

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
АРХИТЕКТУРНО-СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

На правах рукописи

КАМЕНЕВ ИВАН ВЛАДИМИРОВИЧ

**НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ
ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ИЗ ПЕРЕКРЕСТНО-КЛЕЕНОЙ
ДРЕВЕСИНЫ**

Специальность 2.1.1. Строительные конструкции, здания и сооружения

Диссертация

на соискание ученой степени кандидата технических наук

Научный руководитель:
доктор технических наук,
профессор А.Г. Черных

Санкт-Петербург – 2024

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
ГЛАВА 1. АНАЛИЗ СОСТОЯНИЯ ВОПРОСА И ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ИЗ ДПК.....	11
1.1 Криволинейные конструкции из древесины	11
1.2 Обзор современных материалов из древесины.....	21
1.3 ДПК как конструкционный материал	24
1.4 Исследование НДС оболочечных конструкций.....	27
1.5 Выводы по первой главе.....	33
ГЛАВА 2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ АНАЛИЗА НАПРЯЖЕННО- ДЕФОРМИРОВАНИЯ СОСТОЯНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК СТУПЕНЧАТО ПЕРЕМЕННОЙ ТОЛЩИНЫ ИЗ ДПК.....	35
2.1 Общие замечания. Исходные гипотезы	35
2.2 Математическая модель напряженно-деформированного состояния гладких многослойных оболочечных конструкций	36
2.3 Математическая модель напряженно-деформированного состояния многослойных оболочечных конструкций, подкрепленных ребрами жесткости	45
2.4 Математическая модель напряженно-деформированного состояния многослойных оболочечных конструкций, ослабленных вырезами	49
2.5 Математическая модель напряженно-деформированного состояния многослойных оболочечных конструкций ступенчато-переменной толщины ...	52
2.6 Исследование прочности многослойных оболочек из перекрестно-клееной древесины.....	53
2.7 Алгоритм исследования математической модели НДС оболочечной конструкции	55
2.8 Метод анализа НДС цилиндрических оболочек из ДПК.....	60
2.9 Выводы по второй главе.....	61

ГЛАВА 3. ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЧНОСТИ И УСТОЙЧИВОСТИ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ИЗ ДПК ПРИ ПОМОЩИ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА	63
3.1 Разработка программного продукта для ЭВМ для исследования НДС цилиндрических оболочек из ДПК	63
3.2 Верификация математической модели исследования НДС цилиндрических оболочек из ДПК	67
3.3 Влияние ребер и вырезов на прочность цилиндрических оболочек из ДПК	80
3.4 Влияние числа слоев и ориентации волокон ДПК-панели на прочность и устойчивость цилиндрической оболочки	88
3.5 Выводы по третьей главе	94
ГЛАВА 4. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ФРАГМЕНТА СЕГМЕНТНОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ ИЗ ДПК.....	97
4.1 Методика проведения эксперимента	97
4.2 Предварительное испытание сегментной оболочки из ДПК	99
4.2.1 Сборка сегментной оболочки из ДПК	100
4.2.2 Испытания модели цилиндрической оболочки на несущую способность	103
4.2.3 Анализ результатов эксперимента	109
4.3 Контрольное испытание	112
4.3.1 Сегментная оболочка из ДПК.....	112
4.3.2 Испытание модели цилиндрической оболочки на несущую способность	115
4.3.3 Анализ результатов эксперимента	121
4.4 Выводы по четвертой главе	123
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	124
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	126
ПРИЛОЖЕНИЕ 1	140
ПРИЛОЖЕНИЕ 2	141
ПРИЛОЖЕНИЕ 3	143

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы исследования.

Древесина является единственным возобновляемым конструкционным материалом, применяющимся в строительстве на протяжении тысячелетий. Современная тенденция «зеленого строительства» способствует ускорению развития деревянного строительства, в том числе и появлению новых конструкционных материалов из древесины, по своим параметрам близким или даже превосходящим некоторые традиционные материалы. Так, древесина перекрестно клееная (ДПК, от англ. CLT, cross-laminated timber), к основным преимуществам которой можно отнести низкую теплопроводность, высокое шумопоглощение, легкий вес и высокую прочность, уже применяется при возведении жилых и общественных зданий, в том числе и многоэтажных. При этом, благодаря своим характеристикам, ДПК позволяет создавать тонкие и при этом прочные покрытия, в том числе и криволинейные, такие как оболочки. Подобные конструкции уже появились в Японии, Швейцарии и Германии.

Несмотря на растущую популярность, на текущий момент отсутствуют методики расчета конструкций из этого материала, особенно это касается криволинейных элементов. Таким образом, разработка математических моделей напряженно-деформированного состояния цилиндрических оболочек из ДПК, исследование прочности и устойчивости, а также рекомендации по их проектированию являются актуальными задачами.

Степень разработанности темы исследования.

Большой вклад в исследование работы ДПК-панелей внесли работы Лабудина Б. В., Туркова А. В., Погорельцева А. А., Турковского С.Б., Knippers J., Aicher S. и других. Wood D, Bechert S. и Knippers J рассматривают применение ДПК для проектирования криволинейных конструкций, в том числе оболочек двойной кривизны из трехслойных сегментов, а также изогнутых панели из ДПК для сооружения покрытий зданий и сооружений. В работах Maderebner R. и Kraler A.

экспериментально исследуется прочность 5-слойных и 9-слойных криволинейных панелей из ДПК.

Scheder-Bieschin L., Claus M. и Aicher S, а также специалисты японского центра жилищного строительства предлагают различные способы соединения сегментов цилиндрических оболочек.

В теорию оболочек большой вклад внесли работы Вольмира А. С., Гольденвейзера А. Л., Лурье А. И., Муштари Х. М., Новожилова В. В., Товстика П. Е., Черных К. Ф. и многих других. Развитие нелинейной теории оболочек положили Власов В. З., Петров В. В., Григолюк Э. И., Милейковский И.Е., Трушин С.И., Карпов В. В., Крысько В. А., Михайлов Б. К., Пятикрестовский К. П.

В работах Бакулина В. Н., Головой Т. А., Карпова В. В., Кондратьевой Л. Н. исследуется НДС многослойных оболочечных конструкций. В ряде работ немецких авторов, таких как Bechert S., Knippres J. и Scheder-Bieschin L., рассматривается проектирование оболочек двойкой кривизны из трехслойных сегментов, а также изогнутые панели из ДПК для сооружения покрытий зданий и сооружений.

Цель исследования – экспериментально-теоретическое обоснование применения ДПК в качестве строительного материала для цилиндрических оболочек ступенчато-переменной толщины с развитием методов расчета НДС многослойных цилиндрических оболочек ступенчато-переменной толщины из ДПК при статических воздействиях.

Задачи исследования:

1. анализ состояния вопроса в области НДС оболочечных конструкций;
2. разработка математической модели напряженно-деформированного состояния многослойных ортотропных цилиндрических оболочек из перекрестно-клееной древесины с учетом геометрической нелинейности, наличия ребер жесткости и вырезов произвольной формы для статического нагружения; разработка программного продукта, реализующего алгоритм исследования разработанной математической модели;

3. исследование и анализ влияния числа слоев и ориентации волокон в них на устойчивость и прочность цилиндрических оболочек из ДПК при помощи вычислительного эксперимента;
4. экспериментальное исследование прочности и устойчивости элемента сегментной цилиндрической оболочки из ДПК под воздействием статического нагружения;
5. разработка рекомендаций по проектированию и расчету НДС цилиндрических оболочек ступенчато-переменной толщины, выполненных из ДПК.

Объект исследования – тонкостенные многослойные цилиндрические оболочки из перекрестно-клееной древесины ступенчато-переменной толщины с шарнирно-неподвижным закреплением контура, находящиеся под воздействием вертикально-ориентированной равномерно-распределенной статической нагрузки.

Предмет исследования – напряженно-деформированное состояние многослойных цилиндрических оболочек из ДПК ступенчато-переменной толщины при статическом нагружении.

Область исследования соответствует паспорту научной специальности ВАК: 2.1.1. Строительные конструкции, здания и сооружения, пункт 1 «Построение и развитие теории, аналитических и вычислительных методов расчёта механической безопасности и огнестойкости, рационального проектирования и оптимизации конструкций и конструктивных систем зданий и сооружений» и пункт 3 «Развитие теории и методов оценки напряжённого состояния, живучести, риска, надёжности, остаточного ресурса и сроков службы строительных конструкций, зданий и сооружений, в том числе при чрезвычайных ситуациях, особых и запроектных воздействиях, обоснование критериев приемлемого уровня безопасности». [53]

Научная новизна заключается в том, что:

1. разработана математическая модель напряженно-деформированного состояния ортотропных многослойных цилиндрических оболочек, ослабленных вырезами произвольной формы и подкрепленных ребрами с учетом их сдвиговой и

крутильной жесткости, учитывающая геометрическую нелинейность и поперечные сдвиги, для конструкций под воздействием статической нагрузки;

2. предложен метод расчета цилиндрических оболочек ступенчато-переменной толщины из ДПК, основанный на применении разработанной математической модели и совместном использовании критериев прочности Ашкенази Е. К. и максимальных напряжений.

3. установлены зависимости устойчивости и прочности цилиндрической оболочки из ДПК от числа слоев и ориентации волокон древесины, подтвержденные экспериментальными данными несущей способности элемента сегментной цилиндрической оболочки из ДПК при статическом нагружении на изгиб.

Теоретическая значимость состоит в развитии методов расчета цилиндрических оболочек из ДПК, заключающемся в построении уточненной модели исследования НДС таких конструкций с учетом послойного анализа прочности оболочек, дискретного влияния вырезов и сдвиговой и крутильной жесткости ребер, а также геометрической нелинейности.

Практическая значимость заключается в том, что:

1. разработан метод расчета цилиндрических оболочек из ДПК ступенчато-переменной толщины для расчета их несущей способности;
2. разработана программа для ЭВМ «PerfStiffShell: Calculation of perforated and stiffened shells», позволяющая проводить анализ напряженно-деформированного состояния многослойных цилиндрических оболочек из ортотропных материалов, в том числе и из перекрестно-клееной древесины (свидетельство о регистрации в реестре программ для ЭВМ № 2021613035);
3. предложены рекомендации по проектированию и расчету НДС цилиндрических оболочек ступенчато-переменной толщины, выполненных из ДПК.

Методология и методы исследования

1. Метод Ритца, который позволяет свести задачу поиска минимума функционала к решению системы нелинейных алгебраических уравнений.

2. Метод Ньютона, который для решения нелинейных систем алгебраических уравнений.

3. Исследования отечественных и зарубежных ученых в области строительной механики, программирования, математики.

4. Экспериментальные исследования.

Положения, выносимые на защиту:

1. математическая модель деформирования многослойных ортотропных цилиндрических оболочек в виде функционала полной потенциальной энергии деформации конструкции, позволяющая учитывать ортотропию материала, геометрическую нелинейность, поперечные сдвиги, введение ребер и вырезов;
2. метод исследования НДС цилиндрических оболочек из ДПК ступенчато-переменной толщины;
3. зависимости устойчивости и прочности цилиндрических оболочек из ДПК от числа слоев и ориентации волокон древесины;
4. результаты экспериментального исследования элемента сегментной оболочки, находящейся под воздействием статического нагружения.

Степень достоверности результатов обеспечивается использованием апробированных методов вычислительной математики и строительной механики, а также гипотезах теории оболочек; сравнении результатов расчетов тестовых задач с результатами, полученными при использовании метода конечных элементов в программном комплексе «Лира-САПР»; результатами натурального эксперимента; подтверждена публикациями в рецензируемых изданиях, рекомендованных ВАК, а также в издании, индексируемом в международной базе научного цитирования Scopus.

Апробация результатов исследования:

Основные положения диссертационной работы докладывались и обсуждались на всероссийских и международных научно-практических конференциях:

1. 12-я Международная конференция «Актуальные проблемы архитектуры и строительства», СПбГАСУ, 25-26 ноября 2020;
2. 11-я Международная научно-практическая конференция «Инновации в деревянном строительстве», Санкт-Петербург, СПбГАСУ, 22-23 апреля 2021;

3. LXXV Научно-практическая конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Актуальные проблемы современного строительства», СПбГАСУ, 11-14 октября 2022.
4. Национальная (всероссийская) научно-техническая конференция «Перспективы современного строительства», СПбГАСУ, 10-13 апреля 2023.
5. XII Международная научно-практическая конференция «Инновации в деревянном строительстве», СПбГАСУ, 20-22 апреля 2023 г.

Личный вклад соискателя в получении результатов, изложенных в диссертации, заключается в анализе разработанности темы исследования; разработке математической модели напряженно-деформированного состояния цилиндрических оболочек ступенчато-переменной толщины из перекрестно-клееной древесины при шарнирно-неподвижном закреплении контура для статического нагружения; разработке метода оценки напряженно-деформированного состояния цилиндрических оболочек ступенчато-переменной толщины из перекрестно-клееной древесины при статическом нагружении; анализе влияния числа слоев и ориентации волокон древесины в цилиндрических оболочках из перекрестно-клееной древесины на их несущую способность; получении и анализе результатов экспериментального исследования фрагмента сегментной цилиндрической оболочки из перекрестно-клееной древесины, находящейся под воздействием статического нагружения; разработке рекомендаций по проектированию цилиндрических оболочек из перекрестно-клееной древесины.

Публикации:

Материалы диссертационного исследования опубликованы в 11 печатных работах общим объемом 5,21 п.л., в том числе 6 работ опубликованы в изданиях, входящих в перечень ведущих рецензируемых научных журналов, утвержденный ВАК РФ, 1 работа опубликована в издании, индексируемом международной системой цитирования Scopus.

Внедрение научных результатов диссертации:

1. Результаты исследований внедрены в практической области в проектную деятельность АО «НПП «Радар ММС» (г. Санкт-Петербург) при разработке и изготовлении испытательных поворотных стендов для проверки и настройки магнитометрических систем и приемо-передающих комплексов, о чем получен соответствующий Акт о внедрении.

2. Теоретические положения, полученные при выполнении диссертационной работы, используются кафедрой металлических и деревянных конструкций ФГБОУ ВО «СПбГАСУ» (г. Санкт-Петербург) в спецкурсе по проектированию металлических и деревянных конструкций (для обучающихся по программе подготовки по специальностям 08.03.01 «Строительство» и 08.05.01 «Строительство уникальных зданий и сооружений»), о чем получен соответствующий Акт о внедрении.

Структура и объем работы:

Диссертационное исследование включает введение, 4 главы с выводами по каждой из них, заключение, список литературы и приложения. Объем диссертационного исследования составляет 203 страницы машинописного текста, включая 82 рисунка и 17 таблиц. Список литературы состоит из 111 источников, в том числе 37 – на иностранных языках.

ГЛАВА 1. АНАЛИЗ СОСТОЯНИЯ ВОПРОСА И ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ИЗ ДПК

1.1 Криволинейные конструкции из древесины

Деревянные купольные дощато-гвоздевые покрытия получили активное развитие в начале XX века [35]. Первым в России куполом из древесины был манеж животноводства на Всесоюзной сельскохозяйственной выставке в Москве (рисунок 1.1). Конструкция представляла собой сферическую оболочку из ребер, а также кольцевых и косых настилов по ним. Для создания оболочки использовались 2-3 слоя досок для настила и 3-4 слоя изогнутых досок для ребер, которые были соединены гвоздями.

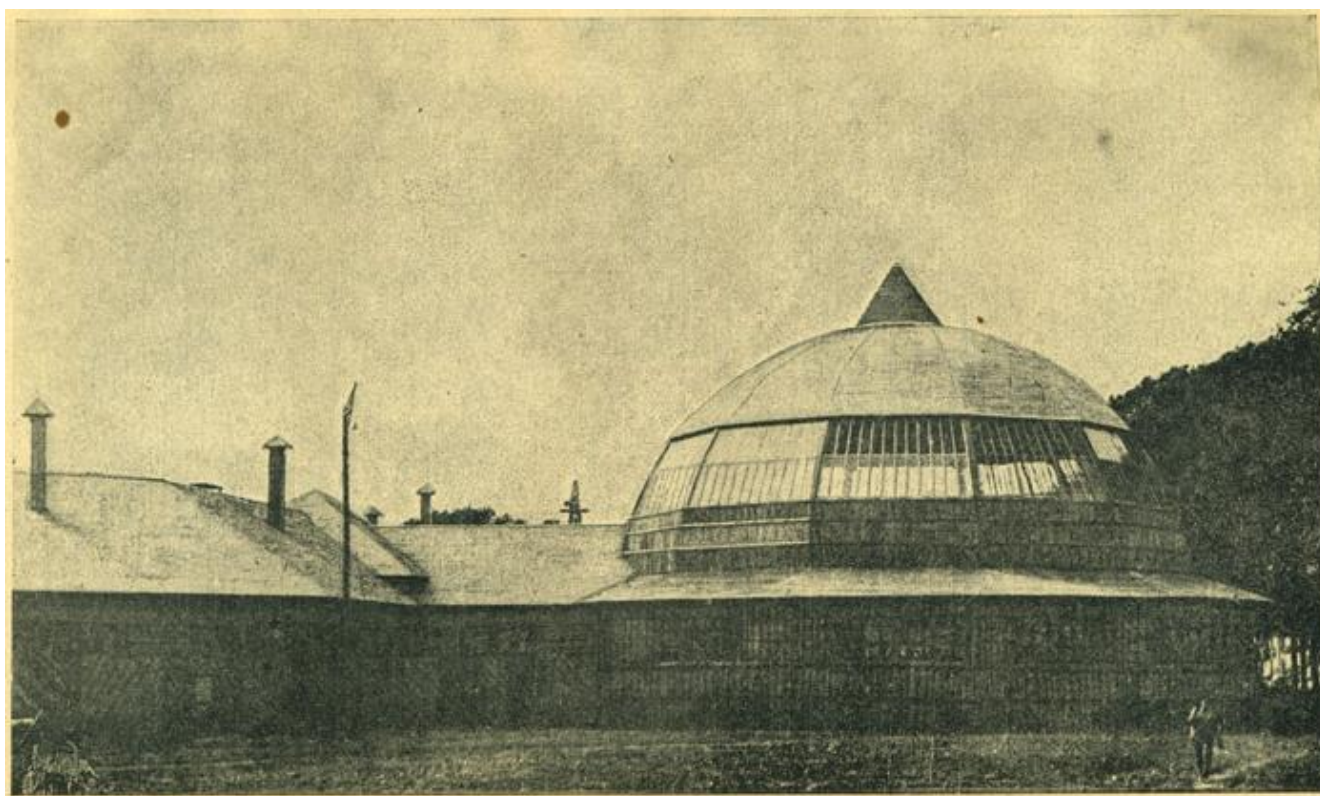


Рисунок 1.1. Купол манежа животноводства

Сферические оболочки в массе своей возводились в качестве куполов цирковых сооружений, выставочных залов, а также производственных сооружений – заводы и комбинаты.

В тот же период времени деревянные купола строились в зарубежных странах. Одним из примеров можно считать сетчатую оболочку купольного покрытия спортзала в Солт-Лейк Сити диаметром 105 метров и стрелой подъема 35 метров (рисунок 1.2). Также к подобным конструкциям можно отнести ангар №2 в Калифорнии, США. Сооружение, предназначенное для размещения самолетов, построено еще в 1943 году. Это здание до сих пор является одним из самых больших пространственных сооружений – длина покрытия 327 метров, ширина – 90, высота – 52 [72].



Рисунок 1.2. Сетчатая оболочка купола спортзала в Соль-Лейк Сити

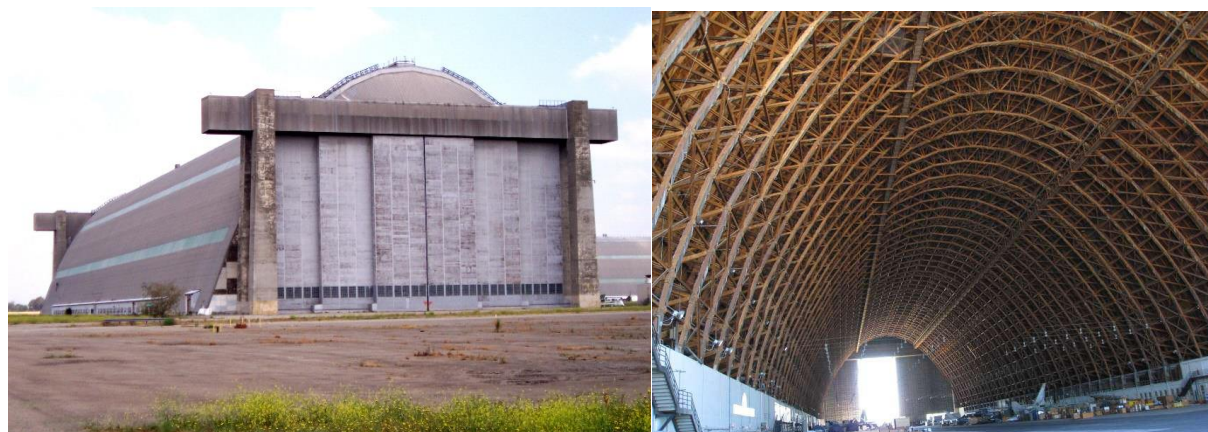


Рисунок 1.3. Ангар №2 в Калифорнии, США

В настоящее время технологии деревянного строительства позволяют реализовывать архитектурные решения, подразумевающие применение конструкций гораздо более сложной формы [79, 80, 81, 98, 109].

Одним из примеров подобных конструкций можно считать башню в немецком городе Урбах, спроектированную и построенную Штутгартским университетом специально для выставки садового искусства в рамках проекта «16 Башен» (рисунок 1.4) [80]. Башня состоит из криволинейных панелей, выполненных из двухслойных CLT-панелей.



Рисунок 1.4. Башня Урбаха

Кривизна панелей достигается их изготовлением при влажности 22% с последующей сушкой до 11%. Применение данной методики позволяет создать кривизну, перпендикулярную продольному направлению внешнего слоя. Коэффициент достигаемой кривизны зависит от породы древесины и ее качества, типа распила и соотношения толщины слоев (рисунок 1.5).



Рисунок 1.5. Панели башни Урбаха

Каждая деталь башни программировалась индивидуально. Сами детали вырезались на станке с ЧПУ и соединялись винтами. Расположение соединений оптимизировано таким образом, чтобы уменьшить их влияние на общее поведение конструкции, при этом учитываются производственные ограничения, накладываемые на CLT-панели. Оптимизация достигается генерации потенциального расположения компонентов на заготовках. Полученная смеха соединения отображается на трехмерной модели башни, где она проходит структурный анализ, а расположение соединений оптимизируется с учетом минимизации напряжений.

Элементы башни вырезались из пятислойных плит 15 метров в длину и толщиной 90 мм (10-30-10-30-10 мм). За счет разработанной авторами проекта технологии самоформирования древесины был достигнут радиус кривизны 2.4 метра. Спроектированную таким образом 14-метровую башню собрали 4 человека всего за 1 день.

Сегментные оболочки в настоящее время являются востребованными конструкциями покрытия. Зачастую их архитектурная форма повторяет криволинейные формы, встречающиеся в живой природе, такие как панцири животных и насекомых. Они состоят из соединенных вместе заранее изготовленных пластин. Примером такой конструкции служит проект, также

разработанный сотрудниками Штутгартского университета, представленный в городе Гмюнд. Павильон Landesgartenschau представляет собой оболочечную конструкцию, напоминающую по форме арахисовую скорлупу (рисунок 1.6) [98]. Форма элементов конструкции также программировалась, впоследствии пластины выпиливались на роботизированном станке. Для соединения буковых фанерных пластин, толщиной 5 сантиметров каждая, применяются винтовые соединения. Авторы предлагают данный способ соединения как позволяющий увеличить жесткость всей конструкции.



Рисунок 1.6. Павильон Landesgartenschau

Отдельно стоит отметить наличие зазоров между элементами оболочки. Авторы объясняют их наличие такими факторами, как компенсация отклонения размеров, вызванное изготовлением или влагой, и создание буферных зон для облегчения позиционирования плит в соответствии с заданной геометрией. Таким образом, в процессе изготовления элементов была заложена ширина зазоров 1 мм.

В качестве еще одного примера сегментной оболочки можно привести павильон *Buga*, построенный на садовой выставке в немецком Хайльбронне [79]. Для проектирования и возведения данного сооружения также применялись цифровые технологии, все этапы производства полностью роботизированы. Павильон представляет собой 7-метровый навес, прообразом которого послужил панцирь морского ежа (рисунок 1.7). Конструкция выполнена как область пересечения 4 эллипсоидов, геометрия сооружения определяется их размерами и кривизной. Такой подход к моделированию оболочки позволяет многократно варьировать ее форму, позволяя спроектировать мембранную конструкцию, в значительной степени свободной от изгибающих моментов при нулевой нагрузке.



Рисунок 1.7. Павильон *Buga*

Сегменты оболочки представляют собой четыре-, пяти-, шести-, и семиугольные в плане полые кассеты. Кассеты выполнены из LVL-бруса и состоят из двух накладных пластин, приклеенных на краевые балки, которые между собой не соединяются. В отличие от однослойных систем подобная конструкция позволяет оптимизировать не только геометрию элементов, но и размер отдельных частей. В частности, все 376 элементов, из которых состоит оболочка, можно по

форме и граничным условиям разделить на 4 типа: фундаментные, арочные, оболочечные и кромочные. Нижний сегмент каждой кассеты имеет отверстие для соединения элементов во время сборки конструкции. Такой подход позволяет при необходимости разобрать оболочку и заново возвести ее в другом месте.

Как и в случае с описанной выше башней Урбаха, сегментированный подход с использованием заводского изготовления элементов позволил собрать павильон за 10 дней всего лишь двумя людьми.

Сегментные оболочечные конструкции возводятся также и из CLT-панелей. Примером такой конструкции может служить павильон, возведенный техническим университетом Кайзерслаутерна (рисунок 1.8). Деревянная конструкция пролетом 12 метров достигает в высоту 4 метров и образует форму купола, из которого выступают три больших арочных крыла, соединенных с фундаментом. Оболочка собрана из 229 панелей толщиной 10 сантиметров, ширина каждой панели не превышает 60 сантиметров, что позволяет возводить подобные конструкции из отходов, неизбежно возникающих при производстве стеновых элементов многоэтажных зданий. Поскольку компоненты конструкции по большей части подвержены сжатию и лишь небольшому изгибу, на возведение конструкции требуется меньше материала.

Для определения формы составляющих купол панелей также потребовалось математическое моделирование, позволившее создать уникальные пяти-, шести- и семиугольную форму для элементов конструкции. После изготовления смежные панели соединяются с помощью вклеенных буковых дюбелей и фанерных соединений типа «Ласточкин хвост», выбранные в силу их способности воспринимать растягивающие и поперечные силы, которые неизбежно возникнут при перемещении смежных поверхностей в одной плоскости, а также по причине бесшовного соединения элементов, что также улучшает эстетический облик конструкции. Весь цикл создания купола занял 8 недель, а изготовление и сборка – 8 дней [51].



Рисунок 1.8. Павильон технического университета Кайзерслаутерна

Еще одним примером сегментной оболочки, выполненной из CLT-панелей, является крыша строящегося офиса Лесной ассоциации в японском Нанао (рисунок 1.9) [111]. Конструкция покрытия выполнена из 4 цилиндрических панелей. Каждая панель собрана из 6 пятислойных CLT-плит толщиной 150 мм. Края плит обрезались с целью придания им трапециевидной формы для состыковки под заранее определенным углом. Тем самым происходит аппроксимация криволинейной дуги цилиндрической оболочки, высокая точность которой достигается 6 панелями, участвующими в аппроксимации.



Северо-западная сторона



Восточная сторона



Ход строительства

Рисунок 1.9. Офис Лесной ассоциации в Наньо

Края панелей между собой соединялись на коннекторы специальной угловой формы с применением болтов, вставленных в заранее врезанные в ортогональные слои стержни (рисунок 1.10).

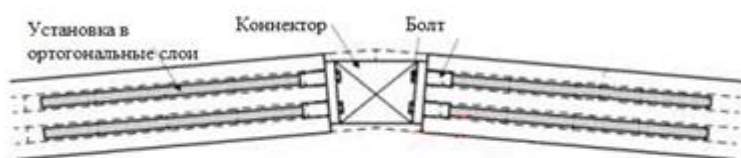


Рисунок 1.10. Соединение CLT-панелей под углом с помощью коннектора

Примером успешного применения поперечно-клееной древесины в качестве криволинейного покрытия также может служить здание слоновника в швейцарском Цюрихе пролетом 64 метра (рисунок 1.11) [86].



Рисунок 1.11. Крыша слоновника в Цюрихе

Крыша данного сооружения представляет собой пологую оболочку двойной кривизны и перекрывает площадь 8400 м^2 . Для сооружения конструкции использовались гнутые трехслойные панели, закрепленные саморезами. В конструкции на месте сделано 271 отверстие под окна (рисунок 1.12). Суммарный вес получившейся конструкции составляет 1500 тонн.



Рисунок 1.12. Оболочка слоновника в Цюрихе изнутри

Таким образом, можно резюмировать, что в настоящее время использование криволинейных конструкций из древесины становится все более востребованным. В частности, применение CLT-панелей в качестве материала для конструкций покрытия получает распространение по всему миру, причем как в виде цилиндрических оболочек, так и пологих оболочек двойкой кривизны. В связи с большим пролетом конструкций покрытия применяется сегментный подход для возведения оболочек.

1.2 Обзор современных материалов из древесины

Ввиду теплотехнических, механических и физических свойств, таких как теплопроводность, шумопоглощение, легкий вес и высокая прочность, материалы из древесины часто применяются в строительстве. Между тем, необходимо учитывать, что развитие строительной отрасли приводит к необходимости возведения перекрытий и покрытий пролетов, для сооружения которых пиломатериалы или круглые лесоматериалы в качестве готовых покрытий уже не подойдут в силу ограничений, накладываемых на строительные конструкции, состоящие из цельной древесины. К подобным ограничениям относятся такие факторы, как размеры растущего дерева, технологические ограничения по обработке и транспортировке и другие. Для реализации этого запроса были разработаны материалы из древесины с сечением, превышающем «природный» сортамент древесины (рисунок 1.13) [64].



Рисунок 1.13. Новые строительные материалы из древесины

Одним из наиболее распространенных на западе материалов являются панели из перекрестно-клееной древесины (CLT-панели). По толщине такие панели могут варьироваться от 6 до 40 сантиметров, в длину достигать 24 метров, в ширину – до 3.5 метров. Высушенные при влажности $12\pm 2\%$, пиломатериалы строгают и сращивают по длине ламели на клеевой шип. Склеивание в панель осуществляется с помощью полиуретановых или меламиновых клеев как под гидростатическим давлением, так и вакуумным способом, которым можно также изготавливать изогнутые элементы [107]. Альтернативные склеиванию методы, такие как скрепление ламелей алюминиевыми гвоздями или металлическими скобами, не получили широкого распространения из-за низкого сопротивления горению. К преимуществам CLT-панелей можно отнести пожаробезопасность, стабильность геометрических размеров, небольшой вес (относительно кирпича, бетона и бруса), сопротивляемость как статическим, так и динамическим нагрузкам, а также возможность изготовления конструкций неограниченных габаритов и экологичность. К недостаткам – высокую стоимость, необходимость утепления для холодных регионов. [64]

Структурно-изоляционная панель (CIP) состоит из двух плит – ориентировано-стружечных или цементно-стружечных, между которыми находится наполнитель (минеральная вата, пенополистирол, пенополиуретан,

стекловолокно). К достоинствам SIP-панелей можно отнести хорошую тепло- и шумоизоляцию, высокую огнестойкость, небольшой вес конструкции, высокая скорость возведения, доступная цена. К недостаткам – необходимость точной сборки, обеспечения герметичности, низкая несущая способность. Ввиду высокой стойкости к влиянию внешних сред данный материал активно применяется при возведении несущих конструкций в малоэтажном строительстве (как правило каркасных домов частного сектора).

Помимо клееных деревянных конструкций, которые используют пиломатериалы в качестве армирующих элементов, также применяются древесно-композитные конструкционные материалы (ДПК), объединенные под названием SCL (Structural Composite Lumber). Сюда относят LVL-брус (Laminated Veneer Lumber) - брус, склеенный из листов однонаправленного лущеного шпона, а также вариации данной технологии - LSL, PSL и OSL. SCL обладает такими преимуществами, как высокая прочность, однородность свойств и характеристик по объему, стабильность структуры, отсутствие усадки, долговечность и небольшой вес [64]. В силу своих преимуществ данные материалы применяются в качестве стержневых элементов рам, ферм, балок, а также плитных конструкций.

МНМ-панели (Massiv-Holz-Mauer) изготавливаются из высушенных досок хвойных пород, соединенных стыковкой по боковым кромкам. По аналогии с CLT, панель состоит из нескольких разнонаправленных слоев, но скрепленных не клеем, а алюминиевыми гвоздями, тем самым конструкции считаются более экологичными, чем выполненные из CLT-панелей. МНМ-панели обладают всеми преимуществами и недостатками CLT-панелей, за исключением огнестойкости. Также как и CLT, МНМ-панели применяются при возведении индивидуальной жилой недвижимости, многоквартирных и многоэтажных домов, а также нежилых помещений и социальных объектов.

Одним из последних материалов с использованием древесины, пока что не получившим широкого распространения, является FLAM (Fungal line adhesive material) – вязкое вещество из разбавленных в уксусной кислоте целлюлозы и полиацетилглюкозамине (хитин ракообразных и насекомых), используемое в 3D-

печати [104]. Себестоимость материала в силу доступности состава сравнима с пластиками, а скорость печати составляет 2.8 мл/с. К преимуществам относительно нового материала (разработанному в 2018-м году) также относится высокая экологичность, легкий вес, высокая прочность и вариативность использования за счет возможности изготовления элементов произвольной формы. Данные факторы, по мнению авторов исследования, позволят применять FLAM в качестве как конструкций покрытия, так и при возведении ограждающих элементов зданий.

1.3 ДПК как конструкционный материал

Исходными материалами для перекрестно-клееной древесины является, во-первых, основной материал – дерево в виде досок, а во-вторых – все дальнейшие разработки с ними – ламели, соединенные зубчато-клиновым способом, послойные панели, которые изготавливаются путем склеивания и прессования, а в-третьих – сам клей (рисунок 1.14). CLT как правило изготавливается из древесины хвойных пород, в основном из ели и сосны. Для особых случаев по эстетическим и механическим причинам могут применяться лиственные породы – бук, ясень, дуб, тополь. [66].



Рисунок 1.14. Пятислойная плита из ДПК

В качестве класса жесткости применяется как правило используется С27. Для поперечных слоев можно привлекать С16 и С18, что дает лучшее соотношение цена-качество. Доски одного слоя декларируются в виде самого нижнего класса жесткости, используемого в данном слое. При этом допускается не учитывать доски самого низкого класса жесткости в слое, если они занимают менее 10% этого слоя. Однако комбинирование различных классов жесткости нежелательно

Соединение зубчато-клиновым способом как с точки зрения производства, так и с точки зрения строительства, является актуальной технологией. Данный тип соединения позволяет собирать элементы длиной 18 метров и более. Также такой способ соединения позволяет обрезать дефектные участки досок, тем самым целенаправленно устраняя свойства, смягчающие и жесткость. Как правило, расположение клиновых шипов в соединениях реализуется двумя способами: параллельно пласти досок и перпендикулярно (рисунок 1.15). Реже применяются соединения под наклоном к пласти.

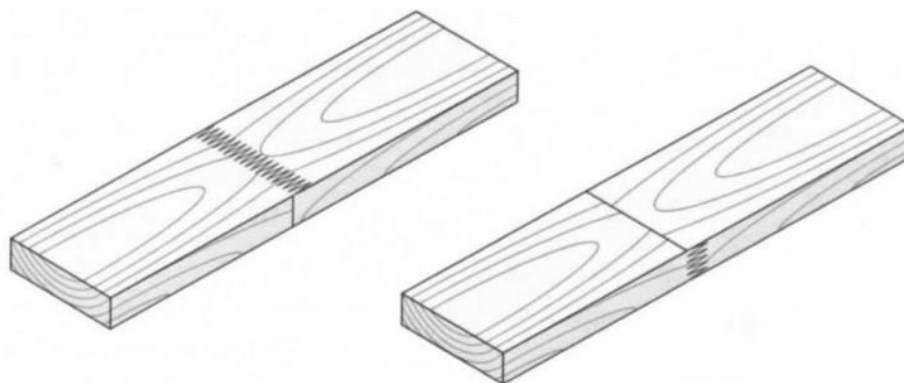


Рисунок 1.15. Виды зубчато-клинового соединения – параллельно пласти досок (слева) и перпендикулярно (справа)

По своей форме различают три профиля таких соединений: без заплечников, (рисунок 1.16, а), с заплечиками в одной плоскости (рисунок 1.16, б) и со смещенными заплечниками (рисунок 1.16, в). Первый способ соединения менее заметен, а также позволяет практически исключить образование отверстий у вершин шипов - за счет увеличения усилия прессования, что необходимо делать без чрезмерного усилия, способному привести к продольному растрескиванию сращиваемых заготовок. У соединений с заплечиками такого растрескивания не

наблюдается, но при этом теряется эстетическая составляющая такого способа соединения за счет того, что линия стыка между заплечиками и вершинами зубчатых шипов хорошо заметна. При неправильном выполнении фрезеровочных работ возникают ошибки, приводящие к образованию негладких поверхностей и полостей на вершинах зубцов. Но требование к профилю соединения и направление зубчатых шипов в заготовках имеет решающее значение для верного выбора конструкции используемого оборудования для фрезерования шипов. [67].

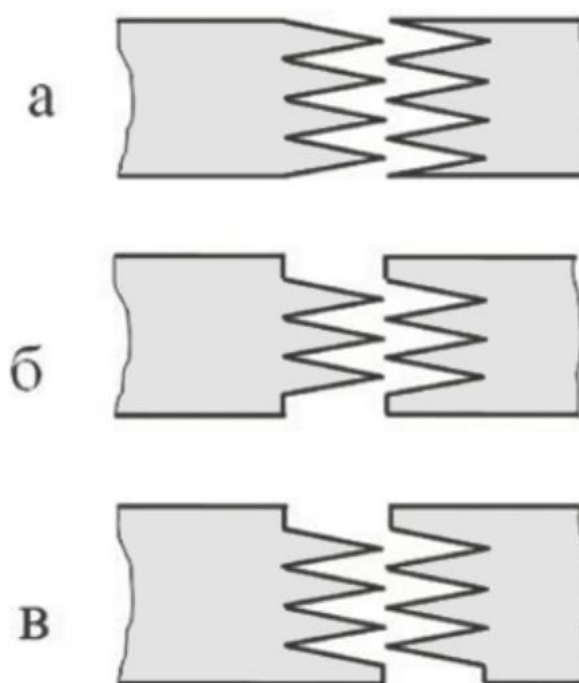


Рисунок 1.16. Виды профиля зубчато-клинового соединения

С точки зрения строительной физики, а также по эстетическим соображениям, следует стремиться к сокращению швов между досками в пределах одного слоя. По этой причине некоторые изготовители производят крупные однослойные панели и полностью выравнивают швы путем проклеивания торцевых сторон перед прессованием. Недостатком данного метода является вероятность появления трещин в верхнем и нижнем слое панели при уменьшении влажности (рисунок 1.17).

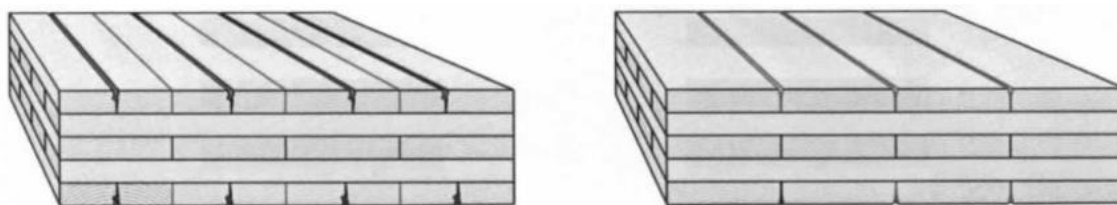


Рисунок 1.17. Свойства усушки верхних покрывных слоев CLT с проклеиванием торцов (слева) и без него (справа)

CLT приобретает свои свойства только через соединение зубчато-клиновым способом и в проклеивании плоскостей соседних слоев. В настоящий момент применяется два семейства клеев: двухкомпонентные аминопласты и полиуретановые клеи. К преимуществам первого можно отнести высокую огнестойкость и низкую цену, к недостаткам – высокие требования к применению (смешивание, давление прессования, влажность древесины). Полиуретановые клеи обладают несколько меньшей огнестойкостью, но не требуют смешивания и более неприхотливы в условиях применения – минимальной влажностью древесины считается 10%.

Производство CLT-панелей можно разделить на несколько этапов изготовления, которые можно выполнять независимо друг от друга.

1.4 Исследование НДС оболочечных конструкций

Теория оболочек является объектом большого числа исследований [2, 3, 4, 5, 9, 11, 15, 19, 24, 28, 36, 59, 69, 74, 83, 96]. Нелинейная теория оболочек получила свое развитие в начале XX века [12, 30, 31], и ее дальнейшее развитие остается актуальным по сей день, что показывают многие работы последних лет [1, 22, 26, 28, 84, 103].

Основные гипотезы и положения теории ортотропных пластин и оболочек можно найти в работах [11, 31, 36].

В работах А. А. Буштыркова [9], Р.Б. Рикардса и Г.А. Тетерса [57], а также [48, 49], были описаны одни из первых наиболее полных исследований по устойчивости ортотропных оболочек. В данных работах рассматривалась в том числе устойчивость ортотропных цилиндрических конструкций при различных внешних нагрузках без учета поперечных сдвигов и в линейно-упругой постановке (модель Кирхгофа-Лява). В исследованиях В.А. Крысько [36] задача устойчивости гладких оболочек из ортотропных материалов уже рассмотрена в геометрически нелинейной постановке. Также следует вспомнить работы В. А. Максимюка и И. С. Чернышенко [40, 42, 43], проводивших исследования в данной области.

Анализу НДС ортотропных оболочек посвящено достаточно много работ, но в большинстве из них не в полной мере исследуется ряд факторов, влияющих на НДС оболочечных конструкций и их несущую способность. Например, поперечные сдвиги, сдвиговая и крутильная жесткость ребер и др. факторы, важные при подкреплении оболочки.

Работа [39] фокусируется на анализе НДС оболочек вращения головных обтекателей летательных аппаратов во время движения по заданной траектории. Также в ней предложены различные методы и алгоритмы исследования устойчивости таких конструкций. Построение математической модели основано на уравнениях равновесия и учитывает геометрическую нелинейность, поперечные сдвиги и ортотропию материала. Для определения формы конструкций используется построение таблицы координат, определяющих ее поверхность, и кубические сплайны, необходимые для аппроксимации этой формы.

Во многих вышеперечисленных работах применяется математическая модель исследования НДС оболочечных конструкций в виде уравнений равновесия. Вместо нее допустимо строить математическую модель в виде функционала полной потенциальной энергии деформации. Данный подход позволяет применять более эффективные алгоритмы ее исследования.

Одним из самых распространенных типов оболочечных конструкций, применяемых в строительстве, являются цилиндрические оболочки. Зачастую такие конструкции имеют ребра, накладки, вырезы, каналы и прочие

конструкционные особенности (оболочки ступенчато-переменной толщины). Исследованиям подобных оболочек посвящены работы В. В. Карпова [28, 29, 30, 31, 32]. Автор учитывает геометрическую нелинейность, дискретное введение конструктивных особенностей, сдвиговую и крутильную жесткость ребер, при этом контакт ребра и обшивки оболочки рассматривается по полосе, также показана необходимость учета поперечных сдвигов для ребристых оболочек. Стоит отметить, что автором исследовались оболочечные конструкции из изотропных материалов.

В последние годы развитие строительной отрасли привело к активному применению многослойных конструкций. Причем имеется ввиду как многослойность материала оболочки, так и многослойность самой конструкции. В частности, в работе [79] исследуется проектирование многослойной оболочки двойкой кривизны, выполненной из LVL-бруса. Оболочка имеет полости и отверстия в нижнем слое, состоит из 376 плоских сегментов, полых внутри. Сегменты оболочки скреплены винтовыми соединениями.

В работе [88] исследуются собственные частоты многослойных полимерных цилиндрических оболочек. Конструкции выполнены из графена. Авторами рассматривается геометрически нелинейная модель с учетом поперечных сдвигов. В частности, исследуется влияние наполнителей материала на частоты колебаний конструкции при трех типах граничных условий. Для исследования частот собственных колебаний применяется метод обобщенной дифференциальной квадратуры. Показано влияние граничных условий, структуру распределения наполнителя и соотношение радиусов кривизны к линейным размерам оболочки на частоты собственных колебаний и формы прогибов.

В [15] рассматриваются существующие методы исследования НДС слоистых пластин и оболочек, в частности структурный (связь между механическими характеристиками материала и свойствами составляющих его компонентов) и феноменологический (композиты рассматриваются как сплошные среды с усредненными характеристиками). Предлагается использовать смешанный подход при рассмотрении многослойных конструкций из композитов.

Феноменологический подход используется для описания поведения однонаправленного материала, а структурный – для рассмотрения многослойного материала, составленного из разноориентированных монослоёв.

В работе [102] исследуется прочность трехслойных оболочек и пластин из изотропных материалов. Авторами предложен метод упорядочения распределения напряжений в поперечном направлении без увеличения числа степеней свободы. Рассматривалась математическая модель НДС оболочек в виде уравнений равновесия.

В [94, 95] проводится анализ НДС многослойных ортотропных оболочек, при этом математическая модель НДС оболочечных конструкций также рассматривалась в виде уравнений равновесия, использовалась модель третьего приближения теории оболочек (модель Шереметьева-Пелеха-Редди), учитывающая как угол отклонения нормали, так и ее искривление. Авторами было проведено сравнение значений перемещения с моделью первого приближения (Кирхгофа-Лява) и показано, что с учетом поперечных сдвигов снижается несущая способность конструкции. Также показано снижение несущей способности многослойной оболочки при увеличении степени ее однородности.

Помимо анализа устойчивости оболочечных конструкций необходимо проводить исследование прочности материала, из которого выполнена оболочка. Для этого требуется знать не только предельные значения напряжений материала, но строить поля напряжений для соответствующих значений нагрузки.

В случае, если оболочка выполнена из композиционных материалов, большой сложностью является определение механических характеристик и предельных значений напряжений по разным направлениям [7, 28, 34, 57, 59, 64].

В работах Карпова [28, 29, 30], Пятикрестовского, Травуша [56] и Серова [63] описаны критерии прочности для изотропного и анизотропного материала и методы испытаний материалов при сложном напряженном состоянии.

В работах [20, 105] применяется критерий Мизеса-Хилла, также приводится критерий максимальных напряжений.

В работе А. А. Семенова [60] проводится сравнение нескольких критериев прочности для ортотропных материалов. В частности показано, что при исследовании прочности ортотропных оболочечных конструкций рассмотренные критерии прочности дают достаточно близкие результаты, что позволяет при анализе устойчивости таких конструкций применять только один критерий прочности.

По-прежнему относительно небольшое число работ посвящено оболочкам ступенчато-переменной толщины. Между тем, влияние ребер жесткости и ослабляющих вырезов особенно важно при исследовании устойчивости оболочечных конструкций.

В работе [106] представлено исследование НДС тонкостенных конструкций, состоящих из нескольких оболочек разной геометрии и подкрепленных ребрами жесткости. Рассмотренная в работе математическая модель геометрически линейна и не учитывает ортотропию материала, но включает учет поперечных сдвигов.

Распределение напряжений в сферической ортотропной оболочке на границе вырезов различных размеров исследуется в статье [101]. Алгоритм исследования математической модели, представленной в виде функционала полной потенциальной энергии деформации и учитывающей поперечные сдвиги, основан на методе конечных элементов.

В статье [9] исследуются композитные оболочки с прямоугольными отверстиями, находящимися под воздействием осевого растяжения. Математическая модель физически нелинейная, в рамках теории Кирхгофа-Лява, основанная на уравнениях равновесия. Алгоритм исследования предложенной модели также основан на методе конечных элементов.

В исследовании [4] рассматривается НДС трехслойных оболочек с вырезами. Оболочки выполнены из ортотропных материалов, жестко закреплены по контуру и ослаблены прямоугольными вырезами. Для исследования напряжений применялся метод конечных элементов.

В.В. Карповым в ряде работ [28-30] была предложена новаторская методика расчета НДС оболочек ступенчато-переменной толщины, которая основывалась на

применении метода конструктивной анизотропии для сведения оболочки со ступенчато-переменной толщиной к оболочке непрерывно-переменной толщиной, а при ряде условий – к оболочке постоянной толщины. Данный метод имеет наибольшую эффективность при работе с оболочками, в которых ребра имеют частое расположение. В.В. Карповым также была учтена сдвиговая и крутильная жесткость ребер. Данный метод также эффективен при использовании оболочек, которые ослаблены вырезами и выемками, и позволяет свести их к гладкой оболочке.

Поведение оболочек, подкрепленных ребрами жесткости и ослабленными вырезами, остается малоизученным, однако эта тема также является актуальной.

В статье [42] исследуется устойчивость сферических ортотропных оболочек, ослабленных подкрепленными по контуру вырезами. В качестве математической модели применялся функционал полной потенциальной энергии деформации, причем рассматривалась как геометрически линейная постановка задачи, так и нелинейная, в постановке теории Кирхгофа-Лява, то есть без учета поперечных сдвигов.

В работе [91] проводится исследование прочности стальной цилиндрической оболочки с подкрепленным отверстием. Расчеты проводились методом конечных элементов.

В [40] исследуются прочность и устойчивость сферических оболочек – с подкрепленным отверстием и переменной толщины. Здесь также применяется гипотеза Кирхгофа-Лява.

Также исследуются частоты собственных колебаний строительных конструкций, в частности тонкостенных оболочек, что важно как для строительства, так и для прочих отраслей промышленности, таких как ракетостроение и авиастроение.

В частности, в работе [23] исследуются собственные частоты ребристых цилиндрических оболочек, ослабленных вырезами. Приведенная модель представлена в виде функционала полной потенциальной энергии деформации в геометрически линейной постановке без учета поперечных сдвигов и не учитывает

ортотропию материала. Собственные частоты колебаний находятся из матричного уравнения.

В статье [19] исследуются свободные колебания пологих изотропных оболочек, ослабленных вырезами и подкрепленных ребрами жесткости, в геометрически нелинейной постановке. Автором показано возрастание частоты нелинейных свободных колебаний при увеличении числа ребер.

В работе [68] исследуется влияние ребер жесткости на частоты свободных колебаний цилиндрических оболочек. Конструкции выполнены из изотропных материалов и подкреплены ребрами поперек образующей. Математическая модель представлена в виде функционала полной потенциальной энергии деформации, основана на теории Кирхгофа-Лява. Алгоритм исследования данной модели основан на методе Релея-Ритца. Произведены сравнения результатов вычислительного экспериментов с результатами практических расчетов.

1.5 Выводы по первой главе

Применение новых материалов в рамках стратегии устойчивого развития и экологизации строительства возвращает древесину в качестве актуального строительного материала не только для малоэтажного строительства, но и для многоэтажных зданий и большепролетных сооружений. Ее использование зачастую подразумевает многослойную конструкцию (утеплители, поперечные слои).

Одним из основных материалов на основе древесины, существующих на сегодняшний день, являются панели из перекрестно-клееной древесины (CLT). Их активное применение обусловлено высокой экологичностью, огнестойкостью, хорошей шумоизоляцией, легкостью и прочностью. Применение современных технологий позволяет изготавливать из данного материала довольно сложные с архитектурной точки зрения сооружения, в том числе и оболочечные конструкции.

Практика подобного использования этого материала получает распространение по всему миру – как в европейских странах, так и в странах Азии.

На сегодняшний день в силу разнообразия архитектурных форм и эстетической составляющей сооружений, как общественных, так и производственных, актуальным является применение оболочек в качестве конструкций покрытия. В силу технологических и конструктивных особенностей такие структуры могут быть ослаблены вырезами и канавками, а также подкреплены ребрами жесткости и накладками.

Таким образом, на сегодняшний день актуальной задачей является необходимость анализа напряженно-деформированного состояния оболочечных конструкций из перекрестно-клееной древесины, в том числе и ступенчато-переменной-толщины (ослабленных вырезами и канавками, подкрепленных накладками и ребрами жесткости), выявление критических нагрузок потери прочности и устойчивости (включая их локальные значения). Для этого необходима разработка математических моделей, алгоритмов и программного обеспечения, позволяющих точно и эффективно проводить такие исследования, анализ влияния числа слоев в ДПК-панели и ориентации волокон в них на несущую способность оболочки из ДПК с помощью вычислительного эксперимента, а также экспериментальная оценка несущей способности фрагмента цилиндрической оболочки из ДПК для подтверждения выводов, полученных путем вычислительного эксперимента.

ГЛАВА 2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ АНАЛИЗА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАНИЯ СОСТОЯНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК СТУПЕНЧАТО ПЕРЕМЕННОЙ ТОЛЩИНЫ ИЗ ДПК

2.1 Общие замечания. Исходные гипотезы

Оболочка – это тело, ограниченное двумя криволинейными поверхностями, расстояние между которыми существенно меньше любого другого размера этого объекта. Срединная поверхность оболочки – это геометрическое место точек, находящихся на одинаковом расстоянии от указанных поверхностей. За толщину оболочки принимается расстояние между точками пересечения нормали к срединной поверхности и этих поверхностей [28], которое обычно является переменной величиной. При этом толщина оболочки может быть ступенчато-переменной – когда в общем виде оболочка постоянной толщины имеет некоторые конструктивные особенности, такие как ребра, канавки или вырезы.

Тот факт, что толщина оболочки значительно меньше остальных ее линейных размеров, позволяет свести трехмерную задачу деформирования твердого тела к плоской задаче относительно срединной поверхности. В рамках данной работы будет рассмотрена гипотеза оболочек Тимошенко-Рейснера (модель второго приближения). Также будут рассматриваться тонкостенные конструкции, для которых отношение толщины конструкции к остальным линейным размерам оболочки не превышает 0.05 [59].

Таким образом в данном исследовании рассматривается математическая модель напряженно-деформированного состояния цилиндрических многослойных оболочек с учетом поперечных сдвигов, геометрической нелинейности, ортотропии материала, а также с учетом дискретного введения вырезов и ребер с учетом сдвиговой и крутильной жесткости последних. При исследовании тонкостенных оболочек применяются следующие допущения:

1. Гипотеза прямой нормали: прямолинейный элемент, изначально нормальный к срединной поверхности, остается прямолинейным (не обязательно нормальным) в процессе деформирования. Данная гипотеза также учитывает поперечные сдвиги.

2. Пренебрегают величинами порядка малости большего, чем

$$\max \left\{ \frac{h}{R}, \frac{h}{\min \{a, b\}} \right\}. \text{ Здесь } R \text{ – главный радиус кривизны оболочки, } h \text{ – толщина,}$$

a и b – линейные размеры оболочки.

3. $\sigma_z = 0$ – возникающие в оболочке напряжения, направленные перпендикулярно срединной поверхности, считаются пренебрежимо малыми в сравнении с другими напряжениями.

4. Физические соотношения имеют линейную зависимость.

2.2 Математическая модель напряженно-деформированного состояния гладких многослойных оболочечных конструкций

Для анализа НДС оболочечных конструкций применяются математические модели в виде функционала полной потенциальной энергии деформации или уравнений равновесия. В данной работе будет применена математическая модель на основе функционала, так как это позволяет использовать более точные и эффективные методы исследования. Кроме указанного функционала, математическая модель состоит из геометрических и физических соотношений, связывающих деформации, перемещения и напряжения, а также краевых условий, определяемых способом закрепления контура оболочки.

Поскольку рассматривается физически-линейная модель, то закон Гука для ортотропного тела можно записать в виде линейной зависимости в матричной форме [29]:

$$\{\varepsilon\} = [S]\{\sigma\}, \quad (2.1)$$

где $\{\varepsilon\}$ – компоненты вектора деформаций, $\{\sigma\}$ – компоненты вектора напряжений, $[S]$ – матрица податливости материала. Выражая коэффициенты матрицы податливости через коэффициенты Пуассона, модули упругости и модули сдвига, (1.1) можно переписать:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\mu_{21}}{E_2} & -\frac{\mu_{31}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\mu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\mu_{32}}{E_2} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\mu_{13}}{E_3} & -\frac{\mu_{23}}{E_3} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{13}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}, \quad (2.2)$$

где E_1, E_2, E_3 – модули упругости материала в направлениях x, y, z ; G_{12}, G_{13}, G_{23} – модули сдвига в плоскостях XOY, XOZ, YOZ соответственно; $\mu_{12}, \mu_{13}, \mu_{21}, \mu_{23}, \mu_{31}, \mu_{32}$ – коэффициенты Пуассона.

С учетом $\sigma_z = 0$, для ортотропной тонкостенной оболочки при линейно-упругом деформировании закон Гука (2.2) в форме уравнений будет иметь вид:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{E_1} \sigma_x - \frac{\mu_{12}}{E_2} \sigma_y; \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E_2} \sigma_y - \frac{\mu_{21}}{E_1} \sigma_x; \\ \gamma_{yz} &= \frac{1}{G_{23}} \tau_{yz}; \\ \gamma_{xz} &= \frac{1}{G_{13}} \tau_{xz}; \\ \gamma_{xy} &= \frac{1}{G_{12}} \tau_{xy}. \end{aligned} \quad (2.3)$$

На рисунке 2.1 показано схематичное изображение тонкостенной многослойной цилиндрической оболочки ступенчато-переменной толщины, ослабленной вырезами и подкреплённой ребрами, находящейся под воздействием вертикально-ориентированной равномерно-распределённой нагрузки, с осями локальной криволинейной системы координат. Здесь за координатную поверхность принимается срединная поверхность оболочки.

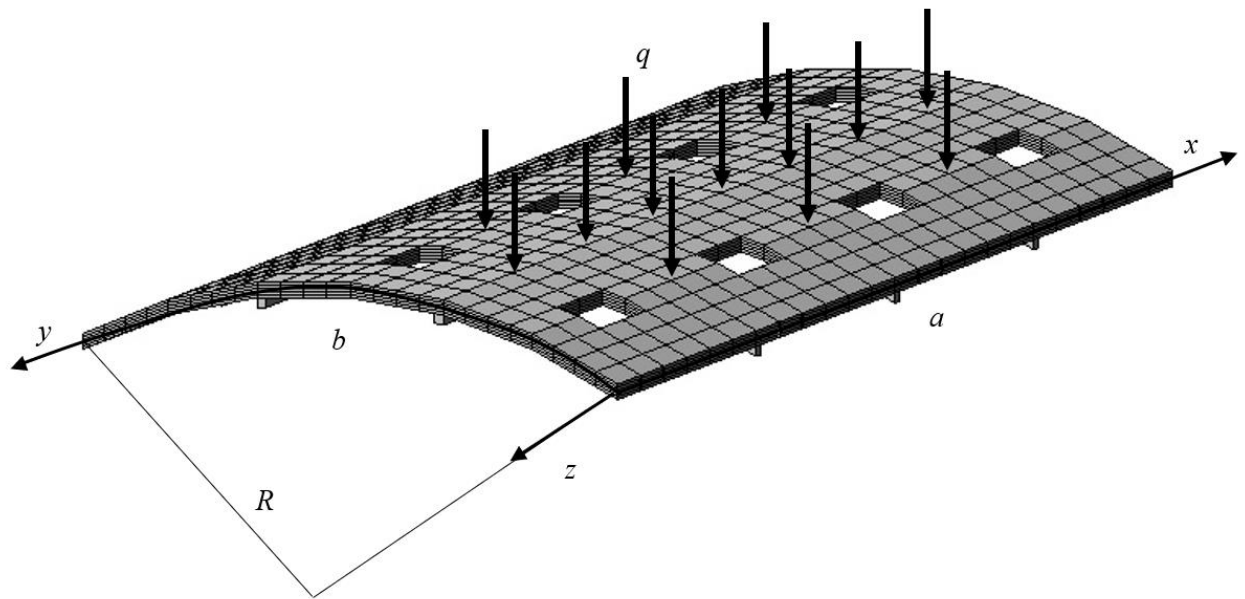


Рисунок 2.1. Схематичное изображение многослойной цилиндрической оболочки ступенчато-переменной толщины

Оси криволинейных координат x , y направлены вдоль главных кривизн оболочки, ось z направлена по нормали к срединной поверхности.

Поскольку нагрузка q ориентирована вертикально, а не нормально к срединной поверхности, для ее задания потребуются две компоненты — q_z и q_y соответственно для каждой составляющей вдоль оси z и оси y соответственно. Компонента, соответствующая нагрузке вдоль оси x , останется нулевой, так как вертикально-ориентированная нагрузка перпендикулярна этой оси координат. Схематично это можно представить следующим образом (рисунок 2.2):

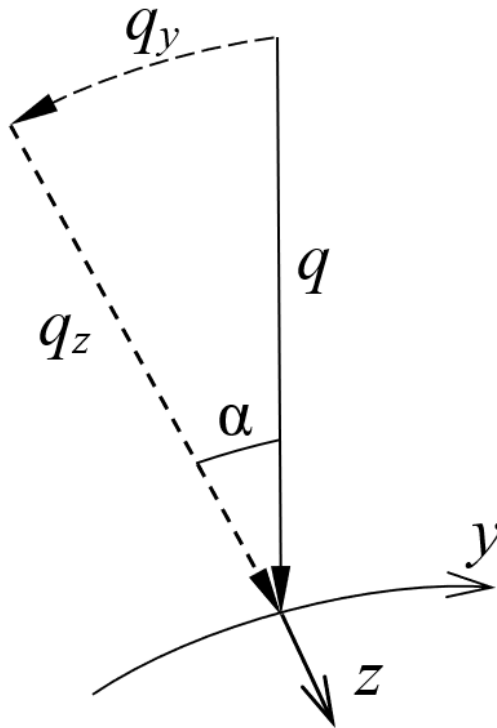


Рисунок 2.2. Схематичное разложение вертикально-ориентированной нагрузки на составляющие вектора в криволинейных координатах

Длина дуги, ограниченной по криволинейной оси y точкой приложения нагрузки и точкой $b/2$, будет равна $y - \frac{b}{2}$. Тогда угол α между радиусом оболочки, направленным к точке приложения нагрузки, и радиусом оболочки, направленным к точке $b/2$, будет равен:

$$\alpha = \frac{y - \frac{b}{2}}{R_y}.$$

Исходя из приведенного разложения, компоненты нагрузки q_z и q_y примут вид:

$$q_z = q \cdot \cos \alpha;$$

$$q_y = q \cdot \sin \alpha.$$

С учетом описанных ранее допущений, модель деформирования трехмерного тела сводится к деформированию двумерного. Тогда в слое, отстоящем на z от срединной поверхности оболочки, перемещения примут вид [25]:

$$U_z = U + z\Psi_x, V_z = V + z\Psi_y, W_z = W, \quad (2.5)$$

где U, V, W – перемещения точек срединной поверхности оболочки вдоль осей x, y, z соответственно; Ψ_x, Ψ_y – углы поворота нормали в плоскостях XOZ, YOZ .

Так как рассматривается геометрически нелинейная математическая модель, геометрические соотношения в срединной поверхности примут вид [28, 36]:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{A} \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{1}{AB} V \frac{\partial A}{\partial y} - k_x W + \frac{1}{2} \theta_1^2; \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{B} \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{1}{AB} U \frac{\partial B}{\partial x} - k_y W + \frac{1}{2} \theta_2^2; \\ \gamma_{xy} &= \frac{1}{A} \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{1}{B} \frac{\partial U}{\partial y} - \frac{1}{AB} U \frac{\partial A}{\partial y} - \frac{1}{AB} V \frac{\partial B}{\partial x} + \theta_1 \theta_2; \\ \theta_1 &= -\left(\frac{1}{A} \frac{\partial W}{\partial x} + k_x U \right), \theta_2 = -\left(\frac{1}{B} \frac{\partial W}{\partial y} + k_y V \right), \end{aligned} \quad (2.6)$$

где $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ – деформации удлинения вдоль координат x, y срединной поверхности;

$\gamma_{xy}, \gamma_{xz}, \gamma_{yz}$ – деформации сдвига в плоскостях XOY, XOZ, YOZ ; $k_x = \frac{1}{R_1}, k_y = \frac{1}{R_2}$ –

главные кривизны оболочки вдоль осей x, y ; A, B – параметры Ляме, характеризующие геометрию оболочки. В дальнейшем будем рассматривать пологие оболочки, для которых параметры Ляме $A = B = 1$ [60].

Для слоя, отстоящего на z от срединной поверхности, соотношения (2.6) примут вид:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x^z &= \varepsilon_x + z\chi_1; \varepsilon_y^z = \varepsilon_y + z\chi_2; \gamma_{xy}^z = \gamma_{xy} + 2z\chi_{12}; \\ \gamma_{xz} &= kf(z)[\Psi_x - \theta_1]; \gamma_{yz} = kf(z)[\Psi_y - \theta_2]. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Функция изменения кривизн χ_1, χ_2 и кручения χ_{12} имеют вид:

$$\begin{aligned} \chi_1 &= \frac{1}{A} \frac{\partial \Psi_x}{\partial x} + \frac{1}{AB} \frac{\partial A}{\partial y} \Psi_y; \chi_2 = \frac{1}{B} \frac{\partial \Psi_y}{\partial y} + \frac{1}{AB} \frac{\partial B}{\partial x} \Psi_x; \\ 2\chi_{12} &= \frac{1}{A} \frac{\partial \Psi_y}{\partial x} + \frac{1}{B} \frac{\partial \Psi_x}{\partial y} - \frac{1}{AB} \left(\frac{\partial A}{\partial y} \Psi_x + \frac{\partial B}{\partial x} \Psi_y \right). \end{aligned}$$

В соотношениях (2.7) $f(z)$ является функцией, описывающей распределение компонент напряжений τ_{xz}, τ_{yz} по толщине оболочки [14], k – числовой коэффициент, соответствующей выбранной функции $f(z)$. Для гладких оболочек принимается [11]:

$$f(z) = 6 \left(\frac{1}{4} - \frac{z^2}{h^2} \right), k = \frac{5}{6}. \quad (2.8)$$

Для связи деформаций и напряжений используют закон Гука (2.3). Выражая напряжения через деформации, для линейно-упругого деформирования тонкостенной ортотропной оболочки получим [12]:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{E_1}{1 - \mu_{12}\mu_{21}} \left[\varepsilon_x + \mu_{21}\varepsilon_y + z(\chi_1 + \mu_{21}\chi_2) \right]; \\ \sigma_y &= \frac{E_2}{1 - \mu_{12}\mu_{21}} \left[\varepsilon_y + \mu_{12}\varepsilon_x + z(\chi_2 + \mu_{12}\chi_1) \right]; \\ \tau_{xy} &= G_{12} \left[\gamma_{xy} + 2z\chi_{12} \right]; \\ \tau_{xz} &= G_{13} k f(z) \left[\Psi_x - \theta_1 \right]; \\ \tau_{yz} &= G_{23} k f(z) \left[\Psi_y - \theta_2 \right]. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Для ортогональных направлений анизотропии, не совпадающих с ортогональной системой координат x и y , необходимо произвести поворот систему координат. Тогда выражение (1.1) запишется в виде:

$$\{\varepsilon\} = [T_2][S][T_1]^{-1} \{\sigma\}, \quad (2.10)$$

где

$$[T_1] = \begin{bmatrix} \cos^2 & \sin^2 & 0 & 0 & -2\sin \cdot \cos \\ \sin^2 & \cos^2 & 0 & 0 & 2\sin \cdot \cos \\ 0 & 0 & \cos & \sin & 0 \\ 0 & 0 & -\sin & \cos & 0 \\ \sin \cdot \cos & -\sin \cdot \cos & 0 & 0 & \cos^2 - \sin^2 \end{bmatrix},$$

$$[T_2] = \begin{bmatrix} \cos^2 & \sin^2 & 0 & 0 & -\sin \cdot \cos \\ \sin^2 & \cos^2 & 0 & 0 & \sin \cdot \cos \\ 0 & 0 & \cos & \sin & 0 \\ 0 & 0 & -\sin & \cos & 0 \\ 2\sin \cdot \cos & -2\sin \cdot \cos & 0 & 0 & \cos^2 - \sin^2 \end{bmatrix}.$$

Данная методика была ранее представлена в работе [28].

В случае, когда оси ортотропии не перпендикулярны друг другу, необходимо произвести перерасчет жесткостных характеристик с учетом угла [28].

Чтобы получить выражения для усилий и моментов, приведенных к срединной поверхности оболочки и приходящихся на единицу длины сечения, напряжения (2.9) интегрируются z в пределах $[-h/2; h/2]$ [53]. Соответствующие выражения для гладких оболочек имеют вид (2.10):

$$N_x^0 = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x = \frac{E_1}{1 - \mu_{12}\mu_{21}} \left[h(\varepsilon_x + \mu_{21}\varepsilon_y) \right];$$

$$N_y^0 = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_y = \frac{E_2}{1 - \mu_{12}\mu_{21}} \left[h(\varepsilon_y + \mu_{12}\varepsilon_x) \right];$$

$$N_{xy}^0 = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xy} = N_{yx}^0 = G_{12} \left[h\gamma_{xy} \right];$$

$$M_x^0 = \int_{-h/2}^{h/2} z\sigma_x = \frac{E_1}{1 - \mu_{12}\mu_{21}} \left[\frac{h^3}{12}(\chi_1 + \mu_{21}\chi_2) \right];$$

$$M_{xy}^0 = \int_{-h/2}^{h/2} z\sigma_y = \frac{E_2}{1 - \mu_{12}\mu_{21}} \left[\frac{h^3}{12}(\chi_2 + \mu_{12}\chi_1) \right];$$

$$M_{xy}^0 = M_{yx}^0 = \int_{-h/2}^{h/2} z\tau_{xy} = G_{12} \left[2\frac{h^3}{12}\chi_{12} \right];$$

$$Q_x^0 = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xz} = G_{13}kh \left[\Psi_x - \theta_1 \right];$$

$$Q_y^0 = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{yz} = G_{23}kh \left[\Psi_y - \theta_2 \right], \quad (2.11)$$

где N_x, N_y, N_{xy}, N_{yx} – нормальные усилия в направлении осей x, y и сдвиговые усилия в плоскости XOY соответственно; M_x, M_y, M_{xy}, M_{yx} – изгибающие моменты в направлении осей x, y и крутящие моменты; Q_x, Q_y – поперечные силы в плоскостях XOZ и YOZ .

Поскольку перекрестно-клееная древесина представляет собой N_l склеенных слоев древесины с различными физическими характеристиками в различных направлениях для четных и нечетных слоев, то оболочки, выполненные из данного материала, будем рассматривать как многослойные.

Чтобы получить выражения для усилий, приведенных к срединной поверхности оболочки и приходящихся на единицу длины сечения, в i -м слое конструкции, проинтегрируем напряжения (2.8) по z в пределах толщины i -го слоя h_i , приведенного к общей толщине оболочки. Таким образом предел интегрирования по переменной z будет иметь вид:

$$[z_{i-1}; z_i] = \left[-\frac{h}{2} + \sum_{k=1}^{i-1} h_k; -\frac{h}{2} + \sum_{k=1}^i h_k \right].$$

Очевидно, что для однослойной оболочки пределы интегрирования примут вид $[-h/2; h/2]$ [53].

Таким образом, выражения для усилий и моментов гладкой оболочки в i -м слое будут иметь вид:

$$\begin{aligned} N_x^i &= \frac{E_1 h_i}{1 - \mu_{12} \mu_{21}} \left[(\varepsilon_x + \mu_{21} \varepsilon_y) + (\chi_1 + \mu_{21} \chi_2) \left(z_{i-1} + \frac{h_i}{2} \right) \right]; \\ N_y^i &= \frac{E_2 h_i}{1 - \mu_{12} \mu_{21}} \left[(\varepsilon_y + \mu_{12} \varepsilon_x) + (\chi_2 + \mu_{12} \chi_1) \left(z_{i-1} + \frac{h_i}{2} \right) \right]; \\ N_{xy}^i &= N_{yx}^i = G_{12} h_i \left[\gamma_{xy} + \chi_{12} (2z_{i-1} + h_i) \right]; \\ M_x^i &= \frac{E_1 h_i}{1 - \mu_{12} \mu_{21}} \left[\left(z_{i-1}^2 + z_{i-1} h_i + \frac{h_i^2}{3} \right) (\chi_1 + \mu_{21} \chi_2) + \left(z_{i-1} + \frac{h_i}{2} \right) (\varepsilon_x + \mu_{21} \varepsilon_y) \right]; \\ M_y^i &= \frac{E_2 h_i}{1 - \mu_{12} \mu_{21}} \left[\left(z_{i-1}^2 + z_{i-1} h_i + \frac{h_i^2}{3} \right) (\chi_2 + \mu_{12} \chi_1) + \left(z_{i-1} + \frac{h_i}{2} \right) (\varepsilon_y + \mu_{12} \varepsilon_x) \right]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_{xy}^i = M_{yx}^i &= G_{12} h_i \left[2 \left(z_{i-1}^2 + z_{i-1} h_i + \frac{2}{3} h_i^2 \right) \chi_{12} + \left(z_{i-1} + \frac{h_i}{2} \right) \gamma_{xy} \right]; \\
Q_x^i &= G_{13} k h_i [\Psi_x - \theta_1]; \\
Q_y^i &= G_{23} k h_i [\Psi_y - \theta_2].
\end{aligned} \tag{2.12}$$

Для $i + 1$ слоя выражения для ряда усилий и моментов изменят вид:

$$\begin{aligned}
N_x^{i+1} &= \frac{E_2 h_i}{1 - \mu_{12} \mu_{21}} \left[(\varepsilon_x + \mu_{12} \varepsilon_y) + (\chi_1 + \mu_{12} \chi_2) \left(z_{i-1} + \frac{h_i}{2} \right) \right]; \\
N_y^{i+1} &= \frac{E_1 h_i}{1 - \mu_{12} \mu_{21}} \left[(\varepsilon_y + \mu_{21} \varepsilon_x) + (\chi_2 + \mu_{21} \chi_1) \left(z_{i-1} + \frac{h_i}{2} \right) \right]; \\
M_x^{i+1} &= \frac{E_2 h_i}{1 - \mu_{12} \mu_{21}} \left[\left(z_{i-1}^2 + z_{i-1} h_i + \frac{h_i^2}{3} \right) (\chi_1 + \mu_{12} \chi_2) + \left(z_{i-1} + \frac{h_i}{2} \right) (\varepsilon_x + \mu_{12} \varepsilon_y) \right]; \\
M_y^{i+1} &= \frac{E_1 h_i}{1 - \mu_{12} \mu_{21}} \left[\left(z_{i-1}^2 + z_{i-1} h_i + \frac{h_i^2}{3} \right) (\chi_2 + \mu_{21} \chi_1) + \left(z_{i-1} + \frac{h_i}{2} \right) (\varepsilon_y + \mu_{21} \varepsilon_x) \right].
\end{aligned} \tag{2.13}$$

Усилия и моменты (2.11) по всей толщине оболочки будут представлять собой суммы усилий и моментов по всем N_l слоям конструкции:

$$\begin{aligned}
N_x^0 &= \sum_{i=1}^{N_l} N_x^i; \quad N_y^0 = \sum_{i=1}^{N_l} N_y^i; \\
N_{xy}^0 &= N_{yx}^0 = \sum_{i=1}^{N_l} N_{xy}^i; \\
M_x^0 &= \sum_{i=1}^{N_l} M_x^i; \quad M_y^0 = \sum_{i=1}^{N_l} M_y^i; \\
M_{xy}^0 &= M_{yx}^0 = \sum_{i=1}^{N_l} M_{xy}^i; \\
Q_x^0 &= \sum_{i=1}^{N_l} Q_x^i; \quad Q_y^0 = \sum_{i=1}^{N_l} Q_y^i. \quad M_y^0 = \sum_{i=1}^{N_l} M_y^i;
\end{aligned} \tag{2.14}$$

Функционал Лагранжа полной потенциальной энергии деформации гладкой оболочки, являющийся суммой работ внутренних и внешних сил, принимает вид:

$$E_S^0 = \frac{1}{2} \int_{a_1}^{a_2} \int_{y_1(x)}^{y_2(x)} \left[N_x^0 \varepsilon_x + N_y^0 \varepsilon_y + N_{xy}^0 \gamma_{xy} + M_x^0 \chi_1 + M_y^0 \chi_2 + 2M_{xy}^0 \chi_{12} \right]$$

$$+Q_x^0(\Psi_x - \theta_1) + Q_y^0(\Psi_y - \theta_2) - 2(q_z W + q_y V)] AB dx dy. \quad (2.15)$$

2.3 Математическая модель напряженно-деформированного состояния многослойных оболочечных конструкций, подкрепленных ребрами жесткости

Для введения ребер жесткости воспользуемся функцией [47]:

$$St(x, y) = \sum_{j=1}^m h^j \bar{\delta}(x - x_j) + \sum_{i=1}^n h^i \bar{\delta}(y - y_i) - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m h^{ij} \bar{\delta}(x - x_j) \bar{\delta}(y - y_i), \quad (2.16)$$

где h^j, r_j, m – высота, ширина и количество ребер, параллельных оси y ; h^i, r_i, n – оси x ; $h^{ij} = \min(h^i, h^j)$ (рисунок 2.3); $\bar{\delta}(x - x_j), \bar{\delta}(y - y_i)$ – единичные столбчатые функции:

$$\bar{\delta}(x - x_j) = \begin{cases} 1, & x \in [a_j, b_j] \\ 0, & x \notin [a_j, b_j] \end{cases}, \quad \bar{\delta}(y - y_i) = \begin{cases} 1, & y \in [c_i, d_i] \\ 0, & y \notin [c_i, d_i] \end{cases}$$

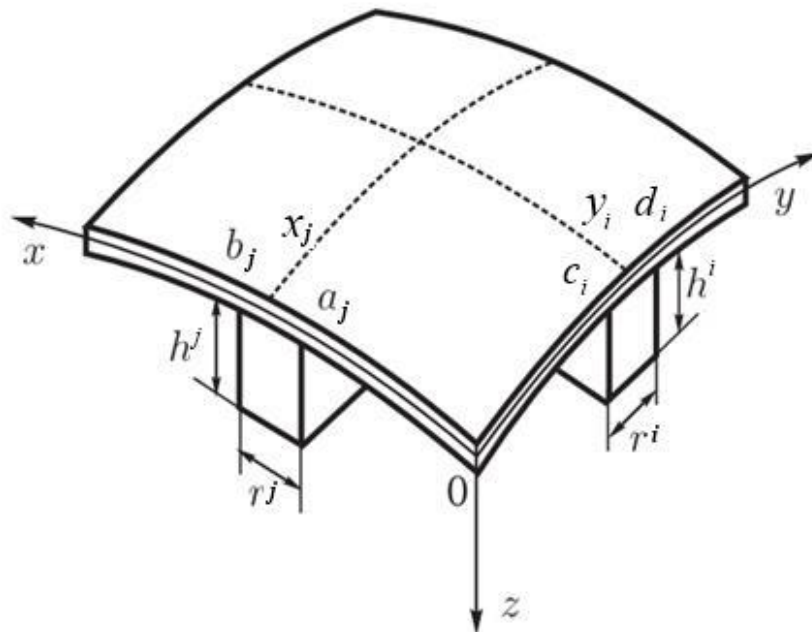


Рисунок 2.3. Схема подкрепления ребрами, параллельными осям координат

Для ребристых оболочек выражение (2.8) примет вид:

$$f(z) = -\frac{6}{(h+St)^2} \left(z + \frac{h}{2}\right) \left(z - \frac{h}{2} - St\right), k = \frac{5}{6}. \quad (2.17)$$

Интегрируя свойства жесткости по z в пределах $[h/2; h/2 + St(x, y)]$, получим для однослойного подкрепления [90]:

$$\begin{aligned} \int_{h/2}^{h/2+St} dz &= \bar{F}^{St} = \sum_{j=1}^m F^j \bar{\delta}(x - x_j) + \sum_{i=1}^n F^i \bar{\delta}(y - y_i) - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m F^{ij} \bar{\delta}(x - x_j) \bar{\delta}(y - y_i), \\ \int_{h/2}^{h/2+St} z^2 dz &= \bar{J}^{St} = \sum_{j=1}^m J^j \bar{\delta}(x - x_j) + \sum_{i=1}^n J^i \bar{\delta}(y - y_i) - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m J^{ij} \bar{\delta}(x - x_j) \bar{\delta}(y - y_i), \\ \int_{h/2}^{h/2+St} z dz &= \bar{S}^{St} = \sum_{j=1}^m S^j \bar{\delta}(x - x_j) + \sum_{i=1}^n S^i \bar{\delta}(y - y_i) - \\ &\quad - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m S^{ij} \bar{\delta}(x - x_j) \bar{\delta}(y - y_i). \end{aligned} \quad (2.18)$$

Здесь $\bar{F}^{St}, \bar{S}^{St}, \bar{J}^{St}$ – площадь поперечного сечения ребра, статический момент и момент инерции данного сечения, а также:

$$\begin{aligned} F^i &= h^i, F^j = h^j, F^{ij} = h^{ij}, \\ J^i &= 0.25h^2 h^i + 0.5h(h^i)^2 + \frac{1}{3}(h^i)^3, \\ J^j &= 0.25h^2 h^j + 0.5h(h^j)^2 + \frac{1}{3}(h^j)^3, J^{ij} = 0.25h^2 h^{ij} + 0.5h(h^{ij})^2 + \frac{1}{3}(h^{ij})^3, \\ S^i &= \frac{h^i(h + h^i)}{2}, S^j = \frac{h^j(h + h^j)}{2}, S^{ij} = \frac{h^{ij}(h + h^{ij})}{2}. \end{aligned} \quad (2.19)$$

Тогда усилия и моменты (2.14) для однослойного подкрепления ребрами с учетом их крутильной и сдвиговой жесткости будут иметь вид:

$$\begin{aligned} N_x^{St} &= \frac{E_1}{1 - \mu_{12}\mu_{21}} \left[\bar{F}^{St} (\varepsilon_x + \mu_{21}\varepsilon_y) + \bar{S}^{St} (\chi_1 + \mu_{21}\chi_2) \right]; \\ N_x^{St} &= \frac{E_2}{1 - \mu_{12}\mu_{21}} \left[\bar{F}^{St} (\varepsilon_y + \mu_{12}\varepsilon_x) + \bar{S}^{St} (\chi_2 + \mu_{12}\chi_1) \right]; \\ N_{xy}^{St} &= N_{yx}^{St} = G_{12} \left[\bar{F}^{St} \gamma_{xy} + 2\bar{S}^{St} \chi_{12} \right]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_x^{St} &= \frac{E_1}{1 - \mu_{12}\mu_{21}} \left[\bar{S}^{St} (\varepsilon_x + \mu_{21}\varepsilon_y) + \bar{J}^{St} (\chi_1 + \mu_{21}\chi_2) \right]; \\
M_y^{St} &= \frac{E_2}{1 - \mu_{12}\mu_{21}} \left[\bar{S}^{St} (\varepsilon_y + \mu_{12}\varepsilon_x) + \bar{J}^{St} (\chi_2 + \mu_{12}\chi_1) \right]; \\
M_{xy}^{St} &= M_{yx}^{St} = G_{12} \left[\bar{S}^{St} \gamma_{xy} + 2\bar{J}^{St} \chi_{12} \right]; \\
Q_x^{St} &= G_{13} k \bar{F}^{St} [\Psi_x - \theta_1]; \\
Q_y^{St} &= G_{23} k \bar{F}^{St} [\Psi_y - \theta_2].
\end{aligned} \tag{2.20}$$

Для многослойного подкрепления толщина ребра будет представлять сумму всех M_l ее слоев, толщиной h_k для k -го слоя:

$$h^i = \sum_{k=1}^{M_i} h_k^i; h^j = \sum_{k=1}^{M_j} h_k^j; h^{ij} = \min(h^i, h^j).$$

Тогда выражения (2.16) будут иметь:

$$\begin{aligned}
St(x, y) &= \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^{M_j} h_k^j \bar{\delta}(x - x_j) + \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^{M_i} h_k^i \bar{\delta}(y - y_i) - \\
&\quad - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m h^{ij} \bar{\delta}(x - x_j) \bar{\delta}(y - y_i),
\end{aligned} \tag{2.21}$$

а выражения (2.18) для k -го слоя ребра примут вид:

$$\begin{aligned}
F_k^i &= h_k^i, F_k^j = h_k^j, \\
S_k^i &= \frac{h_k^i (h + h_k^i)}{2} + h_k^i \sum_{l=1}^{k-1} h_l^i, S_k^j = \frac{h_k^j (h + h_k^j)}{2} + h_k^j \sum_{l=1}^{k-1} h_l^j, \\
J_k^i &= 0.25h^2 h_k^i + 0.5h (h_k^i)^2 + \frac{1}{3} (h_k^i)^3 + h_k^i \sum_{l=1}^{k-1} h_l^i \left(h + \sum_{l=1}^{k-1} h_l^i + h_k^i \right), \\
J_k^j &= 0.25h^2 h_k^j + 0.5h (h_k^j)^2 + \frac{1}{3} (h_k^j)^3 + h_k^j \sum_{l=1}^{k-1} h_l^j \left(h + \sum_{l=1}^{k-1} h_l^j + h_k^j \right).
\end{aligned} \tag{2.22}$$

Из (2.18), (2.21) и (2.22) в соответствие с [89] получим выражение для жесткостных характеристик k -го слоя ребра:

$$\bar{F}_{x,k}^{St} = \sum_{j=1}^m F_k^j \bar{\delta}(x - x_j) + \frac{r_i}{a} \left[\sum_{i=1}^n F_k^i \bar{\delta}(y - y_i) - \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n F_k^{ij} \bar{\delta}(y - y_i) \bar{\delta}(x - x_j) \right],$$

$$\begin{aligned}
\bar{F}_{y,k}^{St} &= \sum_{j=1}^m F_k^j \bar{\delta}(x - x_j) + \frac{r_j}{b} \left[\sum_{i=1}^n F_k^i \bar{\delta}(y - y_i) - \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n F_k^{ij} \bar{\delta}(y - y_i) \bar{\delta}(x - x_j) \right], \\
\bar{S}_{x,k}^{St} &= \sum_{j=1}^m S_k^j \bar{\delta}(x - x_j) + \frac{r_i}{a} \left[\sum_{i=1}^n S_k^i \bar{\delta}(y - y_i) - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m S_k^{ij} \bar{\delta}(x - x_j) \bar{\delta}(y - y_i) \right], \\
\bar{S}_{y,k}^{St} &= \sum_{j=1}^m S_k^j \bar{\delta}(x - x_j) + \frac{r_j}{b} \left[\sum_{i=1}^n S_k^i \bar{\delta}(y - y_i) - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m S_k^{ij} \bar{\delta}(x - x_j) \bar{\delta}(y - y_i) \right], \\
\bar{J}_{x,k}^{St} &= \sum_{j=1}^m J_k^j \bar{\delta}(x - x_j) + \frac{r_i}{a} \left[\sum_{i=1}^n J_k^i \bar{\delta}(y - y_i) - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m J_k^{ij} \bar{\delta}(x - x_j) \bar{\delta}(y - y_i) \right], \\
\bar{J}_{y,k}^{St} &= \sum_{j=1}^m J_k^j \bar{\delta}(x - x_j) + \frac{r_j}{b} \left[\sum_{i=1}^n J_k^i \bar{\delta}(y - y_i) - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m J_k^{ij} \bar{\delta}(x - x_j) \bar{\delta}(y - y_i) \right], \\
\bar{F}_{xy,k}^{St} &= \frac{1}{2} (\bar{F}_{x,k}^{St} + \bar{F}_{y,k}^{St}), \quad \bar{S}_{xy,k}^{St} = \frac{1}{2} (\bar{S}_{x,k}^{St} + \bar{S}_{y,k}^{St}), \quad \bar{J}_{xy,k}^{St} = \frac{1}{2} (\bar{J}_{x,k}^{St} + \bar{J}_{y,k}^{St}), \quad (2.23)
\end{aligned}$$

а также для усилий и моментов k -го слоя ребра:

$$\begin{aligned}
N_{x,k}^{St} &= \frac{E_x}{1 - \mu_x \mu_y} \left[\bar{F}_{x,k}^{St} (\varepsilon_x + \mu_y \varepsilon_y) + \bar{S}_{x,k}^{St} (\chi_1 + \mu_y \chi_2) \right]; \\
N_{y,k}^{St} &= \frac{E_y}{1 - \mu_x \mu_y} \left[\bar{F}_{y,k}^{St} (\varepsilon_y + \mu_x \varepsilon_x) + \bar{S}_{y,k}^{St} (\chi_2 + \mu_x \chi_1) \right]; \\
N_{xy,k}^{St} &= N_{yx,k}^{St} = G_{12} \left[\bar{F}_{xy,k}^{St} \gamma_{xy} + 2 \bar{S}_{xy,k}^{St} \chi_{12} \right]; \\
M_{x,k}^{St} &= \frac{E_x}{1 - \mu_x \mu_y} \left[\bar{S}_{x,k}^{St} (\varepsilon_x + \mu_y \varepsilon_y) + \bar{J}_{x,k}^{St} (\chi_1 + \mu_y \chi_2) \right]; \\
M_{y,k}^{St} &= \frac{E_y}{1 - \mu_x \mu_y} \left[\bar{S}_{y,k}^{St} (\varepsilon_y + \mu_x \varepsilon_x) + \bar{J}_{y,k}^{St} (\chi_2 + \mu_x \chi_1) \right]; \\
M_{xy,k}^{St} &= M_{yx,k}^{St} = G_{12} \left[\bar{S}_{x,k}^{St} \gamma_{xy} + 2 \bar{J}_{x,k}^{St} \chi_{12} \right]; \\
Q_{x,k}^{St} &= G_{13} k \bar{F}_{x,k}^{St} [\Psi_x - \theta_1]; \\
Q_{y,k}^{St} &= G_{23} k \bar{F}_{y,k}^{St} [\Psi_y - \theta_2]. \quad (2.24)
\end{aligned}$$

Модули упругости E_x, E_y и коэффициенты Пуассона μ_x, μ_y в зависимости от ориентации k -го слоя ребра оболочки принимают значения E_1, E_2 и μ_{12}, μ_{21} соответственно.

Окончательно выражения для усилий и моментов в ребрах оболочки будут иметь вид:

$$\begin{aligned}
 N_x^{St} &= \sum_{k=1}^{M_l} N_{x,k}^{St}; & N_y^{St} &= \sum_{k=1}^{M_l} N_{y,k}^{St}; \\
 N_{xy}^{St} &= N_{yx}^{St} = \sum_{k=1}^{M_l} N_{xy,k}^{St}; \\
 M_x^{St} &= \sum_{k=1}^{M_l} M_{x,k}^{St}; & M_y^{St} &= \sum_{k=1}^{M_l} M_{y,k}^{St}; \\
 M_{xy}^{St} &= M_{yx}^{St} = \sum_{k=1}^{M_l} M_{xy,k}^{St}; \\
 Q_x^{St} &= \sum_{k=1}^{M_l} Q_{x,k}^{St}; & Q_y^{St} &= \sum_{k=1}^{M_l} Q_{y,k}^{St};
 \end{aligned} \tag{2.25}$$

Функционал (2.15) с учетом (2.25) примет вид:

$$\begin{aligned}
 E_S^{St} &= \frac{1}{2} \int_{a_1}^{a_2} \int_{y_1(x)}^{y_2(x)} \left[N_x^{St} \epsilon_x + N_y^{St} \epsilon_y + N_{xy}^{St} \gamma_{xy} + M_x^{St} \chi_1 + M_y^{St} \chi_2 + 2M_{xy}^{St} \chi_{12} \right. \\
 &\quad \left. + Q_x^{St} (\Psi_x - \theta_1) + Q_y^{St} (\Psi_y - \theta_2) \right] AB dx dy.
 \end{aligned} \tag{2.26}$$

2.4 Математическая модель напряженно-деформированного состояния многослойных оболочечных конструкций, ослабленных вырезами

Для ввода вырезов также воспользуемся единичными столбчатыми функциями [31]:

$$H(x, y) = - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m h \bar{\Delta}(x - x_j) \bar{\Delta}(y - y_i), \tag{2.27}$$

Тогда жесткостные параметры вырезов примут вид:

$$\int_{-h/2}^{-h/2+H} dz = \bar{F}^H = - \sum_{k=1}^p \sum_{l=1}^o h \bar{\Delta}(x - x_k) \bar{\Delta}(y - y_l),$$

$$\int_{-h/2}^{-h/2+H} z^2 dz = \bar{J}^H = -\sum_{k=1}^p \sum_{l=1}^o \frac{h^3}{12} \bar{\Delta}(x-x_k) \bar{\Delta}(y-y_l). \quad (2.28)$$

Здесь p, o – число вырезов вдоль осей x и y соответственно, единичные столбчатые функции $\bar{\Delta}(x-x_k)$ и $\bar{\Delta}(y-y_l)$ равны 1 при попадании на соответствующую координату выреза и 0 для прочих точек оболочки.

Учет усилий и моментов (2.14) для вырезов запишется в виде:

$$\begin{aligned} N_x^H &= \frac{E_1}{1-\mu_{12}\mu_{21}} \left[\bar{F}^H (\varepsilon_x + \mu_{21}\varepsilon_y) \right]; \\ N_y^H &= \frac{E_2}{1-\mu_{12}\mu_{21}} \left[\bar{F}^H (\varepsilon_y + \mu_{12}\varepsilon_x) \right]; \\ N_{xy}^H &= N_{yx}^H = G_{12} \left[\bar{F}^H \gamma_{xy} \right]; \\ M_x^H &= \frac{E_1}{1-\mu_{12}\mu_{21}} \left[\bar{J}^H (\chi_1 + \mu_{21}\chi_2) \right]; \\ M_y^H &= \frac{E_2}{1-\mu_{12}\mu_{21}} \left[\bar{J}^H (\chi_2 + \mu_{12}\chi_1) \right]; \\ M_{xy}^H &= M_{yx}^H = G_{12} \left[2\bar{J}^H \chi_{12} \right]; \\ Q_x^H &= G_{13} k \bar{F}^H \left[\Psi_x - \theta_1 \right]; \\ Q_y^H &= G_{23} k \bar{F}^H \left[\Psi_y - \theta_2 \right]. \end{aligned} \quad (2.29)$$

Для многослойной конструкции жесткостные параметры вырезов также будут пересчитываться для каждого слоя. Таким образом выражения (2.28) переписутся в виде:

$$\begin{aligned} \int_{-h/2+h_{i-1}}^{-h/2+h_i} dz &= \bar{F}_i^H = -\sum_{k=1}^p \sum_{l=1}^o h_i \bar{\Delta}(x-x_k) \bar{\Delta}(y-y_l), \\ \int_{-h/2+\sum_{j=1}^{i-1} h_j}^{-h/2+\sum_{j=1}^i h_j} z^2 dz &= \bar{J}_i^H = -\frac{1}{3} \sum_{k=1}^p \sum_{l=1}^o \left(\left(-\frac{h}{2} + \sum_{j=1}^i h_j \right)^3 - \right. \end{aligned} \quad (2.30)$$

$$-\left(-\frac{h}{2} + \sum_{j=1}^{i-1} h_j\right)^3 \bar{\Delta}(x - x_k) \bar{\Delta}(y - y_l). \quad (2.31)$$

С учетом (2.30) выражения (2.29) для вырезов i -го слоя будут иметь вид:

$$\begin{aligned} N_{x,i}^H &= \frac{E_x}{1 - \mu_x \mu_y} \left[\bar{F}_i^H (\varepsilon_x + \mu_y \varepsilon_y) \right]; \\ N_{y,i}^H &= \frac{E_y}{1 - \mu_x \mu_y} \left[\bar{F}_i^H (\varepsilon_y + \mu_x \varepsilon_x) \right]; \\ N_{xy,i}^H &= N_{yx,i}^{St} = G_{12} \left[\bar{F}_i^H \gamma_{xy} \right]; \\ M_{x,i}^H &= \frac{E_x}{1 - \mu_x \mu_y} \left[\bar{J}_i^H (\chi_1 + \mu_y \chi_2) \right]; \\ M_{y,i}^H &= \frac{E_y}{1 - \mu_x \mu_y} \left[\bar{J}_i^H (\chi_2 + \mu_x \chi_1) \right]; \\ M_{xy,i}^H &= M_{yx,i}^H = G_{12} \left[2 \bar{J}_i^H \chi_{12} \right]; \\ Q_{x,i}^H &= G_{13} k \bar{F}_i^H \left[\Psi_x - \theta_1 \right]; \\ Q_{y,i}^H &= G_{23} k \bar{F}_i^H \left[\Psi_y - \theta_2 \right]. \end{aligned} \quad (2.32)$$

Модули упругости E_x, E_y и коэффициенты Пуассона μ_x, μ_y в зависимости от ориентации i -го слоя оболочки принимают значения E_1, E_2 и μ_{12}, μ_{21} соответственно.

Окончательно учет усилий и моментов для вырезов в многослойной конструкции запишется в виде:

$$\begin{aligned} N_x^H &= \sum_{i=1}^{N_l} N_{x,i}^H; \quad N_y^H = N_y^H = \sum_{i=1}^{N_l} N_{y,i}^H; \\ N_{xy}^H &= N_{yx}^H = \sum_{i=1}^{N_l} N_{xy,i}^H; \\ M_x^H &= \sum_{i=1}^{N_l} M_{x,i}^H; \quad M_y^H = \sum_{i=1}^{N_l} M_{y,i}^H; \\ M_{xy}^H &= M_{yx}^H = \sum_{i=1}^{N_l} M_{xy,i}^H; \end{aligned}$$

$$Q_x^H = \sum_{i=1}^{N_l} Q_{x,i}^H; \quad Q_y^H = \sum_{i=1}^{N_l} Q_{y,i}^H; \quad (2.33)$$

Состоящий из усилий и моментов (2.32) функционал вида (2.15) можно записать как:

$$E_S^H = \frac{1}{2} \int_{a_1}^{a_2} \int_{y_1(x)}^{y_2(x)} \left[N_x^H \varepsilon_x + N_y^H \varepsilon_y + N_{xy}^H \gamma_{xy} + M_x^H \chi_1 + M_y^H \chi_2 + 2M_{xy}^H \chi_{12} + Q_x^H (\Psi_x - \theta_1) + Q_y^H (\Psi_y - \theta_2) \right] AB dx dy. \quad (2.34)$$

2.5 Математическая модель напряженно-деформированного состояния многослойных оболочечных конструкций ступенчато-переменной толщины

Пользуясь результатами, полученными в предыдущих разделах, построим математическую модель НДС многослойных оболочек ступенчато-переменной толщины. Функционал Лагранжа полной потенциальной энергии деформации ребристой оболочки, ослабленной вырезами, для ортотропного материала примет вид:

$$E_S = E_S^0 + E_S^{St} + E_S^H. \quad (2.35)$$

Исходя из (2.14), (2.25) и (2.32), усилия и моменты, входящие в состав функционала (2.35) можно записать в виде:

$$\begin{aligned} N_x &= \sum_{i=1}^{N_l} (N_{x,i} + N_{x,i}^H) + \sum_{k=1}^{M_l} N_{x,k}^{St}; \\ N_y &= \sum_{i=1}^{N_l} (N_{y,i} + N_{y,i}^H) + \sum_{k=1}^{M_l} N_{y,k}^{St}; \\ N_{xy} &= N_{yx} = \sum_{i=1}^{N_l} (N_{xy,i} + N_{xy,i}^H) + \sum_{k=1}^{M_l} N_{xy,k}^{St}; \\ M_x &= \sum_{i=1}^{N_l} (N_{x,i} + M_{x,i}^H) + \sum_{k=1}^{M_l} M_{x,k}^{St}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_y &= \sum_{i=1}^{N_l} (M_{y,i} + M_{y,i}^H) + \sum_{k=1}^{M_l} M_{y,k}^{St}; \\
M_{xy} = M_{yx} &= \sum_{i=1}^{N_l} (M_{xy,i} + M_{xy,i}^H) + \sum_{k=1}^{M_l} M_{xy,k}^{St}; \\
Q_x &= \sum_{i=1}^{N_l} (Q_{x,i} + Q_{x,i}^H) + \sum_{k=1}^{M_l} Q_{x,k}^{St}; \\
Q_y &= \sum_{i=1}^{N_l} (Q_{y,i} + Q_{y,i}^H) + \sum_{k=1}^{M_l} Q_{y,k}^{St};
\end{aligned} \tag{2.36}$$

Тогда сам функционал (2.35) примет вид:

$$\begin{aligned}
E_S &= \frac{1}{2} \int_{a_1}^{a_2} \int_{y_1(x)}^{y_2(x)} \left[N_x \varepsilon_x + N_y \varepsilon_y + N_{xy} \gamma_{xy} + M_x \chi_1 + M_y \chi_2 + 2M_{xy} \chi_{12} \right. \\
&\quad \left. + Q_x (\Psi_x - \theta_1) + Q_y (\Psi_y - \theta_2) - 2(q_z W + q_y V) \right] AB dx dy.
\end{aligned} \tag{2.37}$$

2.6 Исследование прочности многослойных оболочек из перекрестно-клееной древесины

Оценка упругих характеристик одного слоя ортотропного материала происходит по известным характеристикам составляющим его волокон и матрицы. Для пределов прочности получить подобные зависимости довольно затруднительно, и такие характеристики как правило определяются экспериментально (растяжение, сжатие, сдвиг, скалывание, смятие). Такой подход позволяет рассматривать композиты как ортотропный материал с известными пределами прочности.

Критерий разрушения определяет, какие комбинации напряжений, действующих в слое, приведут к разрушению материала. Прочность монослоя определяется следующими характеристиками [37]:

- пределы прочности при растяжении и сжатии вдоль волокон σ_1^\pm ;
- пределы прочности при растяжении и сжатии поперек волокон σ_2^\pm ;

– предел прочности при сдвиге в плоскости слоя τ_{12} .

В настоящее время существует большое число критериев прочности [55, 62]. Самым простым критерием, применяющимся для оценки прочности однонаправленных композитов, можно считать критерий максимальных напряжений:

$$\begin{aligned}\sigma_1^- &\leq \sigma_x \leq \sigma_1^+; \\ \sigma_2^- &\leq \sigma_y \leq \sigma_2^+; \\ |\tau_{xy}| &\leq \tau_{12}.\end{aligned}\quad (2.38)$$

Предельная поверхность критерия максимальных напряжений представляет собой параллелепипед (рисунок 2.4):



Рисунок 2.4. Предельная поверхность по критерию максимальных напряжений

К достоинствам данного критерия относится его простая программная реализация и получение конкретных напряжений, по которым произошла потеря прочности.

Также для клееных деревянных конструкций используют специально разработанные для древесины критерии прочности – критерий Норриса (2.39) и критерий Ашкенази Е.К. (2.40) [61]:

$$\frac{\sigma_x^2}{\sigma_1^2} + \frac{\sigma_y^2}{\sigma_2^2} + \frac{\tau_{xy}^2}{\tau_{12}^2} \leq 1; \quad (2.39)$$

$$\frac{\sigma_x^2}{\sigma_1^2} + \frac{\sigma_y^2}{\sigma_2^2} + \frac{\tau_{xy}^2}{\tau_{12}^2} + \frac{\sigma_x \sigma_y S_{xy}}{\sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_x \sigma_y + \sigma_y^2 + \tau_{xy}^2}} \leq 1,$$

$$S_{xy} = \frac{1}{\sigma_1^+} + \frac{1}{\sigma_2^-} + \frac{1}{\tau_{12}}. \quad (2.40)$$

Значения, полученные по данным критериям, для деревянных конструкций лежат достаточно близко, что обусловлено подобием выражений (2.39) и (2.40). Предельная поверхность данных критериев представляет собой эллипсоид (рисунок 2.5):

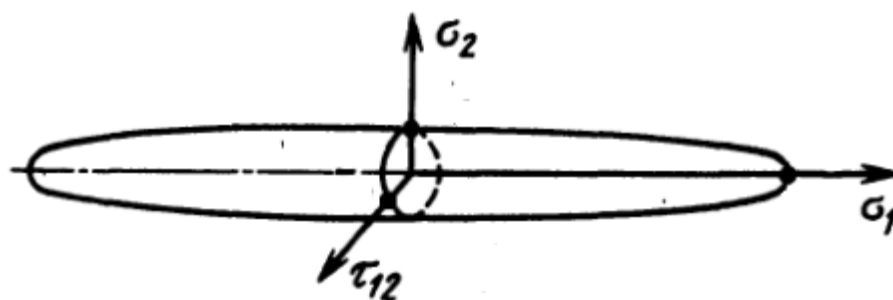


Рисунок 2.5. Предельная поверхность по критериям Норриса и Ашкенази Е.К.

В работе [59] было показано, что для получения наиболее достоверных результатов при оценке прочности конструкции необходимо применять несколько критериев. Таким образом, в данной работе исследование прочности цилиндрических оболочек из CLT будет проводиться по критерию максимальных напряжений и по критерию Ашкенази Е.К.

2.7 Алгоритм исследования математической модели НДС оболочечной конструкции

Для минимизации функционала полной потенциальной энергии деформации оболочки (2.37) воспользуемся методом Ритца. Тогда искомые функции перемещения точек срединной поверхности оболочки U , V , W и углы поворота нормали Ψ_x , Ψ_y примут вид:

$$U(x, y) = \sum_{I=1}^N U_I Z_I(I);$$

$$\begin{aligned}
V(x, y) &= \sum_{I=1}^N V_I Z_2(I); \\
W(x, y) &= \sum_{I=1}^N W_I Z_3(I); \\
\Psi_x(x, y) &= \sum_{I=1}^N \Psi_{xI} Z_4(I); \\
\Psi_y(x, y) &= \sum_{I=1}^N \Psi_{yI} Z_5(I),
\end{aligned} \tag{2.41}$$

где $U_I, V_I, W_I, \Psi_{xI}, \Psi_{yI}$ – неизвестные числовые параметры, $Z_1(I) - Z_5(I)$ – различные сочетания аппроксимирующих функций $X_1(k) - X_5(k), Y_1(l) - Y_5(l)$, удовлетворяющих краевым условиям; N – число членов разложения в методе Рунца.

Краевые условия и аппроксимирующие функции $X_1(k) - X_5(k), Y_1(l) - Y_5(l)$ для разных типов закрепления контура оболочки имеют следующий вид [29]:

1. Шарнирно-неподвижное закрепление:

при $x = a_1, x = a_2$:

$$U = V = W = 0, M_x = 0, \Psi_y = 0;$$

при $y = y_1(x), y = y_2(x)$:

$$U = V = W = 0, M_y = 0, \Psi_x = 0.$$

В этом случае $X_1(k) - X_5(k), Y_1(l) - Y_5(l)$ можно представить в виде:

$$\begin{aligned}
X_1(k) &= \sin\left(2k\pi \frac{x-a_1}{a_2-a_1}\right), Y_1(l) = \sin\left([2l-1]\pi \frac{y-y_1(x)}{y_2(x)-y_1(x)}\right); \\
X_2(k) &= \sin\left([2k-1]\pi \frac{x-a_1}{a_2-a_1}\right), Y_2(l) = \sin\left(2l\pi \frac{y-y_1(x)}{y_2(x)-y_1(x)}\right); \\
X_3(k) &= \sin\left([2k-1]k\pi \frac{x-a_1}{a_2-a_1}\right), Y_3(l) = \sin\left([2l-1]\pi \frac{y-y_1(x)}{y_2(x)-y_1(x)}\right); \\
X_4(k) &= \cos\left([2k-1]\pi \frac{x-a_1}{a_2-a_1}\right), Y_4(l) = \sin\left([2l-1]\pi \frac{y-y_1(x)}{y_2(x)-y_1(x)}\right);
\end{aligned}$$

$$X_5(k) = \sin\left([2k-1]\pi \frac{x-a_1}{a_2-a_1}\right), Y_5(l) = \cos\left([2l-1]\pi \frac{y-y_1(x)}{y_2(x)-y_1(x)}\right). \quad (2.42)$$

2. Жесткое закрепление:

при $x = a_1, x = a_2$:

$$U = V = W = 0, \Psi_x = 0, \Psi_y = 0;$$

при $y = y_1(x), y = y_2(x)$:

$$U = V = W = 0, \Psi_x = 0, \Psi_y = 0.$$

В этом случае $X_1(k) - X_5(k), Y_1(l) - Y_5(l)$ можно представить в виде:

$$\begin{aligned} X_1(k) &= \sin\left(2k\pi \frac{x-a_1}{a_2-a_1}\right), Y_1(l) = \sin\left([2l-1]\pi \frac{y-y_1(x)}{y_2(x)-y_1(x)}\right); \\ X_2(k) &= \sin\left([2k-1]\pi \frac{x-a_1}{a_2-a_1}\right), Y_2(l) = \sin\left(2l\pi \frac{y-y_1(x)}{y_2(x)-y_1(x)}\right); \\ X_3(k) &= \sin^2\left([2k-1]k\pi \frac{x-a_1}{a_2-a_1}\right), Y_3(l) = \sin^2\left([2l-1]\pi \frac{y-y_1(x)}{y_2(x)-y_1(x)}\right); \\ X_4(k) &= \sin\left([2k-1]\pi \frac{x-a_1}{a_2-a_1}\right), Y_4(l) = \sin\left([2l-1]\pi \frac{y-y_1(x)}{y_2(x)-y_1(x)}\right); \\ X_5(k) &= \sin\left([2k-1]\pi \frac{x-a_1}{a_2-a_1}\right), Y_5(l) = \sin\left([2l-1]\pi \frac{y-y_1(x)}{y_2(x)-y_1(x)}\right). \\ X_5(k) &= \sin\left([2k-1]\pi \frac{x-a_1}{a_2-a_1}\right), Y_5(l) = \sin\left([2l-1]\pi \frac{y-y_1(x)}{y_2(x)-y_1(x)}\right). \end{aligned} \quad (2.43)$$

В соответствии с методом Ритца разложения искомым функций (2.3) подставляются в функционал (2.37) и находятся производные по неизвестным числовым параметрам $U_l, V_l, W_l, \Psi_{xl}, \Psi_{yl}$. Далее полученные производные приравниваются к нулю, таким образом получается система нелинейных алгебраических уравнений (СНАУ) относительно $5N$ неизвестных. Данная система является нелинейной в силу нелинейности модели и в матричной форме запишется в виде:

$$\bar{\mathbf{F}} = \begin{pmatrix} [\bar{\mathbf{F}}^1] \\ [\bar{\mathbf{F}}^2] \\ [\bar{\mathbf{F}}^3] \\ [\bar{\mathbf{F}}^4] \\ [\bar{\mathbf{F}}^5] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left[\frac{\partial E_s}{\partial U_I} \right]_{I=1}^N \\ \left[\frac{\partial E_s}{\partial V_I} \right]_{I=1}^N \\ \left[\frac{\partial E_s}{\partial W_I} \right]_{I=1}^N \\ \left[\frac{\partial E_s}{\partial \Psi_{xI}} \right]_{I=1}^N \\ \left[\frac{\partial E_s}{\partial \Psi_{yI}} \right]_{I=1}^N \end{pmatrix} = \bar{\mathbf{O}}. \quad (2.44)$$

Для решения данной СНАУ воспользуемся методом Ньютона. В соответствии с ним составляется матрица Якоби системы (2.44):

$$\bar{\mathbf{F}}' = \begin{pmatrix} \left[\frac{\partial \bar{\mathbf{F}}^1}{\partial U_I} \right]_I & \left[\frac{\partial \bar{\mathbf{F}}^1}{\partial V_I} \right]_I & \left[\frac{\partial \bar{\mathbf{F}}^1}{\partial W_I} \right]_I & \left[\frac{\partial \bar{\mathbf{F}}^1}{\partial \Psi_{xI}} \right]_I & \left[\frac{\partial \bar{\mathbf{F}}^1}{\partial \Psi_{yI}} \right]_I \\ \left[\frac{\partial \bar{\mathbf{F}}^2}{\partial U_I} \right]_I & \left[\frac{\partial \bar{\mathbf{F}}^2}{\partial V_I} \right]_I & \left[\frac{\partial \bar{\mathbf{F}}^2}{\partial W_I} \right]_I & \left[\frac{\partial \bar{\mathbf{F}}^2}{\partial \Psi_{xI}} \right]_I & \left[\frac{\partial \bar{\mathbf{F}}^2}{\partial \Psi_{yI}} \right]_I \\ \left[\frac{\partial \bar{\mathbf{F}}^3}{\partial U_I} \right]_I & \left[\frac{\partial \bar{\mathbf{F}}^3}{\partial V_I} \right]_I & \left[\frac{\partial \bar{\mathbf{F}}^3}{\partial W_I} \right]_I & \left[\frac{\partial \bar{\mathbf{F}}^3}{\partial \Psi_{xI}} \right]_I & \left[\frac{\partial \bar{\mathbf{F}}^3}{\partial \Psi_{yI}} \right]_I \\ \left[\frac{\partial \bar{\mathbf{F}}^4}{\partial U_I} \right]_I & \left[\frac{\partial \bar{\mathbf{F}}^4}{\partial V_I} \right]_I & \left[\frac{\partial \bar{\mathbf{F}}^4}{\partial W_I} \right]_I & \left[\frac{\partial \bar{\mathbf{F}}^4}{\partial \Psi_{xI}} \right]_I & \left[\frac{\partial \bar{\mathbf{F}}^4}{\partial \Psi_{yI}} \right]_I \\ \left[\frac{\partial \bar{\mathbf{F}}^5}{\partial U_I} \right]_I & \left[\frac{\partial \bar{\mathbf{F}}^5}{\partial V_I} \right]_I & \left[\frac{\partial \bar{\mathbf{F}}^5}{\partial W_I} \right]_I & \left[\frac{\partial \bar{\mathbf{F}}^5}{\partial \Psi_{xI}} \right]_I & \left[\frac{\partial \bar{\mathbf{F}}^5}{\partial \Psi_{yI}} \right]_I \end{pmatrix} \quad (2.45)$$

Далее выбирается начальное приближение $\{U_I^0, V_I^0, W_I^0, \Psi_{xI}^0, \Psi_{yI}^0\}$, которое подставляется в (2.44) и (2.45), после чего решается система уже линейных алгебраических уравнений вида:

$$\bar{\mathbf{F}}'(U_I^0, V_I^0, W_I^0, \Psi_{xl}^0, \Psi_{yl}^0) \begin{pmatrix} [\Delta U_I^1]_I \\ [\Delta V_I^1]_I \\ [\Delta W_I^1]_I \\ [\Delta \Psi_{xl}^1]_I \\ [\Delta \Psi_{yl}^1]_I \end{pmatrix} = -\bar{\mathbf{F}}(U_I^0, V_I^0, W_I^0, \Psi_{xl}^0, \Psi_{yl}^0) \quad (2.46)$$

относительно вектора поправок $\{\Delta U_I^1, \Delta V_I^1, \Delta W_I^1, \Delta \Psi_{xl}^1, \Delta \Psi_{yl}^1\}_{I=1}^N$, откуда находятся значения неизвестных коэффициентов на следующем шаге:

$$\begin{cases} U_I^1 = U_I^0 + \Delta U_I^1 \\ V_I^1 = V_I^0 + \Delta V_I^1 \\ W_I^1 = W_I^0 + \Delta W_I^1 \\ \Psi_{xl}^1 = \Psi_{xl}^0 + \Delta \Psi_{xl}^1 \\ \Psi_{yl}^1 = \Psi_{yl}^0 + \Delta \Psi_{yl}^1 \end{cases} \quad (2.47)$$

Итерационный процесс (2.46), (2.47) продолжается до тех пор, пока не будет выполнено условие достижения необходимой точности на некотором шаге L :

$$\frac{\sqrt{\sum_{I=1}^N \left\{ [\Delta U_I^L]^2 + [\Delta V_I^L]^2 + [\Delta W_I^L]^2 + [\Delta \Psi_{xl}^L]^2 + [\Delta \Psi_{yl}^L]^2 \right\}}}{\sqrt{\sum_{I=1}^N \left\{ [U_I^L]^2 + [V_I^L]^2 + [W_I^L]^2 + [\Psi_{xl}^L]^2 + [\Psi_{yl}^L]^2 \right\}}} \leq \varepsilon.$$

В ходе вычислительных экспериментов [5, 24, 25] было установлено, что достаточная точность итерационных вычислений метода Ньютона для приведенного алгоритма выполняется при $\varepsilon = 5 \cdot 10^{-4}$, и дальнейшее продолжение итерационного процесса (2.46), (2.47) уже нецелесообразно.

Для исследования НДС оболочечных конструкций выбирается шаг увеличения нагрузки Δq , за начальное значение нагрузки $q_0 = 0$, за начальное приближение $\{U_I^0, V_I^0, W_I^0, \Psi_{xl}^0, \Psi_{yl}^0\}$ в первом шаге метода Ньютона (2.46) берется нулевой вектор. Таким образом, на первом шаге осуществляется поиск неизвестных коэффициентов разложения в методе Рунге (2.41) для значения

нагрузки $q_1 = q_0 + \Delta q$. Далее для значения нагрузки $q_2 = q_1 + \Delta q$ в качестве начального приближения выбирается вектор коэффициентов $\{U_I^1, V_I^1, W_I^1, \Psi_{xI}^1, \Psi_{yI}^1\}$, полученных на предыдущем шаге. Данный итерационный процесс продолжается до тех пор, пока не будут определены значения критических нагрузок потери устойчивости и потери прочности. По достижению полученных значений, происходит разгружение оболочки в точках критических нагрузок потери устойчивости, начиная с общей критической нагрузки.

Данный алгоритм позволяет получать значения местных и общих критических нагрузок потери устойчивости, а также закритические значения искомых функций.

Параллельно с исследованием устойчивости на каждом шаге нагружения проводится исследование прочности рассматриваемой конструкции. Для этого при заданном значении нагрузки по критерию максимальных напряжений (2.38) и критерию Ашкенази Е.К. (2.40) проводится оценка прочности в точках конструкции. Данная оценка проводится для каждого слоя оболочки с последующим построением полей потери прочности, на которых приводятся области нарушения выбранных критериев. Также приводятся поля главных напряжений и полученные по критерию максимальных напряжений значения напряжений, по которым произошла потеря прочности. Полученные таким образом данные позволяют провести оценку прочности конструкции на каждом этапе нагружения.

2.8 Метод анализа НДС цилиндрических оболочек из ДПК

На основе построенной математической модели анализа напряженно-деформированного состояния многослойных ортотропных цилиндрических оболочек ступенчато-переменной толщины был разработан метод оценки НДС цилиндрических оболочек из ДПК. Предложенный метод заключается в:

1. нахождении функций перемещения и поперечных сдвигов точек срединной поверхности оболочки при заданной нагрузке;
2. определении наибольшего прогиба оболочки для оценки по второй группе предельных состояний (превышение максимально-допустимого прогиба):

$$W \leq W_{\max} \quad (2.48)$$

3. определении нормальных и касательных напряжений в каждом слое по (2.8);
4. построение диаграмм «нагрузка q – наибольший прогиб W_{\max} », «нагрузка q – значение критерия прочности K » для обоих рассматриваемых критериев;
5. определении несущей способности цилиндрической оболочки из ДПК по первой группе предельных состояний путем совместной оценки критерия максимальных напряжений (2.38) и критерия Ашкенази Е.К. (2.40);
6. построении полей превышения критерия максимальных напряжений и критерия Ашкенази Е.К. для оценки концентрации напряжений в каждом слое оболочки.

2.9 Выводы по второй главе

Рассмотрена математическая модель напряженно-деформированного состояния оболочечных конструкций, представленная в [89], учитывающая ортотропию материала, поперечные сдвиги, сдвиговую и крутильную жесткость ребер. На основе данной модели построена математическая модель НДС ортотропных многослойных цилиндрических оболочек ступенчато-переменной толщины под воздействием равномерно-распределенной вертикально-ориентированной статической нагрузки. Данная модель, помимо учета ребер, позволяют учитывать сквозные отверстия, которыми может быть ослаблена конструкция, а также многослойность материала с учетом толщины каждого слоя. Учет вырезов, ребер и толщины слоев по построенной модели осуществляется дискретно, что позволяет с высокой точностью определить влияние конструктивных особенностей на напряженно-деформированное состояние

конструкции. Для исследования прочности рассматриваемых конструкций предлагается совместно использовать критерий максимальных напряжений и критерий Ашкенази Е.К. с последующим сравнением полученных результатов.

Разработан алгоритм исследования построенной математической модели напряженно-деформированного состояния тонкостенных оболочек ступенчато-переменной толщины для конструкций, находящихся под воздействием статического нагружения. Алгоритм исследования НДС для задачи статики основан на методах Ритца и Ньютона. Использование приведенных методов позволяет с высокой точностью и эффективностью исследовать напряженно-деформированное состояние рассматриваемых конструкций.

Метод анализа НДС, основанный на разработанной математической модели, алгоритма ее исследования и комплексном применении критериев прочности Ашкенази Е.К. и максимальных напряжений, позволяет проводить расчет устойчивости и послойный анализ прочности конструкции на каждом этапе нагружения с учетом влияния ребер жесткости и вырезов.

ГЛАВА 3. ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЧНОСТИ И УСТОЙЧИВОСТИ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ИЗ ДПК ПРИ ПОМОЩИ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

3.1 Разработка программного продукта для ЭВМ для исследования НДС цилиндрических оболочек из ДПК

На текущий момент программные комплексы, такие как Ansys, Lira, SCAD и прочие, предназначенные для расчета строительных конструкций, не способны с достаточной точностью решать задачи анализа НДС оболочек переменной толщины, особенно в нелинейной постановке [28]. При этом зачастую довольно сложно учесть ступенчато-переменную толщину оболочки. Таким образом, для исследования НДС тонкостенных оболочек ступенчато-переменной толщины в среде аналитических вычислений Waterloo Maple 2018 был реализован приведенный в предыдущей главе алгоритм исследования таких конструкций.

Условно программный продукт можно разбить на 5 модулей:

1. Модуль входных данных.
2. Построение в общем виде математической модели.
3. Применение к построенной модели соответствующего алгоритма ее исследования.
4. Расчет НДС оболочки.
5. Анализ полученных результатов.

Прежде всего, задаются входные данные оболочки – геометрические параметры конструкции (линейные размеры, кривизна, положение ребер и вырезов), физические параметры материала (модули упругости, коэффициенты Пуассона, модули сдвига и пределы прочности) и геометрия CLT (число и толщина слоев, ориентация волокон в них). На основе введенных данных строятся физические и геометрические соотношения, а также функционал полной потенциальной энергии деформации (2.37).

Далее осуществляется построение системы уравнений (2.44) и в общем виде строится матрица Якоби (2.45). В соответствии с алгоритмом исследования математической модели для каждого значения нагрузки определяются значения неизвестных числовых коэффициентов функций перемещения точек срединной поверхности и поперечных сдвигов (2.41), из которых определяется наибольший прогиб для всей конструкции для текущего приложения нагрузки, а также значения критериев прочности Ашкенази Е.К. и максимальных напряжений. Процесс продолжается до достижения значения нагрузки, в 2 раза превышающего значение критической нагрузки (потери устойчивости или превышения значения одного из критериев прочности, в зависимости от того, что наступит позже).

Наконец, проводится анализ полученных значений. В частности, строится график «нагрузка – прогиб» для значений прогиба в центре конструкций и наибольшего прогиба – показаны синим и красным цветом соответственно (рисунок 3.1), а также формы превышения критерия прочности Ашкенази Е.К. для каждого слоя (рисунки 3.2а, 3.2б), поля прогибов до и после критических нагрузок потери устойчивости (рисунки 3.3а, 3.3б), состояние конструкции до и после потери устойчивости с применением масштабного коэффициента (местной или общей, рисунки 3.4а, 3.4б). Числовые значения наибольшего прогиба конструкции и прогиба в ее центре для всех анализируемых значений нагрузки выводятся в отдельный файл для последующего сравнения полученных результатов с другими рассчитываемыми задачами.

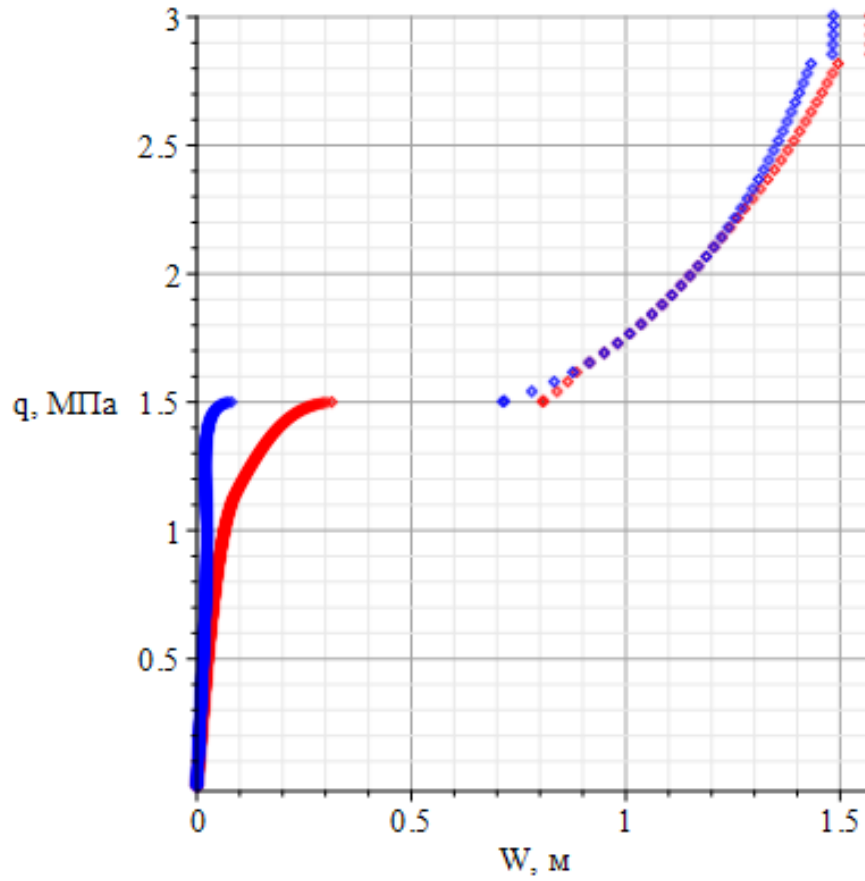


Рисунок 3.1. Графики «нагрузка – прогиб»

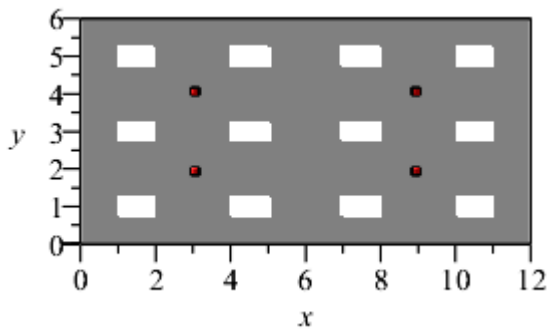


Рисунок 3.2.а) Поле превышения критерия Ашкенази Е.К. для 4-го слоя 5-слойной оболочки

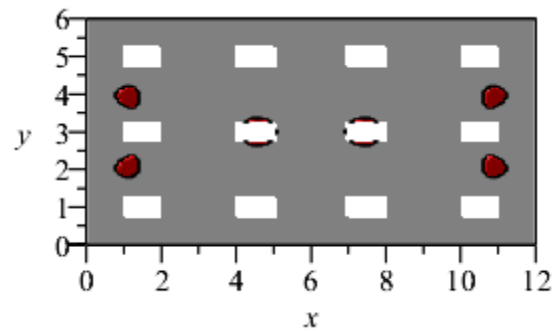


Рисунок 3.2.б) Поле превышения критерия Ашкенази Е.К. для 5-го слоя 5-слойной оболочки

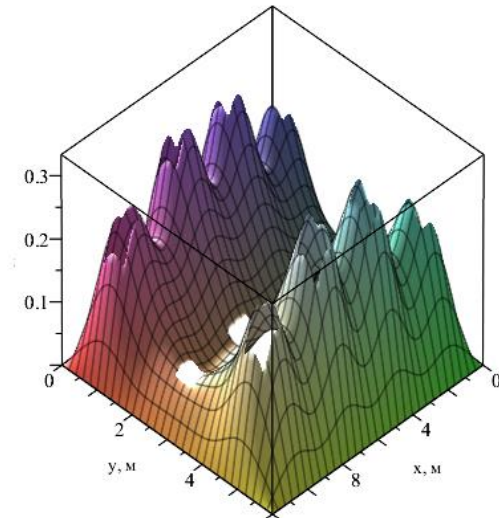


Рисунок 3.3.а) Поле прогибов до общей потери устойчивости

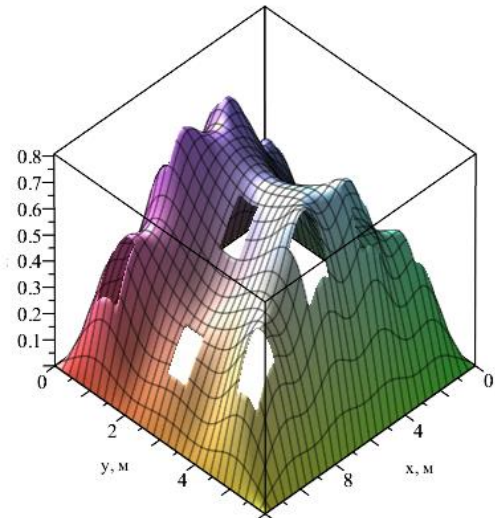


Рисунок 3.3.б) Поле прогибов после общей потери устойчивости

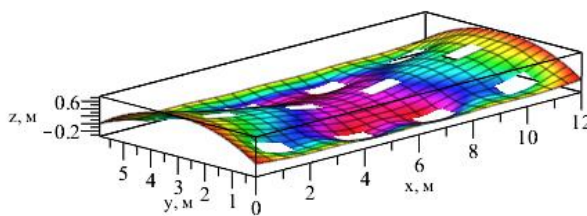


Рисунок 3.4.а) Состояние конструкции до общей потери устойчивости

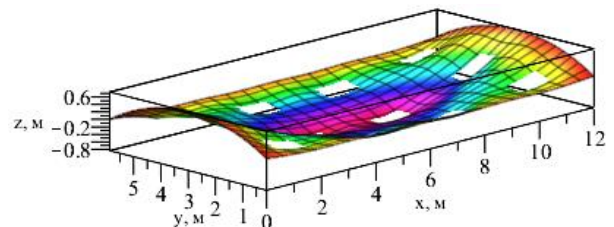


Рисунок 3.4.б) Состояние конструкции после общей потери устойчивости

Таким образом, разработанный автором исследования продукт позволяет в полной мере и с достаточно высокой точностью анализировать напряженно-деформированное состояние тонкостенной оболочечной конструкции ступенчато-переменной толщины, в том числе выполненной из перекрестно-клееной древесины, позволяя определять местные и общие критические нагрузки потери устойчивости, формы потери прочности и состояние конструкции в ключевых точках нагружения. Свидетельство о государственной регистрации программы «PerfStiffShell: Calculation of perforated and stiffened shells», с помощью которой получены представленные в данной работе результаты, приводится в Приложении 1.

3.2 Верификация математической модели исследования НДС цилиндрических оболочек из ДПК

Для проверки адекватности построенной математической модели необходимо провести сравнительные исследования с результатами, полученными с использованием других методов и моделей. С этой целью были исследованы напряженно-деформированные ряда цилиндрических оболочек из перекрестно-клееной древесины. Расчеты проводились как по предложенной в работе математической модели с помощью описанных алгоритмов ее исследования, так и с помощью ПК «Лира-САПР».

В рамках процедуры верификации предложенной модели также будет рассмотрено влияние числа аппроксимирующих функций N на значения критической нагрузки потери устойчивости, а также на вид кривой «нагрузка – наибольший прогиб». В работах [24, 27, 29, 30] было показано, что с увеличением числа аппроксимирующих функций в разложении (2.41) точность вычислений возрастает, что также связано с ростом объема вычислений. Таким образом необходимо подобрать такое значение N , начиная с которого значения выходных параметров меняются не более чем на $\varepsilon = 5\%$, во избежание дополнительных громоздких математических вычислений. Ранее в работе [25] было показано, что для гладкой однослойной оболочки таким числом аппроксимирующих функций можно принять $N=16$.

Для проведения сравнительного анализа рассматривались три многослойные цилиндрические оболочки из перекрестно-клееной древесины различной геометрии. Геометрические параметры рассматриваемых конструкций приведены в таблице 3.1. В качестве материала оболочек будем рассматривать ель, для которой в соответствии с СП 64.13330.2017 «Деревянные конструкции» примем следующие параметры: $E_1 = 11.5 \cdot 10^3$ МПа, $E_2 = 0.38 \cdot 10^3$ МПа, $\mu_{12} = 0.45$, $\mu_{21} = 0.015$, $G_{12} = 720$ МПа.

Таблица 3.1. Геометрические характеристики конструкций

Вариант геометрии	a , м	b , м	R , м	h , м	Число слоев N_l	Толщина слоя, м
1	20	10	10	0.15	3	0.05
2	10	6	16	0.15	5	0.03
3	12	6	6	0.15	5	0.03

Указанные варианты конструкций рассматривались как в гладком варианте, так и с добавлением к конструкции ребер жесткости и вырезов (то есть оболочки ступенчато-переменной толщины – СПТ). Для оболочки вариантов геометрии 1 и 2 ребра выполнены из СЛТ (ель), для варианта геометрии 3 – из стали [26]. Геометрические параметры ребер и вырезов приведены в таблице 3.2, схемы их размещения по развертке оболочки – на рисунках 3.5-3.7.

Таблица 3.2. Геометрические параметры ребер и вырезов

Параметр	Вариант геометрии		
	1	2	3
Число ребер вдоль оси x	4	0	4
Число слоев ребра вдоль оси x	5	–	1
Ширина ребер вдоль оси x , м	0.20	–	0.10
Высота ребер вдоль оси x , м	0.25	–	0.10
Число ребер вдоль оси y	4	3	3
Число слоев ребра вдоль оси y	5	9	1
Ширина ребер вдоль оси y , м	0.20	0.15	0.10
Высота ребер вдоль оси y , м	0.25	0.27	0.10
Число вырезов вдоль оси x	0	2	4
Длина вырезов вдоль оси x , м	–	1.50	1.00
Число вырезов вдоль оси y	0	2	3
Длина вырезов вдоль оси y , м	–	1.00	0.50

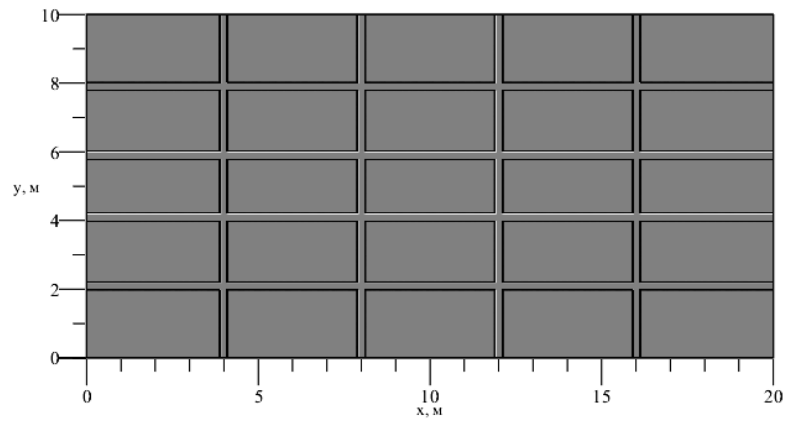


Рисунок 3.5. Схема распределения 8 ребер по плану цилиндрической оболочки варианта геометрии 1

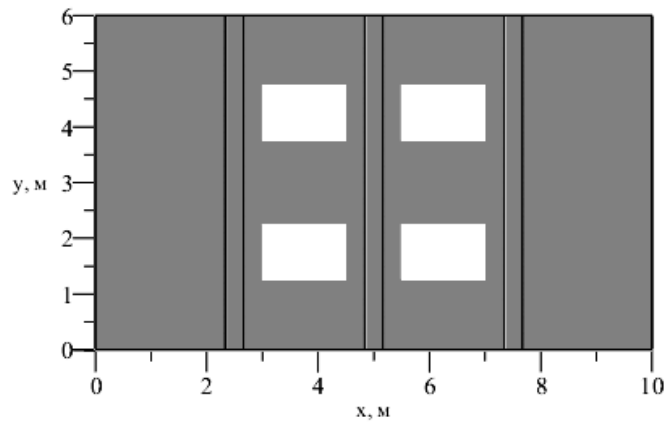


Рисунок 3.6. Схема распределения 3 ребер и 4 вырезов по плану цилиндрической оболочки варианта геометрии 2

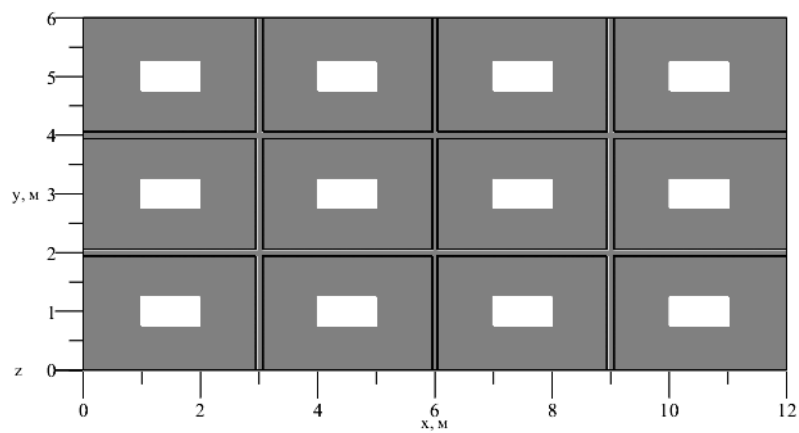


Рисунок 3.7. Схема распределения 5 ребер и 12 вырезов по плану цилиндрической оболочки варианта геометрии 3

В таблице 3.3 приведены значения критических нагрузок потери устойчивости для рассматриваемых конструкций в зависимости от числа членов разложения.

Таблица 3.3. Значения критических нагрузок потери устойчивости, МПа

Вариант геометрии	N		
	9	16	25
1	0.272	0.270	0.270
2	0.162	0.163	0.163
3	0.887	0.890	0.885
1 (СПТ)	0.574	0.570	0.538
2 (СПТ)	0.174	0.164	0.144
3 (СПТ)	0.280	0.558	1.500

На рисунках 3.8-3.13 приведены графики «Нагрузка – наибольший прогиб» для рассматриваемых конструкций при различных N . Пунктирной линией показан график при $N=9$, штрихпунктирной – при $N=16$, регулярной – при $N=25$.

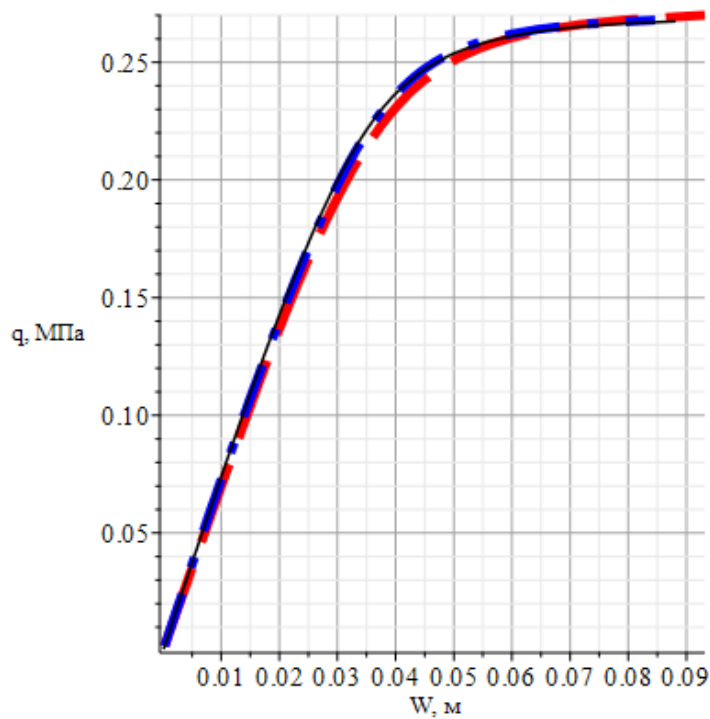


Рисунок 3.8. Графики «нагрузка – наибольший прогиб» для оболочки варианта геометрии 1

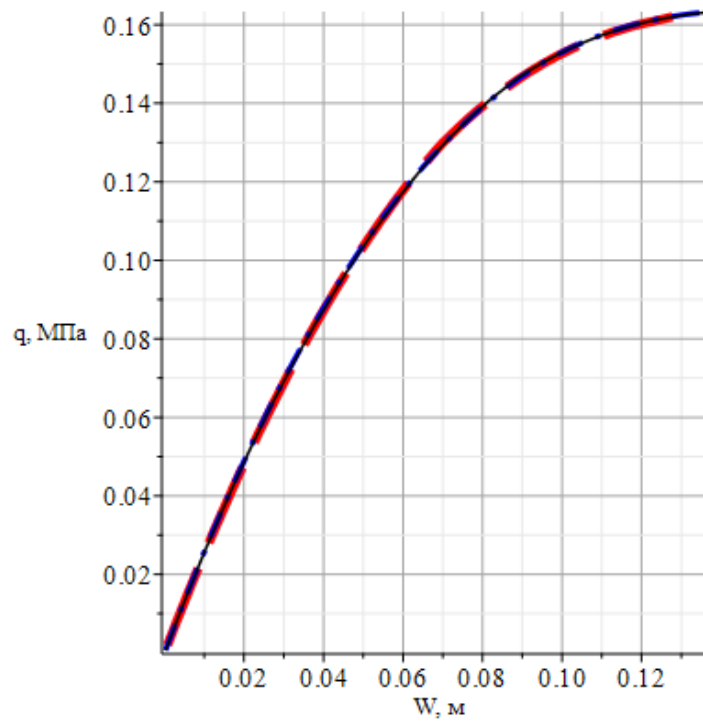


Рисунок 3.9. Графики «нагрузка – наибольший прогиб» для гладкой оболочки варианта геометрии 2

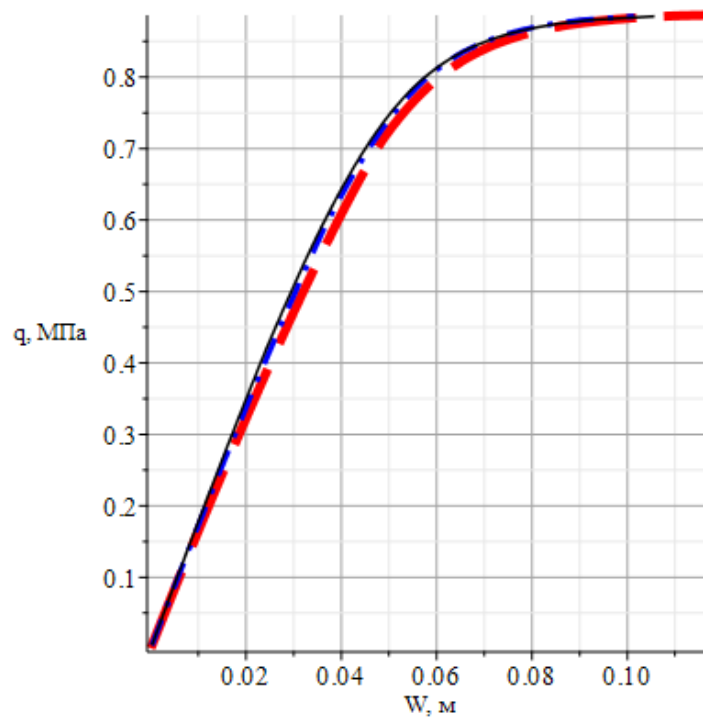


Рисунок 3.10. Графики «нагрузка – наибольший прогиб» для гладкой оболочки варианта геометрии 3

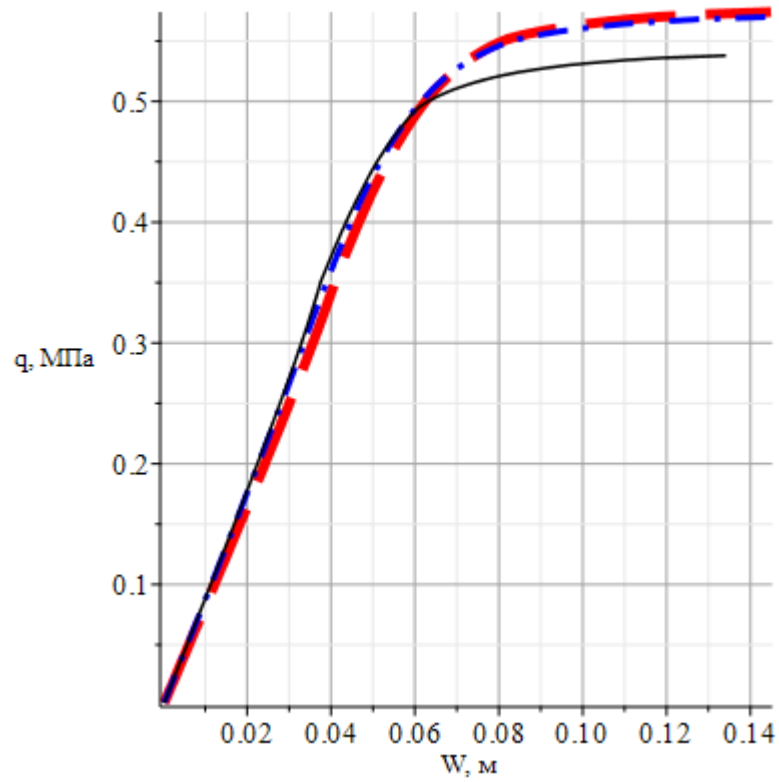


Рисунок 3.11. Графики «нагрузка – наибольший прогиб» для оболочки ступенчато-переменной толщины варианта геометрии 1

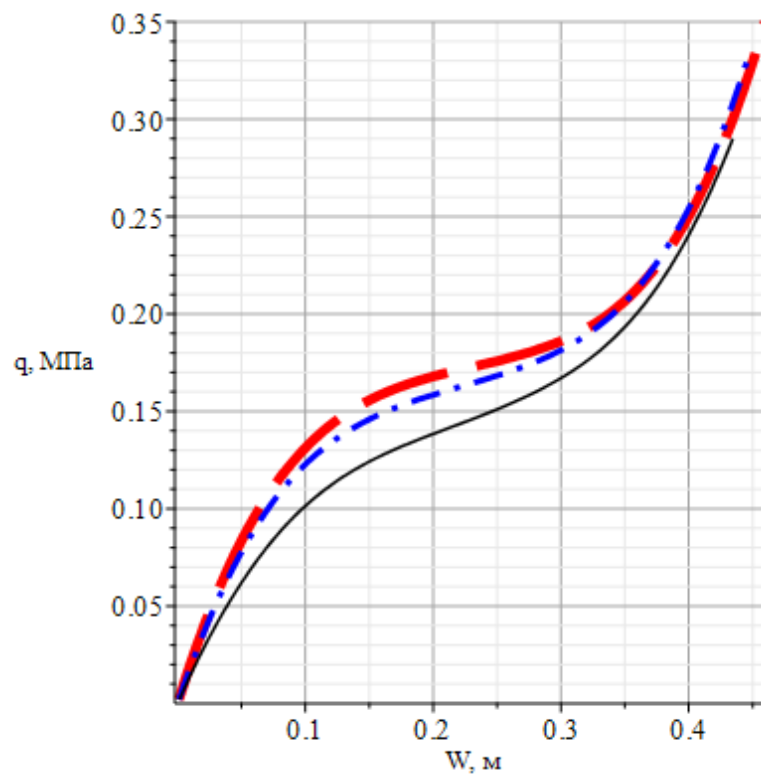


Рисунок 3.12. Графики «нагрузка – наибольший прогиб» для оболочки ступенчато-переменной толщины варианта геометрии 2

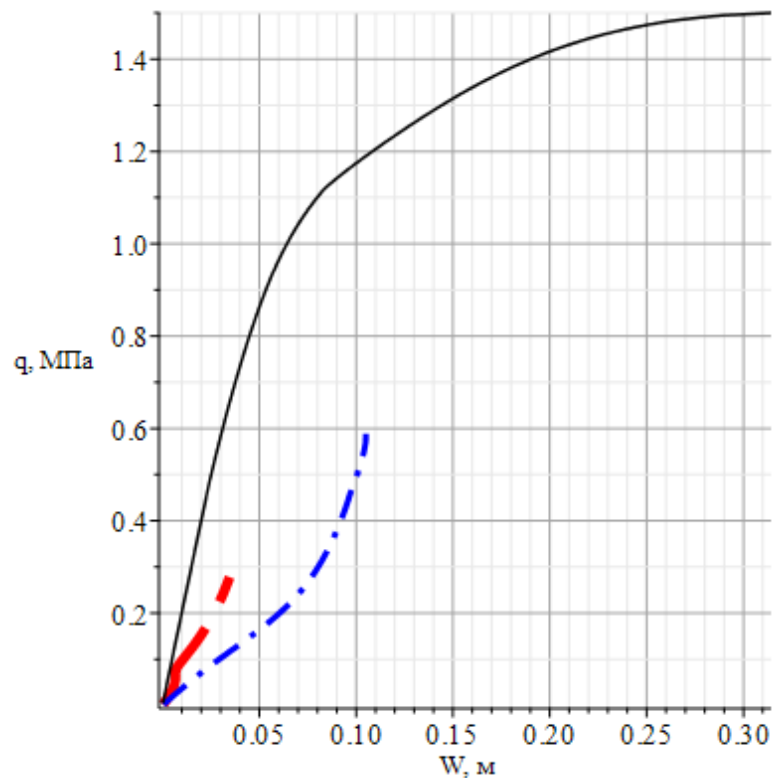


Рисунок 3.13. Графики «нагрузка – наибольший прогиб» для оболочки ступенчато-переменной толщины варианта геометрии 3

На рисунках 3.8-3.13 видно, что графики лежат достаточно близко друг к другу, причем графики, полученные при 16 и 25 членах разложения в (2.41) практически совпадают. Значения критических нагрузок потери устойчивости при $N=16$ и $N=25$ для гладких оболочек также практически совпадают, не превышая 1% для рассматриваемых конструкций. Таким образом, для исследования прочности и устойчивости гладких цилиндрических оболочек из перекрестно-клееной древесины достаточно использовать 16 членов разложения в методе Ритца.

Отдельное внимание стоит обратить на результаты, полученные для оболочек ступенчато-переменной толщины. Здесь отличается как форма графиков «нагрузка – наибольший прогиб», так и значения критических нагрузок потери устойчивости. Данные результаты объясняются тем, что 9 и даже 16 членов разложения в методе Ритца не способны достаточно хорошо аппроксимировать такие сложные конструкции. Для того, чтобы подтвердить, что при $N=25$ в (2.41) получены значения, отражающие картину деформаций цилиндрической оболочки

ступенчато-переменной толщины из перекрестно-клееной древесины, проведем сравнение состояния конструкции при выбранной небольшой нагрузке. Также будут проведены сравнения остальных рассматриваемых конструкций для подтверждения достоверности предложенной математической модели.

На основании полученных выше результатов, расчеты проводились по предложенной математической модели с удержанием $N=16$ и $N=25$ членов разложения в аппроксимации (2.41) для гладких конструкций и оболочек ступенчато-переменной толщины соответственно. Также прогибы в центре конструкции и максимальные прогибы оболочек рассчитывались с помощью ПК «Лира-САПР». Поскольку подаваемая на конструкции нагрузка равномерно распределена по всей поверхности оболочек, а также ориентирована вертикально, а сама нагрузка выбирается такой, чтобы перемещения были малы, то зависимость перемещений от нагрузки можно считать линейной, а данный случай нагружения достаточно тривиальным [2]. Отсюда для получения значения перемещений точек оболочек будет достаточно разбиения конструкции 20×20 конечных элементов в плане и на 2 конечных элемента по оси z каждого слоя.

Также были получены значения относительного отклонения наибольшего прогиба ΔW_{\max} и прогиба в центре ΔW_c , полученного по формуле (3.1):

$$\Delta W = \frac{|W^L - W^M|}{W^L} \cdot 100\% . \quad (3.1)$$

Здесь ΔW – относительное отклонение, получаемое как для значений прогиба в центре конструкции W_c , так и для наибольшего прогиба W_{\max} ; W^L – значение прогиба, полученное с помощью ПК «Лира-САПР»; W^M – значение прогиба, полученное с помощью предложенной математической модели.

Нормальная равномерно-распределенная вертикально-ориентированная нагрузка, подаваемая на рассматриваемые оболочки, выбиралась таким образом, чтобы наибольший прогиб, полученный по предложенной математической модели, не превышал 2 мм. Полученные результаты приведены в таблице 3.4.

Таблица 3.4. Расчетные значения прогибов рассматриваемых оболочек

Вариант геометрии	Нагрузка q , МПа	W_c^L , мм	W_{\max}^L , мм	W_c^M , мм	W_{\max}^M , мм	ΔW_c , %	ΔW_{\max} , %
1	0.010	1.14	1.28	1.25	1.33	9.65	3.38
2	0.003	1.04	1.06	1.09	1.14	4.61	7.37
3	0.020	1.30	1.30	1.17	1.18	10.0	9.23
1 (ступенчато-переменной толщины)	0.010	1.09	1.30	1.13	1.13	3.68	13.1
2 (ступенчато-переменной толщины)	0.003	1.20	1.38	1.38	1.59	14.9	14.7
3 (ступенчато-переменной толщины)	0.020	0.68	1.17	0.59	0.98	12.7	14.9

Также важным фактором является состояние конструкции, находящейся под заданной нагрузкой, поскольку дает лучшее представление о характере деформирования конструкции, чем поле прогибов. Соответствующие графики приведены на рисунках 3.14-3.25. Для лучшей визуализации деформаций вводится коэффициент искажения масштаба перемещений K_m , таким образом отложенный от поверхности оболочки прогиб в точке (x, y) будет равен $K_m \cdot W(x, y)$. K_m будет равен соответственно 1860, 426 и 600 для вариантов геометрии 1, 2, 3 (гладкой), а также 1214, 651 и 813 для вариантов геометрии 1, 2, 3 (ступенчато-переменной толщины) соответственно. Конечная форма состояния конструкции в конкретных точках зависит от используемых при расчетах аппроксимирующих функций, не давая точных совпадений при расчете по разным моделям.

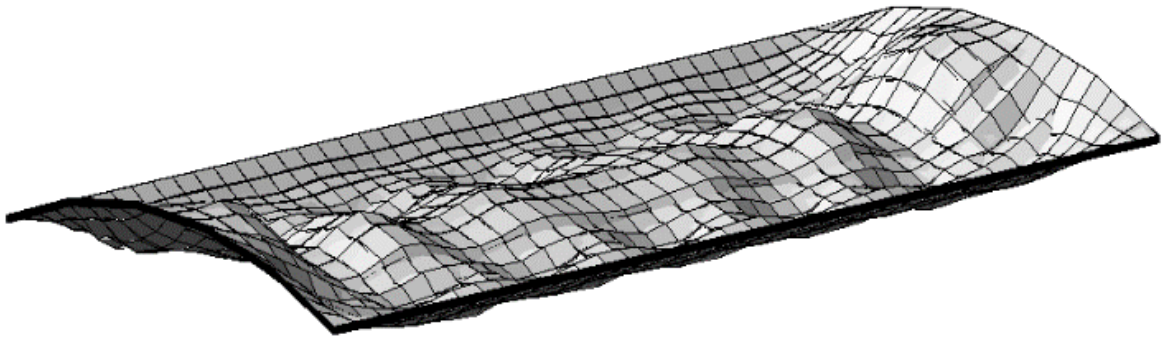


Рисунок 3.14. Форма состояния конструкции под нагрузкой для оболочки варианта геометрии 1, полученная в ПК «Ли́ра-САПР»

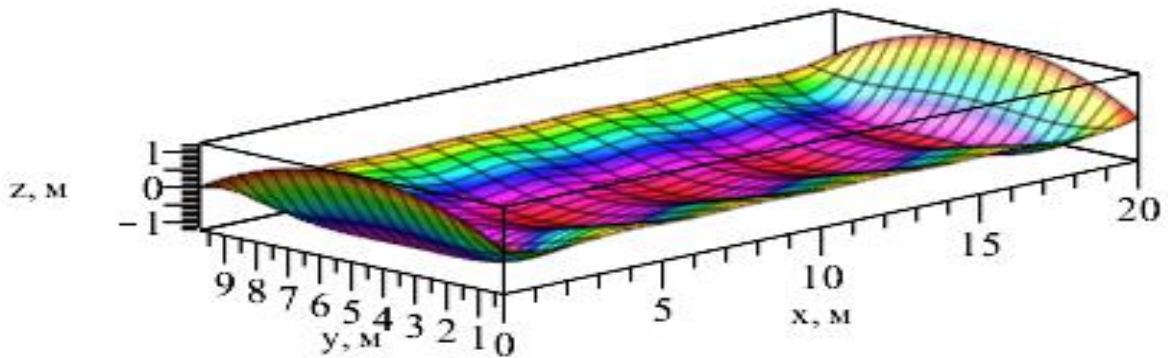


Рисунок 3.15. Форма состояния конструкции под нагрузкой для оболочки варианта геометрии 1, полученная по предложенной математической модели

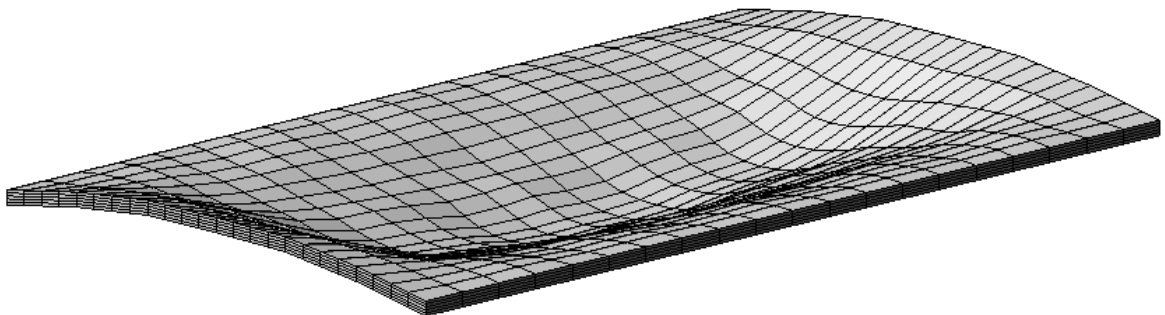


Рисунок 3.16. Форма состояния конструкции под нагрузкой для оболочки варианта геометрии 2, полученная в ПК «Ли́ра-САПР»

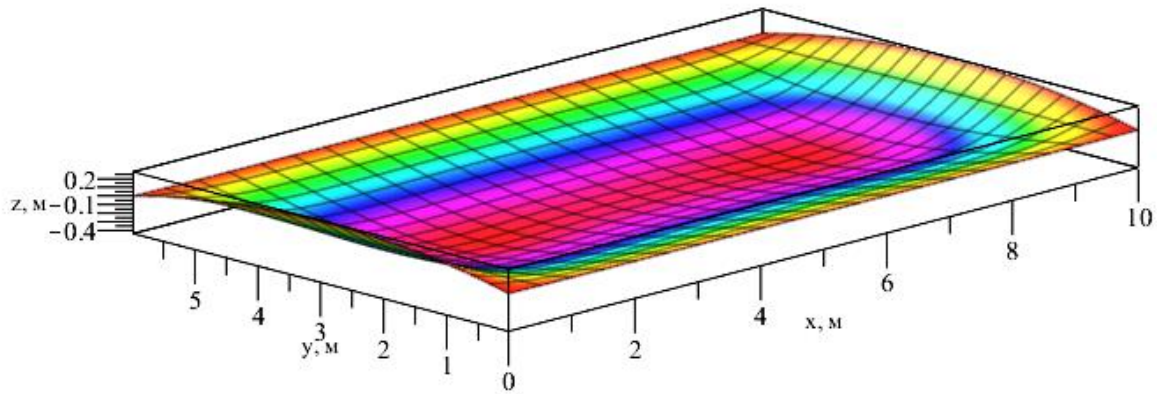


Рисунок 3.17. Форма состояния конструкции под нагрузкой для оболочки варианта геометрии 2, полученная по предложенной математической модели

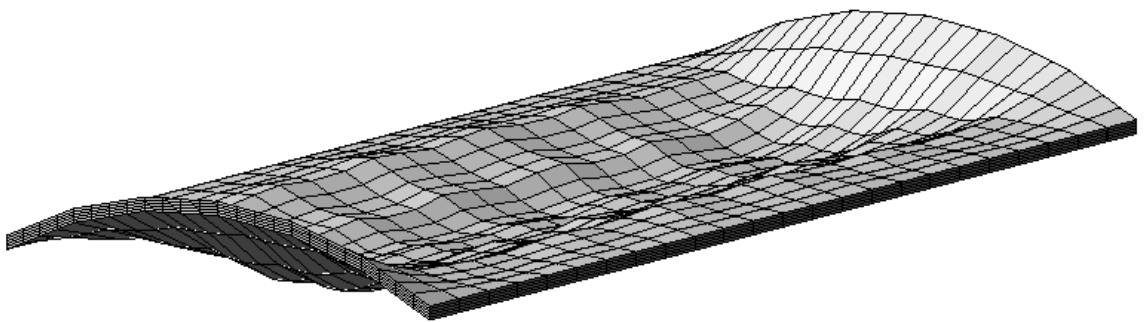


Рисунок 3.18. Форма состояния конструкции под нагрузкой для оболочки варианта геометрии 3, полученная в ПК «Лири-САПР»

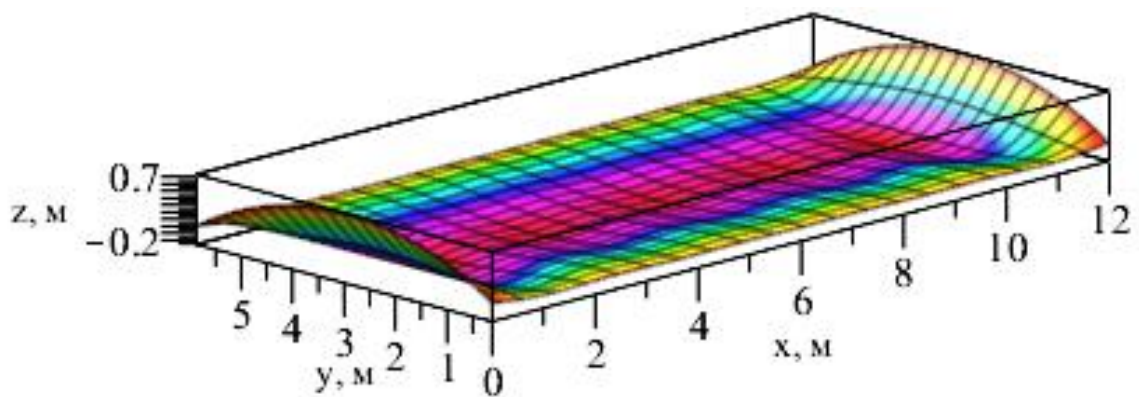


Рисунок 3.19. Форма состояния конструкции под нагрузкой для оболочки варианта геометрии 3, полученная по предложенной математической модели

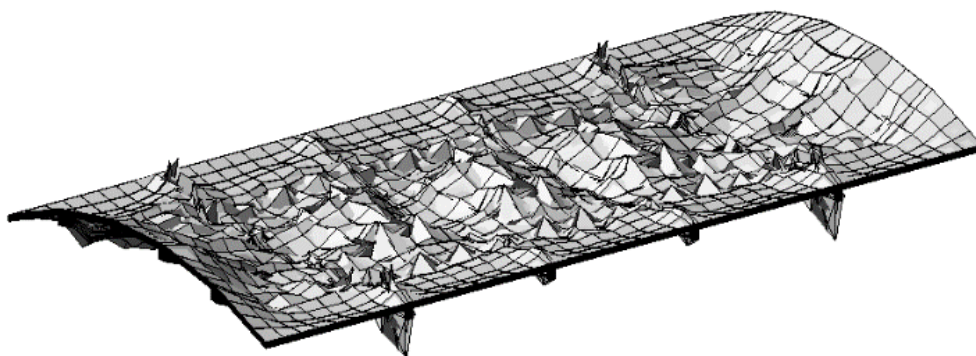


Рисунок 3.20. Форма состояния конструкции под нагрузкой для оболочки варианта геометрии 1 ступенчато-переменной толщины, полученная в ПК «Лира-САПР»

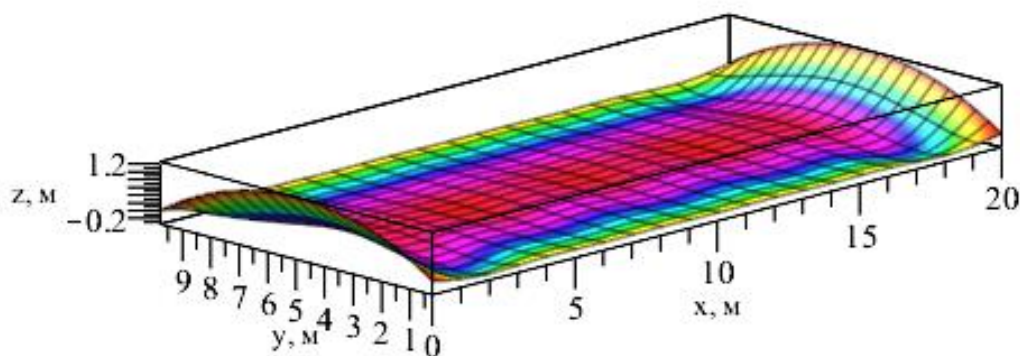


Рисунок 3.21. Форма состояния конструкции под нагрузкой для оболочки варианта геометрии 1 ступенчато-переменной толщины, полученная по предложенной математической модели

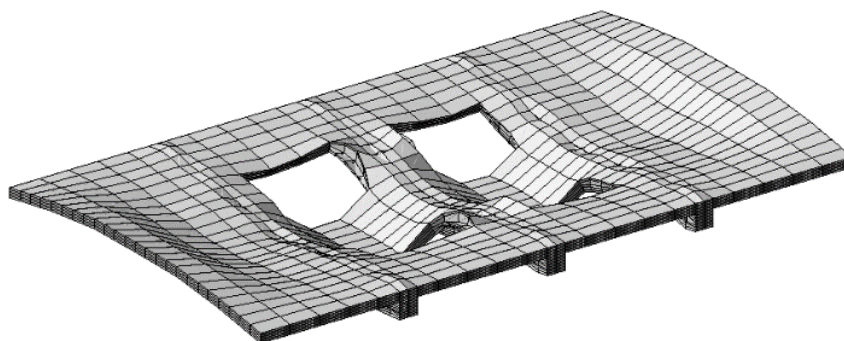


Рисунок 3.22. Форма состояния конструкции под нагрузкой для оболочки варианта геометрии 2 ступенчато-переменной толщины, полученная в ПК «Лира-САПР»

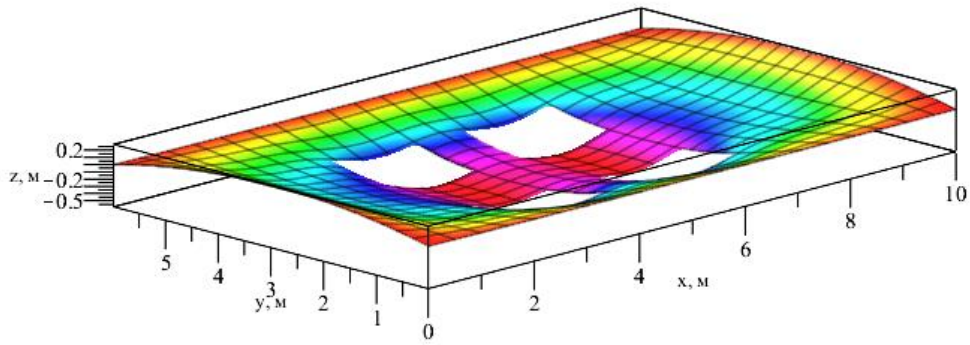


Рисунок 3.23 Форма состояния конструкции под нагрузкой для обложки варианта геометрии 2 ступенчато-переменной толщины, полученная по предложенной математической модели

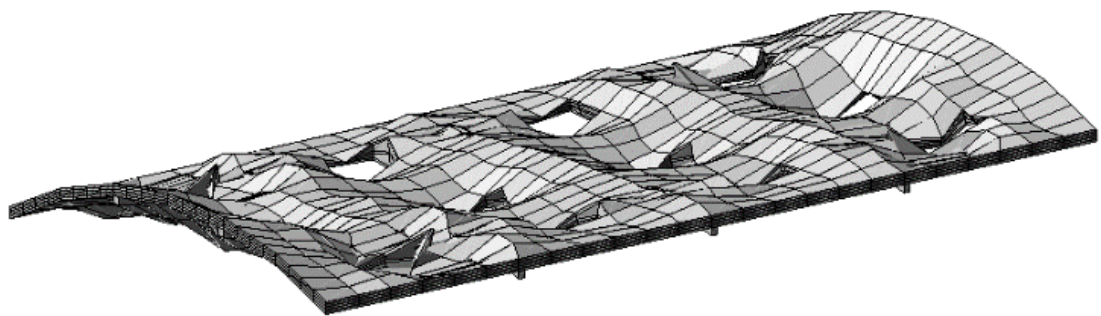


Рисунок 3.24. Форма состояния конструкции под нагрузкой для оболочки варианта геометрии 3 ступенчато-переменной толщины, полученная в ПК «Лира-САПР»

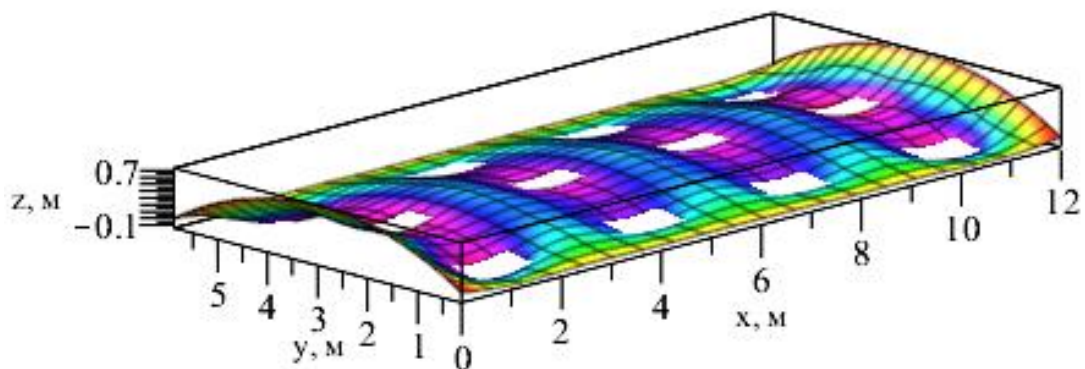


Рисунок 3.25. Форма состояния конструкции под нагрузкой для оболочки варианта геометрии 3 ступенчато-переменной толщины, полученная по предложенной математической модели

Из данных, представленных в таблице 3.3, а также по рисункам 3.14-3.19 видно, что предложенная математическая модель для исследования НДС гладких многослойных цилиндрических оболочек обеспечивает точность вычислений, не выходящую за 10%-ный интервал в сравнении с расчетами ПК «Лира-САПР». Для конструкции ступенчато-переменной толщины разрыв значений несколько больше и достигает 14.9%. Данный эффект связан с тем, что наибольшие и наименьшие прогибы возникают в точках вблизи краев выреза и мест присоединения ребер соответственно, где оценка деформаций сильно зависит от выбранной формы аппроксимирующих функций или конечного элемента. Между тем, общая форма деформаций рассматриваемых конструкций практически идентична, что говорит о близости получаемых по предложенной математической модели и по ПК «Лира-САПР» результатов.

3.3 Влияние ребер и вырезов на прочность цилиндрических оболочек из ДПК

Поскольку такие конструктивные особенности покрытий, как ребра жесткости, накладки, а также вырезы и канавки, ослабляющие конструкцию, оказывают значительное влияние на прочность и устойчивость цилиндрических оболочек, то крайне важным становится анализ не только устойчивости, но и прочности таких конструкций.

Для анализа прочности вновь воспользуемся СП 64.13330.2017 «Деревянные конструкции». Сопротивление древесины хвойных пород определяется соотношением

$$R^p = R^A m_{\text{дл}} \prod_i m_i$$

где R^A – расчетное сопротивление древесины по СП 64.13330.2017 расчетное сопротивление древесины, МПа, влажностью 12% для режима нагружения А, в сооружениях 2-го класса функционального назначения, согласно приложению А, при сроке эксплуатации не более 50 лет, $m_{\text{дл}}$ – коэффициент длительной прочности

исходя из режима длительности нагружения, $\prod_i m_i$ – произведение коэффициентов условий работы.

В соответствие с представленными расчетными сопротивлениями и условиями эксплуатации предельные прочностные характеристики рассматриваемого материала для ели будут иметь вид, представленный в таблице 3.5.

Таблица 3.5. Пределы прочности рассматриваемого материала

Характеристика	$R_{p,0}^p$	$R_{c,0}^p$	$R_{p,90}^p$	$R_{c,90}^p$	R_s^p
R^A , МПа	18.00	24.00	5.000	5.600	9.000
$m_{дл}$	0.8 (режим нагружения Д)				
m_B	1 (условие эксплуатации 2)				
m_T	1 (температура ниже 35°C)				
$m_{сл}$	1 (толщина слоя до 4 см)				
$m_{ГН}$	0.8 (отношение радиуса к толщине более 250)				
$m_{с,с}$	1 (50 лет)				
R^P , МПа	11.52	15.36	3.20	3.58	5.76

В рамках анализа напряженно-деформированного состояния цилиндрических оболочек с геометрическими параметрами, представленными в таблице 3.1, проводился анализ прочности рассматриваемых конструкций. При этом вновь исследовались как гладкие конструкции, так и оболочки ступенчато-переменной толщины с параметрами, представленными на рисунках 3.5-3.7. Оценка получаемых компонент напряжений проводилась по критерию максимальных напряжений (2.38) и критерию прочности Ашкенази Е.К. (2.40). Значения критических нагрузок превышения пределов прочности в каждом слое рассматриваемых конструкций представлены на в таблице 3.6 как для гладких оболочек, так и для конструкций ступенчато-переменной толщины для соответствующих критериев прочности.

Таблица 3.6. Значения критериев прочности Ашкенази Е.К. и максимальных напряжений для гладких оболочек и оболочек ступенчато-переменной толщины

Вариант геометрии	Номер слоя	Значение критической нагрузки потери прочности, МПа			
		Гладкая оболочка		Оболочка ступенчато-переменной толщины	
		Критерий прочности Ашкенази Е.К.	Критерий максимальных напряжений	Критерий прочности Ашкенази Е.К.	Критерий максимальных напряжений
1	1	0.030	0.030	0.028	0.028
	2	0.226	0.226	0.532	0.538
	3	0.034	0.034	0.034	0.034
2	1	0.014	0.014	0.004	0.004
	2	0.163	0.163	0.074	0.112
	3	0.019	0.019	0.004	0.004
	4	0.118	0.118	0.074	0.076
	5	0.020	0.020	0.006	0.006
3	1	0.050	0.050	0.026	0.026
	2	0.885	0.885	0.322	0.326
	3	0.055	0.055	0.036	0.036
	4	0.715	0.795	0.500	0.512
	5	0.060	0.060	0.044	0.044

Как видно из представленных в таблице данных, значения критических нагрузок превышения критериев прочности, полученные по критериям Ашкенази Е.К. и максимальных напряжений, лежат довольно близко как для гладких оболочек, так и для оболочек ступенчато-переменной толщины. Также можно сделать вывод, что ввод вырезов уменьшает значения критических нагрузок превышения данных критериев для оболочек ступенчато-переменной толщины в сравнении с гладкими оболочками. Также на графиках видно, что сначала потеря прочности происходит в нечетных слоях, волокна которых ориентированы поперек образующей цилиндра, причем как для гладких оболочек, так и для конструкций ступенчато-переменной толщины.

Анализ полей превышения рассматриваемых критериев прочности позволяет выявить места, в которых происходит их превышение в каждом слое. Результаты анализа критериев прочности оболочек с геометрическими параметрами,

приведенными в таблице 3.1, представлены в таблицах 3.7-3.12, причем поля превышения критерия прочности приводятся по критерию Ашкенази Е.К.

Таблица 3.7. Поля потери прочности для гладкой оболочки варианта геометрии 1

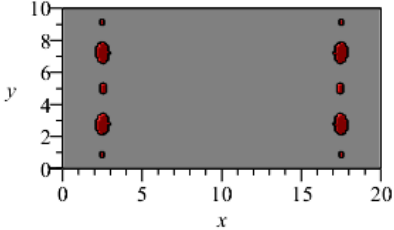
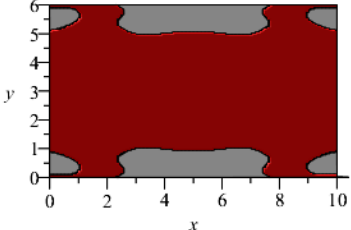
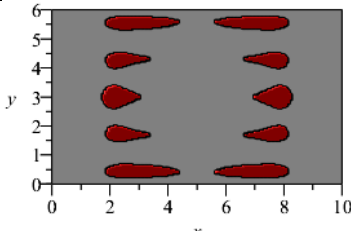
№ слоя	Направление	q^{kr} , МПа	Поле потери прочности
1	σ_y^-	0.028	
2	σ_x^+	0.268	
3	σ_y^-	0.032	

Таблица 3.8. Поля потери прочности для оболочки варианта геометрии 1 (СПТ)

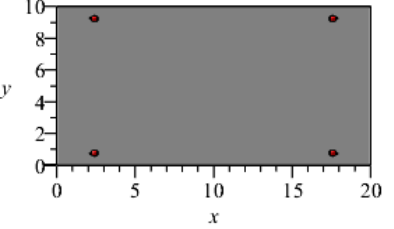
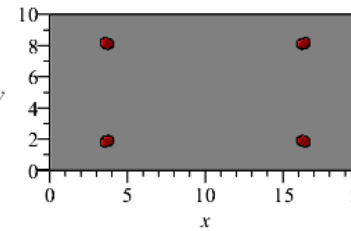
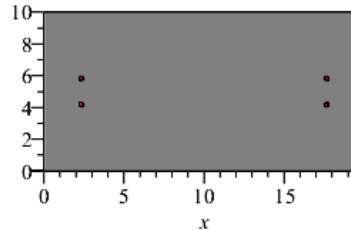
№ слоя	Направление	q^{kr} , МПа	Поле потери прочности
1	σ_y^-	0.028	
2	σ_x^+	0.532	
3	σ_y^-	0.034	

Таблица 3.9. Поля потери прочности для гладкой оболочки варианта геометрии 2

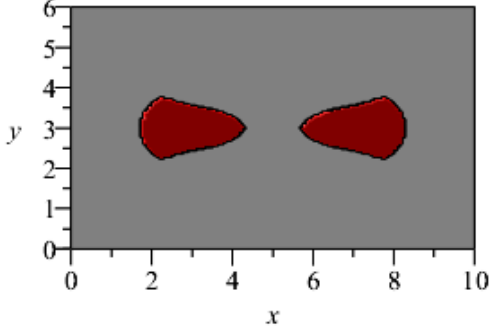
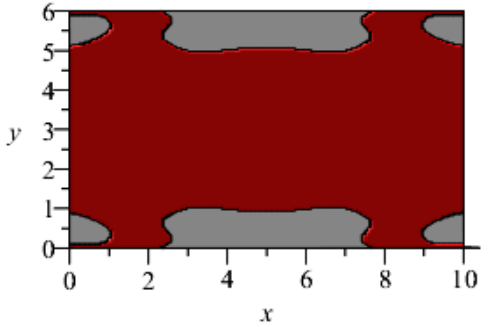
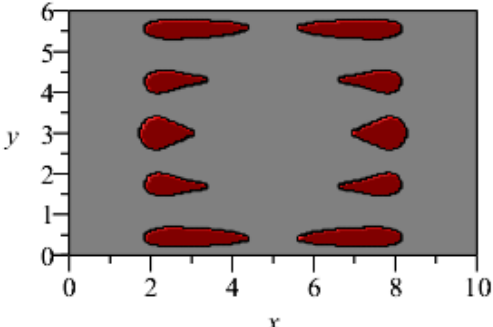
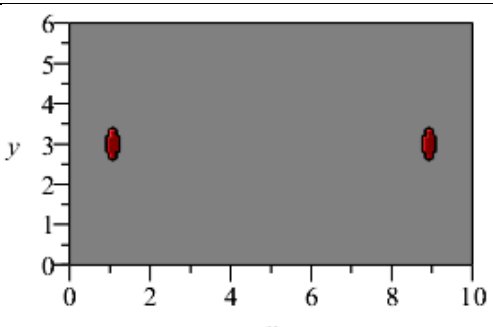
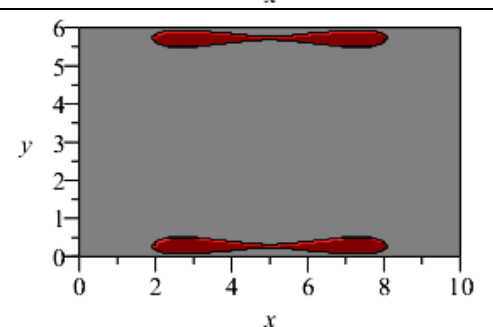
№ слоя	Направление	q^{kr} , МПа	Поле потери прочности
1	σ_y^-	0.018	
2	σ_x^+	0.163	
3	σ_y^-	0.024	
4	σ_x^+	0.139	
5	σ_y^-	0.026	

Таблица 3.10. Поля потери прочности для оболочки варианта геометрии 2 (СПТ)

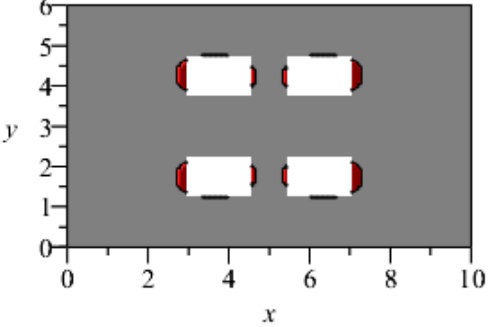
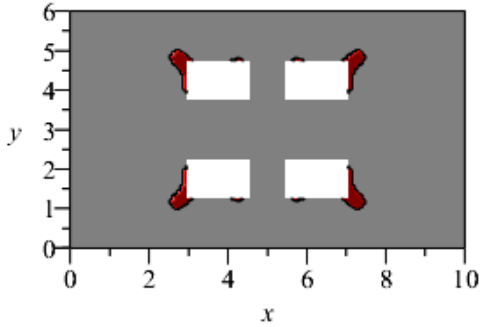
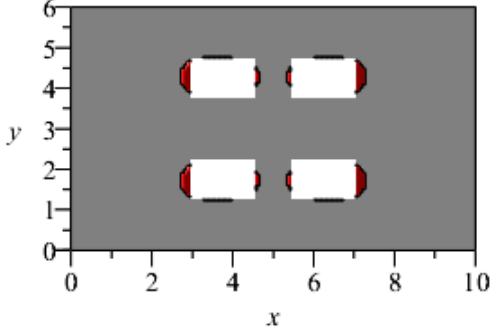
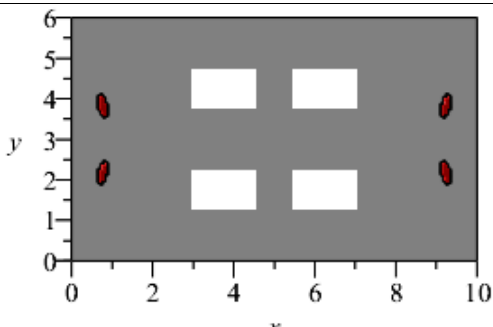
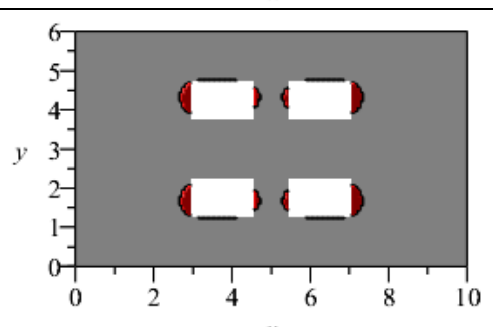
№ слоя	Направление	q^{kr} , МПа	Поле потери прочности
1	σ_y^-	0.006	
2	σ_x^+	0.146	
3	σ_y^-	0.008	
4	σ_x^+	0.106	
5	σ_y^-	0.012	

Таблица 3.11. Поля потери прочности для гладкой оболочки варианта геометрии 3

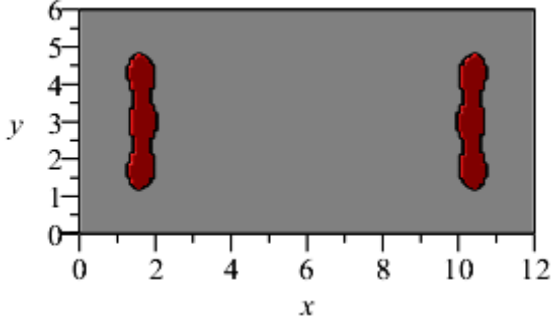
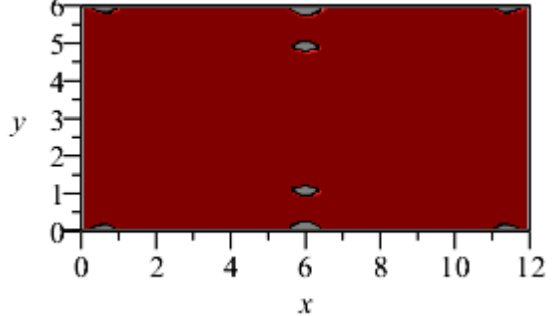
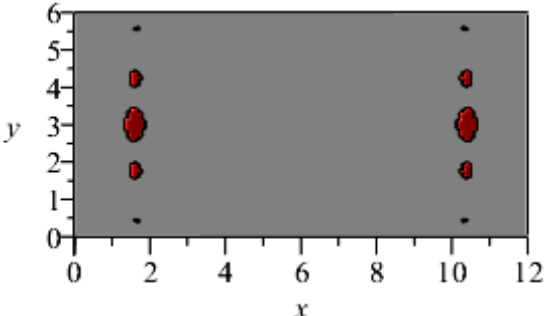
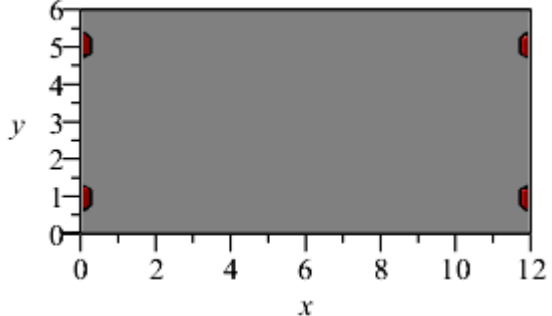
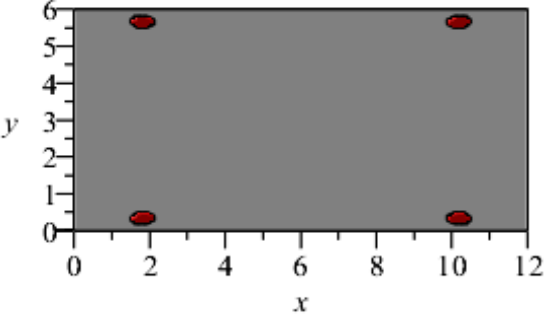
№ слоя	Направление	q^{kr} , МПа	Поле потери прочности
1	σ_y^-	0.050	
2	σ_x^+	0.885	
3	σ_y^-	0.055	
4	σ_x^+	0.715	
5	σ_y^-	0.060	

Таблица 3.12. Поля потери прочности для оболочки варианта геометрии 3 (СПТ)

№ слоя	Направление	q^{kr} , МПа	Поле потери прочности
1	σ_y^-	0.026	
2	σ_x^+	0.322	
3	σ_y^-	0.036	
4	σ_x^+	0.500	
5	σ_y^-	0.044	

Как видно из таблиц 3.7-3.12, нечетные слои, волокна которых ориентированы поперек образующей цилиндра, в соответствие с критерием максимальных напряжений теряют прочность по сжатию вдоль волокон. Для четных же слоев, ориентированных вдоль образующей, нарушение критерия происходит по растяжению вдоль волокон.

3.4 Влияние числа слоев и ориентации волокон ДПК-панели на прочность и устойчивость цилиндрической оболочки

Для анализа влияния числа слоев в цилиндрической оболочке из ДПК на ее НДС также воспользуемся перекрестно-клееной древесиной из ели. Геометрические параметры рассматриваемых конструкций приведены в таблице 3.13.

Таблица 3.13. Геометрические характеристики конструкций

Вариант геометрии	a , м	b , м	R , м	h , м
1	18.0	9.0	45.0	0.18
2	18.0	9.0	22.5	0.18
3	14.4	7.2	18.0	0.18

Для исследования влияния таких факторов, как ориентация волокон в слоях древесины и число этих слоев, при фиксированной общей толщине конструкции будет увеличиваться число слоев $N_l = [3; 9]$. При этом расчеты будут проводиться как для верхнего слоя, ориентированного вдоль оси x , так и для ориентированного вдоль оси y (рисунок 3.26). Во втором случае для нечетных слоев модули упругости и коэффициенты Пуассона соответственно меняются местами.

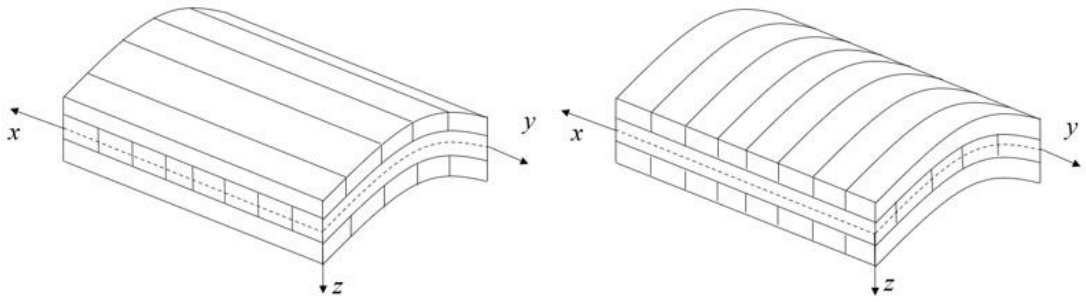


Рисунок 3.26. Схематичное расположение ориентации слоев для трехслойной оболочки — нечетный слой вдоль оси x (слева) и поперек (справа)

В таблицах 3.14-3.16 приведены значения критических нагрузок потери устойчивости q_{kr}^{stab} и прочности q_{kr}^{str} в первом слое, потерявшем прочность в соответствии с рассматриваемыми критериями прочности, при разной толщине слоев для каждого случая ориентации волокон верхнего (нечетного) слоя к оси x , а также относительное отклонение значений критической нагрузки потери устойчивости между двумя рассматриваемыми вариантами ориентации слоев Δ , полученное по формуле:

$$\Delta = \frac{|q_{kr}^{90} - q_{kr}^0|}{q_{kr}^{90}} \cdot 100 \%,$$

где q_{kr}^0 — значение критической нагрузки потери устойчивости для ориентации волокон нечетного слоя вдоль оси x , q_{kr}^{90} — перпендикулярно ей.

Таблица 3.14 – Значения критических нагрузок потери устойчивости и прочности для оболочки варианта геометрии 1

N_l	$h_i, 10^{-2}$ м	q_{kr}^{stab} , МПа		Δ^{stab} , %	q_{kr}^{str} , МПа		Δ^{str} , %
		q_{kr}^0	q_{kr}^{90}		q_{kr}^0	q_{kr}^{90}	
3	6.00	0.00775	0.02700	71.29	0.00410	0.00621	33.98
4	4.50	0.01315	0.02232	41.08	0.00425	0.00552	23.91
5	3.60	0.01390	0.02370	41.35	0.00414	0.00528	22.35
6	3.00	0.01520	0.02170	29.95	0.00430	0.00475	9.474
7	2.57	0.01540	0.02226	30.81	0.00391	0.00505	22.57
8	2.25	0.01608	0.02112	23.86	0.00425	0.00450	5.555
9	2.00	0.01612	0.02148	24.95	0.00407	0.00471	13.59

Таблица 3.15 – Значения критических нагрузок потери устойчивости и прочности для оболочки варианта геометрии 2

N_l	$h_i, 10^{-2} \text{ м}$	$q_{kr}^{stab}, \text{ МПа}$		$\Delta^{stab}, \%$	$q_{kr}^{str}, \text{ МПа}$		$\Delta^{str}, \%$
		q_{kr}^0	q_{kr}^{90}		q_{kr}^0	q_{kr}^{90}	
3	6.00	0.01953	0.14880	86.88	0.00888	0.01320	32.72
4	4.50	0.07896	0.07920	0.303	0.00924	0.01080	14.44
5	3.60	0.05172	0.12900	59.91	0.00948	0.01200	21.00
6	3.00	0.08976	0.08640	3.888	0.00960	0.01020	5.882
7	2.57	0.06456	0.11970	46.07	0.00960	0.01140	15.79
8	2.25	0.09492	0.08910	6.531	0.00980	0.01020	3.922
9	2.00	0.07152	0.11460	37.59	0.00970	0.01100	11.82

Таблица 3.15 – Значения критических нагрузок потери устойчивости для оболочки варианта геометрии 3

N_l	$h_i, 10^{-2} \text{ м}$	$q_{kr}^{stab}, \text{ МПа}$		$\Delta^{stab}, \%$	$q_{kr}^{str}, \text{ МПа}$		$\Delta^{str}, \%$
		q_{kr}^0	q_{kr}^{90}		q_{kr}^0	q_{kr}^{90}	
3	6.00	0.03588	0.21630	83.41	0.01150	0.01650	30.30
4	4.50	0.12360	0.13500	8.444	0.01168	0.01387	15.79
5	3.60	0.08904	0.19110	53.41	0.01179	0.01473	19.96
6	3.00	0.14244	0.14340	0.669	0.01205	0.01314	8.295
7	2.57	0.10812	0.17940	39.73	0.01183	0.01403	15.68
8	2.25	0.14388	0.14610	1.519	0.01241	0.01278	2.895
9	2.00	0.11784	0.17310	31.92	0.01199	0.01342	10.66

На рисунках 3.27-3.29 показана зависимость значений критической нагрузки потери устойчивости от числа слоев для обоих ориентаций волокон в нечетных слоях: синим – для ориентации нечетных слоев вдоль образующей цилиндра, красным — поперек. Для четного числа слоев в обоих случаях графики «нагрузка — число слоев» показаны пунктиром.

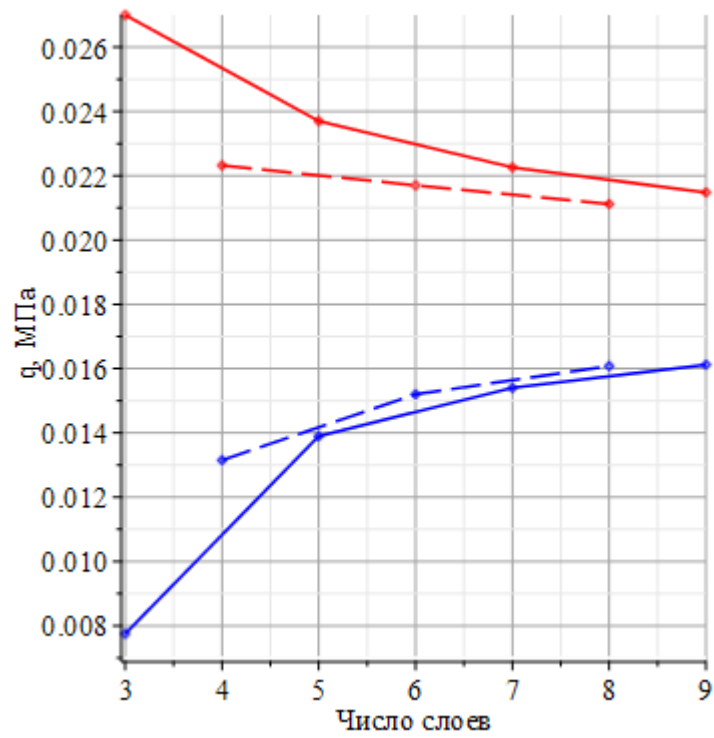


Рисунок 3.27. График зависимости критической нагрузки потери устойчивости от числа слоев для варианта геометрии 1

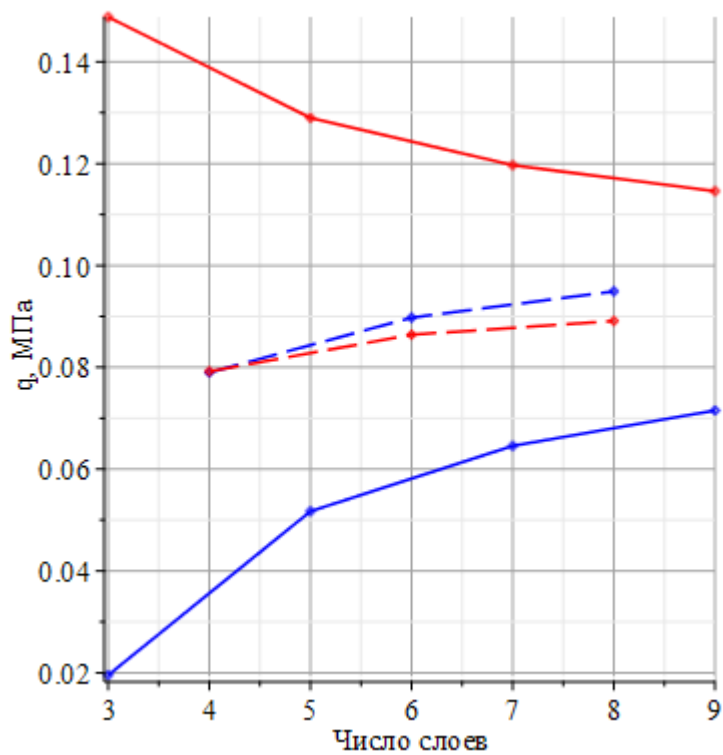


Рисунок 3.28. График зависимости критической нагрузки потери устойчивости от числа слоев для варианта геометрии 2

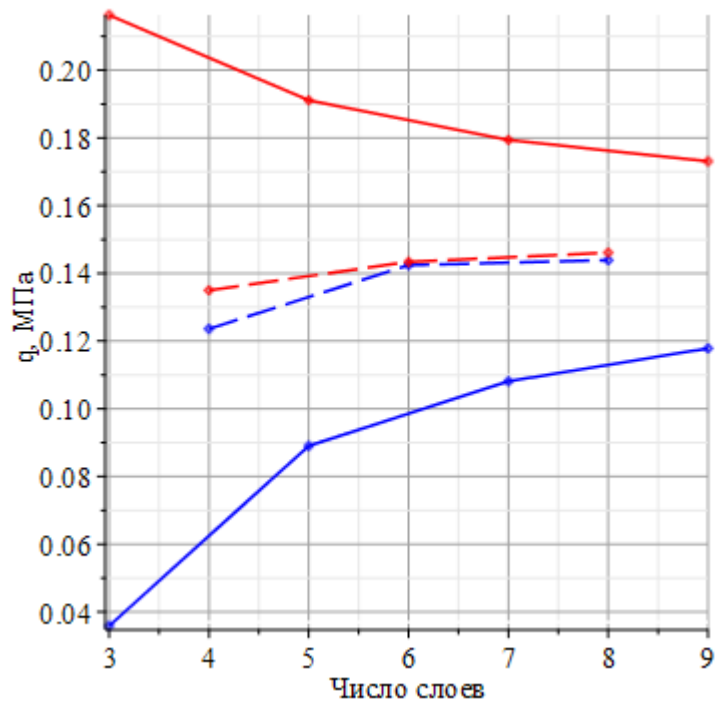


Рисунок 3.29. График зависимости критической нагрузки потери устойчивости от числа слоев для варианта геометрии 3

На рисунках 3.30-3.32 показаны аналогичные графики для значений q_{kr}^{str} .

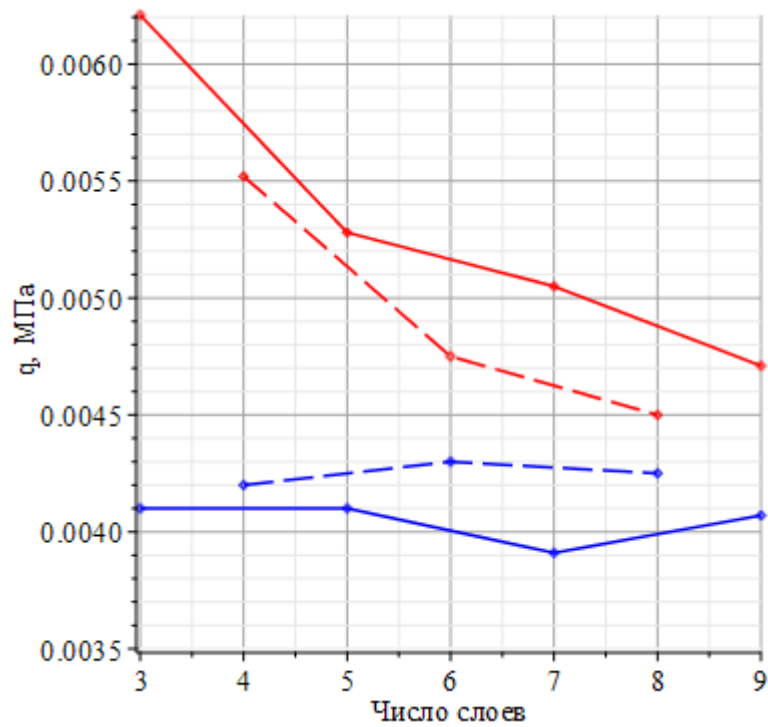


Рисунок 3.30. График зависимости q_{kr}^{str} от числа слоев для варианта геометрии 1

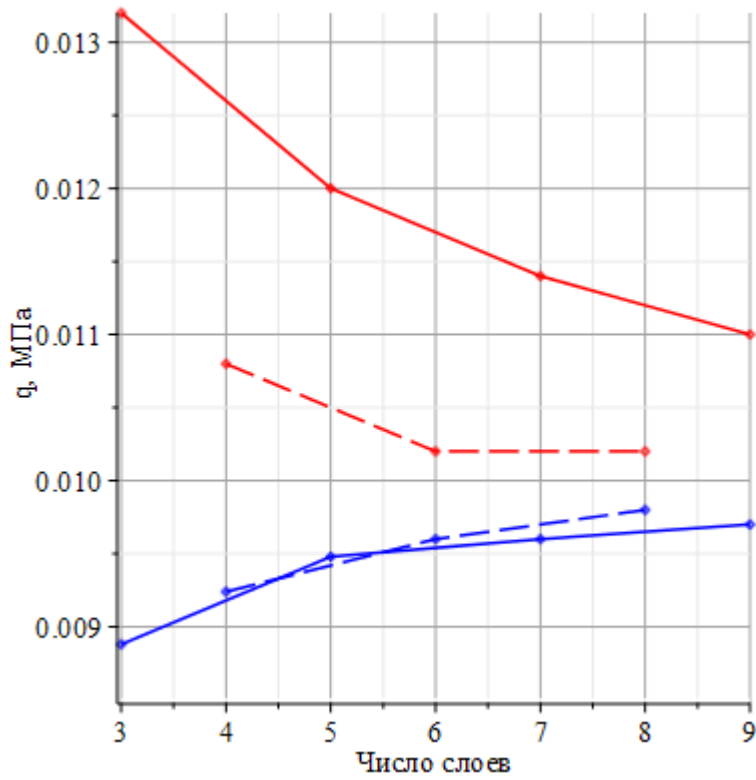


Рисунок 3.31. График зависимости q_{kr}^{str} от числа слоев для варианта геометрии 2

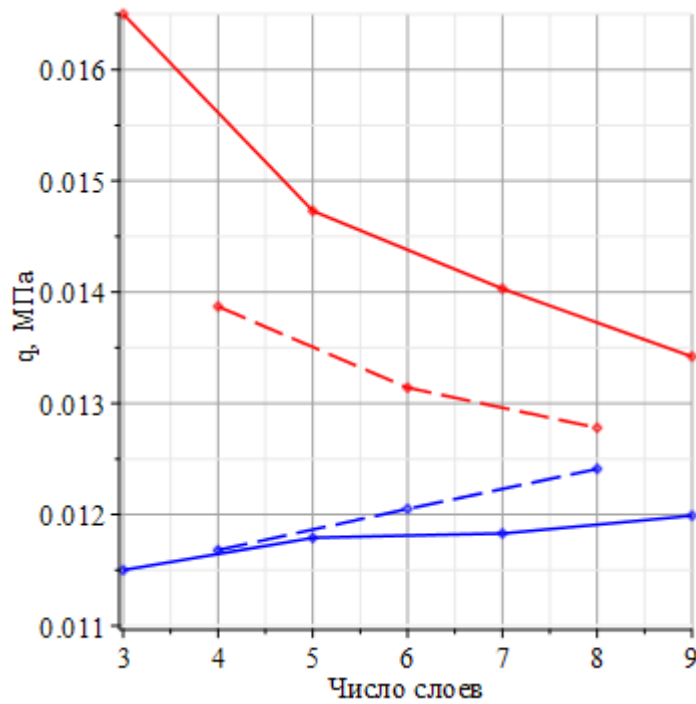


Рисунок 3.32. График зависимости q_{kr}^{str} от числа слоев для варианта геометрии 3

Анализируя полученные результаты, можно сделать вывод, что конструкции, для которых нечетные слои ориентированы вдоль образующей оболочки (вдоль оси

x для рассматриваемого случая), теряют устойчивость при меньшей нагрузке, чем оболочки, волокна нечетного слоя которых ориентированы поперек образующей (перпендикулярно оси x). Данный эффект обусловлен отсутствием кривизны в направлении оси x . Аналогичные выводы можно сделать и при анализе прочности –слои, волокна которых ориентированы поперек образующей, превышают предел прочности по рассматриваемым критериям при меньшей нагрузке, чем слои, ориентированные вдоль образующей. Установлено, что цилиндрические оболочки с ориентацией нечетных слоев поперек образующей превышают предел критериев прочности при большей нагрузке, чем цилиндрические оболочки с ориентацией нечетных слоев вдоль образующей.

Также показано, что при продольном расположении волокон в нечетных слоях с увеличением числа слоев N_l значения критических нагрузок потери устойчивости и прочности возрастает, а для перпендикулярного расположения — уменьшается, причем для обоих вариантов расположения волокон наблюдается сходимость к некоторому среднему значению. Это объясняется тем, что при увеличении числа слоев при их равной толщине суммарное влияние каждого направления на устойчивость и прочность оболочки асимптотически уравнивается. Подтверждением этому является также то, что при четном N_l значения критических нагрузок потери устойчивости для разных ориентаций волокон в нечетных слоях ближе друг другу, чем при нечетном N_l .

На основе вышесказанного оптимальным является нечетное число слоев в ДПК-панели с направлением волокон поперек образующей (вдоль кривизны оболочки) в нечетных слоях конструкции.

3.5 Выводы по третьей главе

Разработанный в предыдущей главе алгоритм исследования напряженно-деформированного состояния многослойных цилиндрических оболочек из перекрестно-клееной древесины реализован в среде аналитических вычислений

Waterloo Maple 2018. Графический и математический аппарат данной среды позволяет эффективно реализовать приведенные алгоритмы исследования, а также в полном объеме исследовать полученные результаты. Программа для ЭВМ зарегистрирована Федеральной службой интеллектуальной собственности, о чем имеется соответствующее свидетельство о государственной регистрации (Приложение 1).

Была проверена сходимость предложенной математической модели путем сравнения результатов, полученных с помощью разного числа членов разложения в методе Ритца. Показана сходимость решений как для гладких оболочек, так и для оболочек ступенчато-переменной толщины, притом для получения более точного решения для цилиндрических оболочек, ослабленных вырезами и подкрепленных ребрами жесткости, требуется большее число членов разложения в методе Ритца, чем для гладких оболочек (25 и 16 соответственно).

Проведена верификация предложенной математической модели посредством сравнения полученных по ней результатов с результатами, полученными в ПК «Лира-САПР». Для конструкций из CLT трех геометрий (рассматривались как гладкие оболочки, так и ступенчато-переменной толщины) и различного числа слоев анализировались значения прогиба в центре и наибольшего прогиба по всей конструкции, а также общая форма деформирования рассматриваемых цилиндрических оболочек. Показано, что полученные результаты достаточно близки, причем для гладких оболочек рассматриваемые значения лежат ближе (не превышают 10%), чем для цилиндрических оболочек ступенчато-переменной толщины (не превышают 15%), что объясняется различными методами анализа НДС и формой аппроксимирующих функций (конечных элементов). Таким образом, можно говорить об адекватности и достоверности предложенной математической модели исследования НДС многослойных цилиндрических оболочек из перекрестно-клееной древесины.

Проведен анализ прочности цилиндрических оболочек из CLT с помощью критериев максимальных напряжений и критерия Ашкенази Е.К. Данный анализ показал, что слои, волокна которых ориентированы поперек образующей

цилиндра, теряют прочность на сжатие вдоль волокон. В слоях же, волокна которых ориентированы вдоль образующей цилиндра, потеря прочности происходит по растяжению вдоль волокон. При этом для оболочек, ослабленных вырезами, концентрация напряжений происходит на краях вырезов, а потеря прочности в каждом слое наступает раньше, чем для гладких оболочек.

Рассмотрено влияние ориентации волокон в слоях древесины на прочность и устойчивость цилиндрических оболочек из ДПК. Здесь также рассматривались три гладкие конструкции различной геометрии, но изменялось число слоев и ориентации волокон в них. Показано, что при ориентации волокон нечетных слоев поперек образующей цилиндра устойчивость и прочность конструкции выше, чем при другом способе укладки ламелей древесины. При этом с увеличением числа слоев при таком способе ориентации волокон значения критических нагрузок потери устойчивости и потери прочности уменьшаются, приближаясь к значениям критических нагрузок потери устойчивости и потери прочности, полученным при продольном способе укладки ламелей нечетных слоев, где значения критических нагрузок потери устойчивости, наоборот, возрастают с увеличением числа слоев. Также было замечено, что с увеличением числа слоев значения критических нагрузок потери устойчивости и потери прочности для обоих вариантов ориентации волокон в слоях древесины асимптотически стремятся к некоторому среднему значению.

На основе проведенных вычислительных экспериментов и анализа полученных результатов можно сделать вывод, что оптимальным является нечетное число слоев в CLT-панели, при этом волокна нечетных слоев конструкции должны быть ориентированы поперек образующей цилиндра (вдоль кривизны оболочки).

ГЛАВА 4. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ФРАГМЕНТА СЕГМЕНТНОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ ИЗ ДПК

4.1 Методика проведения эксперимента

Для понимания работы цилиндрических оболочек из ДПК под воздействием нагрузки помимо вычислительного эксперимента стоит задача проведения испытаний цилиндрической оболочки из перекрестно-клееной древесины на прочность и устойчивость. С этой целью был создан образец, представляющий собой сегментную цилиндрическую оболочку, на который подавалась распределенная по двум участкам площади нормальная нагрузка. Образец рассматривался как элемент большей сегментной оболочки (рисунок 4.1).

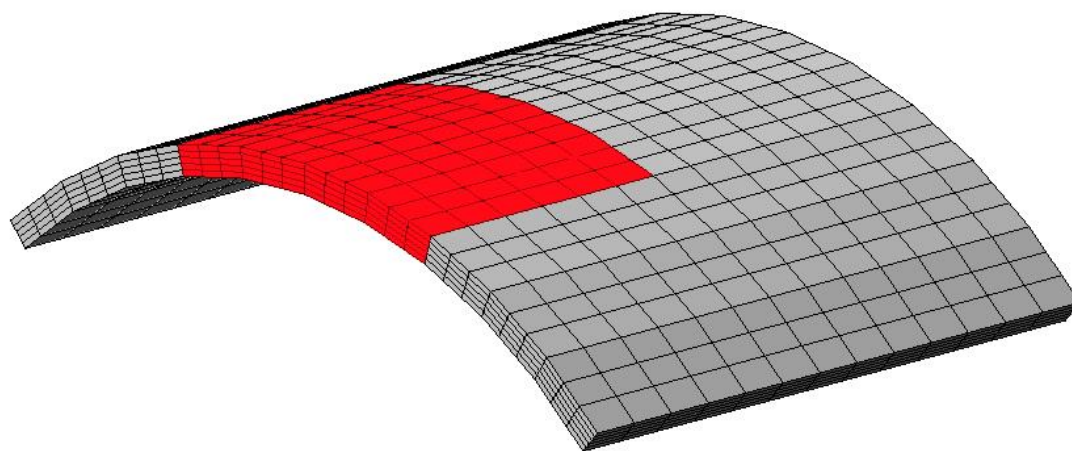


Рисунок 4.1. Фрагмент сегментной оболочки

Механические характеристики древесины выбраны в соответствии с СП 64.13330.2017 «Деревянные конструкции». Эксперимент проводится при нормальных условиях эксплуатации древесины.

Целью проведения эксперимента являлось получение значений критических нагрузок потери прочности и устойчивости, а также получение графиков «нагрузка – прогиб» для рассматриваемой конструкции.

Условия проведения эксперимента:

- закрепление контура – шарнирно-неподвижное вдоль образующей цилиндра, свободный край перпендикулярно образующей;
- температура окружающего воздуха – 19°C;
- влажность воздуха – 60%.
- нагрузка – поперечная, равномерно-распределенная по 2 прямоугольным участкам площади конструкции в соответствии со схемой проведения эксперимента, кН;
- скорость нагружения – 1 кН/мин;
- перемещение прессы на каждой ступени нагружения – 2 мм.

Фактор – поперечная равномерно-распределенная по 2 прямоугольным площадкам двух центральных сегментов оболочки нагрузка $N(t)$, кН/м²;

Отклики:

- прогиб конструкции в ее центре для каждого значения подаваемой на образец нагрузки, мм;
- критическая нагрузка разрушения конструкции N_{max} , кН/м².

Порядок проведения эксперимента:

Образец устанавливается на испытательный стенд (модель *Biss UT-05-2000kN*, заводской номер *1406 022001*, дата поверки *22.12.2023*, рисунок 4.2), контур конструкции закрепляется шарнирно-неподвижно вдоль образующей и имеет свободный край поперек образующей. На образце системой блоков закрепляются 2 прогибомера – один для измерения прогибов в центре конструкции, второй – для измерения прогибов на середине одного из краев оболочки. На выбранные площадки приложения нагрузки начинает оказываться давление в соответствии с выбранной скоростью нагружения вплоть до перемещения прессы до границы в 2 мм. После окончания приложения нагрузки на текущей ступени нагружения происходит снятие показаний прогибомеров в течение времени t_2 . Далее на следующей ступени нагружения снова подается нагрузка с последующим снятием показаний приборов в течение времени t_2 .

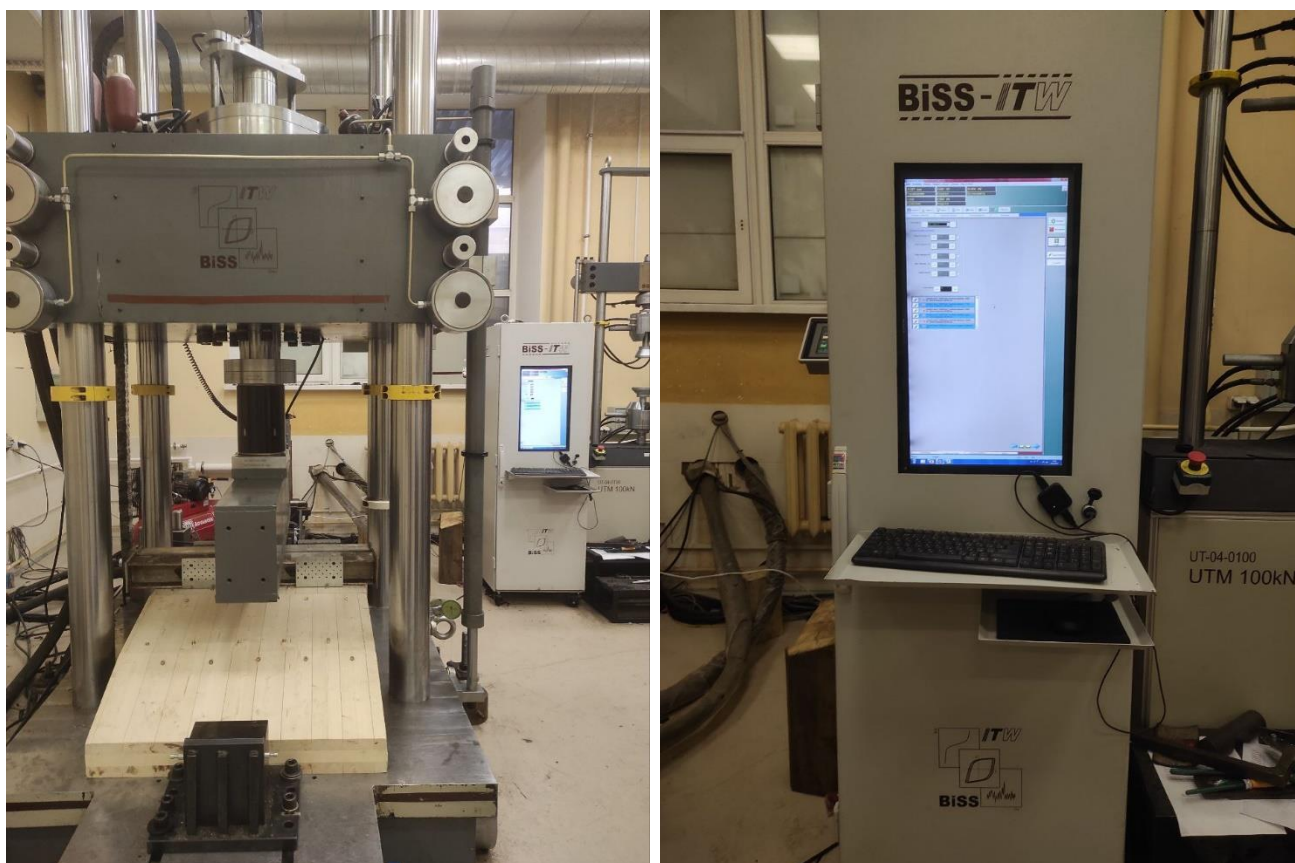


Рисунок 4.2. Общий вид испытательной установки с контрольной панелью

Ограничения проведения эксперимента:

- недостаточно точная подгонка узлов и сегментов модели;
- ограничения геометрии испытываемой конструкции, накладываемые размерами испытательной машины;
- ограничение закрепления контура модели.

4.2 Предварительное испытание сегментной оболочки из ДПК

Для проведения эксперимента была выбрана трехслойная CLT-плита с параметрами 3000x300x100 мм. Волокна нечетных слоев (толщина слоя 40 мм) направлены вдоль длинной стороны плиты, волокна четного слоя (толщина слоя 20 мм) направлены поперек длинной стороны. Схема проведения эксперимента представлена на рисунке 4.2.

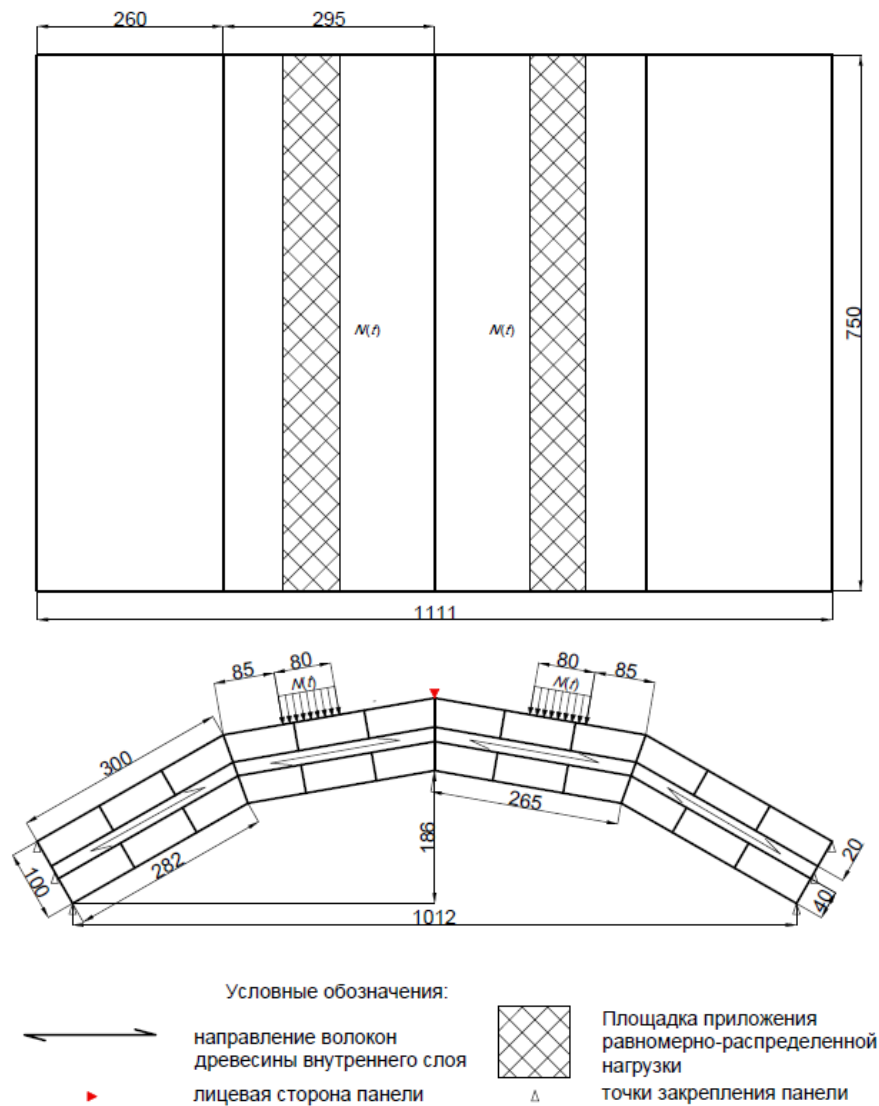


Рисунок 4.2. Схема проведения эксперимента

4.2.1 Сборка сегментной оболочки из ДПК

Плита была разрезана на 4 равных прямоугольных элемента длиной 750 мм и шириной 300 мм каждая. Далее полученным сегментам была придана трапециевидная форма за счет обрезки боковых сторон вдоль длины сегментов. Полученные трапециевидные элементы соединялись между собой саморезами производства компании «Нимтех» 8x240 мм (рисунок 4.3). В соответствие с СП 64.13330.2017 расстояние между цилиндрическими нагелями должно быть не

менее 7 диаметров нагеля (56 мм), таким образом расстояние между нагелями в каждом направлении было выбрано 100 мм. Поскольку соединение сегментов осуществлялось под углом в 20° , угол вхождения нагеля в плиту был выбран 35° . Процесс создания образца приведен на рисунках 4.4-4.6. Схема образца и его геометрические параметры представлены на рисунке 4.6.



Рисунок 4.3. Используемые при сборке саморезы 8x240 мм



Рисунок 4.4. Трапециевидный сегмент цилиндрической оболочки



Рисунок 4.5. Сегменты цилиндрической оболочки с частично вкрученными саморезами



Рисунок 4.6. Цилиндрическая сегментная оболочки из ДПК

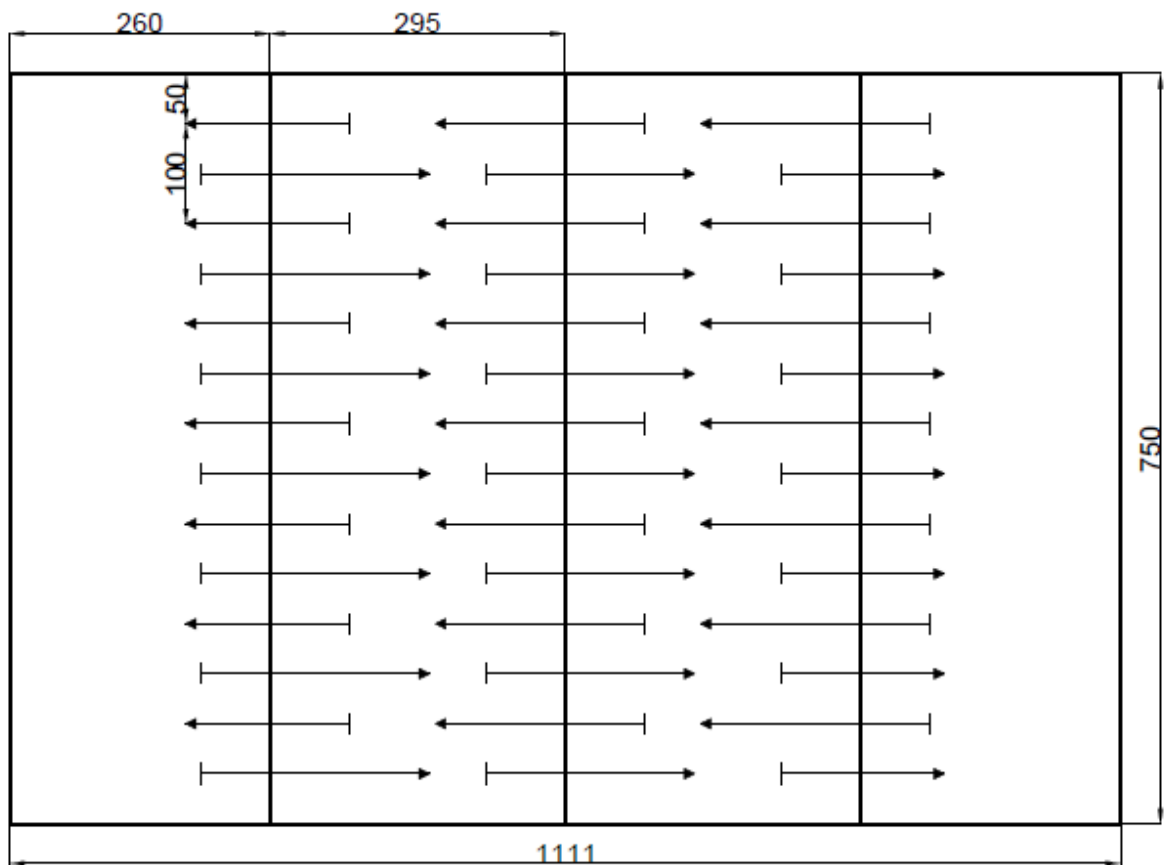


Рисунок 4.7.а) Геометрические параметры образца, план сверху



Рисунок 4.7.б) Геометрические параметры образца, вид с лицевой стороны

4.2.2 Испытания модели цилиндрической оболочки на несущую способность

В соответствии с вышеописанной методикой собранный образец был помещен в испытательный стенд и подвержен воздействию равномерно-распределенной по двум участкам площади постоянно возрастающей нагрузке (рисунок 4.8). В таблице 4.1 приведены значения прогибов в центре конструкции и на середине края поперек образующей цилиндра.

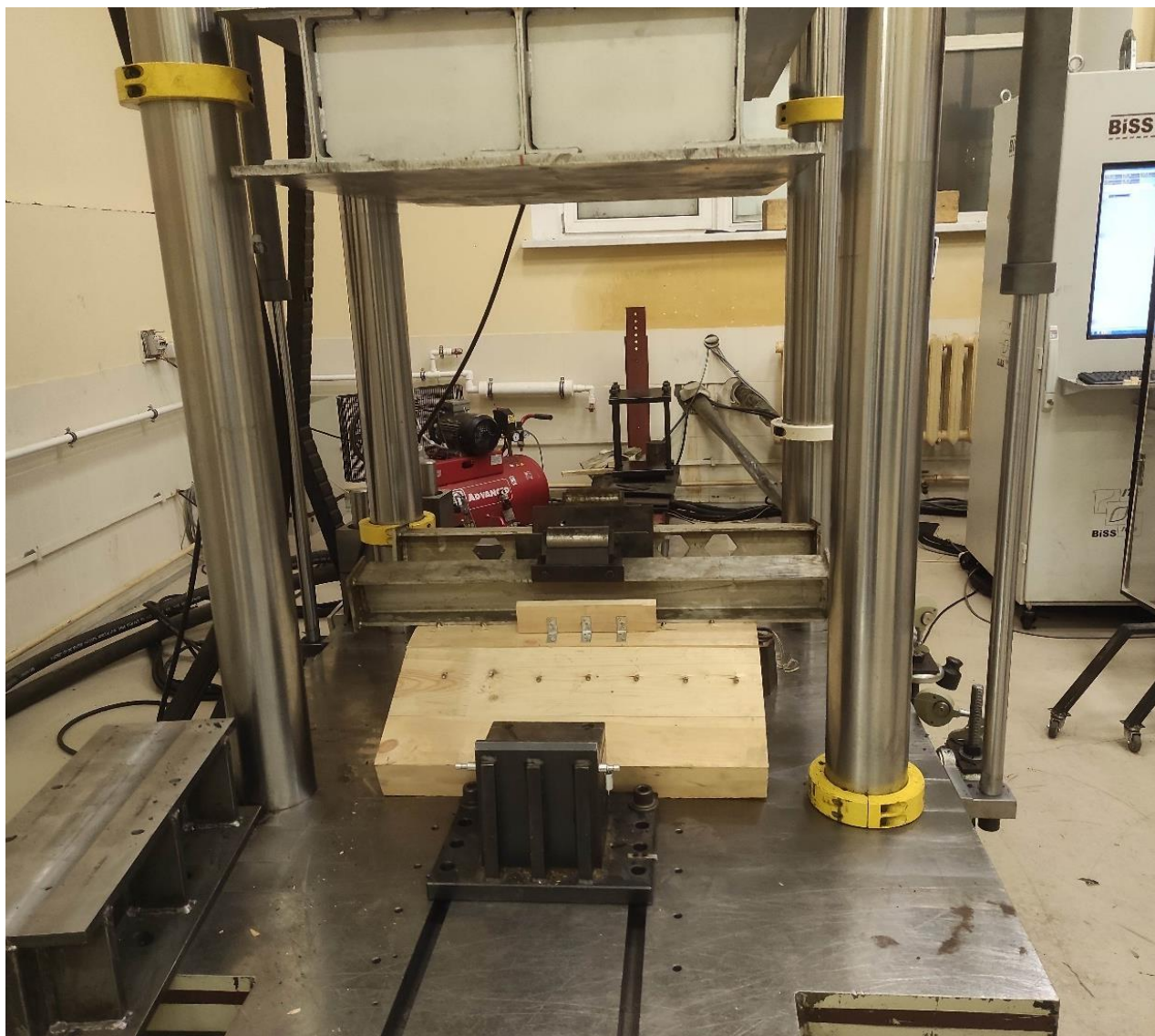


Рисунок 4.8. Образец на испытательном стенде

Таблица 4.1. Значения прогибов образца

Шаг нагружения	Нагрузка, кН	Прогиб в центре, мм	Прогиб на краю, мм
1	1.72	1.35	1.15
2	4.45	4.50	4.50
3	5.36	7.20	8.35
4	4.16	30.5	30.9
После снятия нагрузки	0	20.0	20.9

Как видно из представленных данных, на 4м шаге нагружения произошел резкий рост перемещений вдоль оси z , что было связано с выходом упоров испытательного стенда из пазов в связи с высокими усилиями, возникающими в

оболочке, и тем самым невыполнением граничных условий. После этого испытания были остановлены, а нагрузка снята. После снятия нагрузки без восстановления упоров на прежние позиции прогиб конструкции составил 20 мм в центре. График «нагрузка – прогиб в центре» для данного этапа испытания представлен на рисунке 4.9.

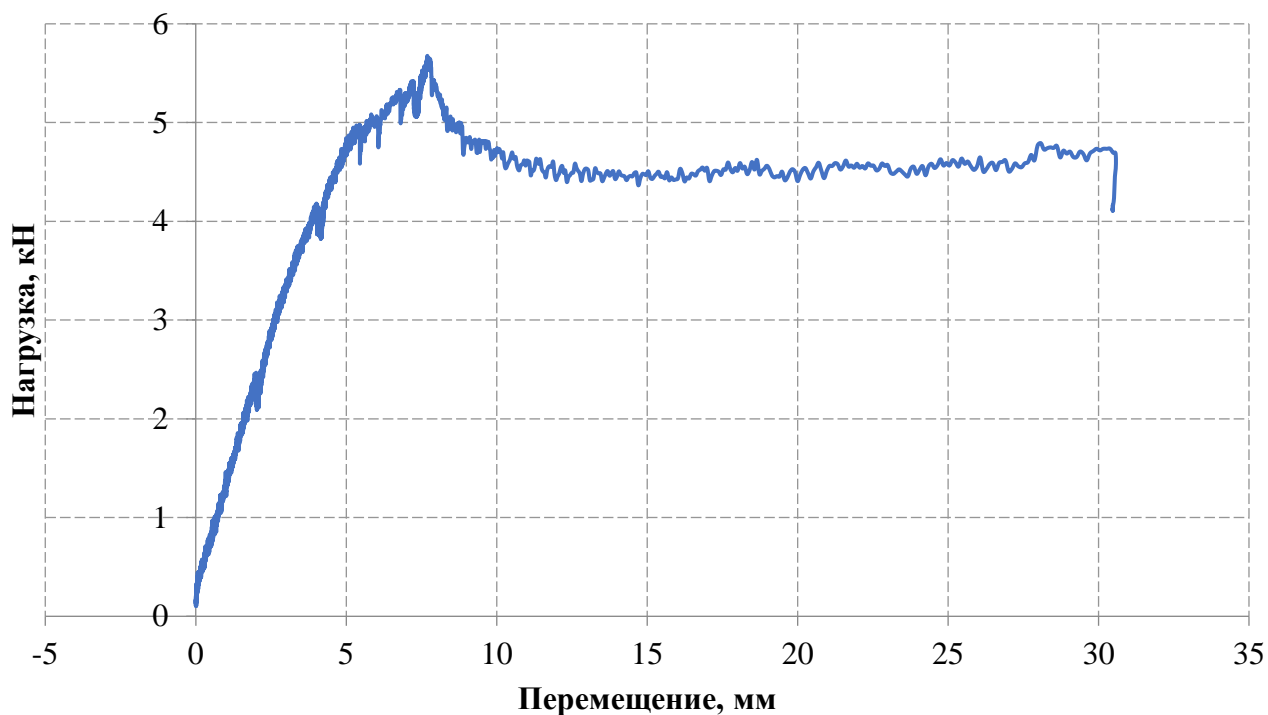


Рисунок 4.9. График «нагрузка – прогиб в центре» для первого этапа испытания

На втором этапе испытания на образец действовала равномерно-распределенная нагрузка, возрастающая со скоростью 1 кН/мин, при этом упоры были сняты. График «нагрузка – прогиб в центре» для второго этапа нагружения показан на рисунке 4.10. После снятия нагрузки прогиб конструкции составил 30 мм относительно начала второго этапа испытания. Таким образом общий прогиб оболочки в центре от начального состояния составил 50 мм.

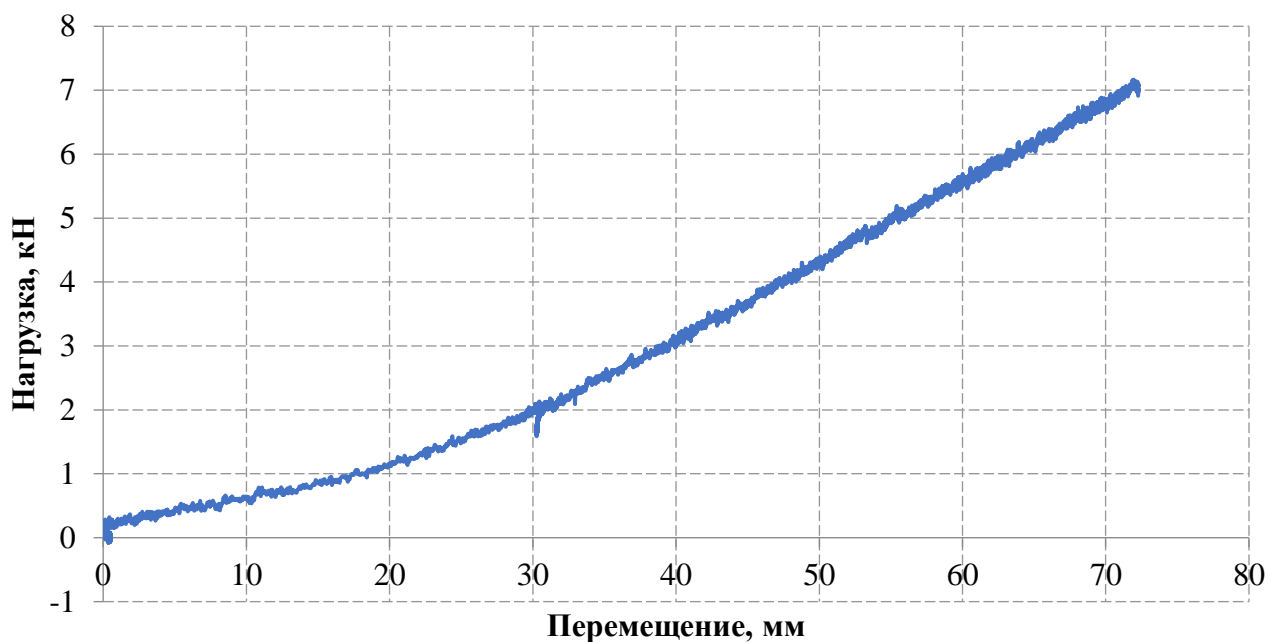


Рисунок 4.10. График «нагрузка – прогиб в центре» для второго этапа испытания

На третьем этапе испытания упоры были установлены на изначальные позиции, а на образец также действовала равномерно-распределенная нагрузка, возрастающая со скоростью 1 кН/мин. При нагрузке 7 кН снова наблюдался резкий рост прогиба, связанный с очередным выходом упоров из пазов. При достижении нагрузки в 11 кН испытания были остановлены в связи с достижением прогиба в 50 мм от состояния конструкции до начала данного этапа испытаний. График «нагрузка – прогиб в центре» для третьего этапа испытания представлен на рисунке 4.11. После снятия нагрузки прогиб конструкции в центре составил 21 мм относительно начала третьего этапа испытания. Таким образом общий прогиб оболочки в центре составил 71 мм.

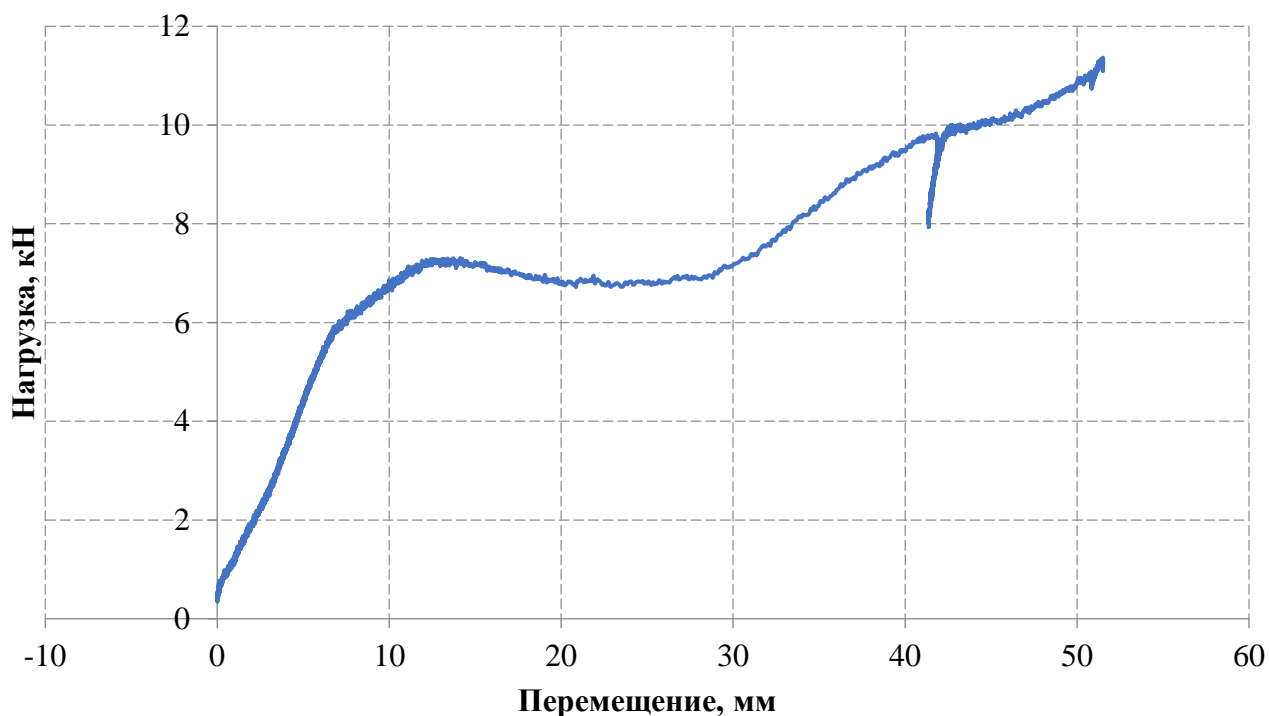


Рисунок 4.11. График «нагрузка – прогиб в центре» для третьего этапа испытания

При четвертом этапе испытания на образец снова действовала равномерно-распределенная нагрузка, возрастающая со скоростью 1 кН/мин. Испытания проводились до исчерпания несущей способности. График «нагрузка – прогиб в центре» для данного этапа испытания представлен на рисунке 4.12. В ходе четвертого этапа испытания при нагрузке 23 кН было зафиксировано разрушение образца – расклеивание соединения верхнего и среднего слоев, а также разрушение среднего слоя (рисунок 4.13). При нагрузке 30 кН образец потерял устойчивость (рисунок 4.14).

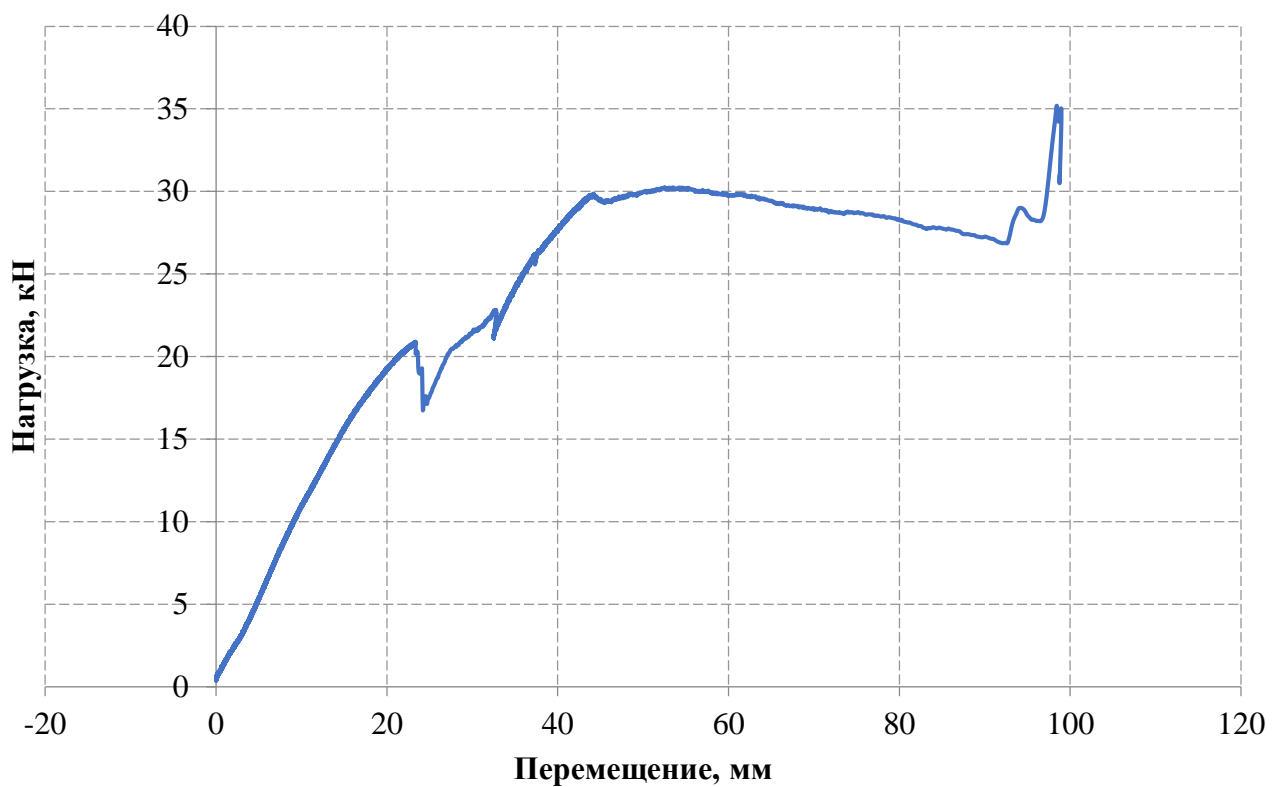


Рисунок 4.12. График «Нагрузка – прогиб в центре» для четвертого этапа
ИСПЫТАНИЯ



Рисунок 4.13. Разрушение образца в ходе эксперимента

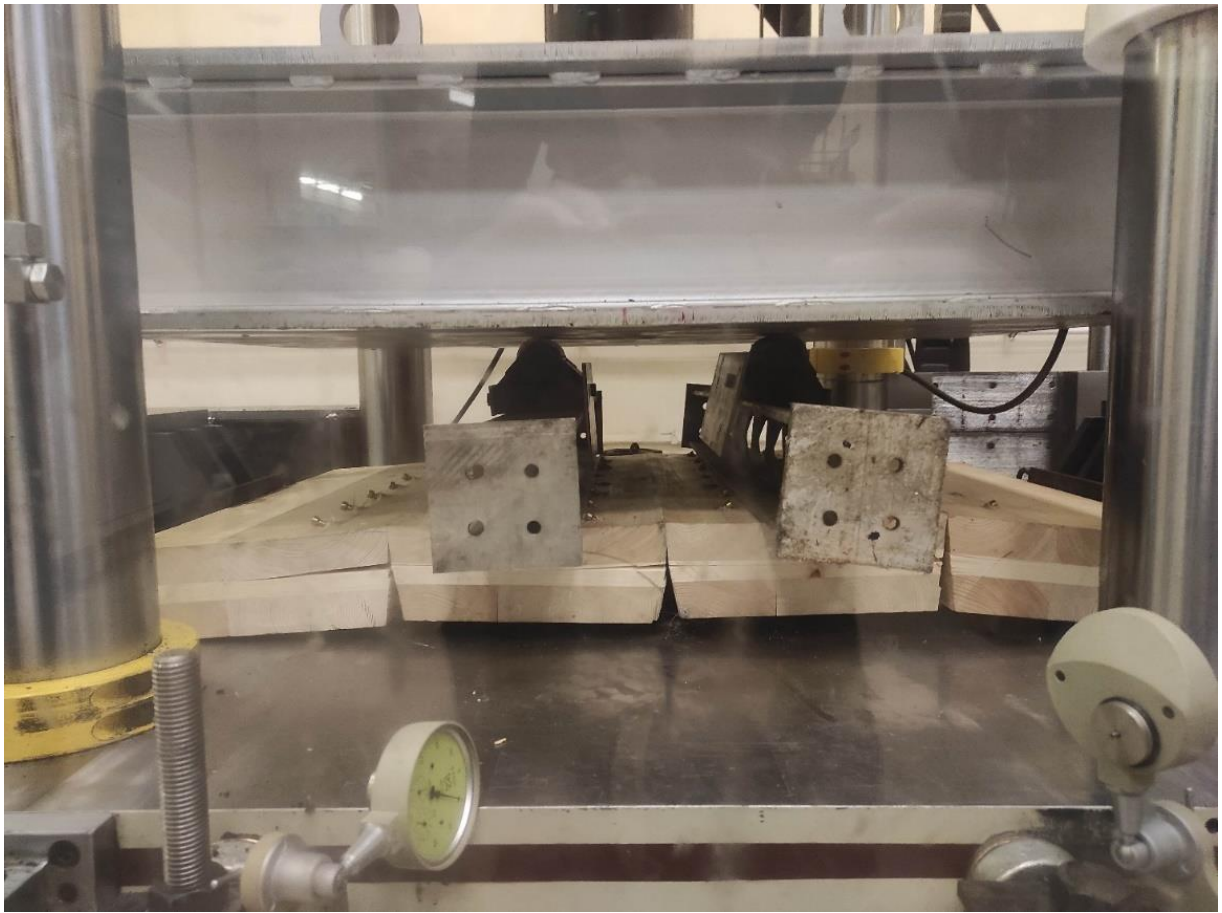


Рисунок 4.14. Образец после потери устойчивости

После снятия нагрузки прогиб конструкции в центре составил 25 мм относительно начала четвертого этапа испытания. Таким образом общий прогиб конструкции составил 96 мм.

4.2.3 Анализ результатов эксперимента

На каждом испытании после снятия нагрузки прогиб конструкции на данном этапе нагружения уменьшался, что связано со стремлением оболочки восстановить свою изначальную форму и кривизну. Данный эффект объясняется реакцией саморезов, скрепляющих панели сегментной оболочки. На рисунке 4.15 представлен график «нагрузка – прогиб в центре» для исследуемой цилиндрической оболочки. По горизонтальной оси цифрами обозначены этапы

нагрузки на момент окончания приложения нагрузки, цифрами с апострофом – этапы нагружения после снятия нагрузки. Красным цветом показан прогиб в центре на текущем этапе нагружения, синим – общий прогиб оболочки по ходу испытания на текущем этапе нагружения.

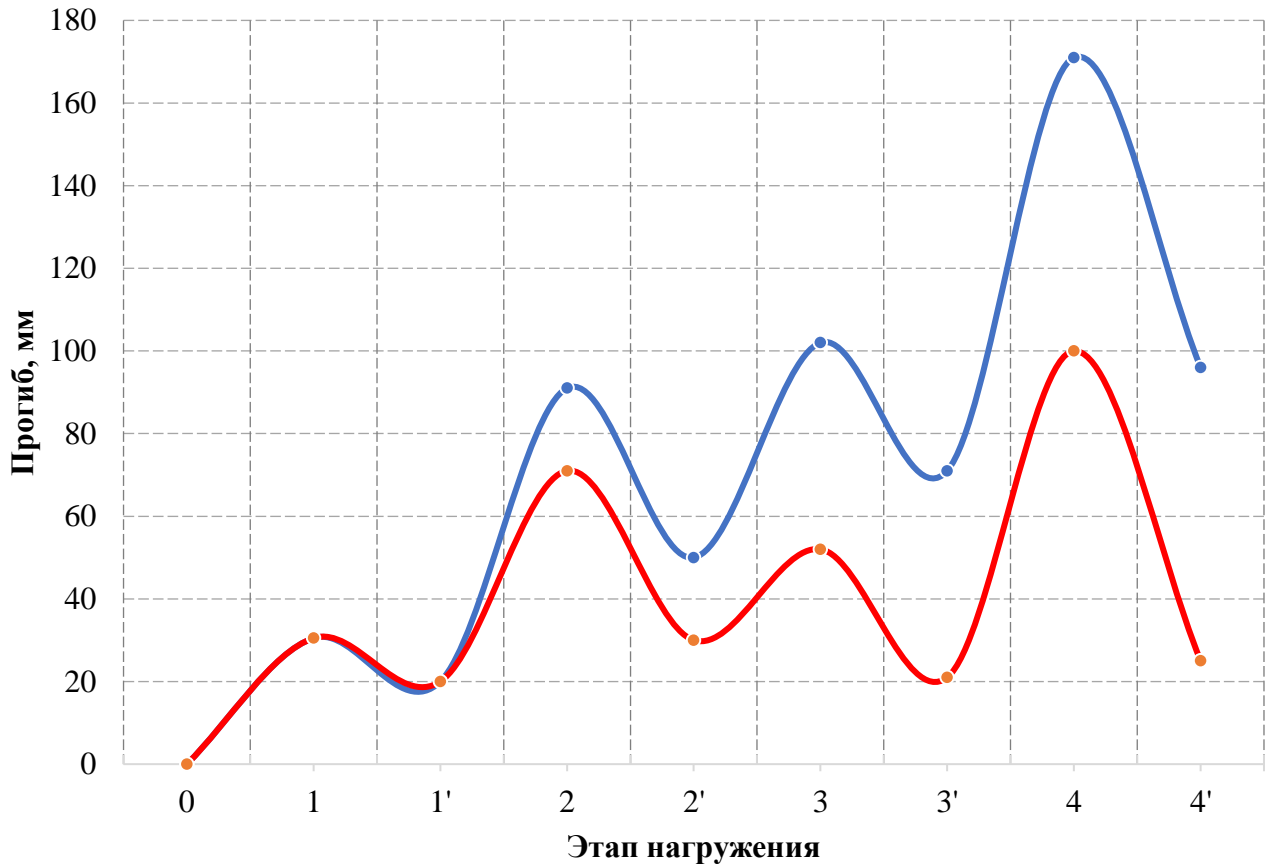


Рисунок 4.15. Графики «нагрузка – прогиб в центре» для исследуемого образца

На графике хорошо видно, что после снятия нагрузки по результатам 4 этапов нагружения (в том числе и после разрушения сегментов оболочки) стрела подъема конструкции уменьшилась на 96 мм. Таким образом окончательная стрела подъема после испытаний составила 90 мм, что является почти половиной от изначальной стрелы подъема оболочки. Данные результаты позволяют говорить о том, что соединение на нагелях не только обеспечивает высокую устойчивость конструкции под воздействием нагрузки, но и частично восстанавливают форму оболочки после снятия нагрузки, позволяя восстановить от 34.5% до 75% полученного прогиба.

По ходу первого и третьего этапов испытаний оболочка сдвигала закрепленные упоры испытательной установки. Можно предположить, что это связано со внутренними усилиями «сильного» среднего слоя, ориентированного волокнами поперек образующей цилиндра, а также с работой саморезов на изгиб.

На втором этапе испытания график «нагрузка – прогиб в центре» имеет практически линейный характер, что связано с изменившимся типом закрепления конструкции – стороны, параллельные образующей цилиндра, теперь не могли перемещаться только вниз вдоль оси z .

Четвертый этап представляет наибольший интерес в связи с потерей оболочкой несущей способности. Так, при нагрузке в 23 кН произошло когезионное разрушение верхнего и среднего слоя, а также разрушение среднего слоя. Данный эффект хорошо согласуется с результатами, представленными в предыдущей главе, согласно которым слои, волокна которых ориентированы поперек образующей цилиндра, первыми теряют прочность в соответствии с критериями максимальных напряжений и Ашкенази Е.К. Предположительно это связано с тем, что данные слои в большей степени воспринимают нагрузку на поперечный изгиб, чем слои с волокнами, ориентированными вдоль образующей цилиндрической оболочки.

После потери прочности в среднем слое оболочка начала терять жесткость, что привело к быстрому росту прогиба конструкции. Как уже предполагалось ранее, данный эффект может быть связан со способностью конструкции воспринимать нагрузку.

После проведения эксперимента образец был разобран на составляющие его сегменты для анализа характера разрушений. На рисунке 4.16 показано разрушение одного из центральных сегментов оболочки. Разрушение древесины произошло вдоль волокон в среднем слое, ориентированном волокнами поперек образующей цилиндра.



Рисунок 4.16. Разрушение среднего слоя оболочки

Подобный характер разрушений слоя, ориентированного волокнами поперек образующей цилиндра, согласуется с результатами вычислительного эксперимента.

4.3 Контрольное испытание

4.3.1 Сегментная оболочка из ДПК

Для проведения контрольного испытания была выбрана трехслойная CLT-плита с параметрами 2300x800x90 мм. Волокна нечетных слоев (толщина слоев 30 мм) направлены вдоль длинной стороны плиты, волокна четного слоя (толщина

слоя также составляет 30 мм) – поперек длинной стороны. Плита разрезалась поперек длинной стороны на 4 равных прямоугольных элемента размерами 880x400x90 мм. Полученным сегментам также была придана трапецевидная форма, боковые стороны вдоль длины сегментов обрезались под углом 6°. Элементы, расположенные на краях конструкции, также обрезались вдоль длины под углом 34° для создания угла в 90° между оболочкой и испытательной установкой. Схема запила сегментов оболочки приведена на рисунке 4.17.

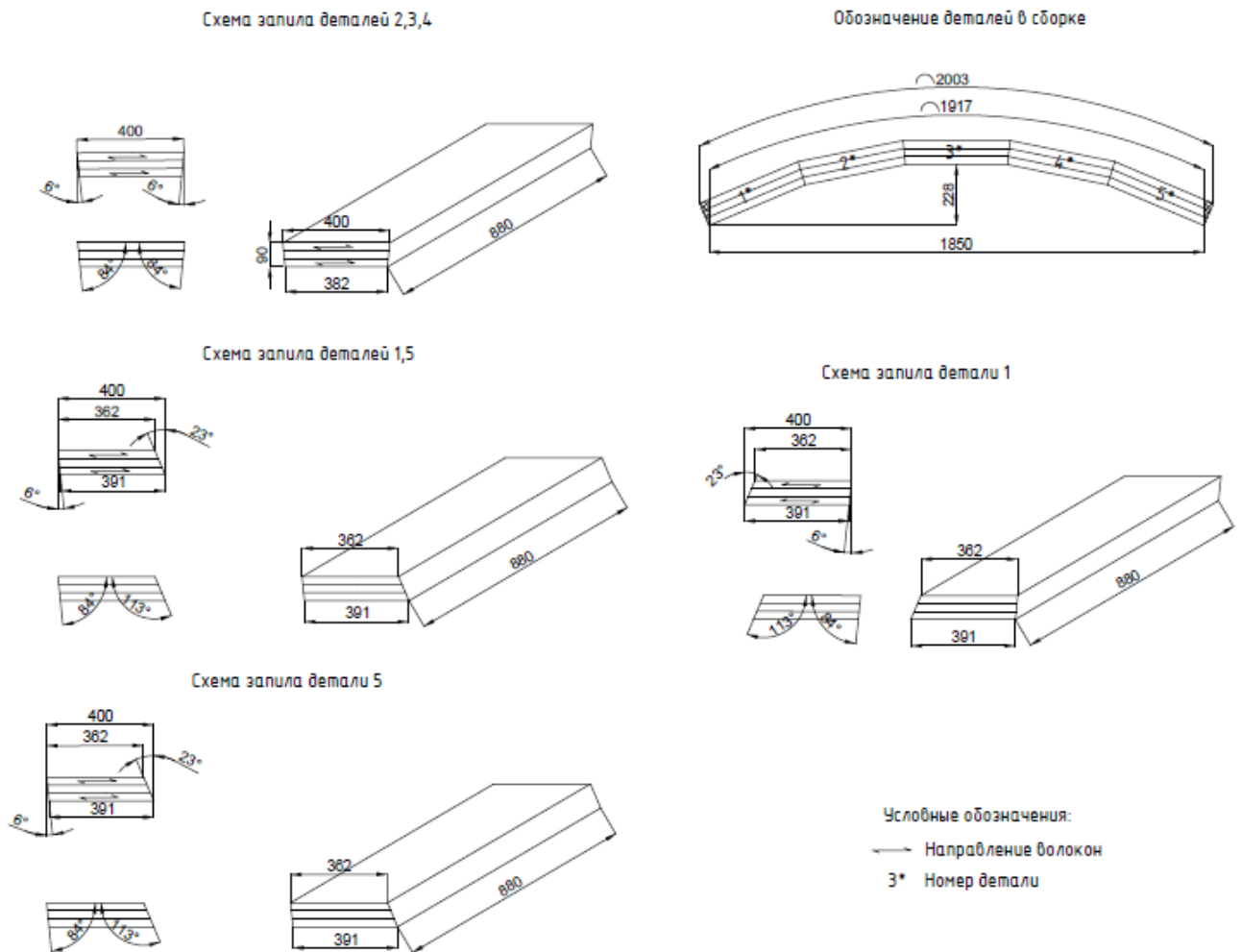


Рисунок 4.17. Схема запила сегментов оболочки

Для соединения сегментов оболочки снова применялись саморезы фирмы «Himtex», на этот раз 8x140 мм с шестигранной головкой и неполной резьбой для более плотного соединения сегментов (рисунок 4.18). В соответствии с СП

64.13330.2017 расстояние между нагелями было выбрано 72 мм, угол вхождения саморезов составлял 45° .



Рисунок 4.18. Используемые при сборке саморезы 8x140 мм

Собранная оболочка приведена на рисунке 4.19, схема проведения эксперимента и геометрические параметры образца представлены на рисунке 4.20.



Рисунок 4.19. Собранная оболочка из 5 сегментов

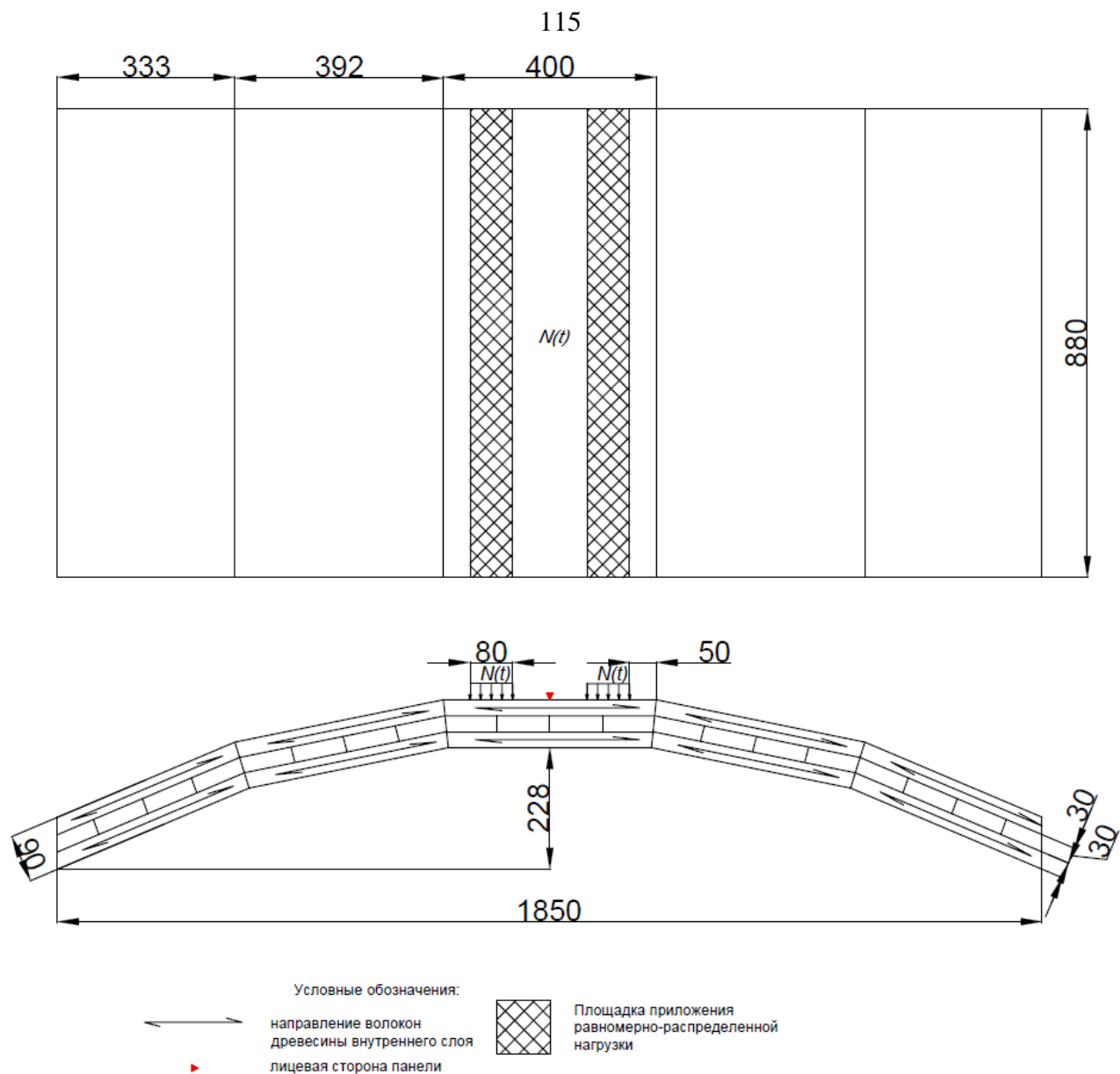


Рисунок 4.20. Схема проведения контрольного эксперимента

4.3.2 Испытание модели цилиндрической оболочки на несущую способность

В ходе контрольных испытаний собранный образец был помещен в испытательный стенд и подвержен воздействию равномерно-распределенной по двум участкам площади постоянно возрастающей нагрузки (рисунок 4.21). Датчики измерения вертикальных перемещений были также установлены в центре конструкции и середине края в верхней точке подъема.

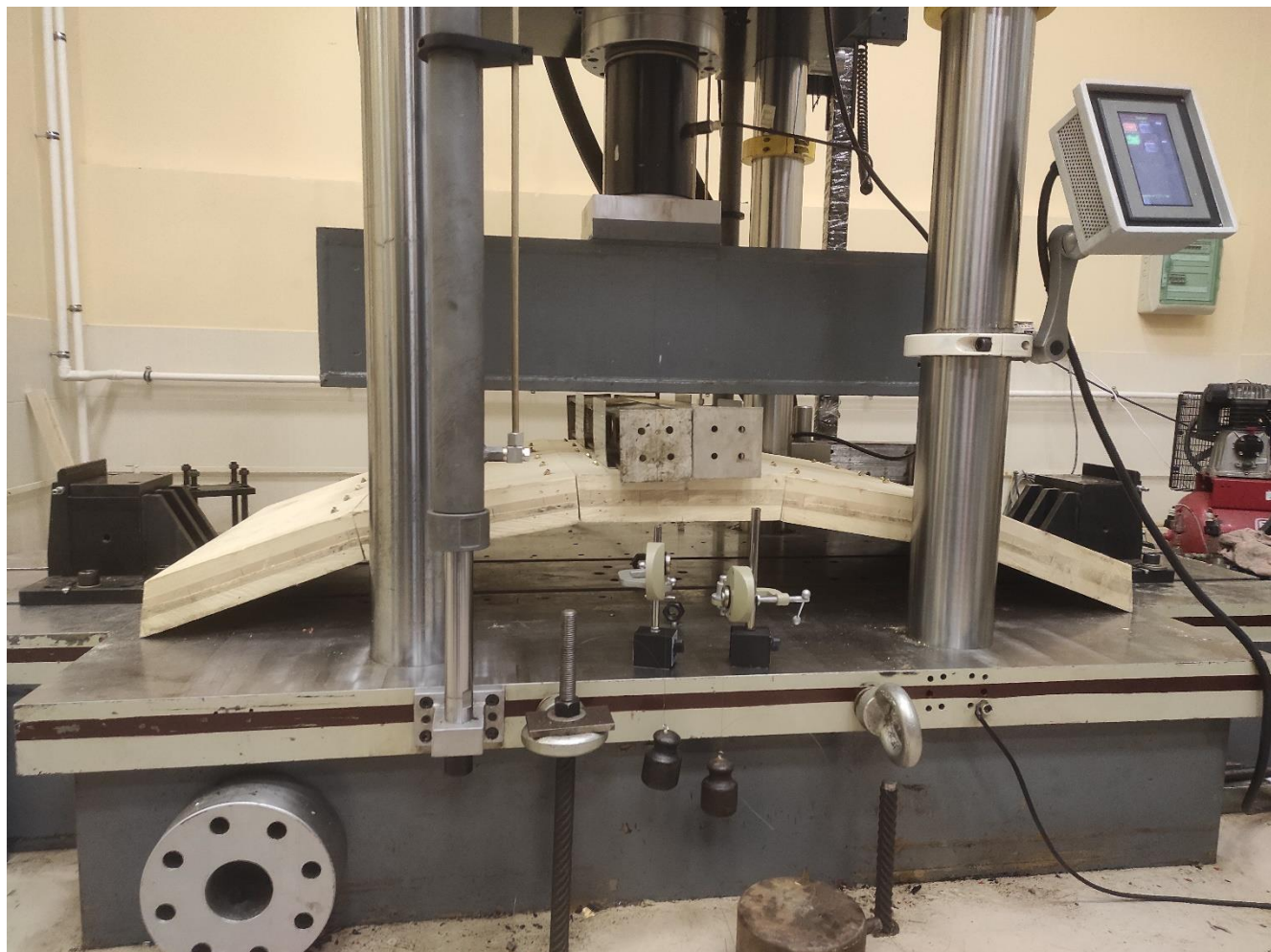


Рисунок 4.21. Контрольный образец на испытательном стенде

Испытания проводились в два этапа. На первом этапе нагружение подавалось со скоростью 1 кН/мин 20 ступенями по 1кН каждая. Пауза между нагружениями в соответствии с ГОСТ Р 57790-2017 принималась равной 5 минутам для стабилизации конструкции и снятия показаний прогибомеров. Показания приборов приведены в таблице 4.2, перемещения штока испытательной машины приведены в Приложении 3.

Таблица 4.2. Значения прогибов образца

Шаг нагружения	Нагрузка, кН	Прогиб в центре, мм	Прогиб на краю, мм
1	1.00	1.232	1.078
2	1.90	3.276	2.590
3	2.85	4.914	4.270
4	3.90	6.902	6.230
5	4.85	8.666	8.232
6	5.75	10.192	9.940
7	6.78	10.752	10.640
8	7.80	11.256	11.256
9	8.78	11.480	11.648
10	9.80	11.648	11.928
11	10.80	11.760	12.236
12	11.70	12.138	12.502
13	12.80	12.334	12.74
14	13.70	12.516	12.950
15	14.80	12.684	13.188
16	15.78	12.810	13.426
17	16.80	12.894	13.664
18	16.78	13.034	13.846
19	18.78	13.356	14.01
20	19.78	13.468	14.182
После снятия нагрузки	0	0.763	0.534

После снятия нагрузки конструкция вернулась в исходное состояние, практически не имея остаточных перемещений. Диаграмма «нагрузка – прогиб» для первого этапа приведена на рисунке 4.22. Синим цветом показан прогиб конструкции в центре, оранжевым – на краю.

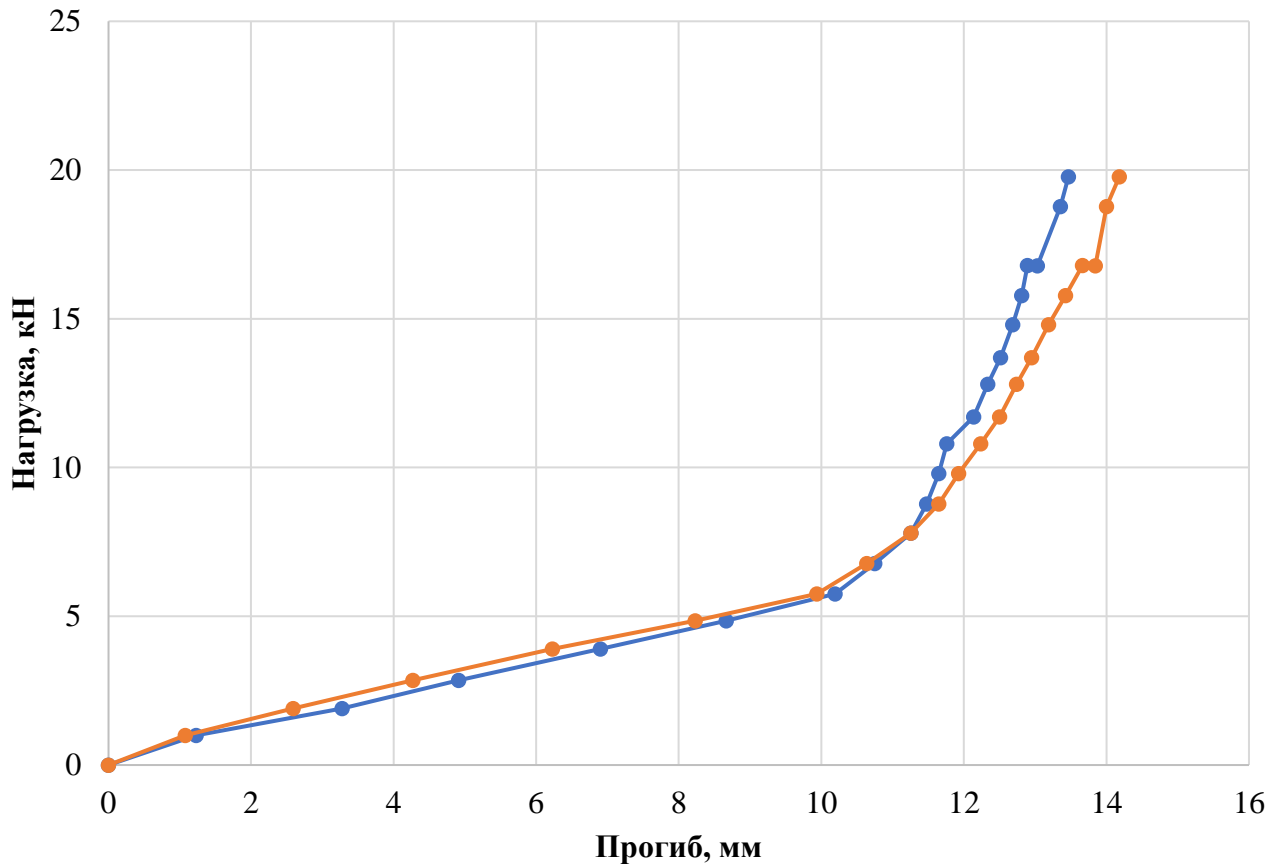


Рисунок 4.22. Диаграмма «нагрузка – прогиб» для первого этапа контрольного испытания

Второй этап испытаний проводился до исчерпания оболочкой несущей способности. Скорость нагружения была принята равной 2 кН/мин, прогиб оболочки фиксировался по перемещению штока испытательной машины. При нагрузке 51.273 кН произошло разрушение конструкции, связанное с вырыванием саморезов из первого и второго левых сегментов оболочки и разрушением среднего сегмента в верхнем слое. В дальнейшем нагрузка постепенно была снижена до 22 кН, после чего конструкция стабилизировалась. Диаграмма «нагрузка – прогиб» для второго этапа испытаний приведен на рисунке 4.23, состояние оболочки после исчерпания несущей способности – на рисунке 4.24, разрушение оболочки – на рисунках 4.25, 4.26.

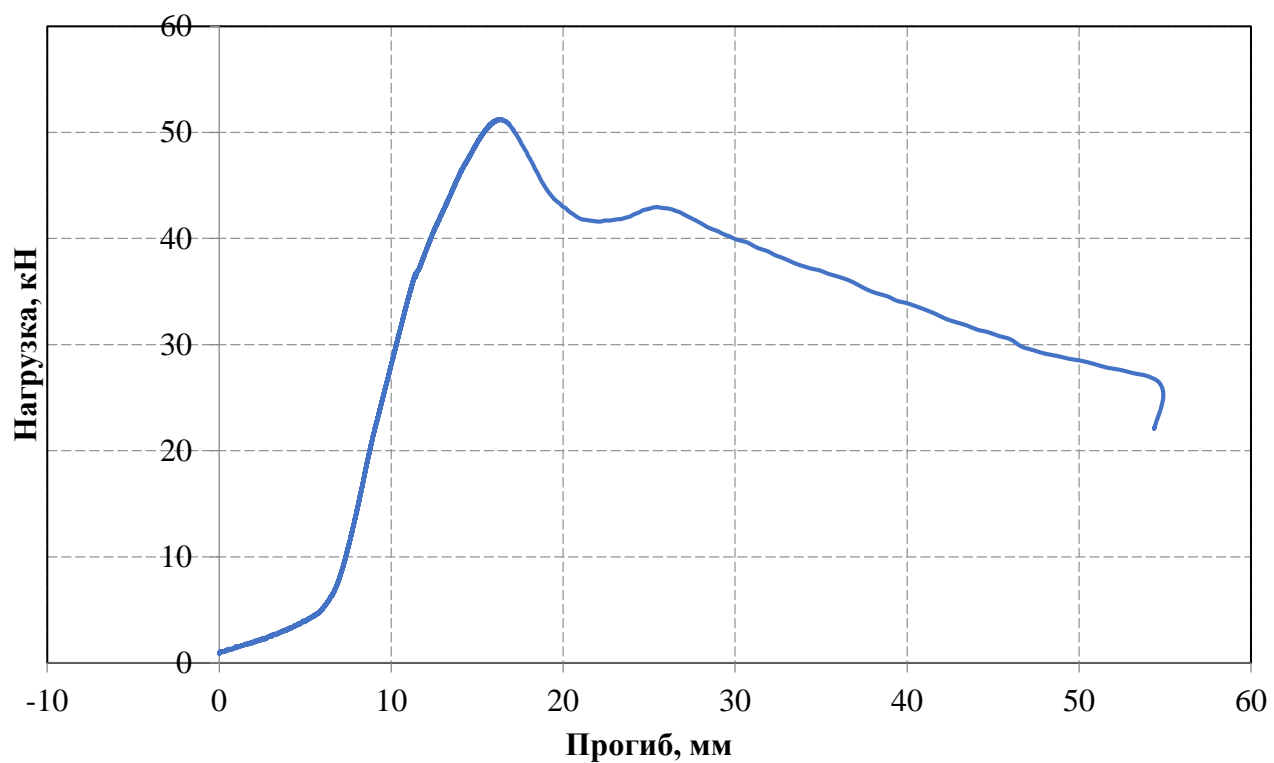


Рисунок 4.23. Диаграмма «нагрузка – прогиб» для второго этапа контрольного испытания

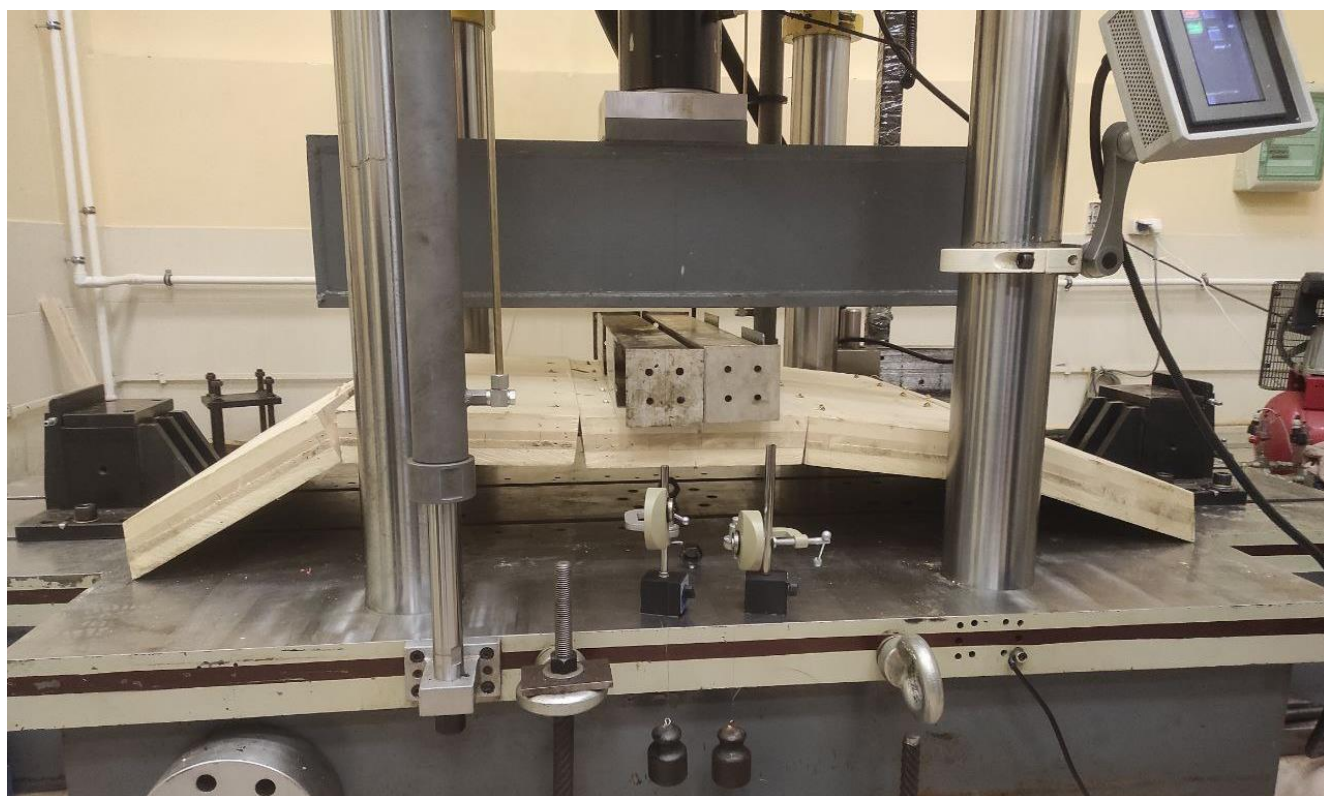


Рисунок 4.24. Состояние конструкции после истощения несущей способности



Рисунок 4.25. Характер разрушения в левой части оболочки



Рисунок 4.26. Характер разрушение в центральном сегменте оболочки

4.3.3 Анализ результатов эксперимента

По результатам двух этапов испытаний строились диаграммы «нагрузка – прогиб в центре» (рисунок 4.27, серым показана диаграмма для второго этапа испытаний, оранжевым – для первого этапа до 10 кН, синим – для первого этапа от 10 кН до 20 кН). На диаграммах для каждого этапа часть наблюдается перегиб графика с дальнейшим изменением угла наклона – при возрастающей нагрузке рост прогиба уменьшается после перегиба. При этом точка перегиба для первого этапа происходит при нагрузке 9 кН, которой соответствует прогиб 12 мм, а для второго – при нагрузке 7 кН, которой соответствует прогиб 7.5 мм. На каждой диаграмме первая часть графика до точки перегиба, которой соответствует быстрый рост прогиба, описывает выработку дефектов изготовления оболочки. На втором этапе данный процесс занимает происходит быстрее, чем на первом этапе, поскольку притирка элементов конструкции уже состоялась.

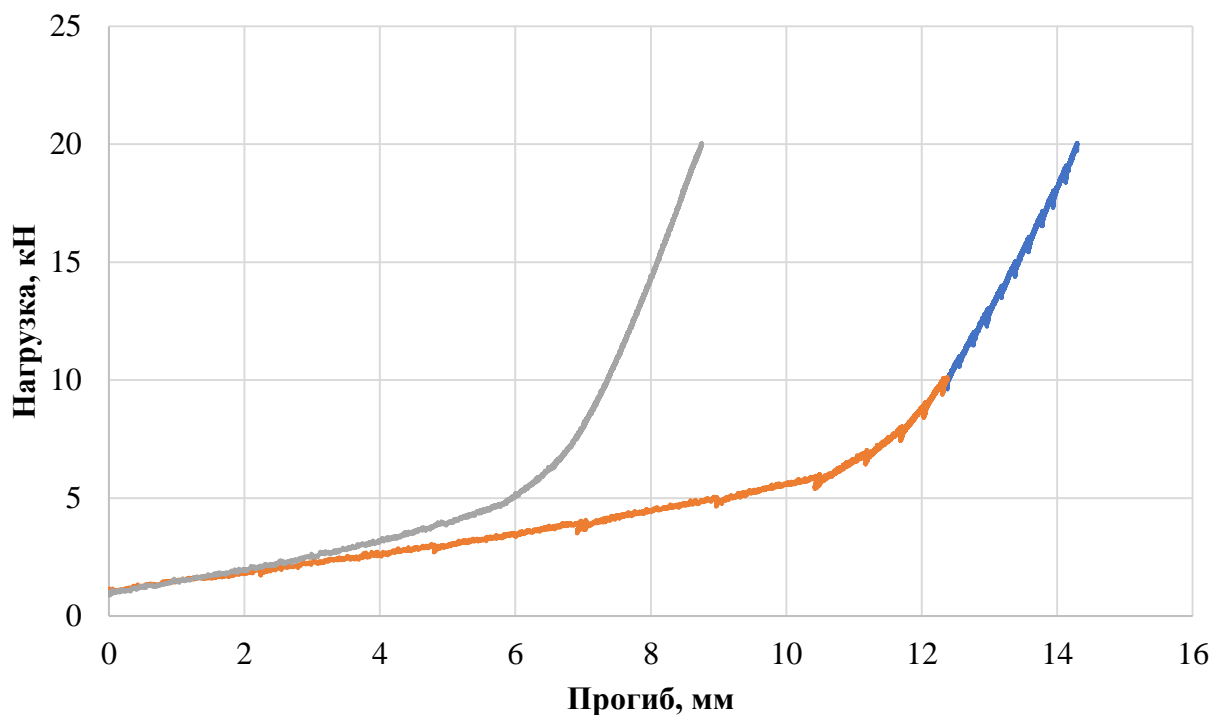


Рисунок 4.27. Диаграмма «нагрузка – прогиб в центре» до нагрузки в 20 кН

На втором этапе испытаний дальнейший рост прогиба имеет линейный характер до нагрузки 40 кН, после которой зависимость прогиба от нагрузки уже имеет нелинейный характер. При достижении критической нагрузки, равной 51.273 кН, произошло разрушение конструкции и потеря несущей способности. При этом вырывание саморезов из левой части оболочки нарушило геометрию конструкции, что привело к увеличению нагрузки на соединение между вторым левым и средним сегментами образца, из-за чего возник рост напряжений в материале и дальнейшее разрушение древесины в верхнем слое, волокна которых ориентированы поперек образующей.

Отдельно стоит отметить, что при снижении нагрузки оболочка была способна выдерживать нагрузку в 22 кН. После снятия нагрузки конструкция частично восстановила исходную форму, общий прогиб после снятия нагрузки составил 43.2 мм (рисунок 4.28).



Рисунок 4.28. Состояние конструкции после снятия нагрузки

4.4 Выводы по четвертой главе

Для исследования поведения цилиндрических оболочек из CLT под статической нагрузкой была предложена методика проведения эксперимента таких конструкций под воздействием распределенной поперечной нагрузки. В соответствии с данной методикой были проведены поисковый и контрольный эксперименты, для которых были изготовлены две трехслойные модели с различной ориентацией волокон.

В ходе проведения экспериментов были подтверждены выводы, полученные в ходе вычислительного эксперимента – использованная в ходе контрольного эксперимента оболочка из панелей, волокна нечетных слоев которых ориентированы поперек образующей цилиндра, обладает более высокой несущей способностью по сравнению с используемой в поисковом эксперименте оболочкой из панелей, волокна нечетных слоев которых ориентированы вдоль образующей.

Характер разрушения также различается, что обусловлено как применением более рациональной ориентации волокон в панелях в ходе контрольного эксперимента, так и использованием саморезов с полной резьбой в ходе поискового эксперимента.

Отдельно стоит отметить влияние нагельных соединений – саморезы в обоих случаях не только обеспечивали необходимую жесткость конструкции по ходу испытаний, но и частично восстанавливали форму оболочки после снятия нагрузки с образцов, что особенно было заметно в поисковом эксперименте. Таким образом, можно говорить о цилиндрических оболочках из CLT как о высокоэффективном типе покрытия, обладающем высокой несущей способностью.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Анализируя результаты проведенных исследований, можно сделать следующие выводы:

1. Предложена и теоретически обоснована математическая модель НДС ортотропных многослойных цилиндрических оболочек ступенчато-переменной толщины для статического воздействия. Учет вырезов и ребер по построенной модели осуществляется дискретно, что позволяет с высокой точностью определить влияние конструктивных особенностей на напряженно-деформированное состояние конструкции.
2. Верификация предложенной математической модели путем сравнения результатов расчета тестовых задач с результатами, полученными с помощью метода конечных элементов в программном комплексе «Ли́ра-СА́ПР», показала, что полученные результаты расчетов достаточно близки (находятся в диапазоне от 3.38% до 14.9%). Данные результаты позволяют сделать вывод о применимости построенной математической модели для анализа НДС цилиндрических оболочек из ДПК.
3. Предложен метод исследования напряженно-деформированного состояния цилиндрических оболочек из ДПК ступенчато-переменной толщины с использованием разработанной математической модели и комплексной оценки по критериям прочности Ашкенази Е. К. и максимальных напряжений. Разработана программа для ЭВМ, реализующая предложенный метод и зарегистрированная Федеральной службой интеллектуальной собственности.
4. Установлено расчетным путем и подтверждено экспериментально, что разрушение слоев оболочки, волокна которых ориентированы поперек образующей цилиндра, наступает в результате сжатия вдоль волокон, а слои, ориентированные вдоль образующей, разрушаются в результате растяжения вдоль волокон. Показано, что превышение критериев прочности в слоях,

ориентированных вдоль образующей, происходит при большей нагрузке, чем в слоях, ориентированных поперек образующей.

5. Установлено, что цилиндрические оболочки с ориентацией нечетных слоев поперек образующей теряют устойчивость и превышают предел критериев прочности при большей нагрузке, чем цилиндрические оболочки с ориентацией нечетных слоев вдоль образующей. При равной толщине слоев отношение критической нагрузки превышения критериев прочности в оболочках с ориентацией нечетных слоев вдоль образующей к критической нагрузке превышения критериев прочности в оболочках с ориентацией нечетных слоев поперек образующей изменяется нелинейно в зависимости от числа слоев, равно 0.6 для 3-слойных оболочек и увеличивается до 0.87 для 9-слойных оболочек.

6. Рекомендовано применять в нечетных слоях цилиндрической оболочки ориентацию волокон древесины поперек образующей цилиндра, а также использовать нечетное число слоев. Оценку несущей способности по первой группе предельных состояний проводить с комплексным применением критериев максимальных напряжений и Ашкенази Е. К.

На основе разработанной в данной диссертации математической модели анализа НДС напряженно-деформированного состояния цилиндрических оболочек из ДПК ступенчато-переменной толщины и метода расчета таких конструкций, перспективами дальнейшего исследования могут являться

1. разработка метода расчета напряженно-деформированного состояния цилиндрических оболочек из ДПК, находящихся под воздействием динамических нагрузок;

2. исследование соединений элементов цилиндрических оболочек из ДПК.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Акшов Э. А. Архитектурно-художественные приемы проектирования объектов из клееных деревянных конструкций // Архитектура и современные информационные технологии. – 2022. – № 1 (58). – С. 108–124. – DOI 10.24412/1998-4839-2022-1-108-124.
2. Антипов А. А., Артемьева А. А., Баженов В. Г., Жестков М. Н., Кибец А. И. Численное моделирование задачи устойчивости перфорированных оболочек // Вестник ПНИПУ. Механика. – 2015. – № 1. – С. 21–30. DOI: 10.15593/perm.mech/2015.1.02.
3. Асеев А. В., Макаров А. А., Семенов А. А. Визуализация напряженно-деформированного состояния тонкостенных ребристых оболочек // Вестник гражданских инженеров. – 2013. – Т. 38, № 3. – С. 226–232.
4. Бакулин В. Н. Послойный анализ напряженно-деформированного состояния трехслойных оболочек с вырезами // Известия российской академии наук. Механика твердого тела. – 2019. – № 2. – С. 111–125. DOI: 10.1134/S0572329919020028.
5. Бакусов П. А., Семенов А. А. Анализ устойчивости вычислительного алгоритма к изменению геометрических параметров цилиндрических оболочечных конструкций // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2021. – № 1. – С. 12–21. DOI: 10.15593/perm.mech/2021.1.02.
6. Беличенко М. Ю., Ахметова Л. Р., Дроздов В. А. Строительство многоэтажных зданий на основе древесины // Проблемы современной науки и инновации. – 2016. – № 12. – С. 31–38.
7. Биткин В. Е., Жидкова О. Г., Комаров В. А. Выбор материалов для изготовления размеростабильных несущих конструкций // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. – 2018. – Т. 17, № 1. – С. 100–117. DOI: 10.18287/2541-7533-2018-17-1-100-117.

8. Бойтемирова И. Н., Гороновская Е. П., Дрозд Д. А. Деревянные кварталы Москвы. Современные конструктивные решения // Журнал технических исследований. – 2020. – Т. 6, № 4. – С. 41–44.

9. Буштырков А. А. Нелинейная задача устойчивости цилиндрической ортотропной оболочки при осевом сжатии и поперечном давлении. Проблемы устойчивости в строительной механике. – М.: Госстройиздат, 1965. – С. 193–202.

10. Ван-Хо-бин, Е. А. Перспективы строительства высотных зданий из CLT-панелей в России // Новые идеи нового века: материалы международной научной конференции ФАД ТОГУ. – 2016. – Т. 3. – С. 213–217.

11. Вольмир А. С. Нелинейная динамика пластинок и оболочек. Учебное пособие для бакалавриата и магистратуры / А. С. Вольмир. – М.: Юрайт, 2018. – 43 с.

12. Галёркин Б. Г. Собрание сочинений / [Отв. ред. Н. И. Мухелишвили]; Акад. наук СССР. – М.: Изд-во Акад. наук СССР, 1952–1953. – 2 т.

13. Герасимович А. А., Агафонов С. А. Обзор мирового опыта проектирования и строительства многоэтажных зданий на основе клеёных деревянных конструкций // Вестник магистратуры. – 2020. – №5-3 (104). – С. 70–77.

14. Глухих В. Н. Деревянные конструкции с применением когтевых шайб и учетом начальных напряжений древесины: монография / В. Н. Глухих, А. Г. Черных, Е. В. Данилов; Министерство образования и науки Российской Федерации, Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет. – СПб.: Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет, 2018. – 284 с.

15. Голова Т. А., Андреева Н. В. Анализ методов расчета слоистых пластин и оболочек для расчета многослойных конструкций // Вестник Евразийской науки. – 2019. – №5.

16. ГОСТ Р 57790-2017 Конструкции деревянные несущие. Методы испытания на прочность и деформативность. – М.: Стандартинформ, 2019. – 13 с.

17. ГОСТ 24026-80 Исследовательские испытания. Планирование эксперимента. Термины и определения. – М.: Стандартиформ, 1991. – 19 с.

18. ГОСТ 20850-2014 Межгосударственный стандарт. Конструкции деревянные клееные несущие. Общие технические условия. – М.: Стандартиформ, 2015. – 18 с.

19. Жгутов В. М. Математическое и компьютерное моделирование нелинейных свободных колебаний упругих пологих оболочек ступенчато-переменной толщины // Инженерно-строительный журнал. – 2010. – № 4 (14). – С. 38–48.

20. Жгутов В. М., Мухин Д. Е., Панин А. Н. Прочность и устойчивость ребристых пологих оболочек с учетом геометрической и физической нелинейности // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. - 2008. - № 2. - С. 41-44

21. Змеев М. В. Определение толщины перекрытия из перекрестно-клееных досок на примере CLT-плит BINDERHOLZ (AUSTRIA) // Инженерный вестник Дона. – 2020. – № 11(71). – С. 252–258.

22. Иванова, А. А. CLT-панели в строительстве жилых и общественных зданий // Fundamental science and technology : Сборник научных статей по материалам X Международной научно-практической конференции, Уфа, 20 декабря 2022 года. Том Часть 4. – Уфа: Общество с ограниченной ответственностью "Научно-издательский центр "Вестник науки". – 2022. – С. 107–111.

23. Каиров А. С., Латанская Л. А., Каиров В. А. Собственные колебания ребристых цилиндрических оболочек с отверстиями // Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій, 2019. – № 30. – С. 96–104. DOI: 10.15421/4219030

24. Каменев И. В., Черных А. Г., Бакусов П. А., Малов Ю. В. Решение задачи устойчивости оболочечных конструкций с применением тригонометрического и полиномиальных базисов // Вестник гражданских инженеров. – 2022. – № 5(94). – С. 54–60. – DOI: 10.23968/1999-5571-2022-19-5-54-60.

25. Каменев И. В., Семенов А. А. Устойчивость пологих ортотропных оболочек двойкой кривизны при шарнирно-подвижном закреплении контура // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2018. – № 2. – С. 32–43. – DOI: 10.15593/perm.mech/2018.2.04.

26. Каменев И. В., Карпов В. В., Кондратьева Л. Н. Устойчивость цилиндрических CLT-панелей // Вестник гражданских инженеров. – 2022. – № 6(95). – С. 30–38. – DOI 10.23968/1999-5571-2022-19-6-30-38

27. Каменев И. В., Черных А. Г., Попов В. М., Белов В. В. Устойчивость шарнирно-подвижно опертых перфорированных оболочек // Вестник гражданских инженеров. – 2021. – № 5(88). – С. 40–48. – DOI: 10.23968/1999-5571-2021-18-5-40-48

28. Карпов В. В., Семенов А. А. Критерии прочности для тонкостенных ортотропных оболочек. Ч. 1: Анализ основных критериев прочности изотропных и ортотропных материалов // Вестник гражданских инженеров. – 2014. – № 6 (47). – С. 43–51.

29. Карпов В. В. и др. Модели деформирования строительных конструкций и методы их расчета. Учебное пособие / В. В. Карпов, Е. А. Кобелев, А. Н. Панин, А. А. Семенов. – М.: АСВ, 2022. – 446 с.

30. Карпов В. В., Кобелев Е. А. Математическая модель нелинейного деформирования трехслойных оболочек // Вестник гражданских инженеров. – 2020. – № 3(80). – С. 94–100. – DOI: 10.23968/1999-5571-2020-17-3-94-100.

31. Карпов В. В. и др. Нелинейные математические модели деформирования оболочек переменной толщины и алгоритмы их исследования / В. В. Карпов, О. В. Игнатьев, А. Ю. Сальников. – М.: АСВ; СПб.: СПбГАСУ, 2002. – 420 с.

32. Карпов, В. В. Уравнения в смешанной форме для ребристых оболочек общего вида и методика их решения // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2019. – № 2. – С. 116-134. DOI: 10.15593/perm.mech/2019.2.09

33. Коваль П. С. Несущая способность и деформативность предварительно напряженных многослойных деревоплит при изгибе // Дисс. на соиск. учен. степ. канд. техн. наук/ ФГБОУ ВО СПбГАСУ. – СПб., 2021. – 266 с.

34. Крестьянинова А. Ю., Юминова М. О. Материалы и конструкции для строительства деревянных зданий // Наука через призму времени. – 2017. – № 9(9). – С. 42-51

35. Кривошапко С. Н., Пятикрестовский К. П. Из истории строительства деревянных оболочек и их возможности в настоящем и будущем // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2014. – № 1. – С. 3-18.

36. Крысько, В. А. Нелинейная статика и динамика неоднородных оболочек. – Саратов: Изд.-во Саратов. ун-та, 1976. – 216 с.

37. Кусяков, А. Ш. Моделирование композитных пластин и оболочек [Электронный ресурс]: монография / А. Ш. Кусяков; Пермский государственный национальный исследовательский университет. – Электронные данные. – Пермь, 2020. – 1,85 Мб ; 188 с. – Режим доступа: <http://www.psu.ru/files/docs/science/books/mono/kusyakov-modelirovaniekompozitnyh-plastin-i-obolochek.pdf>

38. Лабудин Б. В. К обоснованию расчетной модели клееной древесины как ортогонального трансверсально-изотропного материала // Известия высших учебных заведений. Лесной журнал. – 2006. – № 6. – С. 136-139.

39. Липовцев Ю. В., Русин М. Ю., Хамицаев А. С., Юдин В. М. К вопросу расчета параметров потока, напряженного состояния и устойчивости головных обтекателей летательных аппаратов в условиях полета по заданным траекториям // Авиационно-космическая техника и технология. – 2005. – №1(17). – С. 12–21

40. Луцкая, И. В., Максимюк В. А., Сторожук Е. А., Чернышенко И. С. Нелинейно-упругое деформирование тонких композитных оболочек дискретно переменной толщины // Прикладная механика. – 2016. – Т. 52, № 6. – С. 71-78.

41. Лысенко, А. О. Обзор российских и зарубежных технологий производства многослойных деревянных панелей // Вестник ЮУрГУ. Серия: Строительство и архитектура. – 2018. – №4. – С. 44-52.

42. Максимюк В. А., Сторожук Е. А., Чернышенко И. С. Напряженное состояние гибких композитных оболочек с подкрепленными отверстиями // Прикладная механика. – 2014. – Т. 50, № 5. – С. 92-100.

43. Максимюк В. А., Чернышенко И. С. Смешанные функционалы в теории нелинейно-упругого деформирования оболочек // Прикладная механика. – Т. 40, № 11. – 2004. – С. 45–83.

44. Мамедов Ш. М., Шабикова Е. Г., Нижегородцев Д. В., Казакевич Т. Н. Методика расчета панелей из перекрестно клееной древесины // Вестник гражданских инженеров. – 2020. – № 5(82). – С. 66-71. – DOI 10.23968/1999-5571-2020-17-5-66-71.

45. Михайлов Б. К. и др. Некоторые задачи геометрически нелинейного деформирования пологих оболочек с разрывными параметрами / Б. К. Михайлов, Г. О. Кипиани, О. В. Бусоргина. Тбилиси: Еврика, 1993. – 138 с.

46. Михайлов Б. К., Кипиани Г. О., Москалева В.Г. Основы теории и методы расчета на устойчивость трехслойных пластин с разрезами. – Тбилиси: Мецниеребе, 1991. – 189 с.

47. Михалева С. А. Деревянные высотки в России – инновационный взгляд на современное строительство // МНИЖ. – 2016. – №4-7 (46). – С. 19-21.

48. Новые легкие конструкции зданий. Межвузовский сборник. Ростов н/Д: Рост. инж.-строит. ин-т, 1985. – 168 с.

49. Облегченные конструкции покрытий зданий. Межвузовский сборник. Ростов н/Д: Рост. инж.-строит. ин-т, 1984. – 144 с.

50. Осетрина Д. А., Савельева Ю. К. Мировой опыт проектирования домов с нулевым выбросом углерода и их технологии // Международный научно-исследовательский журнал. – 2022. – № 5-4(119). – С. 9-13. – DOI 10.23670/IRJ.2022.119.5.106.

51. Павильон в Diemersteiner Tal - Конструкция произвольной формы [Электронный ресурс] // Режим доступа: <https://www.dlupal.com/ru/skachat-info/rekomendatsii/projekty-zakazchikov/001191> (дата обращения: 10.05.2023)

52. Паргунькин И. Н., Пуртов И. Н. Повышение прочностных свойств CLT-панелей для деревянного домостроения // Инженерные кадры – будущее инновационной экономики России. – 2020. – № 2. – С. 56-58.

53. Паспорт научной специальности 2.1.1. «Строительные конструкции, здания и сооружения» [Электронный ресурс] // Режим доступа: <https://vak.minobrnauki.gov.ru/uploader/loader?type=17&name=92259542002&f=14779> (дата обращения: 01.03.2023)

54. Патент № 2756649 С1 Российская Федерация, МПК E04C 2/10. Комбинированная конструкция из CLT-панели и древокомпозитных ребер; № 2021106832: заявл. 16.03.2021: опубл. 04.10.2021 / Т. П. Чернова, Б. В. Лабудин, В. И. Мелехов; заявитель Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Северный федеральный университет имени М. В. Ломоносова»

55. Попова З. В. CLT-панели: возможности и перспективы // Инвестиции, градостроительство, недвижимость как драйверы социально-экономического развития территории и повышения качества жизни населения : материалы XII Международной научно-практической конференции, Томск, 01–04 марта 2022 года. Том Часть 1. – Томск: Томский государственный архитектурно-строительный университет. – 2022. – С. 374-380.

56. Пятикрестовский К. А., Соколов Б. С., Травуш В. И. Современные критерии прочности древесины и возможности программирования расчета комплексных конструкций при сложном напряженном состоянии // Academia. Архитектура и строительство. 2015. №. 3. С. 125-131.

57. Рикардс Р. Б., Тетерс Г. А. Устойчивость оболочек из композитных материалов. – Рига: Зинатне, 1974. – 310 с.

58. Рогожина А. В. Расчет деформативности CLT-панели перекрытия // Инженерный вестник Дона. – 2022. – № 6(90). – С. 329-339.

59. Сафин, Р. Г., Степанов В. В., Хайруллина Э. Р., Гайнуллина А. А., Степанова Т. О. Современные строительные композиционные материалы на основе

древесных отходов // Вестник Казанского технологического университета. – 2014. – № 17(20). – С. 123-128.

60. Семенов А. А. Алгоритмы исследования прочности и устойчивости подкрепленных ортотропных оболочек // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2014. – №1. – С. 49-63.

61. Семенов А. А. Динамическая устойчивость подкрепленных ортотропных оболочечных конструкций // Инженерно-строительный журнал. 2018. № 6(82). С. 3–11. DOI: 10.18720/MCE.82.1.

62. Семенов А.А. Геометрически нелинейная математическая модель расчета прочности и устойчивости ортотропных оболочечных конструкций / Дисс. на соиск. учен. степ. канд. техн. наук / ФГБОУ ВО СПбГАСУ. – СПб., 2014. – 183 с.

63. Серов Е. Н., Белов В. В. Современная оценка прочности клееных деревянных конструкций // Вестник гражданских инженеров. – 2016. – № 6(59). – С. 109-113.

64. Современные строительные материалы из древесины [Электронный ресурс] // Режим доступа: <https://lesprominform.ru/jarticles.html?id=5080> (дата обращения: 05.12.2022).

65. СП 64.13330.2017 Деревянные конструкции. Актуализированная редакция СНиП II-25-80. М.: Минстрой России, 2017. – 103 с.

66. Справочник по КМД – Австрия: Институт строительства деревянных сооружений и технологии дерева, 2010. – 391 с.

67. Сращивание пиломатериалов и брусков [Электронный ресурс] // Режим доступа: <https://derevo.ua/ru/publication/sraschivanie-pilomaterialov-i-bruskov-2083> (дата обращения: 04.04.2023).

68. Тертышный Г. В. Влияние ребер жесткости на частоты свободных колебаний пологой цилиндрической панели // Вестник Казанского технологического университета. – 2011. – № 19. – С. 217-224

69. Чемоданов А. Н., Паргунькин И. Н., Пуртов И. Н. Перспективные строительные материалы в деревянном домостроении // Вестник Поволжского государственного технологического университета. Серия: Материалы.

Конструкции. Технологии. – 2020. – № 4. – С. 33-38. – DOI 10.25686/2542-114X.2020.4.33.

70. Черных, А. Г., Каменев И. В. Математическая модель исследования прочности цилиндрических панелей из клееной древесины // Инновации в деревянном строительстве: Материалы 11-й Международной научно-практической конференции, Санкт-Петербург, 22–23 апреля 2021 года. – Санкт-Петербург: Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет, 2021. – С. 121-129.

71. Черных А. Г., Петров А. Н., Коваль П. С., Данилов Е. В. Экспериментальное исследование деформативности предварительно напряженных многослойных деревоплит методом сплошного лазерного сканирования // Вестник гражданских инженеров, СПбГАСУ. – СПб, 2019. – №5 (76). – с. 97–104.

72. Шамреева А. А., Кривошапко С. Н. Из истории строительства деревянных оболочек // Научному прогрессу - творчество молодых: Международная молодежная научная конференция по естественнонаучным и техническим дисциплинам: материалы и доклады: в 3 частях, Йошкар-Ола, 19–20 апреля 2013 года / Поволжский государственный технологический университет. Том Часть 3. – Йошкар-Ола: Поволжский государственный технологический университет, 2013. – С. 181-183.

73. Шмидт А. Б. О преднапряженном состоянии деревянного гнутоклееного элемента большой кривизны // Материалы 9-й Международной научно-практической конференции «Инновации в деревянном строительстве». – Санкт-Петербург: СПбГАСУ, 2018. – С.81-86.

74. Щелокова Т.Н. Современные тенденции улучшения свойств древесины и деревянных строительных конструкций // Вестник БГТУ имени В. Г. Шухова. – 2018. – №6. – С. 39-45.

75. Adelzadeh, A., Karimian H. A., Robeller C., Muster M. Structural performance of the grain-informed glued butt joint system for a large-span segmented CLT shell structure // 2022 annual symposium of the International Association for Shell and Spatial

Structures (IASS/APCS 2022): the 13th Asian-Pacific Conference on Shell and Spatial Structures: Innovation, Sustainability and Legacy At: Beijing, China. – Pp. 1547-1558.

76. Aljuhmani A. G., Ogasawara A., Atsuzawa E. Influence of openings on the shear strength and stiffness of cross laminated timber (CLT) panels // 17th World Conference on Earthquake Engineering At: Sendai, Japan, 2020. – 12 P.

77. Ashok R. B., Srinivasa C. V., Suresh Y. J., Prema W. P. Kumar Buckling Behaviour of Cylindrical Panels // Nonlinear Engineering, 2015. – Vol. 4(2). – PP. 67-75. DOI: 10.1515/nleng-2014-0019.

78. Azinović, B., Cabrero J. M., Danielsson H., Pazlar T. Brittle failure of laterally loaded self-tapping screw connections for cross-laminated timber structures // Engineering Structures, 2022. – Vol. 266. – 11 P. DOI 10.1016/j.engstruct.2022.114556.

79. Bechert S., Sonntag D., Aldinger L., Knippers J. Integrative structural design and engineering methods for segmented timber shells - BUGA Wood Pavilion // Structures, 2021. – Vol. 2021. – PP. 4814-4833. DOI: 10.1016/j.istruc.2021.10.032

80. Bechert S., Aldinger L., Wood D., Knippers J., Menges A. Urbach Tower: Integrative structural design of a lightweight structure made of self-shaped curved cross-laminated timber // Structures, 2021. – Vol. 33. – PP. 3667-3681. DOI: 10.1016/j.istruc.2021.06.073.

81. Bechert S., Scheder-Bieschin L., Wood D., Knippers J., Menges A. Structural Design Approach and Novel Applications for Folded Shell Structures made of Single-curved CLT -Tower Urbach, Remstal Gartenschau // IASS Annual Symposium 2019 – Structural Membranes 2019 Form and Force. At: Barcelona, Spain

82. Bidakov A., Pustovoitova O., Raspopov Ye.A., Strashko B.O. Features of the shear analogy method for calculating the bending strength of CLT panels // Bulletin of Prydniprov'ska State Academy of Civil Engineering and Architecture, 2020. – Vol. 2. – PP. 42-47. DOI: 10.30838/J.BPSACEA.2312.280420.10.616

83. Causevic A., Rustempašić N. Cross-laminated timber (CLT) application in multi-storey buildings // Technics Technologies Education Management. TTEM, 2020. – Vol. 15 – PP. 96-101.

84. Crovella P., Kurzincki Sh. Predicting the strength and serviceability performance of cross-laminated timber (CLT) panels fabricated with high-density hardwood // World Conference on Timber Engineering (WCTE). At: Santiago, Chile, 2021. – 6 P.

85. Edalat P., Khedmati M., Guedes Soares C., Edalat P. Free Vibration and Dynamic Response Analysis of Stiffened Parabolic Shells using Equivalent Orthotropic Shell Parameters // Latin American Journal of Solids and Structures, 2013. – Vol. 10(4). – PP. 747-766. DOI: 10.1590/S1679-78252013000400005.

86. Elephant House Zoo Zürich [Электронный ресурс] // Arch Daily. 2015. Режим доступа: <https://www.archdaily.com/770772/elephant-house-zoo-zurich-markus-schietsch-architekten> (дата обращения 30.01.2023)

87. EN 1995-1-1 Eurocode 5: Design of timber structures – Part 1-1: General – Common rules and rules for buildings. – CEN, 2014. – 121 P.

88. Farsadi T., Asadi D., Kurtaran H. Frequency study of functionally graded multilayer graphene platelet-reinforced polymer cylindrical panels // Archives of Mechanics, 2022. – Vol. 73. – PP. 471-498. DOI: 10.24423/aom.3761.

89. Jeleč M., Varevac D., Rajčić V. Cross-laminated timber (CLT) – a state of the art report // GRAĐEVINAR, 2018. – № 70(2). – PP. 75-95. DOI: 10.14256/JCE.2071.2017

90. Kamenev I. V., Chernych A. G. Stability of orthotropic shells under dynamic loading // Proceedings of the 12th International Conference on Contemporary Problems of Architecture and Construction, ICCPAC 2020: 12, Saint Petersburg, 25–26 November 2020. – Saint Petersburg, 2021. – P. 187-192

91. Kang S-Y., Won D., Park J.S., Kang Y.J. Structural Behavior of Large-Diameter Cylindrical Shell with Stiffened Opening // Metals - Open Access Metallurgy Journal, 2021. – Vol. 11(9). DOI: 10.3390/met11091413

92. Karpov V. V., Semenov A. A. Dimensionless models of deformation of stiffened shell structures // PNRPU Mechanics Bulletin, 2015. – № 3. – PP. 74-94. DOI: 10.15593/perm.mech/2015.3.07

93. Karpov V. V., Semenov A. A. Mixed-Form Equations for Stiffened Orthotropic Shells of Arbitrary Canonical Shape with Static Loading // *Journal of Mechanics*, 2017. – № 34(4). – PP. 1-6. DOI:10.1017/jmech.2017.82.

94. Karpov V. V., Semenov A. A. Refined model of stiffened shells // *International Journal of Solids and Structures*, 2020. – Vol. 199. – PP. 43-56. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2020.03.019

95. Karpov V. V., Semenov A. A. Strength and stability of orthotropic shells // *World Applied Sciences Journal*, 2014. – Vol. 30(5). – PP. 617-623. DOI: 10.5829/idosi.wasj.2014.30.05.14064

96. Kunte M. V., Sarkar A., Sonti V. R. Generalized asymptotic expansions for the wavenumbers in infinite flexible in vacuo orthotropic cylindrical shells // *Journal of Sound and Vibration*, 2011. – Vol. 330(23). – PP. 5628-5643. DOI: 10.1016/j.jsv.2011.06.020

97. Krysko V. A., Awrejcewicz J., Zhigalov M. V. On the mathematical modeling of symmetric/asymmetric multi-layer orthotropic shells // *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 2020. – Vol. 120. DOI: 10.1016/j.ijnonlinmec.2020.103425.

98. Li J.-M., Knippers J. Segmental Timber Plate Shell for the Landesgartenschau Exhibition Hall in Schwäbisch Gmünd — the Application of Finger Joints in Plate Structures // *International Journal of Space Structures*, 2015. – Vol. 30(2). – PP. 123-140. DOI: 10.1260/0266-3511.30.2.123.

99. Llana D. F., González-Alegre V., Portela M., Íñiguez-González G. Cross Laminated Timber (CLT) manufactured with European oak recovered from demolition: Structural properties and non-destructive evaluation // *Construction and Building Materials*, 2022. – Vol. 339. – 9 P. DOI: 10.1016/j.conbuildmat.2022.127635.

100. Maksimyuk V.A., Storozhuk E.A., Chernyshenko I.S. Nonlinear Deformation of Thin Isotropic and Orthotropic Shells of Revolution with Reinforced Holes and Rigid Inclusions // *International Applied Mechanics*. 2013. Volume 49, Issue 6. Pp. 685–692. DOI: 10.1007/s10778-013-0602-x

101. Noda K., Kanebako Y. Out-of-plane bending properties of LSB joints for CLT shells and application to structural design CLT // *AIJ Journal of Technology and Design*, 2023. – Vol. 29(71). – PP. 138-143. DOI:10.3130/aijt.29.138

102. Paccola R. R., Sampaio M. S. M., Coda H. B. Continuous stress distribution following transverse direction for FEM orthotropic laminated plates and shells // *Applied Mathematical Modelling*, 2016. – Vol. 40, Issues 15–16. – PP. 7382-7409. DOI: 10.1016/j.apm.2016.03.005.

103. Salo V., Nechiporenko V., Rakivnenko V., Horielyshev S., Gleizer N., Kebko A. Calculation of the spherical elements of non-uniform thickness for structures with holes based on the variational RVR-method // *Восточно-Европейский журнал передовых технологий*, 2020. – Vol. 6(7). – PP. 36-42. DOI: 10.15587/1729-4061.2020.217091

104. Sanandiya N. D., Vijay Y., Dimopoulou M., Dritsas S., Fernandez J. G. Large-scale additive manufacturing with bioinspired cellulosic materials // *Scientific Reports*, 2018. – Vol. 8(8642). DOI: 10.1038/s41598-018-26985-2

105. Semenov A. A. Strength of Steel Shell Cylindrical Panels Reinforced with an Orthogonal Grid of Stiffeners // *Journal of Applied and Computational Mechanics*, 2022. – Vol. 8(2). – PP. 723-732. DOI: 10.22055/JACM.2022.38968.3317

106. Semenov A. A. Models of deformation of stiffened orthotropic shells under dynamic loading // *Journal of Siberian Federal University - Mathematics and Physics*, 2016. – № 9(4). – PP. 485-497. DOI:10.17516/1997-1397-2016-9-4-485-497

107. Stecher G., Maderebner R., Zingerle P., Flach M., Kraler A. Curved cross-laminated timber elements // *WCTE 2016*. At: Vienna, Austria.

108. *The CLT Handbook*. – Stockholm: Swedish Wood, 2019. – 188 c

109. Wood D., Grönquist P., Bechert S., Scheder-Bieschin L. From Machine Control to Material Programming: Self-Shaping Wood Manufacturing of a High Performance Curved CLT Structure — Urbach Tower // *FABRICATE 2020 — Making Resilient Architecture*. At: London, UK. DOI: 10.2307/j.ctv13xpsvw.11

110. Wygoda M., Muc A., Barski M., Pastuszek P., Przemyslaw D. Deformations of Laminated Cylindrical Panels with Circular Holes // *DEStech Transactions on*

Materials Science and Engineering, 2017. – PP. 129-144. DOI: 10.12783/dtmse/amst2016/11331.

111. 木構造振興株式会社. CLT建築実証事業 報告書. [Электронный ресурс]
// 公益財団法人日本住宅・木材技術センター. 2021. Режим доступа:
<https://matsumoto-sekkei.com/wp-content/uploads/2021/11/202104011903523314.pdf>
(дата обращения 30.01.2023)

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2021613035

PerfStiffShell: Calculation of perforated and stiffened shells

Правообладатель: *Общество с ограниченной ответственностью «Специальный Технологический Центр» (ООО «СТЦ») (RU)*

Авторы: *Иванов Роман Вячеславович (RU), Каменев Владимир Викторович (RU), Каменев Иван Владимирович (RU)*

Заявка № 2021611925

Дата поступления 16 февраля 2021 г.

Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ 01 марта 2021 г.



Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности

 Г.П. Ившин

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Акты о внедрении результатов диссертационной работы



Акционерное общество
«Научно-производственное предприятие «Радар ммс»

197375, Россия, Санкт-Петербург
ул. Новосельская, д. 37, литер А
тел.: +7 (812) 777-50-51
факс: +7 (812) 600-04-49
e-mail: radar@radar-mms.com
www.radar-mms.com



*Иск. № 090-122
от 31.03.2023 г.*

УТВЕРЖДАЮ
Заместитель генерального конструктора
по программно-целевому развитию, д.т.н.,
профессор
Билашов В.М.



2023 г.

АКТ

о внедрении результатов диссертационной работы Каменева Ивана
Владимировича

«Прочность и устойчивость цилиндрических панелей ступенчато-переменной
толщины из древесины перекрестно-клееной при статических воздействиях»

Комиссия в составе:

председателя – директора по капитальному строительству Юрьева А.С.;
членов комиссии – начальника отдела, к.т.н., доцента Птицына С.О.;
начальника центра, к.т.н., доцента Карповой И.Р.

составила настоящий акт в том, что основные результаты экспериментальных
и теоретических исследований многослойных ортотропных цилиндрических
оболочек, в том числе выполненных из древесины перекрестно-клееной, а
также методика исследования напряженно-деформированного состояния
указанных конструкций, приведенные в диссертационной работе
Каменева И.В. «Прочность и устойчивость цилиндрических панелей
ступенчато-переменной толщины из древесины перекрестно-клееной при
статических воздействиях», внедрены в проектно-строительную
деятельность Акционерного общества «Научно-производственное
предприятие «Радар ммс» (АО «НПП «Радар ммс»).

Настоящий акт выдан Каменеву И.В. для предоставления в диссертационный совет 24.2.380.01 при ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет» по месту защиты диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук.

Председатель комиссии:



А.С. Юрьев

Члены комиссии:



С.О. Птицын



И.Р. Карпова



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
 Федеральное государственное бюджетное
 образовательное учреждение высшего образования
 «Санкт-Петербургский государственный
 архитектурно-строительный университет»
 (СПбГАСУ)
 ул. 2-я Красноармейская, д. 4, Санкт-Петербург, 190005

УТВЕРЖДАЮ
 декан строительного факультета,
 д-р техн. наук, доц.
 А. Н. Гайдо
 «17» апреля 2023 г.

АКТ

использования в учебном процессе материалов кандидатской диссертации
 «НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ
 ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПАНЕЛЕЙ ИЗ ПЕРЕКРЕСТНО-КЛЕЕНОЙ
 ДРЕВЕСИНЫ» соискателя кафедры «Металлических и деревянных
 конструкций»

Каменева Ивана Владимировича

Материалы кандидатской диссертации соискателя кафедры «Металлических и деревянных конструкций» И.В. Каменева используются в спецкурсе по проектированию металлических и деревянных конструкций по подготовке бакалавров по направлению 08.03.01 «Строительство» и 08.05.01 «Строительство уникальных зданий и сооружений» на кафедре «Металлических и деревянных конструкций».

Заведующий кафедрой МиДК
 д-р техн. наук, профессор

«17» апреля 2023 г.

А.Г. Черных

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

Прогиб цилиндрической оболочки во время первой части контрольного эксперимента, полученный по перемещению штока испытательной машины

Таблица П.3.1. Прогиб цилиндрической оболочки

№ п/п	Время, с	Нагрузка, кН	Прогиб, мм
1	0.167	0.982	0
2	1.416	0.981	0.009
3	2.666	1.163	0.051
4	3.916	1.139	0.179
5	5.166	1.163	0.319
6	6.416	1.237	0.459
7	7.665	1.336	0.604
8	8.915	1.34	0.745
9	10.165	1.436	0.877
10	11.415	1.48	1.004
11	12.664	1.522	1.122
12	13.914	1.59	1.223
13	15.164	1.636	1.313
14	16.414	1.656	1.39
15	17.664	1.626	1.462
16	18.913	1.609	1.527
17	20.163	1.63	1.581
18	21.413	1.753	1.615
19	22.663	1.675	1.646
20	23.912	1.633	1.668
21	25.162	1.722	1.691
22	26.412	1.824	1.71
23	27.662	1.767	1.723
24	28.912	1.799	1.739
25	30.161	1.734	1.745
26	31.411	1.737	1.766
27	32.661	1.711	1.798
28	33.911	1.754	1.825
29	35.16	1.843	1.861
30	36.41	1.805	1.893
31	37.66	1.823	1.942

№ п/п	Время, с	Нагрузка, кН	Прогиб, мм
32	38.91	1.863	1.979
33	40.159	1.847	2.038
34	41.409	1.839	2.101
35	42.659	1.959	2.168
36	43.909	1.925	2.231
37	45.158	1.94	2.241
38	46.408	1.881	2.244
39	47.658	1.92	2.245
40	48.908	1.902	2.246
41	50.157	1.948	2.245
42	51.407	1.877	2.245
43	52.657	1.915	2.245
44	53.907	1.875	2.246
45	55.156	1.891	2.246
46	56.406	1.903	2.246
47	57.656	1.921	2.246
48	58.906	1.919	2.246
49	60.155	1.885	2.246
50	61.405	1.852	2.245
51	62.655	1.914	2.244
52	63.905	1.922	2.245
53	65.155	1.892	2.244
54	66.404	1.847	2.244
55	67.654	1.889	2.244
56	68.904	1.922	2.243
57	70.154	1.874	2.243
58	71.404	1.861	2.243
59	72.653	1.843	2.243
60	73.903	1.872	2.243
61	75.153	1.888	2.242
62	76.403	1.872	2.242
63	77.653	1.882	2.242
64	78.902	1.898	2.241
65	80.152	1.848	2.241
66	81.402	1.896	2.241

№ п/п	Время, с	Нагрузка, кН	Прогиб, мм
67	82.652	1.813	2.241
68	83.902	1.886	2.24
69	85.151	1.82	2.24
70	86.401	1.802	2.24
71	87.651	1.858	2.24
72	88.901	1.808	2.24
73	90.151	1.877	2.24
74	91.401	1.828	2.24
75	92.65	1.919	2.24
76	93.9	1.808	2.24
77	95.15	1.843	2.24
78	96.4	1.821	2.24
79	97.65	1.869	2.24
80	98.899	1.883	2.24
81	100.15	1.791	2.24
82	101.4	1.798	2.24
83	102.65	1.87	2.24
84	103.9	1.832	2.24
85	105.15	1.809	2.24
86	106.4	1.942	2.238
87	107.65	1.829	2.232
88	108.9	1.836	2.233
89	110.15	1.834	2.27
90	111.4	1.897	2.324
91	112.65	1.912	2.391
92	113.9	1.978	2.466
93	115.15	1.954	2.548
94	116.4	2.049	2.636
95	117.65	2.11	2.73
96	118.9	2.146	2.835
97	120.15	2.225	2.925
98	121.4	2.381	3.019
99	122.65	2.286	3.102
100	123.9	2.351	3.193
101	125.15	2.373	3.272

№ п/п	Время, с	Нагрузка, кН	Прогиб, мм
102	126.4	2.398	3.34
103	127.65	2.476	3.405
104	128.9	2.409	3.467
105	130.14	2.444	3.521
106	131.39	2.394	3.563
107	132.64	2.454	3.614
108	133.89	2.485	3.664
109	135.14	2.49	3.718
110	136.39	2.575	3.76
111	137.64	2.617	3.79
112	138.89	2.479	3.819
113	140.14	2.555	3.862
114	141.39	2.652	3.89
115	142.64	2.597	3.918
116	143.89	2.65	3.95
117	145.14	2.678	3.982
118	146.39	2.599	4.032
119	147.64	2.655	4.077
120	148.89	2.628	4.134
121	150.14	2.725	4.191
122	151.39	2.81	4.244
123	152.64	2.822	4.286
124	153.89	2.763	4.344
125	155.14	2.797	4.393
126	156.39	2.766	4.448
127	157.64	2.807	4.51
128	158.89	2.808	4.565
129	160.14	2.942	4.625
130	161.39	2.975	4.682
131	162.64	2.994	4.741
132	163.89	2.928	4.79
133	165.14	2.85	4.798
134	166.39	2.924	4.798
135	167.64	2.944	4.798
136	168.89	2.899	4.799

№ п/п	Время, с	Нагрузка, кН	Прогиб, мм
137	170.14	2.863	4.8
138	171.38	2.83	4.8
139	172.63	2.851	4.801
140	173.88	2.885	4.802
141	175.13	2.86	4.802
142	176.38	2.922	4.803
143	177.63	2.862	4.805
144	178.88	2.84	4.806
145	180.13	2.897	4.807
146	181.38	2.966	4.807
147	182.63	2.893	4.808
148	183.88	2.869	4.808
149	185.13	2.861	4.808
150	186.38	2.903	4.808
151	187.63	2.866	4.808
152	188.88	2.863	4.808
153	190.13	2.864	4.808
154	191.38	2.906	4.808
155	192.63	2.868	4.808
156	193.88	2.878	4.808
157	195.13	2.889	4.808
158	196.38	2.819	4.808
159	197.63	2.783	4.808
160	198.88	2.869	4.807
161	200.13	2.862	4.808
162	201.38	2.802	4.808
163	202.63	2.82	4.808
164	203.88	2.829	4.808
165	205.13	2.85	4.808
166	206.38	2.855	4.808
167	207.63	2.82	4.808
168	208.88	2.789	4.808
169	210.13	2.802	4.807
170	211.38	2.852	4.808
171	212.62	2.819	4.807

№ п/п	Время, с	Нагрузка, кН	Прогиб, мм
172	213.87	2.817	4.807
173	215.12	2.808	4.808
174	216.37	2.855	4.808
175	217.62	2.894	4.808
176	218.87	2.868	4.808
177	220.12	2.862	4.808
178	221.37	2.84	4.808
179	222.62	2.875	4.807
180	223.87	2.813	4.807
181	225.12	2.865	4.807
182	226.37	2.889	4.807
183	227.62	2.73	4.806
184	228.87	2.793	4.807
185	230.12	2.787	4.828
186	231.37	2.984	4.861
187	232.62	2.921	4.896
188	233.87	2.963	4.929
189	235.12	2.938	4.977
190	236.37	3.029	5.029
191	237.62	3.042	5.085
192	238.87	3.049	5.14
193	240.12	3.093	5.193
194	241.37	3.217	5.244
195	242.62	3.136	5.297
196	243.87	3.191	5.355
197	245.12	3.201	5.402
198	246.37	3.161	5.453
199	247.62	3.281	5.512
200	248.87	3.319	5.567
201	250.12	3.296	5.613
202	251.37	3.336	5.663
203	252.61	3.342	5.715
204	253.86	3.349	5.762
205	255.11	3.353	5.814
206	256.36	3.453	5.864

№ п/п	Время, с	Нагрузка, кН	Прогиб, мм
207	257.61	3.44	5.903
208	258.86	3.49	5.946
209	260.11	3.52	5.98
210	261.36	3.452	6.026
211	262.61	3.457	6.071
212	263.86	3.537	6.11
213	265.11	3.52	6.154
214	266.36	3.646	6.19
215	267.61	3.615	6.223
216	268.86	3.638	6.265
217	270.11	3.624	6.301
218	271.36	3.654	6.34
219	272.61	3.686	6.381
220	273.86	3.664	6.418
221	275.11	3.718	6.453
222	276.36	3.815	6.487
223	277.61	3.711	6.519
224	278.86	3.71	6.558
225	280.11	3.727	6.6
226	281.36	3.82	6.64
227	282.61	3.846	6.677
228	283.86	3.837	6.707
229	285.11	3.902	6.746
230	286.36	3.864	6.777
231	287.61	3.93	6.817
232	288.86	3.884	6.866
233	290.11	3.921	6.919
234	291.36	3.923	6.973
235	292.61	3.968	7.043
236	293.85	4.037	7.044
237	295.1	3.984	7.044
238	296.35	4.021	7.044
239	297.6	3.918	7.044
240	298.85	3.934	7.044
241	300.1	3.96	7.044

№ п/п	Время, с	Нагрузка, кН	Прогиб, мм
242	301.35	3.925	7.044
243	302.6	3.898	7.044
244	303.85	3.947	7.044
245	305.1	3.891	7.044
246	306.35	3.876	7.044
247	307.6	3.932	7.043
248	308.85	3.865	7.043
249	310.1	3.855	7.043
250	311.35	3.912	7.043
251	312.6	3.92	7.043
252	313.85	3.858	7.043
253	315.1	3.785	7.042
254	316.35	3.888	7.042
255	317.6	3.843	7.041
256	318.85	3.838	7.041
257	320.1	3.836	7.04
258	321.35	3.82	7.04
259	322.6	3.794	7.039
260	323.85	3.794	7.039
261	325.1	3.826	7.038
262	326.35	3.823	7.037
263	327.6	3.863	7.037
264	328.85	3.782	7.036
265	330.1	3.798	7.036
266	331.35	3.846	7.036
267	332.6	3.863	7.036
268	333.85	3.797	7.035
269	335.09	3.804	7.035
270	336.34	3.827	7.035
271	337.59	3.802	7.035
272	338.84	3.656	7.035
273	340.09	3.869	7.035
274	341.34	3.783	7.035
275	342.59	3.858	7.035
276	343.84	3.769	7.035

№ п/п	Время, с	Нагрузка, кН	Прогиб, мм
277	345.09	3.767	7.035
278	346.34	3.802	7.036
279	347.59	3.787	7.036
280	348.84	3.814	7.035
281	350.09	3.731	7.035
282	351.34	3.786	7.036
283	352.59	3.741	7.036
284	353.84	3.701	7.036
285	355.09	3.761	7.025
286	356.34	3.739	6.979
287	357.59	3.649	6.936
288	358.84	3.594	6.915
289	360.09	3.616	6.915
290	361.34	3.568	6.917
291	362.59	3.738	6.937
292	363.84	3.724	6.967
293	365.09	3.923	6.992
294	366.34	3.813	7.022
295	367.59	3.81	7.059
296	368.84	3.91	7.103
297	370.09	3.936	7.139
298	371.34	3.991	7.174
299	372.59	3.928	7.203
300	373.84	4.025	7.241
301	375.09	4.07	7.267
302	376.33	3.995	7.294
303	377.58	4.066	7.316
304	378.83	4.083	7.346
305	380.08	4.039	7.37
306	381.33	4.089	7.398
307	382.58	4.222	7.423
308	383.83	4.146	7.448
309	385.08	4.086	7.47
310	386.33	4.19	7.497
311	387.58	4.257	7.527

№ п/п	Время, с	Нагрузка, кН	Прогиб, мм
312	388.83	4.227	7.559
313	390.08	4.244	7.59
314	391.33	4.241	7.622
315	392.58	4.252	7.655
316	393.83	4.295	7.689
317	395.08	4.338	7.731
318	396.33	4.364	7.767
319	397.58	4.35	7.808
320	398.83	4.362	7.853
321	400.08	4.331	7.901
322	401.33	4.531	7.941
323	402.58	4.402	7.988
324	403.83	4.538	8.041
325	405.08	4.607	8.085
326	406.33	4.508	8.121
327	407.58	4.565	8.174
328	408.83	4.595	8.217
329	410.08	4.573	8.265
330	411.33	4.649	8.301
331	412.58	4.604	8.341
332	413.83	4.722	8.378
333	415.08	4.659	8.417
334	416.33	4.74	8.458
335	417.57	4.748	8.496
336	418.82	4.788	8.534
337	420.07	4.754	8.574
338	421.32	4.744	8.608
339	422.57	4.854	8.65
340	423.82	4.813	8.681
341	425.07	4.841	8.728
342	426.32	4.859	8.766
343	427.57	4.931	8.805
344	428.82	4.953	8.836
345	430.07	4.966	8.867
346	431.32	4.983	8.91

№ п/п	Время, с	Нагрузка, кН	Прогиб, мм
347	432.57	4.984	8.938
348	433.82	4.938	8.962
349	435.07	4.957	8.961
350	436.32	4.922	8.962
351	437.57	4.941	8.963
352	438.82	4.922	8.964
353	440.07	4.94	8.964
354	441.32	4.943	8.964
355	442.57	4.872	8.965
356	443.82	4.884	8.966
357	445.07	4.926	8.968
358	446.32	4.918	8.97
359	447.57	4.997	8.971
360	448.82	4.871	8.972
361	450.07	4.871	8.972
362	451.32	4.926	8.972
363	452.57	4.885	8.972
364	453.82	4.879	8.972
365	455.07	4.859	8.972
366	456.32	4.913	8.972
367	457.56	4.892	8.972
368	458.81	4.834	8.972
369	460.06	4.865	8.972
370	461.31	4.81	8.972
371	462.56	4.763	8.972
372	463.81	4.882	8.972
373	465.06	4.829	8.972
374	466.31	4.81	8.971
375	467.56	4.814	8.971
376	468.81	4.843	8.971
377	470.06	4.85	8.971
378	471.31	4.78	8.971
379	472.56	4.782	8.971
380	473.81	4.777	8.971
381	475.06	4.816	8.97

№ п/п	Время, с	Нагрузка, кН	Прогиб, мм
382	476.31	4.832	8.97
383	477.56	4.832	8.969
384	478.81	4.798	8.969
385	480.06	4.783	8.968
386	481.31	4.794	8.967
387	482.56	4.766	8.966
388	483.81	4.727	8.966
389	485.06	4.811	8.966
390	486.31	4.77	8.965
391	487.56	4.806	8.965
392	488.81	4.685	8.964
393	490.06	4.767	8.963
394	491.31	4.741	8.963
395	492.56	4.855	8.963
396	493.81	4.768	8.963
397	495.06	4.666	8.963
398	496.31	4.777	8.97
399	497.56	4.832	8.987
400	498.8	4.825	9.003
401	500.05	4.805	9.025
402	501.3	4.938	9.063
403	502.55	4.925	9.088
404	503.8	4.973	9.115
405	505.05	4.963	9.141
406	506.3	5.002	9.171
407	507.55	5.065	9.192
408	508.8	5.013	9.211
409	510.05	5.033	9.241
410	511.3	5.073	9.275
411	512.55	5.133	9.295
412	513.8	5.083	9.328
413	515.05	5.152	9.355
414	516.3	5.207	9.374
415	517.55	5.183	9.406
416	518.8	5.284	9.433

№ п/п	Время, с	Нагрузка, кН	Прогиб, мм
417	520.05	5.322	9.457
418	521.3	5.206	9.477
419	522.55	5.3	9.511
420	523.8	5.285	9.534
421	525.05	5.316	9.568
422	526.3	5.307	9.6
423	527.55	5.346	9.639
424	528.8	5.387	9.671
425	530.05	5.38	9.707
426	531.3	5.451	9.742
427	532.55	5.488	9.777
428	533.8	5.455	9.804
429	535.05	5.474	9.837
430	536.3	5.534	9.862
431	537.55	5.547	9.89
432	538.8	5.506	9.918
433	540.04	5.547	9.956
434	541.29	5.578	9.99
435	542.54	5.593	10.027
436	543.79	5.6	10.064
437	545.04	5.587	10.107
438	546.29	5.708	10.15
439	547.54	5.755	10.185
440	548.79	5.678	10.223
441	550.04	5.755	10.265
442	551.29	5.699	10.303
443	552.54	5.823	10.345
444	553.79	5.867	10.373
445	555.04	5.853	10.404
446	556.29	5.918	10.431
447	557.54	5.925	10.451
448	558.79	5.895	10.475
449	560.04	5.946	10.489
450	561.29	5.93	10.499
451	562.54	5.798	10.501

№ п/п	Время, с	Нагрузка, кН	Прогиб, мм
452	563.79	5.865	10.502
453	565.04	5.843	10.501
454	566.29	5.866	10.5
455	567.54	5.789	10.5
456	568.79	5.846	10.499
457	570.04	5.792	10.5
458	571.29	5.768	10.499
459	572.54	5.83	10.499
460	573.79	5.763	10.499
461	575.04	5.806	10.499
462	576.29	5.772	10.499
463	577.54	5.673	10.499
464	578.79	5.754	10.499
465	580.04	5.814	10.499
466	581.28	5.771	10.5
467	582.53	5.747	10.5
468	583.78	5.701	10.5
469	585.03	5.692	10.5
470	586.28	5.723	10.5
471	587.53	5.761	10.5
472	588.78	5.764	10.5
473	590.03	5.692	10.5
474	591.28	5.678	10.5
475	592.53	5.758	10.5
476	593.78	5.776	10.5
477	595.03	5.681	10.5
478	596.28	5.732	10.5
479	597.53	5.662	10.5
480	598.78	5.723	10.5
481	600.03	5.694	10.5
482	601.28	5.678	10.5
483	602.53	5.7	10.5
484	603.78	5.672	10.5
485	605.03	5.781	10.5
486	606.28	5.762	10.5

№ п/п	Время, с	Нагрузка, кН	Прогиб, мм
487	607.53	5.733	10.5
488	608.78	5.711	10.5
489	610.03	5.743	10.5
490	611.28	5.73	10.5
491	612.53	5.686	10.5
492	613.78	5.702	10.5
493	615.03	5.693	10.5
494	616.28	5.696	10.5
495	617.53	5.749	10.501
496	618.78	5.714	10.501
497	620.03	5.645	10.501
498	621.27	5.696	10.501
499	622.52	5.712	10.501
500	623.77	5.537	10.461
501	625.02	5.493	10.433
502	626.27	5.395	10.422
503	627.52	5.466	10.422
504	628.77	5.567	10.427
505	630.02	5.547	10.44
506	631.27	5.651	10.467
507	632.52	5.648	10.492
508	633.77	5.698	10.515
509	635.02	5.754	10.531
510	636.27	5.82	10.546
511	637.52	5.796	10.56
512	638.77	5.851	10.565
513	640.02	5.808	10.569
514	641.27	5.853	10.58
515	642.52	5.872	10.586
516	643.77	5.911	10.597
517	645.02	5.958	10.603
518	646.27	5.939	10.62
519	647.52	5.983	10.626
520	648.77	6.009	10.64
521	650.02	5.946	10.651

№ п/п	Время, с	Нагрузка, кН	Прогиб, мм
522	651.27	5.952	10.672
523	652.52	6.047	10.695
524	653.77	6.111	10.712
525	655.02	6.096	10.722
526	656.27	6.117	10.735
527	657.52	6.151	10.741
528	658.77	6.188	10.755
529	660.02	6.194	10.757
530	661.27	6.201	10.769
531	662.51	6.156	10.774
532	663.76	6.15	10.786
533	665.01	6.247	10.805
534	666.26	6.289	10.815
535	667.51	6.213	10.827
536	668.76	6.298	10.838
537	670.01	6.304	10.843
538	671.26	6.279	10.862
539	672.51	6.371	10.872
540	673.76	6.422	10.882
541	675.01	6.448	10.897
542	676.26	6.445	10.907
543	677.51	6.459	10.916
544	678.76	6.533	10.938
545	680.01	6.495	10.946
546	681.26	6.474	10.957
547	682.51	6.527	10.972
548	683.76	6.634	10.982
549	685.01	6.542	10.989
550	686.26	6.575	11.003
551	687.51	6.63	11.02
552	688.76	6.576	11.036
553	690.01	6.686	11.048
554	691.26	6.661	11.052
555	692.51	6.701	11.068
556	693.76	6.743	11.086

№ п/п	Время, с	Нагрузка, кН	Прогиб, мм
557	695.01	6.799	11.093
558	696.26	6.698	11.1
559	697.51	6.776	11.12
560	698.76	6.861	11.132
561	700.01	6.823	11.137
562	701.26	6.838	11.148
563	702.51	6.838	11.161
564	703.75	6.903	11.176
565	705	6.95	11.187
566	706.25	6.939	11.188
567	707.5	6.852	11.194
568	708.75	6.789	11.197
569	710	6.808	11.195
570	711.25	6.791	11.194
571	712.5	6.824	11.196
572	713.75	6.75	11.197
573	715	6.903	11.198
574	716.25	6.865	11.199
575	717.5	6.885	11.199
576	718.75	6.842	11.199
577	720	6.857	11.199
578	721.25	6.787	11.199
579	722.5	6.848	11.198
580	723.75	6.769	11.196
581	725	6.756	11.193
582	726.25	6.756	11.191
583	727.5	6.8	11.191
584	728.75	6.746	11.191
585	730	6.761	11.19
586	731.25	6.699	11.19
587	732.5	6.777	11.19
588	733.75	6.674	11.19
589	735	6.648	11.191
590	736.25	6.683	11.193
591	737.5	6.71	11.195

№ п/п	Время, с	Нагрузка, кН	Прогиб, мм
592	738.75	6.685	11.196
593	740	6.736	11.197
594	741.25	6.816	11.198
595	742.5	6.751	11.199
596	743.75	6.738	11.199
597	744.99	6.773	11.199
598	746.24	6.731	11.199
599	747.49	6.758	11.199
600	748.74	6.755	11.198
601	749.99	6.809	11.196
602	751.24	6.698	11.193
603	752.49	6.599	11.192
604	753.74	6.69	11.191
605	754.99	6.634	11.191
606	756.24	6.634	11.19
607	757.49	6.652	11.19
608	758.74	6.638	11.19
609	759.99	6.638	11.19
610	761.24	6.606	11.19
611	762.49	6.579	11.191
612	763.74	6.563	11.194
613	764.99	6.673	11.195
614	766.24	6.62	11.197
615	767.49	6.665	11.198
616	768.74	6.672	11.198
617	769.99	6.549	11.176
618	771.24	6.519	11.168
619	772.49	6.545	11.167
620	773.74	6.606	11.169
621	774.99	6.574	11.175
622	776.24	6.665	11.193
623	777.49	6.781	11.209
624	778.74	6.75	11.213
625	779.99	6.776	11.226
626	781.24	6.812	11.234

№ п/п	Время, с	Нагрузка, кН	Прогиб, мм
627	782.49	6.786	11.246
628	783.74	6.901	11.251
629	784.98	6.902	11.254
630	786.23	6.828	11.258
631	787.48	6.952	11.269
632	788.73	6.929	11.271
633	789.98	6.996	11.287
634	791.23	6.997	11.3
635	792.48	7.016	11.306
636	793.73	7.058	11.312
637	794.98	7.029	11.316
638	796.23	7.029	11.325
639	797.48	7.021	11.337
640	798.73	7.16	11.343
641	799.98	7.121	11.345
642	801.23	7.152	11.351
643	802.48	7.113	11.351
644	803.73	7.09	11.36
645	804.98	7.195	11.381
646	806.23	7.266	11.397
647	807.48	7.328	11.407
648	808.73	7.353	11.415
649	809.98	7.349	11.421
650	811.23	7.302	11.429
651	812.48	7.235	11.44
652	813.73	7.347	11.461
653	814.98	7.407	11.476
654	816.23	7.469	11.484
655	817.48	7.396	11.484
656	818.73	7.435	11.489
657	819.98	7.472	11.501
658	821.23	7.426	11.506
659	822.48	7.473	11.517
660	823.73	7.498	11.529
661	824.98	7.552	11.542

№ п/п	Время, с	Нагрузка, кН	Прогиб, мм
662	826.22	7.552	11.556
663	827.47	7.642	11.562
664	828.72	7.614	11.566
665	829.97	7.609	11.571
666	831.22	7.701	11.583
667	832.47	7.66	11.583
668	833.72	7.667	11.588
669	834.97	7.659	11.602
670	836.22	7.757	11.618
671	837.47	7.816	11.627
672	838.72	7.781	11.639
673	839.97	7.724	11.645
674	841.22	7.76	11.65
675	842.47	7.817	11.658
676	843.72	7.825	11.667
677	844.97	7.924	11.677
678	846.22	7.976	11.683
679	847.47	7.938	11.693
680	848.72	7.935	11.702
681	849.97	8.007	11.709
682	851.22	7.939	11.709
683	852.47	7.79	11.707
684	853.72	7.784	11.711
685	854.97	7.783	11.708
686	856.22	7.724	11.705
687	857.47	7.676	11.706
688	858.72	7.727	11.708
689	859.97	7.857	11.71
690	861.22	7.768	11.712
691	862.47	7.788	11.713
692	863.72	7.806	11.713
693	864.97	7.809	11.714
694	866.22	7.867	11.714
695	867.46	7.832	11.714
696	868.71	7.842	11.713

№ п/п	Время, с	Нагрузка, кН	Прогиб, мм
697	869.96	7.817	11.71
698	871.21	7.771	11.707
699	872.46	7.794	11.706
700	873.71	7.753	11.705
701	874.96	7.701	11.705
702	876.21	7.701	11.705
703	877.46	7.576	11.705
704	878.71	7.649	11.705
705	879.96	7.595	11.705
706	881.21	7.71	11.707
707	882.46	7.711	11.71
708	883.71	7.728	11.712
709	884.96	7.73	11.712
710	886.21	7.667	11.713
711	887.46	7.808	11.714
712	888.71	7.787	11.714
713	889.96	7.822	11.714
714	891.21	7.853	11.713
715	892.46	7.739	11.709
716	893.71	7.758	11.706
717	894.96	7.725	11.705
718	896.21	7.657	11.705
719	897.46	7.614	11.704
720	898.71	7.58	11.704
721	899.96	7.616	11.704
722	901.21	7.595	11.705
723	902.46	7.645	11.707
724	903.71	7.623	11.71
725	904.96	7.698	11.712
726	906.21	7.728	11.712
727	907.46	7.73	11.713
728	908.7	7.734	11.714
729	909.95	7.79	11.714
730	911.2	7.803	11.713
731	912.45	7.754	11.711

№ п/п	Время, с	Нагрузка, кН	Прогиб, мм
732	913.7	7.522	11.697
733	914.95	7.509	11.687
734	916.2	7.485	11.685
735	917.45	7.567	11.687
736	918.7	7.688	11.699
737	919.95	7.749	11.708
738	921.2	7.726	11.715
739	922.45	7.708	11.72
740	923.7	7.806	11.725
741	924.95	7.779	11.726
742	926.2	7.828	11.734
743	927.45	7.913	11.74
744	928.7	7.879	11.741
745	929.95	7.856	11.747
746	931.2	7.899	11.757
747	932.45	7.916	11.761
748	933.7	7.955	11.771
749	934.95	8.018	11.773
750	936.2	7.982	11.773
751	937.45	7.99	11.778
752	938.7	8.019	11.788
753	939.95	8.071	11.794
754	941.2	8.093	11.801
755	942.45	8.13	11.808
756	943.7	8.094	11.808
757	944.95	8.19	11.817
758	946.2	8.142	11.82
759	947.45	8.171	11.828
760	948.7	8.198	11.841
761	949.94	8.221	11.843
762	951.19	8.263	11.849
763	952.44	8.291	11.856
764	953.69	8.33	11.858
765	954.94	8.302	11.861
766	956.19	8.327	11.869

№ п/п	Время, с	Нагрузка, кН	Прогиб, мм
767	957.44	8.331	11.877
768	958.69	8.387	11.885
769	959.94	8.327	11.888
770	961.19	8.403	11.892
771	962.44	8.498	11.902
772	963.69	8.469	11.902
773	964.94	8.469	11.909
774	966.19	8.489	11.914
775	967.44	8.554	11.922
776	968.69	8.548	11.927
777	969.94	8.545	11.933
778	971.19	8.601	11.944
779	972.44	8.541	11.946
780	973.69	8.653	11.958
781	974.94	8.655	11.96
782	976.19	8.67	11.967
783	977.44	8.686	11.972
784	978.69	8.797	11.978
785	979.94	8.721	11.978
786	981.19	8.756	11.985
787	982.44	8.76	11.987
788	983.69	8.781	11.997
789	984.94	8.845	12.004
790	986.19	8.794	12.006
791	987.44	8.862	12.016
792	988.69	8.924	12.023
793	989.93	8.888	12.033
794	991.18	8.898	12.038
795	992.43	8.939	12.046
796	993.68	9.012	12.051
797	994.93	8.896	12.048
798	996.18	8.886	12.047
799	997.43	8.945	12.05
800	998.68	8.874	12.05
801	999.93	8.895	12.049

№ п/п	Время, с	Нагрузка, кН	Прогиб, мм
802	1001.2	8.879	12.048
803	1002.4	8.803	12.048
804	1003.7	8.764	12.048
805	1004.9	8.736	12.048
806	1006.2	8.667	12.048
807	1007.4	8.724	12.048
808	1008.7	8.697	12.048
809	1009.9	8.693	12.049
810	1011.2	8.7	12.051
811	1012.4	8.754	12.053
812	1013.7	8.779	12.054
813	1014.9	8.829	12.055
814	1016.2	8.809	12.056
815	1017.4	8.871	12.056
816	1018.7	8.925	12.056
817	1019.9	8.855	12.056
818	1021.2	8.886	12.057
819	1022.4	8.858	12.057
820	1023.7	8.805	12.055
821	1024.9	8.85	12.052
822	1026.2	8.776	12.049
823	1027.4	8.721	12.049
824	1028.7	8.663	12.048
825	1029.9	8.656	12.048
826	1031.2	8.611	12.048
827	1032.4	8.671	12.048
828	1033.7	8.643	12.048
829	1034.9	8.62	12.048
830	1036.2	8.668	12.048
831	1037.4	8.622	12.05
832	1038.7	8.68	12.052
833	1039.9	8.659	12.054
834	1041.2	8.723	12.055
835	1042.4	8.777	12.056
836	1043.7	8.739	12.056

№ п/п	Время, с	Нагрузка, кН	Прогиб, мм
837	1044.9	8.752	12.056
838	1046.2	8.703	12.057
839	1047.4	8.793	12.057
840	1048.7	8.836	12.056
841	1049.9	8.812	12.055
842	1051.2	8.761	12.052
843	1052.4	8.74	12.049
844	1053.7	8.744	12.048
845	1054.9	8.701	12.048
846	1056.2	8.446	12.041
847	1057.4	8.454	12.031
848	1058.7	8.495	12.028
849	1059.9	8.41	12.029
850	1061.2	8.57	12.03
851	1062.4	8.615	12.042
852	1063.7	8.773	12.046
853	1064.9	8.789	12.049
854	1066.2	8.736	12.051
855	1067.4	8.775	12.054
856	1068.7	8.849	12.061
857	1069.9	8.771	12.064
858	1071.2	8.836	12.069
859	1072.5	8.85	12.077
860	1073.7	8.912	12.077
861	1075	8.985	12.077
862	1076.2	8.91	12.081
863	1077.5	8.991	12.084
864	1078.7	8.961	12.087
865	1080	8.973	12.092
866	1081.2	8.966	12.099
867	1082.5	9.073	12.099
868	1083.7	9.1	12.102
869	1085	9.112	12.108
870	1086.2	9.115	12.113
871	1087.5	9.085	12.114

№ п/п	Время, с	Нагрузка, кН	Прогиб, мм
872	1088.7	9.069	12.119
873	1090	9.088	12.126
874	1091.2	9.161	12.133
875	1092.5	9.176	12.135
876	1093.7	9.196	12.14
877	1095	9.244	12.144
878	1096.2	9.342	12.152
879	1097.5	9.273	12.155
880	1098.7	9.277	12.157
881	1100	9.281	12.163
882	1101.2	9.374	12.173
883	1102.5	9.39	12.175
884	1103.7	9.38	12.178
885	1105	9.352	12.178
886	1106.2	9.434	12.18
887	1107.5	9.374	12.184
888	1108.7	9.429	12.194
889	1110	9.538	12.2
890	1111.2	9.571	12.203
891	1112.5	9.487	12.205
892	1113.7	9.552	12.217
893	1115	9.534	12.217
894	1116.2	9.659	12.224
895	1117.5	9.519	12.227
896	1118.7	9.699	12.237
897	1120	9.63	12.24
898	1121.2	9.627	12.244
899	1122.5	9.665	12.251
900	1123.7	9.698	12.26
901	1125	9.804	12.269
902	1126.2	9.781	12.27
903	1127.5	9.749	12.273
904	1128.7	9.794	12.281
905	1130	9.843	12.284
906	1131.2	9.911	12.288

№ п/п	Время, с	Нагрузка, кН	Прогиб, мм
907	1132.5	9.844	12.289
908	1133.7	9.829	12.291
909	1135	9.897	12.302
910	1136.2	9.886	12.308
911	1137.5	9.917	12.316
912	1138.7	9.988	12.318
913	1140	9.996	12.324
914	1141.2	9.863	12.32
915	1142.5	9.888	12.317
916	1143.7	9.933	12.322
917	1145	9.98	12.326
918	1146.2	9.951	12.324
919	1147.5	9.891	12.32
920	1148.7	9.897	12.319
921	1150	9.909	12.318
922	1151.2	9.782	12.318
923	1152.5	9.729	12.318
924	1153.7	9.763	12.318
925	1155	9.68	12.318
926	1156.2	9.707	12.318
927	1157.5	9.565	12.318
928	1158.7	9.657	12.318
929	1160	9.821	12.319
930	1161.2	9.737	12.322
931	1162.5	9.806	12.324
932	1163.7	9.8	12.325
933	1165	9.736	12.326
934	1166.2	9.875	12.326
935	1167.5	9.884	12.326
936	1168.7	9.866	12.326
937	1170	9.895	12.326
938	1171.2	9.83	12.326
939	1172.5	9.905	12.325
940	1173.7	9.896	12.324
941	1175	9.764	12.32

№ п/п	Время, с	Нагрузка, кН	Прогиб, мм
942	1176.3	9.797	12.319
943	1177.5	9.751	12.318
944	1178.8	9.729	12.318
945	1180	9.701	12.318
946	1181.3	9.654	12.317
947	1182.5	9.646	12.317
948	1183.8	9.655	12.318
949	1185	9.563	12.318
950	1186.3	9.611	12.318
951	1187.5	9.607	12.318
952	1188.8	9.608	12.32
953	1190	9.692	12.322
954	1191.3	9.709	12.323
955	1192.5	9.665	12.325
956	1193.8	9.758	12.325
957	1195	9.767	12.326
958	1196.3	9.815	12.326
959	1197.5	9.764	12.326
960	1198.8	9.754	12.326
961	1200	9.816	12.326
962	1201.3	9.779	12.326
963	1202.5	9.512	12.312
964	1203.8	9.463	12.305
965	1205	9.504	12.304
966	1206.3	9.531	12.304
967	1207.5	9.592	12.305
968	1208.8	9.601	12.306
969	1210	9.648	12.312
970	1211.3	9.672	12.314
971	1212.5	9.691	12.314
972	1213.8	9.741	12.318
973	1215	9.732	12.318
974	1216.3	9.764	12.326
975	1217.5	9.789	12.329
976	1218.8	9.85	12.331

№ п/п	Время, с	Нагрузка, кН	Прогиб, мм
977	1220	9.914	12.334
978	1221.3	9.862	12.333
979	1222.5	9.775	12.334
980	1223.8	9.882	12.338
981	1225	9.861	12.345
982	1226.3	9.939	12.351
983	1227.5	9.985	12.357
984	1228.8	9.988	12.363
985	1230	9.99	12.365
986	1231.3	10.035	12.367
987	1232.5	10.036	12.367
988	1233.8	10.052	12.374
989	1235	10.091	12.374
990	1235.2	9.695	12.377
991	1236.4	9.727	12.382
992	1237.7	9.821	12.382
993	1238.9	9.851	12.382
994	1240.2	9.902	12.376
995	1241.4	9.955	12.377
996	1242.7	9.981	12.38
997	1243.9	9.953	12.382
998	1245.2	10.025	12.388
999	1246.4	10.044	12.392
1000	1247.7	10.159	12.399
1001	1248.9	10.087	12.399
1002	1250.2	10.094	12.405
1003	1251.4	10.166	12.409
1004	1252.7	10.163	12.411
1005	1253.9	10.159	12.412
1006	1255.2	10.209	12.414
1007	1256.4	10.182	12.418
1008	1257.7	10.292	12.425
1009	1258.9	10.251	12.433
1010	1260.2	10.249	12.435
1011	1261.4	10.317	12.437

№ п/п	Время, с	Нагрузка, кН	Прогиб, мм
1012	1262.7	10.331	12.437
1013	1263.9	10.348	12.438
1014	1265.2	10.308	12.441
1015	1266.4	10.378	12.448
1016	1267.7	10.416	12.45
1017	1268.9	10.412	12.455
1018	1270.2	10.428	12.458
1019	1271.4	10.497	12.468
1020	1272.7	10.524	12.468
1021	1273.9	10.447	12.472
1022	1275.2	10.567	12.476
1023	1276.4	10.541	12.482
1024	1277.7	10.62	12.482
1025	1278.9	10.58	12.483
1026	1280.2	10.572	12.492
1027	1281.4	10.647	12.495
1028	1282.7	10.649	12.498
1029	1283.9	10.6	12.503
1030	1285.2	10.679	12.509
1031	1286.4	10.692	12.511
1032	1287.7	10.781	12.517
1033	1288.9	10.741	12.524
1034	1290.2	10.801	12.531
1035	1291.4	10.768	12.531
1036	1292.7	10.763	12.531
1037	1293.9	10.908	12.54
1038	1295.2	10.835	12.54
1039	1296.4	10.799	12.542
1040	1297.7	10.871	12.551
1041	1298.9	10.95	12.556
1042	1300.2	10.908	12.556
1043	1301.4	10.993	12.556
1044	1302.7	10.869	12.555
1045	1303.9	10.885	12.556
1046	1305.2	10.829	12.555

№ п/п	Время, с	Нагрузка, кН	Прогиб, мм
1047	1306.4	10.9	12.556
1048	1307.7	10.817	12.555
1049	1308.9	10.872	12.555
1050	1310.2	10.841	12.556
1051	1311.4	10.752	12.555
1052	1312.7	10.858	12.556
1053	1313.9	10.812	12.555
1054	1315.2	10.858	12.556
1055	1316.4	10.804	12.555
1056	1317.7	10.792	12.555
1057	1318.9	10.891	12.556
1058	1320.2	10.776	12.555
1059	1321.4	10.824	12.556
1060	1322.7	10.733	12.555
1061	1323.9	10.758	12.556
1062	1325.2	10.722	12.556
1063	1326.4	10.725	12.555
1064	1327.7	10.807	12.556
1065	1328.9	10.698	12.555
1066	1330.2	10.906	12.556
1067	1331.4	10.802	12.555
1068	1332.7	10.761	12.556
1069	1333.9	10.756	12.556
1070	1335.1	10.681	12.555
1071	1336.4	10.823	12.556
1072	1337.6	10.729	12.555
1073	1338.9	10.793	12.556
1074	1340.1	10.721	12.555
1075	1341.4	10.832	12.556
1076	1342.6	10.741	12.556
1077	1343.9	10.758	12.555
1078	1345.1	10.791	12.556
1079	1346.4	10.688	12.555
1080	1347.6	10.795	12.556
1081	1348.9	10.751	12.555

№ п/п	Время, с	Нагрузка, кН	Прогиб, мм
1082	1350.1	10.689	12.555
1083	1351.4	10.868	12.556
1084	1352.6	10.657	12.555
1085	1353.9	10.782	12.556
1086	1355.1	10.652	12.555
1087	1356.4	10.753	12.556
1088	1357.6	10.647	12.556
1089	1358.9	10.644	12.555
1090	1360.1	10.667	12.556
1091	1361.4	10.736	12.555
1092	1362.6	10.751	12.556
1093	1363.9	10.694	12.555
1094	1365.1	10.601	12.555
1095	1366.4	10.676	12.556
1096	1367.6	10.687	12.556
1097	1368.9	10.745	12.558
1098	1370.1	10.765	12.559
1099	1371.4	10.793	12.56
1100	1372.6	10.786	12.565
1101	1373.9	10.811	12.567
1102	1375.1	10.836	12.574
1103	1376.4	10.889	12.579
1104	1377.6	10.94	12.58
1105	1378.9	10.9	12.58
1106	1380.1	10.948	12.584
1107	1381.4	10.92	12.584
1108	1382.6	10.972	12.591
1109	1383.9	11.007	12.595
1110	1385.1	11.053	12.599
1111	1386.4	11.008	12.599
1112	1387.6	10.994	12.605
1113	1388.9	11.017	12.608
1114	1390.1	11.132	12.61
1115	1391.4	11.107	12.612
1116	1392.6	11.127	12.616

№ п/п	Время, с	Нагрузка, кН	Прогиб, мм
1117	1393.9	11.18	12.623
1118	1395.1	11.219	12.627
1119	1396.4	11.181	12.628
1120	1397.6	11.226	12.638
1121	1398.9	11.303	12.639
1122	1400.1	11.319	12.64
1123	1401.4	11.156	12.64
1124	1402.6	11.319	12.641
1125	1403.9	11.326	12.646
1126	1405.1	11.366	12.649
1127	1406.4	11.358	12.659
1128	1407.6	11.423	12.662
1129	1408.9	11.463	12.663
1130	1410.1	11.35	12.663
1131	1411.4	11.421	12.673
1132	1412.6	11.486	12.678
1133	1413.9	11.512	12.68
1134	1415.1	11.523	12.685
1135	1416.4	11.553	12.687
1136	1417.6	11.58	12.692
1137	1418.9	11.505	12.697
1138	1420.1	11.584	12.701
1139	1421.4	11.642	12.706
1140	1422.6	11.595	12.706
1141	1423.9	11.675	12.713
1142	1425.1	11.675	12.714
1143	1426.4	11.787	12.717
1144	1427.6	11.699	12.722
1145	1428.9	11.824	12.727
1146	1430.1	11.779	12.73
1147	1431.4	11.788	12.735
1148	1432.6	11.788	12.737
1149	1433.9	11.822	12.741
1150	1435.1	11.872	12.747
1151	1436.4	11.916	12.75

№ п/п	Время, с	Нагрузка, кН	Прогиб, мм
1152	1437.6	11.862	12.754
1153	1438.9	11.949	12.76
1154	1440.1	11.981	12.767
1155	1441.4	11.967	12.767
1156	1442.6	11.803	12.766
1157	1443.9	11.954	12.769
1158	1445.1	11.78	12.764
1159	1446.4	11.866	12.762
1160	1447.6	12	12.772
1161	1448.9	11.97	12.772
1162	1450.1	11.95	12.772
1163	1451.4	11.903	12.77
1164	1452.6	11.862	12.768
1165	1453.9	11.863	12.766
1166	1455.1	11.772	12.764
1167	1456.4	11.759	12.764
1168	1457.6	11.796	12.763
1169	1458.9	11.769	12.763
1170	1460.1	11.724	12.763
1171	1461.4	11.707	12.763
1172	1462.6	11.692	12.763
1173	1463.9	11.647	12.763
1174	1465.1	11.613	12.763
1175	1466.4	11.575	12.763
1176	1467.6	11.557	12.763
1177	1468.9	11.662	12.764
1178	1470.1	11.6	12.766
1179	1471.4	11.618	12.768
1180	1472.6	11.719	12.77
1181	1473.9	11.717	12.771
1182	1475.1	11.769	12.771
1183	1476.4	11.772	12.771
1184	1477.6	11.794	12.772
1185	1478.9	11.751	12.772
1186	1480.1	11.861	12.772

№ п/п	Время, с	Нагрузка, кН	Прогиб, мм
1187	1481.4	11.861	12.772
1188	1482.6	11.799	12.771
1189	1483.9	11.781	12.768
1190	1485.1	11.772	12.765
1191	1486.4	11.609	12.764
1192	1487.6	11.696	12.763
1193	1488.9	11.601	12.763
1194	1490.1	11.571	12.763
1195	1491.4	11.577	12.763
1196	1492.6	11.579	12.763
1197	1493.9	11.516	12.763
1198	1495.1	11.484	12.763
1199	1496.4	11.464	12.763
1200	1497.6	11.622	12.765
1201	1498.9	11.664	12.768
1202	1500.1	11.589	12.77
1203	1501.4	11.694	12.771
1204	1502.6	11.731	12.771
1205	1503.9	11.856	12.781
1206	1505.1	11.969	12.794
1207	1506.4	11.916	12.793
1208	1507.6	11.823	12.792
1209	1508.9	11.847	12.792
1210	1510.1	11.8	12.792
1211	1511.4	11.848	12.793
1212	1512.6	11.808	12.793
1213	1513.9	11.902	12.794
1214	1515.1	11.895	12.794
1215	1516.4	11.969	12.796
1216	1517.6	11.916	12.798
1217	1518.9	11.948	12.806
1218	1520.1	11.989	12.808
1219	1521.4	11.984	12.808
1220	1522.6	12.059	12.808
1221	1523.9	12.033	12.809

№ п/п	Время, с	Нагрузка, кН	Прогиб, мм
1222	1525.1	11.975	12.811
1223	1526.4	12.085	12.823
1224	1527.6	12.066	12.825
1225	1528.9	12.082	12.827
1226	1530.1	12.126	12.832
1227	1531.4	12.181	12.84
1228	1532.6	12.206	12.842
1229	1533.9	12.198	12.842
1230	1535.1	12.216	12.846
1231	1536.4	12.246	12.848
1232	1537.6	12.279	12.856
1233	1538.9	12.306	12.857
1234	1540.1	12.293	12.857
1235	1541.4	12.382	12.861
1236	1542.6	12.404	12.866
1237	1543.9	12.381	12.866
1238	1545.1	12.428	12.87
1239	1546.4	12.471	12.875
1240	1547.6	12.432	12.882
1241	1548.9	12.461	12.886
1242	1550.1	12.498	12.89
1243	1551.3	12.577	12.896
1244	1552.6	12.532	12.896
1245	1553.8	12.503	12.896
1246	1555.1	12.536	12.901
1247	1556.3	12.628	12.909
1248	1557.6	12.666	12.913
1249	1558.8	12.551	12.913
1250	1560.1	12.629	12.923
1251	1561.3	12.722	12.927
1252	1562.6	12.677	12.927
1253	1563.8	12.706	12.931
1254	1565.1	12.753	12.94
1255	1566.3	12.77	12.945
1256	1567.6	12.727	12.946

№ п/п	Время, с	Нагрузка, кН	Прогиб, мм
1257	1568.8	12.796	12.948
1258	1570.1	12.854	12.952
1259	1571.3	12.843	12.952
1260	1572.6	12.842	12.957
1261	1573.8	12.888	12.967
1262	1575.1	12.91	12.968
1263	1576.3	12.979	12.972
1264	1577.6	12.947	12.978
1265	1578.8	12.994	12.981
1266	1580.1	12.919	12.982
1267	1581.3	12.897	12.98
1268	1582.6	12.728	12.977
1269	1583.8	12.771	12.976
1270	1585.1	12.876	12.977
1271	1586.3	12.824	12.978
1272	1587.6	12.817	12.978
1273	1588.8	12.767	12.977
1274	1590.1	12.801	12.977
1275	1591.3	12.696	12.977
1276	1592.6	12.687	12.977
1277	1593.8	12.685	12.977
1278	1595.1	12.6	12.977
1279	1596.3	12.591	12.977
1280	1597.6	12.594	12.978
1281	1598.8	12.621	12.979
1282	1600.1	12.699	12.981
1283	1601.3	12.69	12.983
1284	1602.6	12.774	12.984
1285	1603.8	12.85	12.985
1286	1605.1	12.833	12.986
1287	1606.3	12.844	12.986
1288	1607.6	12.891	12.986
1289	1608.8	12.877	12.986
1290	1610.1	12.845	12.985
1291	1611.3	12.882	12.984

№ п/п	Время, с	Нагрузка, кН	Прогиб, мм
1292	1612.6	12.774	12.981
1293	1613.8	12.708	12.979
1294	1615.1	12.74	12.978
1295	1616.3	12.648	12.978
1296	1617.6	12.64	12.977
1297	1618.8	12.668	12.977
1298	1620.1	12.576	12.977
1299	1621.3	12.563	12.977
1300	1622.6	12.607	12.977
1301	1623.8	12.623	12.978
1302	1625.1	12.64	12.979
1303	1626.3	12.65	12.981
1304	1627.6	12.681	12.983
1305	1628.8	12.73	12.985
1306	1630.1	12.709	12.986
1307	1631.3	12.816	12.986
1308	1632.6	12.782	12.986
1309	1633.8	12.747	12.986
1310	1635.1	12.825	12.986
1311	1636.3	12.792	12.986
1312	1637.6	12.774	12.985
1313	1638.8	12.804	12.983
1314	1640.1	12.786	12.98
1315	1641.3	12.495	12.976
1316	1642.6	12.332	12.961
1317	1643.8	12.403	12.96
1318	1645.1	12.388	12.96
1319	1646.3	12.373	12.96
1320	1647.6	12.455	12.961
1321	1648.8	12.548	12.961
1322	1650.1	12.463	12.961
1323	1651.3	12.476	12.961
1324	1652.6	12.559	12.965
1325	1653.8	12.552	12.966
1326	1655.1	12.572	12.969

№ п/п	Время, с	Нагрузка, кН	Прогиб, мм
1327	1656.3	12.632	12.971
1328	1657.6	12.676	12.974
1329	1658.8	12.65	12.974
1330	1660.1	12.719	12.974
1331	1661.3	12.586	12.974
1332	1662.6	12.677	12.978
1333	1663.8	12.78	12.982
1334	1665.1	12.757	12.989
1335	1666.3	12.765	12.991
1336	1667.6	12.779	12.991
1337	1668.8	12.819	12.991
1338	1670.1	12.896	12.997
1339	1671.3	12.795	13
1340	1672.6	12.925	13.002
1341	1673.8	12.888	13.005
1342	1675.1	12.908	13.01
1343	1676.3	12.894	13.011
1344	1677.6	12.986	13.014
1345	1678.8	12.972	13.017
1346	1680.1	12.902	13.017
1347	1681.3	13.005	13.022
1348	1682.6	13.001	13.027
1349	1683.8	13.02	13.032
1350	1685.1	13.022	13.033
1351	1686.3	13.066	13.04
1352	1687.6	13.048	13.04
1353	1688.8	13.077	13.046
1354	1690.1	13.157	13.051
1355	1691.3	13.177	13.052
1356	1692.6	13.275	13.055
1357	1693.8	13.201	13.06
1358	1695.1	13.22	13.062
1359	1696.3	13.233	13.064
1360	1697.6	13.305	13.067
1361	1698.8	13.287	13.071

№ п/п	Время, с	Нагрузка, кН	Прогиб, мм
1362	1700.1	13.301	13.077
1363	1701.3	13.388	13.081
1364	1702.6	13.401	13.088
1365	1703.8	13.334	13.089
1366	1705.1	13.434	13.093
1367	1706.3	13.477	13.096
1368	1707.6	13.428	13.099
1369	1708.8	13.436	13.101
1370	1710.1	13.384	13.105
1371	1711.3	13.469	13.108
1372	1712.6	13.56	13.113
1373	1713.8	13.574	13.118
1374	1715.1	13.523	13.118
1375	1716.3	13.594	13.12
1376	1717.6	13.615	13.124
1377	1718.8	13.665	13.13
1378	1720.1	13.625	13.134
1379	1721.3	13.703	13.142
1380	1722.6	13.7	13.142
1381	1723.8	13.708	13.146
1382	1725.1	13.727	13.15
1383	1726.3	13.813	13.154
1384	1727.6	13.777	13.158
1385	1728.8	13.781	13.16
1386	1730.1	13.83	13.163
1387	1731.3	13.812	13.165
1388	1732.6	13.826	13.171
1389	1733.8	13.897	13.178
1390	1735.1	14.005	13.177
1391	1736.3	13.908	13.178
1392	1737.6	13.899	13.179
1393	1738.8	13.811	13.178
1394	1740.1	13.901	13.179
1395	1741.3	13.662	13.178
1396	1742.6	13.864	13.179

№ п/п	Время, с	Нагрузка, кН	Прогиб, мм
1397	1743.8	13.777	13.178
1398	1745.1	13.738	13.178
1399	1746.3	13.793	13.179
1400	1747.6	13.682	13.178
1401	1748.8	13.815	13.179
1402	1750.1	13.686	13.178
1403	1751.3	13.879	13.179
1404	1752.6	13.716	13.178
1405	1753.8	13.691	13.178
1406	1755	13.826	13.179
1407	1756.3	13.714	13.178
1408	1757.5	13.749	13.178
1409	1758.8	13.624	13.178
1410	1760	13.691	13.178
1411	1761.3	13.766	13.179
1412	1762.5	13.672	13.178
1413	1763.8	13.687	13.178
1414	1765	13.677	13.178
1415	1766.3	13.688	13.178
1416	1767.5	13.799	13.179
1417	1768.8	13.573	13.178
1418	1770	13.653	13.179
1419	1771.3	13.646	13.178
1420	1772.5	13.618	13.178
1421	1773.8	13.692	13.179
1422	1775	13.657	13.178
1423	1776.3	13.693	13.178
1424	1777.5	13.632	13.178
1425	1778.8	13.663	13.178
1426	1780	13.693	13.179
1427	1781.3	13.648	13.178
1428	1782.5	13.665	13.179
1429	1783.8	13.659	13.178
1430	1785	13.655	13.178
1431	1786.3	13.703	13.179

№ п/п	Время, с	Нагрузка, кН	Прогиб, мм
1432	1787.5	13.585	13.178
1433	1788.8	13.716	13.179
1434	1790	13.555	13.178
1435	1791.3	13.679	13.178
1436	1792.5	13.667	13.179
1437	1793.8	13.526	13.178
1438	1795	13.663	13.179
1439	1796.3	13.635	13.178
1440	1797.5	13.648	13.178
1441	1798.8	13.695	13.179
1442	1800	13.611	13.178
1443	1801.3	13.548	13.178
1444	1802.5	13.609	13.178
1445	1803.8	13.655	13.179
1446	1805	13.682	13.179
1447	1806.3	13.71	13.179
1448	1807.5	13.639	13.179
1449	1808.8	13.771	13.187
1450	1810	13.868	13.191
1451	1811.3	13.805	13.191
1452	1812.5	13.749	13.192
1453	1813.8	13.812	13.197
1454	1815	13.853	13.2
1455	1816.3	13.811	13.199
1456	1817.5	13.882	13.205
1457	1818.8	13.863	13.209
1458	1820	13.907	13.212
1459	1821.3	13.943	13.218
1460	1822.5	13.976	13.219
1461	1823.8	13.985	13.22
1462	1825	13.885	13.224
1463	1826.3	14.057	13.23
1464	1827.5	14.076	13.232
1465	1828.8	14.098	13.233
1466	1830	14.151	13.247

№ п/п	Время, с	Нагрузка, кН	Прогиб, мм
1467	1831.3	14.122	13.247
1468	1832.5	14.129	13.247
1469	1833.8	14.172	13.247
1470	1835	14.202	13.247
1471	1836.3	14.183	13.254
1472	1837.5	14.294	13.262
1473	1838.8	14.247	13.263
1474	1840	14.266	13.268
1475	1841.3	14.267	13.268
1476	1842.5	14.319	13.272
1477	1843.8	14.326	13.274
1478	1845	14.263	13.274
1479	1846.3	14.361	13.282
1480	1847.5	14.368	13.284
1481	1848.8	14.36	13.284
1482	1850	14.455	13.288
1483	1851.3	14.422	13.29
1484	1852.5	14.483	13.292
1485	1853.8	14.488	13.296
1486	1855	14.551	13.304
1487	1856.3	14.543	13.309
1488	1857.5	14.551	13.309
1489	1858.8	14.559	13.312
1490	1860	14.62	13.323
1491	1861.3	14.655	13.326
1492	1862.5	14.667	13.327
1493	1863.8	14.602	13.327
1494	1865	14.683	13.333
1495	1866.3	14.687	13.337
1496	1867.5	14.774	13.344
1497	1868.8	14.712	13.344
1498	1870	14.789	13.347
1499	1871.3	14.79	13.352
1500	1872.5	14.851	13.354
1501	1873.8	14.812	13.356

№ п/п	Время, с	Нагрузка, кН	Прогиб, мм
1502	1875	14.764	13.359
1503	1876.3	14.976	13.368
1504	1877.5	14.842	13.368
1505	1878.8	14.908	13.37
1506	1880	14.874	13.373
1507	1881.3	14.931	13.379
1508	1882.5	14.913	13.385
1509	1883.8	14.998	13.389
1510	1885	14.936	13.391
1511	1886.3	14.859	13.389
1512	1887.5	14.892	13.388
1513	1888.8	14.905	13.388
1514	1890	14.917	13.388
1515	1891.3	14.943	13.388
1516	1892.5	14.903	13.389
1517	1893.8	14.96	13.389
1518	1895	14.91	13.388
1519	1896.3	14.917	13.387
1520	1897.5	14.863	13.383
1521	1898.8	14.884	13.381
1522	1900	14.746	13.38
1523	1901.3	14.649	13.38
1524	1902.5	14.67	13.379
1525	1903.8	14.647	13.379
1526	1905	14.604	13.379
1527	1906.3	14.586	13.38
1528	1907.5	14.63	13.38
1529	1908.8	14.62	13.383
1530	1910	14.727	13.385
1531	1911.3	14.719	13.387
1532	1912.5	14.743	13.388
1533	1913.8	14.827	13.388
1534	1915	14.848	13.388
1535	1916.3	14.885	13.388
1536	1917.5	14.776	13.388

№ п/п	Время, с	Нагрузка, кН	Прогиб, мм
1537	1918.8	14.878	13.387
1538	1920	14.733	13.383
1539	1921.3	14.688	13.381
1540	1922.5	14.687	13.38
1541	1923.8	14.69	13.38
1542	1925	14.615	13.379
1543	1926.3	14.621	13.379
1544	1927.5	14.497	13.38
1545	1928.8	14.517	13.38
1546	1930	14.535	13.381
1547	1931.3	14.631	13.384
1548	1932.5	14.68	13.386
1549	1933.8	14.767	13.387
1550	1935	14.788	13.388
1551	1936.3	14.754	13.388
1552	1937.5	14.798	13.388
1553	1938.8	14.784	13.389
1554	1940	14.818	13.388
1555	1941.3	14.766	13.387
1556	1942.5	14.79	13.385
1557	1943.8	14.705	13.381
1558	1945	14.4	13.378
1559	1946.3	14.462	13.376
1560	1947.5	14.528	13.376
1561	1948.8	14.561	13.378
1562	1950	14.668	13.38
1563	1951.3	14.661	13.381
1564	1952.5	14.751	13.387
1565	1953.8	14.753	13.387
1566	1955	14.721	13.387
1567	1956.3	14.837	13.394
1568	1957.5	14.712	13.395
1569	1958.7	14.848	13.397
1570	1960	14.82	13.4
1571	1961.2	14.832	13.405

№ п/п	Время, с	Нагрузка, кН	Прогиб, мм
1572	1962.5	14.838	13.409
1573	1963.7	14.951	13.413
1574	1965	14.918	13.413
1575	1966.2	14.931	13.413
1576	1967.5	14.933	13.413
1577	1968.7	14.975	13.419
1578	1970	14.961	13.426
1579	1971.2	15.145	13.433
1580	1972.5	15.036	13.436
1581	1973.7	15.107	13.437
1582	1975	15.065	13.437
1583	1976.2	15.055	13.439
1584	1977.5	15.159	13.448
1585	1978.7	15.126	13.448
1586	1980	15.202	13.452
1587	1981.2	15.188	13.452
1588	1982.5	15.237	13.458
1589	1983.7	15.3	13.46
1590	1985	15.208	13.46
1591	1986.2	15.309	13.468
1592	1987.5	15.294	13.468
1593	1988.7	15.3	13.472
1594	1990	15.384	13.476
1595	1991.2	15.381	13.478
1596	1992.5	15.437	13.482
1597	1993.7	15.395	13.489
1598	1995	15.406	13.49
1599	1996.2	15.462	13.493
1600	1997.5	15.468	13.493
1601	1998.7	15.471	13.5
1602	2000	15.504	13.501
1603	2001.2	15.491	13.501
1604	2002.5	15.54	13.508
1605	2003.7	15.59	13.515
1606	2005	15.578	13.518

№ п/п	Время, с	Нагрузка, кН	Прогиб, мм
1607	2006.2	15.636	13.52
1608	2007.5	15.637	13.522
1609	2008.7	15.691	13.527
1610	2010	15.698	13.531
1611	2011.2	15.746	13.532
1612	2012.5	15.688	13.532
1613	2013.7	15.727	13.536
1614	2015	15.744	13.539
1615	2016.2	15.713	13.546
1616	2017.5	15.874	13.55
1617	2018.7	15.844	13.555
1618	2020	15.913	13.556
1619	2021.2	15.87	13.558
1620	2022.5	15.867	13.559
1621	2023.7	15.901	13.567
1622	2025	15.938	13.573
1623	2026.2	16.003	13.577
1624	2027.5	15.957	13.58
1625	2028.7	15.776	13.579
1626	2030	15.942	13.584
1627	2031.2	15.834	13.585
1628	2032.5	15.774	13.58
1629	2033.7	15.735	13.579
1630	2035	15.761	13.581
1631	2036.2	15.779	13.583
1632	2037.5	15.858	13.585
1633	2038.7	15.8	13.585
1634	2040	15.944	13.586
1635	2041.2	15.945	13.586
1636	2042.5	15.926	13.586
1637	2043.7	15.979	13.586
1638	2045	16.002	13.585
1639	2046.2	15.914	13.582
1640	2047.5	15.837	13.579
1641	2048.7	15.725	13.578

№ п/п	Время, с	Нагрузка, кН	Прогиб, мм
1642	2050	15.725	13.577
1643	2051.2	15.653	13.577
1644	2052.5	15.626	13.577
1645	2053.7	15.535	13.577
1646	2055	15.601	13.577
1647	2056.2	15.597	13.578
1648	2057.5	15.588	13.58
1649	2058.7	15.631	13.583
1650	2060	15.773	13.585
1651	2061.2	15.779	13.585
1652	2062.5	15.862	13.586
1653	2063.7	15.826	13.586
1654	2065	15.828	13.586
1655	2066.2	15.855	13.586
1656	2067.5	15.801	13.586
1657	2068.7	15.785	13.583
1658	2070	15.767	13.579
1659	2071.2	15.628	13.578
1660	2072.5	15.617	13.577
1661	2073.7	15.606	13.577
1662	2075	15.593	13.577
1663	2076.2	15.53	13.577
1664	2077.5	15.482	13.577
1665	2078.7	15.488	13.577
1666	2080	15.464	13.577
1667	2081.2	15.477	13.579
1668	2082.5	15.491	13.582
1669	2083.7	15.592	13.584
1670	2085	15.682	13.585
1671	2086.2	15.702	13.585
1672	2087.5	15.702	13.586
1673	2088.7	15.846	13.586
1674	2090	15.879	13.591
1675	2091.2	15.932	13.603
1676	2092.5	15.894	13.603

№ п/п	Время, с	Нагрузка, кН	Прогиб, мм
1677	2093.7	15.968	13.603
1678	2095	15.879	13.603
1679	2096.2	15.842	13.603
1680	2097.5	15.858	13.603
1681	2098.7	15.906	13.603
1682	2100	15.937	13.603
1683	2101.2	15.866	13.603
1684	2102.5	15.934	13.603
1685	2103.7	15.889	13.609
1686	2105	15.975	13.614
1687	2106.2	16.006	13.618
1688	2107.5	16.009	13.62
1689	2108.7	16.125	13.621
1690	2110	16.066	13.621
1691	2111.2	16.076	13.626
1692	2112.5	16.086	13.63
1693	2113.7	16.109	13.635
1694	2115	16.147	13.638
1695	2116.2	16.213	13.64
1696	2117.5	16.125	13.64
1697	2118.7	16.196	13.642
1698	2120	16.195	13.642
1699	2121.2	16.319	13.652
1700	2122.5	16.287	13.652
1701	2123.7	16.317	13.656
1702	2125	16.355	13.659
1703	2126.2	16.325	13.667
1704	2127.5	16.332	13.667
1705	2128.7	16.334	13.668
1706	2130	16.347	13.671
1707	2131.2	16.409	13.675
1708	2132.5	16.428	13.675
1709	2133.7	16.458	13.675
1710	2135	16.511	13.682
1711	2136.2	16.497	13.69

№ п/п	Время, с	Нагрузка, кН	Прогиб, мм
1712	2137.5	16.486	13.695
1713	2138.7	16.501	13.696
1714	2140	16.485	13.697
1715	2141.2	16.573	13.7
1716	2142.5	16.66	13.704
1717	2143.7	16.616	13.708
1718	2145	16.69	13.715
1719	2146.2	16.66	13.715
1720	2147.5	16.641	13.716
1721	2148.7	16.604	13.723
1722	2150	16.753	13.728
1723	2151.2	16.726	13.728
1724	2152.5	16.774	13.728
1725	2153.7	16.83	13.738
1726	2155	16.817	13.738
1727	2156.2	16.923	13.742
1728	2157.5	16.862	13.748
1729	2158.7	16.884	13.752
1730	2160	16.877	13.752
1731	2161.2	16.887	13.755
1732	2162.5	16.928	13.758
1733	2163.7	16.915	13.764
1734	2164.9	17.02	13.768
1735	2166.2	17.074	13.781
1736	2167.4	17.013	13.78
1737	2168.7	17.044	13.781
1738	2169.9	16.98	13.781
1739	2171.2	16.938	13.78
1740	2172.4	17.043	13.781
1741	2173.7	16.914	13.78
1742	2174.9	17.073	13.782
1743	2176.2	16.755	13.78
1744	2177.4	17.051	13.783
1745	2178.7	16.918	13.778
1746	2179.9	16.785	13.776

№ п/п	Время, с	Нагрузка, кН	Прогиб, мм
1747	2181.2	16.843	13.776
1748	2182.4	16.869	13.777
1749	2183.7	16.867	13.777
1750	2184.9	16.86	13.777
1751	2186.2	16.813	13.777
1752	2187.4	16.742	13.776
1753	2188.7	16.717	13.776
1754	2189.9	16.784	13.776
1755	2191.2	16.637	13.776
1756	2192.4	16.694	13.777
1757	2193.7	16.653	13.777
1758	2194.9	16.735	13.778
1759	2196.2	16.783	13.781
1760	2197.4	16.748	13.783
1761	2198.7	16.838	13.784
1762	2199.9	16.865	13.784
1763	2201.2	16.907	13.785
1764	2202.4	16.94	13.785
1765	2203.7	16.994	13.786
1766	2204.9	17.002	13.786
1767	2206.2	16.992	13.786
1768	2207.4	17.02	13.785
1769	2208.7	16.901	13.783
1770	2209.9	16.881	13.78
1771	2211.2	16.785	13.778
1772	2212.4	16.796	13.778
1773	2213.7	16.777	13.777
1774	2214.9	16.641	13.777
1775	2216.2	16.67	13.777
1776	2217.4	16.601	13.776
1777	2218.7	16.595	13.777
1778	2219.9	16.559	13.777
1779	2221.2	16.551	13.777
1780	2222.4	16.593	13.778
1781	2223.7	16.669	13.78

№ п/п	Время, с	Нагрузка, кН	Прогиб, мм
1782	2224.9	16.722	13.783
1783	2226.2	16.773	13.784
1784	2227.4	16.769	13.784
1785	2228.7	16.912	13.788
1786	2229.9	16.894	13.792
1787	2231.2	16.865	13.791
1788	2232.4	16.758	13.79
1789	2233.7	16.814	13.79
1790	2234.9	16.813	13.79
1791	2236.2	16.862	13.79
1792	2237.4	16.833	13.79
1793	2238.7	16.889	13.791
1794	2239.9	16.894	13.791
1795	2241.2	16.863	13.791
1796	2242.4	16.875	13.791
1797	2243.7	16.929	13.795
1798	2244.9	16.938	13.8
1799	2246.2	17.012	13.806
1800	2247.4	16.976	13.806
1801	2248.7	17.007	13.806
1802	2249.9	17.009	13.806
1803	2251.2	17.049	13.813
1804	2252.4	17.052	13.815
1805	2253.7	17.15	13.816
1806	2254.9	17.167	13.821
1807	2256.2	17.143	13.824
1808	2257.4	17.089	13.828
1809	2258.7	17.206	13.834
1810	2259.9	17.233	13.834
1811	2261.2	17.199	13.834
1812	2262.4	17.264	13.84
1813	2263.7	17.249	13.84
1814	2264.9	17.296	13.843
1815	2266.2	17.32	13.851
1816	2267.4	17.305	13.851

№ п/п	Время, с	Нагрузка, кН	Прогиб, мм
1817	2268.7	17.386	13.855
1818	2269.9	17.384	13.86
1819	2271.2	17.395	13.861
1820	2272.4	17.394	13.861
1821	2273.7	17.418	13.865
1822	2274.9	17.49	13.869
1823	2276.2	17.503	13.87
1824	2277.4	17.482	13.876
1825	2278.7	17.505	13.879
1826	2279.9	17.512	13.881
1827	2281.2	17.543	13.884
1828	2282.4	17.599	13.889
1829	2283.7	17.575	13.889
1830	2284.9	17.583	13.891
1831	2286.2	17.63	13.894
1832	2287.4	17.688	13.899
1833	2288.7	17.65	13.904
1834	2289.9	17.679	13.907
1835	2291.2	17.711	13.911
1836	2292.4	17.735	13.911
1837	2293.7	17.7	13.912
1838	2294.9	17.761	13.921
1839	2296.2	17.832	13.927
1840	2297.4	17.849	13.929
1841	2298.7	17.861	13.929
1842	2299.9	17.85	13.935
1843	2301.2	17.865	13.937
1844	2302.4	17.916	13.941
1845	2303.7	17.929	13.943
1846	2304.9	17.951	13.945
1847	2306.2	17.739	13.943
1848	2307.5	17.98	13.946
1849	2308.7	17.759	13.942
1850	2310	17.595	13.939
1851	2311.2	17.746	13.938

№ п/п	Время, с	Нагрузка, кН	Прогиб, мм
1852	2312.5	17.78	13.94
1853	2313.7	17.767	13.94
1854	2315	17.782	13.94
1855	2316.2	17.657	13.94
1856	2317.5	17.765	13.94
1857	2318.7	17.685	13.94
1858	2320	17.622	13.94
1859	2321.2	17.592	13.94
1860	2322.5	17.597	13.94
1861	2323.7	17.608	13.94
1862	2325	17.523	13.94
1863	2326.2	17.591	13.94
1864	2327.5	17.501	13.941
1865	2328.7	17.546	13.942
1866	2330	17.594	13.943
1867	2331.2	17.631	13.945
1868	2332.5	17.706	13.947
1869	2333.7	17.756	13.947
1870	2335	17.757	13.948
1871	2336.2	17.772	13.949
1872	2337.5	17.798	13.949
1873	2338.7	17.802	13.949
1874	2340	17.795	13.949
1875	2341.2	17.796	13.949
1876	2342.5	17.808	13.949
1877	2343.7	17.811	13.948
1878	2345	17.759	13.947
1879	2346.2	17.813	13.945
1880	2347.5	17.73	13.942
1881	2348.7	17.707	13.941
1882	2350	17.583	13.941
1883	2351.2	17.536	13.94
1884	2352.5	17.555	13.94
1885	2353.7	17.525	13.94
1886	2355	17.516	13.94

№ п/п	Время, с	Нагрузка, кН	Прогиб, мм
1887	2356.2	17.392	13.94
1888	2357.5	17.417	13.939
1889	2358.7	17.424	13.939
1890	2360	17.492	13.94
1891	2361.2	17.389	13.94
1892	2362.5	17.44	13.941
1893	2363.7	17.491	13.942
1894	2365	17.428	13.945
1895	2366.2	17.572	13.947
1896	2367.5	17.626	13.941
1897	2368.7	17.687	13.944
1898	2370	17.611	13.944
1899	2371.2	17.664	13.944
1900	2372.5	17.672	13.948
1901	2373.7	17.729	13.949
1902	2375	17.76	13.949
1903	2376.2	17.716	13.95
1904	2377.5	17.763	13.954
1905	2378.7	17.735	13.955
1906	2380	17.792	13.955
1907	2381.2	17.782	13.956
1908	2382.5	17.856	13.962
1909	2383.7	17.891	13.963
1910	2385	17.952	13.965
1911	2386.2	17.871	13.97
1912	2387.5	17.956	13.976
1913	2388.7	17.935	13.977
1914	2390	17.931	13.977
1915	2391.2	17.969	13.978
1916	2392.5	17.987	13.981
1917	2393.7	18.056	13.986
1918	2395	18.002	13.986
1919	2396.2	18.018	13.987
1920	2397.5	18.104	13.989
1921	2398.7	18.093	13.991

№ п/п	Время, с	Нагрузка, кН	Прогиб, мм
1922	2400	18.02	13.993
1923	2401.2	18.155	14.001
1924	2402.5	18.172	14.002
1925	2403.7	18.189	14.008
1926	2405	18.268	14.012
1927	2406.2	18.201	14.016
1928	2407.5	18.28	14.018
1929	2408.7	18.246	14.018
1930	2410	18.233	14.019
1931	2411.3	18.312	14.025
1932	2412.5	18.288	14.026
1933	2413.8	18.383	14.029
1934	2415	18.338	14.029
1935	2416.3	18.446	14.035
1936	2417.5	18.371	14.035
1937	2418.8	18.436	14.041
1938	2420	18.472	14.041
1939	2421.3	18.493	14.046
1940	2422.5	18.548	14.049
1941	2423.8	18.502	14.053
1942	2425	18.524	14.055
1943	2426.3	18.485	14.061
1944	2427.5	18.622	14.065
1945	2428.8	18.6	14.065
1946	2430	18.624	14.066
1947	2431.3	18.69	14.072
1948	2432.5	18.675	14.074
1949	2433.8	18.732	14.077
1950	2435	18.729	14.08
1951	2436.3	18.749	14.085
1952	2437.5	18.773	14.089
1953	2438.8	18.774	14.091
1954	2440	18.737	14.095
1955	2441.3	18.801	14.098
1956	2442.5	18.784	14.1

№ п/п	Время, с	Нагрузка, кН	Прогиб, мм
1957	2443.8	18.848	14.103
1958	2445	18.898	14.105
1959	2446.3	18.971	14.112
1960	2447.5	18.862	14.112
1961	2448.8	18.955	14.116
1962	2450	18.991	14.119
1963	2451.3	18.963	14.122
1964	2452.5	18.969	14.13
1965	2453.8	18.917	14.13
1966	2455	18.76	14.129
1967	2456.3	19.057	14.131
1968	2457.5	18.698	14.128
1969	2458.8	18.888	14.133
1970	2460	18.928	14.135
1971	2461.3	18.837	14.133
1972	2462.5	18.721	14.13
1973	2463.8	18.753	14.131
1974	2465	18.783	14.132
1975	2466.3	18.839	14.133
1976	2467.5	18.789	14.133
1977	2468.8	18.923	14.134
1978	2470	18.895	14.134
1979	2471.3	18.859	14.134
1980	2472.5	18.869	14.135
1981	2473.8	18.923	14.135
1982	2475	18.91	14.135
1983	2476.3	18.882	14.134
1984	2477.5	18.937	14.133
1985	2478.8	18.891	14.13
1986	2480	18.806	14.127
1987	2481.3	18.774	14.126
1988	2482.5	18.724	14.126
1989	2483.8	18.709	14.125
1990	2485	18.613	14.125
1991	2486.3	18.513	14.125

№ п/п	Время, с	Нагрузка, кН	Прогиб, мм
1992	2487.5	18.546	14.125
1993	2488.8	18.607	14.125
1994	2490	18.539	14.125
1995	2491.3	18.471	14.126
1996	2492.5	18.598	14.128
1997	2493.8	18.561	14.131
1998	2495	18.665	14.132
1999	2496.3	18.754	14.133
2000	2497.5	18.714	14.134
2001	2498.8	18.736	14.134
2002	2500	18.785	14.135
2003	2501.3	18.815	14.135
2004	2502.5	18.873	14.135
2005	2503.8	18.806	14.134
2006	2505	18.792	14.134
2007	2506.3	18.811	14.133
2008	2507.5	18.807	14.131
2009	2508.8	18.75	14.128
2010	2510	18.591	14.126
2011	2511.3	18.598	14.126
2012	2512.6	18.504	14.125
2013	2513.8	18.51	14.125
2014	2515.1	18.426	14.125
2015	2516.3	19.051	14.159
2016	2517.6	19.015	14.161
2017	2518.8	19.004	14.161
2018	2520.1	18.952	14.161
2019	2521.3	18.902	14.161
2020	2522.6	18.946	14.16
2021	2523.8	18.913	14.16
2022	2525.1	18.978	14.16
2023	2526.3	18.963	14.161
2024	2527.6	19.027	14.161
2025	2528.8	19.029	14.161
2026	2530.1	18.974	14.161

№ п/п	Время, с	Нагрузка, кН	Прогиб, мм
2027	2531.3	19.064	14.17
2028	2532.6	19.083	14.171
2029	2533.8	19.041	14.171
2030	2535.1	19.123	14.173
2031	2536.3	19.169	14.177
2032	2537.6	19.102	14.179
2033	2538.8	19.162	14.184
2034	2540.1	19.249	14.189
2035	2541.3	19.186	14.19
2036	2542.6	19.291	14.195
2037	2543.8	19.289	14.195
2038	2545.1	19.318	14.195
2039	2546.3	19.279	14.198
2040	2547.6	19.371	14.204
2041	2548.8	19.339	14.204
2042	2550.1	19.398	14.21
2043	2551.3	19.381	14.21
2044	2552.6	19.418	14.213
2045	2553.8	19.46	14.221
2046	2555.1	19.528	14.221
2047	2556.3	19.43	14.221
2048	2557.6	19.483	14.226
2049	2558.8	19.509	14.231
2050	2560.1	19.563	14.232
2051	2561.3	19.595	14.234
2052	2562.6	19.54	14.234
2053	2563.8	19.534	14.239
2054	2565.1	19.624	14.241
2055	2566.3	19.664	14.247
2056	2567.6	19.697	14.247
2057	2568.8	19.675	14.252
2058	2570.1	19.756	14.257
2059	2571.3	19.695	14.257
2060	2572.6	19.661	14.261
2061	2573.8	19.814	14.266

Продолжение таблицы П.3.1.

№ п/п	Время, с	Нагрузка, кН	Прогиб, мм
2062	2575.1	19.814	14.267
2063	2576.3	19.827	14.269
2064	2577.6	19.791	14.27
2065	2578.8	19.833	14.275
2066	2580.1	19.814	14.276
2067	2581.3	19.859	14.286
2068	2582.6	19.926	14.29
2069	2583.8	19.924	14.29
2070	2585.1	19.722	14.294