113.
4. **Азжеуров, О. В.** Совершенствование методических подходов по расчету конструктивных систем на живучесть при внезапных запроектных воздействиях / О.В. Азжеуров // Промышленное и гражданское строительство. — 2012. — № 5. — С.36-38.
5. **Алмазов, В. О.** Динамика прогрессирующего разрушения монолитных многоэтажных каркасов / В.О. Алмазов, З. К. Као // Промышленное и гражданское строительство. — 2010. — №4. — С. 52-56.
6. **Алмазов, В. О.** Проблемы прогрессирующего обрушения / В.О. Алмазов // Строительство и реконструкция. — 2014. — №6(56). — С.3-10.
7. **Алмазов, В. О.** Проблемы сопротивления зданий прогрессирующему разрушению / В.О. Алмазов, А.И. Плотников, Б.С. Расторгуев // Вестник МГСУ. — 2011. — №2. — 15-20.
8. Анализ в геометрически, физически и конструктивно нелинейной постановке динамического поведения плоских рам при запроектных воздействиях / И. Н. Серпик [и др.] // Промышленное и гражданское строительство. — 2012. —

№10. — С. 49-51.

9. **Бабаков, И. М.** Теория колебаний: учеб. пособие / И.М. Бабаков. — 4-е изд., испр. — М.: Дрофа, 2004. — 591, [1] с.: 130 ил., 15 табл. — (Классики отечественной науки).

10. **Белостоцкий, А. М.** Анализ причин обрушения конструкций покрытия СОК «Трансвааль-парк» / А. М. Белостоцкий, С.И. Дубинский // ANSYS Solutions. Русская редакция. — 2007. — №4. — С. 5-12.

11. **Белостоцкий, А. М.** Анализ причин обрушения конструкций покрытия СОК «Трансвааль-парк». Часть 1. Постановка задачи и методология численного моделирования. Часть 2. Моделирования нагрузок и воздействий / А.М. Белостоцкий // Вестник МГСУ. — 2006. — №3. — С. 20-40.

12. **Белостоцкий, А. М.** Математическое моделирование техногенной безопасности ответственных строительных объектов мегаполисов / А. М. Белостоцкий, В. Н. Сидоров, П. А. Акимов, Г. Г. Кашеварова // Intern. J. for Computational Civil and Structural Engineering. — 2010. — Vol. 6. — Iss. 1&2. — P.45-65.

13. **Белостоцкий, А. М.** Численное моделирование в экспертных исследованиях причин обрушения и локального разрушения конструкций большепролетных зданий / А.М. Белостоцкий // Intern. J. for Computational Civil and Structural Engineering. — 2008. — Vol. 4. — Iss. 2. — P. 26-28.

14. **Белостоцкий, А. М.** Численное моделирование деформирования и разрушения конструкций методами нелинейной динамики / А. М. Белостоцкий, А. С. Павлов // Труды XXIV международной конференции «BEM&FEM-2011» / С.-Петерб.гос.архитектур.-строит.ун-т. — СПб., 2011. — С.111-116.

15. **Белостоцкий, А. М.** Численное моделирование как эффективный инструмент анализа технического состояния и причин обрушения зданий и сооружений (опыт экспертных исследований спортивно-оздоровительного комплекса «Трансвааль-парк») / А.М. Белостоцкий // Теория и практика судебной экспертизы. — 2009. — №4 (16). — С. 105-119.

16. **Белостоцкий, А. М.** Численное моделирование процессов

деформирования конструкций, подверженных аварийным воздействиям / А. М. Белостоцкий, А. С. Павлов // Строительство и реконструкция. — 2015. — №2(58). — С.51-56.

17. **Бирбраер, А. Н.** Расчет конструкций на сейсмостойкость / А.Н. Бирбраер. — СПб.: Наука, 1998. — 255 с., ил. 70.

18. **Блюмин, А. Г.** Численные методы вычисления интегралов и решения задач для обыкновенных дифференциальных уравнений. Методические указания к выполнению лабораторных работ по курсу «Численные методы» / А.Г. Блюмин, А.А. Федотов, П.В. Храпов. — М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2008. — 74 с.

19. **Бондарев, Ю. В.** Подходы к решению задачи о внезапном удалении элементов из стержневой системы / Ю. В. Бондарев, И.С. Талантов // Вестник гражданских инженеров. — 2014. — №2 (43). — С. 48-52.

20. **Бондарев, Ю. В.** Расчет стержневых систем при внезапном удалении отдельных элементов / Ю.В Бондарев, Т. С. Нгуиен // Строительная механика и расчет сооружений. — 2010. — №4. — С. 43-48.

21. **Бондаренко, В. М.** Концепция и направления развития теории конструктивной безопасности зданий и сооружений при силовых и средовых воздействиях / В. М. Бондаренко, В. И. Колчунов // Промышленное и гражданское строительство. — 2013. — № 2. — С.28-31.

22. **Вольмир, А. С.** Устойчивость деформируемых систем / А.С. Вольмир. — М.: Наука, 1967. — 984 с.

23. **Гайян, Р.** Приведение матриц жесткости и массы / Р. Гайян // Ракетная техника и космонавтика. — 1965. — № 2. — С. 287.

24. **Галлагер, Р.** Метод конечных элементов. Основы: пер. с англ. / Р. Галлагер. — М.: Мир, 1984. — 428 с., ил.

25. **Гениев, Г. А.** Об оценке динамических эффектов в стержневых системах из хрупких материалов / Г. А. Гениев // Бетон и железобетон. — 1992. — №9(450). — С. 25-26.

26. **ГОСТ 27751-2014.** Межгосударственный стандарт. Надежность строительных конструкций и оснований. Основные положения / ОАО «НИЦ

«Строительство». Введ. 2015-07-01. — М.: Стандартиформ, 2014. — 14 с.

27. **ГОСТ Р 54257-2010.** Национальный стандарт Российской Федерации. Надежность строительных конструкций и оснований. Основные положения и требования / ОАО «НИЦ «Строительство». Введ. 2010-12-23. — М.: Стандартиформ, 2011. — 15 с.

28. **Домарова, Е. В.** Влияние жесткости усиленных этажей на динамические характеристики монолитного железобетонного каркасного здания при аварийных воздействиях / Е. В. Домарова // Строительство и реконструкция. — 2014. — №6(56). — С.75-82.

29. **Домарова, Е. В.** Влияние этажности монолитного железобетонного каркасного здания с верхним усиленным этажом на динамические характеристики в условиях чрезвычайных ситуаций / Е. В. Домарова // Интеграция, партнерство и инновации в строительной науке и образовании: сборник материалов международной научной конференции / ФГБОУ ВПО «МГСУ». — М., 2015. — С.147-150.

30. **Домарова, Е. В.** Оценка устойчивости к прогрессирующему разрушению монолитных железобетонных каркасных зданий с отдельными усиленными этажами/ Е. В. Домарова // Вестник МГСУ. — 2014. — №2. — С. 22-29.

31. **Доронин, Ф. Л.** Реакция конструкции здания с оконным блоком на взрывное воздействие на основе решения уравнений динамики/ Ф. Л. Доронин, Л. Н. Труханова, М. В. Фомина // Вестник МГСУ. — 2014. — №1. — С.33-40.

32. **Драган, В. И.** Критерии живучести структурных конструкций системы «БрГТУ» / В. И. Драган, Н. Л. Морилова // Вестник Брестского государственного технического университета. — 2014. — №1. — С.24-29.

33. **Драган, В. И.** Методика расчета живучести структурных конструкций системы «БрГТУ» / В. И. Драган, Н. Л. Морилова // Вестник Брестского государственного технического университета. — 2012. — №1. — С.40-46.

34. **Еремеев, П. Г.** Предотвращение лавинообразного (прогрессирующего) обрушения несущих конструкций уникальных

большепролетных сооружений при аварийных воздействиях / П. Г. Еремеев // Строительная механика и расчет сооружений. — 2006. — №2. — С.65-72.

35. **Ерёмин К. И.** Сценарии прогрессирующего обрушения неразрезных подкраново-подстропильных ферм с накопленными усталостными повреждениями / К. И. Ерёмин, С. Н. Шульга // Промышленное и гражданское строительство. — 2014. — №5. — С.46-49.

36. **Ерёмин, К. И.** Моделирование прогрессирующего обрушения зданий и сооружений на основе статистического анализа накопленной повреждаемости / К. И. Ерёмин, Е. Л. Алексеева // Строительство и реконструкция. — 2015. — №2(58). — С.57–62.

37. **Зенкевич, О.** Метод конечных элементов в технике: пер. с англ. / О. Зенкевич. — М.: Мир, 1975. — 543 с.

38. **Илюшин, А. А.** Сопротивление материалов / А. А. Илюшин., В. С. Ленский. — М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1959. — 373с.

39. К вопросу алгоритмизации задачи расчета живучести железобетонных конструкций при потере устойчивости / В. И. Колчунов [и др.] // Промышленное и гражданское строительство. — 2012. — №12. — С.52-54.

40. **Камке, Э.** Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям: пер. с нем. / Э. Камке. — М.: Наука: Гл. ред. физ-мат. лит., 1971. — 4-е изд., испр. — 576 с.

41. **Киселев, В. А.** Строительная механика: специальный курс. Динамика и устойчивость сооружений: учебник для вузов. / В.А. Киселев. — М.: Стройиздат, 1980. 3-е изд., испр. и доп. — 616 с.

42. **Клаф, Р.** Динамика сооружений: пер. с англ. / Р. Клаф., Дж. Пензиен. — М.: Стройиздат, 1979. — 320 с.

43. **Клюева, Н. В.** Исследования живучести железобетонных рамно-связевых пространственных конструкций в запредельных состояниях / Н. В. Клюева, А. С. Бухтиярова, В. И. Колчунов // Промышленное и гражданское строительство. — 2012. — № 12. — С.55-59.

44. **Клюева, Н. В.** К влиянию ограниченных температурных деформаций железобетонных изгибаемых элементов на живучесть зданий и сооружений / Н. В. Клюева, А. Г. Тамразян // Промышленное и гражданское строительство. — 2012. — №12. — С.49-51.

45. **Клюева, Н. В.** К определению параметра живучести пространственных конструктивных систем смешанным методом / Н. В. Клюева, А. С. Бухтиярова, В. В. Прокопенко // Известия Юго-Западного государственного университета. — 2011. — №3(36). — С.146-149.

46. **Клюева, Н. В.** К оценке живучести железобетонных рамно-стержневых конструктивных систем при внезапных запроектных воздействиях / Н. В. Клюева, О. А. Ветрова // Промышленное и гражданское строительство. — 2006. — № 11. — С.56-57.

47. **Клюева, Н. В.** Концептуально-методологические подходы к оценке живучести железобетонных конструкций с учетом физических моделей сопротивлений / Н. В. Клюева, С. Г. Емельянов, В. И. Колчунов // Вестник Волгогор. гос. архит.-строит. ун-та. Сер.: Стр-во и архит. — 2013. — Вып. 31(50). — Ч.2. Строительные науки. — С.46-51.

48. **Клюева, Н. В.** Ресурсоэнергосберегающая конструктивная система жилых и общественных зданий с заданным уровнем конструктивной безопасности / Н. В. Клюева, В. И. Колчунов, А. С. Бухтиярова // Промышленное и гражданское строительство. — 2014. — №2. — С.37-41.

49. **Колчунов, В. И.** Живучесть нагруженных и коррозионно-повреждаемых рамно-связевых железобетонных конструкций при внезапной потере устойчивости несущих элементов / В. И. Колчунов, Н. О. Прасолов, А. С. Бухтиярова // Промышленное и гражданское строительство. — 2013. — №12. — С.42-47.

50. **Котляревский, В. А.** Прочность и защитные свойства специальных сооружений [Электронный ресурс]: методы расчета и программные средства / В.А. Котляревский. — Магнитогорск: ООО «ВЕЛД», 2014. — 1 электрон. опт. диск (DVD-ROM): цв.; 12 см.

51. **Лалин, В. В.** Динамическое поведение бесконечных стержневых элементов на упруго-вязком основании под действием точечного источника возмущения / В.В. Лалин, Г.В. Денисов // Научный вестник воронежского государственного архитектурно-строительного университета. Строительство и архитектура. — 2013. — №2(30). — С. 105-113.

52. **Ларионов, В. В.** Некоторые вопросы обеспечения механической безопасности строительных металлоконструкций / В. В. Ларионов // Промышленное и гражданское строительство. — 2013. — №7. — С.57-60.

53. **Литвинский, Г. Г.** Экспериментальные исследования потери устойчивости несущих элементов крепи из коробчатого профиля / Г. Г. Литвинский // Сборник научных трудов ДонГТУ. — 2013. — №40. — С. 8-13.

54. **Масленников, А. М.** Колебания строительных конструкций при кинематическом воздействии / А.М. Масленников, Н.А. Масленников. — СПб.: С.-Петербур.гос.архитектур.-строит.ун-т., 2005. — 145 с.

55. **МДС 20-2.2008.** Временные рекомендации по обеспечению безопасности большепролетных сооружений от лавинообразного (прогрессирующего) обрушения при аварийных воздействиях / ОАО «НИЦ «Строительство». Введ. 2008–05–05. — М.: ОАО «ЦПП», 2008. — 16 с.

56. **Меркулов, С. И.** К вопросу живучести железобетонных конструкций и конструктивных систем / С. И. Меркулов // Строительство и реконструкция. — 2015. — №2(58). — С.63-67.

57. **Милейковский, И. Е.** Неординарный смешанный метод расчета рамных систем с элементами сплошного и составного сечений / И. Е. Милейковский, В. И. Колчунов // Изв. вызов. Строительство. — 1995. — №7-8, С.32–37.

58. **Мкртычев, О. В.** Анализ подходов к определению параметров взрывного воздействия / О. В. Мкртычев, В. Б. Дорожинский // Вестник МГСУ. — 2012. — №5. — С.45-49.

59. **Мкртычев, О. В.** Постановка задачи теории надежности для защиты зданий и сооружений с системой активной сейсмозащиты / О. В. Мкртычев,

А. А. Бунов // Промышленное и гражданское строительство. — 2013. — №9. — С.22-23.

60. **Мкртычев, О. В.** Расчет большепролетных и высотных сооружений на устойчивость к прогрессирующему обрушению при сейсмических и аварийных воздействиях в нелинейной динамической постановке / О. В. Мкртычев, А. Э. Мкртычев // Строительная механика и расчет сооружений. — 2009. — №4. — С.43-46.

61. **Мондрус, В. Л.** Вероятностный расчет большепролетного сооружения на эксплуатационные нагрузки / В. Л. Мондрус, О. В. Мкртычев, А. Э. Мкртычев // Промышленное и гражданское строительство. — 2011. — №3. — С. 21-22.

62. **Мондрус, В. Л.** Исследование большепролетного сооружения на надежность при случайных сейсмических воздействиях / В. Л. Мондрус, О. В. Мкртычев, А. Э. Мкртычев // Вестник МГСУ. — 2012. — №5. — С. 56-61.

63. **Назаров, Ю. П.** К проблеме обеспечения живучести строительных конструкций при аварийных воздействиях / Ю. П. Назаров, А. С. Городецкий, В. Н. Симбиркин // Строительная механика и расчет сооружений. — 2009. — №4. — С.5-9.

64. **Найфэ, А.** Введение в методы возмущений: пер. с англ. / А. Найфэ. — М.: Мир, 1984. — 535 с., ил.

65. **Нгуиен, Т. С.** Расчет стержневых систем с учётом внезапного удаления отдельных связей: дис. ... канд. техн. наук: 05.23.17 / Т. С. Нгуиен. — СПб.: С.-Петербург.гос.архитектур.-строит.ун-т, 2011. — 119 с.

66. **Осовских, Е. В.** Исследования железобетонных складчатых покрытий в предельных состояниях / Е. В. Осовских, В. И. Колчунов, П. А. Афонин // Промышленное и гражданское строительство. — 2011. — №4. — С. 26-29.

67. **Павлов, А. С.** Численное моделирование деформирования и разрушения узлов строительных конструкций / А. С. Павлов // Вестник МГСУ. — 2011. — №4. — С.525-529.

68. **Павлов, А. С.** Численное моделирование нелинейных процессов разрушения конструкций большепролетных сооружений: дис. ... канд. техн. наук:

05.13.18 / А. С. Павлов. — М.: МГСУ, 2011. — 178с.

69. **Перельмутер, А. В.** Реализация расчета монолитных жилых зданий на прогрессирующее (лавинообразное) обрушение в среде вычислительного комплекса «SCAD Office» / А. В. Перельмутер, Э.З. Крискунов, Н. В. Мосина // Инженерно-строительный журнал. — 2009. — №2. — С.13-18.

70. **Петров, И. А.** Расчет двухпролетной неразрезной балки с выключающейся связью / И. А. Петров // Вестник МГСУ. — 2012. — №9. — С.148-155.

71. **Плетнев, В. И.** О проектировании зданий повышенной этажности, стойких к прогрессирующему разрушению // В. И. Плетнев // Вестник гражданских инженеров. — 2012. — №1 (30). — С. 115-116.

72. **Потапов, А. Н.** Динамика конструкций с выключающимися связями при запроектных воздействиях / А.Н. Потапов, Е. М. Уфимцев // Известия вузов. Строительство. — 2013. — №1. — С. 12-19.

73. **Потапов, А. Н.** Упругопластические колебания стержневой системы с учетом продольной податливости её элементов при запроектном воздействии / А.Н. Потапов, Е. М. Уфимцев // Вестник ЮУрГУ. Серия «Строительство и архитектура». — 2014. — Т. 14. — №2. — С.5-10.

74. **Работнов, Ю. Н.** Механика деформируемого твердого тела: учеб. пособие для вузов. — 2-е изд., испр. / Ю.Н. Работнов. — М.: Наука. Гл. ред. Физ.-мат. Лит., 1988. — 712 с.

75. **Расторгуев, Б. С.** Оценка безопасности железобетонных конструкций при чрезвычайных ситуациях техногенного характера / Б. С. Расторгуев, Д. С. Ванус // Строительство и реконструкция. — 2014. — №6(56). — С.83-89.

76. **Ройтман, В. М.** Оценка стойкости зданий при прогрессирующем разрушении при комбинированных особых воздействиях с участием пожара / В. М. Ройтман // Жилищное строительство. — 2008. — №8. — С.20-22.

77. **Ройтман, В. М.** Проблема обеспечения огнестойкости строительных конструкций с огнезащитой при комбинированных особых воздействиях типа «удар-взрыв-пожар» / В. М. Ройтман, М. М. Казиев // Интеграция, партнерство и

инновации в строительной науке и образовании: сборник материалов международной научной конференции / ФГБОУ ВПО «МГСУ». — М., 2015. — С. 266-269.

78. **Руденко, Д. В.** Защита каркасных зданий от прогрессирующего обрушения / Д. В. Руденко, В. В. Руденко // Инженерно-строительный журнал. — 2009. — №3. — С.38-41.

79. **СП 14.13330.2011.** Строительство в сейсмических районах. Актуализированная редакция СНиП II-7-81* / ОАО «НИЦ «Строительство». Введ. 2011-05-20. — М.: ОАО «ЦПП», 2011. — 87 с.

80. **СП 16.13330.2011.** Стальные конструкции. Актуализированная редакция СНиП II-23-81* / ОАО «НИЦ «Строительство». Введ. 2011-05-20. — М.: ОАО «ЦПП», 2011. — 172 с.

81. **СП 20.13330.2011.** Нагрузки и воздействия. Актуализированная редакция СНиП 2.01.07-85* / ОАО «НИЦ «Строительство». Введ. 2011-05-20. — М.: ОАО «ЦПП», 2011. — 80 с.

82. **СТО 36554501-014-2008.** Надежность строительных конструкций и оснований. Основные положения. / ФГУП «НИЦ «Строительство». Введ. 2008-09-23. — М.: ОАО «ЦПП», 2008. — 13 с.

83. **Талантов, И. С.** Динамический расчет систем с выключающимися элементами в процессе колебаний / И. С. Талантов // Строительная механика и расчет сооружений. — 2016. — № 1(264). — С. 39-47.

84. **Талантов, И. С.** Изучение динамических перемещений стержневых систем при внезапном удалении связи / И. С. Талантов // Актуальные проблемы современного строительства: II междунар. конгресс 10-12 октября 2012 г. / С.-Петербург. гос. архитектур.-строит. ун-т. — В 2 ч., Ч. II. — СПб, 2012. — С. 161-164.

85. **Талантов, И. С.** Комбинированный спектрально-численный подход к решению задачи на внезапное удаление элементов на примере стального структурного покрытия. Часть 1 / И. С. Талантов // Известия петербургского университета путей сообщения. — 2015. — № 3(44). — С. 201-206.

86. **Талантов, И. С.** Комбинированный спектрально-численный подход к решению задачи на внезапное удаление элементов на примере стального структурного покрытия. Часть 2 / И. С. Талантов // Известия петербургского университета путей сообщения. — 2015. — № 4(45). — С. 136-142.

87. **Талантов, И. С.** О начальных условиях при расчете конструктивно нелинейных стержневых систем на удаление связей и элементов / И. С. Талантов, Ю. В. Бондарев // Актуальные проблемы строительства и архитектуры: материалы 68-й Международной научно-практической конференции студентов, аспирантов, молодых ученых и докторантов / С.-Петерб.гос.архитектур.-строит.ун-т. — В 2 ч., Ч. 1. — СПб, 2015. — С. 3-6.

88. **Талантов, И. С.** Решения задачи о колебаниях одномассовых балок с нелинейной упругой характеристикой, подверженных внезапному удалению связи, методом малого параметра Пуанкаре / И. С. Талантов // Современные проблемы науки и образования. — 2014. — №5. URL: <http://www.science-education.ru/ru/article/view?id=15187> (дата обращения: 17.03.2016).

89. **Тамразян, А. Г.** Влияние предварительного напряжения на динамические параметры железобетонных конструкций при запроектных воздействиях / А. Г. Тамразян, К. А. Шувалов // Вестник МГСУ. — 2012. — №11. — С. 113-116.

90. **Тамразян, А. Г.** К определению шага переходных этажей в многоэтажных каркасных зданиях / А. Г. Тамразян, А. Б. Мехрализадех // Строительство и реконструкция. — 2013. — №4(48). — С. 51-56.

91. **Тамразян, А. Г.** Расчет большепролетной конструкции на аварийные воздействия методами нелинейной динамики / А. Г. Тамразян, О. В. Мкртычев, В.Б. Дорожинский // Научно-технический вестник Поволжья. — 2012. — №5. — С.331-334.

92. **Тамразян, А. Г.** Экспериментальные исследования внецентренно сжатых железобетонных элементов при кратковременных динамических нагрузениях в условиях огневых воздействий / А. Г. Тамразян, Л. А. Аветисян // Промышленное и гражданское строительство. — 2014. — №4. — С.24-28.

93. **Уздин, А. М.** Особенности задания воздействия для оценки сейсмостойкости вантовых мостов больших пролетов / А.М. Уздин // Известия петербургского университета путей сообщения. — 2008. — № 4(17). — С. 51-62.
94. **Уздин, А. М.** Сейсмостойкие конструкции транспортных зданий и сооружений: учеб. пособие / А.М. Уздин, С.В. Елизаров, Т.А. Белаш. — М.: ФГБОУ «Учебно-методический центр по образованию на железнодорожном транспорте», 2012. — 501с.
95. **Уздин, А. М.** Что скрывается за линейно-спектральной теорией сейсмостойкости? / А.М. Уздин // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. — 2009. — №2. — С. 18-22.
96. **Уфимцев, Е. М.** Определение усилий в стержнях фермы в процессе колебаний / Е. М. Уфимцев // Вестник ЮУрГУ. Серия «Строительство и архитектура». — 2011. — №35. — Вып. 13. — С.11-15.
97. **Хаяси, Т.** Нелинейные колебания в физических системах / Т. Хаяси под ред. Боголюбова В.Е. — М.: Издательство «Мир», 1968. — 432с.
98. **Хромов, В. Г.** Выбор аппроксимирующей функции для диаграммы растяжения материала в задачах технологической механики стержня / В. Г. Хромов, И. В. Хромов // Вестн. СевГТУ. Механика, энергетика, экология. — 2007. — Вып. 80. — С. 20-22.
99. **Чернов, Ю. Т.** О некоторых методах и алгоритмах расчета систем с выключающимися связями / Ю. Т. Чернов, И. А. Петров // Строительная механика и расчет сооружений. — 2013. — №2. — С. 61-66.
100. **Яблонский, А. А.** Курс теоретической механики: Учебник для вузов. — изд. 12-е, исправленное / А.А. Яблонский, В.М. Никифорова. — М.: Интеграл-Пресс, 2006. — 608 с.
101. A Study on the Collapse Control Design Method for High-Rise Steel Buildings / A. Wada [and others] // Structural Engineering International. — 2006. — Vol. 2. — P. 137-140.
102. **A58.1-1982.** American standart building code requirements for minimum design loads in buildings and other structures» / American National Standards Institute.

New York, 1982.

103. **Alrudaini, T. M. S.** A new mitigation scheme to resist the progressive collapse of reinforced concrete buildings: PhD thesis / T. M. S. Alrudaini. — Wollongong.: University of Wollongong. School of Civil, Mining and Environmental Engineering, 2011. — 220 p.

104. **ACI 318–14.** Building Code requirements for Structural Concrete / American Concrete Institute, 2014.

105. **ASCE 7-02.** Minimum design Loads for Buildings and Other Structures, 2002 Edition / American Society of Civil Engineers. — Reston, VA, 2002.

106. **Courant, R** Variational Methods for the Solution of Problems of Equilibrium and Vibration / R Courant // Bulletin of the American Mathematical Society. — 1943. — No. 49. — P. 1-43.

107. **EN 1991-1-7.** Eurocode 1. Actions on structures — Part 1-7: General Actions — Accidental actions, 2006.

108. **GSA.** Progressive Collapse Analysis and Design Guidelines for New Federal Office Buildings and major Modernization Projects / General Services Administration, 2003.

109. **Hadi, M. N. S.** A new system for reinforced concrete buildings to prevent potential progressive collapse / M. N. S. Hadi, T.M.S. Alrudaini // 21st Australian Conference on the Mechanics of Structures and Materials. — Melbourne, 2011. — P.173-177.

110. HMSO, 1976 Ministry of Housing and Local Government. Building Regulations, Statutory Instrument 1976, No. 1676 / Her Majesty's Stationary Office. London, 1976.

111. **Hrenikoff, A** Solution of Problems in Elasticity by the Framework Method / A. Hrenikoff // Journal of Applied Mathematics and Mechanics. — 1941. — Nr. 8. — P. 169-175.

112. **Ioani, A.M.** Seismic Design vs. Progressive Collapse: A Reinforced Concrete Framed Structure Case Study / A. M. Ioani, H. L. Cucu, C. Mircea // Innovation in Structural Engineering and Construction. — 2008. — P. 955-961.

113. **Khandelwal, K.** Collapse Behavior of Steel Special Moment Resisting Frame Connections / K. Khandelwal, S. El-Tawil // *Journal of Structural Engineering (ASCE)*. — Vol. 133. — Nr. 5. — P. 646-655.
114. **Kim, J.** Design of Steel Frames Considering Progressive Collapse / J. Kim, J. Park // *Steel and Composite Structures*. — 2008. — Vol.8. — Nr.1. — P. 85-98.
115. **Kim, T.** Collapse Analysis of Steel Moment Frames with Various Seismic Connections / T. Kim, J. Kim // *Journal of Construction Steel research*. — 2009. — Vol. 65. — P.1316-1322.
116. Macromodel-Based Simulation of Progressive Collapse: Steel Frame Structures / K. Khandelwal [and others] // *Journal of Structural Engineering (ASCE)*. — 2008. — Vol. 134. — Nr.7. — P. 1070-1078.
117. **McHenry, D** A Lattice Analogy for the Solution of Plane Stress Problems / D McHenry // *Journal of the Institute of Civil Engineering*.— 1943.— Vol.21.— P. 59-82.
118. **NBCC.** National Building Code of Canada (NBCC) — Part 4 and Commentary C / National research Council of Canada. — Ottawa, Ontario, 1995.
119. **NISTIR 7396.** Best practices for reducing the potential for progressive collapse in buildings / U.S. Department of Commerce, 2007.
120. **Starossek, U.** Progressive Collapse of Structures: Nomenclature and Procedures / U. Starossek // *Structural Engineering International*. — 2006. — Nr.2. — P. 113-117.
121. **Tsai, M. H.** Investigation of progressive collapse resistance and inelastic response for an earthquake-resistant RC building subjected to column failure / M. H. Tsai, B. H. Lin // *Engineering Structures*. — 2008. — Vol. 30. — P.3619-3628.
122. **UFC 4-023-03.** Unified Facilities Criteria (UFC). Design of Buildings to Resist Progressive Collapse / Department of Defense, 2009.
123. **Zienkiewicz, O.C.** The Finite Element Method From Intuition to Generality / O. C. Zienkiewicz // *Applied Mechanics Reviews*. — 1970. — Nr. 23. — P. 249-256.
124. **Zoli, T.** Design of Long Span Bridges for Cable Loss / T. Zoli, R. Woodward // *IABSE Symposium, Structures and Extreme Events*, September 14th-16th. — Lisbon, 2005.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

ЭЛЕМЕНТЫ РАЗРАБОТАННОЙ ПРОГРАММЫ В СРЕДЕ MATHCAD

В настоящем приложении приведены некоторые основные подпрограммы, разработанные в ходе работы над диссертацией и использованные при решении задач. Форма записи текста программ соответствует пунктуации MathCad.

Условные обозначения основных величин, использованные в выражениях (А.1-А.9):

n — число независимых перемещений системы;

N — общее число элементов системы;

$K1$ — матрица жесткости системы;

XU — матрица координат узлов;

MI — матрица индексов;

LL_k — длина k -го элемента;

$LL0_k$ — длина k -го элемента в недеформированном состоянии;

ε_k — относительная деформация k -го элемента;

ε_0 — относительная деформация, соответствующая пределу текучести;

ε_{\max} — максимально достигнутая относительная деформация с учетом накопленных пластических деформаций;

Gis — вектор, составленный из переменных, описывающих текущий цикл нагрузка/разгрузка для каждого элемента;

T — матрица направляющих косинусов;

KE_k — локальная матрица жесткости k -го элемента;

AS_k — площадь поперечного сечения k -го элемента;

E — модуль упругости;

E_0 — начальный модуль упругости;

E_{pl} — касательный модуль упругости на стадии пластического деформирования;

$BondsX$, $BondsY$, $BondsZ$ — векторы, составленные из номеров перемещений с наложенными связями по направлению глобальных осей, соответственно, X , Y , Z .

$KXres$, $KYres$, $KZres$ — жесткость податливых связей по направлению глобальных осей, соответственно, X , Y , Z .

$[0]$ — нулевая матрица размерностью 3×3 .

σ — вектор размерностью N , составленный из напряжений в элементах системы;

DDF — число учитываемых динамических степеней свободы;

$Ynorm$ — матрица, составленная из векторов-столбцов, соответствующих перемещениям по i -й собственной форме. Число столбцов соответствует числу учитываемых форм колебаний;

$YYdin(\tau)$ — функция зависимости нормированных координат от времени (линейно-спектральный метод);

FF_i — величина нагрузки в нормированных координатах, соответствующая i -й собственной форме;

MM — матрица масс в нормированных координатах;

$Accur$ — число итераций;

nT — величина шага по времени;

$\sigma buckled$ — вектор размерностью N , состоящий из величин критических напряжений для каждого элемента;

$\sigma fail$ — вектор размерностью N , состоящий из величин предельных напряжений для каждого элемента (предел текучести стали для спектрального расчета и временное сопротивление стали для численного расчета);

$BreakTime$ — матрица-строка, выводящая информацию о результате расчета стадии: тип отказа, номер отказавшего элемента, момент времени отказа.

Подпрограмма вычисления глобальной матрицы жесткости (начало):

$$\begin{aligned}
 K1(U, Gis, \varepsilon_{max}, \xi \xi) := & \text{for } i \in 1..n \\
 & \text{for } j \in 1..n \\
 & \quad K_{i,j} \leftarrow 0 \\
 & \text{for } k \in 1..N \\
 & \quad \Delta X_k \leftarrow \left(XY_{MI_{k,6},1} \right) - \left(XY_{MI_{k,3},1} \right) + U_{MI_{k,4}} - U_{MI_{k,1}} \\
 & \quad \Delta Y_k \leftarrow \left(XY_{MI_{k,6},2} \right) - \left(XY_{MI_{k,3},2} \right) + U_{MI_{k,5}} - U_{MI_{k,2}} \\
 & \quad \Delta Z_k \leftarrow \left(XY_{MI_{k,6},3} \right) - \left(XY_{MI_{k,3},3} \right) + U_{MI_{k,6}} - U_{MI_{k,3}} \\
 & \quad LL_k \leftarrow \sqrt{\Delta X_k^2 + \Delta Y_k^2 + \Delta Z_k^2} \\
 & \quad \quad LL_k - LLO_k \\
 & \quad \varepsilon_k \leftarrow \frac{LL_k - LLO_k}{LLO_k} \\
 & \quad \text{if } \sqrt{\Delta X_k^2 + \Delta Y_k^2} \neq 0 \\
 & \quad \quad \cos \gamma_k \leftarrow \frac{\Delta Y_k}{\sqrt{\Delta X_k^2 + \Delta Y_k^2}} \\
 & \quad \quad \sin \gamma_k \leftarrow \frac{\Delta X_k}{\sqrt{\Delta X_k^2 + \Delta Y_k^2}} \\
 & \quad \text{else} \\
 & \quad \quad \cos \gamma_k \leftarrow 0 \\
 & \quad \quad \sin \gamma_k \leftarrow 1 \\
 & \quad \cos \beta_k \leftarrow \frac{\sqrt{\Delta X_k^2 + \Delta Y_k^2}}{LL_k}
 \end{aligned} \tag{A.1}$$

Подпрограмма вычисления модуля упругости:

$$E(\varepsilon, \varepsilon_{max}) := \begin{array}{l} \text{if } |\varepsilon| \leq \varepsilon_{max} \\ \quad E \leftarrow E_0 \\ \text{else if } |\varepsilon| > \varepsilon_{max} \\ \quad E \leftarrow \frac{E_0 \cdot \varepsilon_0 + E_{pl} \cdot (|\varepsilon| - \varepsilon_0)}{|\varepsilon| - (\varepsilon_{max} - \varepsilon_0) \cdot \left(1 - \frac{E_{pl}}{E_0}\right)} \\ E \end{array} \quad (A.3)$$

Матрица направляющих косинусов $[T_k]$

$$T_k := \begin{bmatrix} [Tcos] & [O] \\ [O] & [Tcos] \end{bmatrix} \quad (A.4)$$

Матрица $[Tcos]$

$$Tcos := \begin{bmatrix} \cos\alpha_k \cdot \cos\gamma_k - \sin\alpha_k \cdot \cos\beta_k \cdot \sin\gamma_k & -\cos\alpha_k \cdot \sin\gamma_k - \sin\alpha_k \cdot \cos\gamma_k \cdot \cos\beta_k & \sin\alpha_k \cdot \sin\beta_k \\ \sin\alpha_k \cdot \cos\gamma_k + \cos\alpha_k \cdot \cos\beta_k \cdot \sin\gamma_k & -\sin\alpha_k \cdot \sin\gamma_k + \cos\alpha_k \cdot \cos\beta_k \cdot \cos\gamma_k & -\cos\alpha_k \cdot \sin\beta_k \\ \sin\beta_k \cdot \sin\gamma_k & \sin\beta_k \cdot \cos\gamma_k & \cos\beta_k \end{bmatrix} \quad (A.5)$$

Функция зависимости нормированных координат от времени

$$YYdin(\tau) := \begin{array}{l} \text{for } i \in 1 \dots DDF \\ \quad Y_i \leftarrow A_i \cdot \sin(\omega_i \cdot \tau) + B_i \cdot \cos(\omega_i \cdot \tau) + \frac{1}{\omega_i^2} \cdot \frac{FF_i}{MM_{i,i}} \\ Y \end{array} \quad (A.6)$$

Подпрограмма вычисления напряжений в элементах системы

$$\begin{aligned}
\sigma(U, \xi, \varepsilon_{max}) := & \text{for } k \in 1..N \\
& \Delta X_k \leftarrow \left(\frac{XY_{MI_{k,6}}}{3}, 1 \right)_1 - \left(\frac{XY_{MI_{k,3}}}{3}, 1 \right)_1 + U_{MI_{k,4}} - U_{MI_{k,1}} \\
& \Delta Y_k \leftarrow \left(\frac{XY_{MI_{k,6}}}{3}, 1 \right)_2 - \left(\frac{XY_{MI_{k,3}}}{3}, 1 \right)_2 + U_{MI_{k,5}} - U_{MI_{k,2}} \\
& \Delta Z_k \leftarrow \left(\frac{XY_{MI_{k,6}}}{3}, 1 \right)_3 - \left(\frac{XY_{MI_{k,3}}}{3}, 1 \right)_3 + U_{MI_{k,6}} - U_{MI_{k,3}} \\
& LL_k \leftarrow \sqrt{\Delta X_k^2 + \Delta Y_k^2 + \Delta Z_k^2} \\
& \varepsilon_k \leftarrow \left(\frac{LL_k - LL0_k}{LL0_k} \right) \\
& \sigma_k \leftarrow \xi_k \cdot E(\varepsilon_k, \varepsilon_{max_k}) \cdot \left(\varepsilon_k - (\varepsilon_{max_k} - \varepsilon_0) \cdot \left(1 - \frac{E_{pl}}{E_0} \right) \right) \\
& \sigma
\end{aligned} \tag{A.7}$$

Подпрограмма формирования вектора $\{\sigma_{buckled}\}$

$$\begin{aligned}
\sigma_{buckled} := & \alpha \leftarrow 0.03 \\
& \beta \leftarrow 0.06 \\
& \text{for } k \in 1..N \\
& i_{in_k} \leftarrow \frac{1}{4} \cdot \sqrt{(Diam_k)^2 + (Diam_k - 2 \cdot tt_k)^2} \\
& \lambda_{cond_k} \leftarrow \frac{LL0_k}{i_{in_k}} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_0}{E_0}} \\
& \delta_k \leftarrow 9.87 \cdot (1 - \alpha + \beta \cdot \lambda_{cond_k}) + \lambda_{cond_k}^2 \\
& \varphi_k \leftarrow \frac{\left(\delta_k - \sqrt{\delta_k^2 - 39.48 \cdot \lambda_{cond_k}^2} \right)}{2 \cdot \lambda_{cond_k}^2} \\
& \text{if } \lambda_{cond_k} > 3.8 \\
& \quad \text{if } \varphi_k > \frac{7.6}{\lambda_{cond_k}^2} \\
& \quad \quad \varphi_k \leftarrow \frac{7.6}{\lambda_{cond_k}^2} \\
& \sigma_k \leftarrow \varphi_k \cdot \sigma_0 \\
& -\sigma
\end{aligned} \tag{A.8}$$

Программа расчета стадии обрушения линейно-спектральным методом:

```

BreakTime := || for  $i \in 1 \dots accur$ 
||  $\tau_i \leftarrow nT \cdot i$ 
||  $Y_i \leftarrow Ynorm \cdot YYdin(\tau_i)$ 
||  $\sigma din_i \leftarrow \sigma(Y_i, \xi, \varepsilon din)$ 
|| for  $k \in 1 \dots N$ 
|| ||  $check \leftarrow \begin{bmatrix} "OK" \\ k \end{bmatrix}$ 
|| || if  $|(\sigma din_i)_k| > \sigma \sigma fail_k \neq 0$ 
|| || ||  $check \leftarrow \begin{bmatrix} "Broken" \\ k \end{bmatrix}$ 
|| || || break
||  $FailEl \leftarrow check$ 
|| if  $check_1 = "Broken"$ 
|| || break
|| for  $k \in 1 \dots N$ 
|| || if  $(\sigma din_i)_k < 0 \frac{kN}{cm^2}$ 
|| || || if  $(\sigma din_i)_k \geq \sigma \sigma buckled_k$ 
|| || || ||  $check\_b \leftarrow \begin{bmatrix} "OK" \\ k \end{bmatrix}$ 
|| || || else
|| || || ||  $check\_b \leftarrow \begin{bmatrix} "Buckled" \\ k \end{bmatrix}$ 
|| || || || break
|| || || else
|| || || ||  $check\_b \leftarrow \begin{bmatrix} "OK" \\ k \end{bmatrix}$ 
||  $FailEl \leftarrow check\_b$ 
||  $FailT \leftarrow i \cdot nT$ 
|| if  $check\_b_1 = "Buckled"$ 
|| || break
||  $augment(FailEl^T, FailT)$ 

```

(A.9)

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

СПРАВКА О ВНЕДРЕНИИ РЕЗУЛЬТАТОВ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ



ЗАО «ЭРКОН»

Юридический адрес:
194156, пр. Б. Сампсониевский, 93.

Для писем:
191014, г. Санкт-Петербург, а/я 18
тел/факс: (812) 272-13-94, 273-32-98
e-mail: office@erkon.ru, www.erkon.ru

ОКПО: 27507951; ОГРН: 1027801529711;
ИНН: 7802015484; КПП: 780201001

28.12.2015 № 1177

На № _____ от _____

О внедрении результатов научно-исследовательской работы

УТВЕРЖДАЮ

Директор, д.т.н., профессор, Заслуженный деятель науки России



Г.И. Белый

СПРАВКА

о внедрении результатов диссертационной работы Талантова Ивана Сергеевича «Спектрально-численный метод динамического расчета физически нелинейных стержневых систем с выключающимися элементами».

Настоящая справка подтверждает, что специалистами ЗАО «ЭРКОН» рассмотрены результаты диссертационной работы Талантова И.С. «Спектрально-численный метод динамического расчета физически нелинейных стержневых систем с выключающимися элементами». В указанной работе автором разработан метод динамического расчета пространственных шарнирно-стержневых систем с выключающимися в процессе колебаний элементами, представляющий собой сочетание линейного и численного методов анализа конструкций.

Составленная автором оригинальная программа расчета использована им при оценке стойкости покрытия павильона №5 ОАО «ЛЕНЭКСПО», обследованного специалистами ЗАО «ЭРКОН» и принята нашей организацией для проведения практических расчетов пространственных стальных конструкций на прогрессирующее обрушение.

Главный инженер по проектированию и технической экспертизе зданий


А.А. Смирнов