

На правах рукописи



РАЗОВ Игорь Олегович

**АНАЛИТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ
ДИНАМИЧЕСКОГО РАСЧЕТА
ТОНКОСТЕННЫХ ТРУБОПРОВОДОВ
БОЛЬШОГО ДИАМЕТРА
В ВИДЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ
И ТОРОИДАЛЬНЫХ ОБОЛОЧЕК
ПРИ НАЗЕМНОМ, ЧАСТИЧНО ЗАГЛУБЛЕННОМ
И ПОДЗЕМНОМ РАЗМЕЩЕНИИ**

Специальность 2.1.9. Строительная механика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
доктора технических наук

Тюмень – 2026

Работа выполнена в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Тюменский индустриальный университет».

Научный консультант: доктор технических наук, доцент
Соколов Владимир Григорьевич

Официальные оппоненты: **Шитикова Марина Вячеславовна**, доктор физико-математических наук, профессор, ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет» (НИУ МГСУ), кафедра «Высшая математика», заведующий кафедрой;

Пшеничкина Валерия Александровна, доктор технических наук, профессор, ФГБОУ ВО «Волгоградский государственный технических университет», кафедра «Строительные конструкции, основания и надёжность сооружений», профессор;

Вельмисов Петр Александрович, доктор физико-математических наук, профессор, ФГБОУ ВО «Ульяновский государственный технический университет», кафедра «Высшая математика», профессор.

Ведущая организация: **ФГБОУ ВО «Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I».**

Защита состоится «03» июня 2026 г. в 11⁰⁰ часов на заседании диссертационного совета 24.2.380.01 при ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет» по адресу: 190005, Санкт-Петербург, ул. 2-я Красноармейская, д. 4, зал заседаний диссертационного совета (ауд. № 220).

Тел./Факс: (812) 316-58-72; E-mail: rector@spbgasu.ru

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет» и на сайте: <https://dis.spbgasu.ru/specialty/personal/razov-igor-olegovich-0>

Автореферат разослан «12» марта 2026 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета



Попов Владимир Минович

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования. Замкнутые цилиндрические и тороидальные оболочки широко распространены в качестве расчетных моделей трубопроводов, применяемых для транспортировки жидкостей и газа в машиностроении, транспорте, авиастроении, атомной энергетике и нефтегазовой отрасли. В зависимости от условий эксплуатации трубопроводы подвергаются статическим и динамическим воздействиям и вибрациям, которые могут существенно влиять на надежность. Спектр колебаний трубопровода представляет собой сложный комплекс взаимодействия свободных, вынужденных, параметрических, автоколебательных процессов. Повышение ресурса трубопроводов в значительной степени связано с устранением вредных колебаний, приводящих к нарушению изоляционных покрытий, коррозионному растрескиванию, усталостному разрушению тела труб и потере устойчивости с образованием «арочного выброса» или сплющивания поперечного сечений. С позиции статических расчетов решения получены достаточно полно, однако при выполнении динамических расчетов появляются новые задачи, требующие оперативных решений, связанных в первую очередь с определением динамических характеристик трубопроводов, а именно спектра частот свободных колебаний. Он зависит от параметров системы, геометрических характеристик, условий закрепления, нагрузок и воздействий. Наиболее точное определение спектра частот свободных колебаний позволит корректно спроектировать параметры трубопровода, выполнить отстройку системы от резонанса и подобрать эксплуатационные режимы.

В современных условиях сухопутная прокладка магистральных трубопроводов является надземной, наземной и подземной. В зависимости от типа прокладки взаимодействие с упругой средой может происходить по узкой полосе контакта, например при наземном размещении, и по всей внешней поверхности трубопровода при подземном размещении. Следовательно, в расчетах необходимо использовать такие модели, которые наиболее полно отражают реальные особенности эксплуатации рассматриваемых конструкций. Расчеты, выполняемые по СП и другим нормативным документам, как правило, базируются на стержневой теории, затрагивают отдельные аспекты надежности при эксплуатации трубопроводов и носят упрощенный характер. По этой расчетной модели не удастся учесть влияние некоторых важных факторов, свойственных реальным тонкостенным трубопроводам, а именно деформацию поперечного сечения и влияние внутреннего рабочего давления на динамические характеристики и устойчивость трубопровода. Наиболее точной расчетной моделью для тонкостенных трубопроводов является цилиндрическая и тороидальная оболочка для прямолинейных и криволинейных участков соответственно,

которая, в отличие от стержневой модели, учитывает влияние внутреннего рабочего давления и деформацию поперечного сечения.

Как показывает практика, широкое применение находят два типа труб – однородные и неоднородные (многослойные). Вторые применяются для защиты от агрессивных сред (биметаллические трубы), механических воздействий (защитные покрытия) и дополнительного утяжеления (балластирующие покрытия). В зависимости от материалов слоев спектр частот свободных колебаний будет различным, что может вносить существенные погрешности при расчетах.

Помимо статического воздействия, оболочки подвержены динамическим воздействиям и вибрациям от пульсирующих потоков жидкостей и газов. Нестационарное воздействие пульсирующих потоков приводит к возникновению еще более опасного вида резонанса – параметрического резонанса. Его опасность заключается в возникновении целых областей динамической неустойчивости. При определенных сочетаниях между частотой возмущающей силы и частотами свободных колебаний системы малое начальное возмущение приводит к развитию колебаний большой амплитуды. Обычный резонанс характеризуется возрастанием амплитуды колебаний по линейному закону, а параметрический резонанс – по экспоненциальному. Поэтому определение частот свободных колебаний и динамической устойчивости тонкостенных трубопроводов является важной и актуальной задачей.

Настоящая работа посвящена формированию расчетной модели тонкостенного трубопровода большого диаметра при наземном, частично заглубленном и подземном размещении в виде замкнутой цилиндрической или тороидальной (однослойной и двухслойной) оболочки, соответствующей реальным условиям эксплуатации, что позволяет сформировать аналитические методы определения частот и форм свободных и параметрических колебаний для прогнозирования обычного и параметрического резонанса при стационарных и нестационарных внешних нагрузках и воздействиях.

Степень разработанности темы исследований. Динамический расчет участков трубопроводов с позиции стержневой теории по определению частот свободных колебаний рассмотрели С.П. Тимошенко, Я.Г. Пановко, В.В. Болотин, В.И. Феодосьев, Т.Е. Смит, Дж. Герман, Х. Эшли, Дж. Хевиленд, Н.А. Алфутов, Г.В. Хаузнер, А.П. Ковревский, Р. Лонг, В.В. Лалин, П.А. Джонджоров, С.В. Челомей, В.А. Светлицкий и др.

Большой вклад в развитие теории колебаний оболочечных конструкций внесли М.А. Ильгамов, М.П. Пайдусис, А.С. Вольмир, Б.К. Михайлов, В.В. Карпов, Э.И. Иванюта, С.Н. Кукуджанов, В.П. Ильин, О.Б. Халецкая,

В.Г. Соколов, А.А. Семенов и др. В работах М.П. Пайдусиса, А.С. Вольмира, Г.В. Хаузнера частоты свободных колебаний цилиндрической оболочки определены с использованием уравнений В. Флюгге. В.П. Ильиным и О.Б. Халецкой разработан новый алгоритм по определению в аналитическом виде частот и форм свободных колебаний на основании геометрически нелинейной теории цилиндрических оболочек с учетом тангенциальных и радиальных сил инерции, а также внутреннего рабочего давления.

Исследования параметрических колебаний и динамической устойчивости с позиции стержневой теории рассмотрены в работах А.А. Андропова, М.А. Леонтовича, В.А. Гастьева, И.И. Гольденבלата, Н.А. Картвелишвили, А.В. Индейкина, В.Н. Челомя, О.Д. Ониашвили, А.Н. Маркова, В.В. Болотина, А.С. Вольмира, Б.З. Брачковского, М.П. Пайдусиса, и др.

Вопрос исследования колебаний и динамической устойчивости цилиндрических и тороидальных оболочек как расчетных схем тонкостенных трубопроводов большого диаметра, взаимодействующих с упругой средой, проработан недостаточно полно, является актуальным и находится в стадии развития.

Научная гипотеза исследования заключается в том, что повышение надежности трубопроводных систем в упругой среде может быть достигнуто за счет разработки усовершенствованных расчетных моделей и методов динамического расчета, учитывающих реальные условия эксплуатации, что позволит минимизировать резонансные явления и оптимизировать проектные решения.

Объектом исследования являются цилиндрические и тороидальные (однослойные и двухслойные) замкнутые оболочки конечной длины при наземном, частично заглубленном и подземном размещении.

Предметом исследования являются свободные, параметрические колебания и динамическая устойчивость оболочек в упругой среде.

Цель и задачи исследования.

Цель исследования – разработка аналитических методов динамического расчета однослойных и двухслойных тонкостенных трубопроводов большого диаметра при наземном, частично заглубленном и подземном размещении, позволяющих прогнозировать обычный и параметрический резонанс в зависимости от условий эксплуатации.

Для достижения сформированной цели проведены научные исследования по разработке аналитических методов расчета тонкостенных трубопроводов большого диаметра в виде замкнутых цилиндрических и тороидальных (однослойных и двухслойных) оболочек, взаимодействующих с упругой средой, для расчета:

- 1) частот и форм свободных колебаний;
- 2) параметрических колебаний и динамической устойчивости.

Задачи исследования:

1. Разработать расчетную модель тонкостенного трубопровода большого диаметра в виде замкнутой цилиндрической или тороидальной (однослойной и двухслойной) оболочки при наземном, частично заглубленном и подземном размещении с учетом эксплуатационных нагрузок и температурного воздействия;

2. На основе геометрически нелинейной полубезмоментной теории оболочек среднего изгиба сформировать и решить систему уравнений движения в перемещениях для замкнутых цилиндрических и тороидальных (однослойных и двухслойных) оболочек, обеспечивающую аналитическое определение частот и форм свободных колебаний с учётом сформированной расчетной модели;

3. Разработать аналитический метод определения частот и форм свободных колебаний тонкостенных прямолинейных и криволинейных (однослойных и двухслойных) трубопроводов большого диаметра с учетом влияния упругого основания при наземной, частично заглубленной и подземной схемах размещения при заданных нагрузках и температурном воздействии;

4. Получить аналитические решения, описывающие влияние равномерного нагрева/охлаждения на частоты и формы свободных колебаний цилиндрических и тороидальных оболочек, а также исследовать влияние входящих в них параметров;

5. Определить и проанализировать влияние продольной сжимающей силы на динамические характеристики прямолинейных (цилиндрические оболочки) и криволинейных (тороидальные оболочки) участков трубопроводов с установлением критических значений, приводящих к потере статической устойчивости;

6. Установить критерии применимости оболочечных и стержневых моделей для определения наименьших частот свободных колебаний тонкостенных трубопроводов большого диаметра в зависимости от геометрии, материала и условий эксплуатации;

7. Выполнить комплексное исследование влияния геометрических параметров (параметр тонкостенности h/r , длины L/r , радиус кривизны R/r), коэффициента упругого отпора k_s , угла вдавливания θ , параметра продольной сжимающей силы P , внутреннего давления p на частотный спектр и области динамической неустойчивости для стальных и полиэтиленовых оболочек при различных схемах размещения;

8. Разработать аналитический метод оценки динамической устойчивости тонкостенных цилиндрических и тороидальных оболочек при различных схемах размещения, основанный на применении уравнений Матье и построении модифицированных диаграмм Айнса–Стретта.

Научная новизна исследования заключается в следующем:

1. Разработана расчетная модель тонкостенного трубопровода большого диаметра в виде замкнутой цилиндрической или тороидальной (однослойной и двухслойной) оболочки при наземном, частично заглубленном и подземном размещении с учетом эксплуатационных нагрузок и температурного воздействия;

2. На основе геометрически нелинейного варианта полубезмоментной теории получены и решены в аналитическом виде дифференциальные уравнения движения в перемещениях элемента срединной поверхности цилиндрических и тороидальных оболочек, где впервые одновременно учитывается совместное влияние внутреннего и внешнего давления, демпфирующих свойств окружающей среды, скорости потока транспортируемой жидкости, присоединенной массы, продольной сжимающей силы, температурного воздействия, сил инерции, а также упругого отпора окружающей среды на внешнюю стенку оболочки;

3. Разработан аналитический метод определения частот и форм свободных колебаний тонкостенных прямолинейных и криволинейных (однослойных и двухслойных) трубопроводов большого диаметра, отличающийся учетом влияния упругого основания при наземной, частично заглубленной и подземной схемах размещения при заданных нагрузках и температурном воздействии;

4. Установлены и обоснованы критерии применимости оболочечных и стержневых моделей для определения наименьших частот свободных колебаний тонкостенных трубопроводов большого диаметра в виде безразмерных параметров L^* и R^* , позволяющие выбирать расчётную схему в зависимости от геометрии, материала и условий эксплуатации;

5. Разработан аналитический метод оценки статической устойчивости тонкостенных прямолинейных и криволинейных (однослойных и двухслойных) трубопроводов большого диаметра на основе критерия динамической устойчивости, позволяющий, в отличие от ранее полученных решений, определять критические значения параметра продольной сжимающей силы и внешнего давления при наземной, частично заглубленной и подземной схемах размещения;

6. Установлены общие принципы учета влияния геометрических параметров и условий взаимодействия с упругой средой (угол вдавливания, коэффициент отпора среды, схема размещения) на частотный спектр колебаний цилиндрических и тороидальных оболочек в зависимости от нагрузок и температурного воздействия;

7. Разработан аналитический метод оценки динамической устойчивости тонкостенных цилиндрических и тороидальных оболочек при различ-

ных схемах прокладки, основанный на применении уравнений Матье и построении модифицированных диаграмм Айнса–Стретта, позволяющий прогнозировать параметрический резонанс и обосновывать безопасные режимы эксплуатации трубопроводов большого диаметра;

8. Установлены общие принципы учета влияния геометрических параметров, нагрузок и температурного воздействия на формирование и расположение областей динамической неустойчивости прямолинейных и криволинейных (однослойных и двухслойных) тонкостенных трубопроводов большого диаметра.

Теоретическая и практическая значимость работы. *Теоретическая значимость* заключается в развитии расчетных моделей и методов динамического расчета с позиции геометрически нелинейного варианта полубезмоментной теории цилиндрических и тороидальных (однослойных и двухслойных) оболочек, позволяющих определять частоты и формы свободных и параметрических колебаний, а также исследовать динамическую устойчивость оболочек при взаимодействии с упругим основанием при наземном, частично заглубленном и подземном размещении, что обеспечивает переход от частных случаев к комплексным методам расчета.

Полученные решения вносят вклад в развитие строительной механики трубопроводов и могут найти применение не только в нефтегазовой отрасли, но и в таких областях, как авиастроение и атомная энергетика.

Практическая значимость работы заключается в применении полученных методов расчета для определения частот и форм свободных колебаний, статической и динамической устойчивости тонкостенных трубопроводов большого диаметра, взаимодействующих с упругой грунтовой средой, позволяющих выполнить поверочные расчеты на стадии проектирования и эксплуатации, в случае, например, замены устаревшего оборудования на новое, более производительное. Наиболее точное определение спектра частот свободных колебаний позволит произвести отстройку системы от резонанса, тем самым повысить надежность конструкций и предотвратить аварийные ситуации. Установлены общие принципы и критерии выбора расчётной схемы, представленные в виде безразмерных параметров L^* и R^* . Эти критерии, основанные на сопоставлении частот колебаний, полученных по стержневой и оболочечной теориям, позволяют обоснованно выбирать уровень детализации модели, что является вкладом в общие принципы расчёта конструкций.

Практическая значимость работы подтверждается поддержкой гранта Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских ученых - кандидатов наук №МК-2681.2022.4 на тему: «Аналитические методы определения динамических характеристик тонко-

стенных трубопроводов большого диаметра в среде «труба–грунт» при стационарных и нестационарных воздействиях» (Руководитель Разов И.О.), а также выполнением государственного задания № 7.4794.2017/БЧ, 2017-2019 год «Динамический расчет тонкостенных магистральных трубопроводов большого диаметра при полуподземной прокладке» (Руководитель Соколов В.Г., исполнитель Разов И.О.).

Методология и методы исследования. Диссертационная работа выполнена с применением современных методов нелинейной строительной механики и математики, в том числе метода разделения переменных и двойных тригонометрических рядов Фурье. Решения, полученные в диссертации, основаны на подходе, предложенном В.З. Власовым – В.В. Новожиловым, В.П. Ильиным и другими учеными. Контроль решений осуществляется при помощи MathCAD 15.

Область исследования соответствует паспорту научной специальности 2.1.9 – Строительная механика, п.2 – «Линейная и нелинейная механика конструкций, зданий и сооружений, разработка физико-математических моделей их расчета»; п.3 – «Аналитические методы расчета зданий, сооружений и их элементов на прочность, жесткость, устойчивость при статических, динамических, температурных нагрузках и других воздействиях»; п.12 – «Исследование и моделирование нагрузок и воздействий на здания и сооружения».

Личный вклад автора. Все результаты диссертационной работы принадлежат лично автору. Во всех работах, опубликованных в соавторстве, автору в равной степени принадлежат постановка задач и формулировка основных положений, определяющих научную новизну исследований.

Положения, выносимые на защиту:

1. Расчетная модель тонкостенного трубопровода большого диаметра в виде замкнутой цилиндрической или тороидальной (однослойной и двухслойной) оболочки при наземном, частично заглубленном и подземном размещении с учетом эксплуатационных нагрузок и температурного воздействия.

2. Аналитический метод определения частот и форм свободных колебаний прямолинейных и криволинейных участков трубопроводов большого диаметра с потоком жидкости и газа, подверженных комбинированному влиянию заданных нагрузок и температурного воздействия для наземного, частично заглубленного и подземного размещения в виде:

- а) цилиндрической однослойной оболочки;
- б) тороидальной однослойной оболочки;
- в) тороидальной двухслойной оболочки;

3. Аналитический метод оценки статической устойчивости тонкостенных трубопроводов большого диаметра на основе критерия динамической устойчивости, позволяющий определять критические значения параметра продольной сжимающей силы и внешнего давления с учётом деформации поперечного сечения и взаимодействия с упругой средой.

4. Аналитический метод оценки динамической устойчивости тонкостенных трубопроводов при различных схемах прокладки, основанный на применении уравнений Матъе и построении модифицированных диаграмм Айнса–Стретта для расчетной модели в виде:

- а) цилиндрической однослойной оболочки;
- б) тороидальной однослойной оболочки;
- в) тороидальной двухслойной оболочки;

5. Области динамической неустойчивости, построенные при помощи диаграмм Айнса–Стретта для расчетной модели участка тонкостенного магистрального трубопровода большого диаметра в виде цилиндрической или тороидальной (однослойной и двухслойной) оболочки от действия нестационарного потока жидкости и газа при заданных нагрузках и температурном воздействии.

Степень достоверности и апробация результатов. *Степень достоверности результатов* проведенных исследований обоснована: применением апробированных методов строительной механики и вычислительной математики; в работе получены решения при помощи известных и апробированных методов, применяемых в строительной механике, частные случаи полученных в диссертации решений хорошо согласуются с решениями других авторов и верифицируются численными расчетами в ANSYS; обеспечена обоснованность методологии исследования, ее соответствием поставленной проблеме и глубокой проработкой научной литературы по теме диссертации. Контроль вычислений и аналитических преобразований производился при помощи Mathcad 15.

Апробация работы. Международная научно-практическая конференция «Актуальные проблемы архитектуры, строительства, энергоэффективности и экологии», г. Тюмень, 27–29 апреля 2016 г.; Международная научно-практическая конференция студентов, аспирантов, молодых ученых и специалистов «Энергосбережение и инновационные технологии в топливно-энергетическом комплексе», г. Тюмень, 22 декабря 2016 г.; Международная научно-практическая конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Новые технологии – нефтегазовому региону», г. Тюмень, 24–28 апреля 2017 г.; Международная научно-практическая конференция молодых исследователей им. Д.И. Менделеева, г. Тюмень, 24–27 октября 2017 г.; Международная

научно-практическая конференция «Нефть и Газ Западной Сибири», г. Тюмень, 02–03 ноября 2017 г.; Международная конференция «Рассохинские чтения», г. Ухта, 07–08 февраля 2019 г.; VIII Международная научно-техническая конференция «Газотранспортные системы: настоящее и будущее (GTS-2019)», г. Москва, 23–25 октября 2019 г.; II Международная научно-практическая конференция «Арктика: Современные подходы к производственной и экологической безопасности в нефтегазовом секторе», г. Тюмень, 27 ноября 2020 г.; VI Международная научно-практическая конференция «Технологии, организация и управление в строительстве – 2020», г. Москва, 10–11 декабря 2020 г.; 8-я Международная научно-техническая конференция «Современные методы и приборы контроля качества и диагностики состояния объектов», г. Могилев, 29–30 сентября 2022 г.; 10-я Юбилейная Международная научно-практическая конференция «Интеллектуальное месторождение: инновационные технологии от пласта до магистральной трубы», г. Сочи, 03–08 октября 2022 г.; IV Всероссийская научно-практическая конференция «Инновационное развитие техники и технологий наземного транспорта», г. Екатеринбург, 16 декабря 2022 года; XII Международная научная конференция «Задачи и методы компьютерного моделирования конструкций и сооружений» («Золотовские чтения»), г. Москва, 19–20 сентября 2024 г.; LXXVIII Международная научно-практическая конференция «Архитектура – Строительство – Транспорт – Экономика», г. Санкт-Петербург, 21–22 ноября 2024 г.; II Отраслевая конференция «Нефтегазовая инфраструктура на многолетнемерзлых грунтах», г. Санкт-Петербург, 20–21 ноября 2024 г.; IX Международный симпозиум «Актуальные проблемы компьютерного моделирования конструкций и сооружений», г. Пенза, 21–24 мая 2025 г.

Публикации. Основные научные результаты диссертации опубликованы в 41 научной работе, в том числе: 19 – в рецензируемых научных изданиях, рекомендованных ВАК РФ, 7 – в научных изданиях, индексируемых в международной базе данных Scopus, имеется одна монография. Общий объем опубликованных работ составляет 25,54 п.л. (в том числе авторских – 15,55 п.л.).

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, шести глав, заключения, списка литературы, включающего в себя 320 наименований. Общий объем диссертации составляет 304 страницы машинописного текста. Работа содержит 329 рисунков, 92 таблицы, 2 приложения.

Автор выражает глубокую благодарность коллективам кафедры «Строительная механика» и базовой кафедры АО «Мостострой-11» Тюменского индустриального университета за поддержку в процессе исследований, научному консультанту профессору Соколову Владимиру Григорьевичу за заботу и постоянное внимание к работе над диссертацией.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

1. Расчетная модель тонкостенного трубопровода большого диаметра в виде замкнутой цилиндрической или тороидальной (однослойной и двухслойной) оболочки при наземном, частично заглубленном и подземном размещении с учетом эксплуатационных нагрузок и температурного воздействия.

Для формирования расчетной модели обозначим нагрузки, воздействия и другие характеристики рассматриваемых в диссертации объектов расчета.

Материал оболочки – однослойная и двухслойная, изотропная стальная и полиэтиленовая оболочка.

Нагрузки и воздействия – внутреннее рабочее давление – p_0 , МПа; параметр продольной сжимающей силы – P ; скорость потока протекающей жидкости – V , м/сек; влияние температурного воздействия – t° , $^\circ\text{C}$; влияние упругого основания (через коэффициент упругого отпора среды) – k_s , МПа/м; внешнее давление окружающей грунтовой среды – q_{si} , кН/м²; влияние сопротивления упругой среды – $2dm$; η – динамическая вязкость; влияние присоединенной массы окружающей среды и жидкости – μ_{bj} , $\rho^* \Phi_{mn}$.

Упругая среда рассматривается сплошная, однородная, изотропная. Модель упругого основания принимается как модель Фусса–Винклера.

Демпфирующие свойства грунтовой среды учтены на основании допущения о сопротивлении среды, пропорциональном скорости перемещения элемента срединной поверхности в данной среде, в зависимости от коэффициента динамической вязкости среды η .

Для выполнения расчетов, связанных с определением динамических характеристик цилиндрических и тороидальных оболочек при наземном, частично заглубленном и подземном размещении, приняты следующие модели (рис. 1–3).

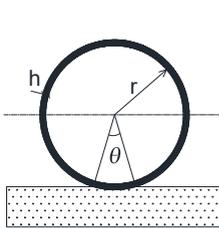


Рисунок 1 – Наземное размещение

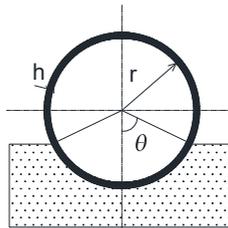


Рисунок 2 – Частично заглубленное размещение

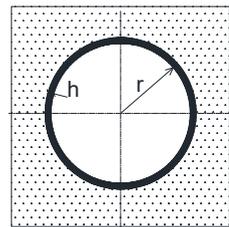


Рисунок 3 – Подземное размещение

Геометрические параметры рассматриваемых расчетных моделей оболочек представлены на рисунках 4–6.

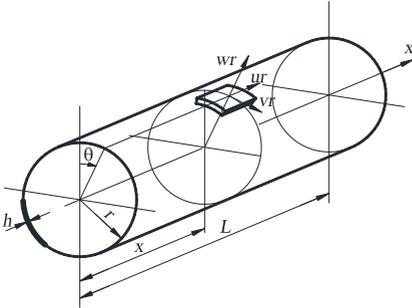


Рисунок 4 – Расчётная модель однослойной замкнутой цилиндрической оболочки ($u = U/r$, $v = V/r$, $w = W/r$)

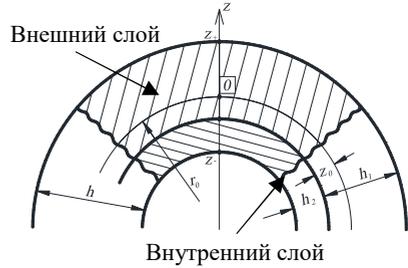
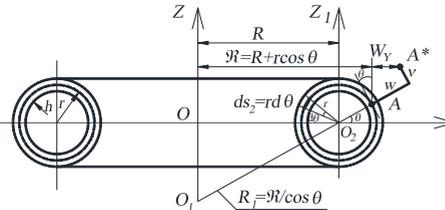
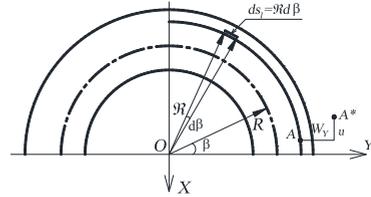


Рисунок 5 – Поперечное сечение двухслойной тороидальной оболочки



а) плоскость Z-Y



б) плоскость X-Y

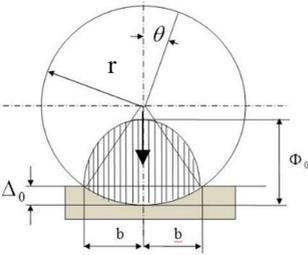
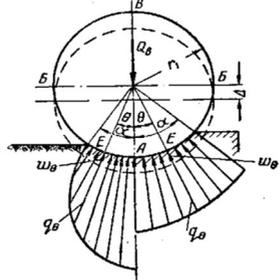
Рисунок 6 – Расчётная модель однослойной замкнутой оболочки в тороидальных координатах при $\beta = \pi$

Рассматривается тонкостенная замкнутая цилиндрическая и тороидальная (однослойная и двухслойная) оболочка, конечной длины L , с радиусом средней линии поперечного сечения r , r_0 – расчетное значение радиуса исходной поверхности двухслойной оболочки, R – радиус продольной оси, проходящей через центр тяжести ее поперечных сечений. Материал считается изотропным с плотностью $\rho_0 = \text{const}$ – плотность материала оболочки, модулем упругости E и коэффициентом Пуассона ν , h – толщина стенки оболочки, h_1 – толщина внешнего слоя оболочки, h_2 – толщина внутреннего слоя оболочки (трубы). Величина отношения h/r считается малой, что позволяет использовать соотношения теории оболочек, основанной на гипотезах Кирхгофа–Лява.

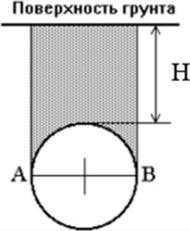
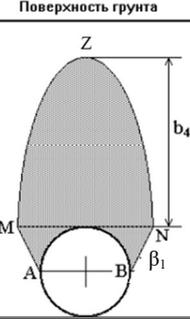
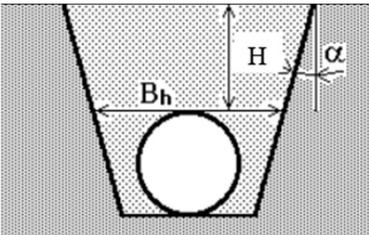
Цилиндрическая оболочка рассматривается в системе координат $\xi = x/r$, где x – продольная координата, отсчитывается по оси оболочки, θ – полярный угол в плоскости поперечного сечения. Компоненты перемещений произвольной точки срединной поверхности по направлению координат ξ и θ по внешней нормали к срединной поверхности, отнесенные к радиусу поперечного сечения трубы r , обозначаются u , v и w .

На рисунке 6 изображен участок тороидальной оболочки со срединной поверхностью в тороидальных криволинейных координатах β , Θ , где β означает центральный угол тора, а Θ – угол в поперечном сечении оболочки ($0 \leq \Theta \leq 2\pi$), угол β изменяется в пределах $0 \leq \beta \leq \pi$.

В целях изучения влияния упругого основания грунта на внешнюю стенку оболочки зададимся следующими двумя моделями, описывающими взаимодействие внешней стенки оболочки с упругим основанием по узкой полосе контакта в виде моделей Н1 и Н2:

№ модели	График распределения внешнего давления на оболочку	Функция q
Н1		<p>При $\alpha < \frac{\pi}{2}$</p> $\Phi(\theta) = \frac{k_s r}{2} (\alpha^2 - \theta^2),$ $\alpha = \sqrt[3]{\frac{3Q_B}{2k_s r^2}};$ $\Delta_0 = r(1 - \cos \alpha) = r\alpha^2 / 2;$ $Q_B \cong 2k_s r^2 \alpha^3 / 3.$
Н2	 <p>график слева соответствует $\alpha < \frac{\pi}{2}$</p>	<p>При $\alpha < \frac{\pi}{2}$</p> $q_0^{ro} = k_s \cdot w_0 =$ $= \frac{3Q_B (\cos \theta - \cos \alpha) \cos \theta}{r (3 \cdot \sin \alpha + \sin^3 \alpha - 3\alpha \cdot \cos \alpha)},$ $Q_B = \frac{k_s r^2 (3 \sin \alpha + \sin^3 \alpha - 3\alpha \cos \alpha)}{3};$ $\Delta = \frac{3Q_B}{k_s r^2 (3 \sin \alpha + \sin^3 \alpha - 3\alpha \cos \alpha)}$

Обе модели при $\alpha < \frac{\pi}{2}$ дают хорошее совпадение. Результаты распределения давления грунта по узкой полосе контакта в зависимости от угла вдавливания α по модели Н1 и Н2 представим в виде графиков (рис. 7 и 8).

№ модели	График распределения внешнего давления на трубу по полосе контакта	Функция q_{si}
M1		$q_{s1} = \gamma_s (H + 0,1073D),$ $\gamma_s - \text{удельный вес среды (грунта), кН/м}^3;$ $D - \text{внешний диаметр оболочки, мм};$ $H - \text{глубина заложения, м}$
M2		$q_{s2} = \gamma_s \cdot b_4$ <p>Размер свода определяется выражением:</p> $d = D \left[1 + \tan^2 \beta_1 \right],$ $\beta_1 = 45^\circ - \frac{\varphi_1}{2},$ <p>d – основание свода естественного равновесия,</p> $b_4 = \frac{d}{2 \tan \varphi_1}$
M3		$q_{s3} = \gamma_s \cdot (k_{mp} H + 0,1073 \cdot D),$ $k_{mp} = \frac{B_c}{H} \frac{1 - 2 \frac{C}{\gamma_s} B_c}{2 \xi f} \eta_2;$ $\eta_2 = \left[1 - \exp\left(-\xi f \frac{2H}{B_c}\right) \right];$ $B_c = B_n + H \tan(\alpha)$

2. Аналитический метод определения частот и форм свободных колебаний прямолинейных и криволинейных участков трубопроводов большого диаметра с потоком жидкости и газа, подверженных комбинированному влиянию заданных нагрузок и температурного воздействия для наземного, частично заглубленного и подземного размещения в виде:

а) цилиндрической однослойной оболочки:

Задача о свободных колебаниях цилиндрической оболочки решается при помощи геометрически нелинейной теории оболочек среднего изгиба Х.М. Муштари – К.З. Галимова и допущений полубезмоментной теории В.З. Власова – В.В. Новожилова.

Используя соотношения между усилиями и деформациями, деформациями и перемещениями, с учетом допущений полубезмоментной теории,

заданных нагрузок и температурного воздействия, линеаризованное дифференциальное уравнение движения в перемещениях запишется в виде:

для оболочки с газом

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^3 u}{\partial \xi^3} + h_v^2 \frac{\partial^3}{\partial \theta^3} \left(\frac{\partial^2 \vartheta_2}{\partial \theta^2} + \vartheta_2 \right) + 2 \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} (\varepsilon_0 - \varepsilon_t) \right) - \\ & - \frac{r}{Eh} p_0 \frac{\partial^3 \vartheta_2}{\partial \theta^3} + \frac{r}{Eh} q_{si} \frac{\partial^3 \vartheta_2}{\partial \theta^3} - K_{si} \frac{r}{Eh} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + \frac{r \mu_{bj}}{Eh} \frac{\partial^4 w}{\partial \theta^2 \partial t^2} + \\ & + \frac{r \eta}{Eh} \frac{\partial^3 w}{\partial \theta^2 \partial t} - \frac{r^2 \rho_0}{E} \left(\frac{\partial^3 u}{\partial \xi \partial t^2} - \frac{\partial^3 v}{\partial \theta \partial t^2} - \frac{\partial^4 w}{\partial \theta^2 \partial t^2} \right) = 0; \end{aligned} \quad (1)$$

для оболочки с жидкостью

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^3 u}{\partial \xi^3} + h_v^2 \frac{\partial^3}{\partial \theta^3} \left(\frac{\partial^2 \vartheta_2}{\partial \theta^2} + \vartheta_2 \right) + 2 \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} (\varepsilon_0 - \varepsilon_t) \right) - \\ & - \frac{r}{Eh} p_0 \frac{\partial^3 \vartheta_2}{\partial \theta^3} + \frac{r}{Eh} q_{si} \frac{\partial^3 \vartheta_2}{\partial \theta^3} + \rho_v \Phi_{mn} \frac{r}{Eh} \left(r^2 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + V^2 \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} \right) - \\ & - K_{si} \frac{r}{Eh} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + \frac{r \mu_{bj}}{Eh} \frac{\partial^4 w}{\partial \theta^2 \partial t^2} + \frac{r \eta}{Eh} \frac{\partial^3 w}{\partial \theta^2 \partial t} - \\ & - \frac{r^2 \rho_0}{E} \left(\frac{\partial^3 u}{\partial \xi \partial t^2} - \frac{\partial^3 v}{\partial \theta \partial t^2} - \frac{\partial^4 w}{\partial \theta^2 \partial t^2} \right) = 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где $h_v = h / r \sqrt{1 - \nu^2}$ – параметр относительной толщины оболочки;

$\mu_{bj} = \kappa_{bj} \mu_b$, $\mu_b = \rho_{гр} \frac{\pi r^2}{\pi} \varphi_0$ – присоединенная масса окружающей среды

(грунта), $\rho_{гр}$ – плотность грунтовой среды;

$\kappa_{bj} = 1 / \sqrt{m^2 + \lambda_n^2} \left(1 + \lambda_n^2 / 2 (m^2 + \lambda_n^2)^{3/2} \right)$ – безразмерный коэффициент при-

соединенной массы среды, учитывающий тон колебаний; $\varepsilon_t = \alpha_m \Delta T$, α_m – коэффициент линейного расширения материала оболочки, $\Delta T = T - T_0$, где

T – внутренняя температура, T_0 – внешняя температура; $\varepsilon_0 = \frac{F}{EA}$ – исходная

деформация, определенная в предположении недеформируемости сечений,

A – площадь поперечного сечения оболочки; $\rho_v \Phi_{mn}$ – присоединенная масса

жидкости, ρ_v – плотность жидкости, $\Phi_{mn} = \frac{I_m(\lambda_n)}{\lambda_n I_m'(\lambda_n)}$, $I_m(\lambda_n)$ и $I_m'(\lambda_n)$ – мо-

дифицированные функции Бесселя первого рода порядка m (m – волновое

число в окружном направлении) и их производные; V – скорость потока жидкости; K_{si} зависит от размещения:

для случая *наземного* размещения оболочки

$$K_{s1} = \Psi(\theta) = \frac{k_s r}{\pi} \left[\frac{\Phi_0^3}{3} + \sum_{m=1}^{\infty} \beta_m \cos m\theta \right] - \text{радиальное давление среды на внеш-$$

нюю поверхность трубы, распределенное по узкой полосе контакта, МПа, где $\beta_m = (-1)^m m^{-3} \left[2\varphi_m \cos \varphi_m - (\varphi_m^2 - 2) \sin \varphi_m \right]$, $\varphi_m = m\varphi_0$, φ_0 – угол сектора вдавливания, $m = 1, 2, 3 \dots$; для случая *подземного* размещения $K_{s2} = k \cdot r$ – радиальный упругий отпор среды, МПа; k_s – коэффициент упругого отпора среды, МПа/м по модели Фусса–Винклера.

Для решения поставленной задачи принимаем шарнирный тип закрепления по концам оболочки. Опираясь на метод разделяющихся переменных, относительное радиальное перемещение w представлено в виде двойного ряда Фурье:

$$w = \sum_m \sum_n b_{mn} \varphi(t) \sin(\lambda_n \xi) \cos(m\theta), \quad (3)$$

где $\varphi(t) = \sin \omega_{mn} t$ – функция времени t , ω_{mn} – частота колебаний, $b_{mn} = \text{const}$, m, n – волновые числа, определяющие формы колебаний оболочки в окружном и продольном направлениях. Остальные перемещения u , v и ϑ_2 определяются из соотношений полубезмоментной теории.

Подставим необходимые компоненты перемещений в уравнение (1) и (2), получим бесконечную систему однородных линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных амплитудных значений b_{mn} :

$$a_{m,m-2} b_{m-2,n} + a_{m,m-1} b_{m-1,n} + a_{m,m} b_{m,n} + a_{m,m+1} b_{m+1,n} + a_{m,m+2} b_{m+2,n} = 0, \quad (4)$$

где коэффициенты в этих уравнениях a_{ij} , определяются по

$$\begin{aligned} a_{m,m} &= A_{m,n} - B_{m,n} \omega_{mn}^2; \\ a_{m,m\pm 1} &= -\frac{m^5 (m \pm 2)}{2} q_{s0}^*; \\ a_{m,m\pm 2} &= -\frac{m^4 [(m \pm 2)^2 - 1]}{2} q_{s0}^*; \end{aligned} \quad (5)$$

для *цилиндрической оболочки с газом* $A_{m,n}$ и $B_{m,n}$ имеют вид:

$$\begin{aligned} A_{m,n} &= \tilde{\lambda}_n^4 + m^4 (m^2 - 1)(m^2 - 1 + p^* - q_{si}^*) + \\ &+ k_{si}^* m^4 - \tilde{\lambda}_n^4 m^4 P n^{-2} + \tilde{\lambda}_n^2 m^4 T^*; \\ B_{m,n} &= \rho^* r h \left(\tilde{\lambda}_m^2 h_v + m^2 + m^4 \right) + \mu_{bj}^* m^4; \end{aligned}$$

для цилиндрической оболочки с жидкостью $A_{m,n}$ и $B_{m,n}$ имеют вид:

$$\begin{aligned} A_{m,n} &= \lambda_n^4 + m^4 (m^2 - 1) (m^2 - 1 + p^* - q_{si}^*) + \\ &+ k_{si}^* m^4 - \tilde{\lambda}_n^4 P n^{-2} + \tilde{\lambda}_n^2 m^4 T^* - \tilde{\lambda}_n^4 \rho_v^* \Phi_{mn} V^2 m^4 h_v; \\ B_{m,n} &= \rho^* R h (\lambda_n^2 h_v + m^2 + m^4) + \mu_{bj}^* m^4 + \rho_v^* \Phi_{mn} R^2 m^4, \end{aligned}$$

где $G = \frac{r}{Eh \cdot h_v^2}$, $p^* = p_0 G$, $\rho^* = \rho_0 G$, $\tilde{\lambda}_n = \frac{n\pi r}{L\sqrt{h_v}}$, $\mu_{bj}^* = \mu_{bj} G$, $P = \frac{F}{F_3}$,

$\rho_v^* = \rho_v G$, $q_{si}^* = q_{si} G$, $\mu_{bj}^* = \mu_{bj} G$, $T^* = \frac{2\alpha_m \Delta T}{h_v}$, $k_{s1}^* = \frac{kGr}{\pi} |z_m|$ – параметр

упругого основания (для случая наземного и частично заглубленного размещения), z_m – коэффициент, зависящий от геометрических характеристик вдавливания трубы в упругое основание, $k_{s2}^* = k_s Gr$ – параметр упругого отпора среды (для случая подземного размещения оболочки); m – число полуволн в окружном направлении; n – число полуволн в продольном направлении;

$\tilde{\lambda}_n$ – параметр длины оболочки; p^* – параметр внутреннего рабочего давления; q_{si} определяется в зависимости от модели нагрузок (М0–М3); ρ^* – параметр плотности материала оболочки; P – параметр продольной сжимающей силы; F – продольная сжимающая сила; $F_3 = \frac{n^2 \pi^2 EI}{L^2}$ – сила Эйлера;

μ_{bj}^* – параметр присоединённой массы среды; $\lambda_n = \frac{n\pi r}{L}$ – коэффициент приведённой длины; ρ_v^* – параметр плотности жидкости; $T^* = \frac{2\alpha_m \Delta T}{h_v}$.

Используя предложенную выше методику, пренебрегая слагаемыми второстепенных членов $a_{m,m+1}$, $a_{m,m+2}$ из-за их малого влияния (не более 1 %) на частоту свободных колебаний, получим систему разделяющихся линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка относительно функции времени:

$$\varphi''(t) + 2d_{m,n} \varphi'(t) + \omega_{mn}^2 \varphi(t) = 0, \quad (6)$$

где компонент $2d$ при $\varphi'(t)$ – коэффициент демпфирования или

$$2d_{m,n} = \frac{\eta m^2}{\left[r \rho_0 h \left(\frac{\lambda_n^2}{m^2} + 1 + m^2 \right) + \mu_{bj} m^2 \right]}; \quad \omega_{mn}^2 \text{ при } \varphi(t) \text{ – квадрат частоты сво-}$$

бодных колебаний без учёта демпфера.

Решая систему (6), получим выражение для нахождения круговой частоты свободных колебаний оболочки ω_{mn}^* с учётом сил сопротивления среды:

$$\omega_{mn}^* = \sqrt{\omega_{mn}^2 - d_{mn}^2} = \omega_{mn} \sqrt{1 - d_{mn}^2 / \omega_{mn}^2}. \quad (7)$$

В выражении (7) ω_{mn}^2 определяется без учёта демпфера и побочных коэффициентов выражениями:

для *цилиндрической оболочки с потоком газа*

$$\omega_{mn}^2 = \frac{\tilde{\lambda}_n^4 + m^4 (m^2 - 1) (m^2 - 1 + p^* - q_{si}^*) + k_{si}^* m^4 - \tilde{\lambda}_n^4 m^4 P n^{-2} + \tilde{\lambda}_n^2 m^4 T^*}{\rho^* r \cdot h (\tilde{\lambda}_n^2 h_v + m^2 + m^4) + \mu_{bj}^* m^4}; \quad (8)$$

для *цилиндрической оболочки с потоком жидкости*

$$\omega_{mn}^2 = \frac{\left(\tilde{\lambda}_n^4 + m^4 (m^2 - 1) (m^2 - 1 + p^* - q_{si}^*) + k_{si}^* m^4 - \right.}{\rho^* r \cdot h (\tilde{\lambda}_n^2 h_v + m^2 + m^4) + \mu_{bj}^* m^4 + \rho_v^* \Phi_{mn} r^2 m^4} \left. \begin{array}{l} - \tilde{\lambda}_n^4 m^4 P n^{-2} - \tilde{\lambda}_n^4 \rho_v^* \Phi_{mn} V^2 m^4 h_v + \tilde{\lambda}_n^2 m^4 T^* \end{array} \right). \quad (9)$$

Полученные выражения (8) и (9) для определения квадрата частоты свободных колебаний позволяют определить более широкий спектр частот при волновых числах $m, n = 1, 2, 3, \dots$, с учетом деформаций поперечных сечений для участков с потоком жидкости или газа, с шарнирным типом закреплений на концах. Определение частот колебаний по формулам (8) и (9) производится с учетом внутреннего давления, параметра продольной сжимающей силы, упругого основания и демпфирующих свойств окружающей среды, присоединённой массы транспортируемой среды и жидкости, внешнего давления (в зависимости от принятой модели), геометрических характеристик, а также инерционных составляющих материала оболочки в продольном, окружном и радиальном направлении.

Критерий применимости решений, полученных по теории оболочек

Анализ частот свободных изгибных колебаний цилиндрических оболочек показал, что при некотором параметре длине трубы L^* значение наименьших частот, рассчитанных при $m = 1$ и при $m = 2$, совпадают. При этом длина L^* зависит от параметра тонкостенности оболочки, внутреннего рабочего давления, коэффициента упругого отпора среды и параметра продольной сжимающей силы. Определение параметра длины L^* позволяет выявить критерий применимости теории оболочек в задачах определения наименьших частот свободных колебаний. Для получения формулы L^* приравняем правые части формулы (8) и (9) при $m = 1$ и $m = 2$.

Проведя анализ влияния каждого слагаемого полученной формулы, пренебрегаем слагаемыми, вносящими вклад менее 1 % в конечный результат. После преобразований получим следующие выражения:

для цилиндрической оболочки с жидкостью

$$L^* = \frac{L}{r} = \frac{\pi}{\sqrt{h_v}} \times \sqrt[4]{\frac{(P - 0,0625)r^2 \rho_v^* \Phi_{11} + (1 - P)r^2 \rho_v^* \Phi_{21} + (0,75P + 1,125)rh\rho^*}{6 \left[0,125(T^* \lambda_n^2 + k_{si}^*) + p^* - q_{si}^* \right] rh\rho_{st}^* + \left[k_{si}^* + 3(p^* - q_{si}^*) + T^* \lambda_n^2 \right] r^2 \rho_v^* \Phi_{11}}}; \quad (10)$$

для цилиндрической оболочки с газом

$$L^* = \frac{L}{r} = \frac{\pi}{\sqrt{h_v}} \sqrt[4]{\frac{(0,75P + 1,125)}{6 \cdot \left[0,125(T^* \lambda_n^2 + k_{si}^*) + p^* - q_{si}^* \right]}}}. \quad (11)$$

Полученные выражения (10), (11) позволяют определить границу применимости решений для определения наименьших частот свободных колебаний цилиндрических оболочек с потоком жидкости и газа при разных схемах размещения. Представим полученные значения L/r на рисунках 10, 11 со следующими исходными данными, при $h/r = 1/40$; $\Delta T = 50$ °C; $k_s = 20$ МПа/м; $\rho_v = 0,87$ т/м³; $\rho_0 = 7,85$ т/м³; $p_0 = 2$ МПа.

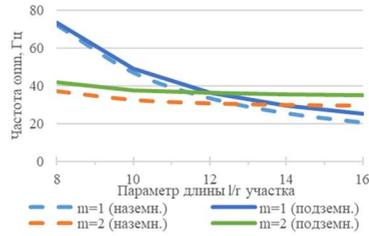
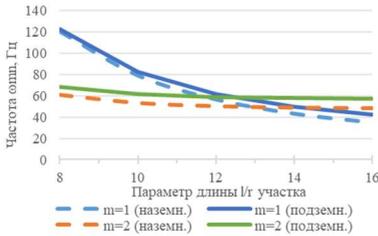


Рисунок 10 – Цилиндрическая оболочка с потоком газа Рисунок 11 – Цилиндрическая оболочка с потоком жидкости

Для вычисления частот свободных колебаний по формулам (9), (10)

необходимо определить коэффициент z_m в слагаемом $k_{s1}^* = \frac{k_s Gr}{\pi} |z_m|$. Для удобства вычислений проиллюстрируем значения коэффициентов в виде графиков на рисунке 12 в зависимости от угловой длины.

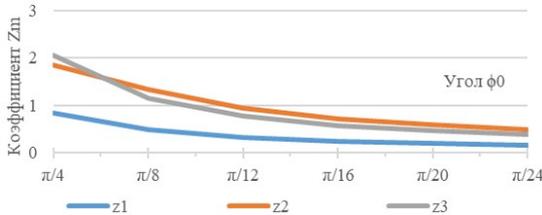


Рисунок 12 – Значение коэффициента z_m в зависимости от ϕ_0

Проиллюстрируем графики (рисунки 13 и 14) зависимости частот свободных колебаний газопровода от волновых чисел m и значений коэффициента упругого отпора среды k_s при $p_0 = 0$ и 4 МПа; $h/R = 1/30$; $L/R = 8$; $P = 0,1$ для наземного и подземного размещения.

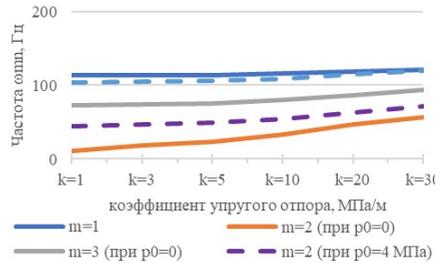
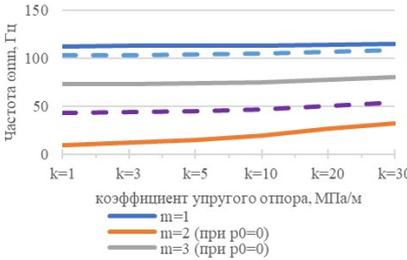


Рисунок 13 – Наземное размещение

Рисунок 14 – Подземное размещение

Для наземного и подземного нефтепровода частоты в среднем на 30–40 % ниже, чем для газопровода, в остальном тенденция изменения частот сохраняется такой же, что и для газопровода.

Для проведения тестовых расчетов стальной и полиэтиленовой оболочки в обводненной грунтовой среде примем замкнутую цилиндрическую оболочку радиусом $r = 800$ мм с толщиной стенки $h = 39,2$ мм, длиной участка $L = 8 \cdot r$. Коэффициент упругого отпора грунта в данном случае принимаем равным нулю, а физико-механические характеристики грунта – $\gamma_{гр} = 1,5$ г/см³, $E = 10$ кгс/см². Проиллюстрируем на рисунках 15, 16 зависимость частот свободных колебаний стальной и полиэтиленовой цилиндрической оболочки от коэффициента динамической вязкости η при $m = 2$ и $n = 1$; $p_0 = 2–6$ МПа (для ПЭ $p_0 = 0–0,4$ МПа); $h/R = 1/70$; $L/r = 8$; $k_s = 0$ МПа/м; $P = 0$.

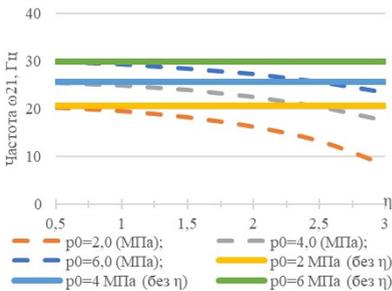


Рисунок 15 – Стальная цилиндрическая оболочка

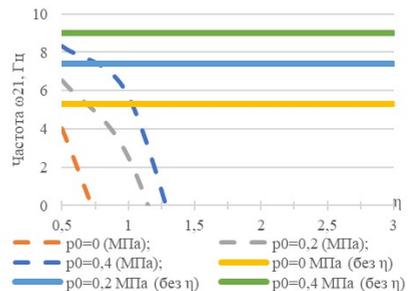


Рисунок 16 – Полиэтиленовая цилиндрическая оболочка

б) тороидальной однослойной оболочки:

Рассмотрим случай расчетной схемы в виде однородной тороидальной тонкостенной замкнутой оболочки при заданных нагрузках и температурном воздействии. Расчетная схема тороидальной оболочки изображена на рисунке 6.

Уравнения тороидальной оболочки выводятся на основании общих соотношений геометрически нелинейной теории оболочек среднего изгиба Х.М. Муштари – К.З. Галимова и допущений полубезмоментной теории. Как и в случае с цилиндрической оболочкой, упуская промежуточные математические преобразования, запишем уравнение движения элемента тороидальной оболочки в перемещениях в виде

$$\begin{aligned}
 & \frac{r^3}{R^3} \frac{\partial^3 u}{\partial \beta^3} + \frac{r^2}{R^2} \frac{\partial^3 u}{\partial \theta^2 \partial \beta} \cos \theta - \frac{r^2}{R^2} \frac{\partial u}{\partial \beta} \cos \theta - \frac{r^2}{R^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta \partial \beta} \sin \theta + \\
 & + \frac{r^3}{R^3} \frac{\partial^2 W_y}{\partial \beta^2} - 2 \frac{r^2}{R^2} \frac{\partial^4 w}{\partial \theta^2 \partial \beta^2} (\varepsilon_0 - \varepsilon_t) + \\
 & + \frac{r^2}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} (W_y \cos \theta) - W_y \sin \theta \right] + h_v^2 \frac{\partial^5 \vartheta}{\partial \theta^5} + \\
 & + 2(\varepsilon_0 - \varepsilon_t) \frac{r}{R} \left(\frac{\partial^3 \vartheta}{\partial \theta^3} \cos \theta - 2 \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial \theta^2} \sin \theta - \frac{\partial \vartheta}{\partial \theta} \cos \theta \right) + \quad (12) \\
 & + h_v^2 \frac{\partial^3 \vartheta}{\partial \theta^3} - \frac{r^2}{EhR^2} rh\rho_0 \frac{\partial^3 u}{\partial \beta \partial t^2} + \frac{r}{Eh} rh\rho_0 \frac{\partial^3 v}{\partial \theta \partial t^2} - \\
 & - \frac{r}{Eh} \left[rh\rho_0 \frac{\partial^4 w}{\partial \theta^2 \partial t^2} - \frac{\partial^3 \vartheta}{\partial \theta^3} P_0 + \frac{\partial^3 \vartheta}{\partial \theta^3} q_{si} - \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} K_{si} w - \mu_{bj} \frac{\partial^4 w}{\partial \theta^2 \partial t^2} + \right. \\
 & \left. + \eta \frac{r}{Eh} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta \partial t} + \rho_v r^2 \Phi_n^* \left(\frac{\partial^4 w}{\partial \theta^2 \partial t^2} + \frac{V^2}{rR} \frac{\partial^4 w}{\partial \theta^2 \partial \beta^2} \right) \right] = 0.
 \end{aligned}$$

где $\Phi_n^* = \frac{2}{P'_{n-\frac{1}{2}}(\operatorname{ch} \alpha_0)}$, $P_{n-\frac{1}{2}}(\operatorname{ch} \alpha_0)$ и $P'_{n-\frac{1}{2}}(\operatorname{ch} \alpha_0)$ – функция Ле-
 $1 + 2 \frac{2}{P_{n-\frac{1}{2}}(\operatorname{ch} \alpha_0)}$

жандра первого рода и её производная; W_y – проекция на ось y перемещения точки A срединной поверхности оболочки в положение A^* в результате деформации ее контура (рисунок 6).

Уравнение (12) представляет собой дифференциальное уравнение в частных производных с неизвестными величинами u , v , w , W_y , ϑ . Неизвестные определяем, учитывая допущения полубезмоментной теории:

$$\frac{\partial v}{\partial \theta} + w = 0, \quad \frac{r}{R} \frac{\partial v}{\partial \beta} + \frac{\partial u}{\partial \theta} = 0, \quad \vartheta = \frac{\partial w}{\partial \theta} - v, \quad W_y = w \cos \theta - v \sin \theta. \quad (13)$$

В расчетах принят шарнирный тип закрепления оболочки. Для решения системы уравнений (12) представим нормальную составляющую перемещения $w(\beta, \theta, t)$ в виде

$$w(\beta, \theta, t) = \sum_m \sum_n \varphi(t) b_{mn} \cos(m\theta) \sin(k_\beta n \cdot \beta), \quad (14)$$

где k_β – коэффициент длины криволинейного участка.

Остальные компоненты перемещения и угол поворота найдем из допущений полубезмоментной теории (13) и подставим их в (12), после преобразований получим бесконечную систему однородных линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных амплитудных значений b_{mn} :

$$a_{m,m-2} b_{m-2,n} + a_{m,m-1} b_{m-1,n} + a_{m,m} b_{m,n} + a_{m,m+1} b_{m+1,n} + a_{m,m+2} b_{m+2,n} = 0, \quad (15)$$

где $m = 1, 2, 3, \dots$; $m-1 > 0$; $m-2 > 0$, а коэффициент a_{ij} определяется выражениями

$$\begin{aligned} a_{m,m} &= A_{mn} - B_{mn} \omega_{mn}^2, \\ a_{m,m\pm 1} &= \mu_0^3 h_v m^2 \frac{[(m^2 \pm m) + 1]}{(m \pm 1)} + P \mu_0^3 h_v n^2 k_\beta m^2 \left[m^4 \pm 2m^3 \mp m^{\frac{3}{2}} - 1 \right] - \\ &\quad - 0,5 T^* \mu_0 h_v^{-1} m^2 \left[m^4 \pm 2m^3 \mp m^{\frac{3}{2}} - 1 \right], \\ a_{m,m\pm 2} &= \mu_0^2 m^2 \frac{(m \pm 3)(m \mp 1)}{4(m \pm 2)}, \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} A_{mn} &= \mu_0^4 n^4 k_\beta^3 h_v^2 + m^4 (m^2 - 1) (m^2 - 1 + p^* - q_{si}^*) + \\ &\quad + k_{si}^* m^4 - P \mu_0^4 h_v^2 n^2 k_\beta m^4 + T_{ior}^* \mu_0^2 n^2 k_\beta m^4 - \\ &\quad - V^2 \mu_0 h_v \rho_v^* \Phi_n m^4 n^2 k_\beta + 0,5 \mu_0^2 m^2 (m^2 + 1), \\ B_{mn} &= \rho^* r h (\mu_0^2 n^2 k_\beta h_v^2 + m^4 + m^2) + \mu_{bj}^* m^4 + \rho_v^* \Phi_n r^2 m^4, \end{aligned}$$

где $G = \frac{r}{E h h_v^2}$, $\mu_{bj}^* = \mu_{bj} G$, $\mu_0 = \frac{r}{R h_v}$, $\rho^* = \rho_0 G$, $p^* = p_0 G$, $\rho_v^* = \rho_v G$,

$$T_{ior}^* = 2\alpha_m \Delta T; \quad \varepsilon_t = \alpha_m \Delta T, \quad \Delta T = T - T_0, \quad k_{s1}^* = \frac{k_s r^2}{\pi E h h_v^2} |z_m|, \quad k_{s2}^* = \frac{k_s r^2}{E h h_v^2}.$$

Пренебрегая слагаемыми второстепенных членов, получим систему разделяющихся линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка относительно функции времени следующего вида:

$$\varphi''(t) + 2d_m \varphi'(t) + \omega_{mn}^2 \varphi(t) = 0, \quad (17)$$

где компонент $2d$ при $\varphi'(t)$ – коэффициент демпфирования или

$$2d_m = \frac{\eta m^2}{\left[\rho^* r h (\mu_0^2 n^2 h_v^2 + m^2 + 1) + \mu_{bj} m^2 + \rho_v \Phi_n r^2 m^2 \right]}, \quad \omega_{mn}^2 \text{ при } \varphi(t) \text{ – квадрат}$$

частоты свободных колебаний оболочки с жидкостью без учёта демпфера.

Решая систему (17), получим выражение по нахождению круговой частоты свободных колебаний оболочки ω_{mn}^* с учётом сил сопротивления среды:

$$\omega_{mn}^* = \sqrt{\omega_{mn}^2 - d_{mn}^2} = \omega_{mn} \sqrt{1 - d_{mn}^2 / \omega_{mn}^2}. \quad (18)$$

В выражении (17) ω_{mn}^2 определяется без учёта демпфирующих свойств и побочных коэффициентов выражениями (19) и (20):

для тороидальной оболочки с газом

$$\omega_{mn}^2 = \frac{\mu_0^4 n^4 k_\beta^3 h_v^2 + m^4 (m^2 - 1) (m^2 - 1 + p^* - q_{si}^*)}{\rho^* r h (\mu_0^2 n^2 h_v^2 k_\beta + m^4 + m^2) + \mu_{bj}^* m^4 + k_{si}^* m^4 - P \mu_0^4 h_v^2 n^2 k_\beta m^4 + T_{ior}^* \mu_0^2 n^2 k_\beta m^4 + 0,5 \mu_0^2 m^2 (m^2 + 1)} + \frac{0,5 \mu_0^2 m^2 (m^2 + 1)}{\rho^* r h (\mu_0^2 n^2 h_v^2 k_\beta + m^4 + m^2) + \mu_{bj}^* m^4}, \quad (19)$$

для тороидальной оболочки с жидкостью

$$\omega_{mn}^2 = \frac{\mu_0^4 n^4 k_\beta^3 h_v^2 + m^4 (m^2 - 1) (m^2 - 1 + p^* - q_{si}^*)}{\rho^* r h (\mu_0^2 n^2 h_v^2 k_\beta + m^4 + m^2) + \mu_{bj}^* m^4 + \rho_v^* \Phi_n r^2 m^4} + \frac{\left(k_{si}^* m^4 - P \mu_0^4 h_v^2 n^2 k_\beta m^4 + T_{ior}^* \mu_0^2 n^2 k_\beta m^4 + 0,5 \mu_0^2 m^2 (m^2 + 1) - \rho_v \Phi_n \mu_0 h_v V^2 m^4 n^2 \right)}{\rho^* r h (\mu_0^2 n^2 h_v^2 k_\beta + m^4 + m^2) + \mu_{bj}^* m^4 + \rho_v^* \Phi_n r^2 m^4}. \quad (20)$$

Критерий применимости решений, полученных по теории тороидальных оболочек

Для тороидальной оболочки с жидкостью

$$A \cdot R^{*-4} + B \cdot R^{*-2} + C \cdot R^{*-1} + D = 0, \quad (21)$$

где $A = \left(\frac{h_v^2 \cdot n^4 - P \cdot h_v^2 \cdot n^2}{\rho_v^* \Phi_{mn} r^2 + 2h \rho^* r + \mu_{b1}^*} - \frac{h_v^2 \cdot n^4 - 4P \cdot h_v^2 \cdot n^4}{16\rho_v^* \Phi_n r^2 + 20h \rho^* r + 16\mu_{b2}^*} \right) \frac{r^4}{h_v^4};$

$$B = \left(\frac{T_{tor}^* + 1}{\rho_v^* \Phi_{mn} r^2 + 2h\rho^* r + \mu_{b1}^*} - \frac{16T_{tor}^* n^2 + 10}{16\rho_v^* \Phi_n r^2 + 20h\rho^* r + 16\mu_{b2}^*} \right) \frac{r^2}{h_v^2};$$

$$C = \left(\frac{16V^2 h_v n^2 \rho_v^* \Phi_n}{16\rho_v^* \Phi_n r^2 + 2h\rho^* r + 16\mu_{b2}^*} - \frac{V^2 h_v n^2 \rho_v^* \Phi_n}{\rho_v^* \Phi_n r^2 + 2h\rho^* r + \mu_{b1}^*} \right) \frac{r}{h_v};$$

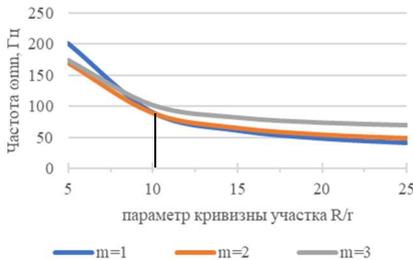
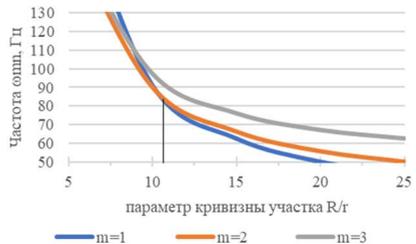
$$D = \left(\frac{k_{si}^*}{\rho_v^* \Phi_n r^2 + 2h\rho^* r + \mu_{b1}^*} - \frac{16k_{si}^* + 48p^* - 48q_{si} + 144}{\rho_v^* \Phi_n r^2 + 2h\rho^* r + 16\mu_{b2}^*} \right).$$

Полученная формула (21) позволяет определить границу применимости решений по определению наименьших частот свободных колебаний тороидальной оболочки, а именно предельную кривизну участка R^* , где оболочечная форма колебаний сменяется на стержневую. Для примера проиллюстрируем зависимость частот и форм свободных изгибных колебаний ω_{mn} наземного газопровода от параметра тонкостенности h/r , параметра кривизны участка R/r при $n = 2$, $p_0 = 0$ МПа; $k_s = 5$ МПа/м; $k_\beta = 1$; $h/r = 1/50$ и $1/70$ на рисунках 17, 18.

Расчеты наименьших частот свободных колебаний по расчетным формулам (19), (20) иллюстрированы в виде графиков на рисунках 19, 20, на которых наблюдается рост значений частот с увеличением значений k_s при различных значениях h/R и p_0 .

На рисунках 21, 22 покажем спектр частот свободных колебаний тороидальной оболочки с потоком жидкости и газа при различных значениях волновых чисел m и n при $p_0 = 0$; $h/R = 1/70$; $R/r = 10$; $k_s = 0$; $P = 0$; $V = 5$ м/сек (для оболочки с жидкостью).

Из расчетов следует, что для оболочки с газом минимальные частоты реализуются при $m = 2$ и $n = 1$, а в случае с жидкостью при $m = 3$ и $n = 1$. Такой эффект объясняется меньшей жесткостью рассматриваемого участка тороидальной оболочки за счет присоединенной массы жидкости.

Рисунок 17 – При $h/r = 1/50$ Рисунок 18 – При $h/r = 1/70$

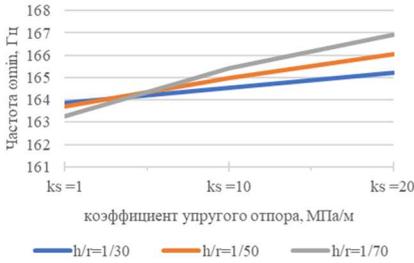
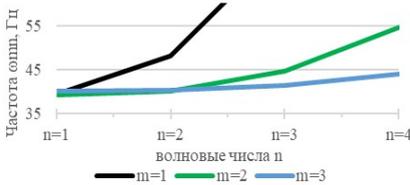
Рисунок 19 – При $p_0 = 0$ МПа; $R/r = 5$ 

Рисунок 21 – Для тороидальной оболочки с газом

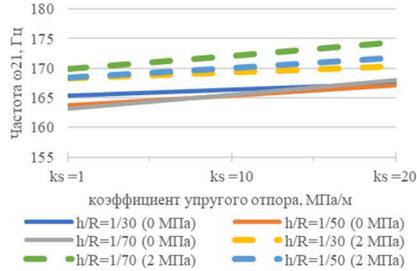
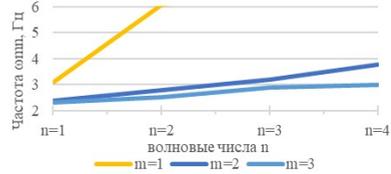
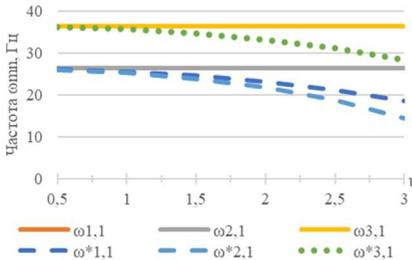
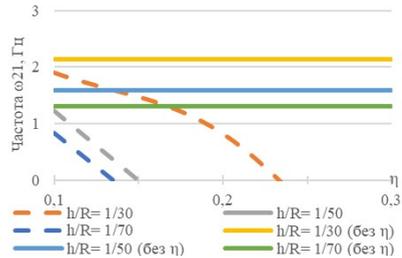
Рисунок 20 – При $p_0 = 0$ и 2 МПа; $R/r = 5$ 

Рисунок 22 – Для тороидальной оболочки с жидкостью

Влияние демпфирующих свойств среды на частоты свободных колебаний стальных и полиэтиленовых тороидальных оболочек проиллюстрируем в виде графиков на рисунках 23, 24 при $p_0 = 2$ МПа (для ПЭ водопровода $p_0 = 0,2$ МПа); $h/r = 1/30$; $R/r = 8$; $k_s = 0$ МПа/м; $P = 0$.

Рисунок 23 – Стальная тороидальная оболочка с жидкостью (водопровод) при $p_0 = 2$ МПаРисунок 24 – Полиэтиленовая тороидальная оболочка с жидкостью (водопровод) при $p_0 = 0,2$ МПа

в) тороидальной двухслойной оболочки:

Защитные покрытия широко распространены при строительстве подземных переходов через искусственные и естественные преграды, сооружаемые бестраншейными методами прокладки. Например, эпоксидное стеклопластиковое покрытие, защитное покрытие «Кольчуга», покрытие на основе серобетона, цементобетонное покрытие «ЗУБ-КОМПОЗИТ».

В целях развития методов динамического расчета двухслойных тороидальных оболочек воспользуемся теорией неоднородных изотропных оболочек. За исходную поверхность, относительно которой сформулированы гипотезы Кирхгофа–Лява, принимается поверхность, совпадающая с нейтральным слоем неоднородной оболочки. Расчетная схема двухслойной оболочки изображена на рисунке 5.

Отличие от уравнений, записанных для однородной оболочки, заключается в разных по величине приведенных модулей упругости и коэффициентов Пуассона при растяжении (сжатии) E_0 , ν_0 и при изгибе E_v , ν_v .

Для учета неоднородности сечения необходимо принять связь между усилиями и деформациями в следующем виде:

$$\begin{aligned} M_1 = \nu D_0 \cdot \aleph_2, \quad M_2 = D_0 \cdot \aleph_2, \quad T_1 = (1 - \nu_0) B \varepsilon_1, \quad \varepsilon_2 + \nu_0 \varepsilon_1 = 0, \\ H_1 = H_2 = H = (1 - \nu_v) D_0 \cdot \tau, \quad S_1 = S_2 = S = B / 2(1 - \nu_0) \omega^*. \end{aligned} \quad (22)$$

Модуль упругости при растяжении (сжатии) имеет вид

$$E_0 = (1 - \nu_0^2) \frac{B}{h}, \quad (23)$$

где B – приведенная жёсткость на растяжение (сжатие),

$$B = \frac{1}{(1 - \nu^2)} (E_1 h_1 + E_2 h_2), \quad (24)$$

где E_1 – модуль упругости материала защитной оболочки; E_2 – модуль упругости материала оболочки (трубы); h_1 – толщина защитной оболочки; h_2 – толщина слоя оболочки (трубы); h – общая толщина слоя двухслойной трубы.

Модуль упругости на изгиб имеет вид

$$E_v = \frac{12 D_0 (1 - \nu_v^2)}{h^3}. \quad (25)$$

Приведенная жесткость на изгиб имеет следующий вид

$$D_0 = \frac{1}{3(1 - \nu^2)} \left\{ E_1 \left[(h_1 - z_0)^3 + z_0^3 \right] + E_2 \left[(h_2 + z_0)^3 - z_0^3 \right] \right\}, \quad (26)$$

где z_0 – расстояние от слоя стыковки до нейтрального (исходного) слоя поверхности,

$$z_0 = \frac{E_1 h_1^2 - E_2 h_2^2}{2(E_1 h_1 + E_2 h_2)}. \quad (27)$$

После преобразований выражение для определения частот свободных колебаний двухслойной тороидальной оболочки с учетом ранее обозначенных параметров нагрузок имеет вид:

для тороидальной двухслойной оболочки с газом

$$\omega_{mn}^2 = \frac{\mu_0^4 n^4 k_\beta^3 h_v^2 + \eta_0 m^4 (m^2 - 1) \left(m^2 - 1 + \frac{P^* - q_{si}^*}{\eta_0} \right) + k_{si}^* m^4 - P \mu_0^4 h_v^2 n^2 k_\beta m^4}{\rho_{pr}^* r_0 h (\mu_0^2 n^2 k_\beta h_v^2 + m^4 + m^2) + \mu_{bj}^* m^4} + \frac{T_{ior}^* \mu_0^2 n^2 k_\beta m^4 + 0,5 \mu_0^2 m^2 (m^2 + 1)}{\rho_{pr}^* r_0 h (\mu_0^2 n^2 k_\beta h_v^2 + m^4 + m^2) + \mu_{bj}^* m^4}, \quad (28)$$

для тороидальной двухслойной оболочки с жидкостью

$$\omega_{mn}^2 = \frac{\mu_0^4 n^4 k_\beta^3 h_v^2 + \eta_0 m^4 (m^2 - 1) \left(m^2 - 1 + \frac{P^* - q_{si}^*}{\eta_0} \right) + k_{si}^* m^4 - P \mu_0^4 h_v^2 n^2 k_\beta m^4}{\rho_{pr}^* r_0 h (\mu_0^2 n^2 h_v^2 + m^4 + m^2) + \mu_{bj}^* m^4 + \rho_v^* \Phi_n r_0^2 m^4} + \frac{T_{ior}^* \mu_0^2 n^2 k_\beta m^4 + 0,5 \mu_0^2 m^2 (m^2 + 1) - \rho_v^* \Phi_n \mu_0 k_\beta h_v V^2 m^4 n^2}{\rho_{pr}^* r_0 h (\mu_0^2 n^2 k_\beta h_v^2 + m^4 + m^2) + \mu_{bj}^* m^4 + \rho_v^* \Phi_n r_0^2 m^4}, \quad (29)$$

где $\eta_0 = \frac{12D_0}{h^2 B}$ – коэффициент неоднородности.

Критерий применимости решений, полученных по теории неоднородных тороидальных оболочек

для неоднородной (двухслойной) тороидальной оболочки с жидкостью:

$$A \cdot R^{*-4} + B \cdot R^{*-2} + C \cdot R^{*-1} + D = 0, \quad (30)$$

$$A = \left(\frac{h_v^2 \cdot n^4 - P \cdot h_v^2 \cdot n^2}{\rho_v^* \Phi_{mn}^* r^2 + 2h\rho^* r + \mu_{b1}^*} - \frac{h_v^2 \cdot n^4 - 4P \cdot h_v^2 \cdot n^4}{16\rho_v^* \Phi_n r^2 + 20h\rho^* r + 16\mu_{b2}^*} \right) \frac{r_0^4}{h_v^4};$$

$$B = \left(\frac{T_{ior}^* + 1}{\rho_v^* \Phi_{mn}^* r_0^2 + 2h\rho^* r_0 + \mu_{b1}^*} - \frac{16T_{ior}^* n^2 + 10}{16\rho_v^* \Phi_n r_0^2 + 20h\rho^* r_0 + 16\mu_{b2}^*} \right) \frac{r_0^2}{h_v^2};$$

$$C = \left(\frac{16V^2 h_v n^2 \rho_v^* \Phi_n}{16\rho_v^* \Phi_n r_0^2 + 2h\rho^* r_0 + 16\mu_{b2}^*} - \frac{V^2 h_v n^2 \rho_v^* \Phi_n}{\rho_v^* \Phi_n r_0^2 + 2h\rho^* r_0 + \mu_{b1}^*} \right) \frac{r_0}{h_v};$$

$$D = \left(\frac{k_{si}^*}{\rho_v^* \Phi_n r^2 + 2h\rho^* r + \mu_{b1}^*} - \frac{16k_{si}^* + 48\eta_0 \left(\frac{P^* - q_{si}^*}{\eta_0} + 3 \right)}{\rho_v^* \Phi_n r^2 + 2h\rho^* r + 16\mu_{b2}^*} \right).$$

3. Аналитический метод оценки статической устойчивости тонкостенных трубопроводов большого диаметра на основе критерия динамической устойчивости, позволяющий определять критические значения параметра продольной сжимающей силы и внешнего давления

с учётом деформации поперечного сечения и взаимодействия с упругой средой.

Определение значений предельных параметров замкнутой цилиндрической оболочки

Используя динамический критерий устойчивости, при которой частота свободных колебаний обращается в ноль $\omega_{m1} = 0$, из формул (8) и (9) определим величину критического параметра $P_{кр}$ или значение сжимающей силы $F_{кр}$. После преобразования получим выражения в виде:

для цилиндрической оболочки с газом

$$P_{кр} = \frac{\tilde{\lambda}_n^4 + m^4 (m^2 - 1) (m^2 - 1 + p^* - q_{si}^*) + k_{si}^* m^4 - \tilde{\lambda}_n^4 m^4 P n^{-2} + \tilde{\lambda}_n^2 m^4 T^*}{\tilde{\lambda}_n^4 m^4 n^{-2}}; \quad (31)$$

для цилиндрической оболочки с жидкостью

$$P_{кр} = \frac{\left(\tilde{\lambda}_n^4 + m^4 (m^2 - 1) (m^2 - 1 + p^* - q_{si}^*) + k_{si}^* m^4 - \right.}{\tilde{\lambda}_n^4 m^4 n^{-2}} \left. - \tilde{\lambda}_n^4 m^4 P n^{-2} + \tilde{\lambda}_n^2 m^4 T^* - \tilde{\lambda}_n^4 \rho_v^* \Phi_{mn} V^2 m^4 h_v \right). \quad (32)$$

Выражения (31), (32) позволяют определить величину $P_{кр}$ и значение критической силы, приводящей к потере статической устойчивости.

Критическое внешнее давление на оболочку q_{sigr}

Внешнее давление может привести к местной потере устойчивости рассматриваемого участка трубопровода, в связи с чем необходимо определить его максимальное значение, которое определяется также на основании ранее описанного критерия динамической устойчивости:

для цилиндрической оболочки с газом

$$q_{sigr} = \frac{\tilde{\lambda}_n^4 + k_{si}^* m^4 - \tilde{\lambda}_n^4 m^4 P n^{-2} + \tilde{\lambda}_n^2 m^4 T^*}{m^4 (m^2 - 1)} + (m^2 - 1 + p^*); \quad (33)$$

для цилиндрической оболочки с жидкостью

$$q_{sigrV} = \frac{\tilde{\lambda}_n^4 + k_{si}^* m^4 - \tilde{\lambda}_n^4 m^4 P n^{-2} + \tilde{\lambda}_n^2 m^4 T^* - \tilde{\lambda}_n^4 \rho_v^* \Phi_{mn} V^2 m^4 h_v}{m^4 (m^2 - 1)} + (m^2 - 1 + p^*). \quad (34)$$

Определение значений предельных параметров замкнутой тороидальной оболочки

Используя ту же методику, что и в случае с цилиндрической оболочкой, получим значения предельных параметров для тороидальной оболочки.

Критическое внешнее давление на оболочку q_{sigr} при подземном размещении

для тороидальной оболочки с газом

$$q_{sicer} = \frac{\left(\mu_0^4 n^4 k_\beta^3 h_v^2 + k_{si}^* m^4 - P \mu_0^4 h_v^2 n^2 k_\beta m^4 + \right. \\ \left. + T_{tor}^* \mu_0^2 n^2 k_\beta m^4 + 0,5 \mu_0^2 m^2 (m^2 + 1) \right)}{m^4 (m^2 - 1)} + (m^2 - 1 + p^*); \quad (35)$$

для тороидальной оболочки с жидкостью

$$q_{sicerV} = \frac{\left(\mu_0^4 n^4 k_\beta^3 h_v^2 + k_{si}^* m^4 - P \mu_0^4 h_v^2 n^2 k_\beta m^4 + T_{tor}^* \mu_0^2 n^2 k_\beta m^4 + \right. \\ \left. + 0,5 \mu_0^2 m^2 (m^2 + 1) - \tilde{\lambda}_n^4 \rho_v^* \Phi_n V^2 m^4 h_v \right)}{m^4 (m^2 - 1)} + \\ + (m^2 - 1 + p^*). \quad (36)$$

Из выражений (28) и (29) получим величину критического внешнего давления для **двухслойной** тороидальной оболочки:

с газом

$$q_{sicer} = \frac{\mu_0^4 n^4 k_\beta^3 h_v^2 + k_{si}^* m^4 - P \mu_0^4 h_v^2 n^2 k_\beta m^4 + T_{tor}^* \mu_0^2 n^2 k_\beta m^4 + 0,5 \mu_0^2 m^2 (m^2 + 1)}{\eta_0 m^4 (m^2 - 1)} + \\ + \left(m^2 - 1 + \frac{p^* - q_{si}^*}{\eta_0} \right); \quad (37)$$

с жидкостью

$$q_{sicerV} = \frac{\left(\mu_0^4 n^4 k_\beta^3 h_v^2 + k_{si}^* m^4 - P \mu_0^4 h_v^2 n^2 k_\beta m^4 + T_{tor}^* \mu_0^2 n^2 k_\beta m^4 + \right. \\ \left. + 0,5 \mu_0^2 m^2 (m^2 + 1) - \tilde{\lambda}_n^4 \rho_v^* \Phi_n V^2 m^4 h_v \right)}{\eta_0 m^4 (m^2 - 1)} + \\ + \left(m^2 - 1 + \frac{p^* - q_{si}^*}{\eta_0} \right). \quad (38)$$

4. Аналитический метод оценки динамической устойчивости тонкостенных трубопроводов при различных схемах прокладки, основанный на применении уравнений Матье и построении модифицированных диаграмм Айнса–Стретта для расчетной модели в виде:

а) цилиндрической однослойной оболочки:

Рассматривается замкнутая цилиндрическая оболочка конечной длины при наземном, частично заглубленном и подземном размещении, которая подвергается действию нестационарного внутреннего рабочего давления $p(t)$:

$$p(t) = p_0 (1 + \mu \cos \gamma t). \quad (39)$$

Нестационарное давление приводит к возбуждению стационарную продольную сжимающую силу и коэффициент упругого отпора среды, которые определяются выражениями:

$$F(t) = F(1 + \mu \cos \gamma t); \quad (40)$$

$$\kappa(t) = \kappa_s(1 + \mu \cos \gamma t); \quad (41)$$

а для оболочек с жидкостью дополнительно и скорость потока протекающей жидкости:

$$V(t) = V_0(1 + \mu \cos \gamma t), \quad (42)$$

где γ – частота возбуждения, соответствующая характеристикам перекачивающей станции; $\mu \leq 0,5$ – коэффициент возбуждения.

Используя предложенную ранее методику по определению свободных частот без учёта побочных коэффициентов, решение сводится к разделяющейся системе дифференциальных уравнений уравнению Матье

$$\varphi''(t) + 2\zeta_0 \varphi'(t) + \omega_{mn}^2(1 - \delta_{mn} \cos \gamma t) \varphi(t) = 0, \quad (43)$$

где ω_{mn}^2 – квадрат частоты свободных колебаний (8), (9); δ_{mn} – коэффициент возбуждения:

для цилиндрической оболочки с газом

$$\delta_{mn} = \frac{\tilde{\lambda}_n^4 m^4 P n^{-2} - k_{si}^* m^4 - p^* m^4 (m^2 - 1)}{\tilde{\lambda}_n^4 + m^4 (m^2 - 1) (m^2 - 1 + p^* - q_{si}^*) + k_{si}^* m^4 - \tilde{\lambda}_n^4 m^4 P n^{-2} + \tilde{\lambda}_n^2 m^4 T^*} \mu; \quad (44)$$

для цилиндрической оболочки с жидкостью

$$\delta_{mn} = \frac{\tilde{\lambda}_n^4 m^4 P n^{-2} + \lambda_n^4 \rho_v^* \Phi_{mn} V^2 m^4 h_v - k_{si}^* m^4 - p^* m^4 (m^2 - 1)}{\left(\tilde{\lambda}_n^4 + m^4 (m^2 - 1) (m^2 - 1 + p^* - q_{si}^*) + k_{si}^* m^4 - \right.} \mu; \quad (45)$$

$$\left. - \tilde{\lambda}_n^4 m^4 P n^{-2} - \tilde{\lambda}_n^4 \rho_v^* \Phi_{mn} V^2 m^4 h_v + \tilde{\lambda}_n^2 m^4 T^* \right)$$

$2\zeta_0$ – коэффициент демпфирования для цилиндрической оболочки с газом и жидкостью соответственно:

$$2\zeta_0 = \eta^* m^2 / \left(R \rho h \left(\lambda_n^2 / m^2 + 1 + m^2 \right) + \mu_{bj} m^2 \right); \quad (46)$$

$$2\zeta_0 = \eta^* m^2 / \left(R \rho h \left(\lambda_n^2 / m^2 + 1 + m^2 \right) + \mu_{bj} m^2 + \rho_v \Phi_{mn} R^2 m^2 \right). \quad (47)$$

Решение уравнения Матье (43) получено Н.Н. Боголюбовым – Ю.А. Митропольским и представляет собой неравенства для нахождения границ первой, второй, третьей и последующей областей неустойчивости.

Главная, наиболее широкая, область неустойчивости определяется выражением

$$1 - \sqrt{\frac{\delta_{mn}^2}{4} - \frac{4(2\zeta_0)^2}{\omega_0^2}} < \left(\frac{2\omega_{mn}}{\omega_0} \right)^2 < 1 + \sqrt{\frac{\delta_{mn}^2}{4} - \frac{4(2\zeta_0)^2}{\omega_0^2}}. \quad (48)$$

б) тороидальной однослойной оболочки:

Используя предложенную ранее методику и пренебрегая побочными коэффициентами, решение также сводится к разделяющейся системе дифференциальных уравнений уравнению Матве (43):

$$\varphi''(t) + 2\zeta_0\varphi'(t) + \omega_{mn}^2(1 - \delta_{mn} \cos \omega_0 t)\varphi(t) = 0,$$

где ω_{mn}^2 – квадрат частоты свободных колебаний однослойной оболочки – (19), (20), для двухслойной тороидальной оболочки – (28), (29); δ_{mn} – коэффициент возбуждения:

для тороидальной оболочки с газом

$$\delta_{mn} = \frac{P\mu_0^4 h_v^2 n^2 m^4 - k_{si}^* m^4 - p^* m^4 (m^2 - 1)}{\left(\begin{aligned} &\mu_0^4 n^4 h_v^2 + m^4 (m^2 - 1)(m^2 - 1 + p^* - q_{si}^*) + k_{si}^* m^4 - \\ &- P\mu_0^4 h_v^2 n^2 m^4 + \mu_0^2 m^4 T_{kr}^* + 0,5\mu_0^2 m^2 (m^2 + 1) \end{aligned} \right)} \mu; \quad (49)$$

для тороидальной оболочки с жидкостью

$$\delta_{mn} = \frac{P\mu_0^4 h_v^2 n^2 m^4 + \rho_v \Phi_n \mu_0 h_v V^2 m^4 n^2 - k_{si}^* m^4 - p^* m^4 (m^2 - 1)}{\left(\begin{aligned} &\mu_0^4 n^4 h_v^2 + m^4 (m^2 - 1)(m^2 - 1 + p^* - q_{si}^*) + k_{si}^* m^4 - P\mu_0^4 h_v^2 n^2 m^4 + \\ &+ \mu_0^2 m^4 T_{kr}^* + 0,5\mu_0^2 m^2 (m^2 + 1) - \rho_v \Phi_n \mu_0 h_v V^2 m^4 n^2 \end{aligned} \right)} \mu; \quad (50)$$

в) тороидальной двухслойной оболочки:

для тороидальной двухслойной оболочки с газом

$$\delta_{mn} = \frac{P\mu_0^4 h_v^2 n^2 m^4 - k_{si}^* m^4 - p^* m^4 (m^2 - 1)}{\left(\begin{aligned} &\mu_0^4 n^4 h_v^2 + \eta_0 m^4 (m^2 - 1) \left(m^2 - 1 + \frac{P^* - q_{si}^*}{\eta_0} \right) + k_{si}^* m^4 - \\ &- P\mu_0^4 h_v^2 n^2 m^4 + \mu_0^2 m^4 T_{kr}^* + 0,5\mu_0^2 m^2 (m^2 + 1) \end{aligned} \right)} \mu; \quad (51)$$

для тороидальной двухслойной оболочки с жидкостью

$$\delta_{mn} = \frac{P\mu_0^4 h_v^2 n^2 m^4 + \rho_v \Phi_n \mu_0 h_v V^2 m^4 n^2 - k_{si}^* m^4 - p^* m^4 (m^2 - 1)}{\left(\begin{aligned} &\mu_0^4 n^4 h_v^2 + \eta_0 m^4 (m^2 - 1) \left(m^2 - 1 + \frac{P^* - q_s^*}{\eta_0} \right) + k_{si}^* m^4 - P\mu_0^4 h_v^2 n^2 m^4 + \\ &+ \mu_0^2 m^4 T_{kr}^* + 0,5\mu_0^2 m^2 (m^2 + 1) - \rho_v \Phi_n \mu_0 h_v V^2 m^4 n^2 \end{aligned} \right)} \mu. \quad (52)$$

$2\zeta_0$ – коэффициент демпфирования для тороидальной оболочки с газом и жидкостью соответственно:

$$2\zeta_0 = \eta m^2 / \left(R\rho h \left(\mu_0^2 n^2 h_v^2 / m^2 + 1 + m^2 \right) + \mu_{bj} m^2 \right), \quad (53)$$

$$2\zeta_0 = \eta m^2 / \left(R\rho h \left(\mu_0^2 n^2 h_v^2 / m^2 + 1 + m^2 \right) + \mu_{bj} m^2 + \rho_v \Phi_n R^2 m^2 \right). \quad (54)$$

5. Области динамической неустойчивости, построенные при помощи диаграмм Айнса–Стретта для расчетной модели участка тонкостенного магистрального трубопровода большого диаметра в виде цилиндрической или тороидальной (однослойной и двухслойной) оболочки, от действия нестационарного потока жидкости и газа при заданных нагрузках и температурном воздействии.

Используя методику расчета, представленную в п.4, построены области динамической неустойчивости для цилиндрической и тороидальной оболочки с жидкостью и газом при подземном и наземном размещении, в том числе с учётом влияния демпфирующих свойств окружающей оболочку упругой среды.

В результате увеличения значений k_s , главная область динамической неустойчивости оболочки при наземном и подземном размещении расширяется и смещается в сторону увеличения значений γ , причем для случая подземного размещения этот эффект наиболее выражен (синяя область), чем при наземном размещении (красная область). Расчет выполнялся при $\mu = 0,5$, $p_0 = 2$ МПа, $h/r = 1/50$, $L/r = 8$, $k_s = 5$ МПа/м; плотность жидкости $\rho_v = 1$ т/м³. Результаты отображены на рисунках 25, 26.

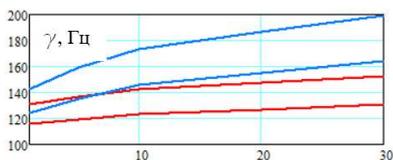


Рисунок 25 – Главная область динамической неустойчивости стального газопровода при наземном и подземном размещении

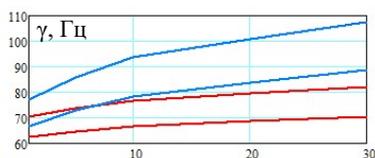


Рисунок 26 – Главная область динамической неустойчивости для стального водопровода

Для водопровода с жидкостью (рис. 26) области смещаются вниз в сторону уменьшения значений γ , по сравнению с газопроводом в пределах 40 %, в остальном размеры областей сопоставимы. Из графиков на рисунках 27–30 следует, что при увеличении внутреннего давления главная область динамической неустойчивости расширяется и смещается вверх в сторону увеличения значений γ .

Построим главные области динамической неустойчивости для двухслойной тороидальной оболочки с цементобетонным и стеклопластиковым покрытием в зависимости от толщины внешнего защитного слоя h_2 от 1 до 20 мм, $\mu = 0,5$, $p_0 = 2$ МПа, $R/r_0 = 8$, $k = 5$ МПа/м (рис. 31, 32).

Для изучения влияния параметра продольной сжимающей силы построим соответствующие главные области динамической неустойчивости на рисунках 33–34. Области построены для цилиндрических оболочек как

наиболее опасных с точки зрения потери устойчивости при значениях параметра возбуждения $\mu = 0,5$, $p_0 = 2$ МПа, $h/r = 1/50$, $L/r = 8$, $k_s = 5$ МПа/м, $H = 2$ м, $V = 5$ м/с (для оболочки с жидкостью).

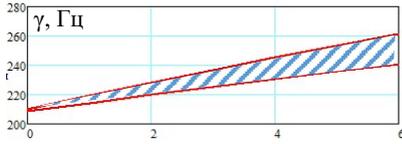


Рисунок 27 – Для стальной тороидальной оболочки с газом при значениях параметра возбуждения $\mu = 0,5$, $p_0 = 0-6$ МПа, $h/r = 1/50$, $R/r = 6$, $k = 5$ МПа/м

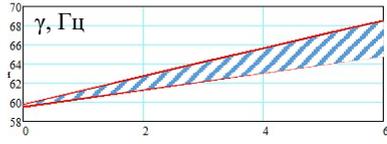


Рисунок 28 – Для стальной тороидальной оболочки с жидкостью при значениях параметра возбуждения $\mu = 0,5$ при $p_0 = 0-6$ МПа, $h/r = 1/50$, $R/r = 6$, $k = 5$ МПа/м

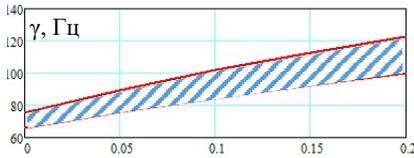


Рисунок 29 – Для полиэтиленовой тороидальной оболочки с газом при значениях параметра возбуждения $\mu = 0,5$, при $p_0 = 0-0,2$ МПа, $h/r = 1/70$, $R/r = 8$, $k = 1$ МПа/м

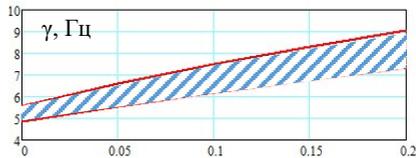


Рисунок 30 – Для полиэтиленовой тороидальной оболочки с жидкостью при значениях параметра возбуждения $\mu = 0,5$, при $p_0 = 0-0,2$ МПа, $h/r = 1/70$, $R/r = 8$, $k = 1$ МПа/м

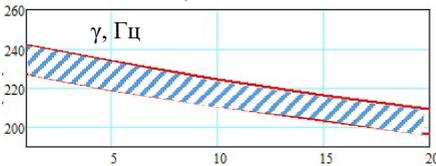


Рисунок 31 – Стеклопластиковое покрытие

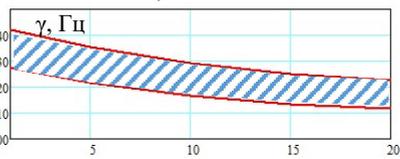


Рисунок 32 – Цементобетонное покрытие

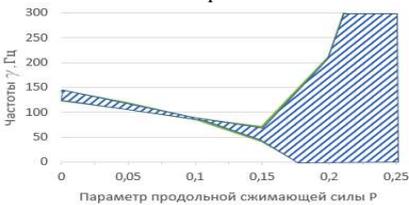


Рисунок 33 – Для стальной цилиндрической оболочки с газом

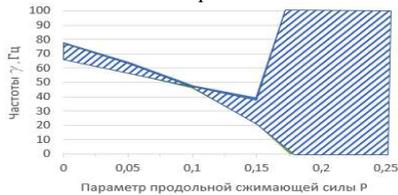


Рисунок 34 – Для стальной цилиндрической оболочки с жидкостью

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Разработана группа аналитических методов для исследования колебаний и динамической устойчивости тонкостенных трубопроводов большого диаметра, представленных в виде цилиндрических и тороидальных (однослойных и двухслойных) оболочек, при наземном, частично заглублённом и подземном размещении. Методы основаны на геометрически нелинейной полубезмоментной теории оболочек среднего изгиба и позволяют учитывать совместное влияние нагрузок, действующих в процессе эксплуатации: внутреннее и внешнее давление, упругий отпор и демпфирующие свойства обводненной внешней грунтовой среды, присоединённые массы, скорость потока транспортируемой жидкости, продольная сила и температурное воздействие.

2. Для описания поведения трубопровода при частичном заглублении в упругую грунтовую среду впервые применены двойные тригонометрические ряды Фурье, позволяющие с учетом импульсной функции описать внешнее давление среды, действующее на сектор вдавливания. Установлено, что частоты колебаний существенно зависят от типа прокладки: при подземном размещении их значения увеличиваются на 30–50 % по сравнению с наземным и частично заглубленным, особенно для полиэтиленовых оболочек.

3. Получены расчетные формулы для определения критических параметров, приводящих к потере статической устойчивости, включая критическое значение параметра продольной сжимающей силы и критическое внешнее давление. Показано, что потеря устойчивости происходит за счет деформации поперечного сечения как тонкостенного элемента, а не за счёт местного смятия стенок, как в тонкостенной оболочке.

4. Анализ значений частот и форм свободных колебаний тонкостенных трубопроводов большого диаметра показал, что:

– трубопроводы с параметрами тонкостенности в диапазоне значений от $1/20$ до $1/70$ обладают минимальными частотами, реализующимися при $n = 1, 2$, $m = 2, 3$, что соответствует оболочечной форме колебаний;

– увеличение давления внутри трубопровода приводит к увеличению частотных характеристик, что объясняется повышением жёсткости за счёт внутреннего давления, которое препятствует оваллизации поперечного сечения;

– с увеличением параметра длины L/r (для прямолинейного участка) или R/r (для криволинейного участка) частоты снижаются. В зависимости от форм колебаний снижение может составлять от 10 до 70 %;

– с увеличением коэффициента упругого отпора грунта k_s частота свободных колебаний увеличивается, что также свидетельствует об увеличении жёсткости трубопровода за счёт отпора грунта, который препятствует

деформации поперечного сечения трубопровода. Увеличение частоты свободных колебаний для газо- и нефтепровода составляет до 30 %;

– при увеличении параметра продольной сжимающей силы частоты для прямолинейных участков (цилиндрических оболочек) имеют сравнительно большую тенденцию снижения частот, чем на криволинейных участках;

– для тонкостенных газопроводов частотные характеристики по сравнению с нефтепроводами при одинаковых параметрах выше на 30–40 %, это объясняется вовлечением в колебательный процесс присоединённой массы жидкости нефтепровода;

– присоединённая масса грунта μ_{bj} способствует снижению частот свободных колебаний в 1,5–2 раза, обладая при этом демпфирующими свойствами, как показали расчёты, учитывать её следует не всегда. Учёт присоединённой массы грунтовой среды следует производить для слабых обводнённых грунтов, торфяников или ила с коэффициентом упругого отпора $k_s < 4,5$ МПа/м, а присоединённая масса для грунтов с коэффициентом упругого отпора $k_s > 4,5$ МПа/м не учитывается, то есть $\mu_{bj} = 0$.

5. Сформированы критерии выбора расчётной схемы, представленные в виде безразмерных параметров L^* (для цилиндрических) и R^* (для тороидальных оболочек). Эти критерии позволяют определять границу применимости решений, полученных в диссертации на основе теории оболочек, для наиболее точного определения динамических характеристик трубопроводов в зависимости от заданных нагрузок и геометрических параметров.

6. Установлено, что тороидальные оболочки обладают уникальными динамическими свойствами: их криволинейная геометрия обеспечивает стабилизирующий эффект, делающий их практически нечувствительными к продольным сжимающим силам и температурным воздействиям. Это подтверждает их эффективность в качестве компенсаторов продольных перемещений в магистральных трубопроводах.

7. Для двухслойных тороидальных оболочек показано, что увеличение толщины защитного слоя приводит не только к увеличению жесткости рассматриваемого участка, но и к росту веса конструкции, что способствует снижению частот свободных колебаний. При одинаковых условиях сталебетонные покрытия обеспечивают более значительное снижение частот (до 10 %) по сравнению со стеклопластиковыми, что обусловлено большей плотностью материала.

8. Разработан аналитический метод оценки динамической устойчивости тонкостенных трубопроводов большого диаметра с позиции замкнутых цилиндрических и тороидальных оболочек, взаимодействующих

с упругой средой. Метод базируется на основе уравнений Матъе и построения модифицированных диаграмм Айнса–Стретта, что позволяет определять границы областей динамической неустойчивости при нестационарных воздействиях пульсирующего потока. Установлено, что демпфирующие свойства упругой обводненной среды сужают эти области, особенно для лёгких оболочек (полиэтилен, тонкая сталь).

9. Анализ построенных областей динамической неустойчивости для прямолинейных и криволинейных участков трубопроводов при наземном, частично заглубленном и подземном размещении показал, что:

- главные области динамической неустойчивости реализуются при коэффициенте $i = 1$, при $\omega_{mn} = \gamma / 2$. Второстепенные области неустойчивости при $i > 1$ имеют значительно меньшую ширину и обычно перекрываются главной областью;

- с увеличением параметра продольной сжимающей силы область динамической неустойчивости расширяется и стремится занять всю свободную область графика;

- оболочки (трубы) с соотношением $h/R = 1/40 - 1/50$ более опасны с позиции динамической устойчивости, чем трубы с $h/R = 1/20$ и $1/30$. Возможность возникновения параметрического резонанса в таких задачах увеличивается за счет расширения области динамической неустойчивости и её резкого смещения вниз, в сторону уменьшения значений γ ;

- с ростом значений коэффициента упругого отпора грунтовой среды k , область динамической неустойчивости заметно сужается и смещается в сторону роста значений γ , это особенно заметно для случая подземного размещения, при котором взаимодействие грунтовой среды происходит по всей внешней поверхности трубы. Для подземного размещения область уже и выше, чем при наземном размещении, что уменьшает возможность возникновения параметрического резонанса;

- область динамической неустойчивости при фиксированных геометрических и механических параметрах для нефтепроводов значительно шире, чем для газопроводов.

10. Влияние присоединённой массы и демпфирования наиболее существенно для оболочек с малой массой. Увеличение коэффициента вязкости среды приводит к резкому снижению частот колебаний, а при достижении критических значений частоты стремятся к нулю, что приводит к существенному гашению колебаний.

11. Для подземного размещения рассмотрены и применены четыре модели давления грунта, что позволяет адаптировать расчёт к реальным условиям строительства (траншейный и бестраншейный тип). Это обеспечивает гибкость аналитических решений при их практическом применении.

12. Сравнение полученных аналитических решений с результатами других авторов, численными расчётами (МКЭ) и экспериментальными данными показало хорошую сходимость, что подтверждает достоверность и точность разработанных решений. Анализ показал, что побочные коэффициенты в системе уравнений оказывают пренебрежимо малое влияние ($<1\%$) на результат, что позволяет использовать упрощённые аналитические формулы в инженерных расчётах.

13. Результаты исследования и методы динамического расчета тонкостенных трубопроводов в виде цилиндрических и тороидальных оболочек апробированы на конференциях различного уровня, в том числе международного, приняты в ООО «Газпром ВНИИГАЗ» (Москва), для использования в учебном процессе ФГБОУ ВО «Тюменский индустриальный университет» при изучении дисциплины «Теория расчета пластин и оболочек».

СПИСОК РАБОТ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ **Публикации в изданиях из перечня рецензируемых** **научных журналов ВАК РФ**

1. Разов, И. О. Параметрические колебания и динамическая устойчивость однородных и неоднородных тороидальных оболочек в упругой среде / И. О. Разов // Вестник гражданских инженеров – 2025. – №3(110). – С. 74–83 (0,625 п.л.)

2. Разов, И. О. Колебания тороидальной оболочки-трубопровода в грунте, с учетом продольной сжимающей силы и температуры / И. О. Разов // Промышленное и гражданское строительство. – 2024. – № 11. – С. 63–71 (0,56 п.л.)

3. Разов, И. О. Параметрические колебания подземного и надземного нефтепровода / И. О. Разов, В. Г. Соколов, А. В. Дмитриев, А. В. Березнев // Архитектура, строительство, транспорт. – 2023. – № 3(105). – С. 48–60 (0,20 п.л.)

4. Разов, И. О. Определение частот свободных колебаний для подземного нефтепровода большого диаметра с учетом влияния демпфера / И. О. Разов, В. Г. Соколов, А. В. Дмитриев // Вестник гражданских инженеров. – 2022. – № 3(92). – С. 53–61 (0,56 п.л.)

5. Разов, И. О. Влияние температуры окружающей среды на частоты свободных колебаний тонкостенных магистральных газопроводов большого диаметра при надземной прокладке / И. О. Разов // Вестник гражданских инженеров. – 2022. – № 6(95). – С. 39–46 (0,5 п.л.)

6. Разов, И. О. Свободные колебания тонкостенного двухслойного трубопровода с учетом влияния продольной сжимающей силы при полупод-

земной прокладке / В. Г. Соколов, И. О. Разов, Е. И. Лободенко, С. И. Во-
лынец // Архитектура, строительство, транспорт. – 2022. – № 2. – С. 47–57
(0,69 п.л.)

7. Разов, И. О. Свободные колебания тонкостенного криволинейного
участка магистрального нефтепровода при наземной прокладке / В. Г. Со-
колов, И. О. Разов, Т. В. Мальцева // Транспортные сооружения. – 2021. –
Т. 8, № 4. – С. 1–20 (1,31 п.л.)

8. Разов, И. О. Свободные колебания тонкостенного криволинейного
участка магистрального газопровода при наземной прокладке / В. Г. Соко-
лов, И. О. Разов // Вестник евразийской науки. – 2021. – Т. 13, № 2. – С. 1–10
(0,63 п.л.)

9. Разов, И. О. Исследование свободных колебаний тонкостенных по-
лимерных прямолинейных трубопроводов большого диаметра при полу-
подземной прокладке / И. О. Разов, С. И. Волынец, Е. А. Жайсамбаев // Вестник евразийской науки. – 2020. – Т. 12, № 3. – С. 10 (0,63 п.л.)

10. Разов, И. О. Исследование свободных колебаний тонкостенных
прямолинейных газопроводов большого диаметра при полуподземной про-
кладке / В. Г. Соколов, И. О. Разов, С. И. Волынец // Вестник гражданских
инженеров. – 2019. – № 6(77). – С. 149–156 (0,5 п.л.)

11. Разов, И. О. Исследование частот свободных колебаний полиэти-
леновых магистральных газопроводов, уложенных на грунт / И. О. Разов,
В. Г. Соколов, О. В. Ашихмин [и др.] // Промышленное и гражданское стро-
ительство. – 2017. – № 10. – С. 45–50 (0,38 п.л.)

12. Разов, И. О. Влияние параметра тонкостенности поперечного сече-
ния на параметрические колебания магистральных нефте и газопроводов
при наземной прокладке / В. Г. Соколов, И. О. Разов, В. В. Пассек // Про-
мышленное и гражданское строительство. – 2017. – № 12. – С. 92–96
(0,32 п.л.)

13. Разов, И. О. Свободные колебания тонкостенных газопроводов
большого диаметра при полуподземной прокладке / В. Г. Соколов, И. О. Ра-
зов // Вестник гражданских инженеров. – 2016. – № 6(59). – С. 114–120
(0,43 п.л.)

14. Разов, И. О. Напряжения и перемещения на контактной поверхно-
сти наземного трубопровода большого диаметра / И. О. Разов // Вестник
гражданских инженеров. – 2015. – № 3(50). – С. 105–108 (0,25 п.л.)

15. Соколов, В. Г. Свободные колебания и статическая устойчивость
нефтепровода большого диаметра с учетом потока жидкости, продольной
сжимающей силы и упругого основания / В. Г. Соколов, И. О. Разов // Вест-
ник гражданских инженеров. – 2014. – № 1(42). – С. 49–53 (0,31 п.л.)

16. Соколов, В. Г. Параметрические колебания и динамическая устойчивость магистральных газопроводов при наземной прокладке / В. Г. Соколов, И. О. Разов // Вестник гражданских инженеров. – 2014. – № 2(43). – С. 65–68 (0,25 п.л.)

17. Разов, И. О. Параметрические колебания и динамическая устойчивость магистральных нефтепроводов большого диаметра при наземной прокладке / И. О. Разов // Вестник гражданских инженеров. – 2014. – № 4(45). – С. 58–62 (0,31 п.л.)

18. Соколов, В. Г. Свободные колебания наземных газопроводов, обжатых продольной силой, с учетом упругого основания грунта / В. Г. Соколов, И. О. Разов // Вестник гражданских инженеров. – 2013. – № 1(36). – С. 29–31 (0,19 п.л.)

19. Разов, И. О. Исследование свободных колебаний наземных тонкостенных газопроводов большого диаметра / И. О. Разов // Вестник гражданских инженеров. – 2013. – № 4(39). – С. 100–104 (0,31 п.л.)

Научные статьи, опубликованные в зарубежных изданиях, входящих в международные реферативные базы данных и системы цитирования Scopus/Web of Science

20. Razov, I. Parametric vibrations of the underground oil pipeline / I. Razov, V. Sokolov, A. Dmitriev, Ju. Ogorodnova / E3s web of conferences, 25–27 May 2022. Vol. 363. – EDP Sciences: EDP Sciences, 2022. – Pp. 1–10 (0,68 п.л.)

21. Sokolov, V. Influence of the length parameter of an underground oil pipeline on the frequency of free oscillation / V. Sokolov, I. Razov, A. Dmitriev // E3S Web of Conferences, 2019, Moscow, 20–22.11.2019. Vol. 164. – Moscow: EDP Sciences, 2020. – Pp. 1–10. (0,63 п.л.)

22. Razov, I. Free oscillations of semi-underground trunk thin-wall oil pipelines of big diameter / V. Sokolov, I. Razov // Advances in Intelligent Systems and Computing, vol 982. – Springer, Cham., 2020. – Pp. 615–627 (0,81 п.л.)

23. Sokolov, V. Influence of the stiffness coefficient of an elastic foundation on the frequency of free oscillations of polyethylene pipes in a semi-underground laying / V. Sokolov, I. Razov, S. Volinets // E3S Web of Conferences, Vol. 97. – Tashkent: EDP Sciences, 2019. – Pp. 1–5 (0,31 п.л.)

24. Razov, I. Investigation of the frequencies of free oscillations of the above-ground main pipelines depending on the type of fastening / V. Sokolov, I. Razov, E. Koinov and A. Korkishko // MATEC Web Conf., 193 (2018) 02033. – Pp. 1–10 (0,63 п.л.)

25. Razov, I. Free vibrations of thin-walled semi-underground main gas pipelines of large diameter, with the attached ground mass / V. Sokolov, I. Razov // MATEC Web of Conferences, 2017, vol. 106. – Pp. 1–11 (0,68 п.л.)

26. Razov, I. Effect of internal pressure on parametric vibrations and dynamic stability of thin-walled ground pipeline larger diameter connect with elastic foundation / Sokolov V., Razov I., Ogorodnova Y. // MATEC Web of Conferences, 2016, vol. 73. – Pp. 1–11 (0,68 п.л.)

Монографии

27. Разов, И.О. Аналитические методы расчета динамических характеристик прямолинейных тонкостенных трубопроводов большого диаметра при наземной прокладке / И. О. Разов, В. Г. Соколов, А. Н. Коркишко, А. Н. Ермолаев. – Москва: Общество с ограниченной ответственностью «КОНВЕРТ», 2019. – 128 с. – ISBN 978-5-6043840-6-0. – EDN RNRTBO. (8 п.л.)

В других печатных изданиях РИНЦ

В других печатных изданиях опубликовано 14 статей РИНЦ по теме диссертации.

Подписано к печати 20.02.2026. Формат 60×84 ¹/₁₆. Бумага офсетная.

Усл. печ. л. 2,3. Тираж 150 экз. Заказ 14.

Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет.
190005, Санкт-Петербург, 2-я Красноармейская ул., д. 4.

Отпечатано на МФУ. 198095, Санкт-Петербург, ул. Розенштейна, д. 32, лит. А.

