

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
АРХИТЕКТУРНО-СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

На правах рукописи

КАЛДАР-ООЛ АНАЙ-ХААК БУГАЛДАЕВНА

**СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ МЕТОДОВ РАСЧЕТА НАПРЯЖЕННОГО
СОСТОЯНИЯ КОРОБОВЫХ СВОДОВ В ЗДАНИЯХ-ПАМЯТНИКАХ
АРХИТЕКТУРЫ – ОБЪЕКТАХ КУЛЬТУРНОГО НАСЛЕДИЯ**

Специальность: 05.23.01 – Строительные конструкции,
здания и сооружения

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Научный руководитель:
доктор технических наук,
профессор В.Н. Глухих

кандидат технических наук,
доцент С.А. Корзон

Санкт-Петербург – 2020

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	5
ГЛАВА 1. СОСТОЯНИЕ ВОПРОСА. НАПРАВЛЕНИЯ ДАЛЬНЕЙШИХ ИССЛЕДОВАНИЙ.....	14
1.1. Коробовые своды в архитектуре.....	14
1.2. История развития методов расчета сводов.....	20
1.3. Графоаналитические методы построения кривых, образующих коробовых сводов	28
1.4. Конструкция и материалы коробовых сводов.....	32
1.5. Расчет коробового свода приближенными способами	37
Выводы по первой главе.....	40
ГЛАВА 2. РАЗРАБОТКА АНАЛИТИЧЕСКОГО МЕТОДА РАСЧЕТА КОРБОВЫХ СВОДОВ	43
2.1. Аналитический расчет геометрии коробового свода в программной системе Mathcad и Excel.....	43
2.2. Определение основных геометрических параметров свода	46
2.3. Влияние типов нагрузок на поведение коробовых сводов	51
2.4. Определение прочностных характеристик кирпичной кладки коробового свода.....	60
2.5. Анизотропия упругости кирпичных коробовых сводов	62
2.6. Определение деформационных характеристик кладки коробового свода	71
2.7. Расчет коробового свода с учетом свойств анизотропии	74
2.7.1. Результаты аналитического расчета с учетом свойств анизотропии	79
2.8. Расчет коробового свода по развернутой формуле методом сил.....	80
2.8.1. Общие положения расчета свода.....	80
2.8.2. Статический расчет свода, очерченной по коробовой кривой в системе Mathcad.....	82
2.8.3. Результаты аналитического расчета по методу сил	85
2.9. Пример расчета свода методом сил с использованием классической и расширенной формулам Максвелла-Мора	88

2.9.1. Пример расчета кривизны свода и смещения нейтральной линии на напряженное состояние	94
2.9.2. Пример аналитического расчета сводов, очерченных по другим кривым с использованием ПК Mathcad.....	97
Выводы по второй главе	98
ГЛАВА 3. ЧИСЛЕННЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ КОРОВООВОГО СВОДА	100
3.1. Численный расчет на базе конечно-элементной модели в программном комплексе Abaqus 6.14.....	100
3.2. Результаты численного расчета.....	102
3.3. Результаты численного метода расчета по двум параметрам упругости $B_{(1)}$ и $B_{(2)}$	105
3.4. Сравнение результатов аналитического и численного методов расчета	106
3.5. Численное исследование напряженного состояния коробового свода при наличии условно возможных повреждений	106
3.5.1. Исследование влияния условно возможных осадок опор на напряженное состояние свода	107
3.5.2. Исследование влияния горизонтальной условно возможной подвижки опор на напряженное состояние свода.....	110
3.5.3. Исследование влияния условных радиальных трещин на напряженное состояние свода	113
Выводы по третьей главе.....	115
ГЛАВА 4. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ СВОДА.....	117
4.1. Методика экспериментального исследования напряженно-деформированного состояния коробового свода.....	117
4.2. Результаты экспериментальных исследований свода	120
4.3. Сравнение результатов аналитических и численных методов с экспериментальными данными.....	122
Выводы по четвертой главе.....	124

ЗАКЛЮЧЕНИЕ	125
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ	127
ПРИЛОЖЕНИЕ А	145
ПРИЛОЖЕНИЕ Б	152
ПРИЛОЖЕНИЕ Б1	155
ПРИЛОЖЕНИЕ В	158
ПРИЛОЖЕНИЕ Г	177
ПРИЛОЖЕНИЕ Д	179
ПРИЛОЖЕНИЕ Е	181
ПРИЛОЖЕНИЕ Е1	182
ПРИЛОЖЕНИЕ Е2	186
ПРИЛОЖЕНИЕ Ж	188
ПРИЛОЖЕНИЕ З	191

ВВЕДЕНИЕ

Общеизвестно, что появление коробовых сводов в Древней Руси датируется началом XI века при строительстве отдельных построек, зданий и сооружений. В Санкт-Петербурге сводчатые коробовые перекрытия из кирпича стали широко применяться с начала возведения в нем дворцовых сооружений, которые дошли до нас как уникальные памятники архитектуры. А в XVIII – XIX в.в. они стали использоваться для отдельных элементов зданий рядовой застройки типа доходных домов.

По конструктивной схеме коробовые своды представляют собой разновидность цилиндрических сводов, в большинстве случаев они опираются на две параллельных опоры в виде двух несущих стен, встречаются еще опертые на ряд столбов или аркады.

В исторической практике строительства наиболее распространены трехцентровые коробовые своды, реже встречаются своды, имеющие очертание в виде пятицентровых и многоцентровых кривых. Трехцентровые коробовые своды состоят из трех частей окружностей двух различных радиусов и имеют простую форму для организации кружал, легко осуществимы при возведении. Чтобы обеспечивать гладкость свода в местах сопряжения на участках с разными радиусами, требуется добиться равенства первых производных функций оси свода (совпадение тангенсов углов наклона касательных в месте кривых с разными радиусами), что соответствует условию расположения центров кривых на одной прямой, проходящей через точку сопряжения.

Геометрия коробовых сводов наиболее близка к эллиптическим сводам. При этом образующая коробовых сводов представляет собой кривую, состоящую из нескольких отрезков круговых кривых, имеющих в точке их сопряжения общую первую производную от уравнения оси.

Отметим, что технология возведения сводчатых конструкций, выполненных из кирпичной кладки, достаточно проста, и в то же время практические методы их расчета сложны и разработаны еще недостаточно полно. При их использовании в

памятниках архитектуры, возводимых два-три столетия тому назад, в стадии проектирования применялись графические и графоаналитические методы расчета.

Очевидно, в настоящее время для сохранения, а также для более эффективной эксплуатации исторически уникальных сводчатых конструкций из кирпичной кладки необходима современная теория их расчета, которая способна оценить их действительную работоспособность с точки зрения инновационных взглядов строительной механики и сопротивления материалов, и учитывающую не только историю загрузки конструкции, но также появление возможной дополнительной нагрузки.

Кирпичные или каменные коробовые своды удачно сочетают в себе архитектурную выразительность, технологичность возведения и удобство эксплуатации. Вопросами расчета коробовых сводов занимались В.Г. Залесский [49], Г.Г. Кривошеин [69], С.А. Бернштейн [15], Ф.С. Ясинский [140] и другие. Например, Навье в начале XIX в. опубликовал новую теорию расчетов элементов зданий, основанную на работе конструкции под нагрузками в рабочем состоянии с



Рисунок 1 [179]

учетом упругих свойств материалов [63]. Теория, предложенная Навье, нашла широкое применение в России в течение XIX и в начале XX века. Этим методом был рассчитан в 1898 г. трехцентровый коробовый свод, перекрывающий читальный зал Публичной библиотеки (ныне Российская национальная библиотека) в Петербурге, пролетом 7,95 сажень (17 м) (рис. 1) [63].

Актуальность темы исследования. В XVIII – XIX веках коробовые своды широко применялись при возведении зданий и сооружений, в основном большепролетных междуэтажных перекрытий и покрытиях гражданских и промышленных зданий, в культовом зодчестве, в перекрытиях над подвалами,

проходами, коридорами малоэтажных жилых и общественных зданий, а также в конструкциях лестничных клеток и в качестве пролетных строений мостов.

Сохранение конструкций памятников архитектуры требует проведения соответствующих научно-исследовательских работ, целенаправленных на изучение их напряженного состояния и несущей способности. Трудности при определении несущей способности кирпичных сводов коробового очертания связаны не только с недостаточным развитием практических методов их расчета, но и со способами определения физико-механических характеристик кирпичной кладки как неоднородного, упругопластического и двухкомпонентного материала, находящегося в сложном напряженном состоянии.

Достоверная количественная оценка несущей способности конструкций возможна только при учете в исходных данных реальных прочностных характеристик материалов, фактического технического состояния и особенностей работы конструкций. В период эксплуатации зданий и сооружений свойства материалов и физическое состояние конструктивных элементов под воздействием неблагоприятных факторов природного, технологического и функционального характера могут меняться, и на момент обследования представляют некоторую неопределенность.

Важно отметить, что при производстве капитальных и ремонтно-восстановительных работ требуется временное размещение ремонтно-строительного инвентаря, складирование строительных материалов и изделий, что практически создает дополнительную нагрузку на несущие конструкции перекрытия.

В существующих нормативных документах по проектированию каменных и армокаменных конструкций, помимо физико-механических свойств армированных и неармированных материалов и изделий, расчетов стен, простенков и столбов, приводятся методы расчета только тонкостенных сводов двоякой кривизны. Нормативы для криволинейных перекрытий из кирпичной кладки, в частности, для коробовых сводов, фактически отсутствуют.

Создание приближенной методики расчета коробовых сводов с учетом свойств анизотропии применительно для зданий и сооружений, относящихся к памятникам архитектуры, упругопластических свойств двухкомпонентного материала, величины возможных дополнительных нагрузок, является весьма **актуальным**. При этом согласно Федеральному закону «Об объектах культурного наследия (памятниках истории и культуры) народов Российской Федерации» от 25.06.2002г. № 73-ФЗ данная тематика научного исследования имеет **важное государственное значение**.

Степень разработанности темы исследования. В литературных источниках имеются данные по ряду исследований, посвященных расчету сводов XVIII – XIX веков, приведены некоторые рекомендации по соотношению основных параметров. Теоретическую основу расчета криволинейных конструкций, в частности сводчатых перекрытий составляют работы таких ученых как А.Т. Бедило [8], В.Р. Бернгардт [14], С.А. Бернштейн [15], А.С. Вольмир [19] В.Г. Васильев [18], В.Г. Залесский [49], В.К. Качурин [64], Г.Г. Кривошеин [69], Н.К. Лахтин [72], Б.К. Михайлов [81], П. Михайлов [82], М.М. Орлов [88], А. Полещук [93], Б. Правдзик [97], М.К. Приоров [99], П.В. Прейс [98], И.М. Рабинович [102], А.Р. Ржаницын [106], М.Е. Романович [108], В.Г. Тюрин [130], О.М. Федорович [132], Ф.С. Ясинский [140] и др.

Внимания заслуживают теоретические исследования, посвященные расчету и усилению сводчатых конструкций, к ним относятся работы Н.С. Хамиджанова [133], Р.Б. Орловича [89], В.Н. Деркача [42] и В.И. Морозова [166]. В работе Н.С. Хамиджанова приводятся экспериментально-теоретические исследования напряженно деформированного состояния куполов меридионально-коробового очертания из кирпичной кладки. Исследования Р.Б. Орловича посвящены усилению и расчету прочности и трещиностойкости сводчатых конструкций из кирпичной кладки. Оригинальность работы В.И. Морозова заключается в следующем: в торцовых бетонных элементах корпусов высокого давления в виде осесимметричной толстой плиты при действии равномерно распределенной нагрузки возникает сжатый сферический купол, и, рассматривая задачу плоской

деформации в виде сферического свода, были предложены методы их расчета с использованием общеизвестных критериев прочности Баландина и Друкера-Бранцага-Брауна. В работах В.Н. Деркача рассматриваются эффективные методы усиления сводчатых конструкций из кирпичной кладки на основе композитов в виде ламелей, матов и сеток, изготавливаемых из углеродных, арамидных и стекловолокон.

Наиболее известными зарубежными авторами по методике расчета арок и сводов различного очертания являются A. Föppl [158], R. Abdank [142], E. Autenrieth [143], K. Brabandt [147], P. Block [148], D. Rüdiger [170], I. Stefanou [173], K. Sab [171], M.F. Sanchez-Arcas [172], F. Derand [152], Y.B. Goudin [160], J. Dallot [150], G. Milani [164], J. Pirlet [168], У.Д. Ренкин [104]. Экспериментальными исследованиями каменных сводов и арочных конструкций, занимались следующие авторы: I. Cancelliere [149], E. Rizzi [169], E. Viola [174], S. De Santis [153], A. D'Ambrisi [151], M. Betti [144], G. Felice [157]. В указанных работах приводятся методы расчета несущей способности каменных арок и сводов различного очертания, а также исследования поведения сводов на основе численных моделей.

В работах вышеуказанных исследователей недостаточно изучено влияние очертания коробовых сводов на характеристики напряженно-деформированного состояния конструкций из кирпичной кладки. В связи с этим возникла необходимость усовершенствования существующих графоаналитических методик расчетов, учитывающих величину действующих нагрузок и более точную геометрию, а также исследования прочностных и деформативных характеристик с учетом свойств анизотропии и появляющихся в процессе эксплуатации различных дефектов кирпичного коробового свода в зданиях и сооружениях, относящихся к памятникам архитектуры.

Целью диссертационной работы является разработка и развитие аналитического и численного методов расчета коробовых сводов из кирпичной кладки с учетом свойств анизотропии и деформаций для оценки их фактического технического состояния.

Задачи исследования:

1. Провести анализ известных методов расчета сводчатых конструкций.
2. Усовершенствовать методику аналитического построения оси коробового свода для задач оценки напряженного состояния конструкции.
3. Исследовать влияние анизотропии материалов свода на его напряженное состояние методами теории упругости анизотропного тела.
4. Разработать методику расчета коробового свода с учетом возможных повреждений в виде трещин, просадки и горизонтального смещения опор на напряженное состояние с использованием программного комплекса (ПК) Abaqus 6.14.
5. Выполнить на основе натурного эксперимента исследования деформаций коробового свода от приложенных нагрузок и сопоставить с результатами расчета.

Объектом исследования является коробовый свод из кирпичной кладки в зданиях и сооружениях, относящихся к объектам культурного наследия (памятники истории и культуры) народов Российской Федерации.

Предметом исследования являются характеристики напряженного и деформированного состояния коробового свода с учетом свойств анизотропии и проявления наиболее часто встречающихся повреждений кирпичной кладки.

Научную новизну результатов исследования составляют:

1. Обоснование достаточности использования двух параметров упругости цилиндрически анизотропного тела на основе решения дифференциального уравнения для коробового свода из кирпичной кладки.
2. Предложенная уточненная методика оценки напряженного состояния коробового свода как ортотропного тела с цилиндрической анизотропией.
3. Результаты теоретической оценки влияния возможных повреждений в виде радиальной трещины, просадки, смещения опор на напряженное состояние коробового свода из кирпичной кладки.
4. Данные экспериментальных исследований деформаций коробового свода при действии дополнительной нагрузки.

Теоретическая значимость работы заключается:

- в выводе аналитического уравнения оси свода с учетом использования результатов реальных обмеров;
- в получении аналитической зависимости для определения напряженного состояния коробового свода, позволяющего оценить его техническое состояние;
- в разработке алгоритма расчета с учетом анизотропии материалов кирпичной кладки.

Практическая значимость диссертационной работы заключается:

- в разработке аналитического способа построения образующей свода;
- в развитии методики расчета на учёт свойств анизотропии материалов конструкции;
- в исследовании возможных деформаций конструкций, необходимых при обследовании коробовых сводов, используемых в зданиях и сооружениях, относящихся к памятникам архитектуры;
- во внедрении результатов работы в практику технической диагностики конструкций, что подтверждается актами о внедрении Российского этнографического музея города Санкт-Петербурга и ООО «ИСП «Геореконструкция».

Методы исследования. В работе применены теоретические и экспериментальные методы исследования, включающие учет свойств анизотропии на напряженное состояние и несущую способность конструкции, сопоставление полученных аналитических и численных результатов с экспериментальными данными.

Положения, выносимые на защиту:

1. Алгоритм аналитического расчета коробового свода в системе Mathcad.
2. Метод расчета коробового свода в виде кривого криволинейно-анизотропного бруса в программной системе Mathcad.
3. Результаты численного расчета коробового свода при наличии возможных повреждений в виде радиальной трещины, осадки опор и их горизонтального смещения на базе конечно-элементной модели в ПК Abaqus 6.14.

4. Сопоставление результатов теоретических и экспериментальных исследований.

Область исследования соответствует паспорту специальности ВАК 05.23.01 – Строительные конструкции, здания и сооружения, и относится к пункту 3 «Создание и развитие эффективных методов расчета и экспериментальных исследований вновь возводимых, восстанавливаемых и усиливаемых строительных конструкций, наиболее полно учитывающих специфику воздействий на них, свойства материалов, специфику конструктивных решений и другие особенности».

Обоснованность и достоверность полученных результатов достигается использованием общих гипотез строительной механики, теории упругости анизотропного тела, сравнением результатов аналитического, численного расчетов с полученными экспериментальными данными.

Апробация работы. Результаты диссертационной работы докладывались на:

- 62-64-й научно-технических конференциях молодых ученых (СПбГАСУ, 2009 – 2011 г.г.);
- 66-67-й научно-технической конференции профессоров, преподавателей, научных работников и аспирантов СПбГАСУ (СПбГАСУ, 2010 г.);
- VIII Международной конференции «Проблемы прочности материалов и сооружений на транспорте» (ПГУПС, 2011 г.);
- I Международном конгрессе молодых ученых (аспирантов, докторантов) и студентов, посвященном 180-летию СПбГАСУ (СПбГАСУ, 2012 г.).

Публикации. Основные научные результаты диссертации опубликованы в 10 научных работах, в том числе в 4-х рецензируемых изданиях из перечня, размещенного на официальном сайте ВАК, и 1 статья в издании, входящая в международные базы цитирования Scopus и Web of Science.

Объем, структура и условные обозначения в диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения, списка использованной литературы и 11 приложений. Объем диссертационного

исследования составляет 192 страниц машинописного текста, в данный объем входят 126 страниц основного текста, содержащего 112 рисунков, 40 таблиц.

На рисунке 2 представлена блок-схема исследования коробового свода из кирпичной кладки.

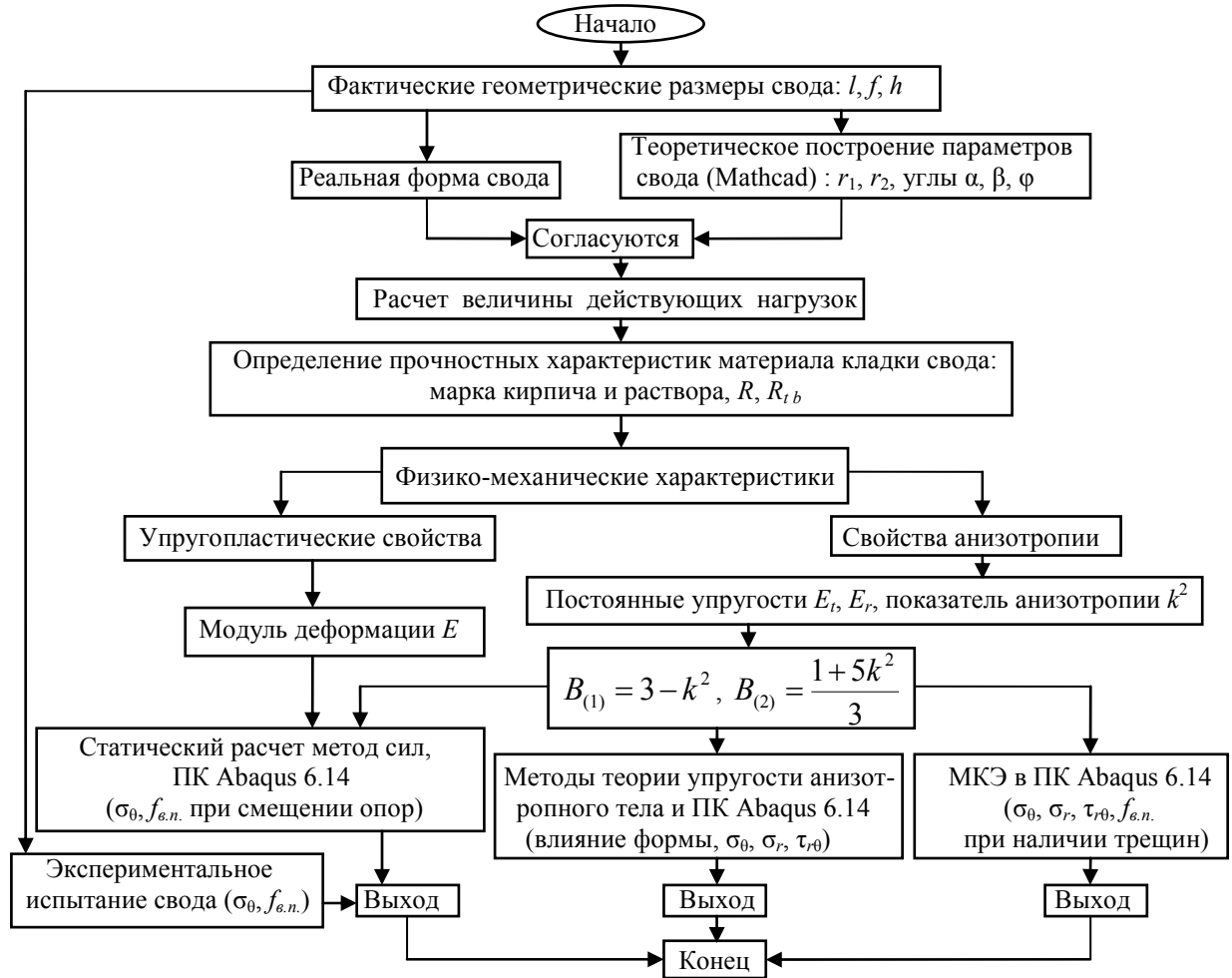


Рисунок 2 – Блок-схема исследования кирпичного коробового свода где $B_{(1)}$, $B_{(2)}$ – параметры упругости, $f_{в.п.}$ – вертикальное перемещение

ГЛАВА 1. СОСТОЯНИЕ ВОПРОСА. НАПРАВЛЕНИЯ ДАЛЬНЕЙШИХ ИССЛЕДОВАНИЙ

1.1. Коробовые своды в архитектуре

Свод в архитектуре представляет собой тип перекрытия или покрытия, который образуется выпуклой криволинейной поверхностью [175]. Одними из первых сводов, выложенных из каменной кладки, явились цилиндрические своды с образующей в виде круговой кривой.

Однако круговая кривая имеет ряд архитектурных недостатков – нерациональное использование внутреннего объема помещения, стандартную с архитектурной точки зрения форму кривой и т.д.

Для исправления этих недостатков можно было бы использовать эллиптическую форму, но ее образование имеет ряд технологических сложностей. Это трудности с созданием кружал и устройством разнотолщинных швов кладки.

В связи с этим, в зодчестве появилась иная форма образующей – коробовая кривая, сохраняющая достоинства эллиптической, но лишенная ее недостатков, а сам свод получает более эстетичный вид, связанный с увеличением проема.

Расцвет применения коробовых сводов при строительстве уникальных архитектурных произведений можно отнести к концу XVII – началу XX веков.

Коробовое очертание образующей и в настоящее время широко встречаются в театрах, зрительных залах, в музеях (рисунки 1.1.1 ÷ 1.1.7).

Перекрытия существуют в мире с давних времен. Перекрытия в виде различных форм сводов: арабского, византийского стиля, круговые пологие и круговые крутые своды. Купола и перекрытия соборов, дворцов, в замках. Межэтажные перекрытия и перекрытия подвальных помещений, перекрытия проемов и пролетов в зданиях готической архитектуры.

Элементы куполов, пролетов мостов различаются между собой по внешнему виду, конструкциям.

В Западной Европе (Австрии, Венгрии, Италии, Франции, Германии, Испании, Западной Украине), странах Южной и центральной Америки наиболее распространены арки, разработанные знаменитым итальянским архитектором, строителем, скульптором, художником Микеланджело. Они сохранились до сих пор благодаря своей прочности и надежности. Соборы с готическими элементами (соборы в Милане, Кельне, в Польше и других городах многих стран мира) отличаются своей архитектурой и высокой прочностью. Замки, соборы и дворцы Венеции в перекрытиях и куполах имеют элементы византийского и арабского стиля. Круглые своды преобладают в архитектуре зданий в России (Псков, Новгород, Суздаль, Москва и Петербург с пригородами) и т.д. Все эти сооружения объединяет одно – их высокая прочность, гарантирующая ненаступление обрушения куполов и сводов. Эта гарантия обеспечивается отсутствием риска появления напряжений растяжения на нижней поверхности сводов (в особенности, в замковых частях).

Конструкции Микеланджело, как показывает мировой опыт их эксплуатации, в усилении не нуждаются, как и арки арабского либо готического стиля. В них сама конструкция обеспечивает отсутствие напряжений растяжения на внутренней поверхности свода. Это касается и круговых арок с определенными размерными характеристиками.

Большое число объектов культурного наследия, возведенных с применением коробовых сводов из кирпичной кладки, имеются в городах Европы, в частности во Франции, в Венеции и в других странах (рисунки 1.1.8 ÷ 1.1.10).



Рисунок 1.1.1 – Холл Большого драматического театра им. Товстоногова

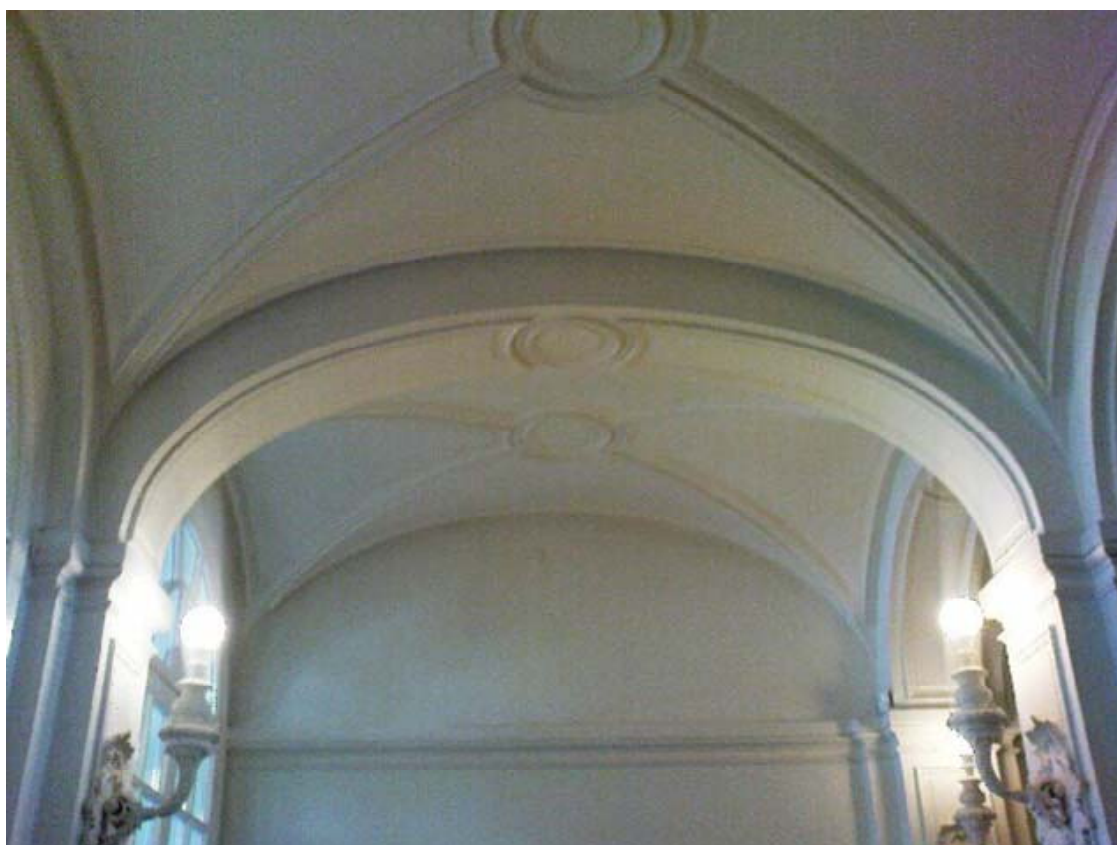


Рисунок 1.1.2 – Коридор Екатерининского дворца



Рисунок 1.1.3 – сцена Александринского театра



Рисунок 1.1.4 – Доходный дом Елисеевых – Государственный Оптический институт им. С. И. Вавилова – Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики [178]



Рисунок 1.1.5 – Музей Центрального училища технического рисования барона А.Л. Штиглица [178]



Рисунок 1.1.6 – Парадная жилого дома, ул. 8-я Красноармейская, дом 5 [178]



Рисунок 1.1.7 – Петроградский водоканал



Рисунок 1.1.8 – Париж. Храм Св. Женеьевы. Цокольный этаж. Перекрытия с использованием многосоставного коробового свода и кольцевого цилиндрического свода на центральной опоре (Фото Клименко Ю.Г. 2006 г.) [67]



Рисунок 1.1.9 – Мост вздохов в Венеции [176]



Рисунок 1.1.10 – Главный храм в честь Успения Пресвятой Богородицы на юге Грузии, в Джавахетии, XII-XIII века [177]

1.2. История развития методов расчета сводов

Первый период – первое по времени высказывание о характере работ арок принадлежит известному архитектору эпохи Возрождения (1452 г.) Леону-Батисте Альберти [16].

Древнейшей работой по расчету арок считают работу Деванна 1643 г. В ней предлагались формулы для определения толщины пята свода, которые впоследствии были признаны ошибочными. Неизвестно, где эта работа опубликована, и как были обоснованы формулы Деванна. Работа Деванна отнесена к доисторическому периоду развития расчета сводов [16].

Исторический период в области расчета сводов начался в 1695 году. Французским инженером Филиппом Делагиром была предложена первая теория

расчета сводов (рисунок 1.2.1). Он рассматривал свод как совокупность идеально гладких клиньев, соприкасающихся в швах без трения и сцепления. Из этой предпосылки следует, что давление между отдельными клиньями направлено нормально к поверхности шва. Иными словами, расчетная схема свода в предельном состоянии представляет кинематическую цепь, число звеньев которой равно числу клиньев, причем звенья соединены между собой шарнирными параллелограммами. Зная, что такая цепь будет находиться в мгновенном равновесии, можно построить веревочный многоугольник, стороны которого будут нормальны к соответственным швам. Обратно построив такой многоугольник, можно вывести зависимость между углами наклона швов и весами клиньев и отсюда найти закон изменения толщины свода.

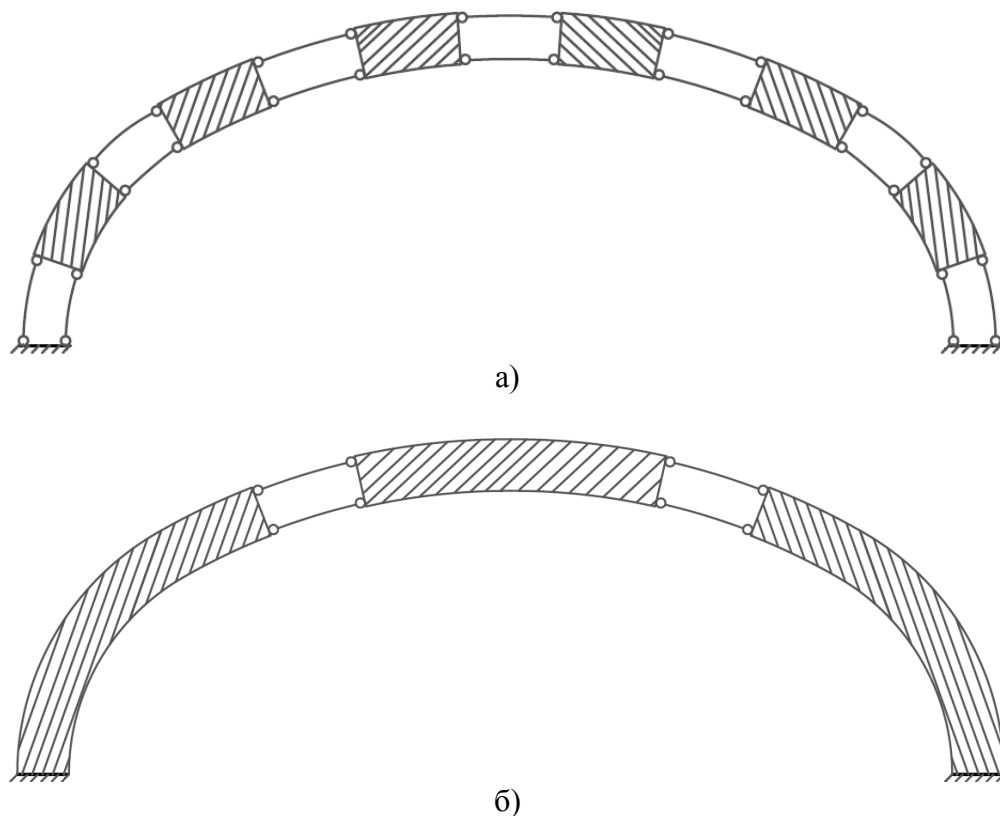


Рис. 1.2.1 – Расчетная схема Делагира
а) по первой теории; б) по второй теории

Основываясь на этой зависимости, Паран в 1704 году разработал способ построения свода с полуциркульным очертанием [16].

В 1712 году Делагир предлагает свою вторую теорию расчета свода. Вторая теория Делагира значительно остроумнее первой, хотя и основывалась на

неверном заключении, что положение швов разрушения сводов назначается априори [16].

Эта теория в дальнейшем развивалась в работах французских исследователей. Наибольший интерес среди них представляет работа Куплэ, появившаяся в 1730 году (рисунок 1.2.2, а). Он объяснял появление трещин в сводах не сдвигами, а вращением клиньев. Расчетная схема Куплэ состояла из 4-х звеньев, соединенных шарнирами одностороннего действия. Условие устойчивости ее состоит в прохождении кривой давления через все пять шарниров – задача, не имеющая решения. Однако надо помнить, что Куплэ изучал равновесие свода в стадии, непосредственно предшествующей разрушению, когда происходит раскрытие швов в растянутой зоне и образование шарниров в наиболее напряженных сечениях. Теория Куплэ предполагает, что свод в момент разрушения обращается в изменяемую систему путем образования шарниров [16].

Теории Делагира и Куплэ, исходя из определенной концепции о характере разрушения свода и представляют собой основу для всех позднейших методов расчета свода по предельному состоянию.

В 1732 году Данизи поставил опыты над разрушением небольших моделей арки (рисунок 1.2.2, б). Это была первая экспериментальная работа, посвященная аркам. Эти опыты показали, что гипотеза Делагира о разрушении арки путем деления ее на три части не соответствует действительности. Данизи установил, что арка при разрушении разделяется на четыре куса, причем в замке и пятах происходит раскрытие швов снизу, а вблизи четвертей – сверху. Несмотря на такой результат эксперимента, теория Делагира использовалась до конца XVIII века, из-за того, что ее сторонником был знаменитый строитель арочных мостов Перронэ, который составил таблицы для расчета сводов именно на основе теории Делагира. В Санкт-Петербурге сохранились до сих пор два арочных моста через Фонтанку, построенных Перронэ: Чернышев и Калинин.

Вкратце следует упомянуть о ранней попытке применения к расчету сводов теории цепной линии, являющейся формой равновесия бесконечно тонкой

весомой нити, созданной Яковом Бернулли и Лейбницем в конце XVII века. Идея эта не получила дальнейшего распространения до работ Герстнера [16].

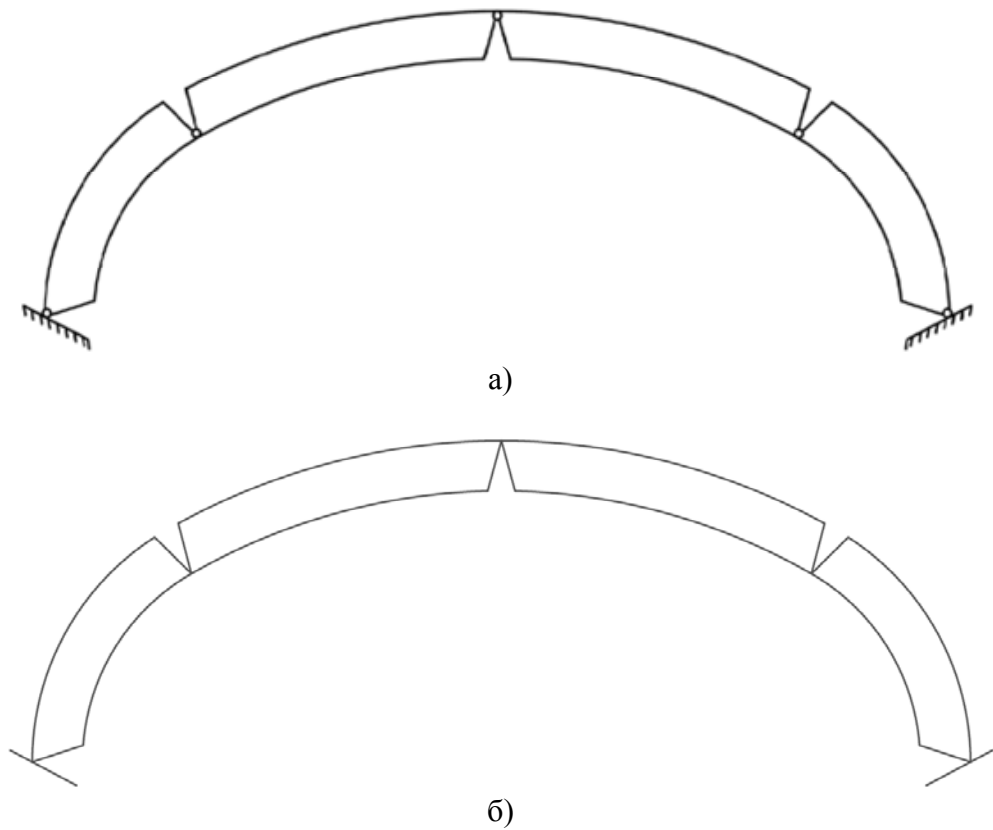


Рисунок 1.2.2 – а) Расчетная схема Куплэ;
б) разрушение свода по опытам Данизи

В 1773 году военный инженер Ш. Кулон представил свою работу «Применение правил нахождения максимумов и минимумов к некоторым задачам статики, относящимся к архитектуре» в Парижскую академию наук. Этой работой Кулон оставил глубокий отпечаток в развитии теории свода. Кулону удалось построить весьма остроумную приближенную теорию сводов в предельном состоянии. Кулон объединил обе теории Делагира с теорией Куплэ и производил проверку арок как на сдвиги, так и на вращение. Допустим, что арка находится в состоянии предельного равновесия, т.е. на грани разрушения, которое произойдет так, как следует из опытов Данизи. При разрушении свод раскроется снизу – в замке (это следует из условий симметрии) и вблизи опор сверху – вблизи четвертей пролета. Таким образом, в пяти швах раскрытия, положение одного из которых известно, в момент разрушения включаются односторонние шарниры, причем свод разделится на четыре звена. Два средних звена образуют

трехшарнирную арку, которую можно рассчитать статически, если известно положение промежуточного шва разрушения и положения шарниров в швах. Если кривая давления пересечет шов разрушения в пределах толщины свода, то шарнир останется запертым. Он станет шарниром, если кривая давления выйдет из свода так, что шарнир окажется между кривой давления и осью свода. При этом шов раскроется, и произойдет разрушение свода. Состояние предельного равновесия наступит в тот момент, когда кривая давления пройдет через шарнир [16].

Поскольку четвертной шов раскрывается сверху, постольку можно считать, что шарнир в этом случае расположен на внутреннем очертании свода. Если раскрытие замкового шва начнется одновременно с раскрытием четвертного шва, то замковый шарнир следует поместить на наружном очертании (рисунок 1.2.3). Если же раскрытие замкового шва запаздывает, то замковый шарнир может оказаться помещенным в некоторой неизвестной точке замкового шва между обоими очертаниями свода. Таким образом, задача является дважды статической неопределимой: неизвестными служат положение четвертного шва и положение замкового шарнира. Следует отметить, что Кулон правильно оценил порядок статической неопределимости задач.

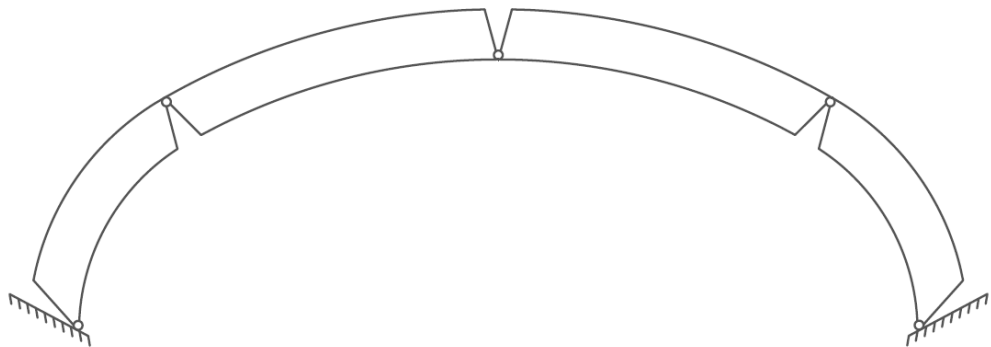


Рисунок 1.2.3 – Вторая схема Кулона

Однако в теории Кулона есть слабое место, которое он сам признавал. Кулону было ясно, что прохождение равнодействующей через крайнюю точку шва, т. е. через ребро клина, неизбежно вызовет раздавливание материала в этом ребре, а потому устойчивое и прочное состояние свода требует, чтобы

равнодействующая отступила от ребра внутрь на некоторое расстояние, величина которого остается совершенно неопределенной.

Эта неопределенность сильно повредила теории Кулона и задержала ее распространение на долгие годы. Признание к теории Кулона пришло через 35-40 лет, когда архитекторы-художники, как основные строители сводов, уступили место военным инженерам и путейцам, обладавшим значительно более высокой степенью технической подготовки. В 1820 году на теорию Кулона первым обратил внимание Одуа, он ввел понятие о коэффициенте устойчивости, который получил путем довольно сомнительных умозаключений о том, что истинный распор вдвое превышает кулоновский нижний предел. Этот множитель – 2 – Одуа считал достаточным во всех случаях.

В XVIII веке итальянцем Салимбени было впервые введено понятие оси свода. Это понятие для форм свода является очень сложным и допускает различные определения. В это время под очертанием свода понимали не очертание оси свода, как это мы делаем теперь, а внутреннее очертание. Установление понятия оси свода было большим шагом вперед на пути выяснения расчетной схемы свода. В 1798 году Салимбени попытался решить задачу подбора очертания арки, которую впервые разрешил задолго до него Кулибин [16].

Если все ученые, от Делагира до Кульмана, на протяжении почти двух столетий упорно и тщетно пытались изучать арку с позиций предельного состояния и так и не справились с этой задачей, то Кулибин, предвосхищая на полстолетия реформу Навье, сразу встал на правильный и плодотворный путь изучения рабочего состояния. Кулибин фактически принял схему своей арки за трехшарнирную, хотя она была бесшарнирной. Разумеется, в те времена еще не существовало ни термина, ни самой конструктивной схемы трехшарнирной арки. Он использовал для нахождения распора веревочный многоугольник.

В 1823 году Ламэ и Клапейрон вывели для круговой арки теорему, позволяющую найти положение шва разрушения графическим путем. Теорема эта такова: «Касательная к внутреннему очертанию арки в промежуточном шве

разрушения пересекает горизонталь, проходящую через верхнюю точку замкового сечения, на вертикали центра тяжести части свода, расположенной между этим швом разрушения и замком» [16].

Они указали на величайшую важность установления закона распределения напряжений в действительных швах, хотя и не предложили для этого никакой теории. Это была первая робкая попытка свернуть с пути, проложенного Делагиром и Куплэ, и от расчета арки по предельному состоянию перейти к расчету по рабочему состоянию. По-настоящему эту задачу поставил Навье. Он отказался от абсолютно жестких клиньев и учитывал упругую деформацию свода. Но все эти новые мысли Навье втиснул в старые формы расчета по предельному состоянию. Расчетной схемой Навье является трехшарнирная арка, как у Кулона, но с шарнирами, расположенными не на очертаниях свода, а на линиях, ограничивающих ядровую полосу (рисунок 1.2.4). Теория Навье, в сущности, не дала расчета свода, хотя его вывод о невыходе кривой давления из средней трети был правилен (для материала не способного работать на растяжение). Сохранение старых идей о предельном состоянии не позволило ему найти истинную величину распора, т.е. зависимость между распором и нагрузкой [16].

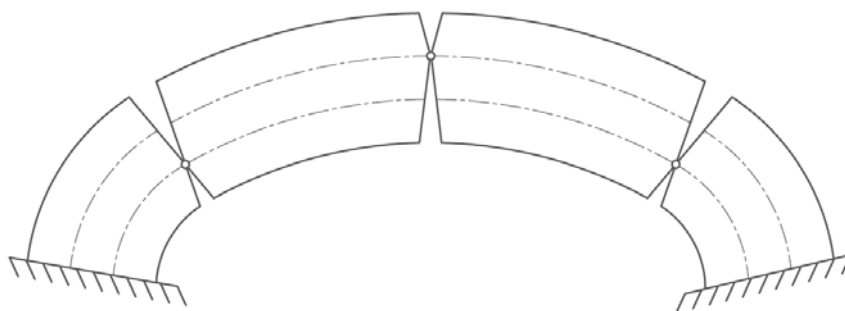


Рисунок 1.2.4 – Расчетная схема Навье

Действительно, трудность задачи довольно велика благодаря наличию швов, заполненных слабым раствором. Поэтому от решения этой задачи перешли к расчету бетонных сплошных сводов и металлических арок с заделанными пятнами [16].

Первым подошел к определению усилий в упругой арке с заделанными пятнами французский ученый Шарль Бресс, ученик Клапейрона. Бресс в 1854 году впервые рассчитал бесшарнирную арку – свод, как статически неопределимую

систему метода сил, и впервые дал эпюры внутренних усилий. Весь расчет, который искали со времен Делагира в течение 150 лет, занимает у Бресса всего полторы страницы. Бресс рассчитал свод, в котором возраст придав раствору прочность камня; тот свод, который нельзя разобрать [16] на отдельные кирпичи. Но Бресс не понял этого. Он считал, что его расчет годится лишь для деревянных и металлических арок [16].

Задача о расчете свода занимает совершенно особое место как по количеству посвященных ей работ, так и по своеобразию предложенных методов. На протяжении всего XVIII века и первой половины XIX века бесшарнирный свод — оказывается почти единственным строительным объектом, к которому устремлено внимание ученых — и инженеров, и математиков, и физиков. Такое преимущественное внимание к своду объясняется несколькими причинами. Во-первых, свод представлял тогда наиболее ответственную строительную форму и единственную, допускавшую перекрытие больших пролетов. Возведение свода требовало особо высокого искусства строителя, и в неумелых руках нередко оканчивалось обрушением. Во-вторых, важные экономические причины побуждали искать новые, более рациональные типы сводов [15].

Расчет свода в XVIII - XIX веках осуществлялся по способу предельного равновесия. Название этого метода принадлежит Морису Леви. Свод рассматривался как бесшарнирная арка в состоянии предельного равновесия абсолютно жесткого тела на грани раскрытия или сдвига швов в момент разрушения [16].

Н.К. Кривошеин [69] предлагает свод посчитать как трехшарнирную арку по очертанию параболы:

$$y = y_0 + \frac{\gamma \cdot q}{H} \iint dx^2.$$

Это уравнение параболы с вершиной в точке в замке ($x=0$, $y=y_0$).

В работе В.К. Качурина [64] ось арки подчинена уравнению:

$$y = f - \left[\mu \left(\frac{x}{d} \right)^2 + (1 - \mu) \left(\frac{x}{d} \right)^5 \right].$$

В работе П. Михайлова [82] для расчета коробового свода существуют следующие зависимости:

$$x_m = a_m + r_m \cdot \sin \varphi_m ;$$

$$y_m = b_m - r_m \cdot \cos \varphi_m .$$

По этим зависимостям П. Михайлов получил расчет коробового свода в табличной форме. Вычисления не зависят от числа центров кривой. Он уделит внимание построению линий влияния для распора, момента и поперечной силы в ключе арки, и предположил, что все силы, в том числе и собственный вес, рассматриваются как внешняя нагрузка и рассчитываются по линиям влияния.

Работы В.Р. Бернгардта [14], Н.К. Лахтина [72] и Н.К. Кривошеина [69] явились последними исследованиями, посвященными сводам как строящимся конструкциям [17]. В этих работах не рассматривались коробовые своды. Работа Лахтина, наиболее из них известная, содержит аналитический расчет основных частей распорных систем – подпружных арок, аркбутанов, парусов, отдельных сводов [17], а коробовый свод рассматривается как эллиптический свод. В работах [14], [69], [72] не содержится аналитических формул для расчета коробовых сводов.

Расчет свода, как упругого бруса, повторили Винклер в 1867 году и Мор в 1870 году. В настоящее время мы пользуемся классическим методом Мора [16].

Таким образом, можно констатировать, что в выше перечисленных исследованиях сводчатые перекрытия разного очертания представлялись как статически определимые конструкции, что напрямую влияет на результаты расчетов.

1.3. Графоаналитические методы построения кривых, образующих коробовых сводов

Как уже отмечалось выше, по числу центров коробовые кривые разделяются на трехцентровые, пятицентровые, и многоцентровые [69]. Нечетное

число радиусов обуславливается симметричностью кривой относительно вертикальной оси.

В технической литературе имеются несколько геометрических способов построения отдельных видов коробовых кривых. Эти способы построения в изложении авторов приведены ниже.

Способы построения трехцентральной коробовой кривой показаны на рисунке 1.3.1 [49, 69, 125].

Первый способ. Заданы полупролет $L/2$ ($L/2 = AO$), стрела подъема f ($f = OC$) (рисунок 1.3.1, а).

Для построения коробовой кривой из точки A проводится вертикаль AK , из точки C горизонталь CK . В полученном прямоугольнике строится диагональ AC . Углы между диагональю AC и AK обозначаются β , между AC и CK – α . Из точки F пересечения биссектрис этих углов опускается перпендикуляр на прямую AC и продолжается до прямой AO (точка H , являющаяся центром малой окружности) и до продолжения прямой OC (точка D – центр второй окружности). Используя радиусы $r_1 = F-H$ и $r_2 = F-D$, строятся дуги окружностей коробовой кривой.

Второй способ. Заданы полупролет $L/2$, стрела подъема f ($f = OC$) (рисунок 1.3.1, б).

Этот способ построения коробовой кривой выполняется по аналогии с предыдущим, но на диагонали AC откладывается отрезок $CE = L/2 - f$. Расстояние AE делится пополам в точке M . В этой точке восстанавливается перпендикуляр до пересечения с AO (точка H , являющаяся центром малой окружности) и до продолжения прямой OC (точка D – центр второй окружности). Используя радиусы $r_1 = F-H$ и $r_2 = F-D$, строятся дуги окружностей коробовой кривой.

Третий способ. Заданы полупролет $L/2$ ($L/2 = AO$), стрела подъема f ($f = OC$) и угол β , отложенный от прямой AO (по первоисточнику угол β принят равным 60°) (рисунок 1.3.1, в).

Для построения коробовой кривой следует провести из точки O радиусом $L/2$ четверть окружности, на продолжении OC отмечается точка K . Из точки O под углом β проводится прямая OE до пересечения с дугой AK . Точка E делит дугу AK на две части. Через эту точку строятся хорды KE и EA . Из точки C проводится прямая, параллельная KE , до пересечения в точке F с хордой EA . Из точки F проводится прямая под углом β , параллельная OE до пересечения с продолжением прямой CO в точке D . Точка H является местом пересечения этой прямой с отрезком AO . Эта точка является центром первой окружности, а точка D – центром второй окружности. Используя радиусы $r_1=F-H$ и $r_2=F-D$, строятся дуги окружностей коробовой кривой.

Четвертый способ. Задан полупролет $L/2$ ($L/2 = AO$), стрела подъема f ($f = OC$), радиус r_1 (рисунок 1.3.1, г).

Для построения образующей коробового свода от точки A и точки C по направлению к точке O откладывается известное значение радиуса r_1 , соединив точки H и S , полученная прямая HS делится пополам точкой E . Из этой точки проводится перпендикуляр к линии HS до пересечения в точке D с продолжением линии CO . Точка H является центром первой окружности, а точка D – центром второй окружности. Используя радиусы $r_1 = F-H$ и $r_2 = F-D$, строятся дуги окружностей коробовой кривой.

Способы построения пятицентровой коробовой кривой [69].

Первый способ. Задан полупролет $L/2$, стрела подъема f (рисунок 1.3.2, а).

Для получения пятицентровой коробовой кривой из полупролета $L/2$ вычитаем стрелу подъема f : $L/2 - f$. На биссектрисе угла OD откладываем полученный отрезок и получим центр D . Центр D будет радиусом r_2 дуги FKD . Через точку D провести прямую под углом 45° к прямой AO , нашли центр H и продолжаем до пересечения OC . Центр H является малым радиусом r_1 на пяте дуги AFH . Из точки E откладываем вниз прямую OE , получим прямую ET . Центр T будет радиусом r_3 замковой дуги KCT .

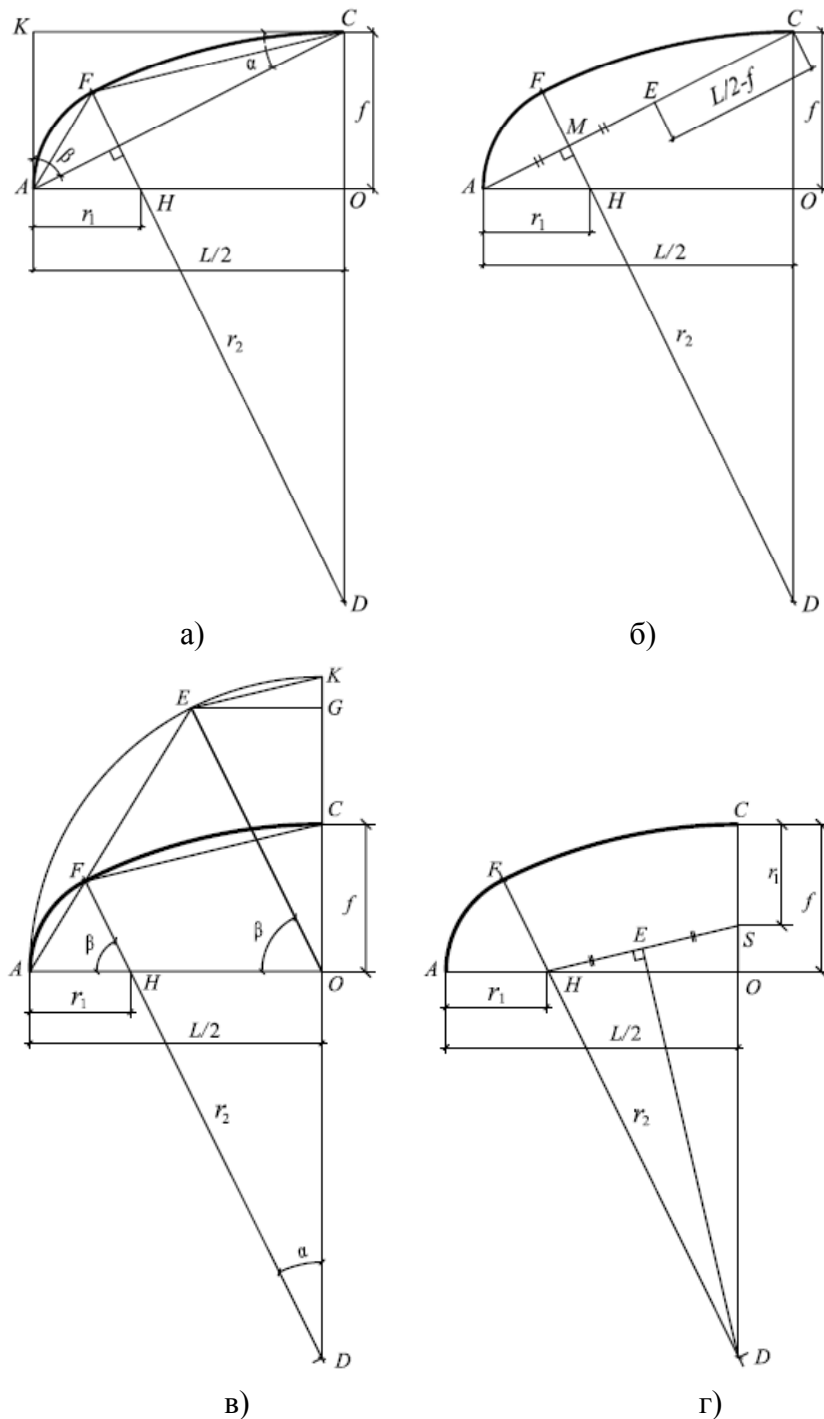


Рисунок 1.3.1 – Построение трехцентровых коробовых кривых
а) 1 способ построения; б) 2 способ построения;
в) 3 способ построения; г) 4 способ построения

Второй способ. Задан полупролет $L/2$, стрела подъема f (рисунок 1.3.2, б).

Для начертания пятицентрковой коробовой кривой выбираем произвольно радиусы

r_1 и r_3 (например, равные радиусы кривизны эллипса $r_1 = \frac{f^2}{L/2}$ и $r_3 = \frac{(L/2)^2}{f}$) и

откладываем произвольно точку N на дуге CN . Из точек A и N откладывая радиус

r_1 к точке O , получаем прямую $AH=NB=r_1$. Опускаем перпендикуляр к середине прямой BH до пересечения с прямой NT , находим центр D . Центр D будет радиусом r_2 дуги FKD .

Третий способ. Задан полупролет $L/2$, стрела подъема f (рисунок 1.3.2, в). Находим отрезок $x = L/2 - f$. Полученный отрезок x откладываем от начала координат оси абсцисс $x=OH$, и оси ординат OE , ET . Нашли центры H и T , центр D лежит на пересечении прямой HE с биссектрисой угла OD .

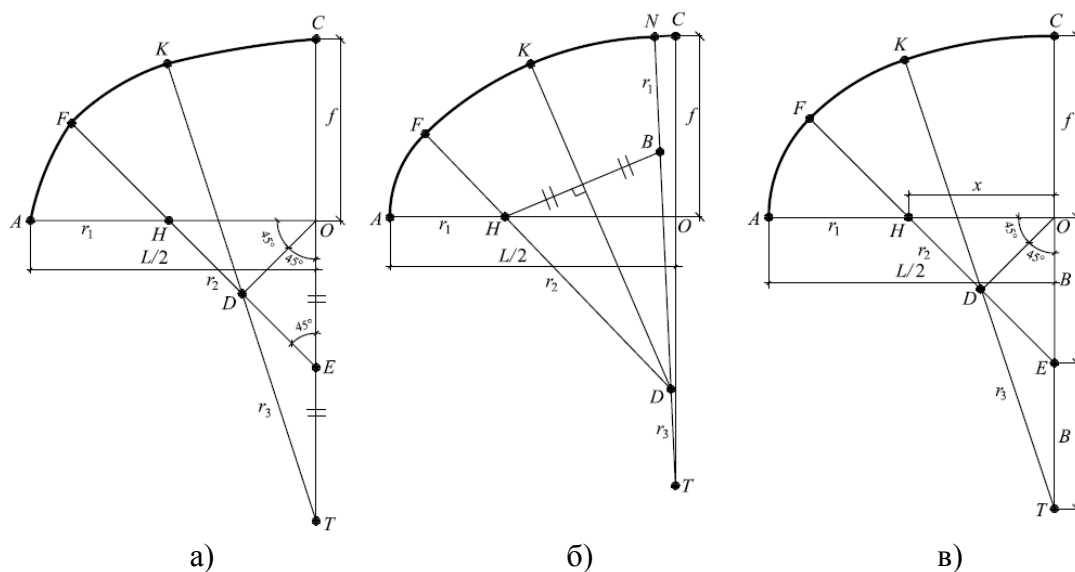


Рисунок 1.3.2 – Пятицентровые коробовые кривые
а) 1 способ построения; б) 2 способ построения; в) 3 способ построения

Следует отметить, что при одинаковой величине геометрических параметров, используя вышеуказанные способы, получаются одинаковые по форме коробовые кривые (рисунки 1.3.1 и 1.3.2).

Таким образом, для получения аналитического выражения образующей кривой свода из рассмотренных способов наиболее эффективным является первый способ построения трехцентральной коробовой кривой.

1.4. Конструкция и материалы коробовых сводов

В XVIII-XIX вв. для возведения сводов применялись тесаные камни из песчаника, известняка, гранита [132], но в основном применялись кирпичи без изменения их формы и лекальные кирпичи клинчатой формы [103].

Песчаники, известняки (мраморы), граниты [24, 109, 117] в качестве строительного материала использовались давно, т. к. они долговечны, огнестойки, изготавливались из местного сырья. К недостаткам естественных каменных материалов относятся сравнительно большой вес, кладка из камня требует значительных затрат ручного труда. В связи с этим в XVIII – XIX вв. усилия строителей были направлены на разработку эффективных облегченных каменных материалов – искусственных.

Кирпич – один из наиболее распространенных строительных материалов. Чаще всего применялся глиняный обыкновенный кирпич, цвет кирпича зависит от состава глины и от качества обжига [39, 77, 116].

В течение XVIII в. кирпичи выпускались шести видов [38]. В Петербурге в конце XIX-го века было более 40 производителей [55]. Наилучшим кирпичом для надземных каменных конструкций признавался кирпич ярко-красного цвета, плотный в составе, при ударе издающий металлический звук [38].

Кирпич считался хорошего качества (крепким), если его временное сопротивление сжатию на ребро достигало 30 пудов на квадратный дюйм (7,0 МПа). Если временное сопротивление сжатию кирпича было менее 15 пудов на квадратный дюйм, то кирпич считался неудовлетворительного качества. Требовалось, чтобы временное сопротивление небольшого кирпичного столба, сложенного на растворе, было от 22 до 26 пудов на квадратный дюйм и выше (от 5,6 до 7,1 МПа). Это довольно высокие требования. По существующим нормам таким значениям соответствуют расчетные сопротивления от 2,8 до 3,6 МПа, что можно достичь только при применении кирпича марок 200...300 и растворов марок 75...150 [38, 49].

Форма и размеры кирпича на протяжении истории его применения непрерывно менялись. В первой половине XVIII в. на заводах был введен единый размер кирпича 6,99×3,15×1,575 вершков (280×140×70 мм) [1], однако такого формата кирпич почти не встречается в монументальных постройках Петербурга на протяжении всего XVIII столетия. Для возведения сводов отбирался хорошо

обожженный кирпич, укладываемый на раствор, изготавливаемый из гашеной извести.

В этот период во вновь строящемся Петербурге применялся тонкий или разномерный кирпич, различного качества, часто плохого промеса. Первые годы, примерно XVIII в. до 20-х годов, кладка была беспорядочная, затем ее сменила верстовая и цепная. Местные заводы вырабатывали кирпич тонкий $1\frac{1}{8}$ вершка (4,4 – 5 см). Раствор в швах белый с крупным песком, чрезвычайно прочный, очевидно, с добавками импортных материалов – пуццолана или трасса [63].

Ко второй половине XVIII века установился единый размер так называемого «городового» кирпича – размерами 6,074×2,925×1,507 вершков 270×130×67 мм, предназначенного для строительства [1].

С последней четверти XVIII в. размеры строительного кирпича все более нивелируются. В первой половине XIX в. – кирпич более правильной формы, красный, толщиной около $1\frac{1}{2}$ вершка (6,6 см); кладка (для Петербурга) верстовая и цепная; для Москвы – верстовая и тычковая – состоит из одних тычковых рядов [63].

Лекальный кирпич клинчатой формы, специально для сводов делали только по заказу, так как кривизна сводов бывает весьма различна, а с изменением кривизны изменяются и параметры клиньев (поперечное сечение кирпича). Длина и ширина остаются те же, как и у обыкновенного кирпича. Лекальный кирпич бывает сплошной и пустотелый [98, 132].

Раствор применялся в основном известковый. Требовалось, чтобы предел его прочности на сжатие был от 12, 18 до 16, 38 пудов на квадратный дюйм (от 3 до 4 МПа). Полагали, что через шестнадцать лет прочность известкового раствора возрастает на 12,5%. По современным воззрениям – это явно завышенные требования. Известковые растворы теперь принимают марки не выше 10, хотя при обследовании зданий образцы известкового раствора, отобранные из кладки, эксплуатирующиеся в сухих условиях, показывали прочность до 2,5 МПа и выше [38, 49, 132].

Для возведения подобных конструкций применялись несколько вариантов перевязок [111, 117]:

1. Цепная кладка (равномерное чередование тычковых и ложковых рядов).
2. Крестовая кладка (при сдвиге ложкового ряда относительно ложков ближайшего слоя на $\frac{1}{2}$ кирпича).
3. Верстовая кладка (немецкие ученые XVIII-XIX века называют польской) – (чередование одних смешанных рядов. Смешанные – тычково-ложковые ряды).
4. Английская кладка – (при укладке двух ложковых рядов на один тычковый ряд).
5. Елочная или косая кладка – (елочная кладка с углов под углом в 45° и ведется к середине; косую елку начинают со средних притесываемых кирпичей и ведут к углам).

Считали, что при кирпичной кладке, когда шов по своей длине имеет неравномерную толщину, значительно расширяясь к верхней поверхности свода, и заполнение таких швов раствором играет очень важную роль как для передачи давления от одного камня к другому, так и сцепления их между собой [49]. Связываясь очень плотно раствором, кирпичи составляют однородную массу, что дает возможность придавать сводам самые разнообразные формы, устраивать легкие своды, и устройство кирпичных сводов получается гораздо дешевле каменных [108]. При кирпичной кладке изменяется и распределение усилий в своде, при этом, чем крепче связь между кирпичами и чем больше весь массив свода приближается к монолиту, тем меньше будет горизонтальное усилие, передаваемое на опоры [49]. Главное условие прочности сводов из кирпича - правильность притески и хороший раствор [99].

В практике обследования памятников архитектуры часто встречаются коробовые своды, арки, и возникает необходимость определять прочностные характеристики кирпичной кладки.

Прочность кладки при сжатии определяется по эмпирической зависимости, установленной в работах профессора Л.И. Онищика [86, 87]. Проблемам

трещиностойкости, усиления, прочности каменных конструкций посвящены работы В.Н. Деркача, Р.Б. Орловича, В.В. Белова [13, 41, 42, 43]. Теорию прочности каменной кладки изучал О.В. Кабанцев. Он в основном рассматривал сейсмическое воздействие и плоское напряженное состояние [56]. Для определения прочности каменных конструкций В.В. Пангаев предложил расчетную модель [90], которая использовалась в ПК «Scad», что не подходило для анализа каменных конструкций [51]. Ю.А. Беленцов рассматривает кирпичную кладку как композиционный материал, имеющий сложную внутреннюю структуру [10, 11, 12]. Следует подчеркнуть наиболее известного зарубежного ученого G. Milani [164, 165], который занимался исследованиями моделирования прочности каменных сводчатых конструкций и внес большой вклад. Особо выделяется L. Binda [145, 146] изучившая вопросы прочности и исследовавшая скрытые дефекты каменной кладки неразрушающими методами, и моделировавшая эти конструкции. Моделирование процессов разрушения каменных конструкций, позволяющее получить более точные прочностные характеристики кладки, изложено Р.В. Lourenço [162]. DIN 1053-1:1996-11 этот стандарт применяется к несущим деталям, изготовленным из армированной каменной кладки [154].

Прочность анизотропных материалов, в частности, каменной кладки изучена Г.А. Гениевым, получено аналитическое выражение критерия прочности каменной кладки при плоском напряженном состоянии [22, 23]:

$$\begin{aligned} & (R_{сп}^{-1} \cos^2 \beta + R_{сн}^{-1} \sin^2 \beta)(R_{рп}^{-1} \cos^2 \beta + R_{рн}^{-1} \sin^2 \beta) \sigma_1^2 - [(R_{сп}^{-1} R_{рп}^{-1} + R_{сн}^{-1} R_{рн}^{-1})] - \\ & - R_{со}^{-1} [R_{со}^{-1} + (R_{рп}^{-1} - R_{сп}^{-1}) + (R_{рн}^{-1} - R_{сн}^{-1})] - [(R_{сп}^{-1} - R_{сн}^{-1})(R_{рп}^{-1} - R_{рн}^{-1}) \sin \beta \cos \beta] \sigma_1 \sigma_2 + \\ & + (R_{сп}^{-1} \sin^2 \beta + R_{сн}^{-1} \cos^2 \beta)(R_{рп}^{-1} \sin^2 \beta + R_{рн}^{-1} \cos^2 \beta) \sigma_2^2 - [(R_{рп}^{-1} \cos^2 \beta + R_{рн}^{-1} \sin^2 \beta) - (R_{сп}^{-1} \cos^2 \beta + R_{сн}^{-1} \sin^2 \beta)] \sigma_1 - \\ & - [(R_{рп}^{-1} \sin^2 \beta + R_{рн}^{-1} \cos^2 \beta) - (R_{сп}^{-1} \sin^2 \beta + R_{сн}^{-1} \cos^2 \beta)] \sigma_2 - 1 = 0 \end{aligned}$$

где $R_{сн}$ – прочность кладки на одноосное сжатие перпендикулярно горизонтальным швам;

$R_{сп}$ – предел прочности на одноосное сжатие перпендикулярно вертикальным швам;

$R_{рн}$ – предел прочности на одноосное растяжение перпендикулярно горизонтальным швам;

$R_{рп}$ – предел прочности на одноосное растяжение перпендикулярно вертикальным швам;

$R_{со}$ – предел прочности при двухосном равномерном сжатии;

β – угол между направлением напряжения σ_1 и горизонтальными швами кладки.

Согласно данным [23, 44, 45], для использования аналитических выражений критерия прочности для каменной кладки Г.А. Гениева, Р.Б. Орловича, В.Н. Деркача требуется проведение достаточно большого количества экспериментальных испытаний, причем как при простом, так и при сложном напряженном состояниях.

1.5. Расчет коробового свода приближенными способами

Как правило, при конструировании сводчатых перекрытий используются уже известный строительный опыт прошлых веков и те же апробированные длительным временем методы расчета. При этом очертание оси свода принимали по дуге окружности, по параболе, по эллипсу и по сложным кривым, представляющим собой сочетание отрезков дуг круга.

Расчет свода, как и каждого сооружения, следует начать с определения действующих на него внешних активных сил опорных реакций, при этом каждая реакция R_a и R_b неизвестна ни по величине, ни по направлению.

Для разрешения задачи [49], [69], [72], [88] использовали теорию упругости, рассматривая свод как упругое тело. Свод рассматривали как шарнирно-опертый (рисунок 1.5.1).

В основу приближенных методов расчета сводов положена теория предельного равновесия свода, предложенная Морисом Леви. Известен также графический способ определения кривой давления, который основан на опытах по разрушению моделей сводов [140] (рисунок 1.5.2).

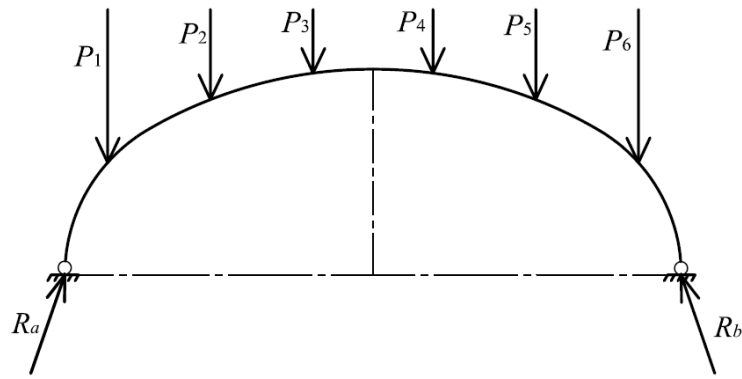


Рисунок 1.5.1 – Опорные реакции, действующие на свод

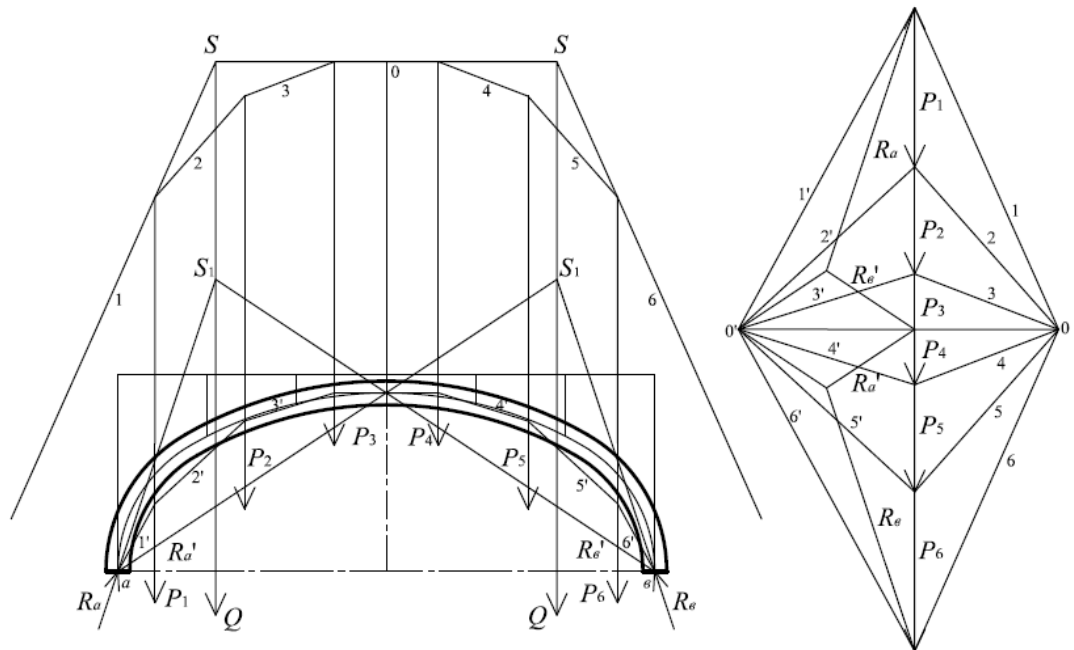


Рисунок 1.5.2 – Кривая давления и силовой многоугольник [39, 71]

Наблюдения и опыты показали, что при разрушении сводов в них появляются раскрытия швов в определенных местах, в зависимости от кривизны свода. Так, ключевой и пятовые швы раскрываются со стороны внутренней направляющей, промежуточные швы ab и cd , образуя с ключевым углом около 60° , раскрываются со стороны внешней направляющей. Эти швы называются швами перелома (рисунок 1.5.3, а). В некоторых случаях в пятовых швах происходит скольжение во внешнюю сторону (рисунок 1.5.3, б), а иногда разрушение происходит вследствие скольжения средней части по швам перелома во внутреннюю сторону, и нижних частей свода по пятам во внешнюю сторону (рисунок 1.5.3, в) [72, 98, 140].

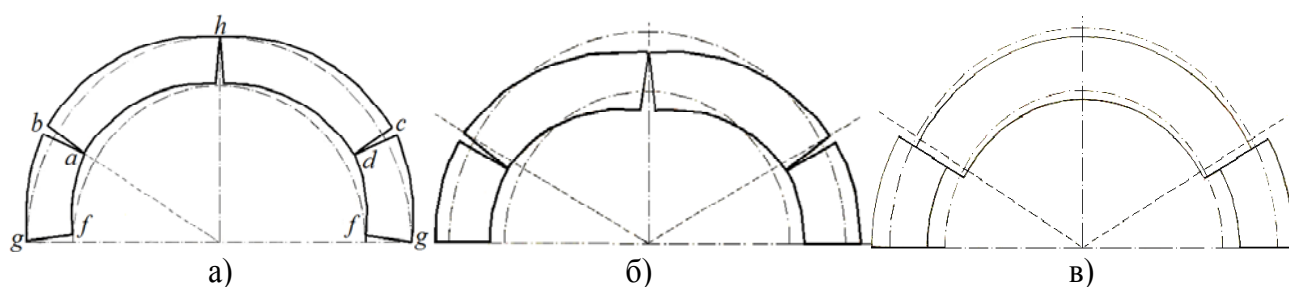


Рисунок 1.5.3 – Разрушение свода в определенных местах [98]

Для обеспечения прочности свода в то время соблюдались следующие условия:

- опоры должны быть прочными;
- кривая давлений нигде не должна выходить из средней трети свода, при этом она касается в ключевом шве точки, отстоящей на треть ширины его от наружного ребра, а в пятовых швах – точки, отстоящей на треть ширины шва от внутреннего ребра;
- давление, действующее на любое сечение, не должно отклоняться от нормали более чем на угол трения клиньев свода;
- наибольшее напряжение в любом сечении свода не должно превышать предельного напряжения на сжатие кладки свода.

Если эти условия удовлетворялись, то свод считался прочным [98].

Свод рассчитывали по закону параболы, который, в сущности, не подходит к построению очертания оси коробовых сводов. Ценность приема чисто историческая, это первая попытка решения задачи, давшая толчок развитию ряда других, более совершенных способов. В этом случае свод представлялся в виде одношарнирной арки, которая является дважды статически неопределимой системой. Расчет одношарнирного свода упрощается, так как при равномерной нагрузке кососимметричная неизвестная равна нулю [64].

Существующие методы расчетов коробовых сводов, сводились к графоаналитическому решению как статически определимые конструкции, при этом аналитических расчетов применительно к коробовым сводам из кирпичной кладки в существующей литературе не обнаружено.

В 1989 году Н.С. Хамиджановым [133] на кафедре железобетонных и каменных конструкций СПбГАСУ (ЛИСИ) были проведены экспериментально-теоретические исследования, посвященные изучению напряженно-деформированного состояния куполов меридионально-коробового очертания из кирпичной кладки. В создании методики расчета использовались безмоментная и моментная теории тонких оболочек.

Один из первых зарубежных исследователей сводов, которые занимались численными расчетами, является А. Aas-Jakoben [141], а впоследствии появились работы F. Fraternali [159], [163], [167] с расчетами сводов из идеального материала.

Согласно [83, 84, 85, 137], где исследовалось напряженно деформированное состояние сферических конструкций из тяжелого армоцемента при действии внутреннего давления, отмечается, что с появлением численных экспериментов, основанных на методе конечных элементов, стало возможным проведение сквозного расчета и выполнение комплексного анализа, а именно напряженно деформированного состояния конструкции в целом. Первые программные комплексы рассматривали линейно деформируемые модели и не учитывали в достаточной степени специфику материала, поведения конструкций, например, из железобетона.

В настоящее время появился ряд мощных вычислительных комплексов с уникальными программами, позволяющими решать сверхсложные задачи в трехмерной постановке с огромным массивом данных и рассчитанном на учет многих специфических явлений в поведении материалов и конструкций [83, 84, 85, 137, 138].

Выводы по первой главе

1. По результатам анализа материалов первоисточников можно считать, что коробовые своды более эффективны и в то же время обладают архитектурной выразительностью по сравнению с цилиндрическими и эллиптическими сводами.

Это объясняется следующими факторами: цилиндрические своды не рациональны по использованию внутреннего объема помещения, а эллиптические – технологически трудоемки при изготовлении.

2. Древнейшей, но ошибочной работой по расчету арок считают работу Деванна 1643 года, где предлагались формулы по определению толщины пят свода. Исторически первый теоретический расчет был выполнен французским инженером Филиппом Делагиром в 1695 году. В его методе свод рассматривался как совокупность идеально гладких клиньобразных элементов с расчетной схемой, представляющей кинематическую цепь, число звеньев в которой равно числу клиньев.

3. В 1732 году Данизи выполнил первую экспериментальную работу на моделях арок, где была опровергнута гипотеза Делагира о том, что арка при разрушении разделяется на три составляющие.

4. В существующих графоаналитических методах коробовые своды рассматриваются как упругие тела с шарнирным опиранием на стены, что практически жестко опертую конструкцию недопустимо превращает в статически определимую систему.

5. Приведена история развития методов расчета сводов, в результате анализа которых выявлена нерациональность использования графоаналитического метода. Графоаналитический способ расчета достаточно трудоемкий в реализации, так как требует инструментального подхода.

6. Очевидно, что на получение математической модели образующей кривой свода влияет геометрический способ ее построения. В этой связи, из вышеперечисленных графоаналитических способов построения принят первый способ (см. раздел 1.3. рис. 1.3.1, а) как один из распространенных и удобных. Основными определяющими параметрами при этом являются пролет и стрела подъема свода.

7. Рассмотрены конструктивные элементы коробовых сводов, их назначение, материалы, используемые в качестве каменной кладки. Можно сделать вывод о высоком качестве и долговечности кладки древних зданий и

сооружений. Таким образом, для оценки возможности их дальнейшей реконструкции в первую очередь должны решаться вопросы прочности и долговечности сооружения и его несущей способности на момент обследования.

ГЛАВА 2. РАЗРАБОТКА АНАЛИТИЧЕСКОГО МЕТОДА РАСЧЕТА КОРОВОВЫХ СВОДОВ

2.1. Аналитический расчет геометрии коробового свода в программной системе Mathcad и Excel

В XVIII – XIX веках построение оси коробовых сводов проводилось различными графическими способами при полном отсутствии аналитических методов.

Сегодня при реставрации исторических сводов желательно определять усилия более точно с использованием современных положений строительной механики. Для этого необходимо иметь аналитическое выражение образующей кривой (оси свода).

Для построения очертания этой оси, необходимо определить величины малого r_1 и большого r_2 радиусов. Для этого зададим значения полупролета $L/2$ и стрелы подъема f . Проводим прямые $AO = L/2$, $CO = f$, строим прямоугольник и диагональ, определяем углы $\alpha = \arctan\left(\frac{2 \cdot f}{L}\right)$ и $\beta = \arctan\left(\frac{L}{2 \cdot f}\right)$. Треугольники KCA , GDF и CDP подобны, так как их стороны пропорциональны, и углы, заключенные между ними равны (рисунок 2.1.1).

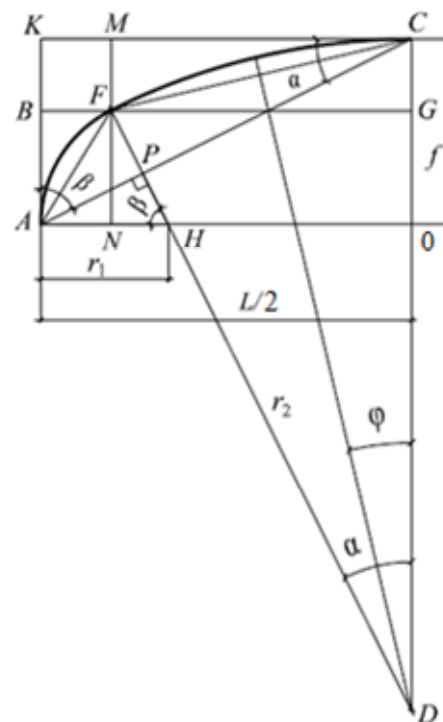


Рисунок 2.1.1 – Способ
построения трехцентрового
коробового свода

Составим систему уравнений [57, 161]:

$$\begin{cases} MF + FN = f = r_1 \cdot \sin \beta + (1 - \cos \alpha) \cdot r_2 \\ BF + FG = L/2 = (1 - \cos \beta) \cdot r_1 + \sin \alpha \cdot r_2 \end{cases} \quad (2.1.1)$$

Преобразуя в матричном виде при:

$$A = \begin{pmatrix} \sin \beta & 1 - \cos \alpha \\ 1 - \cos \beta & \sin \alpha \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} f \\ L/2 \end{pmatrix}; \quad (2.1.2)$$

получим выражения радиусов:

$$R = A^{-1} \cdot D = \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \end{pmatrix}. \quad (2.1.3)$$

Аналитическая зависимость образующей коробовой кривой получена как функция текущего угла φ в параметрическом виде $y(\varphi) = f(x(\varphi))$ и представлена на рисунке 2.1.2:

$$x(\varphi) = \begin{cases} r_2 \cdot \sin(-\alpha) + r_1 \cdot \cos \beta - r_1 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right), & \text{если } -\frac{\pi}{2} < \varphi \leq -\alpha \\ r_2 \cdot \sin \varphi, & \text{если } \varphi \leq |\alpha| \\ r_2 \cdot \sin \alpha - r_1 \cdot \cos \beta + r_1 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right), & \text{если } \alpha < \varphi \leq \frac{\pi}{2} \end{cases}; \quad (2.1.4)$$

$$y(\varphi) = \begin{cases} r_1 \cdot \sin\left(\varphi + \frac{\pi}{2}\right), & \text{если } -\frac{\pi}{2} \leq \varphi < -\alpha \\ [(r_2 \cdot (\cos \varphi - 1) + f)], & \text{если } -\alpha < \varphi \leq \alpha \\ r_1 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right), & \text{если } \alpha < \varphi \leq \frac{\pi}{2} \end{cases}. \quad (2.1.5)$$

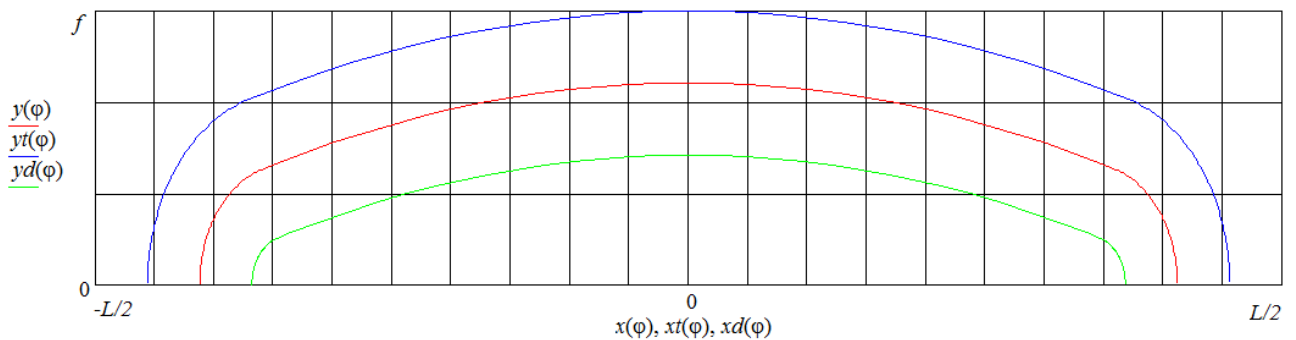


Рис. 2.1.2 Ось коробового свода в системе Mathcad

Таким образом, для построения оси коробовой кривой достаточно знать пролет L и стрелу подъёма f свода, а также условие конструирования – точка соприкосновения двух кривых, составляющих ось коробовой кривой должна быть расположена на пересечении биссектрис треугольника, образованного величинами L и f .

Для удобства вычисления оси свода (рисунок 2.1.3) и других его геометрических параметров была составлена программа с использованием Excel.

Программа написана на языке программирования Visual Basic для приложений и запускается в режиме Excel [112, 134, 180].

Программа предназначена для вычисления оси коробовых сводов, а также геометрических параметров их поперечных сечений, которые получены аналитическим методом в параметрической форме.

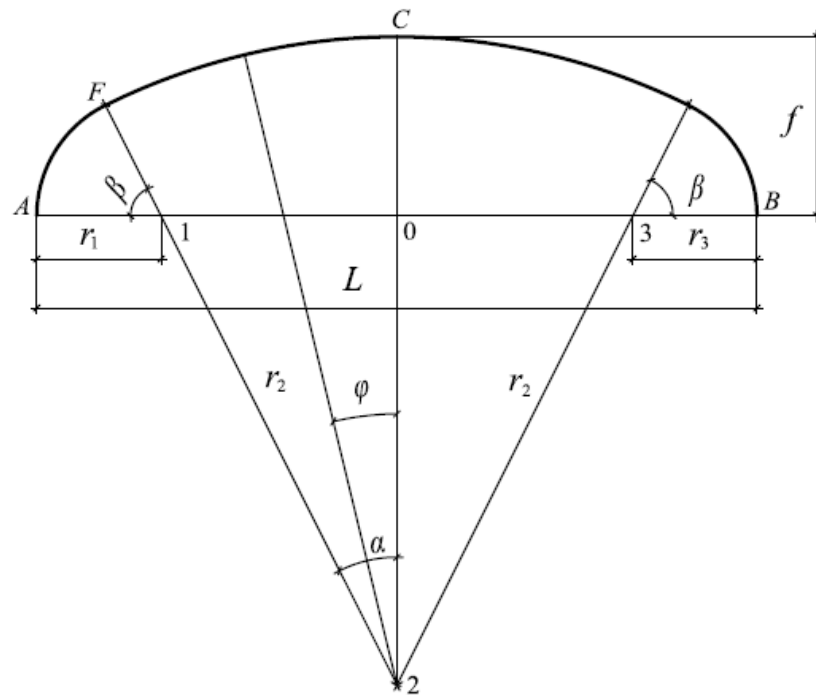


Рисунок 2.1.3 – Ось свода, полученная аналитически

Исходными данными для этого принят: пролет L , стрела подъема f , толщина свода h (рисунок 2.1.4).

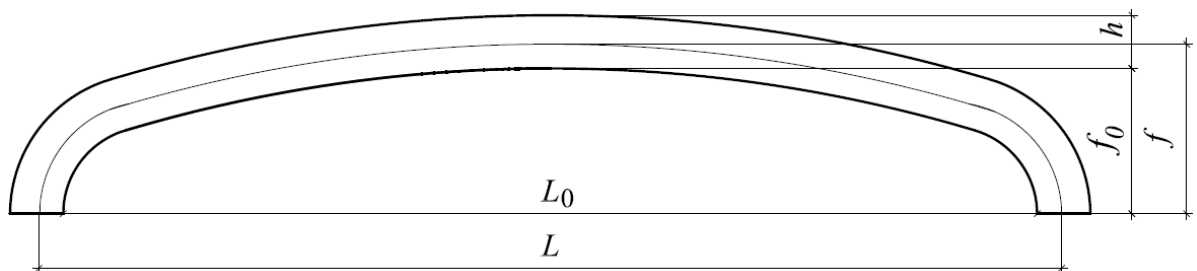


Рисунок 2.1.4 – Основные геометрические параметры свода

Программа составлена таким образом (рисунок 2.1.5), что исходные данные задаются в простой форме: после введения исходных данных вычисляются малый и большой радиусы оси свода, координаты точки пересечения дуг окружностей с вышеназванными радиусами.

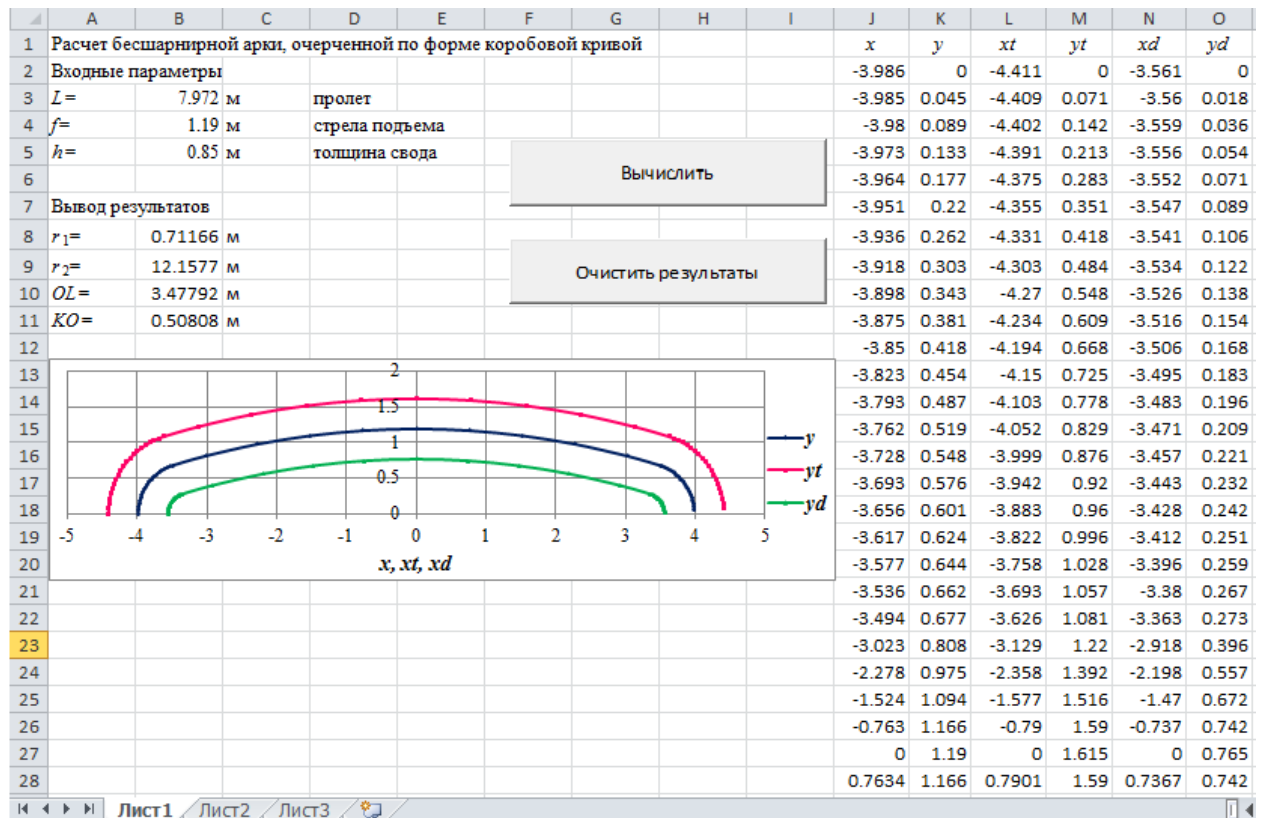


Рисунок 2.1.5 – Геометрический расчет свода

Результаты счета в области просмотра результатов выдаются в табличной форме, состоящей из шести колонок, и отображается ось координат свода. Колонки x , y – координаты оси свода; xt , yt – координаты верхней части свода; xd , yd – то же его нижней части.

Для перехода к новому вычислению оси коробового свода надо нажать кнопку «очистить результаты», и вести новые исходные данные.

Единицы измерения выражены в метрах.

Блок-схема программы приведена в **приложении А**.

2.2. Определение основных геометрических параметров свода

С целью оценки возможного увеличения действующей нагрузки, а также определения состояния кладки производилось экспериментальное обследование [37, 39] коробового свода надподвального перекрытия здания Этнографического музея города Санкт-Петербурга.

Экспериментальное исследование свода при определении величины дополнительной нагрузки состояло на основании ГОСТ 31937-2011 [37]:

- подготовительные работы. Проведено ознакомление с проектной и исполнительной документацией Главного корпуса музея [7, 55, 101, 128, 129]. Оно показало, что ранее проводились внешние замеры помещений подвалов, выполненные «Гипротест» в 1972 году [129] и ООО «Инженерный Центр» в 2003 году [128]. Обмера формы сводов не производилось;

- исследование геометрии коробового свода [79, 115, 121]. Выполнение обмерных работ сводчатого перекрытия производилось по СП 13-102-2003 [122].

Определены основные геометрические параметры конструкции: пролет свода L , стрела подъема f , толщина свода в замке. Измерения проводились с помощью лазерного нивелира. Ординаты нижней поверхности свода (кривая форма свода) измерялись в трех сечениях на окраинах и срединной части (рис. 2.2.1) через каждые 0,5 м от наружной части конструкции.

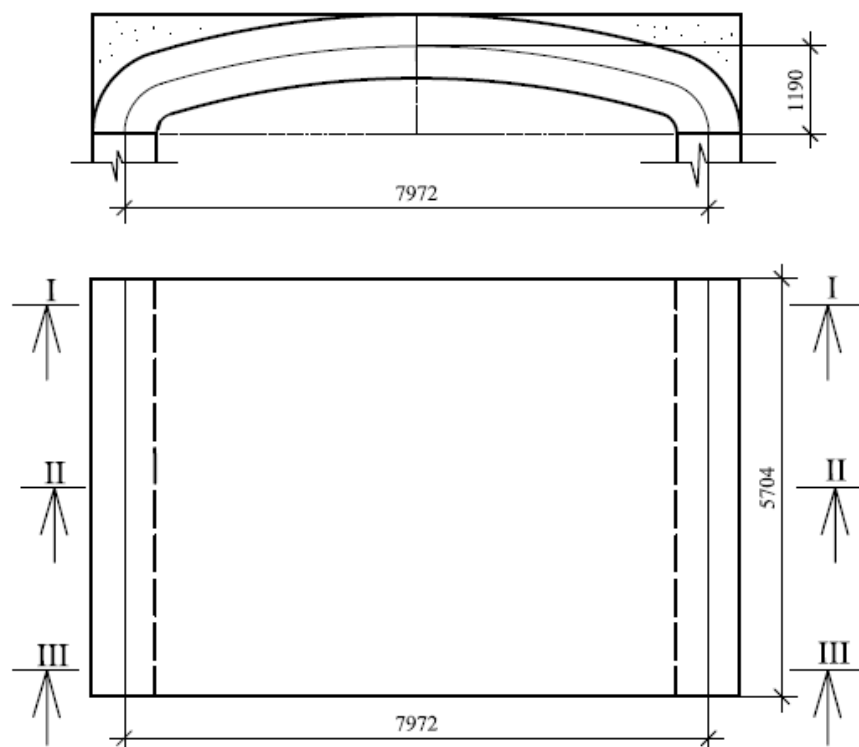


Рисунок 2.2.1 – Сечения обмера свода по нижней поверхности

Аналитически полученные значения геометрии оси свода согласуются с значениями, полученными в результате реальных обмеров, различие составляет

0,1 – 3,5 см. Максимальное отличие не более 4% от аналитического значения.
Примечание. Приведенные данные получены для свода, уже прошедшего за длительный срок эксплуатации стадии ползучести и пластического деформирования (рис. 2.2.2).

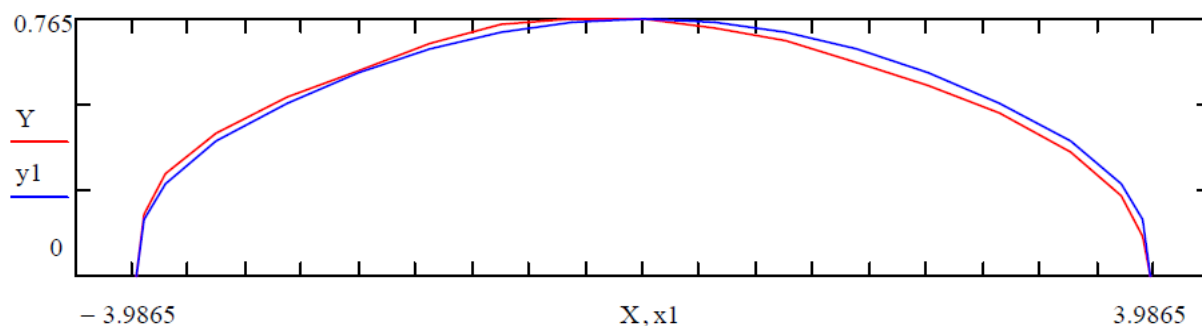


Рисунок 2.2.2 – Нижняя поверхность свода, полученная по реальным обмерам (X, Y) и соответствующая нижняя ось свода, определенная в Mathcad (x1, y1)

Для определения толщины свода взяты 2 керна.

Керн № 1 изъят в призамковой части коробового свода. Общая длина керна 87 см из них 2 см – штукатурный слой, 27 см – 3 ряд кирпича.

Керн № 2 изъят в припятной части коробового свода. Общая длина керна 87 см, что соответствует толщине свода в три кирпича.

Опытные образцы кернов приведены на рисунке 2.2.3.



Рисунок 2.2.3 – Образцы кернов

По этим данным были определены толщины промежуточных сечений сводчатого перекрытия.

Общий вид коробового свода показан на рис. 2.2.4.

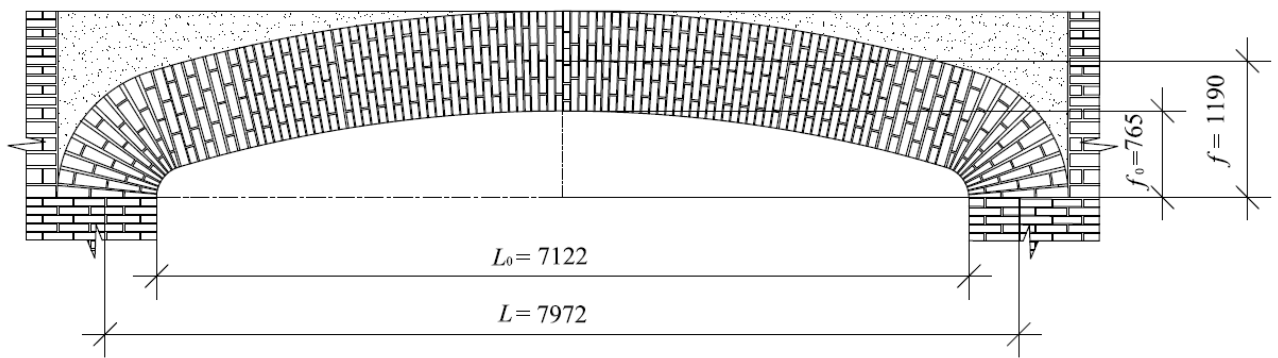


Рисунок 2.2.4 – Общий вид коробового свода

Схема места изъятия кернов представлены на рисунке 2.2.5.

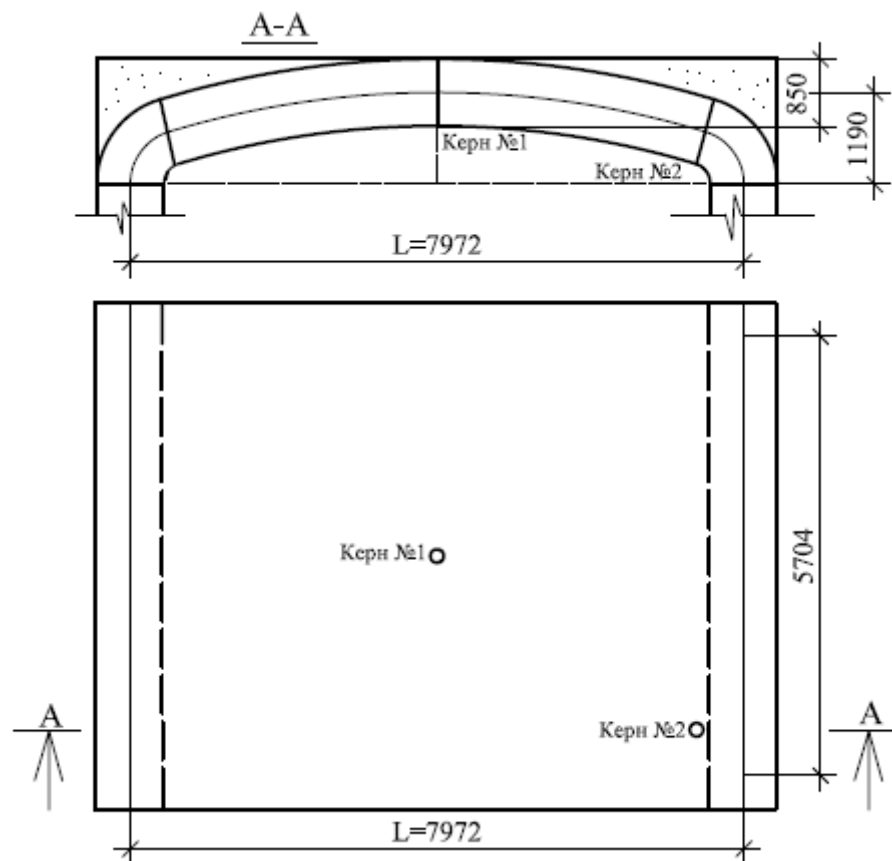


Рисунок 2.2.5 – Места взятия кернов и определение геометрических параметров свода

По результатам обследования были определены следующие геометрические характеристики сводчатого перекрытия:

- длина пролета $L = 7972$ мм,
- стрела подъема $f = 1190$ мм,
- толщина свода $h = 850$ мм.

Визуальное обследование сводчатого надподвального перекрытия показало, что общее состояние конструкции находится в удовлетворительном (работоспособном) состоянии. В замковых и опорных сечениях наблюдаются волосяные трещины, а также трещины шириной до $0,5 \div 1$ мм.

Заказчиком предусматривается дополнительное увеличение временной нагрузки.

Необходимо выполнить поверочный расчет свода с учетом фактически действующей нагрузки (собственный вес свода, вес забутки, нагрузка от пола), а также новой нагрузки от стеллажей [120] (рисунок 2.2.6).

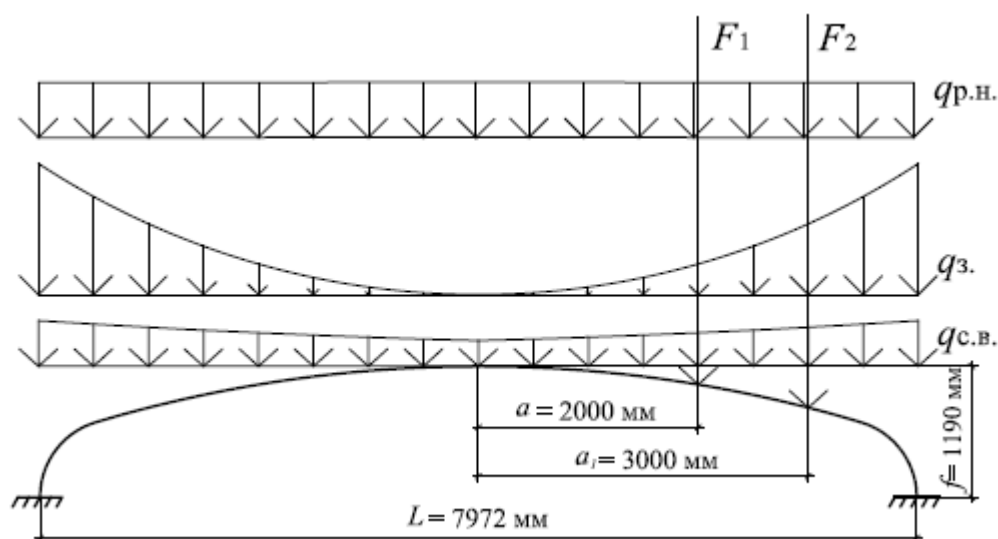


Рисунок 2.2.6 – Расчетная схема свода

В таблице 2.2.1 приведены характеристики нагрузок.

Таблица 2.2.1 – Сбор нагрузок на 1 п.м. коробовой арки

№	Наименование	Нормативная нагрузка, кН/м	Коэффициент надежности γ_f	Расчетная нагрузка, кН/м
1	Собственный вес свода $q_{с.в.}$ ($\gamma = 18 \text{ кН/м}^3$) $18 \cdot h$ (в ключе)	15,3	1,1	16,83
2	Вес забутки q_z ($\gamma = 18 \text{ кН/м}^3$)	Переменная	1,3	Переменная
3	Вес пола первого этажа $q_{р.н.}$ $t=55$ мм: цементно-песчаный раствор $t=28,4$ мм ($\gamma=18 \text{ кН/м}^3$) мраморная крошка $t=15$ мм ($\gamma = 16 \text{ кН/м}^3$)	0,511 0,24	1,3	0,976
4	Временная нагрузка [8.2, табл.8.3, п. 3]	2	1,2	2,4
5	Экспериментальная временная нагрузка F	-	-	По расчету

Дополнительная нагрузка от стеллажного оборудования должна быть приложена к правой части свода вдоль продольной оси конструкции.

Вес стеллажного оборудования передается на свод, как две линейно-распределенные нагрузки $F_1=F_2$.

2.3. Влияние типов нагрузок на поведение коробовых сводов

Полученная зависимость оси свода позволяет определить величину действующих нагрузок на свод, таких как (рисунок 2.3.1) [59]:

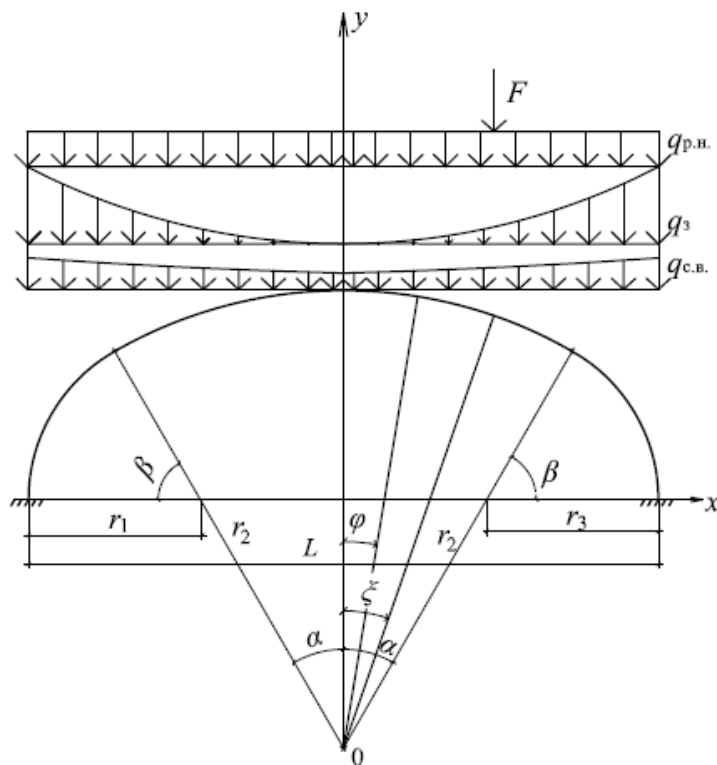


Рисунок 2.3.1 – Действующие нагрузки на свод:
 $q_{c.v.}$ – нелинейно распределённая нагрузка от собственного веса свода; q_3 – нелинейно распределённая нагрузка от веса забутки; $q_{p.n.}$ – равномерно распределённая нормативная нагрузка; F –временная дополнительная нагрузка

- собственный вес свода;
- вес забутки;
- равномерно-распределенную нагрузку поверх забутки;
- различные виды временных нагрузок F (вес людей и оборудования).

2.3.1. Величина нагрузки собственного веса свода зависит от формы оси и высоты поперечного сечения свода и принята как меняющаяся по нелинейному закону. График приведен на рисунке 2.3.2.

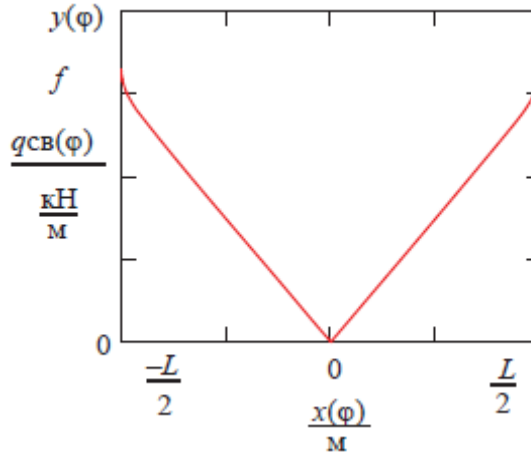


Рисунок 2.3.2 – График нарастания нагрузки от собственного веса свода

Аналитическое выражение этой нагрузки можно написать в виде логического математического выражения 2.3.1.

$$q_{с.в.}(\varphi) = \begin{cases} |r_1 \cdot (\varphi + \alpha) \cdot A \cdot \gamma - r_2 \cdot \alpha \cdot A \cdot \gamma|, & \text{если } -\pi/2 \leq \varphi < -\alpha \\ r_2 \cdot \varphi \cdot A \cdot \gamma, & \text{если } -\alpha \leq \varphi \leq \alpha \\ r_1 \cdot (\varphi - \alpha) \cdot A \cdot \gamma + r_2 \cdot \alpha \cdot A \cdot \gamma, & \text{если } \alpha < \varphi \leq \pi/2 \end{cases} \quad (2.3.1)$$

где A – площадь поперечного сечения свода;

γ – объемный вес материала кладки, кН/м^3 .

Выражения (2.3.2), (2.3.3), (2.3.4) и эпюры внутренних сил от собственного веса свода в основной системе (рисунок 2.3.3):

$$Mq_{с.в.}(\varphi) = \begin{cases} - \left[\begin{aligned} & (r_2 \cdot \alpha \cdot A \cdot \gamma) \cdot \left[\begin{aligned} & r_2 \left(\sin \alpha - \sin \frac{\alpha}{2} \right) + \\ & + r_1 (\sin \varphi - \sin \alpha) \end{aligned} \right] - \\ & - r_1 ((\varphi + \alpha) \cdot A \cdot \gamma) \cdot r_1 \left(\sin \varphi - \sin \frac{\varphi}{2} \right) \end{aligned} \right], & \text{если } -\pi/2 \leq \varphi \leq -\alpha \\ - (r_2 \cdot \varphi \cdot A \cdot \gamma) \cdot r_2 \cdot \left(\sin \varphi - \sin \frac{\varphi}{2} \right), & \text{если } -\alpha \leq \varphi \leq \alpha ; \\ - \left[\begin{aligned} & (r_2 \cdot \alpha \cdot A \cdot \gamma) \cdot \left[\begin{aligned} & r_2 \left(\sin \alpha - \sin \frac{\alpha}{2} \right) + \\ & + r_1 (\sin \varphi - \sin \alpha) \end{aligned} \right] - \\ & - r_1 ((\varphi + \alpha) \cdot A \cdot \gamma) \cdot r_1 \left(\sin \varphi - \sin \frac{\varphi}{2} \right) \end{aligned} \right], & \text{если } \alpha \leq \varphi < \pi/2 \end{cases} \quad (2.3.2)$$

$$Nq_{c.B.}(\varphi) = \begin{cases} [r_2 \cdot \alpha \cdot A \cdot \gamma - A \cdot \gamma \cdot r_1 \cdot (\varphi + \alpha)] \cdot \sin \varphi, & \text{если } -\pi/2 \leq \varphi < -\alpha \\ -|r_2 \cdot \varphi \cdot A \cdot \gamma| \cdot |\sin \varphi|, & \text{если } -\alpha \leq \varphi \leq \alpha \\ -[r_2 \cdot \alpha \cdot A \cdot \gamma + A \cdot \gamma \cdot r_1 \cdot (\varphi - \alpha)] \cdot \sin \varphi, & \text{если } \alpha < \varphi \leq \pi/2 \end{cases} ; \quad (2.3.3)$$

$$Qq_{c.B.}(\varphi) = \begin{cases} [r_2 \cdot \alpha \cdot A \cdot \gamma - A \cdot \gamma \cdot r_1 \cdot (\varphi + \alpha)] \cdot \cos \varphi, & \text{если } -\pi/2 \leq \varphi < -\alpha \\ -(r_2 \cdot \varphi \cdot A \cdot \gamma) \cdot \cos \varphi, & \text{если } -\alpha \leq \varphi \leq \alpha \\ -[r_2 \cdot \alpha \cdot A \cdot \gamma + A \cdot \gamma \cdot r_1 \cdot (\varphi - \alpha)] \cdot \cos \varphi, & \text{если } \alpha < \varphi \leq \pi/2 \end{cases} . \quad (2.3.4)$$

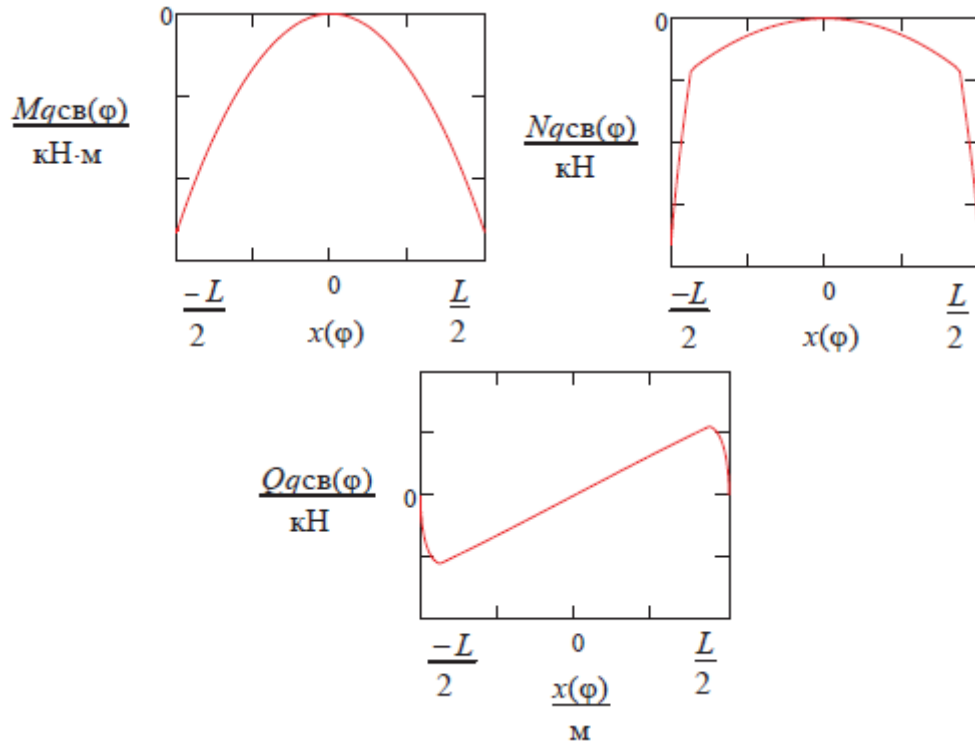


Рисунок 2.3.3 – Эпюры внутренних сил от собственного веса свода в основной системе

2.3.2. Для определения веса забутки определяем наружные радиусы свода:

$$r_{1t} = r_1 + h/2 ; \quad r_{2t} = r_2 + h/2 .$$

Площадь забутки может быть определена из следующего логического выражения 2.3.5 и график этого выражения приведен на рисунке 2.3.4.

$$A(\varphi) = \begin{cases} r_{2t}^2 \cdot \int_{-\alpha}^0 \cos \xi \cdot (1 - \cos \xi) \cdot d\xi + & \text{если } -\frac{\pi}{2} < \varphi \leq -\alpha \\ + \left[\int_{\varphi}^{-\alpha} r_{1t} \cdot \cos \xi \cdot [r_{2t} \cdot (1 - \cos \alpha) + r_{1t} \cdot (\cos \alpha - \cos \xi)] d\xi \right], & \\ r_{2t}^2 \cdot \left[\int_{\varphi}^0 \cos \xi \cdot (1 - \cos \xi) \cdot d\xi \right], & \text{если } -\alpha \leq \varphi \leq 0 \\ r_{2t}^2 \cdot \left[\int_0^{\varphi} \cos \xi \cdot (1 - \cos \xi) \cdot d\xi \right], & \text{если } 0 \leq \varphi \leq \alpha \\ r_{2t}^2 \cdot \int_0^{\alpha} \cos \xi \cdot (1 - \cos \xi) \cdot d\xi + & \text{если } \alpha < \varphi \leq \frac{\pi}{2} \\ + \left[\int_{\alpha}^{\varphi} r_{1t} \cdot \cos \xi \cdot [r_{2t} \cdot (1 - \cos \alpha) + r_{1t} \cdot (\cos \alpha - \cos \xi)] d\xi \right], & \end{cases} \quad (2.3.5)$$

где ξ – переменная, по которой происходит интегрирование.

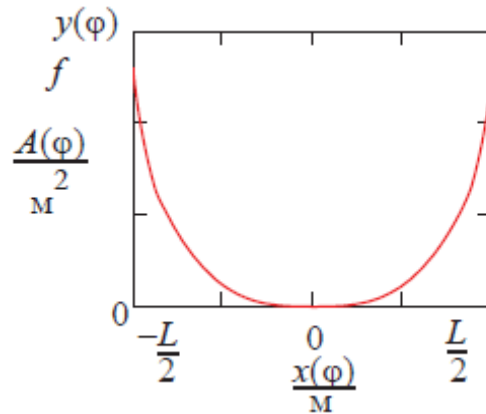


Рисунок 2.3.4 – Площадь забутки

Выражение нагрузки от забутки и график на рисунке 2.3.5:

$$q_3(\varphi) = A(\varphi) \cdot \gamma \cdot b, \quad (2.3.6)$$

где γ – объемный вес кладки.

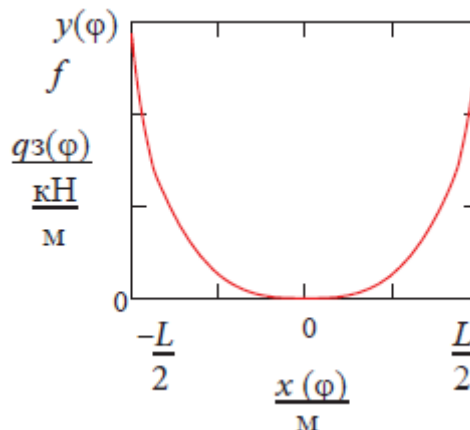


Рисунок 2.3.5 – График нагрузки от веса забутки

Усилия (2.3.7), (2.3.8), (2.3.9) от веса забутки в основной системе (рисунок 2.3.6):

$$Mq_3(\varphi) = \begin{cases} \left[\begin{aligned} &\left(r_{2t}^3 \cdot \gamma \cdot b \cdot \int_0^\alpha \cos \xi \cdot (1 - \cos \xi) \cdot (\sin \alpha - \sin \xi) d\xi \right) + \\ &+ \gamma \cdot b \cdot \left[r_{2t}^2 \cdot \int_0^\alpha \cos \xi \cdot (1 - \cos \xi) d\xi \right] \cdot \left[\begin{aligned} &r_{1t} \cdot \sin(-\alpha) - \\ &-\sin \varphi + \frac{h}{2} \cdot \sin \varphi \end{aligned} \right] + \\ &+ \int_{\varphi}^{-\alpha} \cos \xi \cdot [r_{2t} \cdot (1 - \cos \alpha) + r_{1t} (\cos \alpha - \cos(-\alpha + \xi))] \cdot \\ &\cdot [r_{1t} \cdot (\sin(-\alpha + \xi) - \sin \varphi) + \frac{h}{2} \cdot \sin \varphi] d\xi \cdot r_{1t} \cdot \gamma \cdot b \end{aligned} \right] \cdot d\xi \cdot r_{2t}^2 \cdot \gamma \cdot b, \text{ если } -\frac{h}{2} \leq \varphi < -\alpha \\ \\ \int_0^\varphi \cos \xi \cdot (1 - \cos \xi) \cdot \left[\begin{aligned} &r_{2t} \cdot (\sin \varphi - \sin \xi) + \\ &+ \frac{h}{2} \cdot \sin \varphi \end{aligned} \right] \cdot d\xi \cdot r_{2t}^2 \cdot \gamma \cdot b, \text{ если } -\alpha \leq \varphi \leq \alpha \\ \\ \left[\begin{aligned} &\left(r_{2t}^3 \cdot \gamma \cdot b \cdot \int_0^\alpha \cos \xi \cdot (1 - \cos \xi) \cdot (\sin \alpha - \sin \xi) d\xi \right) + \\ &+ \gamma \cdot b \cdot \left[r_{2t}^2 \cdot \int_0^\alpha \cos \xi \cdot (1 - \cos \xi) d\xi \right] \cdot \left[\begin{aligned} &r_{1t} \cdot \sin \varphi - \\ &-\sin \alpha - \frac{h}{2} \cdot \sin \varphi \end{aligned} \right] + \\ &+ \int_{\alpha}^{\varphi} \cos \xi \cdot [r_{2t} \cdot (1 - \cos \alpha) + r_{1t} (\cos \alpha - \cos(\alpha + \xi))] \cdot \\ &\cdot [r_{1t} \cdot (\sin \varphi - \sin(\alpha + \xi)) - \frac{h}{2} \cdot \sin \varphi] d\xi \cdot r_{1t} \cdot \gamma \cdot b \end{aligned} \right] \cdot d\xi \cdot r_{2t}^2 \cdot \gamma \cdot b, \text{ если } \alpha < \varphi \leq \frac{h}{2} \end{cases} ; \quad (2.3.7)$$

$$Nq_3(\varphi) = \begin{cases} \left[\begin{aligned} &\int_{\varphi}^{-\alpha} \cos \xi \cdot (1 - \cos \xi) d\xi r_1^2 \cdot b \cdot \gamma + \\ &+ \int_{-\alpha}^0 \cos \xi \cdot (1 - \cos \xi) d\xi r_2^2 \cdot b \cdot \gamma \end{aligned} \right] \cdot |\sin \varphi|, \text{ если } -\frac{\pi}{2} \leq \varphi < -\alpha \\ \\ -q_3(\varphi) \cdot \sin \varphi, \text{ если } -\alpha \leq \varphi \leq \alpha \\ \\ \left[\begin{aligned} &\int_{\alpha}^{\varphi} \cos \xi \cdot (1 - \cos \xi) d\xi r_1^2 \cdot b \cdot \gamma + \\ &+ \int_0^{\alpha} \cos \xi \cdot (1 - \cos \xi) d\xi r_2^2 \cdot b \cdot \gamma \end{aligned} \right] \cdot |\sin \varphi|, \text{ если } \alpha < \varphi \leq \frac{\pi}{2} \end{cases} ; \quad (2.3.8)$$

$$Qq_3(\varphi) = \begin{cases} - \left[\int_{\varphi}^{-\alpha} \cos \xi \cdot (1 - \cos \xi) d\xi \right] r_1^2 \cdot b \cdot \gamma + \left[\int_{-\alpha}^0 \cos \xi \cdot (1 - \cos \xi) d\xi \right] \cdot r_2^2 \cdot b \cdot \gamma & \cdot (-\cos \varphi), \text{ если } -\frac{\pi}{2} \leq \varphi < -\alpha \\ q_3 \cdot \cos \varphi, \text{ если } -\alpha \leq \varphi \leq \alpha \\ - \left[\int_{\alpha}^{\varphi} \cos \xi \cdot (1 - \cos \xi) d\xi \right] r_1^2 \cdot b \cdot \gamma + \left[\int_0^{\alpha} \cos \xi \cdot (1 - \cos \xi) d\xi \right] \cdot r_2^2 \cdot b \cdot \gamma & \cdot \cos \varphi, \text{ если } \alpha < \varphi \leq \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (2.3.9)$$

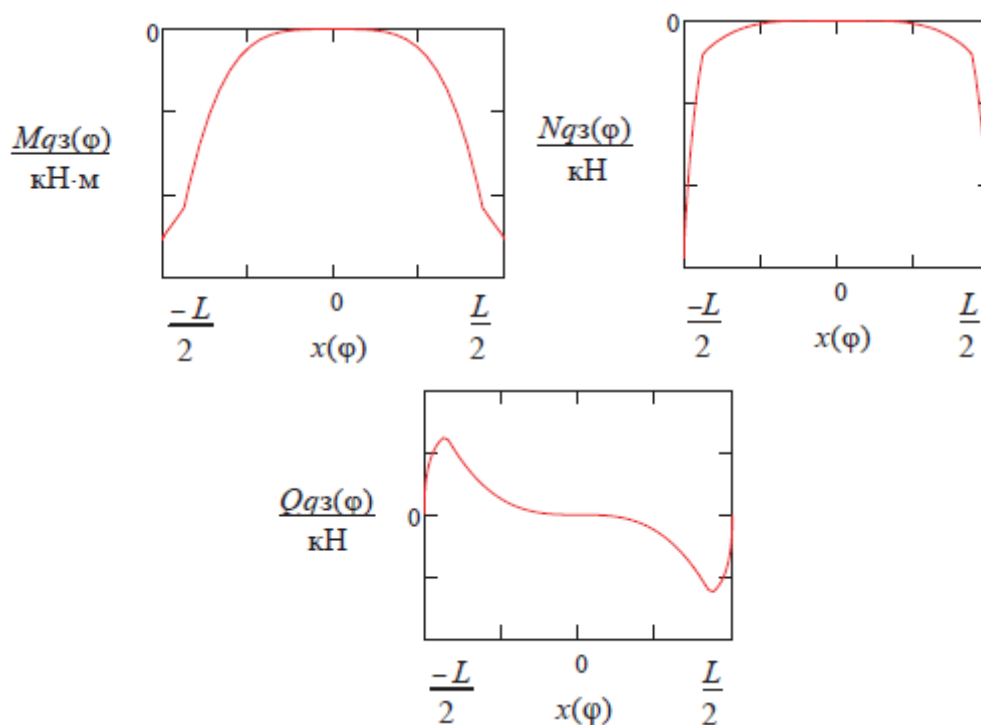


Рисунок 2.3.6 – Эпюры внутренних сил от веса забутки в основной системе

Общеизвестно, что забутка необходима для совместной работы щековой стенки и свода, она в какой-то степени повышает жесткость конструкции. При расчете свода всегда требуется определять аналитическое значение нагрузки от забутки. С прошлого века и по настоящее время использовали графоаналитический способ определения нагрузки от забутки, который является непростым и менее точным. Разница результатов расчетов нагрузки от забутки по

графоаналитическому способу и по предлагаемой формуле оси кривой составляет 25%.

2.3.3. Величина от равномерно-распределенной нагрузки (выражение 2.3.10 и рисунок 2.3.7):

$$q(\varphi) = \begin{cases} q_{\text{р.н.}} \cdot b, & \text{если } -\pi/2 \leq \varphi \leq -\alpha \\ q_{\text{р.н.}} \cdot b, & \text{если } -\alpha \leq \varphi \leq \alpha \\ q_{\text{р.н.}} \cdot b, & \text{если } \alpha \leq \varphi \leq \pi/2 \end{cases} . \quad (2.3.10)$$

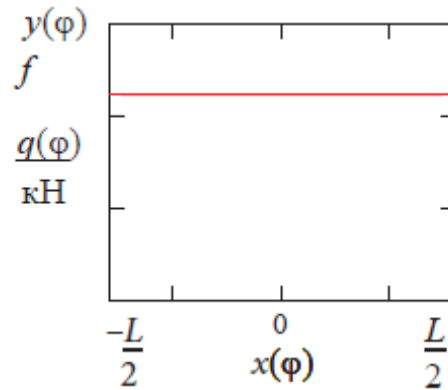


Рисунок 2.3.7 – График равномерно-распределенной нагрузки

Усилия (2.3.11), (2.3.12), (2.3.13) от равномерно распределенной нагрузки в основной системе (рисунок 2.3.8):

$$Mq(\varphi) = \begin{cases} -q_{\text{р.н.}} \left(\frac{x(\varphi)^2}{2} \right), & \text{если } -\pi/2 \leq \varphi < -\alpha \\ -q_{\text{р.н.}} \left(\frac{x(\varphi)^2}{2} \right), & \text{если } -\alpha \leq \varphi \leq \alpha \\ -q_{\text{р.н.}} \left(\frac{x(\varphi)^2}{2} \right), & \text{если } \alpha < \varphi \leq \pi/2 \end{cases} ; \quad (2.3.11)$$

$$Nq(\varphi) = \begin{cases} -q_{\text{р.н.}} x(\varphi) \cdot \sin \varphi, & \text{если } -\pi/2 \leq \varphi < -\alpha \\ -q_{\text{р.н.}} x(\varphi) \cdot \sin \varphi, & \text{если } -\alpha \leq \varphi \leq \alpha \\ -q_{\text{р.н.}} x(\varphi) \cdot \sin \varphi, & \text{если } \alpha < \varphi \leq \pi/2 \end{cases} ; \quad (2.3.12)$$

$$Qq(\varphi) = \begin{cases} -q_{\text{р.н.}} x(\varphi) \cdot \cos \varphi, & \text{если } -\pi/2 \leq \varphi < -\alpha \\ -q_{\text{р.н.}} x(\varphi) \cdot \cos \varphi, & \text{если } -\alpha \leq \varphi \leq \alpha \\ -q_{\text{р.н.}} x(\varphi) \cdot \cos \varphi, & \text{если } \alpha < \varphi \leq \pi/2 \end{cases} . \quad (2.3.13)$$

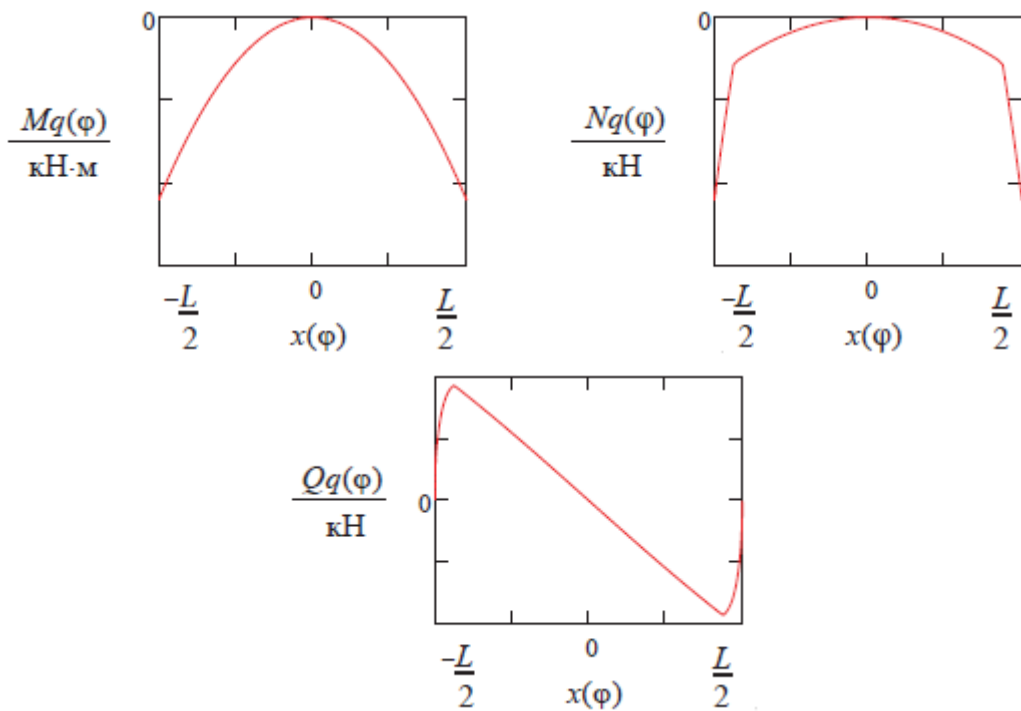


Рисунок 2.3.8 – Эпюры внутренних сил от равномерно распределенной нагрузки в основной системе

2.3.4. Величина от временной дополнительной нагрузки, прикладываемой в любой точке в интервале $-\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2$ (выражение 2.3.14 и рисунок 2.3.9).

$$F(\varphi) = \begin{cases} 0, & \text{если } -\pi/2 \leq \varphi \leq -\alpha \\ 0, & \text{если } -\alpha \leq \varphi \leq 0 \\ 0, & \text{если } 0 \leq \varphi \leq \zeta \\ F, & \text{если } \zeta \leq \varphi \leq \alpha \\ F, & \text{если } \alpha \leq \varphi \leq \pi/2 \end{cases}, \quad (2.3.14)$$

где ζ – угол для учета временной нагрузки.

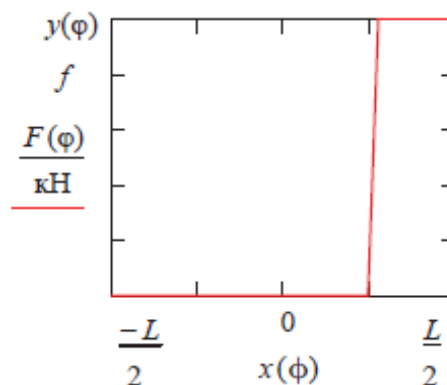


Рисунок 2.3.9 – График изменения от временной нагрузки

Усилия (2.3.15), (2.3.16), (2.3.17) от временной дополнительной нагрузки (рисунок 2.3.10):

$$MF(\varphi) = \begin{cases} 0, & \text{если } -\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq -\alpha \\ 0, & \text{если } -\alpha \leq \varphi \leq 0 \\ 0, & \text{если } 0 \leq \varphi \leq \zeta \\ -F(\varphi)(r_2 \cdot \sin \varphi - a), & \text{если } \zeta \leq \varphi \leq \alpha \\ -F(\varphi)[(r_2 - r_1) \cdot \sin \alpha - a] + r_1 \cdot \cos(\frac{\pi}{2} - \varphi), & \text{если } \alpha < \varphi \leq \frac{\pi}{2} \end{cases} ; \quad (2.3.15)$$

$$NF(\varphi) = \begin{cases} 0, & \text{если } -\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq -\alpha \\ 0, & \text{если } -\alpha \leq \varphi \leq 0 \\ 0, & \text{если } 0 \leq \varphi \leq \zeta \\ -F(\varphi) \sin \varphi, & \text{если } \zeta \leq \varphi \leq \alpha \\ -F(\varphi) \sin \varphi, & \text{если } \alpha < \varphi \leq \frac{\pi}{2} \end{cases} ; \quad (2.3.16)$$

$$QF(\varphi) = \begin{cases} 0, & \text{если } -\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq -\alpha \\ 0, & \text{если } -\alpha \leq \varphi \leq 0 \\ 0, & \text{если } 0 \leq \varphi \leq \zeta \\ -F(\varphi) \cos \varphi, & \text{если } \zeta \leq \varphi \leq \alpha \\ -F(\varphi) \cos \varphi, & \text{если } \alpha < \varphi \leq \frac{\pi}{2} \end{cases} . \quad (2.3.17)$$

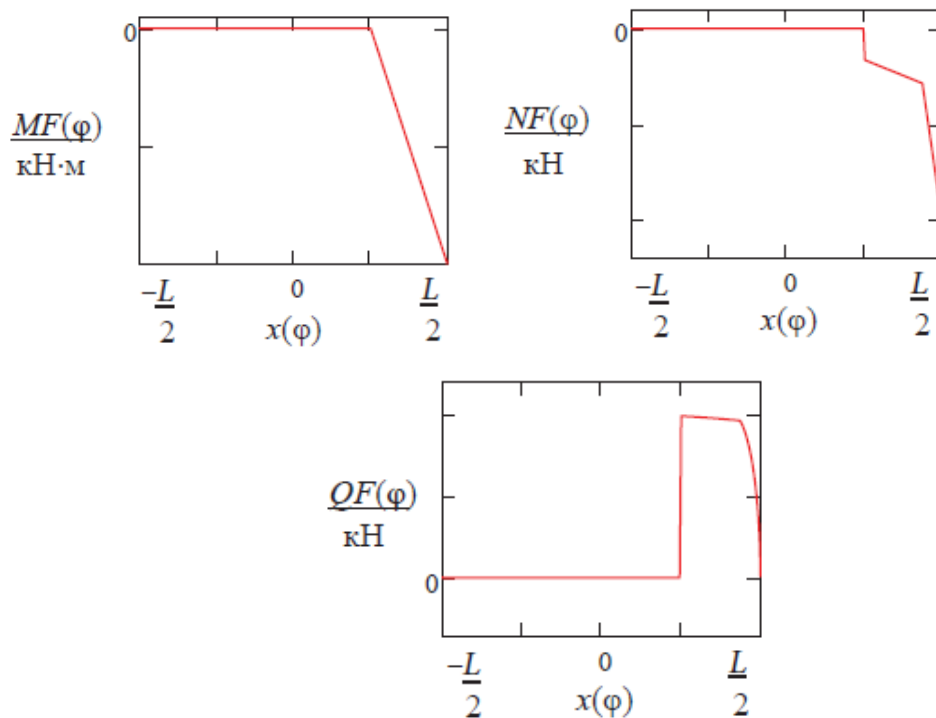


Рисунок 2.3.10 – Эпюры усилий от временной нагрузки в основной системе

2.4. Определение прочностных характеристик кирпичной кладки коробового свода

При обследовании несущей способности надподвального сводчатого перекрытия здания Этнографического музея города Санкт-Петербурга встал вопрос о прочностных характеристиках кладки. Со времени возведения и до настоящего времени прошло более 100 лет (здание построено в 1911 г.). Перекрытие имеет коробовое очертание. Для определения прочностных характеристик материала кладки коробового свода было проведено экспериментальное исследование [58].

Прочность кирпичной кладки свода определялась по следующим методикам:

- разрушающим методом определена прочность кирпича и раствора кладки по верхней поверхности свода. Отобранные образцы испытывались в лаборатории СПбГАСУ по ГОСТ 8462-85 [34] и 5802-86 [35]. Результат испытаний приведен в **приложении Е**;

- ультразвуковым методом с помощью прибора УК-14ПМ определена прочность кирпича и раствора кладки по нижней поверхности свода. Градуировочная зависимость при определении прочности кирпичной кладки УЗК представлена в **приложении Е1**;

- по упругому отскоку с помощью молотка Шмидта определена прочность кирпича и раствора кладки по нижней поверхности свода по ГОСТ 22690-88 [32, 33, 36]. Результаты приведены в **приложении Е2**.

По полученным данным было определено предельное сопротивление кирпичной кладки.

Предельное сопротивление кладки было получено по эмпирической формуле, предложенной профессором Л.И. Онищиком [47, 55, 86, 87, 95, 111, 113, 123]:

$$R = A_1 R_1 \left(1 - \frac{a}{b + \frac{R_1}{2 \cdot R_2}} \right) \cdot \gamma_1, \quad (2.4.1)$$

где R , R_1 , R_2 – предел прочности кладки, кирпича, раствора;

$A_1 = \frac{100 + R_1}{100m + nR_1}$ – эмпирический конструктивный коэффициент, зависящий от

прочности камня и его вида;

при кирпичной кладке с высоты ряда 12 см (полкирпича) коэффициенты a , b , m , n имеют следующие числовые значения: $a = 0,2$; $b = 0,3$; $m = 1,25$; $n = 3$;

γ_1 – поправочный коэффициент определяется по формуле (2.4.2) при прочности раствора 21 кг/см² что меньше 25 кг/см²:

$$\gamma_1 = \frac{\gamma_0 R_{2,1} + (3 - \gamma_0) R_2}{R_{2,1} + 2 R_2}, \quad (2.4.2)$$

для кладки из кирпича принимаем $R_{2,1} = 0,04 R_1$; и $\gamma_1 = 1$.

По полученным значениям характеристик прочности кирпича и раствора определено расчетное сопротивление кладки по СП 15.13330.2012 (см. **приложение Ж**) [119] и оно сравнивается с формулой Л.И. Онищика, которое определено по методу упругого отскока и УЗК (таблица 2.4.1) [86, 87].

Таблица 2.4.1 – Сравнение значений расчетного сопротивления кладки

Расчетное сопротивление кладки	По СП 15.13330.2012	По формуле Л.И. Онищика			Расхождение в %
		Методом упругого отскока	Расхождение в %	УЗК	
R (МПа)	1,126	0,915	18,7	1,07	4,97

Оценка расчетного сопротивления кладки методом упругого отскока по формуле профессора Л.И. Онищика и по [119] отличаются на 18,7%, по УЗК и по [119] отличаются на 4,97%. При этом по данным СП прочность кладки приобретает завышенные характеристики.

Расчетное сопротивление на растяжение при изгибе $R_{tb} = 0,25$ МПа.

2.5. Анизотропия упругости кирпичных коробовых сводов

Согласно теории профессора С.Г. Лехницкого [73, 74], коробовый свод может рассматриваться как ортотропное тело с цилиндрической анизотропией [60], для которого можно применить законы механики анизотропных тел. С целью изучения напряженного состояния сложных криволинейных тел, состоящих из кирпичей и растворных швов, требуется предварительно найти упругие постоянные для новой системы координат.

В исследованиях профессора В.Н. Глухих [25, 26], установлено, что цилиндрически анизотропные материалы отличаются параметрами упругости $(B_{(1)}, B_{(2)})$ и могут быть поделены на 2 группы:

- для первой группы параметр упругости характеризуется тремя экстремумами при повороте осей от радиального направления к тангенциальному, т.е. от 0° до 90° :

$$B_{(1)} = 3 - k^2; \quad (2.5.1)$$

- вторая группа с двумя экстремумами:

$$B_{(2)} = \frac{1 + 5k^2}{3}, \quad (2.5.2)$$

где показатель анизотропии:

$$k^2 = \frac{E_t}{E_r}. \quad (2.5.3)$$

Оба параметра входят множителями в дифференциальное уравнение четвертого порядка в частных производных для ортотропного тела в полярных координатах и зависят только от соотношений постоянных упругости в главных направлениях анизотропии [27, 28].

Графически связь между параметрами упругости проиллюстрирована на рисунке 2.5.1.

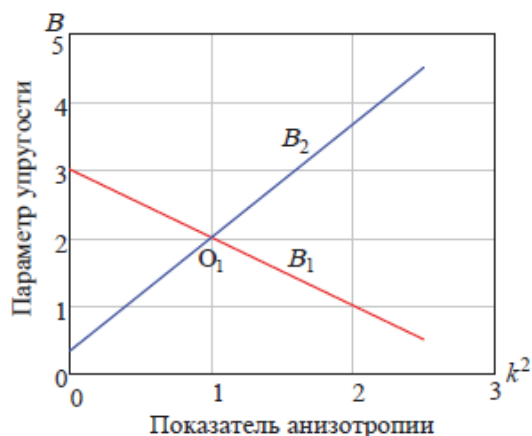


Рис. 2.5.1 – Взаимосвязь показателя анизотропии от параметров упругости ортотропного тела

Вышеприведенные зависимости (см. формулы 2.5.1, 2.5.2) получены математически и связывают между собой модули упругости 1 и 2 рода и коэффициенты поперечной деформации [25, 29]. Это позволяет повысить точность определения постоянных упругости для анизотропных тел и сократить объем экспериментальных исследований в соответствии с существующими известными стандартами.

При возникающих затруднениях в определении постоянных упругости, например, кирпичей, растворных швов, кирпичной кладки результат вычислений можно оценивать с использованием графика, приведенного на рисунке 2.5.1, где точка O_1 характеризует изотропные свойства материала. Обе наклонные прямые описывают свойства упругости анизотропных материалов, относящихся к двум группам.

Известные формулы по [25, 30, 31] с учетом параметра упругости $B_{(1)}$ анизотропных тел для модуля упругости $E_{x'}$, модуля сдвига $G_{x'y'}$, коэффициента Пуассона $\mu_{x'y'}$ примут более простой вид, что имеет важное значение в инженерных расчетах:

$$\frac{1}{E_{x'}} = \frac{\cos^4 \theta}{E_r} + \frac{\sin^4 \theta}{E_t} + \frac{3-k^2}{E_t} \cdot \cos^2 \theta \sin^2 \theta; \quad (2.5.4)$$

$$\frac{1}{G_{x'y'}} = \frac{8(k^2-1)}{E_t} \cdot \sin^2 \theta \cdot \cos^2 \theta + \frac{1}{G_{rt}}; \quad (2.5.5)$$

$$\mu_{x'y'} = -E_{x'} \left[\frac{2(k^2-1)}{E_r} \cdot \sin^2 \theta \cdot \cos^2 \theta + \frac{\mu_{rt}}{E_t} \right], \quad (2.5.6)$$

где $G_{rt} = \frac{E_t}{3 - k^2 + 2 \cdot \mu_{rt}}$ – модуль сдвига.

Аналогично в исследованиях [25, 30, 31] рекомендуются расчетные формулы для анизотропных материалов, относящихся ко 2 группе $B_{(2)}$:

$$\frac{1}{E_{x'}} = \frac{\cos^4 \theta}{E_r} + \frac{\sin^4 \theta}{E_t} + \frac{1 + 5k^2}{3 \cdot E_t} \cdot \sin^2 \theta \cos^2 \theta; \quad (2.5.7)$$

$$\frac{1}{G_{x'y'}} = \frac{8 \cdot (1 - k^2)}{3 \cdot E_t} \cdot \sin^2 \theta \cdot \cos^2 \theta + \frac{1}{G_{rt}}; \quad (2.5.8)$$

$$\mu_{x'y'} = -E_{x'} \left[\frac{2 \cdot (1 - k^2)}{3 \cdot E_r} \cdot \sin^2 \theta \cdot \cos^2 \theta - \frac{\mu_{rt}}{E_t} \right], \quad (2.5.9)$$

где $G_{rt} = \frac{3 \cdot E_t}{1 + 5 \cdot k^2 + 6 \cdot \mu_{rt}}$ – модуль сдвига.

В работе А.В. Галалюка [20] в результате проведенных испытаний были получены экспериментальные зависимости для определения начального и секущего модулей упругости кирпича:

- начальный модуль упругости:

$$E_0^k = 2140 \cdot f_m^{0,75}; \quad (2.5.10)$$

- секущий модуль упругости:

$$E^k = 2155 \cdot f_m^{0,68}, \quad (2.5.11)$$

где f_m – прочность кирпича при сжатии.

В справочной литературе [124] модуль упругости кирпича пластического прессования по деформациям кубиков или призм, вырезанных из кирпича, определяется по формуле:

$$E_0^k = 200 \div 1200 \cdot R_k, \quad (2.5.12)$$

где R_k – предел прочности кирпича при сжатии.

В пособии по проектированию жилых зданий [96] модуль упругости раствора в горизонтальном шве при сжатии горизонтального растворного шва определяется по формуле:

$$E_0^p = \frac{t_p}{\lambda_p}, \quad (2.5.13)$$

где t_p – толщина растворного шва;

λ_p – податливость при сжатии горизонтального растворного шва кратковременным нагрузкам, уложенного вручную, определяется по формуле:

при $\sigma_p \leq 1,15 \cdot R_p^{\frac{2}{3}}$ податливость растворного шва равна $\lambda_p = 1,5 \cdot 10^{-3} \cdot R_p^{-\frac{2}{3}} \cdot t_p$,

где σ_p – среднее значение сжимающих напряжений в растворном шве.

По результатам экспериментальных исследований модуля упругости кирпича профессора В.В. Пангаева [90], произведенных в начале XXI века, установлена следующая зависимость:

$$E_0^k = 900 \div 1100 \cdot R_k. \quad (2.5.14)$$

Для модуля упругости раствора согласно [90]:

$$E_0^p = \frac{410450 \cdot B}{270 + B}, \quad (2.5.15)$$

где B – класс бетона (раствора) на мелкозернистых заполнителях.

В таблице 2.5.1 приводятся модули упругости кирпича марки $M_k=102$, полученные по формулам вышеуказанных авторов.

Таблица 2.5.1

Модуль упругости кирпича	По формуле А.В. Галалюка	По формуле (2.5.12)	По формуле В.В. Пангаева
E_0^k (МПа)	16098,15	12036	11033

В таблице 2.5.2 приведены модули упругости раствора марки $M_p=22$, полученные по формулам вышеуказанных авторов.

Таблица 2.5.2

Модуль упругости раствора	По формуле А.В. Галалюка	По формуле (2.5.13)	По формуле В.В. Пангаева (2.5.15)
E_0^p (МПа)	3434,7	2140	3227,6

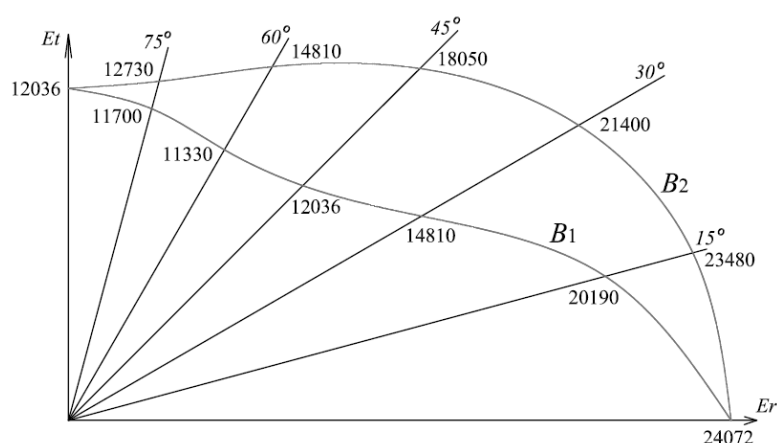
В таблицах 2.5.3-2.5.6 согласно [25] приведены значения теоретических модулей упругости кирпича и раствора, полученные по формулам (2.5.12, 2.5.13) при $k^2=0,5$.

Таблица 2.5.3 – Теоретический модуль упругости кирпича при $B_{(1)} = 3 - k^2$, ($E_0=12036$ МПа)

θ°	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°
$k^2=0,5$	24072	20190	14810	12036	11330	11700	12036

Таблица 2.5.4 – Теоретический модуль упругости кирпича при $B_{(2)} = \frac{1+5k^2}{3}$, ($E_0=12036$ МПа)

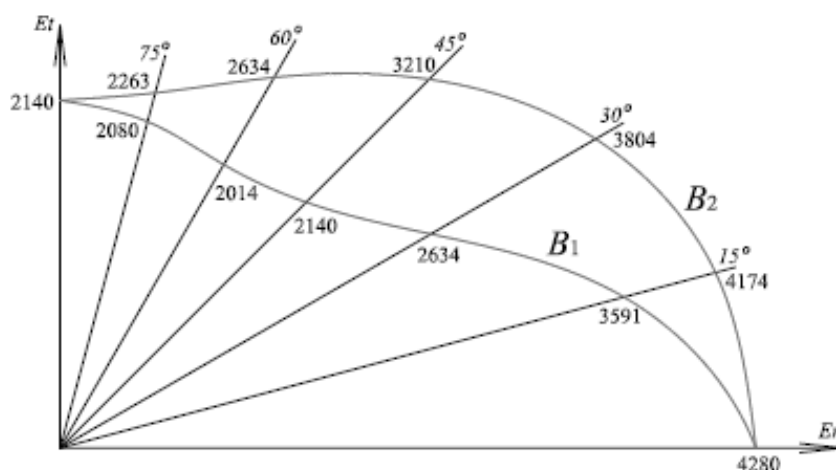
θ°	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°
$k^2=0,5$	24072	23480	21400	18050	14810	12730	12036

Рис. 2.5.2 – Анизотропия модуля упругости кирпича $E_{x'}$ для $E_0=12036$ МПаТаблица 2.5.5 – Теоретический модуль упругости раствора при $B_{(1)} = 3 - k^2$, ($E_0=2140$ МПа)

θ°	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°
$k^2=0,5$	4280	3591	2634	2140	2014	2080	2140

Таблица 2.5.6 – Теоретический модуль упругости раствора при $B_{(2)} = \frac{1+5k^2}{3}$, ($E_0=2140$ МПа)

θ°	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°
$k^2=0,5$	4280	4174	3804	3210	2634	2263	2140

Рис. 2.5.3 – Анизотропия модуля упругости раствора $E_{x'}$ для $E_0=2140$ МПа

Для кирпичной кладки, находящейся в сложном напряженном состоянии, для нахождения упругих постоянных в новой системе координат воспользуемся феноменологическим методом реологии [131].

Согласно [105], приблизиться к действительной картине поведения материала под нагрузкой можно путем перехода к более сложным схемам, сочетающим упругие и вязкие элементы.

При этом, если взять упругий (кирпич) и вязкий (раствор) материалы, и соединить их параллельно – на замке (см. рис. 2.5.4, а), последовательно – у опор свода (см. рис. 2.5.4, б), то получим реологические модели Кельвиново тело и Максвеллово тело.

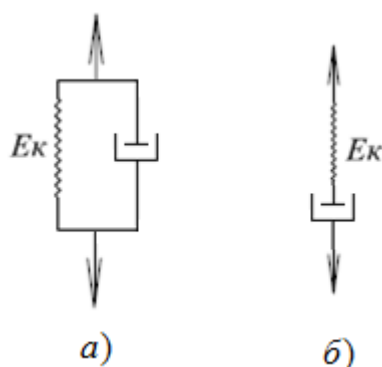


Рис. 2.5.4 – Реологические модели
а – Кельвиново тело при параллельном соединении;
б – Максвеллово тело при последовательном соединении

Таким образом, для параллельного соединения элементов:

$$E_r = E_0^k + E_0^p, \quad (2.5.16)$$

для последовательного соединения элементов:

$$E_t = \frac{E_0^k \cdot E_0^p}{E_0^k + E_0^p}. \quad (2.5.17)$$

В таблице 2.5.7 представлены показатель анизотропии и параметры упругости, полученные по зависимостям (см. формулы 2.5.1, 2.5.2) [25], но с учетом характеристик кирпича и раствора согласно [20, 90, 96, 124]:

Таблица 2.5.7 – Параметры упругости кирпичной кладки

Название		По формулам (2.5.12, 2.5.13)	По формуле А.В. Галалюка	По формуле В.В. Пангаева
Показатель анизотропии $k^2 = \frac{E_t}{E_r}$		0,128	0,145	0,175
Параметры упругости	$B_{(1)} = 3 - k^2$	2,872	2,855	2,825
	$B_{(2)} = \frac{1 + 5k^2}{3}$	0,547	0,575	0,625

На рисунке 2.5.5 приведена полученная в работе [25] диаграмма зависимости показателя анизотропии от параметра упругости для определения соотношений характеристик упругости кирпичной кладки.

Следовательно, при известных марках кирпича и раствора коробового свода и с учетом известных формул (2.5.10÷2.5.15) согласно [20, 90, 96, 124], исследуемые параметры упругости для кирпичной кладки находятся в поле (или в пределах) между двумя прямыми (рис. 2.5.5).

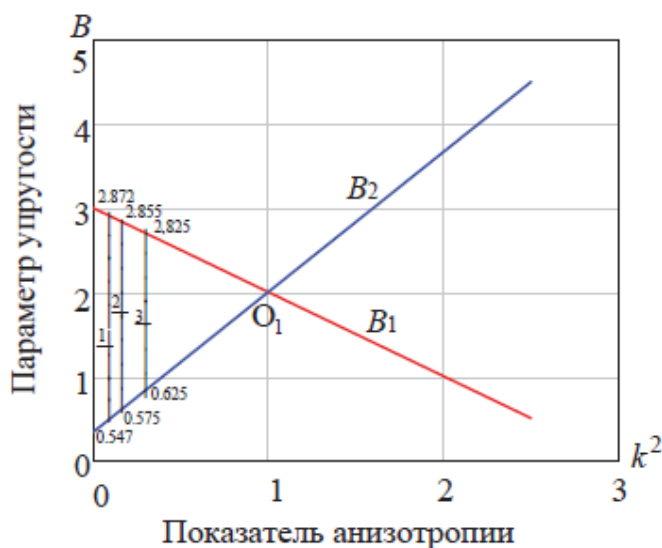


Рис. 2.5.5 – Зависимости показателя анизотропии от параметров упругости кирпичной кладки: 1 – по формулам справочной литературы; 2 – по формуле А.В. Галалюка; 3 – по формуле В.В. Пангаева

С учетом известных формул (2.5.4÷2.5.9) находим постоянные упругости кирпичной кладки (таблицы 2.5.8, 2.5.9).

В таблицах 2.5.8, 2.5.9 приведены значения теоретических модулей упругости кирпичной кладки.

Таблица 2.5.8 – Теоретический модуль упругости кирпичной кладки при $B_{(1)} = 3 - k^2$, (МПа)

θ°	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°
По формулам (2.5.12, 2.5.13) $k^2=0,128$	14176	6146	2698	1816	1638	1729	1816
А.В. Галалюк $k^2=0,145$	19532,8	9156	4165	2830	2556	2696	2830
В.В. Пангаев $k^2=0,175$	14260,6	7487	3615	2497	2263	2382	2497

Таблица 2.5.9 – Теоретический модуль упругости кирпичной кладки при $B_{(2)} = \frac{1+5k^2}{3}$, (МПа)

θ°	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°
По формулам (2.5.12, 2.5.13) $k^2=0,128$	14176	12092	7660	4337	2698	2006	1816
А.В. Галалюк $k^2=0,145$	19532,8	16993	11240	6582	4165	3119	2830
В.В. Пангаев $k^2=0,175$	14260,6	12740	8975	5548	3615	2742	2497

Проведенные исследования подтверждают предположение о том, что для повышения точности расчетов требуется учитывать свойства материалов и самой кладки в каждом конкретном случае.

В известной работе [73] представлены кривые описывающие характер распределения напряжений σ_r и σ_θ для анизотропной круговой конструкции для $k^2 < 1$, $k^2 > 1$, $k^2 = 1$. Для материалов $E_t > E_r$, $k^2 > 1$, напряжения убывают по мере приближения к центру, а в центре обращаются в нуль. Если $E_t < E_r$ и $k^2 < 1$, то напряжения к центру будут возрастать.

На рисунках 2.5.6÷2.5.8 показаны анизотропия модуля упругости кирпичной кладки с учетом известных формул (2.5.10÷2.5.15) согласно [20, 90, 96, 124].

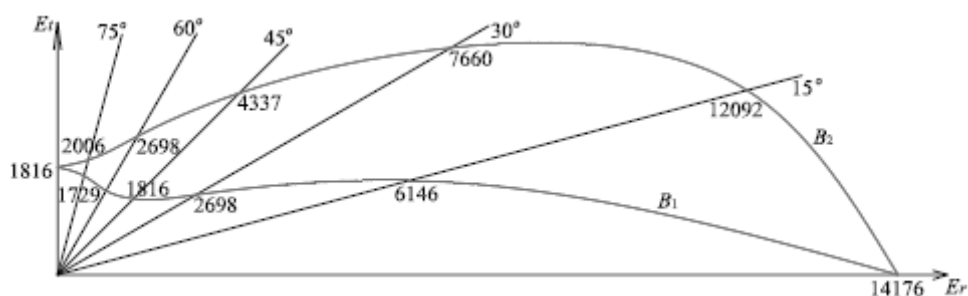


Рис. 2.5.6 – Анизотропия модуля упругости кирпичной кладки $E_{x'}$ (по формулам (2.5.12, 2.5.13) [96, 124])

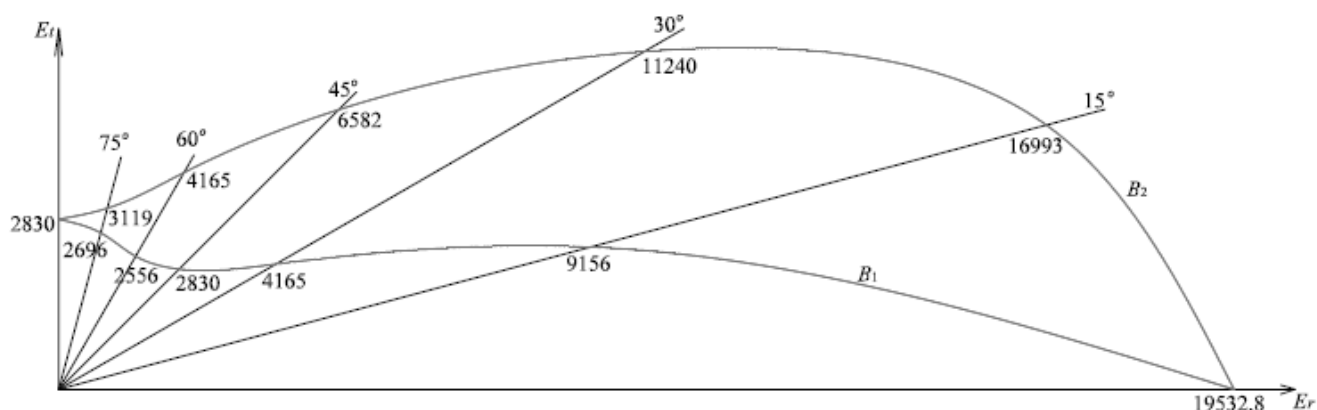


Рис. 2.5.7 – Анизотропия модуля упругости кирпичной кладки $E_{x'}$ (по формуле (2.5.10) [20])

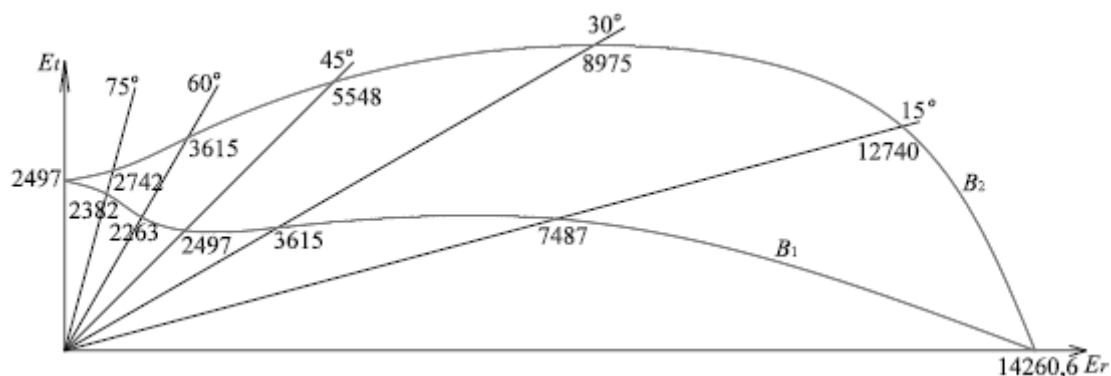


Рис. 2.5.8 – Анизотропия модуля упругости кирпичной кладки $E_{x'}$ (по формулам (2.5.14, 2.5.15) [90])

Отметим, что для анализа напряженно-деформированного состояния ортотропных конструкций с цилиндрической анизотропией значительную роль играет соотношение постоянных упругости или так называемый показатель анизотропии (k^2), не зная численного его значения, невозможно определить характер распределения напряжений.

По данным разных источников [5, 6, 20, 90, 96, 124] распределение постоянных упругости в цилиндрически анизотропных телах показатель

анизотропии различен. Соответственно, напряженно-деформированное состояние для 3-х случаев (кирпич, раствор, кирпичная кладка) будет разным. Таким образом, для кирпичной кладки, наиболее подходящим является соотношение постоянных упругости, полученное на основе экспериментальных прочностных данных при плавном переходе от радиального направления к тангенциальному.

2.6. Определение деформационных характеристик кладки коробового свода

В данных исследованиях для определения величины начального модуля упругости может быть использована зависимость профессора Л.И. Онищика, которая действует в настоящих нормативных документах и СП 15.13330.2012 [86, 87, 119]:

$$E_0 = \alpha_1 \cdot R_u, \quad (2.6.1)$$

где α_1 – упругая характеристика кладки, установленная экспериментально Л.И. Онищиком. Значение упругой характеристики для неармированной кладки при прочности кирпича и раствора определено по интерполяции $\alpha_1 = 1000$;

$R_u = R \cdot k_1$ – временное сопротивление кладки (средний предел прочности);

R – расчетное сопротивление кладки;

k_1 – коэффициент безопасности материала, принимается для кладки из кирпича равным 2,0.

В работе Н.С. Хамиджанова [133] начальный модуль упругости получен в виде аналитической зависимости, связывающей величину начального модуля упругости E_0 с маркой кирпича R_k и раствора R_p :

$$E_0 = 187R_k + 173,2R_p + 5766. \quad (2.6.2)$$

В таблице 2.6.1 приводится сравнение значений модулей начальной деформации по формуле (2.6.1) и по формуле (2.6.2).

Таблица 2.6.1 – Сравнение значений модуля начальной деформации

Модуль начальной деформации	По СП 15.13330.2012	По формуле Н.С. Хамиджанова	Расхождение в %
E_0 (МПа)	2252	2883	21,88

Отличие значений начального модуля упругости по формуле (2.6.1) в работе [119] и по (2.6.2) [133] составляет 21,88% (таблица 2.6.1). Учитывая, что в работе [133] исследовались различные соотношения между прочностью кирпича и раствора, близкие к полученным по данным наших испытаний, в дальнейших расчетах принимаем значение начального модуля упругости равным $E_0 = 2883$ МПа.

В кладке помимо упругих деформаций, появляются и неупругие деформации ползучести [107].

Деформации ползучести в заданном элементе кладки зависят, прежде всего, от возраста кладки [107].

Обожженные камни не подвержены ползучести, в кладке из таких камней основным источником неупругих деформаций являются швы. Таким образом, в начальной стадии кладки ползучесть не проявляется, и E отражает отношения приращения напряжений к приращению упругой деформации. В связи с этим начальный модуль деформации кладки $\lim E = \operatorname{tg} \varphi_0$ (рисунок 2.6.1) представляет собой одновременно и ее модуль упругости [107].

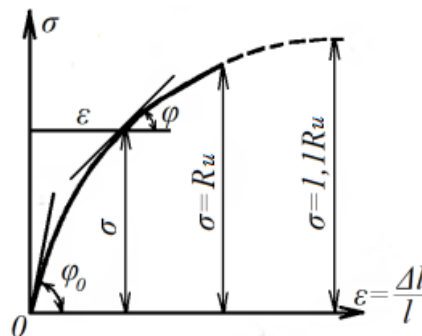


Рисунок 2.6.1 – Кривая деформаций – напряжений кладки

На практике при обследовании зданий и сооружений, являющимися памятниками архитектуры, часто возникают проблемы в установлении истинных значений модуля упругости или модуля деформаций E_i в сечениях конструкций.

Для учета возможной ползучести по [119] принят коэффициент ползучести $\nu=2,2$. В этом случае применена зависимость по [119] модуль деформации $E_d = \frac{E_0}{2,2}$.

В пределах линейной ползучести можно воспользоваться понятием модуля деформации E_d , предложенной А.М. Розенблюмасом [107]. В ней допускается справедливость закона Гука для деформаций линейной ползучести [107, 126, 156], но с измененным значением модуля начальной деформации:

$$E_d = \frac{E_0}{1 + \varphi_t}, \quad (2.6.3)$$

где φ_t – характеристика ползучести кладки, которая зависит от времени.

Для определения характеристики ползучести кладки φ_t нами была принята степенная зависимость в соответствии с приведенными данными Eurocode 1992-1-1 [155]:

$$\varphi_t = \varphi_0 \cdot \left(\frac{T}{T + \beta_n} \right)^{0,3}, \quad (2.6.4)$$

где $\varphi_0=1,5$ – теоретический коэффициент ползучести принят по Eurocode 1992-1-1) (во сколько раз увеличивается деформация за бесконечное время действия нагрузки);

$\beta_n=657,82$ – коэффициент, зависящий от относительной влажности и теоретического размера элемента (принят по материалам, приведенным в документации программного комплекса Lira-Windows) [127];

T – количество суток (возраст материала), по прошествии которых требуется учесть влияние ползучести. В нашем случае, учитывая время возведения Этнографического музея, значение T принято равным 36135 дней.

В таблице 2.6.2 проводится сравнение значений модулей деформации по СП [119] и по формуле (2.6.4) [107].

Таблица 2.6.2 – Оценка значений модуля деформации

Модуль деформации	По СП 15.13330.2012	По формуле А.М. Розенблюмаса	Расхождение в %
E_d (МПа)	1023,63	1156	11,45

Оценка значения модуля деформации по формуле СП [119] и по (2.6.4) [107] дает расхождение 11,45% (таблица 2.6.2). В наших вычислениях принято значение по данным [107] $E_d=1156$ МПа.

В соответствии с [119] при определении деформаций кладки в случае определения усилий в статически неопределимых системах, жесткостная характеристика конструкций принимается зависимость:

$$E = 0,8 \cdot E_d .$$

Окончательно в нашем случае принимаем модуль деформации $E=925,55$ МПа.

Модуль деформации в связи с учетом ползучести и пластичности уменьшился по сравнению с начальным модулем упругости в три раза по [119] за 100 лет, прошедших с момента постройки архитектурного памятника.

2.7. Расчет коробового свода с учетом свойств анизотропии

В основу расчета коробового свода с учетом свойств анизотропии использована классическая теория изгиба кривого криволинейно-анизотропного бруса [73]. Для ортотропного бруса с цилиндрической анизотропией применительно для коробового кирпичного свода принимается расчетная схема, представленная на рисунке 2.7.1.

Для определения главных напряжений коробового свода при действии постоянных (q) и временных дополнительных нагрузок (F) согласно С.Г. Лехницкого [73] используется функция напряжений в следующем виде:

$$F(r) = f_0(r) + f_1(r) \cdot \cos(\theta) + f_1^*(r) \cdot \sin(\theta) , \quad (2.7.1)$$

где первое слагаемое имеет вид:

$$f_0(r) = A + B \cdot r^2 + C \cdot r^{1+k} + D \cdot r^{1-k} . \quad (2.7.2)$$

$$k = \sqrt{\frac{E_t}{E_r}}. \quad (2.7.3)$$

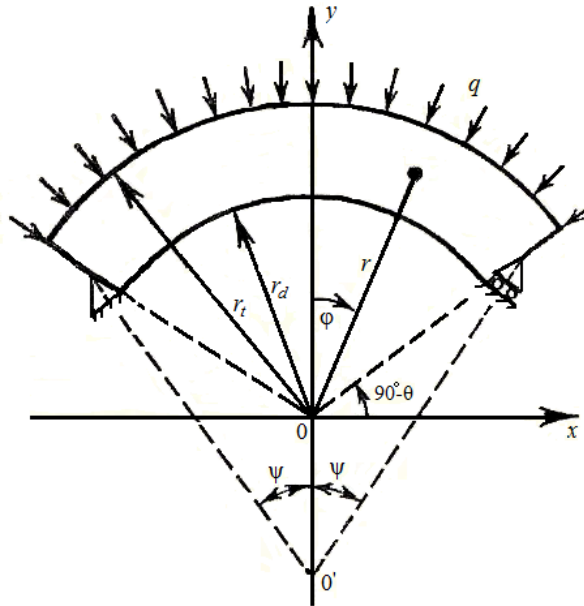


Рис. 2.7.1 – Расчетная схема свода в виде криволинейного ортотропного бруса с цилиндрической анизотропией: 0 – центр анизотропии, которого совпадает с центром кривизны; 0' - определяет положение опорных поверхностей

Второе и третье слагаемые для ортотропного бруса определяется формулой:

$$f_1(r) \cdot \cos(\theta) = (A \cdot r^{1+\beta_1} + B \cdot r^{1-\beta_1} + C \cdot r + D \cdot r \cdot \ln r) \cdot \cos \theta + (A' \cdot r^{1+\beta_1} + B' \cdot r^{1-\beta_1} + C' \cdot r + D' \cdot r \cdot \ln r) \cdot \sin \theta, \quad (2.7.4)$$

где A, B, C, D – произвольные постоянные, комплексные, определяемые из граничных условий и условий на свободном конце; A', B', C', D' – сопряженные величины.

Напряжения $\sigma_r, \sigma_\theta, \tau_{r\theta}$ выражаются через функцию напряжений:

$$\begin{cases} \sigma_r = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial F(r)}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 F(r)}{\partial \theta^2} \\ \sigma_\theta = \frac{\partial^2 F(r)}{\partial r^2} \\ \tau_{r\theta} = -\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial F(r)}{\partial \theta} \right) \end{cases}. \quad (2.7.5)$$

Граничные условия:

$$\left. \begin{array}{lll} \text{при } r=r_d & \sigma_r=0, & \tau_{r\theta}=0; \\ \text{при } r=r_t & \sigma_r=-(q+F)\cos\varphi & \tau_{r\theta}=0. \end{array} \right\} \quad (2.7.6)$$

Тогда выполняется условие:

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_{r_d}^{r_t} \sigma_{\theta} \partial r = -\frac{R_{\theta}}{h} \\ \int_{r_d}^{r_t} \sigma_{\theta} r \partial r = 0 \\ \int_{r_d}^{r_t} \tau_{r\theta} \partial r = \pm \frac{R_r}{h} \end{array} \right. \quad (2.7.7)$$

Произвольные постоянные, входящие в выражение (2.7.1), определяются из условий (2.7.6) и (2.7.7) и определены напряжения по формулам [73] в программной системе Mathcad по формуле 2.7.8.

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{q}{b} \cdot \left[P + Q \cdot \left(\frac{r}{r_t} \right)^{k-1} + R \cdot \left(\frac{r_t}{r} \right)^{k+1} \right] + \\ &\quad + \frac{q}{r_t \cdot b \cdot g_1} \cdot \frac{r_t}{r} \cdot \left[\left(\frac{r}{r_t} \right)^{\beta_1} + c^{\beta_1} \cdot \left(\frac{r_t}{r} \right)^{\beta_1} - (1 + c^{\beta_1}) \right] \cdot \frac{\cos(\varphi - \psi)}{\cos \psi} \cdot \cos \theta \\ \sigma_{\theta} &= \frac{q}{b} \cdot \left[P + Q \cdot k \cdot \left(\frac{r}{r_t} \right)^{k-1} + R \cdot k \cdot \left(\frac{r_t}{r} \right)^{k+1} \right] + \\ &\quad + \frac{q}{r_t \cdot b \cdot g_1} \cdot \frac{r_t}{r} \cdot \left[(1 + \beta_1) \cdot \left(\frac{r}{r_t} \right)^{\beta_1} + (1 + \beta_1) \cdot c^{\beta_1} \cdot \left(\frac{r_t}{r} \right)^{\beta_1} - (1 + c^{\beta_1}) \right] \cdot \frac{\cos(\varphi - \psi)}{\cos \psi} \cdot \cos \theta \\ \tau_{r\theta} &= \frac{q}{r_t \cdot b \cdot g_1} \cdot \frac{r_t}{r} \cdot \left[\left(\frac{r}{r_t} \right)^{\beta_1} + c^{\beta_1} \cdot \left(\frac{r_t}{r} \right)^{\beta_1} - (1 + c^{\beta_1}) \right] \cdot \frac{\cos(\varphi - \psi)}{\cos \psi} \cdot \cos \theta \end{aligned} \right\}, \quad (2.7.8)$$

где

$$\left. \begin{aligned} P &= \frac{1}{2 \cdot (k^2 - 1) \cdot (1 - c^{2k}) \cdot g} \cdot [2 \cdot k \cdot (k - 1) \cdot (1 - c^{k+1}) + 2 \cdot k \cdot (k + 1) \cdot c^{k+1} \cdot (1 - c^{k-1}) - \\ &\quad - (k^2 - 1) \cdot (1 + c) \cdot (1 - c^{2k}) \cdot m], \\ Q &= \frac{1}{2 \cdot (k - 1) \cdot (1 - c^{2k}) \cdot g} \cdot [-(k - 1) \cdot (1 - c^2) - 2 \cdot k \cdot c^2 \cdot (1 - c^{k-1}) + (k - 1) \cdot (1 + c) \cdot \\ &\quad \cdot (1 - c^{k+1}) \cdot m], \\ R &= \frac{1}{2 \cdot (k + 1) \cdot (1 - c^{2k}) \cdot g} \cdot [(k + 1) \cdot c^{2k} \cdot (1 - c^2) - 2 \cdot k \cdot c^{k+1} \cdot (1 - c^{k+1}) - (k + 1) \cdot \\ &\quad \cdot (1 + c) \cdot c^{2k} \cdot (1 - c^{1-k}) \cdot m] \end{aligned} \right\}; \quad (2.7.9)$$

$$c = \frac{r_d}{r_t}; \quad m = \frac{\sin \varphi \cdot \sin(\varphi - \psi)}{\cos \psi}; \quad g = \frac{(1 - c^2)}{2} - \frac{k}{k+1} \cdot \frac{(1 - c^{k+1})^2}{1 - c^2} + \frac{k \cdot c^2}{k-1} \cdot \frac{(1 - c^{k-1})^2}{1 - c^{2k}};$$

$$g_1 = \frac{2}{\beta_1} \cdot (1 - c^{\beta_1}) + (1 + c^{\beta_1}) \cdot \ln c; \quad b=1 - \text{единичная ширина элемента.}$$

В работе [73] отмечается, что коэффициент β_1 , входящий в формулу (2.7.9):

$$\beta_1 = \sqrt{1 + \frac{E_t}{E_r} \cdot (1 - 2 \cdot \mu_{rt}) + \frac{E_t}{G_{rt}}} . \quad (2.7.10)$$

При этом согласно параметру $B_{(1)}$ в дифференциальном уравнении для ортотропного тела с цилиндрической анизотропией $\frac{E_t}{G_{rt}} - 2 \cdot \mu_{rt} \frac{E_t}{E_r} = B_{(1)}$ [73].

Известно, что по результатам исследований [25] равен $B_{(1)} = 3 - k^2$, тогда $\beta_1 = \sqrt{1 + k^2 + 3 - k^2} = 2$ распределение напряжений аналогичное как в изотропном бруссе. Исследованиями [25] соотношение (2.7.10) подтверждено математически.

Если постоянные упругости удовлетворяют условию:

$$\frac{E_t}{E_r} (1 - 2 \cdot \mu_{rt}) + \frac{E_t}{G_{rt}} = 3 , \quad (2.7.11)$$

тогда $\beta_1 = 2$ и распределение напряжений будет в точности таким же, какое получается в изотропном бруссе.

Если для β_1 подкоренное выражение (2.7.10) преобразовать, то получим из решения [73] тот же самый корень из формулы (2.5.1) раздела 2.5.1, то есть: $\frac{E_t}{E_r} - 2 \cdot \mu_{rt} \cdot \frac{E_t}{E_r} + \frac{E_t}{G_{rt}} = 3$ или при $\frac{E_t}{E_r} = k^2$ получим: $k^2 - 2 \cdot \mu_{rt} \cdot k^2 = 3 - k^2$, что и было нами получено (см. выше формулу) $B_{(1)} = 3 - k^2$ (2.5.1) ранее в теоретических исследованиях [25].

$$\text{Или эта же формула } \beta_1 = \sqrt{1 + k^2 + \frac{1 + 5 \cdot k^2}{3}} = \frac{2\sqrt{1 + 2 \cdot k^2}}{\sqrt{3}} ,$$

$$\text{при } k^2 = 1 \text{ получим то же самое } \beta_1 = \frac{2\sqrt{1 + 2 \cdot k^2}}{\sqrt{3}} .$$

В нашем случае для кирпичной кладки при $k^2 = 0,128$ имеем $B_{(2)} = \frac{1 + 5 \cdot k^2}{3}$ при произвольных направлениях постоянных упругости получаются разные значения β_1 .

Если опорные поверхности горизонтальные (рисунок 2.7.2), то $\varphi = 0$, $\psi = 0$, $\theta = \pi/2$, $\cos(\varphi - \psi) = 0$.

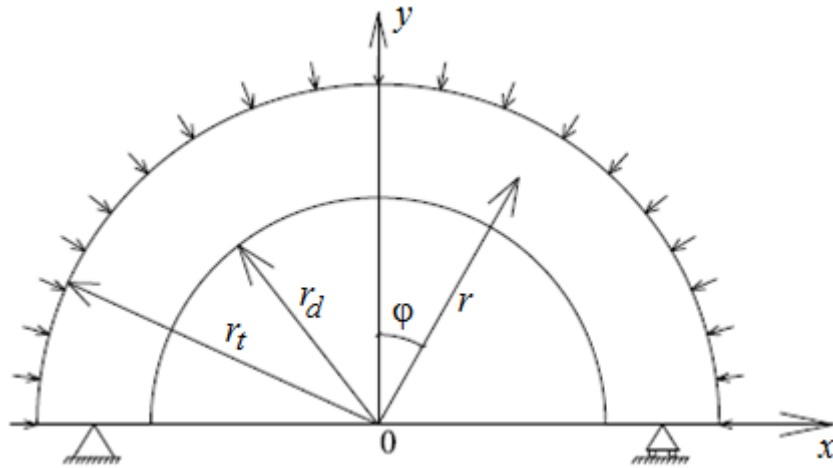


Рис. 2.7.2 – Расчетная схема свода; где $r_t=12,58$ м, $r_d=11,73$ м

Модуль упругости кирпича марки М_к=102, полученный по формуле (2.5.12) $E=12036$ МПа.

Модуль упругости раствора марки М_р=22 по формуле (2.5.13) $E=2140$ МПа.

Модули упругости кирпичной кладки по радиальном и тангенциальном направлении определены по формулам (2.5.16), (2.5.17):

$$E_r=14176 \text{ МПа}; E_t=1816 \text{ МПа.}$$

$$\mu_{rt}=0,15 [139].$$

Значения модуля упругости $E_{x'}$, модуля сдвига $G_{xy'}$, коэффициента Пуассона $\mu_{x'y'}$ в произвольных направлениях определены по формулам (2.5.4÷2.5.9).

Величины действующих нагрузок в замке свода аналитически в системе Mathcad: $q=13,376$ кН.

Величины действующих нагрузок в замке свода ($\varphi=0^\circ$) по таблице 2.2.1, раздела 2.2: $q=30,206$ кН.

По величине нагрузок видно, что нагрузки, полученные в программной системе Mathcad и по таблице 2.2.1 раздела 2.2 отличаются, так как нагрузка от собственного веса учтена по нелинейной части свода.

Для расчета принимаются нагрузки большего значения.

Процесс выполнения расчета приведен в приложениях Б, Б1.

2.7.1. Результаты аналитического расчета с учетом свойств анизотропии

В таблице 2.7.1.1 и на рисунке 2.7.1.1 представлены распределение радиальных σ_r и тангенциальных σ_θ напряжений в зависимости от радиуса r с учетом свойств анизотропии кладки.

Таблица 2.7.1.1 – Зависимости радиальных σ_r и тангенциальных σ_θ напряжений

$\theta=90^\circ$	$B_{(2)} = \frac{1+5k^2}{3}; \beta=1,392$		$B_{(1)} = 3-k^2; \beta=2$	
r (м)	σ_r (МПа)	σ_θ (МПа)	σ_r (МПа)	σ_θ (МПа)
11,73265	0	-0,447166	0	-0,447166
11,94515	-0,008	-0,4471439	-0,008	-0,4471439
12,15765	-0,016	-0,447131	-0,016	-0,447131
12,37015	-0,024	-0,447140	-0,024	-0,447140
12,58265	-0,031	-0,447164	-0,031	-0,447164

На участке при $\alpha \leq \varphi \leq \alpha$, на замке в поперечном сечении свода под углом $\varphi=0$,

$$m = \frac{\sin \theta \cdot \sin(\theta - \psi)}{\cos \psi} = 1, \psi=0$$

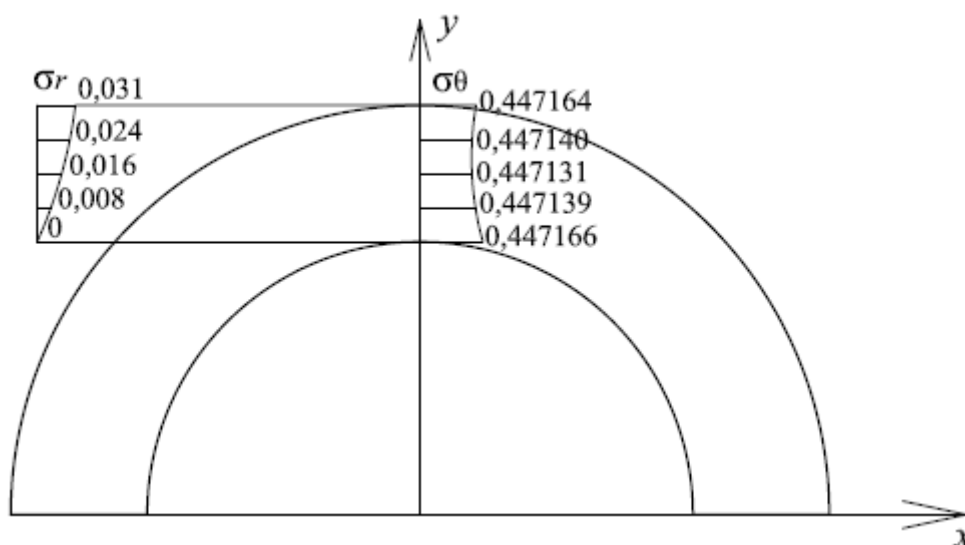


Рисунок 2.7.1.1 – Распределение напряжений σ_r и σ_θ (МПа) в замке свода под углом $\varphi=0$

С учетом постоянных упругости и показателя анизотропии кирпичной кладки был произведен аналитический расчет по теории С.Г. Лехницкого кривого ортотропного бруса с цилиндрической анизотропией по определению напряжений круглой арки. Результаты расчетов показывают, что в замке свода возникает сжимающие напряжения, что форма свода и конструкция пятовых опор оказывает

влияние на распределение напряжений в замковой части. Расчеты при оценке влияния двух параметров упругости доказывают адекватность предлагаемой методики.

2.8. Расчет коробового свода по развернутой формуле методом сил

2.8.1. Общие положения расчета свода

В работе профессора В.А. Киселева [66] представлены выражения для расчета статически неопределимых криволинейных конструкций, при которых интегралы в формулах перемещений выражаются в конечном виде по очертанию участков оси арки.

Каждый свод может быть представлен как система элементарных арок, образующих форму свода и несущих свою нагрузку [18, 92]. Арки представляют собой частный случай свода, его плоскую модель. Распределение нагрузок по элементам на любой стадии работы соответствует возможностям каждого отдельного элемента – его сечению, состоянию материала и т. д., т. е. его несущей способности [17].

Расчетная схема свода приближенно может быть представлена как система независимых параллельных арок. В этом случае, если нагрузка вдоль свода не меняется, то о его несущей способности и деформациях, также можно судить по работе одной элементарной арки (единичной ширины), являющейся, таким образом, приближенной расчетной схемой свода для этого частного случая [17, 91].

По этим соображениям для расчета коробового свода принимаем упрощенную расчетную схему в виде бесшарнирной арки в системе Mathcad. Учитывая симметричность конструкции для выбора основной системы, мысленно разрежем арку посередине в замке и получим две статически определимых криволинейных консоли.

Свод принимаем бесшарнирным, т.е. используем в дальнейших расчетах следующие граничные условия [161]:

$$\text{при } x = -L/2 \text{ (левая пята): } y(-L/2) = 0; \quad v = y'(-L/2) = 0; \quad (2.8.1.1)$$

$$\text{при } x = L/2 \text{ (правая пята): } y(L/2) = 0; \quad v = y'(L/2) = 0.$$

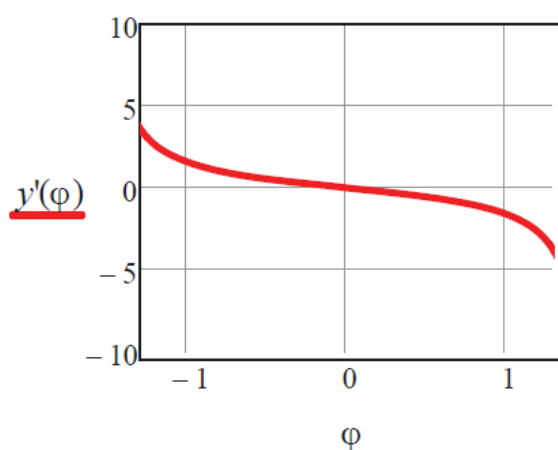
В исследуемом трехцентровом своде на участках с разными радиусами получено равенство первых производных функции оси свода (рис. 2.8.1), т.е. имеют место разрыва во второй производной геометрической оси арки. При этом усилия (изгибающий момент, продольная и поперечная силы) разрывов не имеют, так как момент не связан со второй производной от геометрии, а зависит от изменения кривизны.

Первая производная:

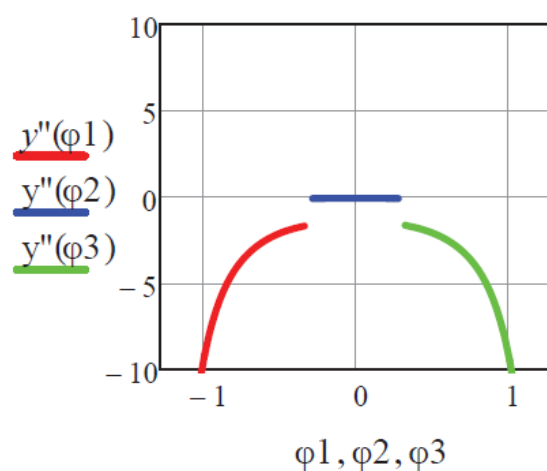
$$y'(\varphi) = \begin{cases} (-\tan(\varphi)), & \text{если } -\pi/2 \leq \varphi < -\alpha \\ (-\tan(\varphi)), & \text{если } -\alpha < \varphi \leq \alpha \\ (-\tan(\varphi)), & \text{если } \alpha < \varphi \leq \pi/2 \end{cases} . \quad (2.8.1.2)$$

Вторая производная:

$$y''(\varphi) = \begin{cases} -\frac{1}{r_1 \cdot \cos(\varphi)^3}, & \text{если } -\pi/2 \leq \varphi < -\alpha \\ -\frac{1}{r_1 \cdot \cos(\varphi)^3}, & \text{если } -\alpha < \varphi \leq \alpha \\ -\frac{1}{r_1 \cdot \cos(\varphi)^3}, & \text{если } \alpha < \varphi \leq \pi/2 \end{cases} \quad (2.8.1.3)$$



а)



б)

Рисунок 2.8.1 – Графики производных

а) график первой производной – функция непрерывна;

б) график второй производной – функция имеет разрывы в точках $-\alpha$ и α

Так как эпюра моментов разрыва не имеет, а напряжения в арке прямо пропорциональны изменению кривизны оси, на стыковых участках с разными радиусами кривизны напряжения практически не изменяются.

2.8.2. Статический расчет свода, очерченной по коробовой кривой в системе Mathcad

Статический расчет трехцентрового коробового свода производится для расчетной схемы, приведенной на рисунке 2.8.2.1.

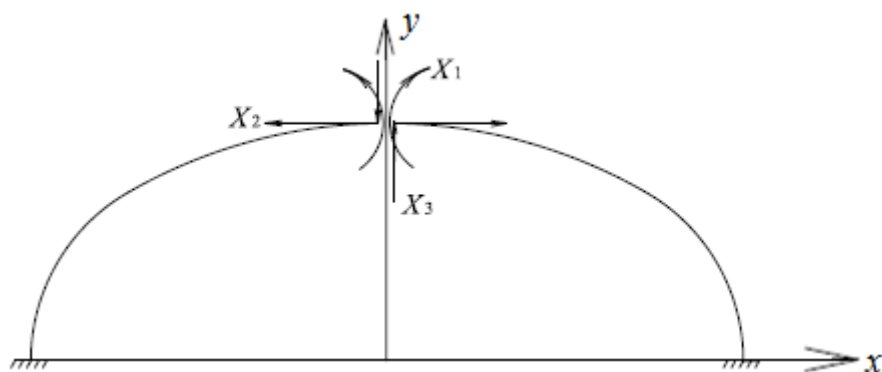


Рисунок 2.8.2.1 – Основная система
 X_1, X_2, X_3 – неизвестные метода сил [18, 21, 71].

1. Вычисление коэффициентов при неизвестных.

Запись выражения для внутренних сил от единичных неизвестных (рисунок 2.8.2.2):

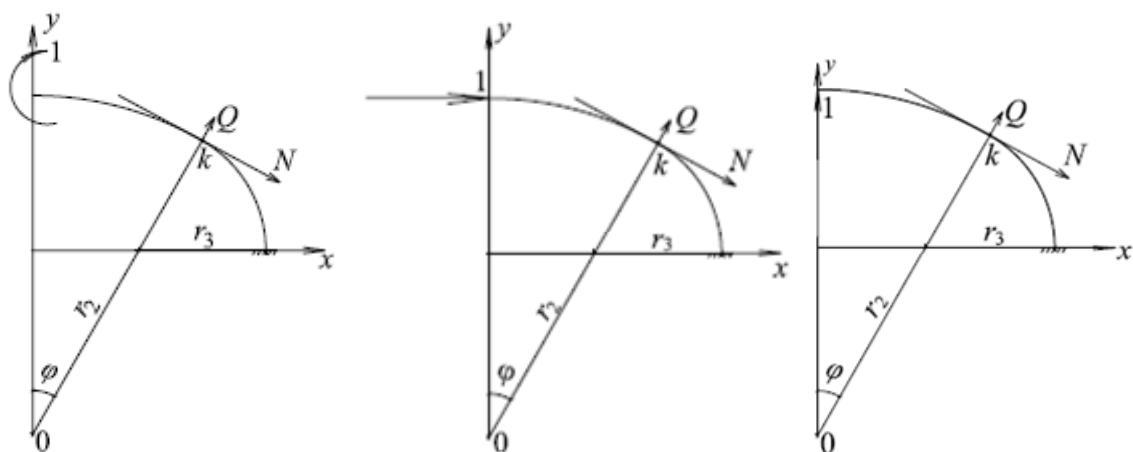


Рисунок 2.8.2.2

$$M_{1k} = 1 = \text{const};$$

$$N_{1k} = 0;$$

$$Q_{1k} = 0.$$

$$M_{2k}(\varphi) = (f - y(\varphi));$$

$$N_{2k} = -\cos\varphi;$$

$$Q_{2k} = \sin\varphi.$$

$$M_{3k} = x;$$

$$N_{3k} = \sin\varphi;$$

$$Q_{3k} = \cos\varphi.$$

Эпюры усилий от единичных сил (рисунок 2.8.2.3):

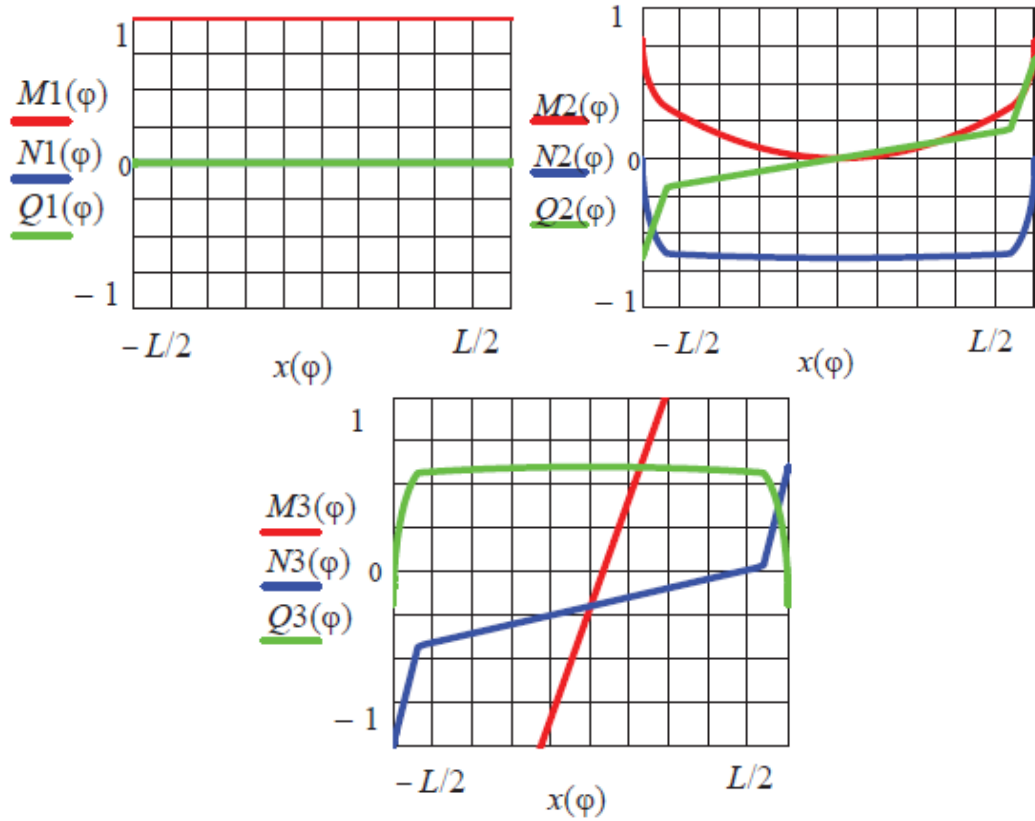


Рисунок 2.8.2.3 – Эпюры внутренних сил от единичных сил

2. Как известно в работах [40, 66] выражение возможной работы Максвелла-Мора и в нашем случае используется перемещения δ_{ik} в виде следующей записи, в которой учтены не только упругое обжатие, но и влияние на искомое перемещение продольных и поперечных сил [59]:

$$\begin{aligned}
 \delta_{ik} = & \sum \int_{\alpha}^{\pi/2} \frac{M_i(\varphi) \cdot M_k(\varphi) \cdot r_1 d\varphi}{EA \cdot r_1^2} + \sum \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{M_i(\varphi) \cdot M_k(\varphi) \cdot r_2 d\varphi}{EA \cdot r_2^2} + \sum \int_{-\pi/2}^{-\alpha} \frac{M_i(\varphi) \cdot M_k(\varphi) \cdot r_1 d\varphi}{EA \cdot r_1^2} + \\
 & + \sum \int_{\alpha}^{\pi/2} \frac{M_i(\varphi) \cdot M_k(\varphi) \cdot r_1 d\varphi}{EJ_{r_1}} + \sum \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{M_i(\varphi) \cdot M_k(\varphi) \cdot r_2 d\varphi}{EJ_{r_2}} + \sum \int_{-\pi/2}^{-\alpha} \frac{M_i(\varphi) \cdot M_k(\varphi) \cdot r_1 d\varphi}{EJ_{r_1}} + \\
 & + \sum \int_{\alpha}^{\pi/2} \frac{N_i(\varphi) \cdot N_k(\varphi) \cdot r_1 d\varphi}{EA} + \sum \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{N_i(\varphi) \cdot N_k(\varphi) \cdot r_2 d\varphi}{EA} + \sum \int_{-\pi/2}^{-\alpha} \frac{N_i(\varphi) \cdot N_k(\varphi) \cdot r_1 d\varphi}{EA} + \\
 & + \mu \cdot \left[\sum \int_{\alpha}^{\pi/2} \frac{Q_i(\varphi) \cdot Q_k(\varphi) \cdot r_1 d\varphi}{GA} + \sum \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{Q_i(\varphi) \cdot Q_k(\varphi) \cdot r_2 d\varphi}{GA} + \sum \int_{-\pi/2}^{-\alpha} \frac{Q_i(\varphi) \cdot Q_k(\varphi) \cdot r_1 d\varphi}{GA} \right] + \\
 & + \sum \int_{\alpha}^{\pi/2} \frac{M_k(\varphi) \cdot N_i(\varphi) \cdot r_1 d\varphi}{EA \cdot r_1} + \sum \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{M_k(\varphi) \cdot N_i(\varphi) \cdot r_2 d\varphi}{EA \cdot r_2} + \sum \int_{-\pi/2}^{-\alpha} \frac{M_k(\varphi) \cdot N_i(\varphi) \cdot r_1 d\varphi}{EA \cdot r_1} + \\
 & + \sum \int_{\alpha}^{\pi/2} \frac{M_i(\varphi) \cdot N_k(\varphi) d\varphi}{EA} + \sum \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{M_i(\varphi) \cdot N_k(\varphi) d\varphi}{EA} + \sum \int_{-\pi/2}^{-\alpha} \frac{M_i(\varphi) \cdot N_k(\varphi) d\varphi}{EA}.
 \end{aligned} \tag{2.8.2.1}$$

Перемещения Δ_{iq} по направлению X_i от заданной нагрузки [40, 59, 66]:

$$\begin{aligned}
 \Delta_{iq} = & \sum \int_a^{\pi/2} \frac{M_i(\varphi) \cdot M_q(\varphi) \cdot r_1 d\varphi}{EA \cdot r_1^2} + \sum \int_{-a}^a \frac{M_i(\varphi) \cdot M_q(\varphi) \cdot r_2 d\varphi}{EA \cdot r_2^2} + \sum \int_{-\pi/2}^{-a} \frac{M_i(\varphi) \cdot M_q(\varphi) \cdot r_1 d\varphi}{EA \cdot r_1^2} + \\
 & + \sum \int_a^{\pi/2} \frac{M_i(\varphi) \cdot M_q(\varphi) \cdot r_1 d\varphi}{EJ_{r_1}} + \sum \int_{-a}^a \frac{M_i(\varphi) \cdot M_q(\varphi) \cdot r_2 d\varphi}{EJ_{r_2}} + \sum \int_{-\pi/2}^{-a} \frac{M_i(\varphi) \cdot M_q(\varphi) \cdot r_1 d\varphi}{EJ_{r_1}} + \\
 & + \sum \int_a^{\pi/2} \frac{N_i(\varphi) \cdot N_q(\varphi) \cdot r_1 d\varphi}{EA} + \sum \int_{-a}^a \frac{N_i(\varphi) \cdot N_q(\varphi) \cdot r_2 d\varphi}{EA} + \sum \int_{-\pi/2}^{-a} \frac{N_i(\varphi) \cdot N_q(\varphi) \cdot r_1 d\varphi}{EA} + \\
 & + \mu \cdot \left[\sum \int_a^{\pi/2} \frac{Q_i(\varphi) \cdot Q_q(\varphi) \cdot r_1 d\varphi}{GA} + \sum \int_{-a}^a \frac{Q_i(\varphi) \cdot Q_q(\varphi) \cdot r_2 d\varphi}{GA} + \sum \int_{-\pi/2}^{-a} \frac{Q_i(\varphi) \cdot Q_q(\varphi) \cdot r_1 d\varphi}{GA} \right] + \\
 & + \sum \int_a^{\pi/2} \frac{N_i(\varphi) \cdot M_q(\varphi) \cdot r_1 d\varphi}{EA \cdot r_1} + \sum \int_{-a}^a \frac{N_i(\varphi) \cdot M_q(\varphi) \cdot r_2 d\varphi}{EA \cdot r_2} + \sum \int_{-\pi/2}^{-a} \frac{N_i(\varphi) \cdot M_q(\varphi) \cdot r_1 d\varphi}{EA \cdot r_1} + \\
 & + \sum \int_a^{\pi/2} \frac{M_i(\varphi) \cdot N_q(\varphi) d\varphi}{EA} + \sum \int_{-a}^a \frac{M_i(\varphi) \cdot N_q(\varphi) d\varphi}{EA} + \sum \int_{-\pi/2}^{-a} \frac{M_i(\varphi) \cdot N_q(\varphi) d\varphi}{EA}.
 \end{aligned} \tag{2.8.2.2}$$

Решение системы канонических уравнений в реализуемой программе представлено в матричной форме:

$$X = -D^{-1} \cdot D_f, \tag{2.8.2.3}$$

где D – матрица коэффициентов при неизвестных;

D_f – матрица свободных членов системы канонических уравнений.

После определения неизвестных на основании принципа независимости действия сил определяются усилия в сечениях свода: [18, 40, 64, 66]:

$$\begin{aligned}
 M(\varphi) &= M_1(\varphi) \cdot X_1 + M_2(\varphi) \cdot X_2 + M_3(\varphi) \cdot X_3 + M_q(\varphi); \\
 N(\varphi) &= N_1(\varphi) \cdot X_1 + N_2(\varphi) \cdot X_2 + N_3(\varphi) \cdot X_3 + N_q(\varphi); \\
 Q(\varphi) &= Q_1(\varphi) \cdot X_1 + Q_2(\varphi) \cdot X_2 + Q_3(\varphi) \cdot X_3 + Q_q(\varphi).
 \end{aligned} \tag{2.8.2.4}$$

Нормальные напряжения в любом сечении оси свода определяются по известной формуле [21, 40, 48, 64, 66]:

$$\sigma = \frac{N(\varphi)}{A} \pm \frac{M_z(\varphi) \cdot y}{J_{ri}}, \tag{2.8.2.5}$$

где $N(\varphi)$ – наибольшая продольная сила в сечении;

$M_z(\varphi)$ – наибольший изгибающий момент в сечении;

A – площадь поперечного сечения;

J_{ri} – момент инерции сечения.

Для расчета касательных напряжений используется известная формула Журавского [21]:

$$\tau_{r\theta} = \frac{Q(\varphi) \cdot S_x}{J_{ri} \cdot b},$$

где $Q(\varphi)$ – поперечная сила в сечении;

b – ширина сечения;

S_x – статический момент.

Для более строгой оценки влияния внутренних усилий, был проведен расчет свода с использованием аналитического метода в программной системе Mathcad. Для аналитического построения оси коробовой кривой заданы пролет L и стрела подъема f свода, полученные по реальным обмерам.

Сложность геометрии сводов (трехцентровая кривая) не позволяет использовать ручной расчет – выбран Mathcad.

Расчет приведен в **приложении В**.

2.8.3. Результаты аналитического расчета по методу сил

На рисунках 2.8.3.1÷2.8.3.3 проиллюстрированы распределения нормальных σ_θ и касательных $\tau_{r\theta}$ напряжений в зависимости от радиуса с учетом временной нагрузки в Mathcad.

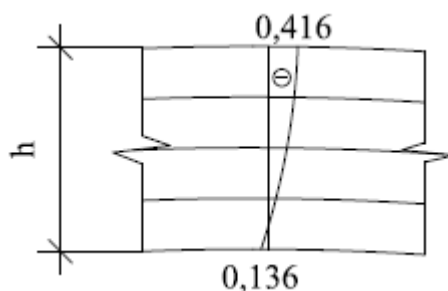


Рисунок 2.8.3.1 – Распределение нормальных напряжений σ_θ (МПа) в замке свода

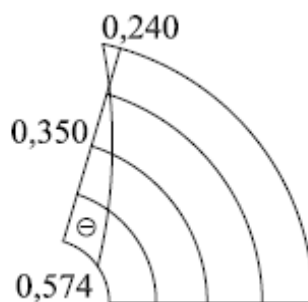


Рисунок 2.8.3.2 – Распределение нормальных напряжений σ_θ (МПа) на пересечении двух кривых

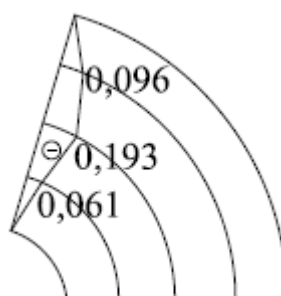


Рисунок 2.8.3.3 – Распределение касательных напряжений $\tau_{r\theta}$ (МПа) на пересечении двух кривых

Для сравнения данного расчета с другими методами были приняты наибольшие значения напряжений в продольном сечении III-III (см. рис. 2.2.1).

В таблице 2.8.3.1 представлены значения нормальных σ_θ напряжений от действия временно дополнительной нагрузки.

Таблица 2.8.3.1 – Результаты вычисления напряжений σ_θ на пересечении двух кривых

F , (кН/м)	σ_θ , МПа в зависимости от r_t	σ_θ , МПа в зависимости от r_d
св,з,в.п.	-0,538	0,222
2	-0,545	0,226
4	-0,553	0,230
6	-0,560	0,233
8	-0,567	0,238
10	-0,574	0,240

где св – собственный вес свода;
з – вес забутки; в.п. – вес пола

Проверка прочности свода на пересечении двух кривых у опор с учетом деформаций сдвига, сжатия и изгиба.

$$\sigma_\theta = -0,574 \text{ МПа}; \sigma_r = -0,350 \text{ МПа}; \tau_{r\theta}^2 = 0,193 \text{ МПа}.$$

Для проверки прочности находим главные напряжения, через найденные нами ранее нормальные и касательные напряжения [21, 51]:

$$\sigma_{1,3} = \frac{\sigma_{\theta} + \sigma_r}{2} \pm \sqrt{(\sigma_{\theta} - \sigma_r)^2 + 4 \cdot \tau_{r\theta}^2}, \quad (2.8.3.1)$$

$$\text{где } \sigma_1 = \frac{\sigma_{\theta} + \sigma_r}{2} + \sqrt{(\sigma_{\theta} - \sigma_r)^2 + 4 \cdot \tau_{r\theta}^2} = 0,240 \text{ МПа},$$

$$\sigma_3 = \frac{\sigma_{\theta} + \sigma_r}{2} - \sqrt{(\sigma_{\theta} - \sigma_r)^2 + 4 \cdot \tau_{r\theta}^2} = 0,685 \text{ МПа}.$$

Для анализа прочности удобно пользоваться теорией прочности Мора:

$$\sigma_{\text{экв.}}^{\text{Мора}} = \sigma_1 - \nu \cdot \sigma_3 \leq [\sigma], \quad (2.8.3.2)$$

$$\text{где } \nu = \frac{\sigma_B^{\text{рас.}}}{\sigma_B^{\text{с.}}} = \frac{0,25}{1,07} = 0,233 \text{ – коэффициент хрупкости;}$$

$\sigma_B^{\text{рас.}} = 0,25 \text{ МПа}$ – предел прочности кирпичной кладки при растяжении (см. раздел 2.4);

$\sigma_B^{\text{с.}} = 1,07 \text{ МПа}$ – предел прочности кирпичной кладки при сжатии (см. раздел 2.4).

Следовательно,

$$\sigma_{\text{экв.}}^{\text{Мора}} = |0,240 + 0,233 \cdot 0,695| \leq [\sigma],$$

откуда

$$\sigma_{\text{экв.}}^{\text{Мора}} = 0,4 \leq [1,07] \text{ МПа}.$$

Таким образом, по теории Мора, условие прочности кирпичной кладки при сдвиге с изгибом и сжатием на пересечении двух кривых в опорной части выполняется.

Величина дополнительной нагрузки, по результатам расчета методом сил, составляет $F_{\text{max}} = 10 \text{ кН/м}$ на полосу с шириной в один метр.

2.9. Пример расчета свода методом сил с использованием классической и расширенной формулам Максвелла-Мора

Общепринятый способ расчета методом сил производился по известной классической формуле Максвелла-Мора [15]:

$$\delta_{ik} = \sum_m \int_0^l \frac{N_i N_k}{EA} ds + \sum_m \int_0^l \frac{M_i M_k}{EI} ds + \sum_m \eta \int_0^l \frac{Q_i Q_k}{GA} ds, \quad (2.9.1)$$

$$\Delta_{iq} = \sum_m \int_0^l \frac{N_i N_q}{EA} ds + \sum_m \int_0^l \frac{M_i M_q}{EI} ds + \sum_m \eta \int_0^l \frac{Q_i Q_q}{GA} ds, \quad (2.9.2)$$

которые в принятой системе координат (рис. 2.9.1) принимают вид [59]:

$$\begin{aligned} \delta_{ik} = & \sum \int_{\alpha}^{\pi/2} \frac{M_i(\varphi) \cdot M_k(\varphi) \cdot r_1 d\varphi}{EJ_{r_1}} + \sum \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{M_i(\varphi) \cdot M_k(\varphi) \cdot r_2 d\varphi}{EJ_{r_2}} + \sum \int_{-\pi/2}^{-\alpha} \frac{M_i(\varphi) \cdot M_k(\varphi) \cdot r_1 d\varphi}{EJ_{r_1}} + \\ & + \sum \int_{\alpha}^{\pi/2} \frac{N_i(\varphi) \cdot N_k(\varphi) \cdot r_1 d\varphi}{EA} + \sum \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{N_i(\varphi) \cdot N_k(\varphi) \cdot r_2 d\varphi}{EA} + \sum \int_{-\pi/2}^{-\alpha} \frac{N_i(\varphi) \cdot N_k(\varphi) \cdot r_1 d\varphi}{EA} + \quad ; \quad (2.9.3) \\ & + \mu \cdot \left[\sum \int_{\alpha}^{\pi/2} \frac{Q_i(\varphi) \cdot Q_k(\varphi) \cdot r_1 d\varphi}{GA} + \sum \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{Q_i(\varphi) \cdot Q_k(\varphi) \cdot r_2 d\varphi}{GA} + \sum \int_{-\pi/2}^{-\alpha} \frac{Q_i(\varphi) \cdot Q_k(\varphi) \cdot r_1 d\varphi}{GA} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta_{iq} = & + \sum \int_{\alpha}^{\pi/2} \frac{M_i(\varphi) \cdot M_q(\varphi) \cdot r_1 d\varphi}{EJ_{r_1}} + \sum \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{M_i(\varphi) \cdot M_q(\varphi) \cdot r_2 d\varphi}{EJ_{r_2}} + \sum \int_{-\pi/2}^{-\alpha} \frac{M_i(\varphi) \cdot M_q(\varphi) \cdot r_1 d\varphi}{EJ_{r_1}} + \\ & + \sum \int_{\alpha}^{\pi/2} \frac{N_i(\varphi) \cdot N_q(\varphi) \cdot r_1 d\varphi}{EA} + \sum \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{N_i(\varphi) \cdot N_q(\varphi) \cdot r_2 d\varphi}{EA} + \sum \int_{-\pi/2}^{-\alpha} \frac{N_i(\varphi) \cdot N_q(\varphi) \cdot r_1 d\varphi}{EA} + \quad . \quad (2.9.4) \\ & + \mu \cdot \left[\sum \int_{\alpha}^{\pi/2} \frac{Q_i(\varphi) \cdot Q_q(\varphi) \cdot r_1 d\varphi}{GA} + \sum \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{Q_i(\varphi) \cdot Q_q(\varphi) \cdot r_2 d\varphi}{GA} + \sum \int_{-\pi/2}^{-\alpha} \frac{Q_i(\varphi) \cdot Q_q(\varphi) \cdot r_1 d\varphi}{GA} \right] \end{aligned}$$

Сравнение результатов расчета бесшарнирной коробовой арки методом сил при использовании трехчленной и развернутой формул Максвелла-Мора для различных загрузений приведено в таблицах 2.9.1 – 2.9.10 и на рисунках 2.9.1 – 2.9.4.

Загружение 1. Действие нагрузки от собственного веса перекрытия.

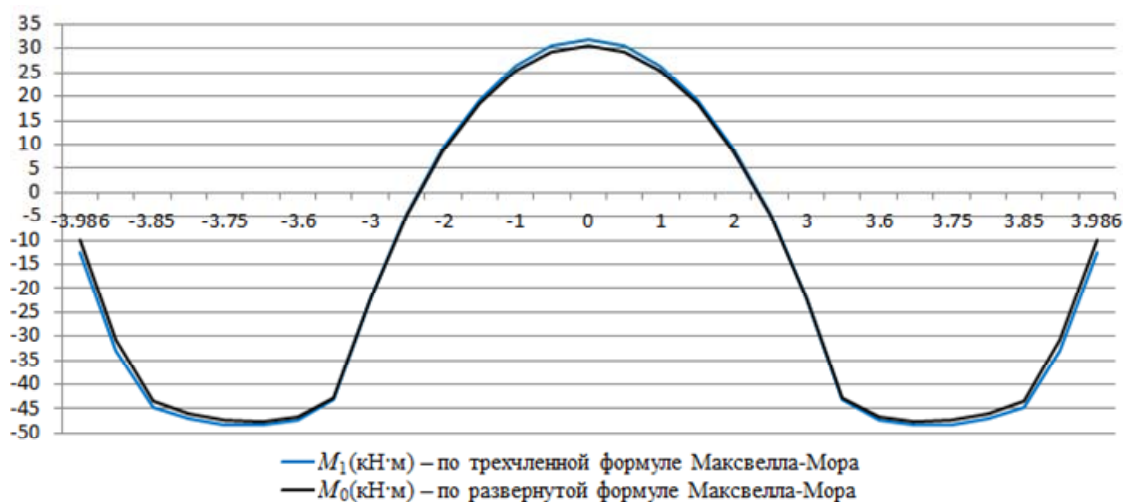


Рисунок 2.9.1 – Эпюры изгибающих моментов M (кН·м) для загрузки 1

Таблица 2.9.1 – Сравнение значений изгибающих моментов для загрузки 1

x (м)	M_1 (кН·м)	M_0 (кН·м)	%
0	31,772	30,53	3,91
0,5	30,427	29,219	3,97
1	26,339	25,234	4,197
1,5	19,359	18,425	4,824
2	9,222	8,53	7,51
2,5	-4,424	-4,804	8,594
3	-22,046	-22,041	0,023
3,478	-43,128	-42,685	1,028
3,85	-44,685	-43,367	2,948
3,986	-12,710	-10,005	21,283

M_1 – по трехчленной формуле Максвелла-Мора;

M_0 – по развернутой формуле Максвелла-Мора

Таблица 2.9.2 – Сравнение значений продольных и поперечных сил для загрузки 1

x (м)	N_1 (кН·м)	N_0 (кН·м)	%	Q_1 (кН)	Q_0 (кН)	%
0	-103,147	-106,464	3,216	0	0	0
0,5	-103,457	-106,771	3,203	-5,399	-5,263	2,526
1	-104,406	-107,712	3,166	-11,007	-10,735	2,478
1,5	-106,058	-109,35	3,104	-17,029	-16,621	2,395
2	-108,519	-111,79	3,015	-23,667	-23,121	2,306
2,5	-111,935	-115,181	2,9	-31,104	-30,422	2,193
3	-116,501	-119,715	2,759	-39,517	-38,699	2,071
3,478	-122,159	-125,337	2,602	-47,727	-46,778	1,988
3,85	-140,915	-142,865	1,384	30,341	33,024	8,843
3,986	-112,435	-112,435	0	103,147	106,464	3,216

N_1, Q_1 – по трехчленной формуле Максвелла-Мора;

N_0, Q_0 – по развернутой формуле Максвелла-Мора

Загружение 2. Действие нагрузки от собственного веса перекрытия и полезной нагрузки по всему пролету.

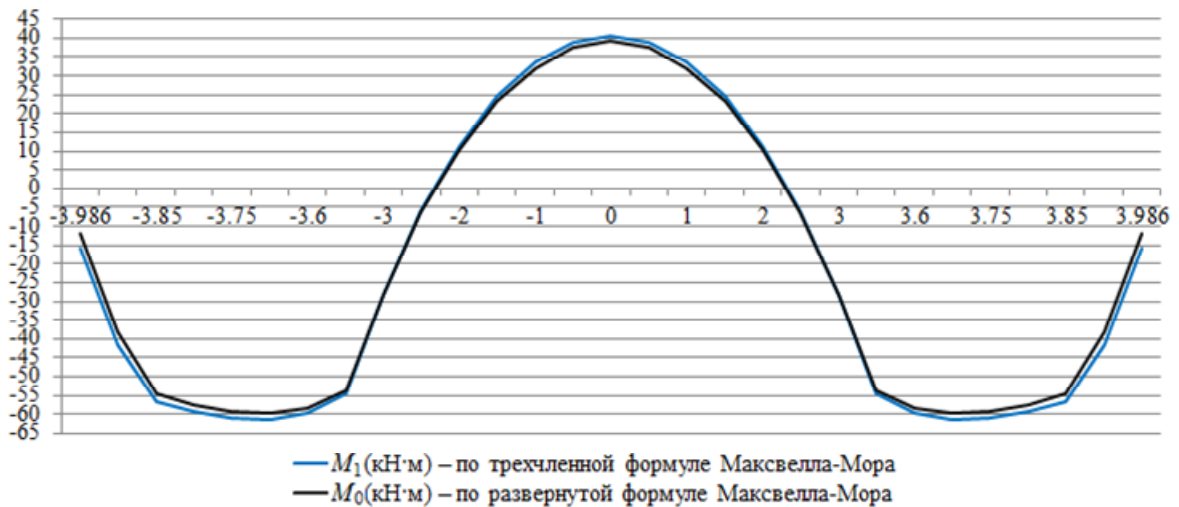


Рисунок 2.9.2 – Эпюры изгибающих моментов M (кН·м) для загрузки 2

Таблица 2.9.3 – Сравнение значений изгибающих моментов для загрузки 2

x (м)	M_1 (кН·м)	M_0 (кН·м)	%
0	40,738	39,117	3,98
0,5	38,966	37,395	4,032
1	33,602	32,181	4,228
1,5	24,495	23,326	4,772
2	11,396	10,581	7,15
2,5	-6,042	-6,399	5,899
3	-28,271	-28,062	0,739
3,478	-54,501	-53,649	1,563
3,85	-56,488	-54,353	3,779
3,986	-15,888	-11,716	26,255

M_1 – по трехчленной формуле Максвелла-Мора;

M_0 – по развернутой формуле Максвелла-Мора

Таблица 2.9.4 – Сравнение значений продольных и поперечных сил для загрузки 2

x (м)	N_1 (кН·м)	N_0 (кН·м)	%	Q_1 (кН)	Q_0 (кН)	%
0	-131,027	-135,895	3,715	0	0	0
0,5	-131,430	-136,294	3,7	-7,103	-6,903	2,818
1	-132,661	-137,512	3,657	-14,4	-14	2,78
1,5	-134,781	-139,612	3,584	-22,081	-21,480	2,72
2	-137,896	-142,697	3,482	-30,335	-29,534	2,64
2,5	-142,152	-146,916	3,351	-39,329	-38,328	2,545
3	-147,742	-152,459	3,193	-49,223	-48,022	2,44
3,478	-154,55	-159,214	3,018	-58,763	-57,371	2,37
3,85	-175,074	-177,935	1,635	39,980	43,917	9,848
3,986	-135,175	-135,175	0	131,027	135,895	3,715

N_1 , Q_1 – по трехчленной формуле Максвелла-Мора;

N_0 , Q_0 – по развернутой формуле Максвелла-Мора

Загружение 3. Действие нагрузки от собственного веса перекрытия и полезной нагрузки по правому полупролету.

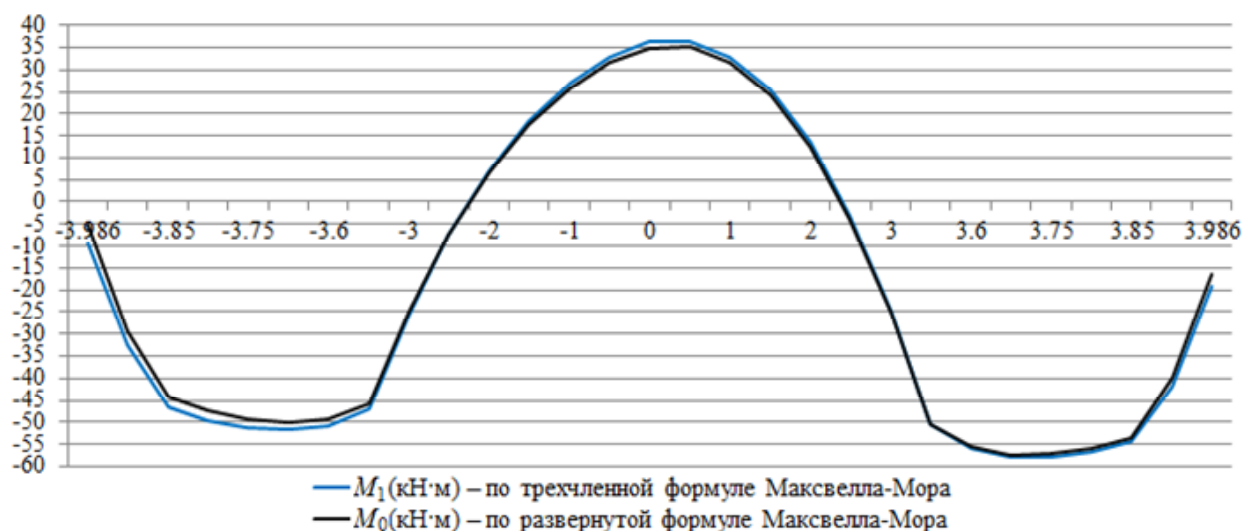


Рисунок 2.9.3 – Эпюры изгибающих моментов M (кН·м) для загружения 3

Таблица 2.9.5 – Сравнение значений изгибающих моментов для загружения 3

x (м)	M_1 (кН·м)	M_0 (кН·м)	%	x (м)	M_1 (кН·м)	M_0 (кН·м)	%
-3,986	-9,432	-5,184	45,041	0	36,255	34,823	3,95
-3,85	-46,632	-44,124	5,379	0,5	36,572	35,081	4,078
-3,478	-47,088	-45,734	2,876	1,0	33,008	31,542	4,442
-3	-25,714	-24,997	2,787	1,5	25,412	24,059	5,337
-2,5	-7,479	-7,339	1,868	2,0	13,532	12,272	8,573
-2,0	7,086	6,739	4,902	2,5	-2,987	-3,864	29,334
-1,5	18,439	17,692	4,049	3,0	-24,603	-25,105	2,043
-1	26,933	25,873	3,935	3,478	-50,541	-50,6	1,988
-0,5	32,821	31,533	3,924	3,85	-54,541	-53,597	0,117
0	36,255	34,823	3,95	3,986	-16,166	-16,573	13,713

M_1 – по трехчленной формуле Максвелла-Мора;

M_0 – по развернутой формуле Максвелла-Мора

Таблица 2.9.6 – Сравнение значений продольных сил для загружения 3

x (м)	N_1 (кН)	N_0 (кН)	%	x (м)	N_1 (кН)	N_0 (кН)	%
-3,986	-116,899	116,696	0,174	0	-117,087	-121,179	3,495
-3,85	-152,722	-154,963	1,468	0,5	-117,319	-121,416	3,492
-3,478	-136,793	-140,656	2,824	1,0	-118,401	-122,496	3,459
-3	-131,111	-135,027	2,986	1,5	-120,397	-124,482	3,394
-2,5	-123,495	-135,027	3,133	2,0	-123,411	-127,481	3,298
-2,0	-123,003	-127,006	3,254	2,5	-127,592	-131,639	3,171
-1,5	-120,443	-124,479	3,351	3,0	-133,132	-137,147	3,016
-1	-118,666	-121,728	3,423	3,478	-139,916	-143,895	2,844
-0,5	-117,568	-121,649	3,471	3,85	-163,267	-165,837	1,574
0	-117,087	-121,179	3,495	3,986	-130,711	-130,914	0,155

N_1 – по трехчленной формуле Максвелла-Мора;

N_0 – по развернутой формуле Максвелла-Мора

Таблица 2.9.7 – Сравнение значений поперечных сил для загрузки 3

x (м)	Q_1 (кН)	Q_0 (кН)	%	x (м)	Q_1 (кН)	Q_0 (кН)	%
-3,986	-117,09	-121,18	3,495	0	4,464	-4,261	4,552
-3,85	-38,993	-42,423	8,796	0,5	-3,216	-3,215	0,333
-3,478	48,016	46,6507	2,844	1,0	-11,098	-10,964	1,208
-3	40,403	39,1967	2,987	1,5	-19,371	-19,067	1,565
-2,5	32,606	31,566	3,191	2,0	-28,225	-27,752	1,675
-2,0	25,776	24,903	3,389	2,5	-37,827	-37,184	1,699
-1,5	19,740	19,034	3,579	3,0	-48,337	-47,524	1,682
-1	14,31	13,771	3,767	3,478	-58,474	-57,498	1,669
-0,5	9,286	8,915	3,999	3,85	31,328	34,519	10,185
0	4,464	4,261	4,552	3,986	117,087	121,179	3,495

Q_1 – по трехчленной формуле Максвелла-Мора;

Q_0 – по развернутой формуле Максвелла-Мора

Загрузка 4. Действие нагрузки от собственного веса перекрытия и временной сосредоточенной нагрузки в правом полупролете.

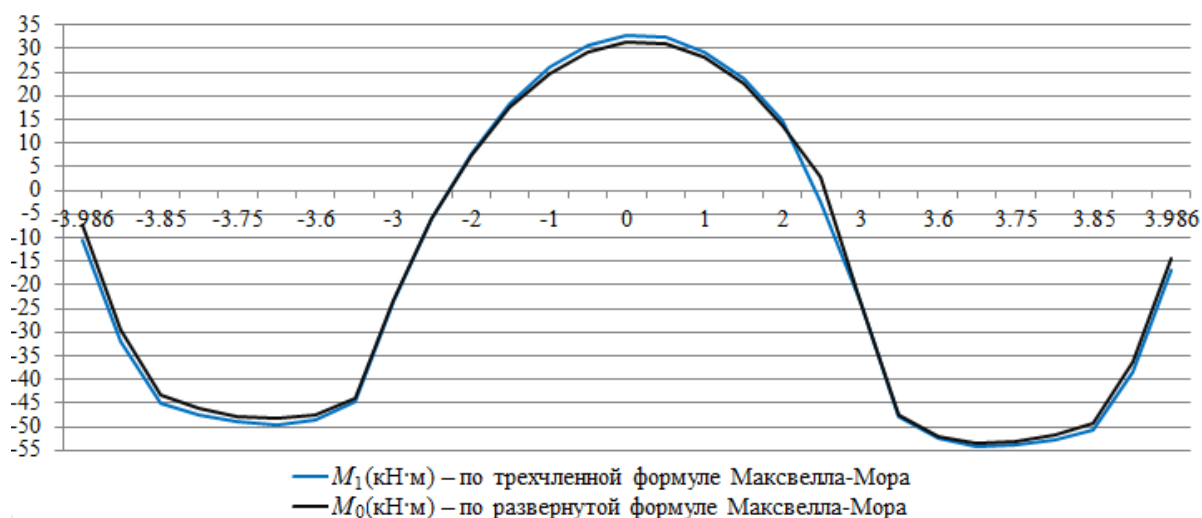
Рисунок 2.9.4 – Эпюры изгибающих моментов M (кН·м) для загрузки 4

Таблица 2.9.8 – Сравнение значений изгибающих моментов для загрузки 4

x (м)	M_1 (кН·м)	M_0 (кН·м)	%	x (м)	M_1 (кН·м)	M_0 (кН·м)	%
-3,986	-10,538	-7,23	31,392	0	32,798	31,493	3,98
-3,85	-45,047	-43,269	3,947	0,5	32,363	31,059	4,029
-3,478	-44,604	-43,811	1,779	1,0	29,322	28,094	4,187
-3	-23,59	-23,311	1,181	1,5	23,524	22,448	4,575
-2,5	-5,893	-6,072	3,047	2,0	14,711	13,863	5,765
-2,0	7,974	7,416	6,998	2,5	-2,471	-3,013	21,942
-1,5	18,47	17,611	4,649	3,0	-23,484	-23,640	0,667
-1	25,953	24,870	4,172	3,478	-47,668	-47,379	0,606
-0,5	30,678	29,447	4,013	3,85	-50,578	-49,358	2,411
0	32,798	31,493	3,98	3,986	-16,97	-14,241	16,085

M_1 – по трехчленной формуле Максвелла-Мора;

M_0 – по развернутой формуле Максвелла-Мора

Таблица 2.9.9 – Сравнение значений продольных сил для загрузки 4

x (м)	N_1 (кН)	N_0 (кН)	%	x (м)	N_1 (кН)	N_0 (кН)	%
-3,986	-114,12	-114,047	0,064	0	-109,752	-113,386	3,311
-3,85	-146,16	-148,238	1,421	0,5	-109,987	-113,62	3,303
-3,478	-128,97	-132,431	2,683	1	-110,851	-114,477	3,272
-3	-123,317	-126,821	2,841	1,5	-112,405	-116,02	3,216
-2,5	-118,746	-122,286	2,982	2	-116,402	-119,998	3,089
-2	-115,311	-118,883	3,098	2,5	-120,109	-123,68	2,973
-1,5	-112,821	-116,418	3,188	3	-124,954	-128,493	2,832
-1	-111,128	-114,743	3,253	3,478	-130,867	-134,369	2,676
-0,5	-110,126	-113,753	3,294	3,85	-151,525	-153,72	1,449
0	-109,752	-113,386	3,311	3,986	-120,751	-120,823	0,06

N_1 – по трехчленной формуле Максвелла-Мора;

N_0 – по развернутой формуле Максвелла-Мора

Таблица 2.9.10 – Сравнение значений поперечных сил для загрузки 4

x (м)	Q_1 (кН)	Q_0 (кН)	%	x (м)	Q_1 (кН)	Q_0 (кН)	%
-3,986	-109,75	-113,39	3,311	0	1,684	1,612	4,307
-3,85	-34,694	-37,676	8,594	0,5	-3,445	-3,368	2,234
-3,478	47,451	46,342	2,337	1	-8,786	-8,559	2,579
-3	39,52	38,553	2,447	1,5	-14,543	-14,166	2,587
-2,5	31,394	30,576	2,606	2	-30,782	-30,256	1,709
-2	24,241	23,572	2,761	2,5	-37,884	-37,208	1,785
-1,5	17,887	17,367	2,909	3	-45,946	-45,12	1,798
-1	12,143	11,772	3,057	3,478	-53,805	-52,835	1,803
-0,5	6,811	6,589	3,258	3,85	30,795	33,692	9,405
0	1,684	1,612	4,307	3,986	109,752	113,386	3,311

Q_1 – по трехчленной формуле Максвелла-Мора;

Q_0 – по развернутой формуле Максвелла-Мора

Сравнение вышеприведенных расчетов позволяет сделать вывод о том, что использование расширенной формулы Максвелла-Мора по сравнению с её трехчленным вариантом приводит к значительным изменениям напряженного состояния коробового свода, особенно в его крутой части и при действии несимметричной нагрузки. При этом почти повсеместно уменьшаются значения изгибающих моментов, а значения продольных сил увеличиваются.

Ниже приводится разница усилий, полученных по классической формуле и развернутой формуле Максвелла-Мора в процентном отношении при разных вариантах загрузок.

1. При действии симметричных нагрузок.

Значения изгибающих моментов изменяются в следующих пределах:

- в опорных зонах – от 21,3% до 26,25%;
- в полупролетах и в ключе – от 4% до 8%.

Значения продольных сил изменяются в следующих пределах:

- во всех зонах – от 3% до 4%.

Значения поперечных сил изменяются в следующих пределах:

- во всех зонах – от 3% до 10,2%.

2. При действии несимметричных нагрузок (полезная и временная, в виде сосредоточенной, нагрузки расположены на правой полуарке).

Значения изгибающих моментов изменяются в следующих пределах:

- в опорных зонах левой и правой полуарки – от 13% до 45%;
- в полупролете левой полуарки, в ключе – от 4% до 7%;
- в полупролете правой полуарки – от 21% до 29%.

Значения продольных сил изменяются в следующих пределах:

- в опорных зонах левой и правой полуарки – от 0,15% до 1,4%;
- в полупролете левой и правой полуарки, в ключе – от 3% до 4 %.
- *Значения поперечных сил изменяются в следующих пределах:*
- в опорных зонах левой и правой полуарки – от 3% до 10,2%;
- в полупролете левой полуарки – от 2% до 3,1%;
- в ключе и в полупролете правой полуарки – от 2% до 4,5%.

2.9.1. Пример расчета кривизны свода и смещения нейтральной линии на напряженное состояние

В коробовых сводах, как криволинейных стержнях с большой кривизной, смещается нейтральная линия. Радиус кривизны нейтральной оси находится по формуле, приведенной В.А. Гастевым [21]:

$$r_H = \frac{h}{\ln \frac{r_t}{r_d}}, \quad (2.9.1.1),$$

где $r_t = r + h/2$ – радиус внешнего очертания свода;

$r_d = r - h/2$ – радиус внутреннего очертания.

С учетом влияния кривизны оси свода смещается нейтральная линия, и момент инерции сечения следует определять по формуле [21, 66]:

$$J' = \int_{-h/2}^{h/2} \frac{y^2 \cdot b}{1 + y/r} dy. \quad (2.9.1.2)$$

В таблице 2.9.1.1 приведено сравнение значений моментов инерции с учетом влияния кривизны оси J' и с учетом нейтральной оси J_n свода по формуле (2.9.1.2).

Таблица 2.9.1.1 – Сравнение значений моментов инерции

Крутая часть свода			Пологая часть свода		
J'_1	J_{n1}	%	J'_2	J_{n2}	%
0,063	0,070	10	0,049	0,049	0

Разница результатов при оценке влияния смещения нейтральной оси в пологой части свода составляет 0%, а в крутой части 10%. Несмотря на это из-за взаимодействия пологой и крутой частей свода учет кривизны приводит к значительным изменениям величин усилий в обеих частях свода (таблицы 2.9.1.2, 2.9.1.3).

Таблица 2.9.1.2 – Влияние кривизны на величину изгибающих моментов

x (м)	Без учета кривизны M (кН·м)	С учетом кривизны M (кН·м)	%
0	27,9062	27,678	0,82
0,5	26,7494	26,474	1,039
1	23,2402	22,818	1,848
1,5	17,2626	16,596	4,019
2	8,62262	7,610	13,298
2,5	-2,9516	-4,411	-33,079
3	-17,81	-19,820	-10,141
3,478	-35,481	-38,120	-6,924
3,85	-35,563	-39,45	-9,8526
3,986	-5,2117	-11,084	-52,982

Таблица 2.9.1.3 – Влияние кривизны на величину продольных и поперечных сил

x (м)	Без учета кривизны N (кН)	С учетом кривизны N (кН)	%	x (м)	Без учета кривизны Q (кН)	С учетом кривизны Q (кН)	%
0	-96,024	-91,279	5,20	0	0	0	0
0,5	-96,297	-91,556	5,178	0,5	-4,6407	-4,836	4,035
1	-97,13	-92,401	5,118	1	-9,4386	-9,829	3,971
1,5	-98,572	-93,863	5,017	1,5	-14,548	-15,134	3,868
2	-100,71	-96,025	4,874	2	-20,119	-20,899	3,735
2,5	-103,65	-99,001	4,691	2,5	-26,292	-27,268	3,578
3	-107,54	-102,942	4,467	3	-33,196	-34,367	3,407
3,478	-112,34	-107,782	4,229	3,478	-39,89	-41,247	3,291
3,85	-125,9	-123,102	2,273	3,85	31,2618	33,424	13,992
3,986	-97,174	-97,174	0	3,986	96,0244	91,279	5,1983

В таблицах 2.9.1.2, 2.9.1.3 отражены результаты расчета с учетом влияния кривизны нейтрального слоя на усилия пологой и крутой частей коробовых сводов.

Значения изгибающих моментов изменяются в следующих пределах:

- в опорной (крутой) зоне свода – от 7% до 52% (увеличение);
- в сечениях при $2 \text{ м} < x < 3 \text{ м}$ – до 33% (увеличение);
- в сечениях близких к ключу – до ~ 4% (уменьшение).

Значения продольных сил изменяются в следующих пределах:

- во всех сечениях – до 5% (уменьшение).

Значения поперечных сил изменяются в следующих пределах:

- в опорной (крутой) зоне свода – от 5% до 14% (увеличение);
- в остальных сечениях – до ~ 4% (уменьшение).

Следовательно, влияние кривизны для коробовых сводов следует учитывать и для учета изменения кривизны момент инерции сечения необходимо определять по формуле 2.9.1.2.

2.9.2. Пример аналитического расчета сводов, очерченных по другим кривым с использованием ПК Mathcad

Составленная программа с внесением минимальных изменений может быть применена к расчету для любого очертания арок.

В приложениях Г и Д приведены расчеты двух, наиболее часто встречающихся, типов арочных сводов: параболического и кругового [110] (рисунки 2.9.2.1, 2.9.2.2).

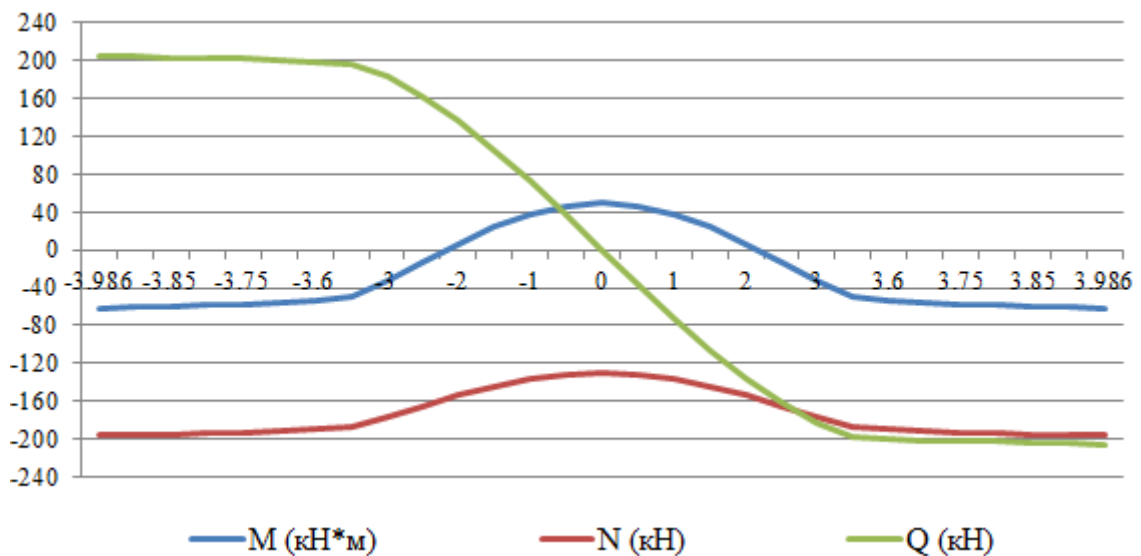


Рисунок 2.9.2.1 – Эпюры усилий арки по круговой кривой

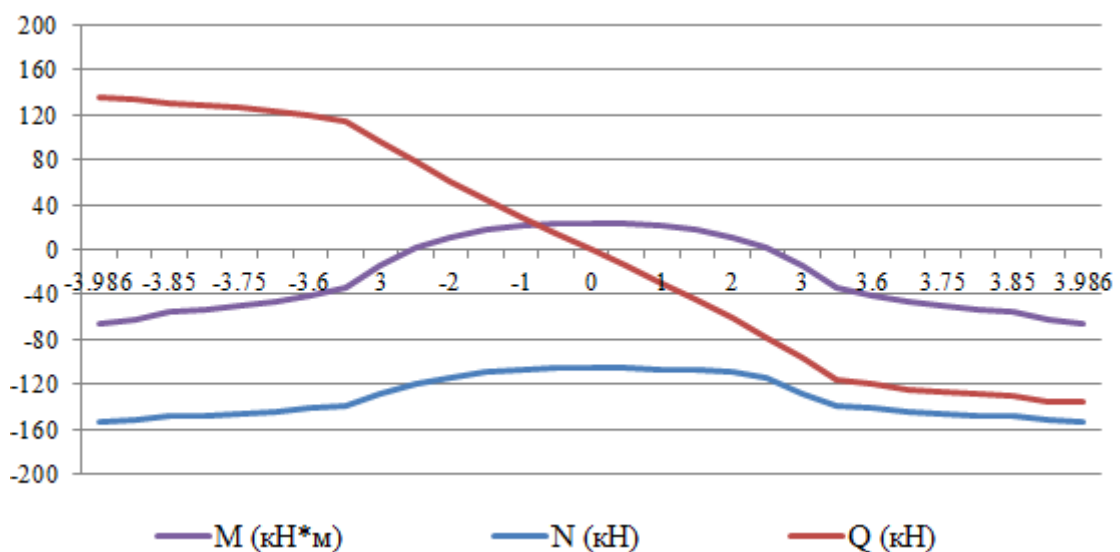


Рисунок 2.9.2.2 – Эпюры усилий в параболической арке

Как видно из полученных результатов, правильный выбор очертания оси арки при проведении обследования значительно влияет на полученные результаты напряженного состояния арки.

Выводы по второй главе

1. На основе известных графоаналитических методов построения кривых, образующих коробовую арку, разработана методика определения геометрических параметров оси трехцентрового коробового свода с использованием программной среды Mathcad. Полученные данные позволяют проводить аналитическое интегрирование при определении перемещений и внутренних усилий.

2. Составлена программа в формате Excel, позволяющая получить уравнения образующей свода для определения геометрических характеристик верхней и нижней поверхностей поперечного сечения свода.

3. На основании полученной зависимости очертания оси разработаны математические модели внешних нагрузок, действующих на свод. Эти нагрузки реализованы в системе Mathcad.

4. Исследованы величины постоянных упругости, используемые для определения модуля деформаций кирпичной кладки коробового свода как для ортотропного материала с цилиндрической анизотропией. Решается конкретная задача по определению величины постоянных упругости при известных параметрах кирпичной кладки, позволяющая качественно оценить физические свойства материала кладки свода. Приведенная методика расчета величины постоянных упругости позволяет упростить решение задачи по определению напряженного состояния коробового свода.

5. Результаты расчетов позволяют добиться, чтобы на стадии проектирования в замковом сечении свод испытывал только сжимающие напряжения (σ_θ , σ_r).

6. Разработан алгоритм аналитического расчета коробовых сводов при действии постоянных нагрузок на основе реальных обмеров свода по развернутой

формуле Максвелла-Мора с последующей их реализацией в системе Mathcad. При расчете коробовых сводов методом сил необходимо использовать развернутую формулу Максвелла-Мора, т.е. учитывать взаимные деформации.

7. Проведен поверочный расчет по методу сил надподвального перекрытия здания с расчетной схемой в виде кирпичного коробового свода с учетом всех действующих нагрузок.

8. Изменение кривизны нейтральной оси бесшарнирного коробового свода оказывает влияние на величину усилий в расчетных сечениях: для изгибающих моментов – до 52% в сторону увеличения в крутой части свода и до 33 % в пролетной части, примыкающей к зоне большой кривизны; для продольных сил – до 5% в сторону уменьшения; для поперечных сил – от 4% до 14% в сторону увеличения.

ГЛАВА 3. ЧИСЛЕННЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ КОРОБОВОГО СВОДА

3.1. Численный расчет на базе конечно-элементной модели в программном комплексе Abaqus 6.14

В программном комплексе Abaqus 6.14 [114] был смоделирован коробовый свод в соответствии с исходными данными, шириной в $b=1$ м, для сравнения аналитического расчета. Была смоделирована забутка для корректного учета ее объемного веса. Расчетная схема свода и забутки в виде конечно-элементной модели представлена на рисунке 3.1.1.

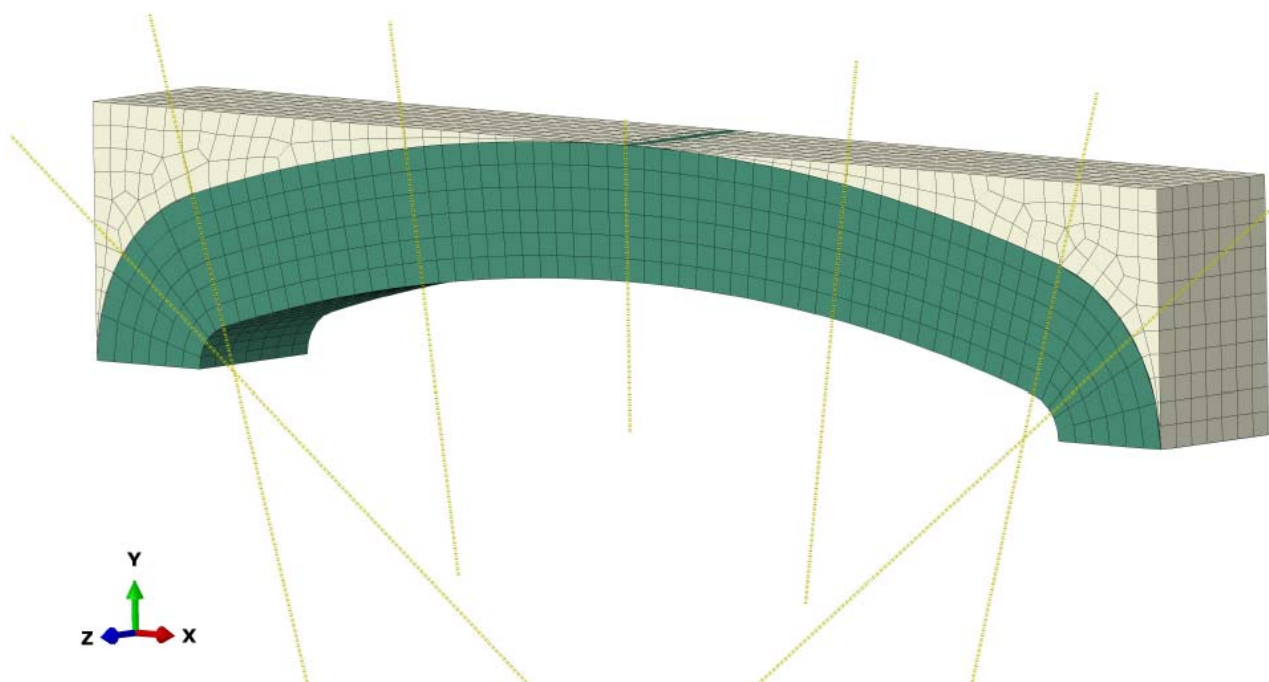


Рисунок 3.1.1 – Расчетная схема свода и забутки в виде конечно-элементной модели

Свод моделировался из четырех жестко соединенных частей: двух частей, образующих пологую часть свода, и двух опорных, соответствующих кривой с малыми радиусами. Схема анизотропии свода была принята цилиндрической ортотропной. Ориентация материала для пологой и опорной частей свода представлена на рисунке 3.1.2.

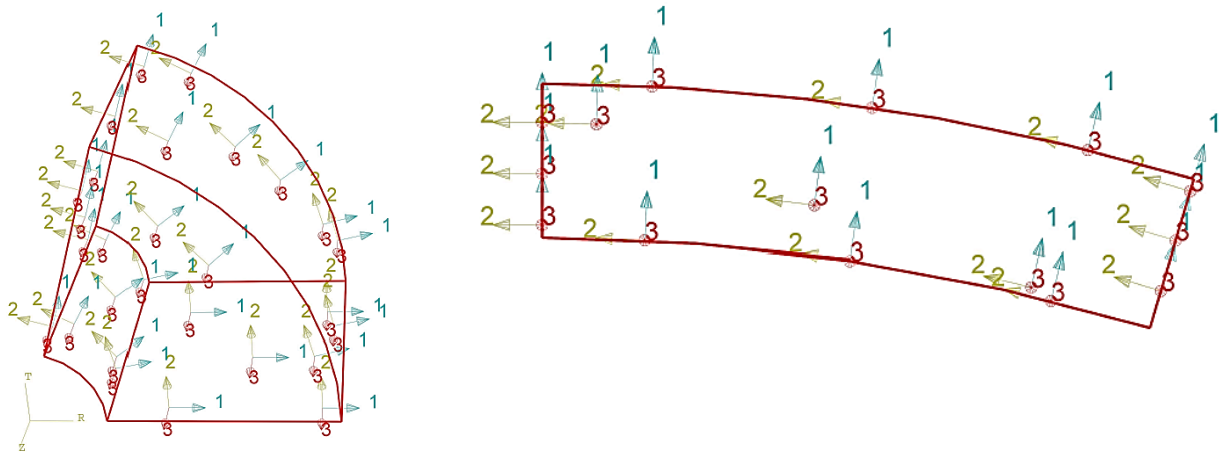


Рисунок 3.1.2 – Ориентация материала для опорной и пологой части свода

Нагрузки представлены на рисунке 3.1.3. Собственный вес в ПК Abaqus 6.14 учитывается через задание гравитации на основе плотности материала кладки. Для учета коэффициента надежности 1,1 гравитационная нагрузка была принята увеличенной на этот коэффициент. Временная нагрузка и нагрузка от пола были приложены на горизонтальную поверхность забутки. Сосредоточенные силы были приложены к забутке по центральной оси конструкции на расстоянии от замка в 2 и 3 м согласно исходным данным.

Граничные условия были приняты на основе конструкции свода: вертикальное закрепление под опорами, закрепление по оси X (см рис. 3.1.3) торцевых граней забутки, и закрепление по оси Z всей конструкции по свободным сторонам (для учета взаимодействия с сопряженными частями конструкции).

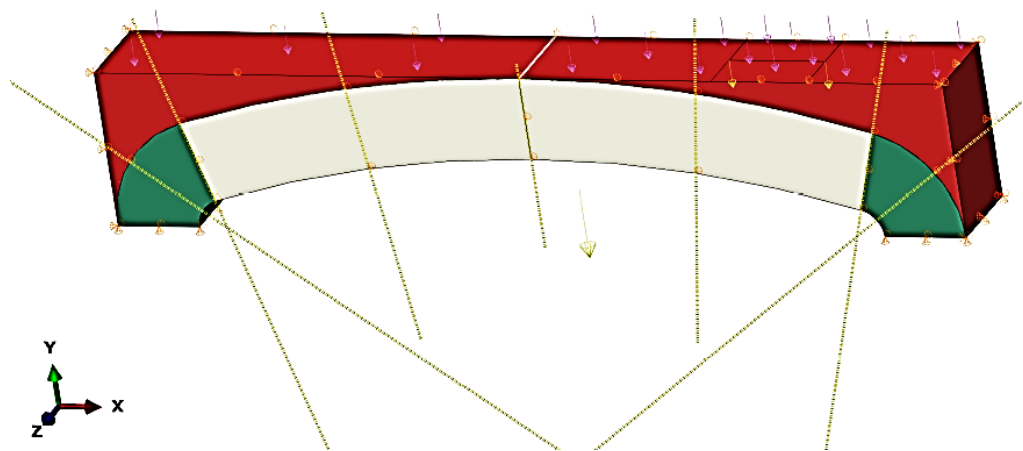


Рисунок 3.1.3 – Нагрузки и граничные условия

Для численного эксперимента расчет производился в 2 этапа. На первом этапе сосредоточенные силы не прикладывались, на втором они были активированы для корректного сравнения напряженно-деформированного состояния свода.

3.2. Результаты численного расчета

- Результаты представлены на рисунках 3.2.1÷3.2.4 (Вариант $B_{(1)} = 3 - k^2$ и сосредоточенные нагрузки в $F_{1,2} = 5$ кН) (все комбинации).

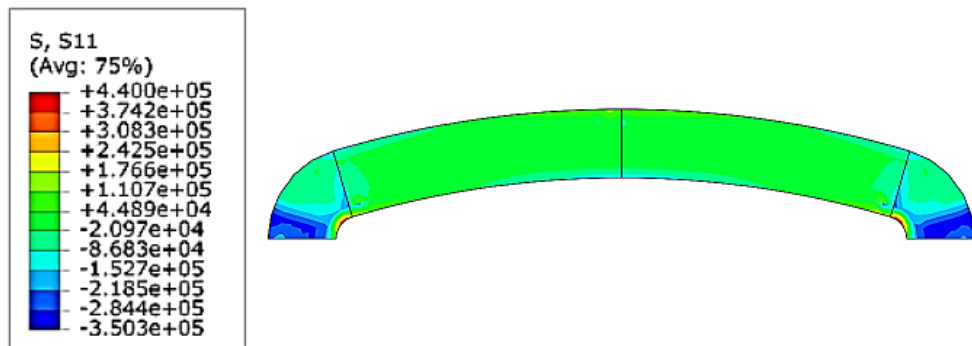


Рисунок 3.2.1 – Изополя радиальных напряжений σ_r , Па

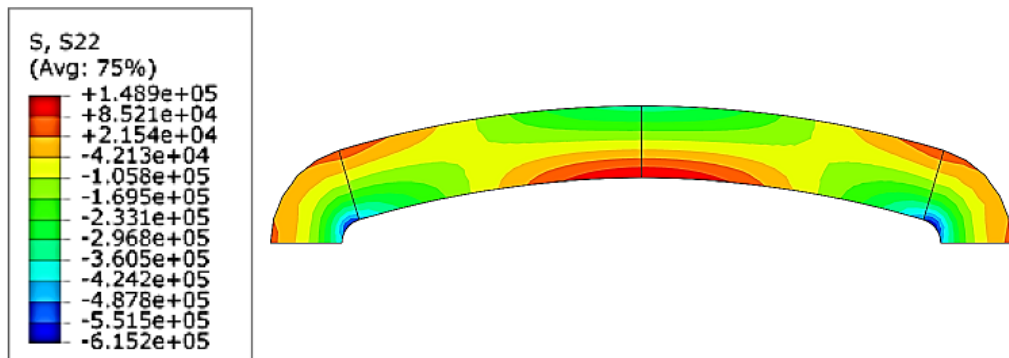


Рисунок 3.2.2 – Изополя тангенциальных напряжений σ_θ , Па

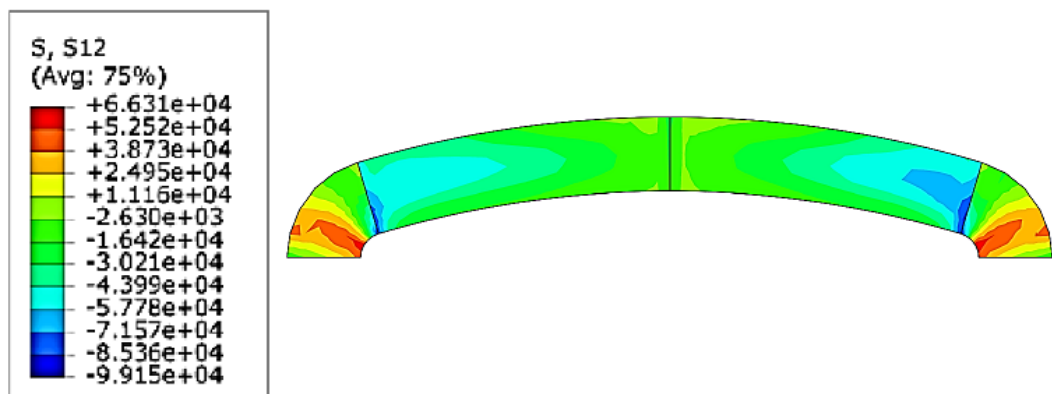


Рисунок 3.2.3 – Изополя касательных напряжений τ_{θ} , Па

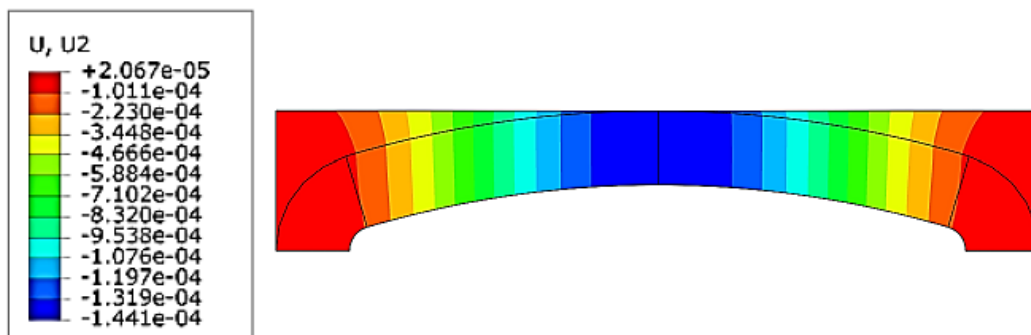
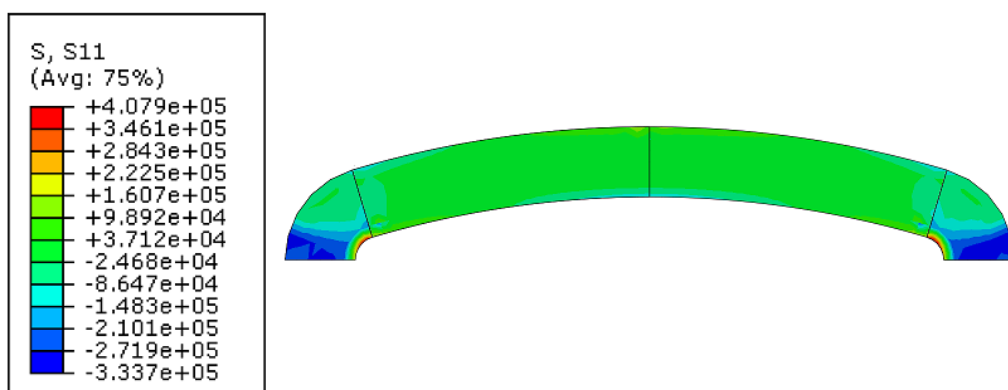
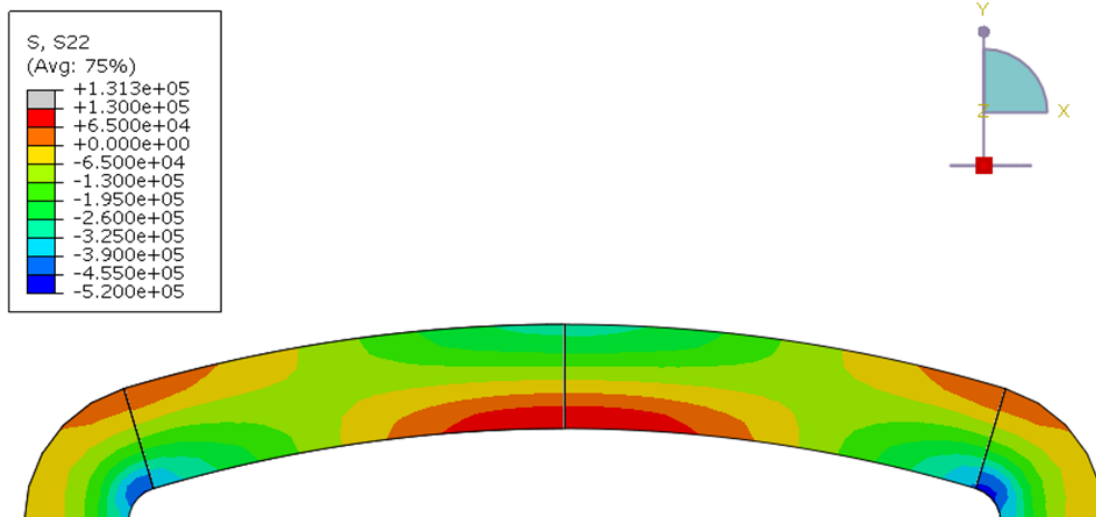


Рисунок 3.2.4 – Вертикальные перемещения в конструкции

Графика из Абакуса для $B_{(2)} = \frac{1+5k^2}{3}$, $F_{1,2}=5$ кН (рисунки 3.2.5÷3.2.8):

Рисунок 3.2.5 – Изополя радиальных напряжений σ_r , ПаРисунок 3.2.6 – Изополя тангенциальных напряжений σ_θ , Па

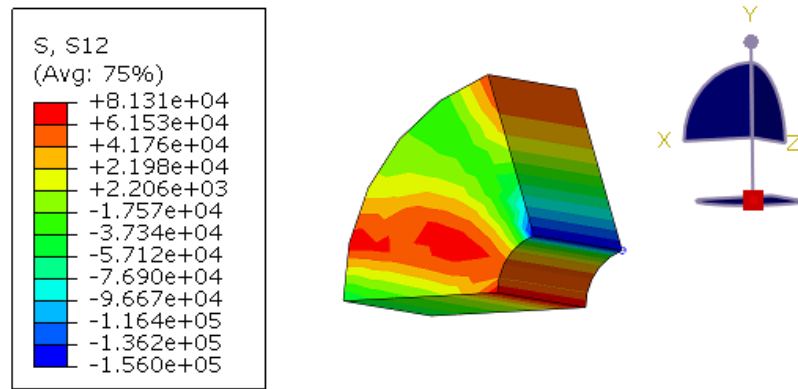
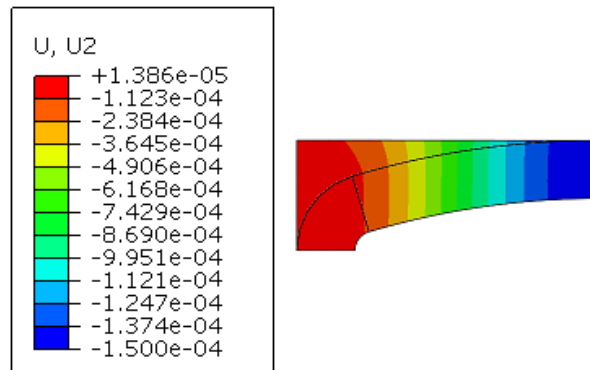
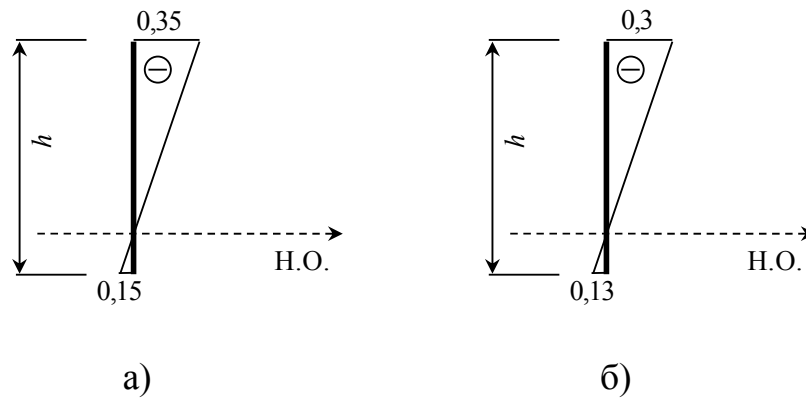
Рисунок 3.2.7 – Изополя напряжений касательных τ_{θ} , Па

Рисунок 3.2.8 – Вертикальное перемещение в замке

Рисунок 3.2.9 – Распределение тангенциальных напряжений σ_{θ} (МПа) в замке свода

$$\text{а) при } B_{(1)} = 3 - k^2; \text{ б) } B_{(2)} = \frac{1 + 5k^2}{3}$$

В таблице 3.2.1 показаны значения тангенциальных и касательных напряжений по двум параметрам упругости при постепенном увеличении дополнительной нагрузки на пересечении двух кривых у опоры.

Таблица 3.2.1 – Результаты тангенциальных и касательных напряжений на пересечении двух кривых у опоры

Нагрузка		$B_{(1)} = 3 - k^2$	$B_{(2)} = \frac{1+5k^2}{3}$	$B_{(1)} = 3 - k^2$	$B_{(2)} = \frac{1+5k^2}{3}$
		σ_θ , МПа	σ_θ , МПа	$\tau_{r\theta}$, МПа	$\tau_{r\theta}$, МПа
св, з, в.п.		-0,514	-0,442	-0,089	-0,144
F , (кН/м)	2	-0,522	-0,450	-0,091	-0,146
	4	-0,529	-0,455	-0,093	-0,149
	6	-0,536	-0,462	-0,095	-0,151
	8	-0,544	-0,468	-0,097	-0,153
	10	-0,551	-0,475	-0,099	-0,156

3.3. Результаты численного метода расчета по двум параметрам упругости $B_{(1)}$ и $B_{(2)}$

В таблицах 3.3.1 – 3.3.3 показаны результаты значений напряжений по двум параметрам упругости в замке и около пят свода.

Таблица 3.3.1 – Радиальные напряжения σ_r в замке ($\varphi=0^\circ$)

На внешней поверхности, r_d	
$B_{(1)} = 3 - k^2$	$B_{(2)} = \frac{1+5k^2}{3}$
σ_r , МПа	σ_r , МПа
-0,045	-0,037

Таблица 3.3.2 – Тангенциальные напряжения σ_θ в замке ($\varphi=0^\circ$)

На внутренней поверхности, r_d		На внешней поверхности, r_t	
$B_{(1)} = 3 - k^2$	$B_{(2)} = \frac{1+5k^2}{3}$	$B_{(1)} = 3 - k^2$	$B_{(2)} = \frac{1+5k^2}{3}$
σ_θ , МПа	σ_θ , МПа	σ_θ , МПа	σ_θ , МПа
0,15	0,13	-0,35	-0,3

Таблица 3.3.3 – Тангенциальные σ_θ и касательные $\tau_{r\theta}$ напряжения на пересечении двух кривых у опоры

На внутренней поверхности, r_d		На средней части, r	
$B_{(1)} = 3 - k^2$	$B_{(2)} = \frac{1+5k^2}{3}$	$B_{(1)} = 3 - k^2$	$B_{(2)} = \frac{1+5k^2}{3}$
σ_θ , МПа	σ_θ , МПа	$\tau_{r\theta}$, МПа	$\tau_{r\theta}$, МПа
-0,551	-0,475	-0,099	-0,156

Таким образом, произведен численный расчет напряженного состояния на программном комплексе Abaqus 6.14 с учетом двух параметров упругости.

3.4. Сравнение результатов аналитического и численного методов расчета

В таблицах 3.4.1÷3.4.3 представлены сравнения аналитических и численных данных напряжений.

Таблица 3.4.1 – Результаты тангенциальных напряжений σ_θ (МКЭ) и нормальных напряжений σ (метод сил) в замке (при $\varphi=0^\circ$)

Расчет в Abaqus				Расчет по методу сил	
σ_θ (МПа)				σ_θ (МПа)	
$B_{(1)}$		$B_{(2)}$			
r_t	r_d	r_t	r_d	r_t	r_d
-0,35	0,15	-0,3	0,13	-0,416	0,136

Таблица 3.4.2 – Результаты тангенциальных σ_θ напряжений (МКЭ) и нормальных напряжений (метод сил) на пересечении двух кривых у опоры

На внутренней поверхности, r_d		
Расчет в Abaqus		Расчет по методу сил
$B_{(1)}$	$B_{(2)}$	
σ_θ (МПа)		σ_θ (МПа)
-0,551	-0,475	-0,574

Таблица 3.4.3 – Результаты касательных $\tau_{r\theta}$ напряжений на пересечении двух кривых у опоры

На средней части, r		
Расчет в Abaqus		Расчет по методу сил
$B_{(1)}$	$B_{(2)}$	
$\tau_{r\theta}$ (МПа)		$\tau_{r\theta}$ (МПа)
0,099	0,156	0,193

3.5. Численное исследование напряженного состояния коробового свода при наличии условно возможных повреждений

При обследовании конструкций перекрытия экспериментального коробового свода не было выявлено наличие повреждений в виде трещин, сколов или просадков.

Ниже рассматривается напряженно деформированное состояние коробового свода с учетом условно возможных повреждений или ослабленных участков в виде трещин, подвижки и осадки опор.

3.5.1. Исследование влияния условно возможных осадок опор на напряженное состояние свода

Исходные данные для расчета.

Геометрия свода и нагрузки на него – эквивалентны используемым в основном расчете.

В расчете учтены опорные стены свода. Стены и свод в модели рассматриваются как отдельные конструкции, с упругим контактом между собой. Высота стены для расчета принята 2 метра: 1 метр вверх от опорной площадки и 1 метр вниз. Такая высота достаточна для выравнивания напряжений по сечению стены (есть возможность отследить зоны концентрации напряжений в стене вблизи опорной площадки).

Рассматривался случай при отсутствии осадок и вертикальной осадки один из опор на 5 и 20 мм.

Размерность деформаций в результатах: м.

Размерность напряжений в результатах: Па.

На рисунках 3.5.1.1÷3.5.1.11 показаны результаты расчета для вертикальных осадок.

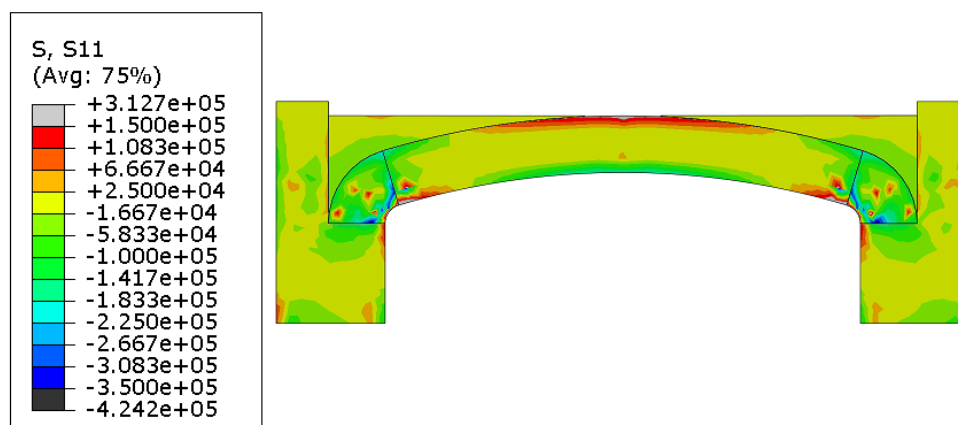


Рисунок 3.5.1.1 – Радиальные напряжения σ_r в кладке свода опор при отсутствии осадок

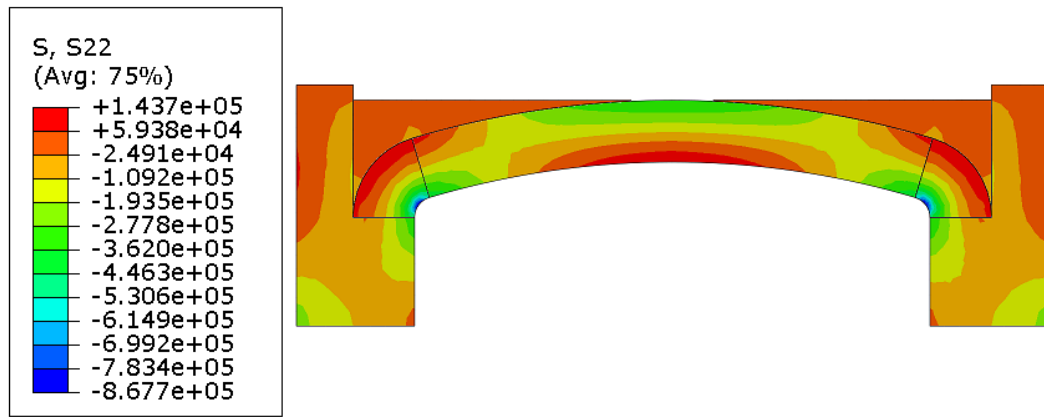


Рисунок 3.5.1.2 – Тангенциальные напряжения σ_θ в кладке свода опор при отсутствии осадок

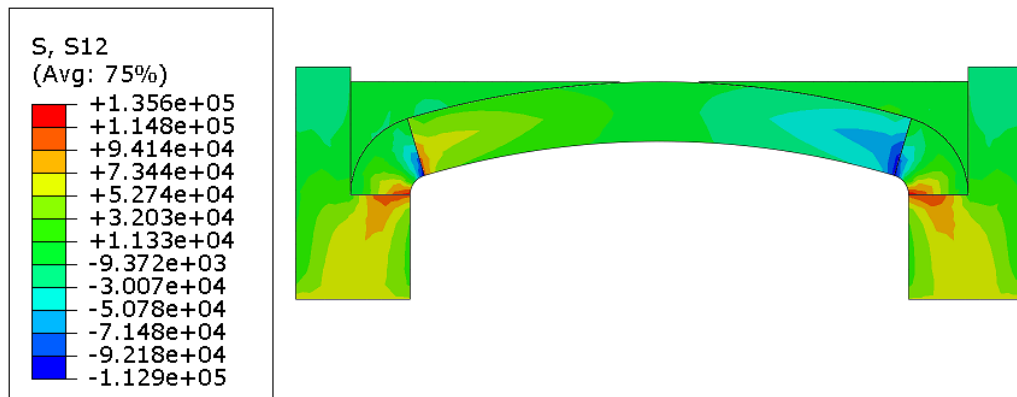


Рисунок 3.5.1.3 – Касательные напряжения $\tau_{r\theta}$ в кладке свода опор при отсутствии осадок

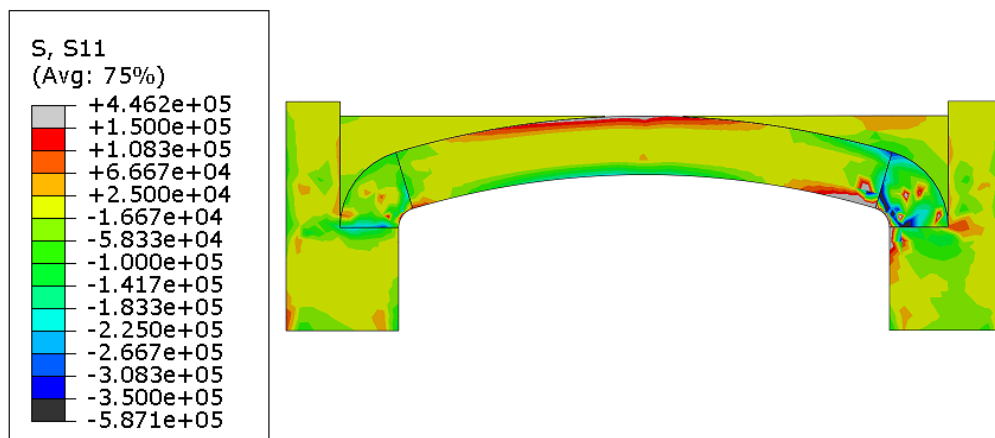


Рисунок 3.5.1.4 – Радиальные напряжения σ_r в кладке свода при осадке опоры на 5 мм

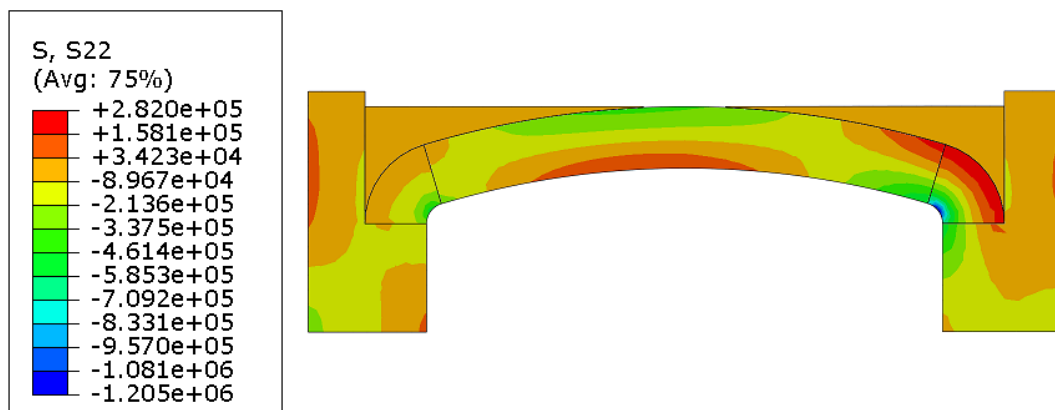


Рисунок 3.5.1.5 – Тангенциальные напряжения σ_θ в кладке свода при осадке опоры на 5 мм

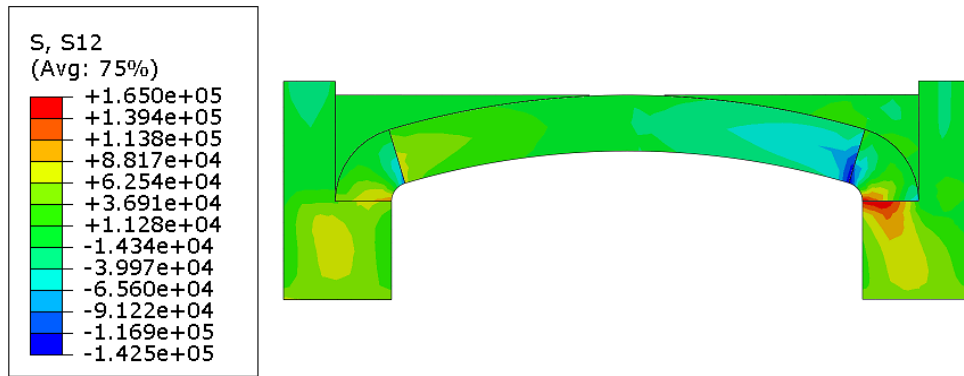
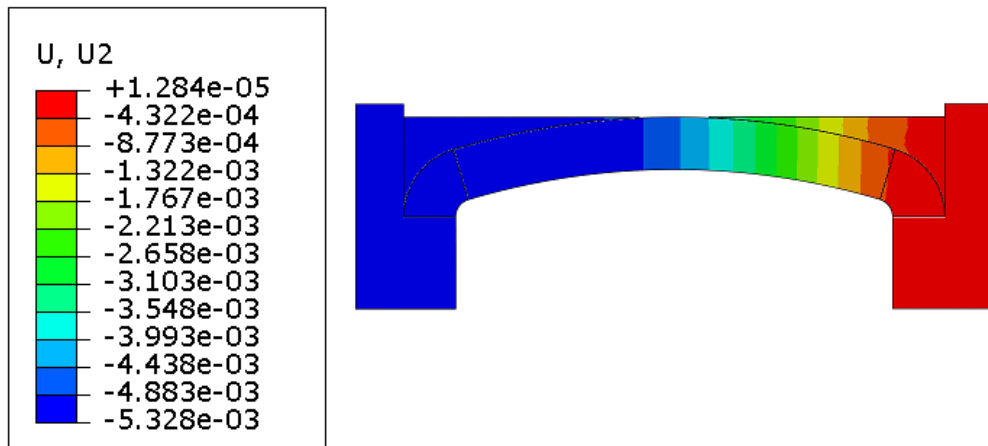
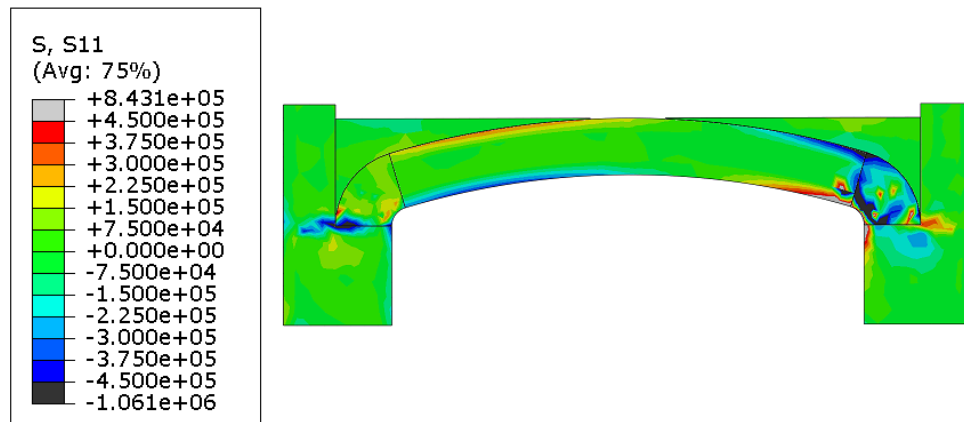
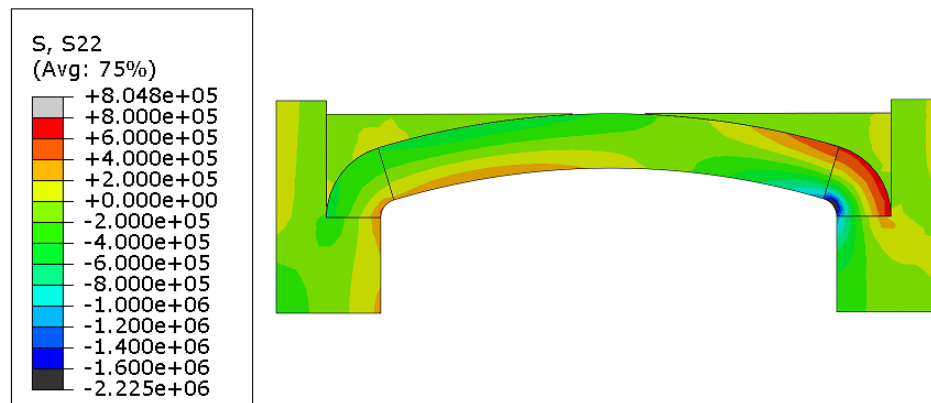
Рисунок 3.5.1.6 – Касательные напряжения $\tau_{r\theta}$ в кладке свода при осадке опоры на 5 мм

Рисунок 3.5.1.7 – Вертикальные перемещения при осадке опоры на 5 мм

Рисунок 3.5.1.8 – Радиальные напряжения σ_r в кладке свода при осадке опоры на 20 ммРисунок 3.5.1.9 – Тангенциальные напряжения σ_θ в кладке свода при осадке опоры на 20 мм

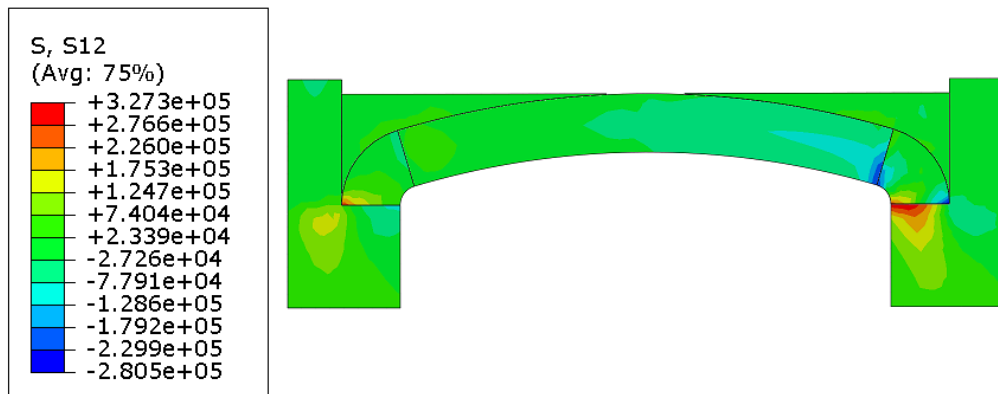


Рисунок 3.5.1.10 – Касательные напряжения τ_{θ} в кладке свода при осадке опоры на 20 мм

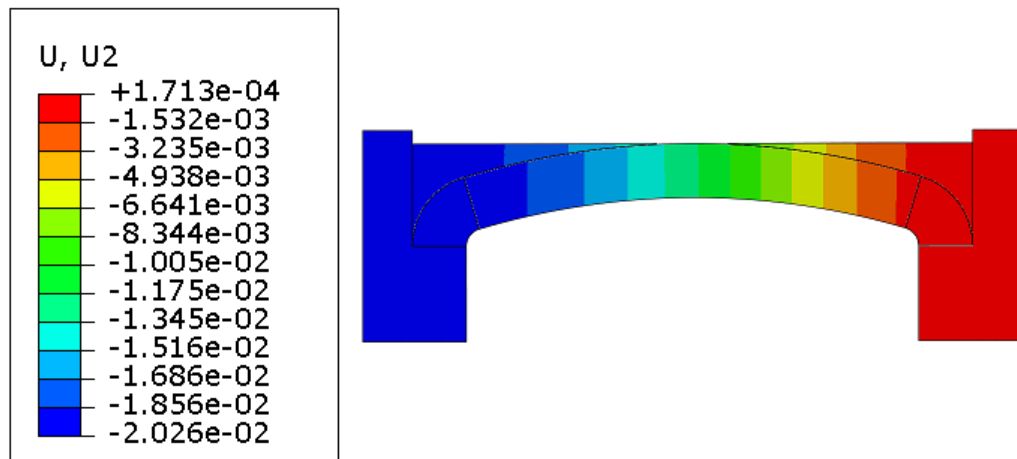


Рисунок 3.5.1.11 – Вертикальные перемещения при осадке опоры на 20 мм

3.5.2. Исследование влияния горизонтальной условно возможной подвижки опор на напряженное состояние свода

Расчет производился на дополнительные подвижки опор после приложения всех нагрузок. В случае горизонтальной подвижки одной опоры наружу от свода на 5 и 20 мм.

На рисунках 3.5.2.1÷3.5.2.10 показаны результаты расчета для горизонтальных подвижек.

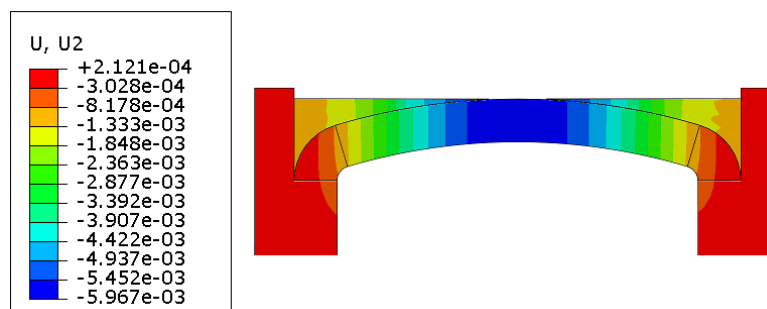


Рисунок 3.5.2.1 – Вертикальные перемещения при подвижке опоры на 5 мм

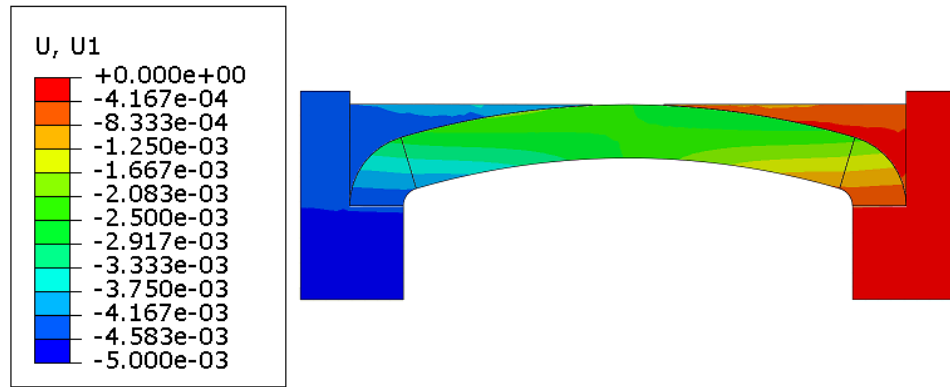


Рисунок 3.5.2.2 – Горизонтальные перемещения при подвижке опоры на 5 мм

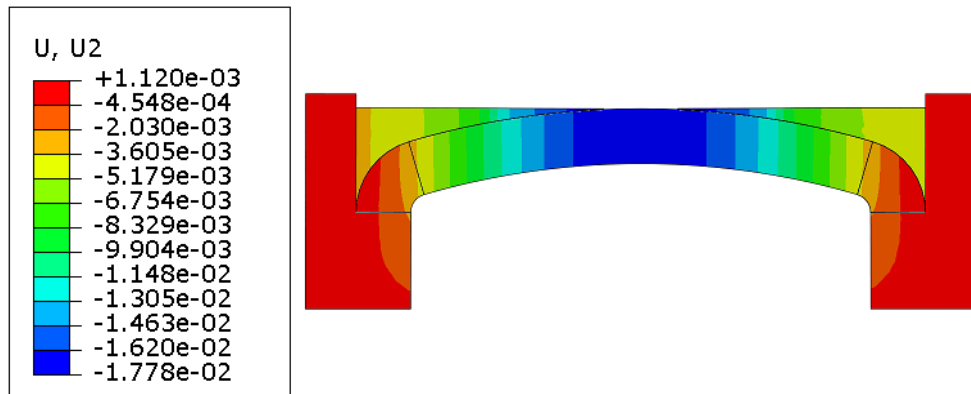


Рисунок 3.5.2.3 – Вертикальные перемещения при подвижке опоры на 20 мм

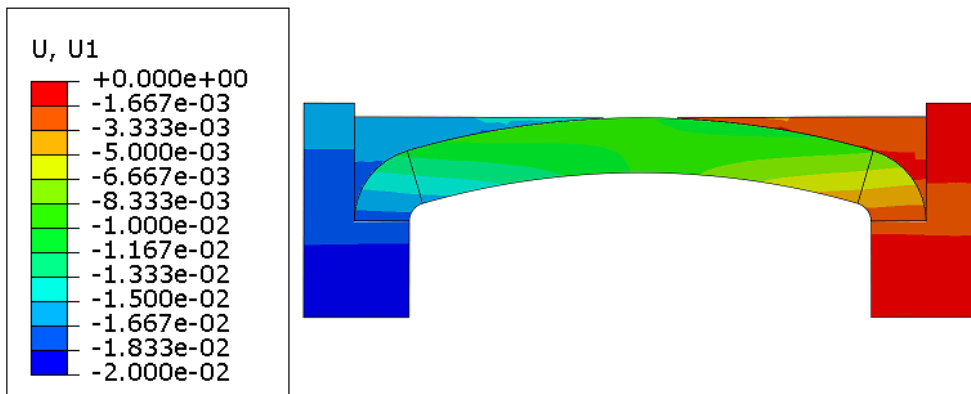
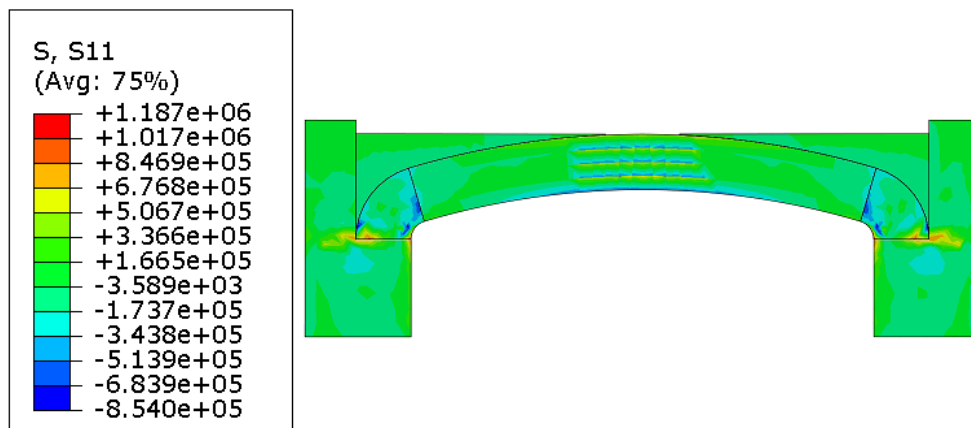
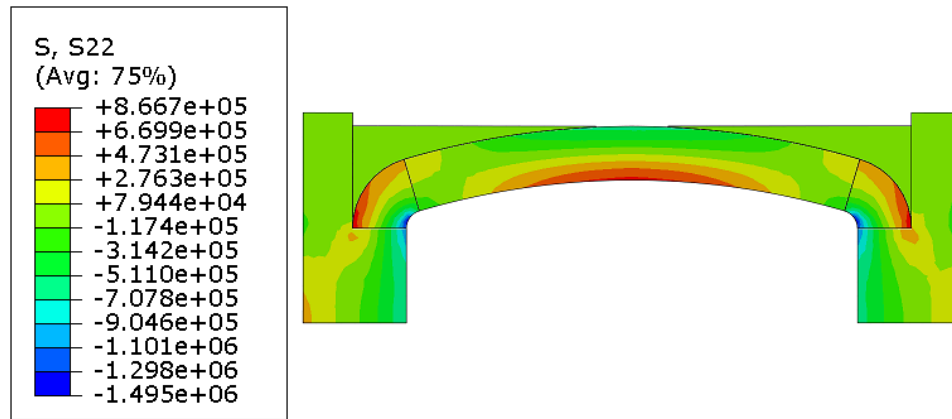
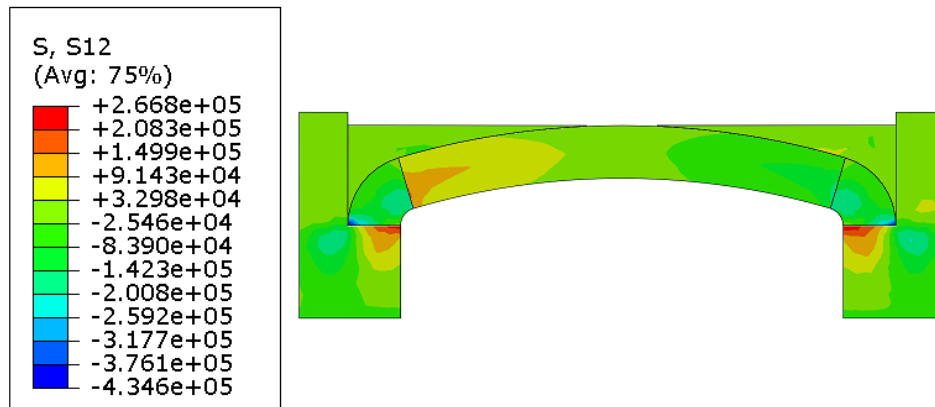
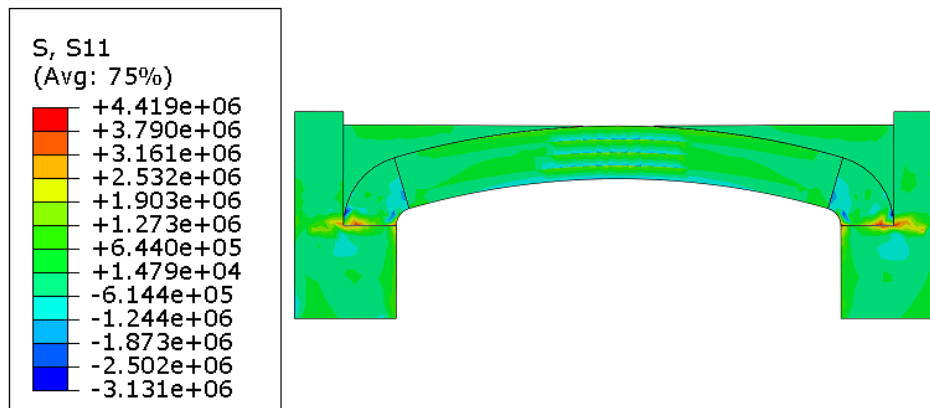
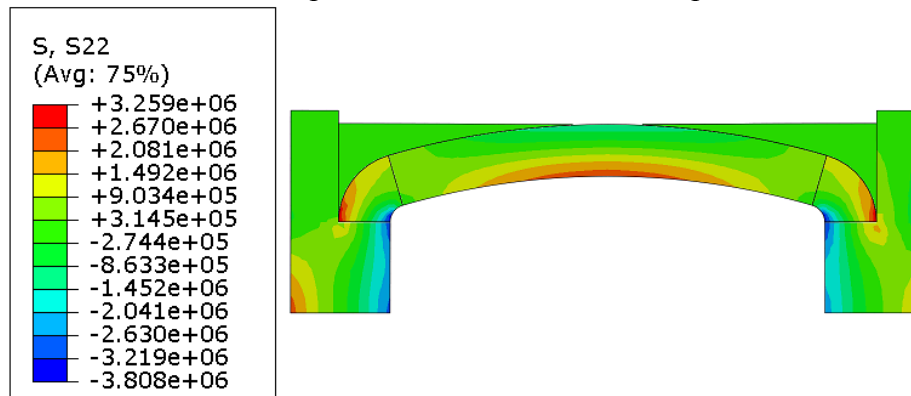


Рисунок 3.5.2.4 – Горизонтальные перемещения при подвижке опоры на 20 мм

Рисунок 3.5.2.5 – Радиальные напряжения σ_r в кладке свода при подвижке опоры на 5 мм

Рисунок 3.5.2.6 – Тангенциальные напряжения σ_θ в кладке свода при подвижке опоры на 5 ммРисунок 3.5.2.7 – Касательные напряжения $\tau_{r\theta}$ в кладке свода при подвижке опоры на 5 ммРисунок 3.5.2.8 – Радиальные напряжения σ_r в кладке свода при подвижке опоры на 20 ммРисунок 3.5.2.9 – Тангенциальные напряжения σ_θ в кладке свода при подвижке опоры на 20 мм

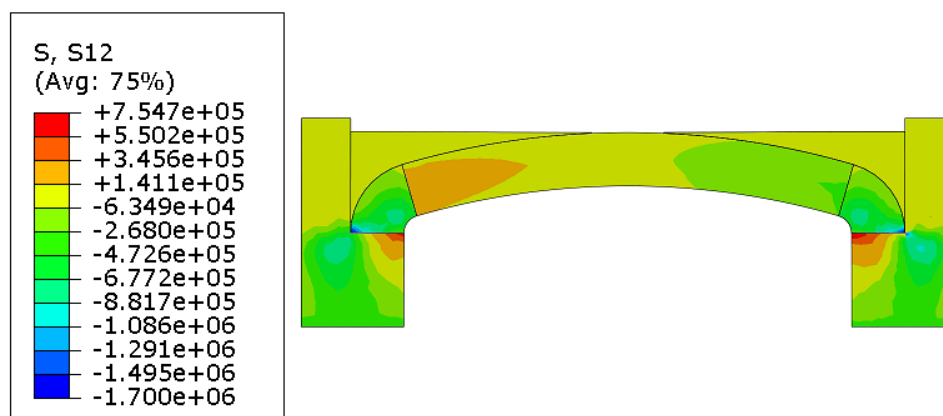


Рисунок 3.5.2.10 – Касательные напряжения $\tau_{т\theta}$ в кладке свода при подвижке опоры на 20 мм

При подвижках опоры на 5 мм касательные и сжимающие напряжения увеличились примерно вдвое. Максимальные растягивающие напряжения увеличились в 3,2 раза за счет увеличения протяженности растянутого участка.

3.5.3. Исследование влияния условных радиальных трещин на напряженное состояние свода

Для расчета в ПК Abaqus 6.14 использовалась плоская расчетная схема с учетом стен и забутки. В геометрии свода были заданы 3 сквозные трещины. Для учета трещин свод был разделен на 3 независимых элемента. Контакт между элементами свода был жестким в случае сжатия, прочность на растяжение была задана нулевой (из предположения, что трещины уже образовались, т.е. нет сплошности материала), прочность на сдвиг 1 МПа (для учета трения в элементах кладки вдоль трещин).

На рисунках 3.5.3.1÷3.5.3.5 показаны результаты расчета при учете 3 сквозных трещин в теле свода – 1 в замке и 2 возле опор. Штрих-пунктирными линиями обозначены сквозные трещины в своде.

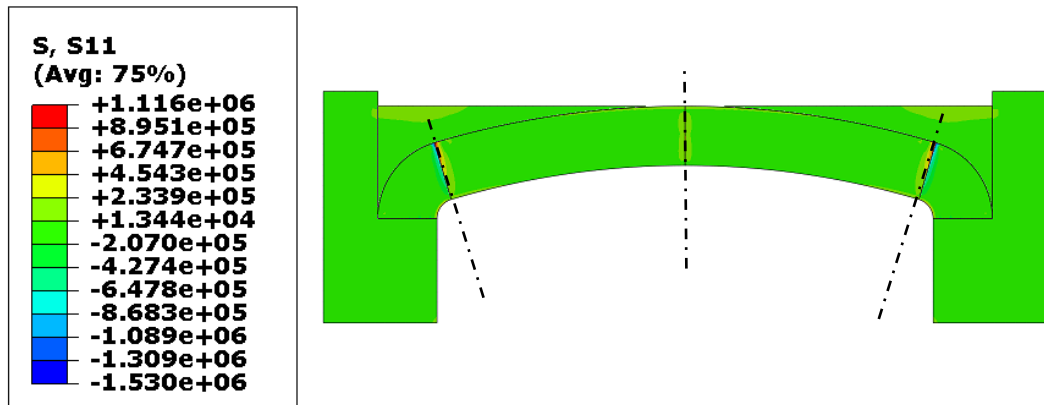
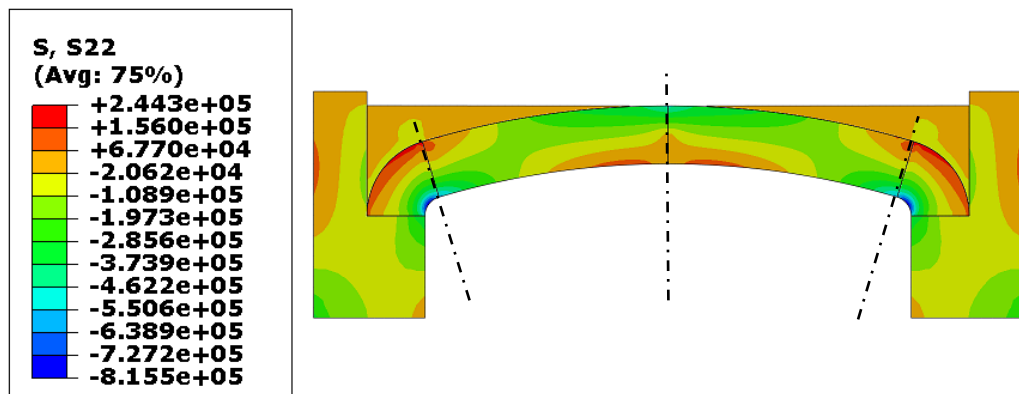
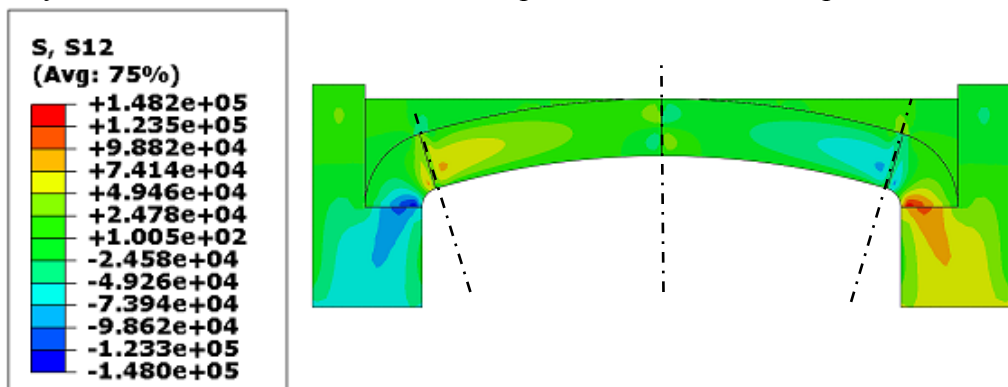
Рисунок 3.5.3.1 – Радиальные напряжения σ_r в своде с трещинами, Па.Рисунок 3.5.3.2 – Тангенциальные напряжения σ_θ в своде с трещинами, Па.

Рисунок 3.5.3.3 – Касательные напряжения в своде с трещинами, Па.

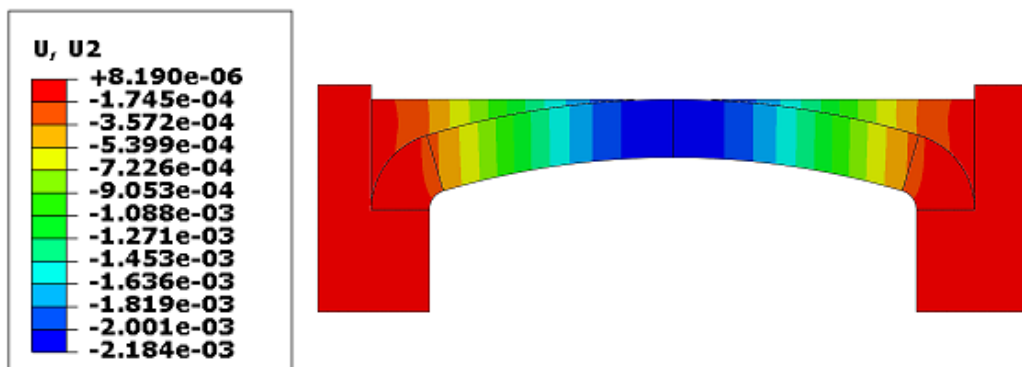


Рисунок 3.5.3.4 – Вертикальные перемещения (прогибы) в своде, м.

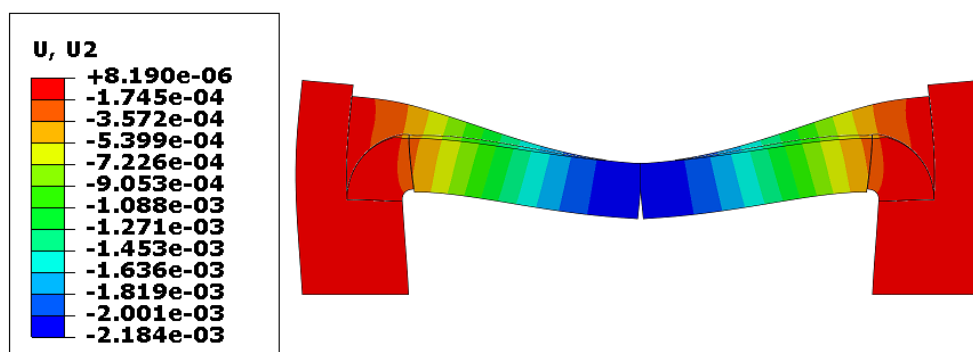


Рисунок 3.5.3.5 – Вертикальные перемещения и схема деформаций (масштаб деформаций увеличен в 500 раз)

Выводы по третьей главе

1. На основе численного метода с использованием программного комплекса Abaqus 6.14 разработана методика по определению величины главных напряжений, которая может быть использована при оценке несущей способности коробовых сводов.

2. Для расчета коробового свода с учетом анизотропии кирпичной кладки рекомендуется применять оба параметра упругости при вращении от радиального направления к тангенциальному.

3. Сравнение результатов численного (МКЭ) и аналитического (методом сил) методов расчета между нормальными (тангенциальные) напряжениями на замке свода по двум параметрам дает разницу:

- по растягивающим напряжениям $B_{(1)} - 5,78\%$, $B_{(2)} - 8,7\%$;
- по сжимающим напряжениям $B_{(1)} - 17,45\%$, $B_{(2)} - 29,2\%$;
- на пересечении двух кривых $B_{(1)} - 5,81\%$, $B_{(2)} - 18\%$;
- касательные напряжения на пересечении двух кривых у опоры $B_{(1)} - 49\%$ (уменьшение), $B_{(2)} - 20\%$.

4. При просадках опоры на 5 мм касательные и сжимающие напряжения увеличились примерно в 1,3 раза. Максимальные растягивающие напряжения увеличились в 2 раза за счет перераспределения напряжений.

5. При подвижках опоры на 5 мм касательные и сжимающие напряжения увеличились примерно вдвое. Максимальные растягивающие напряжения увеличились в 3,2 раза за счет увеличения протяженности растянутого участка.

Горизонтальные подвижки опор существенно опаснее для кладки сводов по сравнению с неравномерными осадками. При горизонтальных и при вертикальных подвижках происходит смещение растянутой зоны из середины пролета в сторону опоры, которая была смещена.

6. При наличии трещин в замковой зоне, в том числе сквозных, свод продолжает работать в сжатой зоне, это практически не влияет на его несущую способность. Более того, возникновение трещин в растянутой зоне ведет к перераспределению и уменьшению напряжений в сжатой зоне.

Трещины в приопорной зоне работают в случае коробовых сводов как поверхности возможного сдвига. В случае потери несущей способности при перегрузке либо при неравномерных осадках и подвижках опор по этим поверхностям может произойти обрушение свода. Таких случаев обрушения зафиксировано достаточно много на практике. Таким образом, именно в этих зонах трещины будут наиболее опасны.

Трещины оказывают крайне незначительное влияние на прогибы. Этим влиянием можно пренебречь. Независимо от наличия трещин, свод продолжает работать как распорная конструкция по сжатому сечению.

ГЛАВА 4. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ СВОДА

Согласно [4, 9, 46, 50, 52, 53, 54, 61, 62, 65, 68, 70, 75, 76, 78, 80, 94, 100, 118, 135, 136], научно-исследовательские испытания проводятся с целью проверки на практике теоретических предпосылок, положенных в основу статического расчета. В этом случае, деформации (перемещения) исследуемой конструкции вычисляются теоретически, а затем конструкция подвергается экспериментальной загрузке и те же деформации определяются с помощью специальных измерительных приборов. Сравнение теоретических результатов с экспериментальными данными дает возможность сделать анализ выходных данных и критически судить о правильности примененных методов расчета.

4.1. Методика экспериментального исследования напряженно-деформированного состояния коробового свода

Испытание коробового свода предусматривает экспериментальную проверку его несущей способности и деформативности при статическом действии временной дополнительной нагрузки.

Отметим, что максимальной величины дополнительной нагрузки F_{max} , была принята еще выше во второй главе по результатам предварительных аналитических расчетов.

Объектом экспериментального исследования является коробовый свод надподвального перекрытия здания Этнографического музея города Санкт-Петербурга.

Геометрические параметры и физико-механические свойства испытуемого свода приводятся во второй главе. Схема расположения всех приборов показана на рисунке 4.1.1.

Для приближенного выявления напряжений через относительные деформации коробового свода под нагрузкой используются механические

тензометры Аистова модели ТА–2 с базой 100 мм и с ценой деления лимба 1 мкм $= 10^{-3}$ мм. Тензометры установлены в свободных зонах нижней поверхности свода в местах с ожидаемыми наибольшими значениями (рисунки 4.1.2 ÷ 4.1.3).

Вертикальные перемещения на оси симметрии коробового свода измерялись с помощью прогибомера 6 ПАО с ценой деления 0,01 мм. Прогибомер установлен на специальном штативе в центральной точке свода (рисунок 4.1.4) [2, 3].

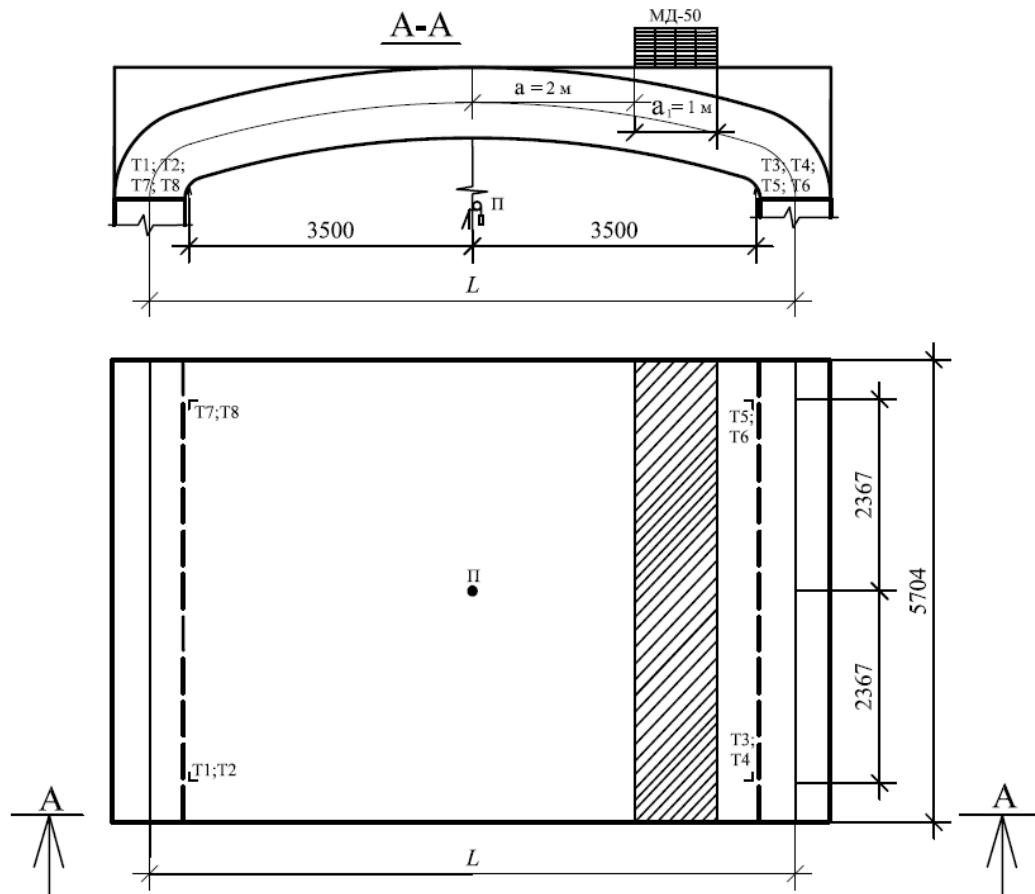


Рисунок 4.1.1 Схема расположения приборов: T1÷8 – тензометры, П – прогибомер, МД-50 – металлический диск,  – участок нагружения



Рисунок 4.1.2 – Установка тензометров T1÷T4



Рисунок 4.1.3 – Установка тензометров T5÷T8



Рисунок 4.1.4 – Установка прогибомера

Загружение производилось металлическими грузами весом по 0,5 кН, укладываемыми на свод для создания равномерно распределенной нагрузки по полосе (рисунок 4.1.5). Для каждой ступени нагружения величина распределенной нагрузки принималась равной $\frac{1}{5} F_{max} = 2$ кН/м. После пяти

ступеней загрузки достигнута максимальная нагрузка в 10 кН/м. Загружение начиналось по продольному сечению свода с обеих сторон к середине. Отсчеты по приборам производились после приложения нагрузки каждой ступени.



Рисунок 4.1.5 – Штучные грузы для испытания

4.2. Результаты экспериментальных исследований свода

В таблице 4.2.1 представлены результаты вертикальных перемещений, полученные по показаниям прогибомера ПАО-6.

Таблица 4.2.1 – Ведомость показаний прогибомера ПАО-6 при испытании свода, цена деления 0,01 мм

№ ступени	F, кН	П1		
		c	Δc	$\Sigma \Delta c \cdot 10^{-2}$
0	0	5122,5	—	—
1	2	5121	1,5	1,5
2	4	5119,5	1,5	3
3	6	5117	2,5	5,5
4	8	5115	2	7,5
5	10	5113,5	1,5	9

По показаниям приборов-тензометров определены значения относительных деформаций на контрольных участках, с помощью которых вычислены величины нормальных напряжений. Величины деформаций по результатам испытаний приведены в таблицах 4.2.2, 4.2.3.

Таблица 4.2.2 – Показания тензометров ТА-2

№ ступени	F, кН	T2			T8			T4			T5		
		ε	$\Delta \varepsilon$	$\Sigma \Delta \varepsilon \cdot 10^5$	ε	$\Delta \varepsilon$	$\Sigma \Delta \varepsilon \cdot 10^5$	ε	$\Delta \varepsilon$	$\Sigma \Delta \varepsilon \cdot 10^5$	ε	$\Delta \varepsilon$	$\Sigma \Delta \varepsilon \cdot 10^5$
0	0	0	—	—	0	—	—	0	—	—	0	—	—
1	2	86	—	—	101	—	—	60	—	—	42	—	—
2	4	86	—	—	101	—	—	61	1	1	43	1	1
3	6	86	—	—	101	—	—	62	1	2	44	1	2
4	8	86	—	—	101	—	—	63	1	3	46	2	4
5	10	87	1	1	101	—	—	64	1	4	47	1	5

Таблица 4.2.3 – Продолжение таблицы 4.2.2 показания тензометров ТА-2

№ ступени	F, кН	$\frac{T2+T8}{2}$	$\frac{T4+T5}{2}$
		л.ч.с. $\Sigma \Delta \varepsilon \cdot 10^5$	п.ч.с. $\Sigma \Delta \varepsilon \cdot 10^5$
0	0	—	—
1	2	—	—
2	4	—	1
3	6	—	2
4	8	—	3,5
5	10	0,5	4,5

Таким образом, по показаниям тензометров приближенное значение относительных деформаций составило:

на загруженном правой части свода дополнительной нагрузкой от веса металлических дисков с учетом базы тензометра – $4,5 \cdot 10^{-5}$, при этом на левой части свода не загруженной конце – $0,5 \cdot 10^{-5}$.

Максимальное приближенное значение вертикальных перемещений, измеренных прогибомером в центральной части свода, составляет 0,09 мм.

4.3. Сравнение результатов аналитических и численных методов с экспериментальными данными

Предварительно отметим, что для сравнения результатов экспериментальных данных (по напряжениям и перемещениям) с теоретическими надо учитывать следующие обстоятельства. Расчеты теоретических методов (аналитический методом сил, численный метод на ПК Abaqus 6.14) были выполнены с учетом действующих постоянных, в том числе временной дополнительной нагрузки. В то время как в качестве экспериментальных данных будем иметь в виду только результаты при наличии временной дополнительной нагрузки. В этой связи, для сравнения результаты для теоретических методов берутся без учета величины действующих постоянных нагрузок. При этом сравнительный анализ будет дан на участках пересечения двух кривых у опоры, так как измерительные приборы-тензометры для деформаций (экспериментальные значения напряжений получены через относительные деформации) были установлены только на участках пересечения двух кривых свода у опоры.

Таким образом, в таблице 4.3.1 представлено сравнение напряжений около пят, полученных по результатам теоретических и экспериментальных исследований.

Таблица 4.3.1 – Сравнение теоретических и экспериментальных значений напряжений

метод сил	численный расчет		эксперимент
σ_0 (МПа)	σ_0 (МПа)		σ_z (МПа)
	$B_{(1)}$	$B_{(2)}$	
0,029	0,029	0,025	0,041

На рисунке 4.3.1 представлен график зависимости «нагрузка-напряжение», полученный по результатам теоретических и экспериментальных исследований.

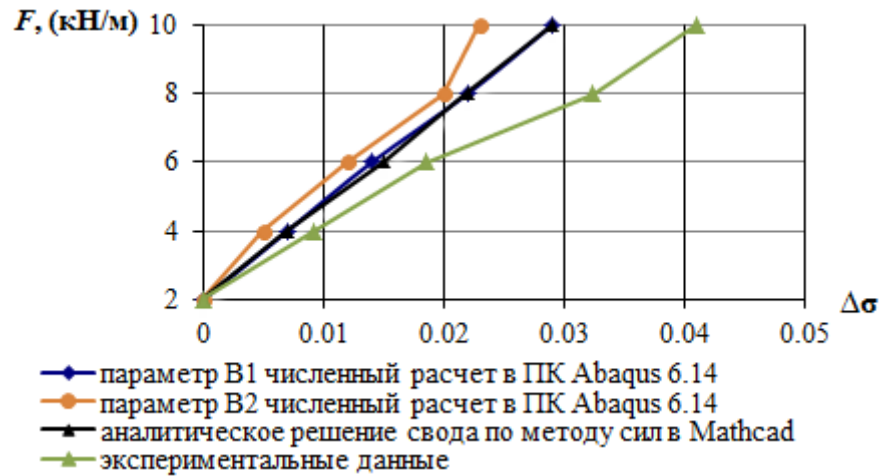


Рисунок 4.3.1 – Зависимость «нагрузка-напряжение»

На рисунке 4.3.2 представлен график зависимости «нагрузка-перемещение».

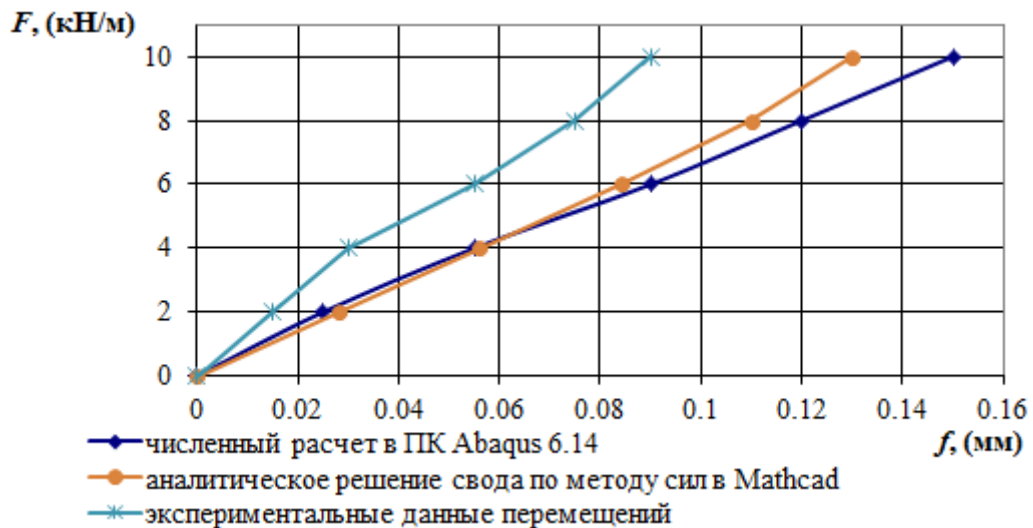


Рисунок 4.3.2 – Зависимость «нагрузка-перемещение»

В таблице 4.3.2 представлено сравнение теоретических и экспериментальных данных по максимальным значениям перемещений.

Таблица 4.3.2 – Сравнение вертикальных перемещений

f_a , мм	$f_{\text{ч}}$, мм	$f_{\text{э}}$, мм
0,13	0,15	0,09

f_a – аналитический расчет по методу сил;
 $f_{\text{ч}}$ – численный расчет; $f_{\text{э}}$ – эксперимент

Расхождение нормальных напряжений (таблица 4.3.2) между экспериментальными и теоретическими – 26% по методу сил и 29,2% по численному расчету.

Сравнение вертикальных перемещений обнаруживает расхождение 30,7% по методу сил и 40% по численному методу.

Очевидно, что в теоретических расчетах учет некоторых коэффициентов запаса прочности может искажать некоторые результаты сравнительного анализа, например, в данном случае учет коэффициента надежности по нагрузке при составлении сбора нагрузок на свод показывает сорокапроцентное расхождение в перемещениях (см. гл. 2.2, табл. 2.2.1).

Выводы по четвертой главе

1. Проведена экспериментальная проверка предложенной методики исследования деформированного состояния коробовых сводов из кирпичной кладки при загрузении кратковременной статической нагрузкой.

2. Сравнение опытных и расчетных данных по напряжениям и перемещениям обнаруживает максимальные расхождения, соответственно 29% и 40%.

3. Количественные расхождения между теорией и экспериментом обусловлены многими факторами, в частности одним из главных является качество проведения реального эксперимента.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Получена уточненная математическая модель кривой оси коробового свода, что позволяет упростить подготовку исходных данных и выполнение поверочных расчетов.

2. Решена конкретная задача определения параметров упругости кирпичной кладки, позволяющая получить постоянные упругости материала свода для оценки напряженного состояния коробового свода как криволинейного ортотропного бруса с цилиндрической анизотропией.

3. Предложена методика расчета параметров напряженного состояния коробового свода как ортотропного тела с цилиндрической анизотропией на силовые воздействия.

4. Разработан численный метод расчета характеристик напряженного состояния коробовых сводов с учетом возможных повреждений в виде радиальной трещины, осадки опор и горизонтального смещения на основе программного комплекса Abaqus 6.14. Установлено, что:

- при просадке опор, например, на 5 мм, максимальные касательные напряжения $\tau_{r\theta}$ увеличиваются в 1,3 раза, тангенциальные напряжения σ_θ - в 2 раза;
- при горизонтальной подвижке опоры, например, на 5 мм, касательные напряжения $\tau_{r\theta}$ увеличились вдвое. Максимальные тангенциальные напряжения σ_θ увеличились в 3,2 раза;
- появление радиальной трещины в пятовой зоне приводит к увеличению тангенциальных напряжений σ_θ в 1,5 раза, касательных $\tau_{r\theta}$ в 1,13 раза.

Таким образом, наличие подвижек и просадки опор свода провоцирует появление опасных участков, особенно на приопорных зонах. При этом трещины в приопорных зонах могут спровоцировать концентрацию напряжений, которые наиболее опасны при эксплуатации зданий и сооружений. Повреждения указанного типа следует учитывать в поверочных расчетах.

5. Сопоставительный анализ результатов теоретических и экспериментальных исследований параметров напряженно-деформированного состояния коробового свода свидетельствует о близости их значений, что подтверждает адекватность предложенных методик.

По результатам выполненного исследования могут быть сформулированы следующие **практические рекомендации**:

- для учета влияния горизонтального смещения и осадки опор на напряженное состояние рекомендуется применять метод сил;
- для оценки влияния радиальной трещины на напряженное состояние свода целесообразно использовать МКЭ на базе ПК Abaqus 6.14;
- в случае стандартной формы свода (круглого очертания) возможно применение аналитического выражения, полученного методами теории упругости анизотропного тела и численным методом, например, ПК Abaqus 6.14;
- для численной оценки напряженного состояния сводчатых конструкций средствами МКЭ, в частности, средствами ПК Abaqus 6.14, рекомендуется учитывать свойства анизотропии материалов кирпичной кладки;
- выбор вариантов усиления конструкции свода возможен после определения местонахождения опасных участков.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аистов, Н.Н. История строительной техники/Н.Н. Аистов, Б.Д. Васильев, В.Ф. Иванов. – Л.-М.: Госстройиздат, 1962. – 560 с.
2. Аистов, Н.Н. Испытание статической нагрузкой строительных конструкций, их элементов и моделей / Н.Н. Аистов. – М.-Л.: Изд-во Наркомхоза РСФСР, 1938. – 240 с.
3. Аистов, Н.Н. Испытание сооружений / Н.Н. Аистов. – 2-е изд., испр. и доп. Учеб. для инж.-строит. вузов и фак. – Л.-М.: Госстройиздат, Ленинградское отделение, 1960. – 316 с.
4. Аронов, Р.И. Испытание сооружений: учебное пособие для вузов/ Р.И. Аронов. – М.: Высш. школа, 1974. – 187 с.
5. Ашкенази, Е.К., Анизотропия конструкционных материалов: Справочник / Е.К. Ашкенази, Э.В. Ганов. – 2-е изд., переаб. и доп. – Л.: Машиностроение, 1980. – 247 с.
6. Ашкенази, Е.К. Анизотропия древесины и древесных материалов. – М.: Лесная промышленность, 1978. – 224 с.
7. Барановский, Е.Ю. Методические рекомендации. Натурные исследования памятников архитектуры. Проект. ин-т по реставрации памятников истории и культуры «Спецпроектреставрация» / Е.Ю. Барановский. – М.: Ин-т «Спецпроектреставрация», 1993. – 50 с.
8. Бедило, А.Т. «Арки Своды Куполы» / А.Т. Бедило. – Львов.: Изд-во Львовск. ун-та, 1955. – 33 с.
9. Безухов, К.И. Испытание строительных конструкций и сооружений / К.И. Безухов. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Гос. изд. лит. по стр-ву и арх-ре, 1954. – 508 с.
10. Беленцов, Ю.А. Усиление каменных стен и простенков с учетом упругопластической работы каменной кладки реконструируемых жилых зданий: дис... канд. техн. наук: 05.23.01 / Беленцов Юрий Алексеевич. – СПб., 2001. – 148с.

- 11.Беленцов, Ю.А. Кирпичная кладка от древности до сегодняшнего дня: монография / Ю.А. Беленцов. – СПб.: Изд-во Ом-Пресс, 2005. – 39 с.
- 12.Беленцов, Ю.А. Повышение эффективности производства композиционных анизотропных материалов: дис... д-р техн. наук: 05.23.05 / Беленцов Юрий Алексеевич. – Белгород, 2010. – 465 с.
- 13.Белов, В.В. Экспертиза и технология усиления каменных конструкций / В.В. Белов, В.Н. Деркач // Инженерно-строительный журнал. – 2010. – № 7. – С. 14-20.
- 14.Бернгард, В.Р. Арки и своды. Руководство к устройству и расчету арочных и сводчатых перекрытий / В.Р. Бернгард. – СПб.: тип. Ю.Н. Эрлих, Можайская. – 1901. – № 2. – 128 с.
- 15.Бернштейн, С.А. Основы расчета статически неопределимых систем / С.А. Бернштейн. – Л.-М.: Глав. ред. строит. лит-ры, 1936. – 223 с.
- 16.Бернштейн, С.А. Очерки по истории строительной механики/ С.А. Бернштейн. – М.: Госстройиздат, 1957. – 236 с.
- 17.Бессонов, Г.Б. Исследование деформаций, расчет несущей способности и конструктивное укрепление древних распорных систем / Г.Б. Бессонов. – М.: Изд-во «Росреставрация», 1989. – 164 с.
- 18.Васильев, В.Г. Исследование несущей способности бесшарнирных железобетонных арок при действии постоянной и временной нагрузок/ В.Г. Васильев. – Харьков: 1959. – 48 с.
- 19.Вольмир, А.С. Устойчивость деформируемых систем / А.С. Вольмир. – М.: 1967. – 984 с.
- 20.Галалюк, А.В. Деформационные характеристики керамических полнотелых кладочных элементов и раствора общего назначения заводского изготовления / А.В. Галалюк // Материалы международной научно-технической конференции молодых ученых (Новые материалы, оборудование и технологии в промышленности). – Могилев: 2012. – С. 123.

21. Гастев, В.А. Краткий курс сопротивления материалов / В.А. Гастев. – 2-е изд., – М.: Главная редакция физико-математической литературы «Наука», 1977. – 456 с.

22. Гениев, Г.А., Г.А., Курбатов, А.С., Самедов, Ф.А. Вопросы прочности и пластичности анизотропных материалов / Г.А. Гениев, А.С. Курбатов, Ф.А. Самедов. – М.: Интербук, 1993. – 187 с.

23. Гениев, Г.А. О критерии прочности каменной кладки при плоском напряженном состоянии / Г.А. Гениев // Строительная механика и расчет сооружений. – Москва: 1979. – № 2. – С. 7-11.

24. Глинка, С. Каменные строительные материалы: руководство для студентов института инженеров путей сообщения Императора Александра I / С. Глинка. – С.-Петербург: [б. и.], Типо-хромолитография Т-ва А. Траншель, Стремянная. – 1891. – № 2. – 221 с.

25. Глухих, В.Н. Анизотропия упругости волокнистых композиционных материалов: учеб. пособ. / В.Н. Глухих. – СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2018. – 94 с.

26. Глухих, В.Н. Связь между упругими постоянными цилиндрически анизотропного тела / В.Н. Глухих // Вестник международной академии холода. Вып. 1. СПб-М.: Издательский дом «Холодильная техника». – 2008. – С 32-34.

27. Глухих, В.Н. Дифференциальные уравнения для цилиндрически анизотропного тела с учетом найденных соотношений между независимыми постоянными упругости / В.Н. Глухих // Труды IV междунар. евразийского симпозиума. Екатеринбург. Урал. гос. лесотехн. ун-т. – 2009. – С. 136-140.

28. Глухих, В.Н. Напряжения в цилиндрически анизотропной полосе от приложенной к ее кромкам сдвиговой нагрузки / В.Н. Глухих // Известия СПбЛТА. – 2005. Вып. 172. – С. 116-122.

29. Глухих, В.Н. Напряжения в цилиндрически анизотропной полосе, нагруженной поперечной силой на концах / В.Н. Глухих // Известия СПбЛТА. СПб.: – 2004. Вып. 171. – С. 158-165.

30. Глухих, В.Н., Черных, А.Г. Анизотропия древесины (технологический аспекты): монография / В.Н. Глухих, А.Г. Черных. – СПб.: 2013. – 240 с.
31. Глухих, В.Н. Напряжения в сжатой по концам цилиндрически анизотропной полосе / В.Н. Глухих // Известия СПбЛТА. – СПб.: – 2003. Вып. 170. – С. 166-172.
32. Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие для вузов / В.Е. Гмурман. – 4-е изд., доп. – М.: «Высш школа», 1972. – 368 с.
33. Гнеденко, Б.В., Хинчин, А.Я. Элементарное введение в теорию вероятностей / Б.В. Гнеденко, А.Я. Хинчин. – М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1982. – 160 с.
34. ГОСТ 8462-85 Материалы стеновые. Методы определения пределов прочности при сжатии и изгибе. – М.: Госстандарт Союза ССР: Изд-во стандартов, 1987. – 8 с.
35. ГОСТ 5802-86 Растворы строительные. Методы испытания. – М.: Госстандарт Союза ССР: Изд-во стандартов, 1986. – 22 с.
36. ГОСТ 22690-88 Бетоны. Определение прочности механическими методами неразрушающего контроля. – М.: Изд-во стандартов, 1988. – 26 с.
37. ГОСТ 31937-2011 Здания и сооружения. Правила обследования и мониторинга технического состояния. – М.: Стандартинформ, 2014. – 54 с.
38. Гроздов, В.Т. Кирпичные своды перекрытий старых жилых и общественных зданий / В.Т. Гроздов. – СПб.: ВИТУ, 1999. – 25 с.
39. Гроздов, В.Т. Техническое обследование строительных конструкций зданий и сооружений / В.Т. Гроздов. – СПб.: Издательский дом KN+, 2001. – 140 с.
40. Дарков, А.В. Строительная механика: учебник / А.В. Дарков, Н.Н. Шапошников. – 10-е изд., стер. – СПб.; М.; Краснодар: «Лань», 2005. – 656 с.
41. Деркач, В.Н. Каменное заполнение каркасных зданий: прочность, жесткость и силовое взаимодействие с каркасом. дис. ... д-р техн. наук: 05.23.01 / Деркач Валерий Николаевич – Брест, 2016. – 260 с.

42.Деркач, В.Н., Орлович, Р.Б. Методы повышения трещиностойкости каменных перегородок, возводимых на железобетонных перекрытиях / В.Н. Деркач, Р.Б. Орлович Р.Б. // Строительство и реконструкция. – Орел: 2012. – № 4(42). – С. 35-40.

43.Деркач, В.Н., Орлович, Р.Б. Прочность каменной кладки на срез по неперевязанным сечениям / В.Н. Деркач, Р.Б. Орлович Р.Б. // Строительство и реконструкция. – Орел: 2010. – № 3(29). – С. 7-13.

44.Деркач, В.Н., Орлович, Р.Б. Эмпирические критерии прочности каменной кладки в условиях сложного напряженного состояния / В.Н. Деркач, Р.Б. Орлович// Строительство и реконструкция. – Орел: 2010. –№ 6(32). – С. 8-12.

45.Деркач, В.Н., Орлович, Р.Б. Критерии прочности, применяемые в зарубежной практике расчета и проектирования каменных конструкций / В.Н. Деркач, Р.Б. Орлович // Известия высших учебных заведений. Строительство. – 2011. – № 6(630). – С. 101-106.

46.Долидзе, Д.Е. Испытание конструкций и сооружений / Д.Е. Долидзе. М.: Высш. школа, 1975. – 252 с.

47.Еременок, П.Л. Каменные и армокаменные конструкции: учебник для строит. вузов и фак. / П.Л. Еременок, И.П. Еременок. – Киев: Вища школа. Головное изд-во, 1981. – 223 с.

48.Завриев, К.С. Массивные своды из легкого бетона / К.С. Завриев. – М.: Стройиздат, 1948. – 176 с.

49.Залесский, В.Г. Архитектура: краткий курс построения частей зданий / В.Г. Залесский. – 2-ое изд., – М.: 1911. – 640 с.

50.Землянский, А.А. Обследование и испытание зданий и сооружений: учебное пособие / А.А. Землянский. – М.: Изд-во АСВ, 2004. – 240 с.

51.Зимин, С.С. Расчетная модель каменной арочной конструкции // С.С. Зимин, В.В. Беспалов, А.С. Казимирова // Вестник Донбасской национальной академии строительства и архитектуры. – 2015. – №3 (113). – С. 33-37.

52.Золотухин, Ю.Д. Испытание строительных конструкций статической нагрузкой: учебное пособие / Ю.Д. Золотухин. – Гомель: БелИИЖТ, 1978. – 89 с.

53.Золотухин, Ю.Д., Испытание сооружений: справ. пособие / Ю.Д. Золотухин, В.Ш. Барбакадзе, И.Д. Герасимов, Н.И. Страбахин. – Мн.: Выш. шк., 1992. – 272 с.

54.Зубков, В.А. Определение прочности бетона: учебное пособие / В.А. Зубков. – М.: изд-во АСВ, 1998. – 120 с.

55.Инчик В.В. Опыт обследования состояния кирпичных стен зданий, сооружений и памятников архитектуры, подвергшихся солевой коррозии / В.В. Инчик // Реконструкция городов и геотехническое строительство. – Санкт-Петербург: 2001. – № 1(4).

56.Кабанцев, О.В. Научные основы структурной теории каменной кладки для оценки предельных состояний каменных конструкций сейсмостойких зданий: дис... д-р техн. наук: 05.23.01 / Кабанцев Олег Васильевич. – Москва, 2016. – 358 с.

57.Калдар-оол, А-Х.Б. Аналитические способы построения трехцентровых коробовых кривых / С.А. Корзон, А-Х.Б. Калдар-оол // Вестник гражданских инженеров. – СПб.: СПбГАСУ. – 2012. – № 1(30). – С. 112-114.

58.Калдар-оол, А-Х.Б. Определение несущей способности кладки в зданиях памятников архитектуры XVIII - XIX веков / А-Х.Б. Калдар-оол // Вестник гражданских инженеров. – СПб.: СПбГАСУ. – 2012. – № 3(32). – С. 104-106.

59.Калдар-оол, А-Х.Б. Расчет коробового свода методом сил / А-Х.Б. Калдар-оол // Вестник гражданских инженеров. – СПб.: СПбГАСУ. – 2017. – № 4(63). – С. 135-138.

60.Калдар-оол, А-Х.Б. Анизотропия кирпичных коробовых сводов / В.Н. Глухих, А-Х.Б. Калдар-оол // Вестник гражданских инженеров. – СПб.: СПбГАСУ. – 2019. – № 6(77). – С. 130-136.

61.Калинин, А.А. Обследование, расчет и усиление зданий и сооружений: учебное пособие / А.А. Калинин. – М.: изд-во АСВ, 2004. – 160 с.

62.Калинин, В.М. Оценка технического состояния зданий: учебник / В.М. Калинин, С.Д. Сокова. – М.: ИНФРА-М, 2006. – 268 с.

63. Караулов, Е.В. Каменные конструкции. Их развитие и сохранение / Е.В. Караулов. – М.: Стройиздат, 1966. – 243 с.

64. Качурин, В.К. Расчет бесшарнирных симметричных сводов / В.К. Качурин. – М.: Советская наука, 1942. – 166 с.

65. Кашкаров, К.П. Контроль прочности бетона и раствора в изделиях и сооружениях / К.П. Кашкаров. – М.: Стройиздат, 1967. – 96 с.

66. Киселев, В.А. Строительная механика / В.А. Киселев. – М.: Госстройиздат, 1960. – 560 с.

67. Клименко, Ю.Г. Искусство стереотомии во французской архитектуре нового времени [Электронный ресурс] / Ю.Г. Клименко // Architecture and Modern Information Technologies. – 2017. – №4(41). – С. 88-106. – Режим доступа: http://marhi.ru/AMIT/2017/4kvart17/07_klimenko/index.php (Дата обращения: 12.01.2020).

68. Козачек, В.Г. Обследование и испытание зданий и сооружений: учебное пособие для студентов вузов / В.Г. Козачек, Н.В. Нечаев, С.Н. Нотенко. – М.: Высш. шк., 2004. – 446 с.

69. Кривошеин, Г.Г. Расчет сводов. В двух частях. Расчет сводов по методу предельного равновесия. Расчет упругого свода / Г.Г. Кривошеин. – Петроградъ: Новый пер., № 2: Типография А. Бенке, 1918. – 91 с.

70. Крылов, Н.А. Испытание конструкций сооружений / Н.А. Крылов, К.А. Глуховский. – Л.: Стройиздат, 1970. – 269 с.

71. Лабудин, Б.В. Конструирование и расчет современных пространственных КДК. Перекрестные балки и купола: учеб. пособ. / Б.В. Лабудин. – Л.; АЛТИ-ЛТА, 1984. – 64 с.

72. Лахтин, Н.К. Расчет арок и сводов. Руководство к аналитическому расчету / Н.К. Лахтин. – М.: Студенч. изд. о-во при Имп. Моск. Техн. уч-ще, 1911. – 466 с.

73. Лехницкий, С.Г. Анизотропные пластинки. – 2-е изд., перераб. и доп. / С.Г. Лехницкий. – М.: Гостехиздат, 1957. – 463 с.

74. Лехницкий, С.Г. Теория упругости анизотропного тела / С.Г. Лехницкий. – М.: Гостехиздат, 1977. – 415 с.

75. Лещинский, М.Ю. Испытание прочности бетона / М.Ю. Лещинский, Б.Г. Скрамтаев. – 2-ое изд., перераб. и доп. – М.: Стройиздат, 1973. – 272 с.

76. Лифанов, И.С. Метрология, средства и методы контроля качества в строительстве: Справочное пособие / И.С. Лифанов, Н.Г. Шерстюков. – М.: Стройиздат, 1979. – 223 с.

77. Лопатто, А.Э. Пролеты, материалы, конструкции / А.Э. Лопатто. – М.: Стройиздат, 1982. – 198 с.

78. Лужин, О.В. Обследование и испытание сооружений: учеб. для вузов по спец. «Пром. и гражд. стр-во» / О.В. Лужин, А.Б. Злочевский и др. – М.: Стройиздат, 1987. – 264 с.

79. Максимов, П.Н. Архитектурные обмеры. Пособие по фиксации памятников архитектуры / П.Н. Максимов, С.А. Торопов. – М.: Изд-во Академии Архитектуры СССР, 1949. – 151 с.

80. Методические рекомендации по статистической оценке прочности бетона при испытании неразрушающими методами. (МДС 62-1.2000) – М.: ГУП «НИИЖБ», 2001. – 4 с.

81. Михайлов, Б.К. Пластины и оболочки с разрывными параметрами. – Л.: Изд-во Ленинградского университета, 1980. – 196 с.

82. Михайлов, П. Примеры расчета по новому методу коробовых и круговых арок переменного сечения и таблицы для круговых арок / П. Михайлов. – Л.: 1926. – 81 с.

83. Морозов, В.И. Корпуса высокого давления для энергетических, строительных и специальных технологий / В.И. Морозов. – СПб.: СПбГАСУ, 2011. – 393 с.

84. Морозов, В.И. Особенности напряженно-деформированного состояния торцовых элементов в виде толстых конических плит корпусов высокого давления / В. И. Морозов, Э. К. Опбул, Фан Ван Фук // Вестник гражданских инженеров. – Санкт-Петербург: СПбГАСУ. – 2017 г. – № 4(63). – С. 87-92.

85. Морозов, В.И. К расчету толстых конических плит на действие равномерно распределенной нагрузки / В.И. Морозов, Э.К. Опбул, Фан Ван Фук // Вестник гражданских инженеров. – Санкт-Петербург: СПбГАСУ. – 2018 г. – № 2(67), – С. 66-73.

86. Онищик, Л.И. Каменные конструкции промышленных и гражданских зданий / Л.И. Онищик. – М.-Л.: Госстройиздат, 1939. – 208 с.

87. Онищик, Л.И. Прочность и устойчивость каменных конструкций / Л.И. Онищик. – М.-Л.: 1937. – 291 с.

88. Орлов, М.М. Пример расчета свода как упругой арки по методу потенциальной энергии / М.М. Орлов. – Томск: Издатком втузов, 1931. – 131 с.

89. Орлович, Р.Б. Способы усиления цилиндрических каменных сводов / Р.Б. Орлович, Чакалиди В.Х. // Теория инженерных сооружений. Строительные конструкции. – 2017. – № 1(69). – С. 50-55.

90. Пангаев, В.В. Развитие расчетно-экспериментальных методов исследования прочности кладки каменных конструкций: дис... д-р техн. наук: 05.23.01 / Пангаев Валерий Владимирович. – Новосибирск, 2009. – 267 с.

91. Пашкин, Е.М. Диагностика деформации памятников архитектуры / Е.М. Пашкин, Г.Б. Бессонов. – М.: Стройиздат, 1984. – 151 с.

92. Подъяпольский, С.С. Реставрация памятников архитектуры: учебное пособие для вузов / С.С. Подъяпольский, Г.Б. Бессонов, Л.А. Беляев. – М.: Стройиздат, 1988. – 264 с.

93. Полещук, А. Расчет и кладка сводов. Лекции по строительному искусству: вып. 1. / А. Полещук. – СПб.: 1898-1899. «Своды и паруса»: вып. 2. / А. Полещук. – СПб.: типо-лит. И.П. Фомина, 1899. – 175 с.

94. Порывай, Г.А. Техническая эксплуатация зданий: учебник для техникумов / Г.А. Порывай. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Стройиздат, 1990. – 368 с.

95. Пособие по проектированию каменных и армокаменных конструкций (к СНиП II-22-81 «Каменные и армокаменные конструкции. Нормы

проектирования») / ЦНИИСК им. Кучеренко Госстроя СССР. – М.: ЦИТП Госстроя СССР, 1989. – 152с.

96.Пособие по проектированию жилых зданий: Утв. ЦНИИЭП жилища (Центр. н.-и. и проект. ин-т типового и эксперим. проектирования жилища) 31.07.86. Вып. 3. Конструкции жилых зданий: (к СНиП 2.08.01-85). – М.: 1989. – 304 с.

97.Правдзик, Б. Устройство сводчатого перекрытия из полых бетонных камней / Б. Правдзик. – СПб.: 1889. – 110 с.

98.Прейс, П.В. Арки и своды. Раздел курса: Архитектурные конструкции / П.В. Прейс. – Л.: 1948. – 68 с.

99.Приоров, М.К. Своды. Записки Первых Московских строительных курсов / [Соч.] М.К. Приорова. – Москва: Унив. тип., 1907. – 35 с.

100.Прядко, Н.В. Обследование и реконструкция жилых зданий: учебное пособие / Н.В. Прядко. – Макеевка: ДонНАСА, 2006. – 156 с.

101.Рабочий проект «Восстановления несущей способности строительных конструкций, гидроизоляции фундаментов и углубления подвалов Административного корпуса». – СПб.: 2007. – 58 с.

102.Рабинович, И.М. Курс строительной механики / И.М. Рабинович. – 2-ое изд., перераб. –Л.: Стройиздат, 1950. – 387 с.

103.Радивановский, В.И. Строительные материалы / В.И. Радивановский. – 2-е доп. изд. – СПб.: 1900. – 151 с.

104.Ренкин, У.Д. Руководство для инженеров-строителей / У.Д. Ренкин. Пер. с англ. инж. П. Андреев. – СПб.: 1870. – 855 с.

105.Ржаницын, А.Р. Некоторые вопросы механики систем, деформирующихся во времени/ А.Р. Ржаницын. – М-Л.: Гос. изд-во техн.-теорет. лит., 1949. – 252 с.

106.Ржаницын, А.Р. Расчет упругих оболочек произвольного очертания в прямоугольных координатах / А.Р. Ржаницын // Строительная механика и расчет сооружений. – 1977. – №1. – С. 21-28.

107.Розенблюмас, А.М. Каменные конструкции / А.М. Розенблюмас. – Москва: Высш. школа, 1964. – 302с.

108.Романович, М.Е. Гражданская архитектура. Части зданий: в 4-х т. / Сост. инж.-архит. М.Е. Романович. – 4-е изд. Т. 1-4. – СПб.: тип. Е. Тилле, 1903. – 4 т.

109.де-Рошефор, Н.И. Иллюстрированное урочное положение. Полный текст по испр. экземпляру с пояснит. рис., справочными сведениями, расчетами, практич. указаниями и бланковыми расценками на строительные работы. Пособие при составлении и проверке смет, проектировании и исполнении работ / Н.И. Рошефор. – СПб.: тип. Училища глухонемых, 1906. – 730 с.

110.Руководство по проектированию и возведению каменных сводов двоякой кривизны / ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко Госстроя СССР. – М.: Стройиздат, 1976. – 33 с.

111.Руководство по проектированию каменных и армокаменных конструкций / ЦНИИСК им. В. А. Кучеренко Госстроя СССР. – М.: Стройиздат, 1974. – 183 с.

112.Санна Пол и др. Visual Basic для приложений: В подлиннике: Пер. с англ. Александр Ошеренко. – (Версия 5). – СПб. и др.: BHV-Санкт-Петербург, 1997. – 701 с.

113.Семенцов, С.А. Справочник проектировщика промышленных, жилых и общественных зданий и сооружений. Каменные и армокаменные конструкции / С.А. Семенцов, В.А. Камейко. – М.: Стройиздат, 1968. – 176 с.

114.Сидоров, В.Н. Метод конечных элементов в расчёте сооружений: теория, алгоритм, примеры расчётов в программном комплексе SIMULIA Abaqus / В.Н. Сидоров, В.В. Вершинин. – Москва: Изд-во АСВ, 2015. – 288 с.

115.Скогорева, Р.Н. Современные методы обмеров памятников архитектуры / Р.Н. Скогорева. – М.: МАРХИ, 1990. – 132 с.

116.Скрамтаев, Б.Г. Строительные материалы / Б.Г. Скрамтаев. 6-ое изд., перераб. – М.: 1954. – 643 с.

117.Сметанин, А.И. Строительное дело. Крат. пособ. с 7 табл. черт.: (по извлеч. из «Каменной кладки» В.И. Курдюмова, «Строительных работ» В.И. Радивановского, «Строительных материалов» В.В. Эвальда и др.) / собр. А.И. Сметаниным. – Новочеркасск: Обл. Войска Дон. тип., 1917. – 120 с.

118. Смирнов, Н.В. Курс теории вероятностей и математической статистики для технических приложений: учебное пособие для высших технических учебных заведений / Н.В. Смирнов, И.В. Дунин-Барковский. – 2-ое изд., испр. и доп. – М.: «Наука», 1965. – 511 с.

119.СП 15.13330.2012. Свод правил. Каменные и армокаменные конструкции. Актуализированная редакция СНиП II-22-81/ ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко – институт ОАО «НИЦ «Строительство». – М.: ФАУ «ФЦС», 2012. – 81 с.

120.СП 20.13330.2011. Нагрузки и воздействия. Актуализированная редакция СНиП 2.01.07-85*. / ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко – институт ОАО «НИЦ «Строительство». – М.: 2011. – 80 с.

121.Соколова, Т.Н. Архитектурные обмеры: учебное пособие по фиксации архитектурных сооружений / Т.Н. Соколова, Л.А. Рудская, А.Л. Соколов. – М.: Архитектура, 2006. – 112 с.

122.Свод правил по проектированию и строительству: СП 13-102-2003. Правила обследования несущих строительных конструкций зданий и сооружений: официальное издание / Госстрой России. – М.: ФГУП ЦПП, 2004. – 26 с.

123. Справочник архитектора. Том VIII. Конструкции гражданских зданий. – М.: Издательство Академии архитектуры СССР, 1946. – 677 с.

124.Справочник проектировщика промышленных, жилых и общественных зданий. Расчетно-теоретический. В 2-х кн. Кн. 1. Под редакцией А.А. Уманского. – М.: Стройиздат, 1972. – 600 с.

125.Стаценко, В.П. Части зданий. Гражданская архитектура/ В.П. Стаценко. – 8-е изд. доп. и испр. под ред. проф. В. Колпычева и Н. Касперовича. – М-Л.: Гос. изд-во., 1931. – 656 с.

126.Столяров, Я.В. Введение в теорию железобетона / Я.В. Столяров. – М-Л.: Стройиздат наркомстроя, 1941. – 447 с.

127.Стрелец-Стрелецкий, Е.Б. Ли́ра-Сапр. Книга I. Основы / Е.Б. Стрелец-Стрелецкий, А.В. Журавлев, Р.Ю. Водопьянов. Под ред. Академика РААСН, докт. техн. наук, проф. А.С. Городецкого. – Изд-во LIRALAND, 2019. – 154 с.

128.Технический отчет «Результаты визуального освидетельствования и технического обследования главного корпуса Российского Этнографического музея, расположенного по адресу: СПб, ул. Инженерная, дом 4». ООО «Инженерный Центр». – СПб., 2003. – 124 с.

129. Техно-рабочий проект «Государственный музей Этнографии народов СССР. Капитальный ремонт жилого дома. Обмерные чертежи». Ленинградский филиал «Гипротеатр». – Ленинград: 1972. – 1 т.

130.Тюрин, В.Г. Статика сооружений. Цилиндрические своды: Курс ст. класса Николаев. инж. акад. 1901 / 1902 г. / В.Г. Тюрин. – СПб.: типо-лит. А.Ф. Маркова, 1902. – 94 с.

131.Уголев, Б.Н. Деформативность древесины и напряжения при сушке / Б.Н. Уголев. – Москва: Лесная пром-сть, 1971. – 174 с.

132.Федорович, О.М. (проф. Моск. ин-та инж. путей сообщ. имп. Николая II). Каменные работы: руководство / О.М. Федорович. – М.: скл. изд. у авт., 1915. – 536 с.

133.Хамиджанов, Н.С. Пространственная работа куполов меридионально-коробового сечения, как конструкции традиционной национальной архитектуры в республиках средней Азии: дис... канд. техн. наук: 05.23.01 / Хамиджанов Нарзулла Саматович. – Л., 1989. – 103 с.

134.Хэлворсон, М., Эффективная работа: Microsoft Office Sistem 2003/ М. Хэлворсон, М. Янг., [пер. В. Ахмадуллин и др.] – СПб. [и др.]: Питер, 2004. – 1232 с.

135.Школьник, И.Э. Современные методы и приборы контроля качества в строительстве: Учебное пособие / И.Э. Школьник. – М.: Моск. инж.-строит. инст. им. В.В. Куйбышева, 1978. – 58 с.

136.Школьник, И.Э. Механические неразрушающие методы испытания бетона: Учебное пособие / И.Э. Школьник, Г.Я. Почтовик; Моск. инж.-строит. ин-т. им. В.В. Куйбышева, – М.: Б.и., 1975. – 40 с.

137.Юй Хуэй. Напряженно-деформированное состояние корпуса сферической формы из тяжелого армоцемента при внутреннем нагреве и высоком давлении: дис... канд. техн. наук: 05.23.01 / Юй Хуэй. – СПб., СПбГАСУ, 2013. – 180 с.

138.Юшин, А.В. Прочность наклонных сечений многопролетных железобетонных конструкций, усиленных фиброармированными пластиками: дис... канд. техн. наук: 05.23.01 / Юшин Алексей Владимирович. – СПб., СПбГАСУ, 2014. – 121 с.

139.Яковлев, К.П. Краткий физико-технический справочник / К.П. Яковлев. – М.: Физматгиз, 1960. – 411 с.

140.Ясинский, Ф.С. Устойчивость деформаций и статика сооружений / Ф.С.Ясинский. – СПб.: тип. Ю.Н. Эрлих, 1903. – 254 с.

141.Aas-Jakobsen, A., Die Berechnung der Zylinderschalen / A. Aas-Jakobsen. – Berlin-Göttingen: Heidelberg, Springer-Verlag, 1958. – 160 p.

142.Abdank, R., Rahmen, Bogen und Durchlaufkonstruktionen / R. Abdank. – Berlin: Veb Verlag Technik, 1959. – 227 p.

143.Autenrieth, E., Die statische Berechnung der kuppelgewölbe / E. Autenrieth. – Berlin: Verlag von Y. Springer, 1894. – 75 p.

144.Betti, M. Two non linear finite element models developed for the assessment of failure of masonry arches / M. Betti, G. A. Drosopoulos, G. E. Stavroulakis // Comptes Rendus Mecanique. – 2008. – № 336. – Pp. 42-53.

145.Binda, L., Lualdi, M., Saisi, A., Zanzi, L. Radar investigation as a complementary tool for the diagnosis of historic masonry buildings / L. Binda, M. Lualdi, A. Saisi, L. Zanzi // International Journal of Materials and Structural Integrity. – 2011. – № 5(1). – Pp. 1-25.

146.Binda, L., Lualdi, M., Saisi, A. Non-destructive testing techniques applied for diagnostic investigation: Syracuse cathedral in Sicily, Italy / L. Binda, M. Lualdi, A. Saisi // *International Journal of Architectural Heritage*. – 2007. – № 1. – Pp. 380-402.

147.Brabandt, K., *Der vollwandige zweigelenkbogen. Entwurf, bauliche Ausbildung und Berechnung des zweigelenkbogens, seiner Fahrbahn und Widerlager* / K. Brabandt. – Berlin: Ernsf&Sohn, 1910. – 65 p.

148.Block, P., Ciblac, T., Ochsendorf, J. Real-time limit analysis of vaulted masonry buildings / P. Block, T. Ciblac, J. Ochsendorf // *Computers and Structures*. – 2006. – № 84. – Pp. 1841-1852.

149.Cancelliere, I., Imbimbo, M., Sacco, E. Experimental tests and numerical modeling of reinforced masonry arches / I. Cancelliere, M. Imbimbo, E. Sacco // *Engineering Structures*. – 2010. – № 32. – Pp. 776-792.

150. Dallot, J. Experimental validation of a homogenized plate model for the yield design of masonry walls / J. Dallot, K. Sab, O. Godet // *Comptes Rendus Mecanique*. – 2008. – № 336. – Pp. 487-492.

151.D'Ambrisi, A. Masonry arches strengthened with composite unbonded tendons / A. D'Ambrisi, L. Feo, F. Focacci // *Composite Structures*. – 2013. – № 98. – P. 323-329.

152.Derand, F., *L'architecture des voûtes ou l'Art des traits et coupe des voûtes* / F. Derand. – 3-me ed., rev. et corrig. – Paris: 1643. –459 p.

153.De Santis, S. Laboratory and field studies on the use of acoustic emission for masonry bridges / S. De Santis, A.K. Tomor // *NDT & E International*. – 2013. – № 55. – Pp. 64-74.

154.DIN 1053-1:1996-11. Masonry – Part 1: Design and construction. Mauerwerk – Teil 1: Berechnung und Ausführung / Normenausschub Bauwesen (NABau) im DIN Deutsches Institut für Normung e. V. – Berlin: 1996. – 32 p.

155.EN 1992-1-1 (2004) (English): Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings / Management Centre: Avenue Marnix 17. – Brussels: 2004. – 198 p.

- 156.EN 1996-1-1 (2005) (English): Eurocode 6: Design of masonry structures - Part 1-1: General rules for reinforced and unreinforced masonry structures / Management Centre: rue de Stassart. – Brussels: 2005. – 103 p.
- 157.Felice, G. Assessment of the load-carrying capacity of multi-span masonry arch bridges using fibre beam elements / G. Felice // Engineering Structures. – 2009. – № 31(8). – Pp. 1634–1647.
- 158.Föppl, A. Vorlesungen über technische Mechanik / A. Föppl. – Berlin: 1922. – 446 p.
- 159.Fraternali, F. A thrust network approach to the equilibrium problem of unreinforced masonry vaults via polyhedral stress functions / F. Fraternali // Mechanics Research Communications. – 2010. – № 37(2). – Pp. 198-204.
- 160.Goudin, Y.B., Theorie simple et rationnelle des voutes avec nombreuses applications / Y.B. Goudin. – Paris: Edit. Ch. Dunod. – 1903. – 103 p.
- 161.Kaldar-ool, A-Kh.B., Babanov V.V., Allahverdov B.M., Saaya S.S. Additional load on barrel vaults of architectural monuments / A-Kh.B. Kaldar-ool, V.V. Babanov, B.M. Allahverdov, S.S. Saaya // Magazine of Civil Engineering. – 2018. – № 8(84). – Pp. 15-28. doi: 10.18720/MCE.84.2.
- 162.Lourenço, P.B. Computational Strategies for Masonry Structures. PhD thesis / P.B. Lourenço. – Portugal: Technical Delft University Press, 1996. – 220p.
- 163.Marseglia, P.S. Modeling of masonry vaults as equivalent diaphragms / P.S. Marseglia, F. Micelli, M. Leone, M.A. Aiello // Key Engineering Materials. – 2014. – № 628. – Pp. 185-190.
- 164.Milani, G. Upper bound sequential linear programming mesh adaptation scheme for collapse analysis of masonry vaults / G. Milani // Advances in Engineering Software. – 2015. – № 79. – Pp. 91-110.
165. Milani, G.A. simple meso-macro model based on SQP for the non-linear analysis of masonry double curvature structures / G.A. Milani, A. Tralli // International Journal of Solids and Structures. – 2012. – № 49(5). – Pp. 808-834.

166.Morozov, V.I., Behaviour of axisymmetric thick plates resting against conical surface / Morozov V.I., Opbul E.K., Van Phuc, P. // Magazine of Civil Engineering. – 2019. – № 2(86). – Pp. 92-104. DOI: 10.18720/MCE.86.9.

167.Palacios, J.C., Bravo, S.C. Diseño y construcción de las bóvedas por cruceros en España durante el siglo XVI / J.C. Palacios, S.C. Bravo // Informes de la Construcción. – 2013. – № 65. – Pp. 81-94.

168.Pirlet, J., Kompendium der Statik der Baukonstruktionen / J. Pirlet. Bd. 2, Th. 2. – Berlin: 1921-1923. – 206 p.

169.Rizzi, E. Analytical and numerical DDA analysis on the collapse mode of circular masonry arches / E. Rizzi, F. Rusconi, G. Cocchetti // Engineering Structures. – 2014. – № 60. – Pp. 241-257.

170.Rüdiger, D., Kreiszyinderschalen. Ein Tabellenwerk zur Berechnung Kreiszyindrischer Schalenkonstruktionen beliebiger Abmessungen. Mit Bildern und Diagrammen / D. Rüdiger, J. Urban. – Leipzig: B.G. Teubner Verlagsgesellschaft, 1955. – 270 S.

171.Sab, K. Overall ultimate yield strength of a quasi periodic masonry [Текст] / K. Sab // Comptes Rendus Mecanique. – 2009. – № 337. – Pp. 603-609.

172.Sanchez-Arcas, M., Form und Bauweise der Schalen / M. Sanchez-Arcas. – Berlin: Veb Verlag für Bauwesen, 1961. – 194 p.

173.Stefanou, I. Three dimensional homogenization of masonry structures with building blocks of finite strength: A closed form strength domain / I. Stefanou, K. Sab, J.V. Heck // International Journal of Solids and Structures. – 2015. – № 54. – Pp. 258-270.

174.Viola, E. General analysis and application to redundant arches under static loading / E. Viola, L. Panzacchi, F. Tornabene // Construction and Building Materials. – 2007. – № 21. – Pp. 1129-1143.

175.Свод: Материал из Википедии – свободной энциклопедии: [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://ru.wikipedia.org/wiki/Свод>. (Дата обращения: 17.02.2013).

176.От берега до берега. Загадки истории. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://zagadki-istorii.ru/ot-berega-do-berega/>. (Дата обращения: 12.01.2020).

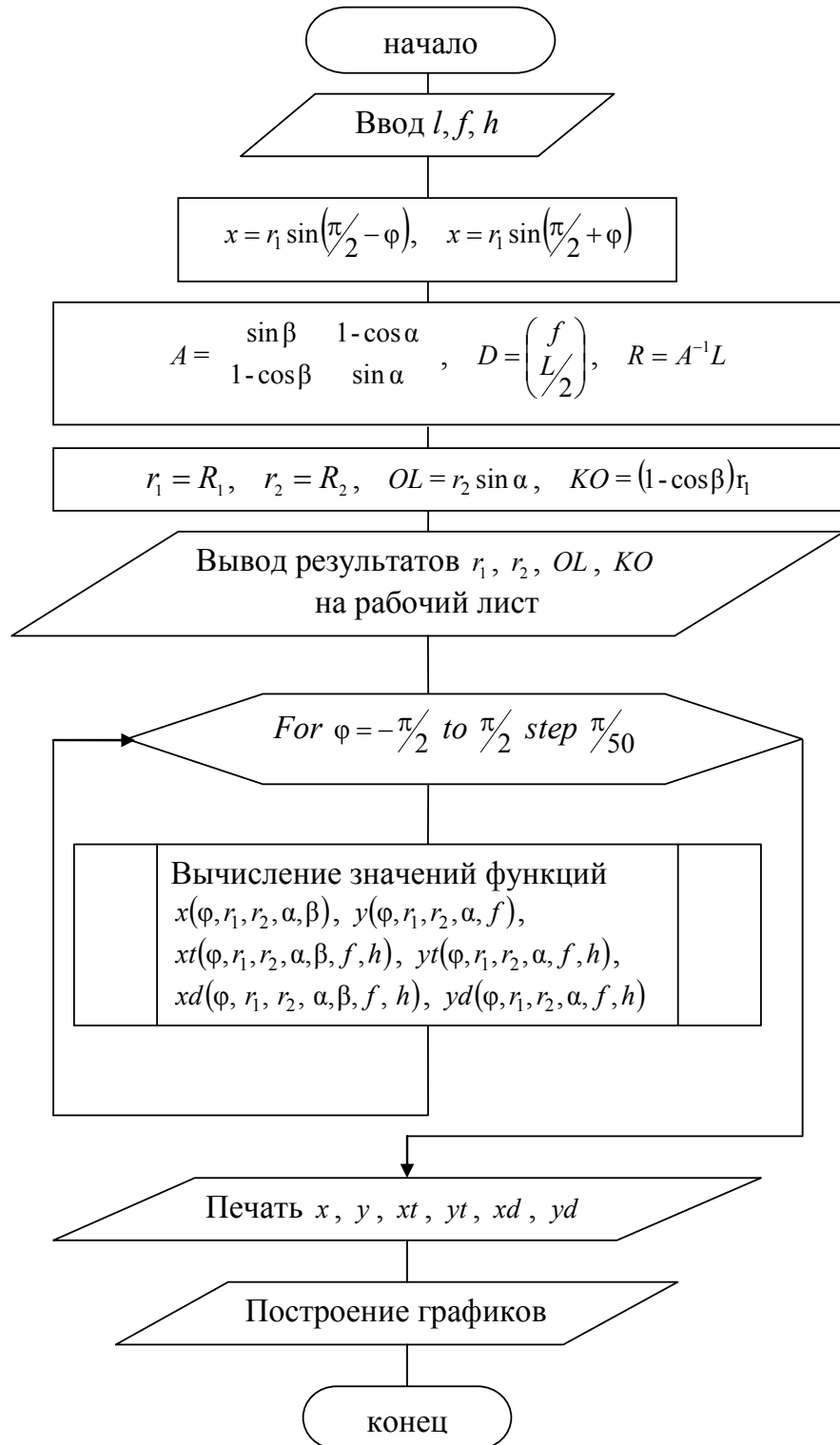
177.Православие в Грузии (фотогалерея) – часть 5. Монастырский комплекс Вардзиа. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://spbhram.ru/2013/publ/universe/3338>. (Дата обращения: 12.01.2020).

178.Citywalls.ru: архитектурный сайт Санкт-Петербурга: [Электронный ресурс]. СПб. – Режим доступа: <http://www.citywalls.ru>. (Дата обращения: 10.06.2018).

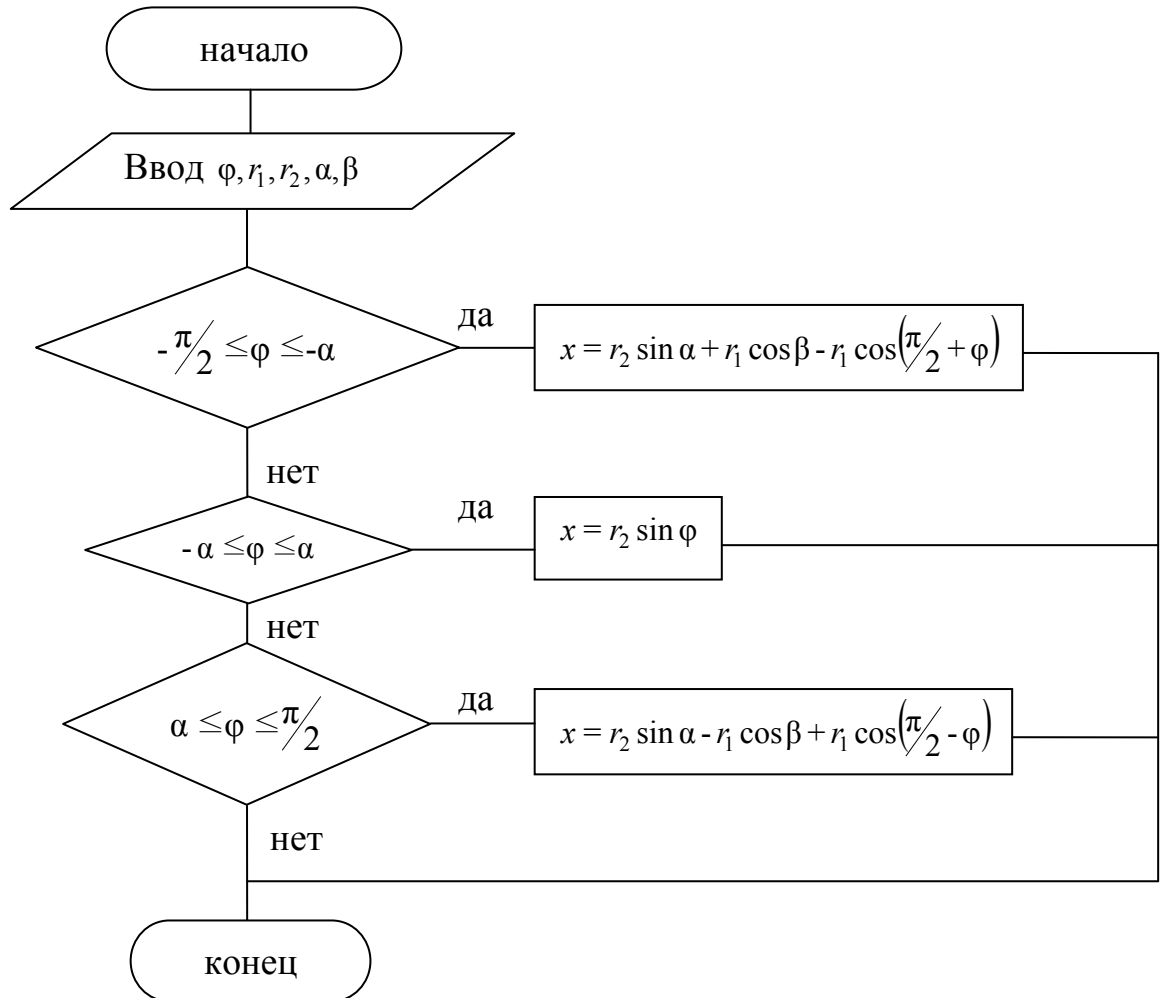
179.HelloPiter.ru. Санкт-Петербург: сайт путеводитель по Санкт-Петербургу: [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.hellopiter.ru/Public_library.html. (Дата обращения: 16.01.2013).

180.Microsoft Visual Basic: Материал из Википедии – свободной энциклопедии: [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://ru.wikipedia.org/wiki/Visual_Basic. (Дата обращения: 09.04.2013).

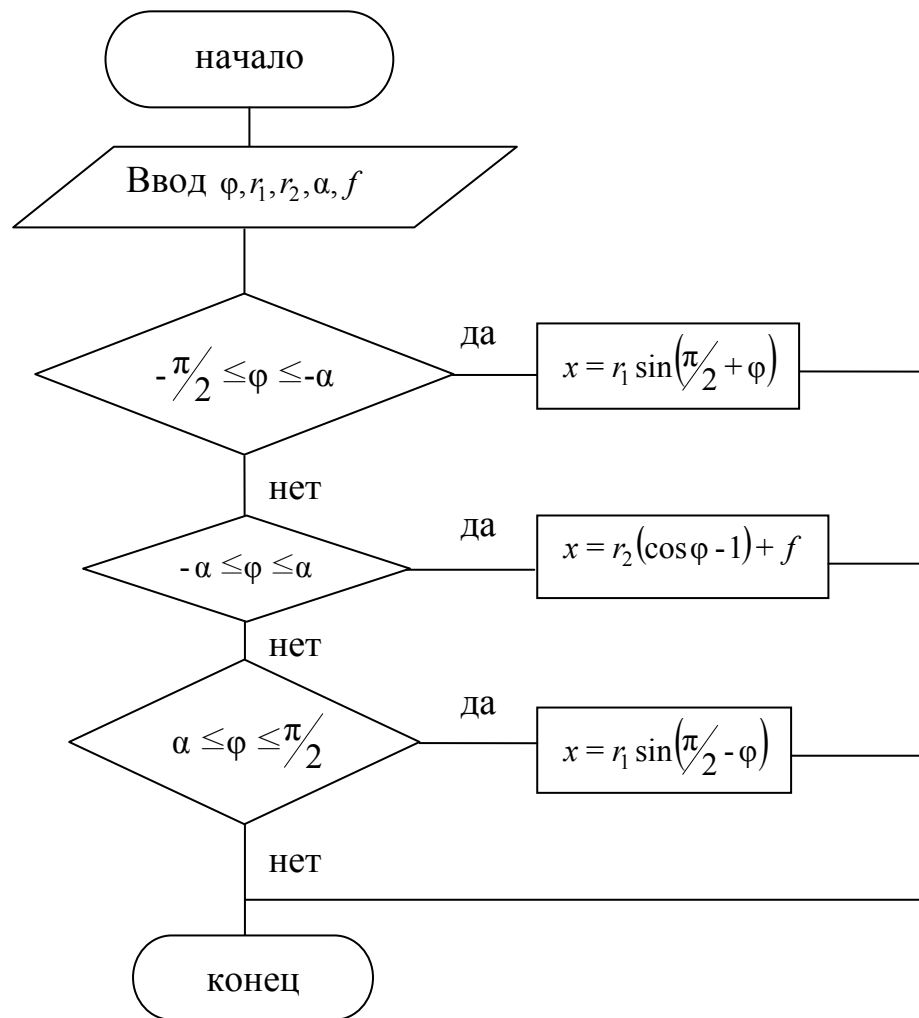
**Блок-схема программы с использованием «Бейсик VBA» для
вычисления координат оси свода**



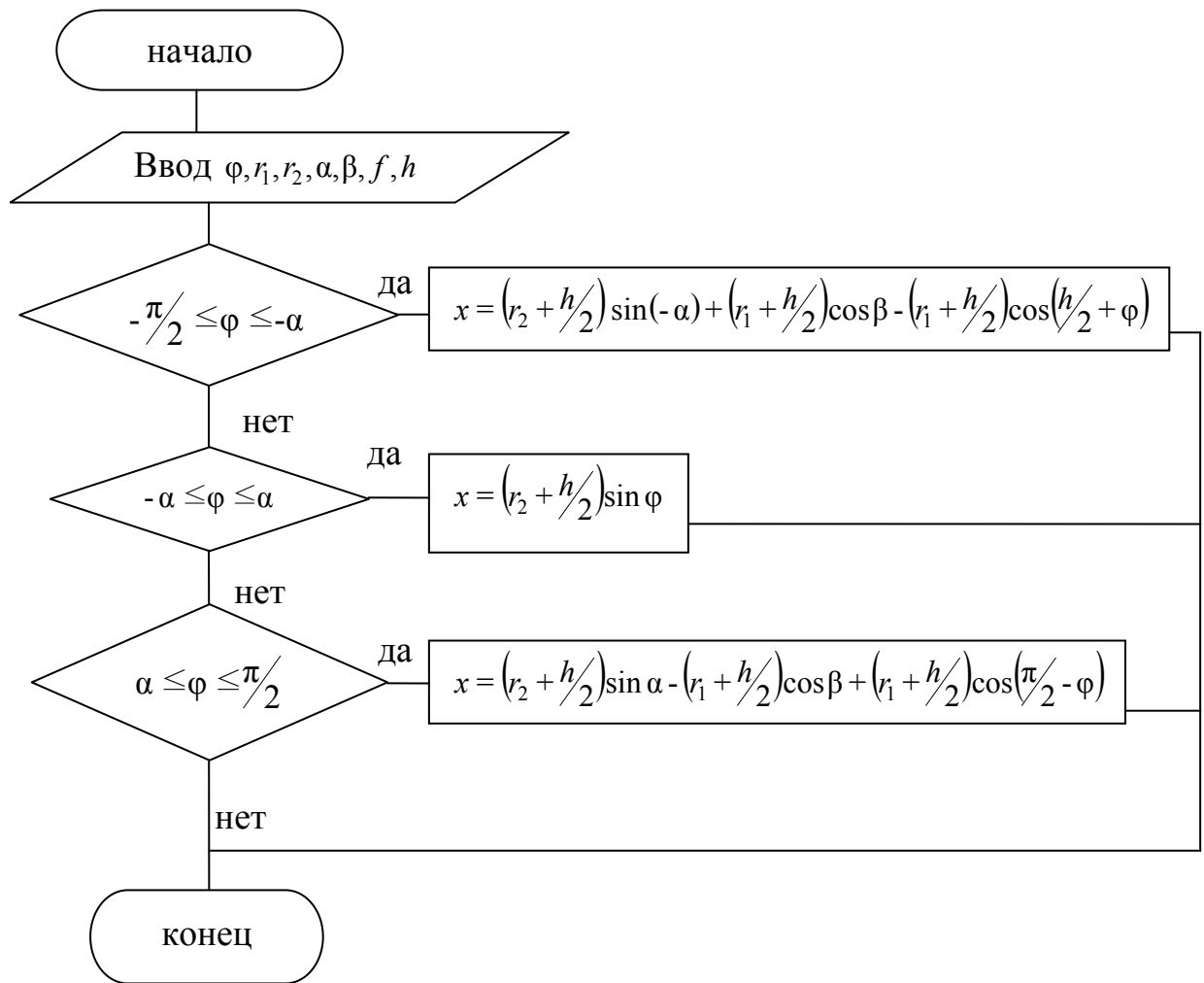
Составные части блок-схемы

Функция $x(\varphi, r_1, r_2, \alpha, \beta)$ 

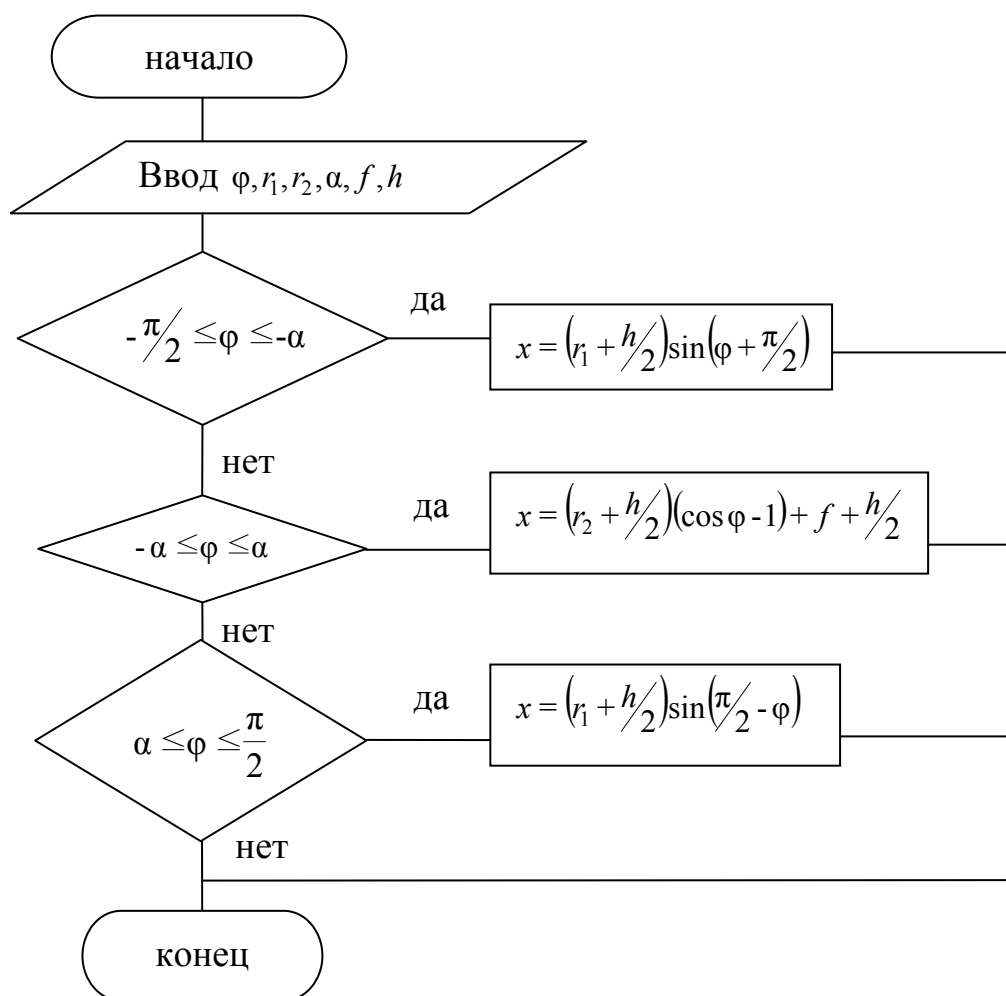
Функция $y(\varphi, r_1, r_2, \alpha, f)$



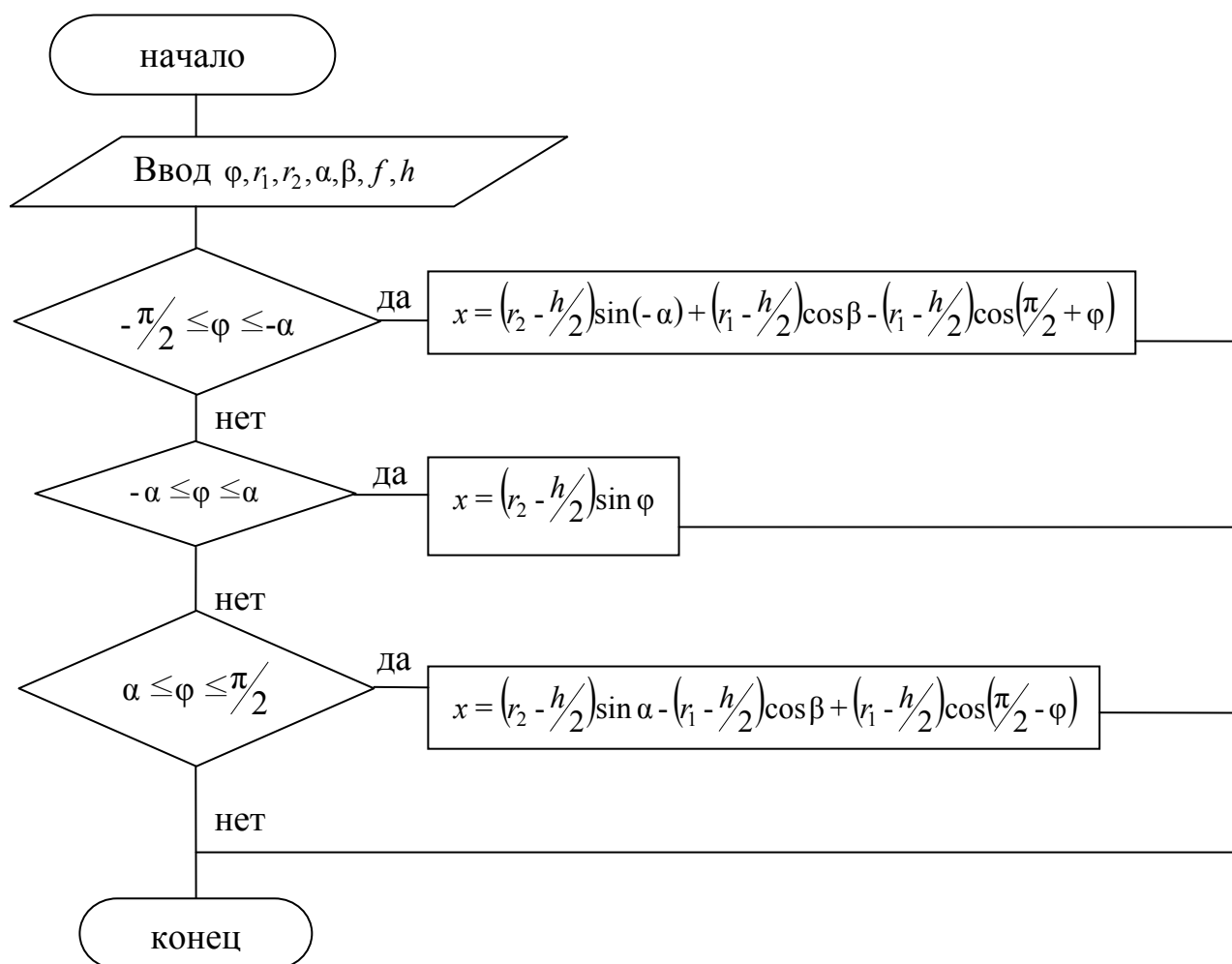
Функция $xt(\varphi, r_1, r_2, \alpha, \beta, f, h)$



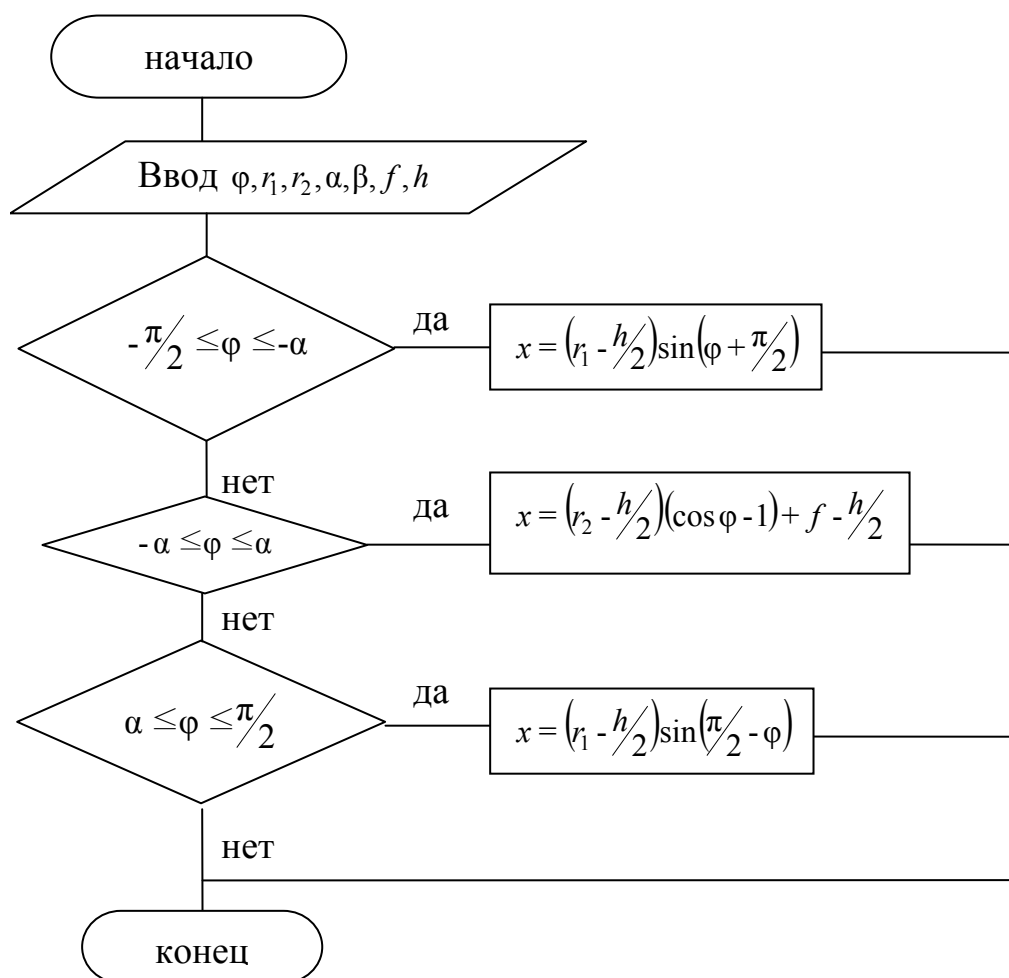
Функция $yt(\varphi, r_1, r_2, \alpha, f, h)$



Функция $xd(\varphi, r_1, r_2, \alpha, \beta, f, h)$



Функция $yd(\varphi, r_1, r_2, \alpha, f, h)$



Расчет коробового свода с учетом свойств анизотропии
по первой группе с тремя экстремумами на замке свода

$$B_{(1)} = 3 - k^2 \quad \text{при } \theta := 90 \cdot \text{deg}$$

$$E_k := 12036 \text{ МПа} \quad \text{по формулам справочной литературы}$$

$$E_p := 2140 \text{ МПа}$$

$$E_r := 14176 \text{ МПа}$$

$$E_t := 1816 \text{ МПа}$$

$$k := \sqrt{\frac{E_t}{E_r}}$$

$$k = 0.358$$

$$B_{11} := 3 - k^2 = 2.8719$$

$$E_x := \frac{E_r \cdot E_t}{E_t \cdot \cos(\theta)^4 + E_r \cdot (3 - k^2) \cdot \cos(\theta)^2 \cdot \sin(\theta)^2 + E_r \cdot \sin(\theta)^4}$$

$$E_x = 1816 \text{ МПа}$$

$$E_y := \frac{E_r \cdot E_t}{E_t \cdot \sin(\theta)^4 + E_r \cdot (3 - k^2) \cdot \cos(\theta)^2 \cdot \sin(\theta)^2 + E_r \cdot \cos(\theta)^4}$$

$$E_y = 14176 \text{ МПа}$$

$$\mu_{rt} := 0.15$$

$$G_{rt} := \frac{E_t}{3 - k^2 + 2 \cdot \mu_{rt}}$$

$$G_{rt} = 572.5282 \text{ МПа}$$

$$G_{xy} := \frac{E_r \cdot G_{rt}}{G_{rt} \cdot 8 \cdot (k^2 - 1) \cdot \sin(\theta)^2 \cdot \cos(\theta)^2 + E_r}$$

$$G_{xy} = 572.528 \text{ МПа}$$

$$\mu_{xy} := -E_x \cdot \left[\frac{2 \cdot (k^2 - 1)}{E_r} \cdot \sin(\theta)^2 \cdot \cos(\theta)^2 - \frac{\mu_{rt}}{E_t} \right]$$

$$\mu_{xy} = 0.15$$

$$\beta_1 := \sqrt{1 + k^2 + 3 - k^2}$$

$$\beta_1 = 2$$

$$q := -30.206 \cdot \text{кН}$$

Изгиб кривого криволинейно-анизотропного бруса распределенной нагрузкой

$$r_2 := 12.15765 \cdot \text{м} \quad h := 0.85 \cdot \text{м} \quad b := 1 \cdot \text{м}$$

$$r_d := r_2 - \frac{h}{2} \quad r_t := r_2 + \frac{h}{2}$$

$$c := \frac{r_d}{r_t} \quad r_t = 12.58265 \cdot \text{м}$$

$$r_2 := r_d, r_d + \frac{r_t - r_d}{4} \dots r_t$$

11.73265
11.94515
12.15765
12.37015
12.58265

$$g := \frac{(1 - c^2)}{2} - \frac{k}{k+1} \cdot \frac{(1 - c^{k+1})^2}{1 - c^{2k}} + \frac{k \cdot c^2}{k-1} \cdot \frac{(1 - c^{k-1})^2}{1 - c^{2k}} \quad g = 0.00002$$

$$g_1 := \frac{2}{\beta_1} \cdot (1 - c^{\beta_1}) + (1 + c^{\beta_1}) \cdot \ln(c) \quad g_1 = -0.00021$$

$$\phi := \frac{\pi}{2} \quad \psi := 0$$

$$m := \frac{\sin(\phi) \cdot \sin(\phi - \psi)}{\cos(\psi)}$$

$$m = 1$$

$$P := \frac{1}{2(k^2 - 1) \cdot (1 - c^{2k}) \cdot g} \cdot [2 \cdot k \cdot (k-1) \cdot (1 - c^{k+1}) + 2 \cdot k \cdot (k+1) \cdot c^{k+1} \cdot (1 - c^{k-1}) - (k^2 - 1) \cdot (1 + c) \cdot (1 - c^{2 \cdot k}) \cdot m] \quad P = -16.903$$

$$R := \frac{1}{2(k+1) \cdot (1 - c^{2k}) \cdot g} \cdot [(k+1) \cdot c^{2k} \cdot (1 - c^2) - 2 \cdot k \cdot c^{k+1} \cdot (1 - c^{k+1}) - (k+1) \cdot (1 + c) \cdot c^{2 \cdot k} \cdot (1 - c^{1-k}) \cdot m] \quad R = 5.019$$

$$Q := \frac{1}{2(k-1) \cdot (1 - c^{2k}) \cdot g} \cdot [-(k-1) \cdot (1 - c^2) - 2 \cdot k \cdot c^2 \cdot (1 - c^{k-1}) + (k-1) \cdot (1 + c) \cdot (1 - c^{k+1}) \cdot m] \quad Q = 10.884$$

$$\sigma_r := \frac{q}{b} \cdot \left[P + Q \cdot \left(\frac{r_2}{r_t} \right)^{k-1} + R \cdot \left(\frac{r_t}{r_2} \right)^{k+1} \right] + \frac{q}{r_t \cdot b \cdot g_1} \cdot \frac{r_t}{r_2} \cdot \left[\left(\frac{r_2}{r_t} \right)^{\beta_1} + c^{\beta_1} \cdot \left(\frac{r_t}{r_2} \right)^{\beta_1} - (1 + c^{\beta_1}) \right] \cdot \frac{\cos(\phi - \psi)}{\cos(\psi)} \cdot \cos(\theta)$$

$$\sigma_r = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.008 \\ 0.016 \\ 0.024 \\ 0.031 \end{pmatrix} \cdot \text{MПа}$$

$$\sigma_\theta := \frac{q}{b} \cdot \left[P + Q \cdot k \cdot \left(\frac{r_2}{rt} \right)^{k-1} - R \cdot k \cdot \left(\frac{rt}{r_2} \right)^{k+1} \right] + \frac{q}{rt \cdot b \cdot g_1} \cdot \frac{rt}{r_2} \cdot \left[(1 + \beta_1) \cdot \left(\frac{r_2}{rt} \right)^{\beta_1} + (1 - \beta_1) \cdot c^{\beta_1} \cdot \left(\frac{rt}{r_2} \right)^{\beta_1} - (1 + c^{\beta_1}) \right] \cdot \frac{\cos(\phi - \psi)}{\cos(\psi)} \cdot \cos(\theta)$$

$$\sigma_\theta := \begin{pmatrix} 0.447166 \\ 0.447139 \\ 0.447131 \\ 0.447140 \\ 0.447164 \end{pmatrix} \cdot \text{MПа}$$

$$\tau := \frac{q}{rt \cdot b \cdot g_1} \cdot \frac{rt}{r_2} \cdot \left[\left(\frac{r_2}{rt} \right)^{\beta_1} + c^{\beta_1} \cdot \left(\frac{rt}{r_2} \right)^{\beta_1} - (1 + c^{\beta_1}) \right] \cdot \frac{\cos(\phi - \psi)}{\cos(\psi)} \cdot \sin(\theta)$$

$$\tau = 0 \cdot \text{MПа}$$

Расчет коробового свода с учетом свойств анизотропии
по второй группе с двумя экстремумами на замке свода

$$B_{(2)} = \frac{1+5k^2}{3} \quad \text{при } \theta := 90 \cdot \text{deg}$$

$$\text{ORIGIN} := 1$$

$$E_k := 12036 \text{ МПа} \quad \text{по формулам справочной литературы}$$

$$E_p := 2140 \text{ МПа}$$

$$E_r := E_k + E_p$$

$$E_r = 14176 \text{ МПа}$$

$$E_t := 1816 \text{ МПа}$$

$$k := \sqrt{\frac{E_t}{E_r}}$$

$$k = 0.358$$

$$B_{22} := \frac{1+5k^2}{3} = 0.54684$$

$$E_x := \frac{3E_r \cdot E_t}{3E_t \cdot \cos(\theta)^4 + E_r \cdot (1+5k^2) \cdot \cos(\theta)^2 \cdot \sin(\theta)^2 + 3 \cdot E_r \sin(\theta)^4}$$

$$E_x = 1816 \text{ МПа}$$

$$E_y := \frac{3E_r \cdot E_t}{3E_t \cdot \sin(\theta)^4 + E_r \cdot (1+5k^2) \cdot \cos(\theta)^2 \cdot \sin(\theta)^2 + 3 \cdot E_r \cos(\theta)^4}$$

$$E_y = 14176 \text{ МПа}$$

$$\mu_{rt} := 0.15$$

$$G_{rt} := \frac{3E_t}{1+5 \cdot k^2 + 6 \cdot \mu_{rt}}$$

$$G_{rt} = 2144.444 \text{ МПа}$$

$$G_{xy} := \frac{3E_t \cdot G_{rt}}{G_{rt} \cdot 8 \cdot (1-k^2) \cdot \sin(\theta)^2 \cdot \cos(\theta)^2 + 3 \cdot E_t}$$

$$G_{xy} = 2144.444 \text{ МПа}$$

$$\mu_{xy} := -E_x \cdot \left[\frac{2 \cdot (1-k^2)}{3E_r} \cdot \sin(\theta)^2 \cdot \cos(\theta)^2 - \frac{\mu_{rt}}{E_t} \right]$$

$$\mu_{xy} = 0.15$$

$$\beta_1 := \sqrt{1 + \frac{Et}{Er} \cdot (1 - 2 \cdot \mu_{xy}) + \frac{Et}{Grt}}$$

$$\beta_1 = 1.392$$

$$q := -30.206 \cdot \text{кН}$$

Изгиб кривого криволинейно-анизотропного бруса распределенной нагрузкой

$$r_2 := 12.15765 \cdot \text{м} \quad h := 0.85 \cdot \text{м} \quad b := 1 \cdot \text{м}$$

$$r_t := r_2 + \frac{h}{2} \quad r_d := r_2 - \frac{h}{2}$$

$$c := \frac{r_d}{r_t}$$

$$c = 0.93245$$

$$r_2 := r_d, r_d + \frac{r_t - r_d}{4} \dots r_t$$

11.73265
11.94515
12.15765
12.37015
12.58265

$$g := \frac{(1 - c^2)}{2} - \frac{k}{k+1} \cdot \frac{(1 - c^{k+1})^2}{1 - c^{2k}} + \frac{k \cdot c^2}{k-1} \cdot \frac{(1 - c^{k-1})^2}{1 - c^{2k}} \quad g = 0.00002$$

$$g_1 := \frac{2}{\beta_1} \cdot (1 - c^{\beta_1}) + (1 + c^{\beta_1}) \cdot \ln(c) \quad g_1 = -0.00011$$

$$\phi := \frac{\pi}{2} \quad \psi := 0$$

$$m := \frac{\sin(\phi) \cdot \sin(\phi - \psi)}{\cos(\psi)}$$

$$m = 1$$

$$P := \frac{1}{2(k^2 - 1) \cdot (1 - c^{2k}) \cdot g} \cdot [2 \cdot k \cdot (k-1) \cdot (1 - c^{k+1}) + 2 \cdot k \cdot (k+1) \cdot c^{k+1} \cdot (1 - c^{k-1}) - (k^2 - 1) \cdot (1 + c) \cdot (1 - c^{2 \cdot k}) \cdot m] \quad P = -16.903$$

$$R := \frac{1}{2(k+1) \cdot (1 - c^{2k}) \cdot g} \cdot [(k+1) \cdot c^{2k} \cdot (1 - c^2) - 2 \cdot k \cdot c^{k+1} \cdot (1 - c^{k+1}) - (k+1) \cdot (1 + c) \cdot c^{2 \cdot k} \cdot (1 - c^{1-k}) \cdot m] \quad R = 5.019$$

$$Q := \frac{1}{2(k-1) \cdot (1 - c^{2k}) \cdot g} \cdot [-(k-1) \cdot (1 - c^2) - 2 \cdot k \cdot c^2 \cdot (1 - c^{k-1}) + (k-1) \cdot (1 + c) \cdot (1 - c^{k+1}) \cdot m] \quad Q = 10.884$$

$$\sigma_r := \frac{q}{b} \cdot \left[P + Q \cdot \left(\frac{r_2}{r_t} \right)^{k-1} + R \cdot \left(\frac{r_t}{r_2} \right)^{k+1} \right] + \frac{q}{r_t \cdot b \cdot g_1} \cdot \frac{r_t}{r_2} \cdot \left[\left(\frac{r_2}{r_t} \right)^{\beta_1} + c^{\beta_1} \cdot \left(\frac{r_t}{r_2} \right)^{\beta_1} - (1 + c^{\beta_1}) \right] \cdot \frac{\cos(\phi - \psi)}{\cos(\psi)} \cdot \cos(\theta)$$

$$\sigma_r = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.008 \\ 0.016 \\ 0.024 \\ 0.031 \end{pmatrix} \cdot \text{MПа}$$

$$\sigma_\theta := \frac{q}{b} \cdot \left[P + Q \cdot k \cdot \left(\frac{r_2}{rt} \right)^{k-1} - R \cdot k \cdot \left(\frac{rt}{r_2} \right)^{k+1} \right] + \frac{q}{rt \cdot b \cdot g_1} \cdot \frac{rt}{r_2} \cdot \left[(1 + \beta_1) \cdot \left(\frac{r_2}{rt} \right)^{\beta_1} + (1 - \beta_1) \cdot c^{\beta_1} \cdot \left(\frac{rt}{r_2} \right)^{\beta_1} - (1 + c^{\beta_1}) \right] \cdot \frac{\cos(\phi - \psi)}{\cos(\psi)} \cdot \cos(\theta)$$

$$\sigma_\theta := \begin{pmatrix} 0.447166 \\ 0.447139 \\ 0.447131 \\ 0.447140 \\ 0.447164 \end{pmatrix} \cdot \text{MПа}$$

$$\tau := \frac{q}{rt \cdot b \cdot g_1} \cdot \frac{rt}{r_2} \cdot \left[\left(\frac{r_2}{rt} \right)^{\beta_1} + c^{\beta_1} \cdot \left(\frac{rt}{r_2} \right)^{\beta_1} - (1 + c^{\beta_1}) \right] \cdot \frac{\cos(\phi - \psi)}{\cos(\psi)} \cdot \sin(\theta)$$

$$\tau = 0 \cdot \text{MПа}$$

Расчет бесшарнирной арки, очерченной по форме коробовой кривой в Mathcad

Расчет бесшарнирной арки, очерченной по форме коробовой кривой

Геометрические параметры арки

$$l := 7.972 \text{ м} \quad \text{пролет свода}$$

$$f := 1.190 \text{ м} \quad \text{стрела подъема}$$

Найти координаты точки F(x; y)

$$AB := \frac{l}{2} \quad AC := f$$

$$\alpha := \operatorname{atan}\left(\frac{2f}{l}\right) = 16.62273 \cdot \text{deg} \quad \beta := \operatorname{atan}\left(\frac{l}{2f}\right) = 73.37727 \cdot \text{deg}$$

Система уравнений:

Первое уравнение $MF + FN = f = r_1 \sin \beta + (1 - \cos(\alpha))r_2$

Второе уравнение $BF + FG = l/2 = (1 - \cos(\beta))r_1 + (\sin \beta)r_2$

$$\underline{A} := \begin{pmatrix} \sin(\beta) & 1 - \cos(\alpha) \\ 1 - \cos(\beta) & \sin(\alpha) \end{pmatrix} \quad \underline{L} := \begin{pmatrix} f \\ \frac{l}{2} \end{pmatrix}$$

$$\underline{A}^{-1} = \begin{pmatrix} 1.17108 & -0.17108 \\ -2.92262 & 3.92262 \end{pmatrix}$$

$$\underline{R} := \underline{A}^{-1} \cdot \underline{L} = \begin{pmatrix} 0.71166 \\ 12.15765 \end{pmatrix} \cdot \text{м}$$

$$R_1 = 0.71166 \cdot \text{м} \quad R_2 = 12.15765 \cdot \text{м}$$

$$FG := R_2 \cdot \sin(\alpha) = 3.47792 \cdot \text{м} \quad BF := (1 - \cos(\beta)) \cdot R_1 = 0.50808 \cdot \text{м}$$

$$r_1 := R_1 = 0.71166 \cdot \text{м} \quad r_2 := R_2$$

Геометрические характеристики поперечного сечения

$$b := 1 \text{ м} \quad h := 0.85 \text{ м}$$

$$A := h \cdot b = 0.85 \cdot \text{м}^2$$

Физические характеристики

$$\gamma := 18 \frac{\text{кН}}{\text{м}^3} \quad \text{объемный вес материала}$$

$$\begin{aligned}
 R &:= 1126 \cdot \frac{\text{кН}}{\text{м}^2} && \text{расчетное сопротивление кирпичной кладки по СП} \\
 R_u &:= 915 \cdot \frac{\text{кН}}{\text{м}^2} && \text{расчетное сопротивление кирпичной кладки по методу упругого отскока} \\
 R_u &:= 1070 \cdot \frac{\text{кН}}{\text{м}^2} && \text{расчетное сопротивление кирпичной кладки по методу УЗК} \\
 \alpha_1 &:= 1000 && \text{упругая характеристика кладки} \\
 k_1 &:= 2 && \text{коэффициент материала} \\
 R_b &:= k_1 \cdot R && \text{временное сопротивление кладки (средний предел прочности)} \\
 E_0 &:= \alpha_1 \cdot R && \text{начальный модуль деформации для неармированной кладки по СП} \\
 E_0 &:= 2883000 \cdot \frac{\text{кН}}{\text{м}^2} && \text{начальный модуль упругости по формуле Н.С. Хамиджанова} \\
 \phi_0 &:= 1.5 & \beta_H &:= 657.82 & T_1 &:= 36135 \\
 \phi_t &:= \phi_0 \cdot \left(\frac{T_1}{T_1 + \beta_H} \right)^{0.3} \\
 E_d &:= \frac{E_0}{1 + \phi_t} = 1156946 \cdot \frac{\text{кН}}{\text{м}^2} && \text{модуль длительной деформации по формуле А.М. Розенблюмаса} \\
 E &:= 0.8 \cdot E_d = 925557 \cdot \frac{\text{кН}}{\text{м}^2} && \text{модуль деформации с учетом пластичности в соответствии СП 15.13330.2012} \\
 G &:= 0.4 \cdot E_0 && \text{модуль сдвига} \\
 \mu &:= 1.2 && \text{коэффициент формы учитывающий распределение касательных напряжений прямоугольного сечения} \\
 J_{r1} &:= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \frac{y^2 \cdot b}{1 + \frac{y}{r_1}} dy = 0.06277 \cdot \text{м}^4 & J_{r2} &:= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \frac{y^2 \cdot b}{1 + \frac{y}{r_2}} dy = 0.048696 \cdot \text{м}^4 && \text{момент инерции}
 \end{aligned}$$

Ось свода трехцентровая коробовая кривая

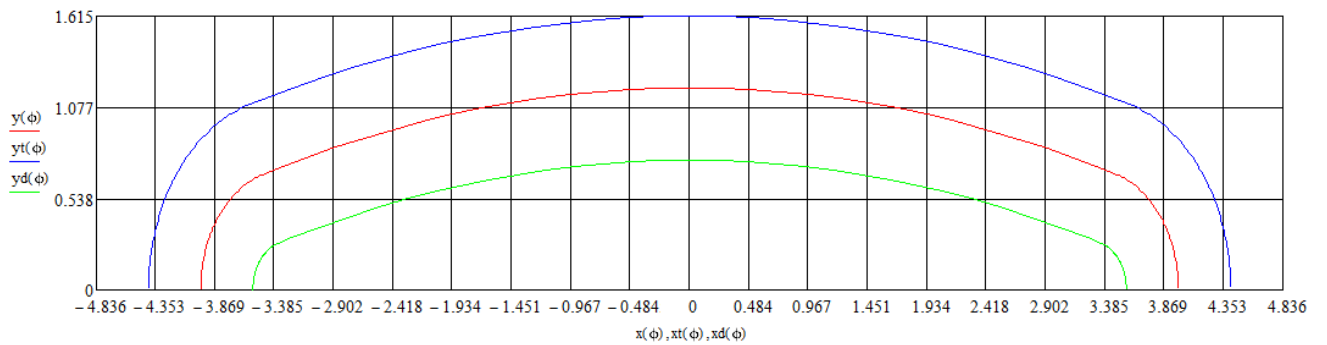
$$\begin{aligned}
 x(\phi) &:= \begin{cases} r_2 \cdot \sin(-\alpha) + r_1 \cdot \cos(\beta) - r_1 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} + \phi\right) & \text{if } \frac{-\pi}{2} \leq \phi < -\alpha \\ r_2 \cdot \sin(\phi) & \text{if } -\alpha \leq \phi \leq \alpha \\ r_2 \cdot \sin(\alpha) - r_1 \cdot \cos(\beta) + r_1 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \phi\right) & \text{if } \alpha < \phi \leq \frac{\pi}{2} \end{cases} \\
 y(\phi) &:= \begin{cases} r_1 \cdot \sin\left(\phi + \frac{\pi}{2}\right) & \text{if } \frac{-\pi}{2} \leq \phi < -\alpha \\ [r_2 \cdot (\cos(\phi) - 1) + f] & \text{if } -\alpha \leq \phi \leq \alpha \\ r_1 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - \phi\right) & \text{if } \alpha < \phi \leq \frac{\pi}{2} \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$x_t(\phi) := \begin{cases} \left(r_2 + \frac{h}{2}\right) \cdot \sin(-\alpha) + \left(r_1 + \frac{h}{2}\right) \cdot \cos(\beta) - \left(r_1 + \frac{h}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} + \phi\right) & \text{if } \frac{-\pi}{2} \leq \phi < -\alpha \\ \left(r_2 + \frac{h}{2}\right) \cdot \sin(\phi) & \text{if } -\alpha \leq \phi \leq \alpha \\ \left(r_2 + \frac{h}{2}\right) \cdot \sin(\alpha) - \left(r_1 + \frac{h}{2}\right) \cdot \cos(\beta) + \left(r_1 + \frac{h}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \phi\right) & \text{if } \alpha < \phi \leq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$y_t(\phi) := \begin{cases} \left(r_1 + \frac{h}{2}\right) \cdot \sin\left(\phi + \frac{\pi}{2}\right) & \text{if } \frac{-\pi}{2} \leq \phi < -\alpha \\ \left(r_2 + \frac{h}{2}\right) \cdot (\cos(\phi) - 1) + f + \frac{h}{2} & \text{if } -\alpha \leq \phi \leq \alpha \\ \left(r_1 + \frac{h}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - \phi\right) & \text{if } \alpha < \phi \leq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$x_d(\phi) := \begin{cases} \left(r_2 - \frac{h}{2}\right) \cdot \sin(-\alpha) + \left(r_1 - \frac{h}{2}\right) \cdot \cos(\beta) - \left(r_1 - \frac{h}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} + \phi\right) & \text{if } \frac{-\pi}{2} \leq \phi < -\alpha \\ \left(r_2 - \frac{h}{2}\right) \cdot \sin(\phi) & \text{if } -\alpha \leq \phi \leq \alpha \\ \left(r_2 - \frac{h}{2}\right) \cdot \sin(\alpha) - \left(r_1 - \frac{h}{2}\right) \cdot \cos(\beta) + \left(r_1 - \frac{h}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \phi\right) & \text{if } \alpha < \phi \leq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$y_d(\phi) := \begin{cases} \left(r_1 - \frac{h}{2}\right) \cdot \sin\left(\phi + \frac{\pi}{2}\right) & \text{if } \frac{-\pi}{2} \leq \phi < -\alpha \\ \left(r_2 - \frac{h}{2}\right) \cdot (\cos(\phi) - 1) + f - \frac{h}{2} & \text{if } -\alpha \leq \phi \leq \alpha \\ \left(r_1 - \frac{h}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - \phi\right) & \text{if } \alpha < \phi \leq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

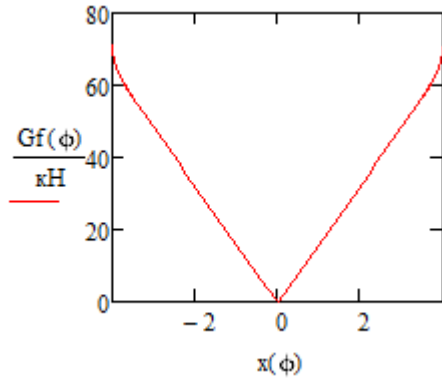


Постоянные нагрузки свода

Собственный вес

$\gamma f := 1.1$ коэффициент надежности по нагрузке

$$G_f(\phi) := \begin{cases} |r_1 \cdot (\phi + \alpha) \cdot A \cdot \gamma \cdot \gamma f - r_2 \cdot \alpha \cdot A \cdot \gamma \cdot \gamma f| & \text{if } \frac{-\pi}{2} \leq \phi \leq -\alpha \\ |r_2 \cdot \phi \cdot A \cdot \gamma \cdot \gamma f| & \text{if } -\alpha \leq \phi \leq \alpha \\ |r_1 \cdot (\phi - \alpha) \cdot A \cdot \gamma \cdot \gamma f + r_2 \cdot \alpha \cdot A \cdot \gamma \cdot \gamma f| & \text{if } \alpha < \phi \leq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$



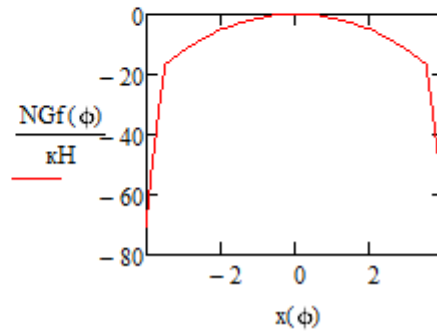
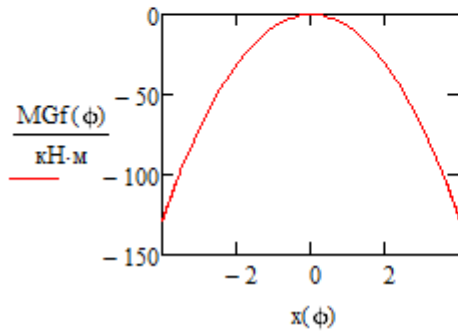
$$\text{MGf}(\phi) := \begin{cases} -(r2 \cdot \alpha \cdot A \cdot \gamma \cdot \gamma f) \cdot \left[r2 \cdot \left(\sin(\alpha) - \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \right) + r1 \cdot (-\sin(\phi) - \sin(\alpha)) \right] - \\ - [r1 \cdot (\phi + \alpha) \cdot A \cdot \gamma \cdot \gamma f] \cdot r1 \cdot \left(\sin(\phi) - \sin\left(\frac{\phi}{2}\right) \right) & \text{if } \frac{-\pi}{2} \leq \phi < -\alpha \\ -(r2 \cdot \phi \cdot A \cdot \gamma \cdot \gamma f) \cdot r2 \cdot \left(\sin(\phi) - \sin\left(\frac{\phi}{2}\right) \right) & \text{if } -\alpha \leq \phi \leq \alpha \\ - \left[(r2 \cdot \alpha \cdot A \cdot \gamma \cdot \gamma f) \cdot \left[r2 \cdot \left(\sin(\alpha) - \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \right) + r1 \cdot (\sin(\phi) - \sin(\alpha)) \right] + \right. \\ \left. + [r1 \cdot (\phi - \alpha) \cdot A \cdot \gamma \cdot \gamma f] \cdot r1 \cdot \left(\sin(\phi) - \sin\left(\frac{\phi}{2}\right) \right) \right] & \text{if } \alpha < \phi \leq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

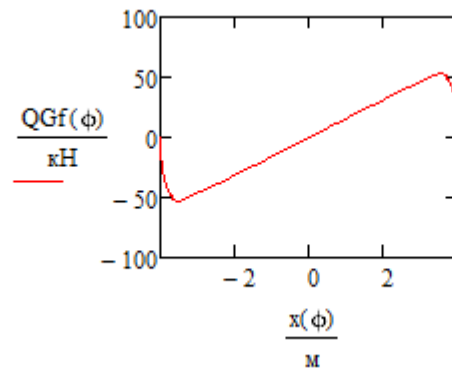
$$\text{NGf}(\phi) := \begin{cases} [r2 \cdot \alpha \cdot A \cdot \gamma f \cdot \gamma - A \cdot \gamma \cdot \gamma f \cdot r1 \cdot (\phi + \alpha)] \cdot \sin(\phi) & \text{if } \frac{-\pi}{2} \leq \phi < -\alpha \\ -|r2 \cdot \phi \cdot A \cdot \gamma f \cdot \gamma| \cdot |\sin(\phi)| & \text{if } -\alpha \leq \phi \leq \alpha \\ -[r2 \cdot \alpha \cdot A \cdot \gamma \cdot \gamma f + A \cdot \gamma \cdot \gamma f \cdot r1 \cdot (\phi - \alpha)] \cdot \sin(\phi) & \text{if } \alpha < \phi \leq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$Gf(\phi)$ – собственный вес свода; $Mf(\phi)$, $Nf(\phi)$ – момент и продольная сила от собственного веса

$$\text{QGf}(\phi) := \begin{cases} -[r2 \cdot \alpha \cdot A \cdot \gamma \cdot \gamma f - A \cdot \gamma \cdot \gamma f \cdot r1 \cdot (\phi + \alpha)] \cdot \cos(\phi) & \text{if } \frac{-\pi}{2} \leq \phi < -\alpha \\ r2 \cdot \phi \cdot A \cdot \gamma \cdot \gamma f \cdot \cos(\phi) & \text{if } -\alpha \leq \phi \leq \alpha \\ [r2 \cdot \alpha \cdot A \cdot \gamma \cdot \gamma f + A \cdot \gamma \cdot \gamma f \cdot r1 \cdot (\phi - \alpha)] \cdot \cos(\phi) & \text{if } \alpha < \phi \leq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$\text{QGf}(\phi)$ – поперечная сила от собственного веса





$$\underline{\underline{QGf(\phi) := -QGf(\phi)}}$$

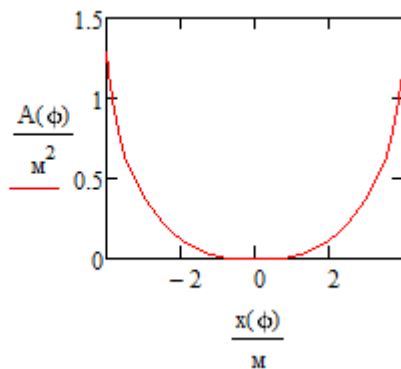
Забутка

$$r1t := r1 + \frac{h}{2} = 1.13666 \cdot m \quad r2t := r2 + \frac{h}{2} = 12.58265 \cdot m$$

$\gamma_1 := 1.3$ коэффициент надежности по нагрузке

ξ — переменная, по которой происходит интегрирование

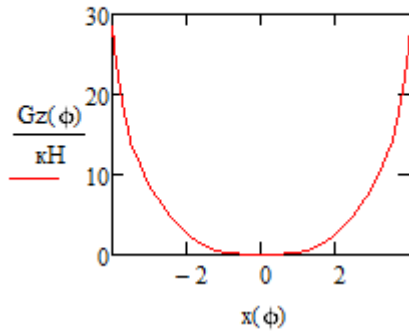
$$A(\phi) := \begin{cases} r2t^2 \cdot \int_{-\alpha}^0 \cos(\xi) \cdot (1 - \cos(\xi)) d\xi + \left[\int_{\phi}^{-\alpha} r1t \cdot \cos(\xi) \cdot [r2t \cdot (1 - \cos(\alpha)) + \right. \\ \left. + r1t \cdot (\cos(\alpha) - \cos(\xi))] d\xi \right] & \text{if } -\frac{\pi}{2} \leq \phi < -\alpha \\ r2t^2 \cdot \left[\int_{\phi}^0 \cos(\xi) \cdot (1 - \cos(\xi)) d\xi \right] & \text{if } -\alpha \leq \phi \leq 0 \\ r2t^2 \cdot \int_0^{\phi} \cos(\xi) \cdot (1 - \cos(\xi)) d\xi & \text{if } 0 \leq \phi \leq \alpha \\ r2t^2 \cdot \int_0^{\alpha} \cos(\xi) \cdot (1 - \cos(\xi)) d\xi + \left[\int_{\alpha}^{\phi} r1t \cdot \cos(\xi) \cdot [r2t \cdot (1 - \cos(\alpha)) + \right. \\ \left. + r1t \cdot (\cos(\alpha) - \cos(\xi))] d\xi \right] & \text{if } \alpha < \phi \leq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$



$Gz(\phi) := A(\phi) \cdot \gamma \cdot \gamma_1 \cdot b$ вес забутки

$$M\alpha := r2t^3 \cdot \gamma \cdot \gamma_1 \cdot b \cdot \int_0^{\alpha} \cos(\xi) \cdot (1 - \cos(\xi)) \cdot (\sin(\alpha) - \sin(\xi)) d\xi$$

$$A\alpha := r_2 t^2 \cdot \int_0^\alpha \cos(\xi) \cdot (1 - \cos(\xi)) d\xi$$



$$MGz(\phi) := \left| \begin{aligned} & r_2 t^3 \cdot \gamma \cdot \gamma_1 \cdot b \cdot \int_0^\alpha \cos(\xi) \cdot (1 - \cos(\xi)) \cdot (\sin(\alpha) - \sin(\xi)) d\xi + \gamma \cdot \gamma_1 \cdot b \cdot \left[r_2 t^2 \cdot \int_0^\alpha \cos(\xi) \cdot (1 - \cos(\xi)) d\xi \right] \cdot \\ & \cdot \left[r_1 t \cdot (\sin(-\alpha) - \sin(\phi)) + \frac{h}{2} \cdot \sin(\phi) \right] + \int_\phi^{-\alpha} \left[r_1 t \cdot \gamma \cdot \gamma_1 \cdot b \cdot \cos(\xi) \cdot [r_2 t \cdot (1 - \cos(\alpha)) + r_1 t \cdot (\cos(\alpha) - \right. \\ & \left. - \cos(-\alpha + \xi))] \cdot \left[r_1 t \cdot (\sin(-\alpha + \xi) - \sin(\phi)) + \frac{h}{2} \cdot \sin(\phi) \right] d\xi \right] \text{ if } \frac{-\pi}{2} \leq \phi < -\alpha \\ & \int_\phi^0 \cos(\xi) \cdot (1 - \cos(\xi)) \cdot \left[r_2 t \cdot (\sin(\xi) - \sin(\phi)) + \frac{h}{2} \cdot \sin(\phi) \right] d\xi \cdot r_2 t^2 \cdot \gamma \cdot \gamma_1 \cdot b \text{ if } -\alpha \leq \phi \leq 0 \\ & \int_0^\phi \cos(\xi) \cdot (1 - \cos(\xi)) \cdot \left[r_2 t \cdot (\sin(\phi) - \sin(\xi)) - \frac{h}{2} \cdot \sin(\phi) \right] d\xi \cdot r_2 t^2 \cdot \gamma \cdot \gamma_1 \cdot b \text{ if } 0 < \phi \leq \alpha \\ & r_2 t^3 \cdot \gamma \cdot \gamma_1 \cdot b \cdot \int_0^\alpha \cos(\xi) \cdot (1 - \cos(\xi)) \cdot (\sin(\alpha) - \sin(\xi)) d\xi + \gamma \cdot \gamma_1 \cdot b \cdot \left[r_2 t^2 \cdot \int_0^\alpha \cos(\xi) \cdot (1 - \cos(\xi)) d\xi \right] \cdot \\ & \cdot \left[r_1 t \cdot (\sin(\phi) - \sin(\alpha)) - \frac{h}{2} \cdot \sin(\phi) \right] + \int_\alpha^\phi \cos(\xi) \cdot [r_2 t \cdot (1 - \cos(\alpha)) + r_1 t \cdot (\cos(\alpha) - \\ & - \cos(\alpha + \xi))] \cdot \left[r_1 t \cdot (\sin(\phi) - \sin(\alpha + \xi)) - \frac{h}{2} \cdot \sin(\phi) \right] d\xi \cdot r_1 t \cdot \gamma \cdot \gamma_1 \cdot b \text{ if } \alpha < \phi \leq \frac{\pi}{2} \end{aligned} \right|$$

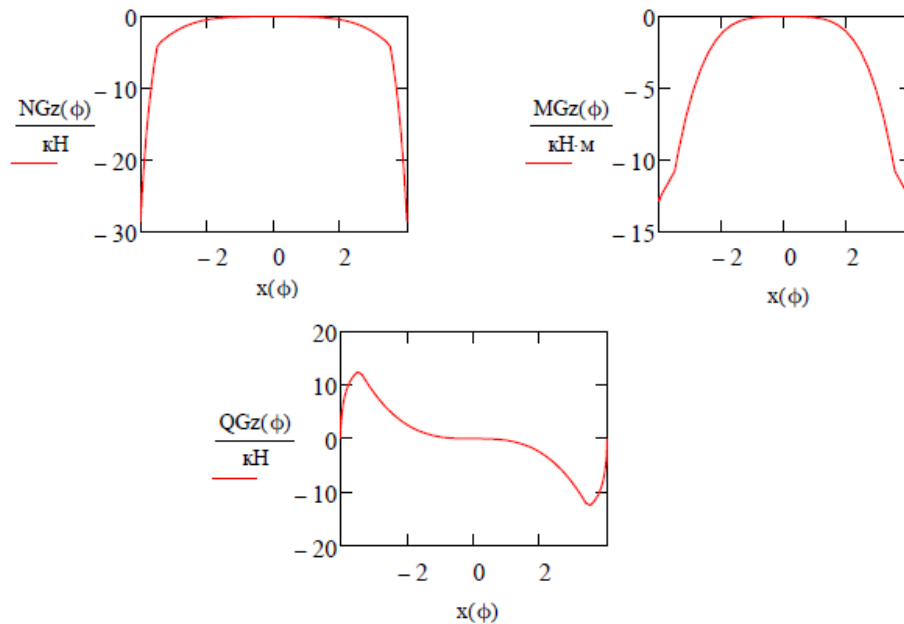
MGz(φ) := -MGz(φ) момент от веса забутки

$$NGz(\phi) := \left| \begin{aligned} & (Gz(\phi)) \cdot |\sin(\phi)| \text{ if } \frac{-\pi}{2} \leq \phi < -\alpha \\ & Gz(\phi) \cdot |\sin(\phi)| \text{ if } -\alpha \leq \phi \leq \alpha \\ & (Gz(\phi)) \cdot \sin(\phi) \text{ if } \alpha < \phi \leq \frac{\pi}{2} \end{aligned} \right|$$

NGz(φ) := -NGz(φ) продольная сила от веса забутки

$$QGz(\phi) := \begin{cases} \left[\int_{\phi}^{-\alpha} \cos(\xi) \cdot (1 - \cos(\xi)) d\xi \right] \cdot r1^2 \cdot b \cdot \gamma \cdot \gamma 1 + \left[\int_{-\alpha}^0 \cos(\xi) \cdot (1 - \right. \\ \left. - \cos(\xi)) d\xi \right] \cdot r2^2 \cdot b \cdot \gamma \cdot \gamma 1 \cdot (-\cos(\phi)) & \text{if } \frac{-\pi}{2} \leq \phi < -\alpha \\ -Gz(\phi) \cdot \cos(\phi) & \text{if } -\alpha \leq \phi \leq 0 \\ Gz(\phi) \cdot \cos(\phi) & \text{if } 0 \leq \phi \leq \alpha \\ \left[\int_{\alpha}^{\phi} \cos(\xi) \cdot (1 - \cos(\xi)) d\xi \right] \cdot r1^2 \cdot b \cdot \gamma \cdot \gamma 1 + \left[\int_0^{\alpha} \cos(\xi) \cdot (1 - \right. \\ \left. - \cos(\xi)) d\xi \right] \cdot r2^2 \cdot b \cdot \gamma \cdot \gamma 1 \cdot \cos(\phi) & \text{if } \alpha < \phi \leq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

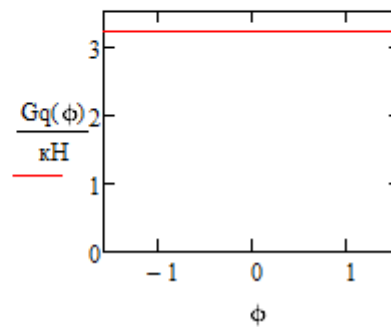
$QGz(\phi) := -QGz(\phi)$ поперечная сила от веса забутки



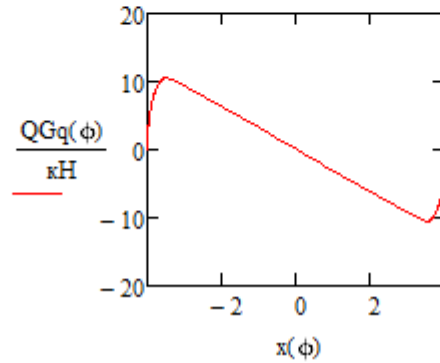
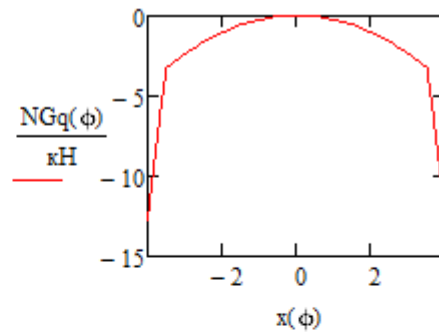
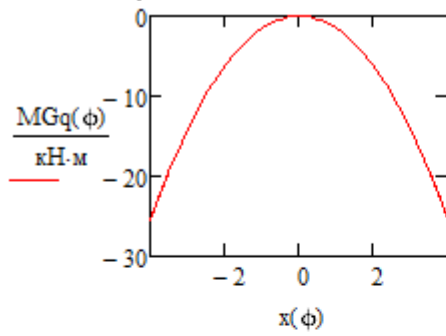
Равномерно распределенная нагрузка

$$q := 3376.27 \frac{H}{m} \quad B := b \quad Gq(\phi) := q \cdot B$$

$$Gq(\phi) := \begin{cases} (q \cdot B) & \text{if } \frac{-\pi}{2} \leq \phi \leq -\alpha \\ (q \cdot B) & \text{if } -\alpha \leq \phi \leq \alpha \\ (q \cdot B) & \text{if } \alpha \leq \phi \leq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$



$$\begin{aligned}
 \text{MGq}(\phi) &:= \begin{cases} -Gq(\phi) \cdot \left(\frac{x(\phi)^2}{2} \right) & \text{if } \frac{-\pi}{2} \leq \phi < -\alpha \\ -Gq(\phi) \cdot \left(\frac{x(\phi)^2}{2} \right) & \text{if } -\alpha \leq \phi \leq \alpha \\ -Gq(\phi) \cdot \frac{x(\phi)^2}{2} & \text{if } \alpha < \phi \leq \frac{\pi}{2} \end{cases} \\
 \text{NGq}(\phi) &:= \begin{cases} -Gq(\phi) \cdot x(\phi) \cdot \sin(\phi) & \text{if } \frac{-\pi}{2} \leq \phi < -\alpha \\ -Gq(\phi) \cdot x(\phi) \cdot \sin(\phi) & \text{if } -\alpha \leq \phi \leq \alpha \\ -Gq(\phi) \cdot x(\phi) \cdot \sin(\phi) & \text{if } \alpha < \phi \leq \frac{\pi}{2} \end{cases} \\
 \text{QGq}(\phi) &:= \begin{cases} -Gq(\phi) \cdot x(\phi) \cdot \cos(\phi) & \text{if } \frac{-\pi}{2} \leq \phi < -\alpha \\ -Gq(\phi) \cdot x(\phi) \cdot \cos(\phi) & \text{if } -\alpha \leq \phi \leq \alpha \\ -Gq(\phi) \cdot x(\phi) \cdot \cos(\phi) & \text{if } \alpha < \phi \leq \frac{\pi}{2} \end{cases}
 \end{aligned}$$

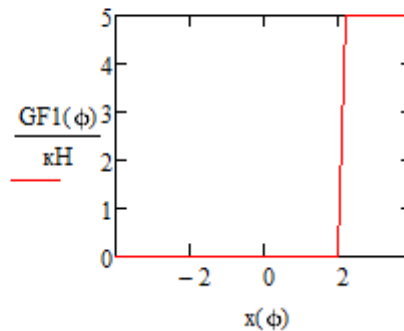


Сосредоточенная нагрузка

$$F1 := 5000H \quad a := 2M \quad \zeta := 9.46776\text{deg}$$

$$F1 = 5 \cdot \kappa H$$

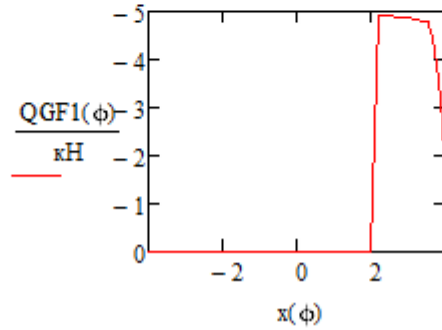
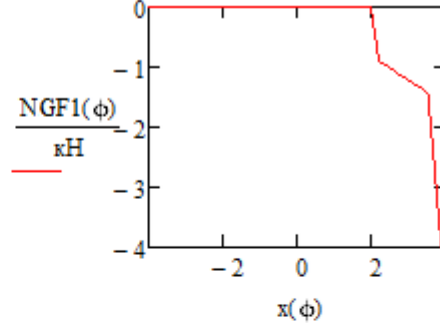
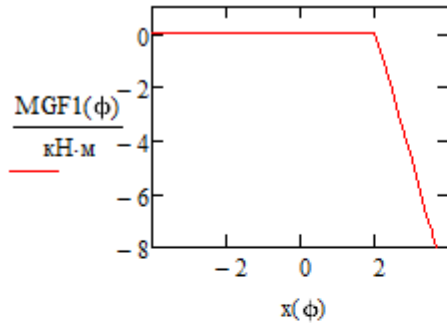
$$\text{GF1}(\phi) := \begin{cases} 0 & \text{if } \frac{-\pi}{2} \leq \phi < -\alpha \\ 0 & \text{if } -\alpha \leq \phi \leq 0 \\ 0 & \text{if } 0 \leq \phi \leq \zeta \\ F1 & \text{if } \zeta \leq \phi \leq \alpha \\ F1 & \text{if } \alpha \leq \phi \leq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$



$$\text{MGF1}(\phi) := \begin{cases} 0 & \text{if } \frac{-\pi}{2} \leq \phi \leq -\alpha \\ 0 & \text{if } -\alpha \leq \phi \leq 0 \\ 0 & \text{if } 0 \leq \phi \leq \zeta \\ -\text{GF1}(\phi) \cdot (r2 \cdot \sin(\phi) - a) & \text{if } \zeta \leq \phi \leq \alpha \\ -\text{GF1}(\phi) \cdot \left[[(r2 - r1) \cdot \sin(\alpha) - a] + r1 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \phi\right) \right] & \text{if } \alpha \leq \phi \leq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

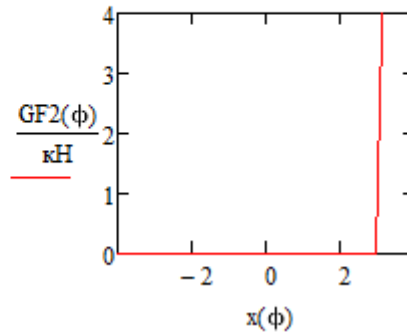
$$\text{QGF1}(\phi) := \begin{cases} 0 & \text{if } \frac{-\pi}{2} \leq \phi \leq -\alpha \\ 0 & \text{if } -\alpha \leq \phi \leq 0 \\ 0 & \text{if } 0 \leq \phi \leq \zeta \\ -\text{GF1}(\phi) \cdot \cos(\phi) & \text{if } \zeta \leq \phi \leq \alpha \\ -\text{GF1}(\phi) \cdot \cos(\phi) & \text{if } \alpha \leq \phi \leq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$\text{NGF1}(\phi) := \begin{cases} 0 & \text{if } \frac{-\pi}{2} \leq \phi \leq -\alpha \\ 0 & \text{if } -\alpha \leq \phi \leq 0 \\ 0 & \text{if } 0 \leq \phi \leq \zeta \\ -\text{GF1}(\phi) \cdot \sin(\phi) & \text{if } \zeta \leq \phi \leq \alpha \\ -\text{GF1}(\phi) \cdot \sin(\phi) & \text{if } \alpha \leq \phi \leq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$



$$F2 := 5000H \quad a1 := 3M \quad \zeta1 := 14.28578\text{deg}$$

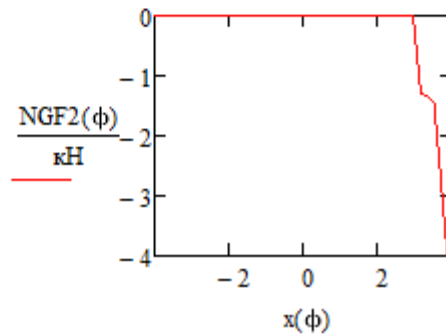
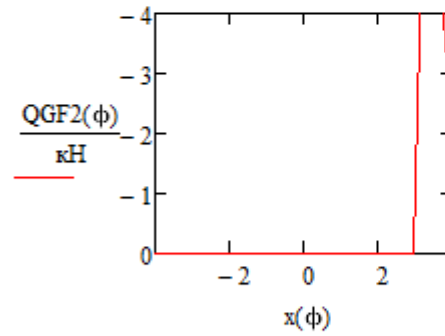
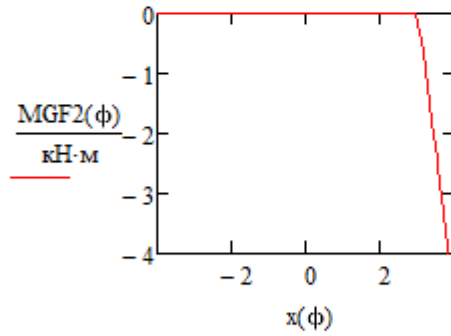
$$\text{GF2}(\phi) := \begin{cases} 0 & \text{if } \frac{-\pi}{2} \leq \phi \leq -\alpha \\ 0 & \text{if } -\alpha \leq \phi \leq 0 \\ 0 & \text{if } 0 \leq \phi \leq \zeta1 \\ F2 & \text{if } \zeta1 \leq \phi \leq \alpha \\ F2 & \text{if } \alpha \leq \phi \leq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$



$$\text{MGF2}(\phi) := \begin{cases} 0 & \text{if } \frac{-\pi}{2} \leq \phi \leq -\alpha \\ 0 & \text{if } -\alpha \leq \phi \leq 0 \\ 0 & \text{if } 0 \leq \phi \leq \zeta 1 \\ -\text{GF2}(\phi) \cdot (r2 \cdot \sin(\phi) - a1) & \text{if } \zeta 1 \leq \phi \leq \alpha \\ -\text{GF2}(\phi) \cdot \left[[(r2 - r1) \cdot \sin(\alpha) - a1] + r1 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \phi\right) \right] & \text{if } \alpha \leq \phi \leq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$\text{QGF2}(\phi) := \begin{cases} 0 & \text{if } \frac{-\pi}{2} \leq \phi \leq -\alpha \\ 0 & \text{if } -\alpha \leq \phi \leq 0 \\ 0 & \text{if } 0 \leq \phi \leq \zeta 1 \\ -\text{GF2}(\phi) \cdot \cos(\phi) & \text{if } \zeta 1 \leq \phi \leq \alpha \\ -\text{GF2}(\phi) \cdot \cos(\phi) & \text{if } \alpha \leq \phi \leq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$\text{NGF2}(\phi) := \begin{cases} 0 & \text{if } \frac{-\pi}{2} \leq \phi \leq -\alpha \\ 0 & \text{if } -\alpha \leq \phi \leq 0 \\ 0 & \text{if } 0 \leq \phi \leq \zeta 1 \\ -\text{GF2}(\phi) \cdot \sin(\phi) & \text{if } \zeta 1 \leq \phi \leq \alpha \\ -\text{GF2}(\phi) \cdot \sin(\phi) & \text{if } \alpha \leq \phi \leq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$



Раскрытие статической неопределенности

X1 := 1 единичный момент

X2 := 1 единичная горизонтальная сила

X3 := 1 единичная вертикальная сила

M1(φ) := 1m

N1(φ) := 0

Q1(φ) := 0

M2(φ) := f - y(φ)

N2(φ) := -cos(φ)

Q2(φ) := sin(φ)

M3(φ) := x(φ)

N3(φ) := sin(φ)

Q3(φ) := cos(φ)

$$\underline{\underline{M1}}(\phi) := \begin{cases} 1M & \text{if } \frac{-\pi}{2} \leq \phi \leq -\alpha \\ 1M & \text{if } -\alpha \leq \phi \leq 0 \\ 1M & \text{if } 0 \leq \phi \leq \alpha \\ 1M & \text{if } \alpha \leq \phi \leq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$\underline{\underline{M2}}(\phi) := \begin{cases} (f - y(\phi)) & \text{if } \frac{-\pi}{2} \leq \phi < -\alpha \\ (f - y(\phi)) & \text{if } -\alpha \leq \phi \leq \alpha \\ (f - y(\phi)) & \text{if } \alpha < \phi \leq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$\underline{\underline{N2}}(\phi) := \begin{cases} -\cos(\phi) & \text{if } \frac{-\pi}{2} \leq \phi < -\alpha \\ -\cos(\phi) & \text{if } -\alpha \leq \phi \leq \alpha \\ -\cos(\phi) & \text{if } \alpha < \phi \leq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$\underline{\underline{Q2}}(\phi) := \begin{cases} \sin(\phi) & \text{if } \frac{-\pi}{2} \leq \phi < -\alpha \\ \sin(\phi) & \text{if } -\alpha \leq \phi \leq \alpha \\ \sin(\phi) & \text{if } \alpha < \phi \leq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$\underline{\underline{M3}}(\phi) := \begin{cases} x(\phi) & \text{if } -\alpha \leq \phi \leq \alpha \\ x(\phi) & \text{if } \alpha < \phi \leq \frac{\pi}{2} \\ x(\phi) & \text{if } \frac{-\pi}{2} \leq \phi < -\alpha \end{cases}$$

$$\underline{\underline{N3}}(\phi) := \begin{cases} \sin(\phi) & \text{if } -\alpha \leq \phi \leq \alpha \\ \sin(\phi) & \text{if } \alpha < \phi \leq \frac{\pi}{2} \\ \sin(\phi) & \text{if } \frac{-\pi}{2} \leq \phi < -\alpha \end{cases}$$

$$\underline{\underline{Q3}}(\phi) := \begin{cases} \cos(\phi) & \text{if } -\alpha \leq \phi \leq \alpha \\ \cos(\phi) & \text{if } \alpha < \phi \leq \frac{\pi}{2} \\ \cos(\phi) & \text{if } \frac{-\pi}{2} \leq \phi < -\alpha \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \Delta G1M1 &:= \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{M1(\phi) \cdot (MGf(\phi) + MGz(\phi) + MGq(\phi) + MGF1(\phi) + MGF2(\phi))}{E \cdot Jr2} \cdot r2 \, d\phi + \\ &+ \int_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} \frac{M1(\phi) \cdot (MGf(\phi) + MGz(\phi) + MGq(\phi) + MGF1(\phi) + MGF2(\phi))}{E \cdot Jr1} \cdot r1 \, d\phi + \\ &+ \int_{\frac{-\pi}{2}}^{-\alpha} \frac{M1(\phi) \cdot (MGf(\phi) + MGz(\phi) + MGq(\phi) + MGF1(\phi) + MGF2(\phi))}{E \cdot Jr1} \cdot r1 \, d\phi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Delta G1M2 := & \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{M1(\phi) \cdot (MGf(\phi) + MGz(\phi) + MGq(\phi) + MGF1(\phi) + MGF2(\phi))}{E \cdot A \cdot r2^2} \cdot r2 \, d\phi + \\
& + \int_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} \frac{M1(\phi) \cdot (MGf(\phi) + MGz(\phi) + MGq(\phi) + MGF1(\phi) + MGF2(\phi))}{E \cdot A \cdot r1^2} \cdot r1 \, d\phi + \\
& + \int_{-\frac{\pi}{2}}^{-\alpha} \frac{M1(\phi) \cdot (MGf(\phi) + MGz(\phi) + MGq(\phi) + MGF1(\phi) + MGF2(\phi))}{E \cdot A \cdot r1^2} \cdot r1 \, d\phi \\
\Delta G1N := & \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{N1(\phi) \cdot (NGf(\phi) + NGz(\phi) + NGq(\phi) + NGF1(\phi) + NGF2(\phi))}{E \cdot A} \cdot r2 \, d\phi + \\
& + \int_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} \frac{N1(\phi) \cdot (NGf(\phi) + NGz(\phi) + NGq(\phi) + NGF1(\phi) + NGF2(\phi))}{E \cdot A} \cdot r1 \, d\phi + \\
& + \int_{-\frac{\pi}{2}}^{-\alpha} \frac{N1(\phi) \cdot (NGf(\phi) + NGz(\phi) + NGq(\phi) + NGF1(\phi) + NGF2(\phi))}{E \cdot A} \cdot r1 \, d\phi \\
\Delta G1Q := & \left[\int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{Q1(\phi) \cdot (QGf(\phi) + QGz(\phi) + QGq(\phi) + QGF1(\phi) + QGF2(\phi))}{G \cdot A} \cdot r2 \, d\phi + \right. \\
& + \int_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} \frac{Q1(\phi) \cdot (QGf(\phi) + QGz(\phi) + QGq(\phi) + QGF1(\phi) + QGF2(\phi))}{G \cdot A} \cdot r1 \, d\phi + \\
& \left. + \int_{-\frac{\pi}{2}}^{-\alpha} \frac{Q1(\phi) \cdot (QGf(\phi) + QGz(\phi) + QGq(\phi) + QGF1(\phi) + QGF2(\phi))}{G \cdot A} \cdot r1 \, d\phi \right] \cdot \mu
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Delta G_{1NM} := & \left[\int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{M1(\phi) \cdot (NGf(\phi) + NGz(\phi) + NGq(\phi) + NGF1(\phi) + NGF2(\phi))}{E \cdot A \cdot r2} \cdot r2 \, d\phi + \right. \\
& + \int_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} \frac{M1(\phi) \cdot (NGf(\phi) + NGz(\phi) + NGq(\phi) + NGF1(\phi) + NGF2(\phi))}{E \cdot A \cdot r1} \cdot r1 \, d\phi + \\
& \left. + \int_{-\frac{\pi}{2}}^{-\alpha} \frac{M1(\phi) \cdot (NGf(\phi) + NGz(\phi) + NGq(\phi) + NGF1(\phi) + NGF2(\phi))}{E \cdot A \cdot r1} \cdot r1 \, d\phi \right] \\
\Delta G_{1MN} := & \left[\int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{M1(\phi) \cdot (NGf(\phi) + NGz(\phi) + NGq(\phi) + NGF1(\phi) + NGF2(\phi))}{E \cdot A} \, d\phi + \right. \\
& + \int_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} \frac{M1(\phi) \cdot (NGf(\phi) + NGz(\phi) + NGq(\phi) + NGF1(\phi) + NGF2(\phi))}{E \cdot A} \, d\phi + \\
& \left. + \int_{-\frac{\pi}{2}}^{-\alpha} \frac{M1(\phi) \cdot (NGf(\phi) + NGz(\phi) + NGq(\phi) + NGF1(\phi) + NGF2(\phi))}{E \cdot A} \, d\phi \right]
\end{aligned}$$

$$\Delta G_1 := \Delta G_{1M1} + \Delta G_{1M2} + \Delta G_{1N} + \Delta G_{1Q} + \Delta G_{1MN} + \Delta G_{1NM}$$

$$\delta_{11M1} := \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{M1(\phi) \cdot M1(\phi)}{E \cdot Jr2} \cdot r2 \, d\phi + \int_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} \frac{M1(\phi) \cdot M1(\phi)}{E \cdot Jr1} \cdot r1 \, d\phi + \int_{-\frac{\pi}{2}}^{-\alpha} \frac{M1(\phi) \cdot M1(\phi)}{E \cdot Jr1} \cdot r1 \, d\phi$$

$$\delta_{11M2} := \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{M1(\phi) \cdot M1(\phi)}{E \cdot A \cdot r2^2} \cdot r2 \, d\phi + \int_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} \frac{M1(\phi) \cdot M1(\phi)}{E \cdot A \cdot r1^2} \cdot r1 \, d\phi + \int_{-\frac{\pi}{2}}^{-\alpha} \frac{M1(\phi) \cdot M1(\phi)}{E \cdot A \cdot r1^2} \cdot r1 \, d\phi$$

$$\delta_{11N} := \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{N1(\phi) \cdot N1(\phi)}{E \cdot A} \cdot r2 \, d\phi + \int_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} \frac{N1(\phi) \cdot N1(\phi)}{E \cdot A} \cdot r1 \, d\phi + \int_{-\frac{\pi}{2}}^{-\alpha} \frac{N1(\phi) \cdot N1(\phi)}{E \cdot A} \cdot r1 \, d\phi$$

$$\delta_{11Q} := \left(\int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{Q1(\phi) \cdot Q1(\phi)}{G \cdot A} \cdot r2 \, d\phi + \int_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} \frac{Q1(\phi) \cdot Q1(\phi)}{G \cdot A} \cdot r1 \, d\phi + \int_{\frac{-\pi}{2}}^{-\alpha} \frac{Q1(\phi) \cdot Q1(\phi)}{G \cdot A} \cdot r1 \, d\phi \right) \cdot \mu$$

$$\delta_{11MN} := \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{M1(\phi) \cdot N1(\phi)}{E \cdot A \cdot r2} \cdot r2 \, d\phi + \int_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} \frac{M1(\phi) \cdot N1(\phi)}{E \cdot A \cdot r1} \cdot r1 \, d\phi + \int_{\frac{-\pi}{2}}^{-\alpha} \frac{M1(\phi) \cdot N1(\phi)}{E \cdot A \cdot r1} \cdot r1 \, d\phi$$

$$\delta_{11NM} := \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{M1(\phi) \cdot N1(\phi)}{E \cdot A} \, d\phi + \int_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} \frac{M1(\phi) \cdot N1(\phi)}{E \cdot A} \, d\phi + \int_{\frac{-\pi}{2}}^{-\alpha} \frac{M1(\phi) \cdot N1(\phi)}{E \cdot A} \, d\phi$$

$$\delta_{11} := \delta_{11M1} + \delta_{11M2} + \delta_{11N} + \delta_{11Q} + \delta_{11MN} + \delta_{11NM}$$

$$\delta_{12M1} := \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{M1(\phi) \cdot M2(\phi)}{E \cdot Jr2} \cdot r2 \, d\phi + \int_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} \frac{M1(\phi) \cdot M2(\phi)}{E \cdot Jr1} \cdot r1 \, d\phi + \int_{\frac{-\pi}{2}}^{-\alpha} \frac{M1(\phi) \cdot M2(\phi)}{E \cdot Jr1} \cdot r1 \, d\phi$$

$$\delta_{12M2} := \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{M1(\phi) \cdot M2(\phi)}{E \cdot A \cdot r2^2} \cdot r2 \, d\phi + \int_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} \frac{M1(\phi) \cdot M2(\phi)}{E \cdot A \cdot r1^2} \cdot r1 \, d\phi + \int_{\frac{-\pi}{2}}^{-\alpha} \frac{M1(\phi) \cdot M2(\phi)}{E \cdot A \cdot r1^2} \cdot r1 \, d\phi$$

$$\delta_{12N} := \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{N1(\phi) \cdot N2(\phi)}{E \cdot A} \cdot r2 \, d\phi + \int_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} \frac{N1(\phi) \cdot N2(\phi)}{E \cdot A} \cdot r1 \, d\phi + \int_{\frac{-\pi}{2}}^{-\alpha} \frac{N1(\phi) \cdot N2(\phi)}{E \cdot A} \cdot r1 \, d\phi$$

$$\delta_{12Q} := \left(\int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{Q1(\phi) \cdot Q2(\phi)}{G \cdot A} \cdot r2 \, d\phi + \int_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} \frac{Q1(\phi) \cdot Q2(\phi)}{G \cdot A} \cdot r1 \, d\phi + \int_{\frac{-\pi}{2}}^{-\alpha} \frac{Q1(\phi) \cdot Q2(\phi)}{G \cdot A} \cdot r1 \, d\phi \right) \cdot \mu$$

$$\delta_{12NM} := \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{M2(\phi) \cdot N1(\phi)}{E \cdot A \cdot r2} \cdot r2 \, d\phi + \int_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} \frac{M2(\phi) \cdot N1(\phi)}{E \cdot A \cdot r1} \cdot r1 \, d\phi + \int_{\frac{-\pi}{2}}^{-\alpha} \frac{M2(\phi) \cdot N1(\phi)}{E \cdot A \cdot r1} \cdot r1 \, d\phi$$

$$\delta_{12MN} := \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{M1(\phi) \cdot N2(\phi)}{E \cdot A} d\phi + \int_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} \frac{M1(\phi) \cdot N2(\phi)}{E \cdot A} d\phi + \int_{\frac{-\pi}{2}}^{-\alpha} \frac{M1(\phi) \cdot N2(\phi)}{E \cdot A} d\phi$$

$$\delta_{12} := \delta_{12M1} + \delta_{12M2} + \delta_{12N} + \delta_{12Q} + \delta_{12MN} + \delta_{12NM}$$

$$\delta_{13M1} := \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{M1(\phi) \cdot M3(\phi)}{E \cdot Jr2} \cdot r2 d\phi + \int_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} \frac{M1(\phi) \cdot M3(\phi)}{E \cdot Jr1} r1 d\phi + \int_{\frac{-\pi}{2}}^{-\alpha} \frac{M1(\phi) \cdot M3(\phi)}{E \cdot Jr1} r1 d\phi$$

$$\delta_{13M2} := \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{M1(\phi) \cdot M3(\phi)}{E \cdot A \cdot r2^2} \cdot r2 d\phi + \int_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} \frac{M1(\phi) \cdot M3(\phi)}{E \cdot A \cdot r1^2} r1 d\phi + \int_{\frac{-\pi}{2}}^{-\alpha} \frac{M1(\phi) \cdot M3(\phi)}{E \cdot A \cdot r1^2} r1 d\phi$$

$$\delta_{13N} := \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{N1(\phi) \cdot N3(\phi)}{E \cdot A} \cdot r2 d\phi + \int_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} \frac{N1(\phi) \cdot N3(\phi)}{E \cdot A} r1 d\phi + \int_{\frac{-\pi}{2}}^{-\alpha} \frac{N1(\phi) \cdot N3(\phi)}{E \cdot A} r1 d\phi$$

$$\delta_{13Q} := \left(\int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{Q1(\phi) \cdot Q3(\phi)}{G \cdot A} \cdot r2 d\phi + \int_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} \frac{Q1(\phi) \cdot Q3(\phi)}{G \cdot A} r1 d\phi + \int_{\frac{-\pi}{2}}^{-\alpha} \frac{Q1(\phi) \cdot Q3(\phi)}{G \cdot A} r1 d\phi \right) \cdot \mu$$

$$\delta_{13NM} := \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{M1(\phi) \cdot N3(\phi)}{E \cdot A} d\phi + \int_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} \frac{M1(\phi) \cdot N3(\phi)}{E \cdot A} d\phi + \int_{\frac{-\pi}{2}}^{-\alpha} \frac{M1(\phi) \cdot N3(\phi)}{E \cdot A} d\phi$$

$$\delta_{13MN} := \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{M3(\phi) \cdot N1(\phi)}{E \cdot A} d\phi + \int_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} \frac{M3(\phi) \cdot N1(\phi)}{E \cdot A} d\phi + \int_{\frac{-\pi}{2}}^{-\alpha} \frac{M3(\phi) \cdot N1(\phi)}{E \cdot A} d\phi$$

$$\delta_{13} := \delta_{13M1} + \delta_{13M2} + \delta_{13N} + \delta_{13Q} + \delta_{13MN} + \delta_{13NM}$$

$$\delta_{22M1} := \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{M2(\phi) \cdot M2(\phi)}{E \cdot Jr2} \cdot r2 \, d\phi + \int_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} \frac{M2(\phi) \cdot M2(\phi)}{E \cdot Jr1} r1 \, d\phi + \int_{-\frac{\pi}{2}}^{-\alpha} \frac{M2(\phi) \cdot M2(\phi)}{E \cdot Jr1} r1 \, d\phi$$

$$\delta_{22M2} := \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{M2(\phi) \cdot M2(\phi)}{E \cdot A \cdot r2^2} \cdot r2 \, d\phi + \int_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} \frac{M2(\phi) \cdot M2(\phi)}{E \cdot A \cdot r1^2} r1 \, d\phi + \int_{-\frac{\pi}{2}}^{-\alpha} \frac{M2(\phi) \cdot M2(\phi)}{E \cdot A \cdot r1^2} r1 \, d\phi$$

$$\delta_{22N} := \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{N2(\phi) \cdot N2(\phi)}{E \cdot A} \cdot r2 \, d\phi + \int_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} \frac{N2(\phi) \cdot N2(\phi)}{E \cdot A} r1 \, d\phi + \int_{-\frac{\pi}{2}}^{-\alpha} \frac{N2(\phi) \cdot N2(\phi)}{E \cdot A} r1 \, d\phi$$

$$\delta_{22Q} := \left(\int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{Q2(\phi) \cdot Q2(\phi)}{G \cdot A} \cdot r2 \, d\phi + \int_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} \frac{Q2(\phi) \cdot Q2(\phi)}{G \cdot A} r1 \, d\phi + \int_{-\frac{\pi}{2}}^{-\alpha} \frac{Q2(\phi) \cdot Q2(\phi)}{G \cdot A} r1 \, d\phi \right) \cdot \mu$$

$$\delta_{22NM} := \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{M2(\phi) \cdot N2(\phi)}{E \cdot A \cdot r2} \cdot r2 \, d\phi + \int_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} \frac{M2(\phi) \cdot N2(\phi)}{E \cdot A \cdot r1} r1 \, d\phi + \int_{-\frac{\pi}{2}}^{-\alpha} \frac{M2(\phi) \cdot N2(\phi)}{E \cdot A \cdot r1} r1 \, d\phi$$

$$\delta_{22MN} := \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{M2(\phi) \cdot N2(\phi)}{E \cdot A} \, d\phi + \int_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} \frac{M2(\phi) \cdot N2(\phi)}{E \cdot A} \, d\phi + \int_{-\frac{\pi}{2}}^{-\alpha} \frac{M2(\phi) \cdot N2(\phi)}{E \cdot A} \, d\phi$$

$$\delta_{22} := \delta_{22M1} + \delta_{22M2} + \delta_{22N} + \delta_{22Q} + \delta_{22MN} + \delta_{22NM}$$

$$\delta_{23M1} := \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{M2(\phi) \cdot M3(\phi)}{E \cdot Jr2} \cdot r2 \, d\phi + \int_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} \frac{M2(\phi) \cdot M3(\phi)}{E \cdot Jr1} r1 \, d\phi + \int_{-\frac{\pi}{2}}^{-\alpha} \frac{M2(\phi) \cdot M3(\phi)}{E \cdot Jr1} r1 \, d\phi$$

$$\delta_{23M2} := \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{M2(\phi) \cdot M3(\phi)}{E \cdot A \cdot r2^2} \cdot r2 \, d\phi + \int_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} \frac{M2(\phi) \cdot M3(\phi)}{E \cdot A \cdot r1^2} r1 \, d\phi + \int_{-\frac{\pi}{2}}^{-\alpha} \frac{M2(\phi) \cdot M3(\phi)}{E \cdot A \cdot r1^2} r1 \, d\phi$$

$$\begin{aligned}
\delta_{23N} &:= \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{N2(\phi) \cdot N3(\phi)}{E \cdot A} \cdot r2 \, d\phi + \int_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} \frac{N2(\phi) \cdot N3(\phi)}{E \cdot A} r1 \, d\phi + \int_{-\frac{\pi}{2}}^{-\alpha} \frac{N2(\phi) \cdot N3(\phi)}{E \cdot A} r1 \, d\phi \\
\delta_{23Q} &:= \left(\int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{Q2(\phi) \cdot Q3(\phi)}{G \cdot A} \cdot r2 \, d\phi + \int_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} \frac{Q2(\phi) \cdot Q3(\phi)}{G \cdot A} r1 \, d\phi + \int_{-\frac{\pi}{2}}^{-\alpha} \frac{Q2(\phi) \cdot Q3(\phi)}{G \cdot A} r1 \, d\phi \right) \cdot \mu \\
\delta_{23NM} &:= \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{M2(\phi) \cdot N3(\phi)}{E \cdot A \cdot r2} \cdot r2 \, d\phi + \int_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} \frac{M2(\phi) \cdot N3(\phi)}{E \cdot A \cdot r1} r1 \, d\phi + \int_{-\frac{\pi}{2}}^{-\alpha} \frac{M2(\phi) \cdot N3(\phi)}{E \cdot A \cdot r1} r1 \, d\phi \\
\delta_{23MN} &:= \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{M2(\phi) \cdot N3(\phi)}{E \cdot A} \, d\phi + \int_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} \frac{M2(\phi) \cdot N3(\phi)}{E \cdot A} \, d\phi + \int_{-\frac{\pi}{2}}^{-\alpha} \frac{M2(\phi) \cdot N3(\phi)}{E \cdot A} \, d\phi \\
\delta_{23} &:= \delta_{23M1} + \delta_{23M2} + \delta_{23N} + \delta_{23Q} + \delta_{23MN} + \delta_{23NM} = 0 \cdot \frac{M}{\kappa H}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta_{33M1} &:= \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{M3(\phi) \cdot M3(\phi)}{E \cdot Jr2} \cdot r2 \, d\phi + \int_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} \frac{M3(\phi) \cdot M3(\phi)}{E \cdot Jr1} r1 \, d\phi + \int_{-\frac{\pi}{2}}^{-\alpha} \frac{M3(\phi) \cdot M3(\phi)}{E \cdot Jr1} r1 \, d\phi \\
\delta_{33M2} &:= \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{M3(\phi) \cdot M3(\phi)}{E \cdot A \cdot r2^2} \cdot r2 \, d\phi + \int_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} \frac{M3(\phi) \cdot M3(\phi)}{E \cdot A \cdot r1^2} r1 \, d\phi + \int_{-\frac{\pi}{2}}^{-\alpha} \frac{M3(\phi) \cdot M3(\phi)}{E \cdot A \cdot r1^2} r1 \, d\phi \\
\delta_{33N} &:= \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{N3(\phi) \cdot N3(\phi)}{E \cdot A} \cdot r2 \, d\phi + \int_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} \frac{N3(\phi) \cdot N3(\phi)}{E \cdot A} r1 \, d\phi + \int_{-\frac{\pi}{2}}^{-\alpha} \frac{N3(\phi) \cdot N3(\phi)}{E \cdot A} r1 \, d\phi \\
\delta_{33Q} &:= \left(\int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{Q3(\phi) \cdot Q3(\phi)}{G \cdot A} \cdot r2 \, d\phi + \int_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} \frac{Q3(\phi) \cdot Q3(\phi)}{G \cdot A} r1 \, d\phi + \int_{-\frac{\pi}{2}}^{-\alpha} \frac{Q3(\phi) \cdot Q3(\phi)}{G \cdot A} r1 \, d\phi \right) \cdot \mu
\end{aligned}$$

$$\delta_{33NM} := \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{M3(\phi) \cdot N3(\phi)}{E \cdot A \cdot r2} \cdot r2 \, d\phi + \int_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} \frac{M3(\phi) \cdot N3(\phi)}{E \cdot A \cdot r1} \cdot r1 \, d\phi + \int_{-\frac{\pi}{2}}^{-\alpha} \frac{M3(\phi) \cdot N3(\phi)}{E \cdot A \cdot r1} \cdot r1 \, d\phi$$

$$\delta_{33MN} := \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{M3(\phi) \cdot N3(\phi)}{E \cdot A} \, d\phi + \int_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} \frac{M3(\phi) \cdot N3(\phi)}{E \cdot A} \, d\phi + \int_{-\frac{\pi}{2}}^{-\alpha} \frac{M3(\phi) \cdot N3(\phi)}{E \cdot A} \, d\phi$$

$$\delta_{33} := \delta_{33M1} + \delta_{33M2} + \delta_{33N} + \delta_{33Q} + \delta_{33MN} + \delta_{33NM}$$

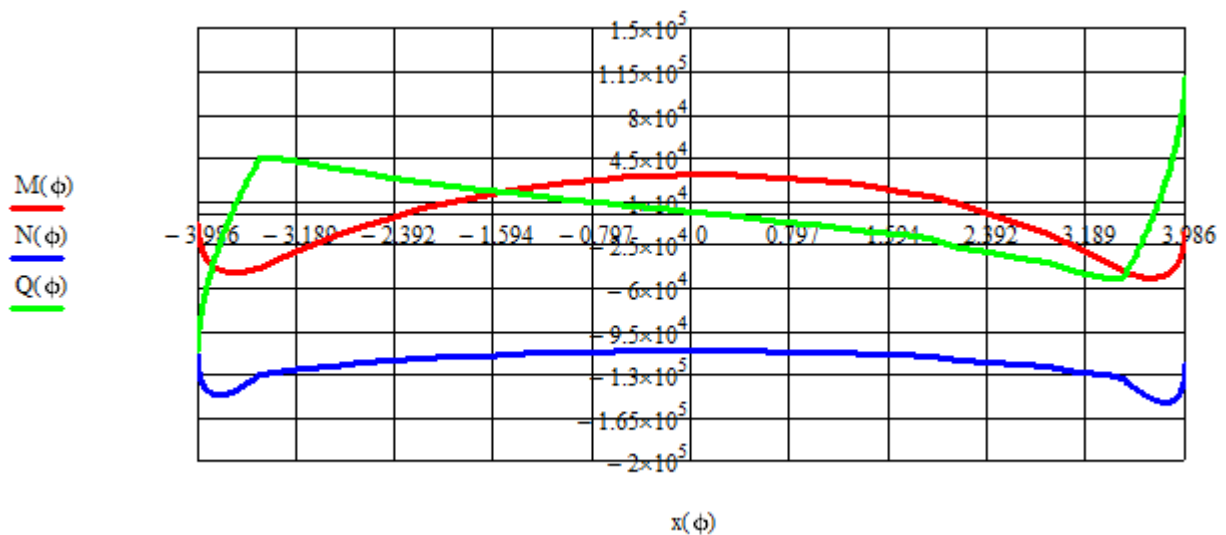
$$D := \begin{pmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \delta_{13} \\ \delta_{12} & \delta_{22} & \delta_{23} \\ \delta_{13} & \delta_{23} & \delta_{33} \end{pmatrix}$$

$$Df := \begin{pmatrix} \Delta G1 \\ \Delta G2 \\ \Delta G3 \end{pmatrix} \quad X := -D^{-1} \cdot Df$$

$$M(\phi) := M1(\phi) \cdot X_1 + M2(\phi) \cdot X_2 + M3(\phi) \cdot X_3 + (MGf(\phi) + MGz(\phi) + MGq(\phi) + MGF1(\phi) + MGF2(\phi))$$

$$N(\phi) := N1(\phi) \cdot X_1 + N2(\phi) \cdot X_2 + N3(\phi) \cdot X_3 + (NGf(\phi) + NGz(\phi) + NGq(\phi) + NGF1(\phi) + NGF2(\phi))$$

$$Q(\phi) := Q1(\phi) \cdot X_1 + Q2(\phi) \cdot X_2 + Q3(\phi) \cdot X_3 + [QGf(\phi) + QGz(\phi) + QGq(\phi) + (QGF1(\phi) + QGF2(\phi))]$$



Значения усилий в сечениях свода

x - 3.98615м	M(-90deg) = -8.47714·кН·м	N(-90deg) = -119.28955·кН	Q(-90deg) = -116.75914·кН
x- 3.47792м	M(-16.623deg) = -45.58482·кН·м	N(-16.623deg) = -136.70594·кН	Q(-16.623deg) = 48.82343·кН
x- 3м	M(-14.28578deg) = -24.00856·кН·м	N(-14.28578deg) = -130.80424·кН	Q(-14.28578deg) = 40.52643·кН
x- 2.5м	M(-11.8665deg) = -5.9167·кН·м	N(-11.8665deg) = -126.03881·кН	Q(-11.8665deg) = 32.02875·кН
x- 2м	M(-9.4685deg) = 8.17578·кН·м	N(-9.4685deg) = -122.467·кН	Q(-9.4685deg) = 24.55479·кН
x- 1.5м	M(-7.08715deg) = 18.75237·кН·м	N(-7.08715deg) = -119.88633·кН	Q(-7.08715deg) = 17.92209·кН
x- 1м	M(-4.71806deg) = 26.18836·кН·м	N(-4.71806deg) = -118.14096·кН	Q(-4.71806deg) = 11.93269·кН
x- 0.5м	M(-2.35704deg) = 30.7512·кН·м	N(-2.35704deg) = -117.12052·кН	Q(-2.35704deg) = 6.37756·кН
x 0м	M(0deg) = 32.60118·кН·м	N(0deg) = -116.75914·кН	Q(0deg) = 1.04041·кН
x 0.5м	M(2.35704deg) = 31.79162·кН·м	N(2.35704deg) = -117.03494·кН	Q(2.35704deg) = -4.29849·кН
x 1м	M(4.71806deg) = 28.26918·кН·м	N(4.71806deg) = -117.9698·кН	Q(4.71806deg) = -9.85891·кН
x 1.5м	M(7.0866deg) = 21.87544·кН·м	N(7.0866deg) = -119.62912·кН	Q(7.0866deg) = -15.8557·кН
x 2м	M(9.4685deg) = 12.33743·кН·м	N(9.4685deg) = -122.94722·кН	Q(9.4685deg) = -27.4342·кН
x 2.5м	M(11.8665deg) = -3.21465·кН·м	N(11.8665deg) = -126.63908·кН	Q(11.8665deg) = -34.88554·кН
x 3м	M(14.28578deg) = -22.76612·кН·м	N(14.28578deg) = -132.75837·кН	Q(14.28578deg) = -48.20072·кН
x 3.47792м	M(16.623deg) = -48.12711·кН·м	N(16.623deg) = -138.97141·кН	Q(16.623deg) = -56.41164·кН
x 3.98615м	M(90deg) = -15.04297·кН·м	N(90deg) = -127.20873·кН	Q(90deg) = 116.75914·кН

Проверка прочности наиболее опасного сечения

$$W_x := \frac{b \cdot h^2}{6} = 0.12042 \cdot \text{м}^3 \quad N_p := -138.97141 \text{ кН} \quad M_{\max} := -48.12711 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$\sigma_{\max} := \frac{N_p}{F} + \frac{M_{\max}}{W_x} = -0.57407 \cdot \text{МПа}$$

$$\sigma_{\min} := \frac{N_p}{F} - \frac{M_{\max}}{W_x} = 0.24075 \cdot \text{МПа}$$

Расчет арки, очерченной по квадратичной параболе

Уравнение оси арки в параболическом виде в соответствии с принятой системы координат:

$$y = f - \frac{4 \cdot f}{L^2} \cdot x^2.$$

Определение тангенс угла наклона к горизонту касательной, проведенной к оси арки в точке с абсциссой x : $\varphi = \operatorname{arctg}\left(8f \cdot \frac{x}{l^2}\right)$.

Основные нагрузки, действующие на свод:

1. Собственный вес $q_{\text{с.в.}} = \frac{A \cdot \gamma}{\cos \varphi}$.

2. Ордината нагрузки от забутки: $A_3 = f \cdot b \cdot \gamma$.

Нагрузка от забутки: $q_3(x) = 4 \cdot A_3 \cdot \frac{x^2}{l^2}$.

3. Полезная нагрузка $q_{\text{в.п.}} = A_{\text{в.п.}} \cdot \gamma$.

Определение внутренних усилий M , N , Q от внешних нагрузок в параболической арке.

Изгибающий момент, действующий в сечении:

$$M = -(q_{\text{с.в.}} + \frac{q_3(x)}{6} + q_{\text{в.п.}}) \cdot \frac{1}{2} \cdot x^2;$$

Продольная сила, действующая в сечении:

$$N = -\left((q_{\text{с.в.}} + q_{\text{в.п.}}) \cdot x + q_3(x) \cdot \frac{x}{3}\right) \cdot \sin \varphi;$$

Поперечная сила, действующая в сечении:

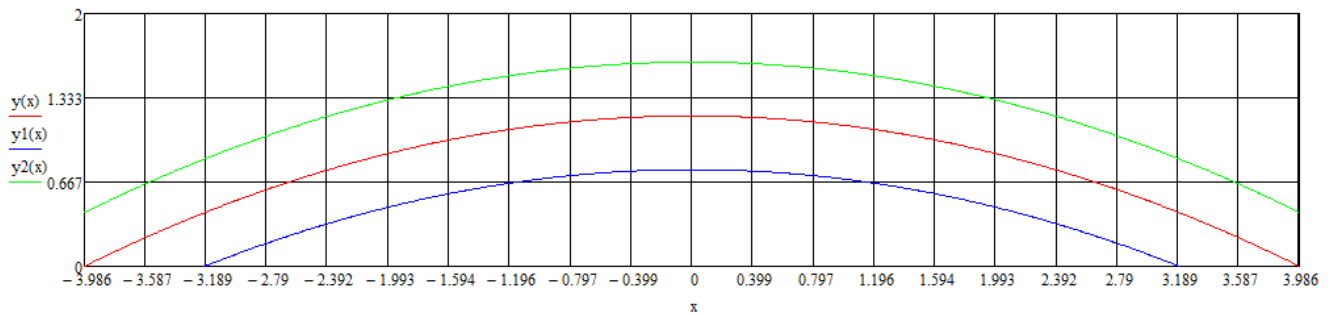
$$Q = -\left((q_{\text{с.в.}} + q_{\text{в.п.}}) \cdot x + q_3(x) \cdot \frac{x}{3}\right) \cdot \cos \varphi.$$

Расчет бесшарнирной параболической арки в системе Mathcad

Ось свода по параболе

$$y(x) := f - f \cdot \left(\frac{4}{l^2}\right) \cdot x^2 \quad y1(x) := \left(f - \frac{h}{2}\right) - f \cdot \left[\left(\frac{4}{l^2}\right) \cdot x^2\right] \quad y2(x) := \left(f + \frac{h}{2}\right) - f \cdot \left[\left(\frac{4}{l^2}\right) \cdot x^2\right]$$

$$\varphi(x) := \operatorname{atan}\left(8f \cdot \frac{x}{l^2}\right)$$



$$D := \begin{pmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \delta_{13} \\ \delta_{12} & \delta_{22} & \delta_{23} \\ \delta_{13} & \delta_{23} & \delta_{33} \end{pmatrix}$$

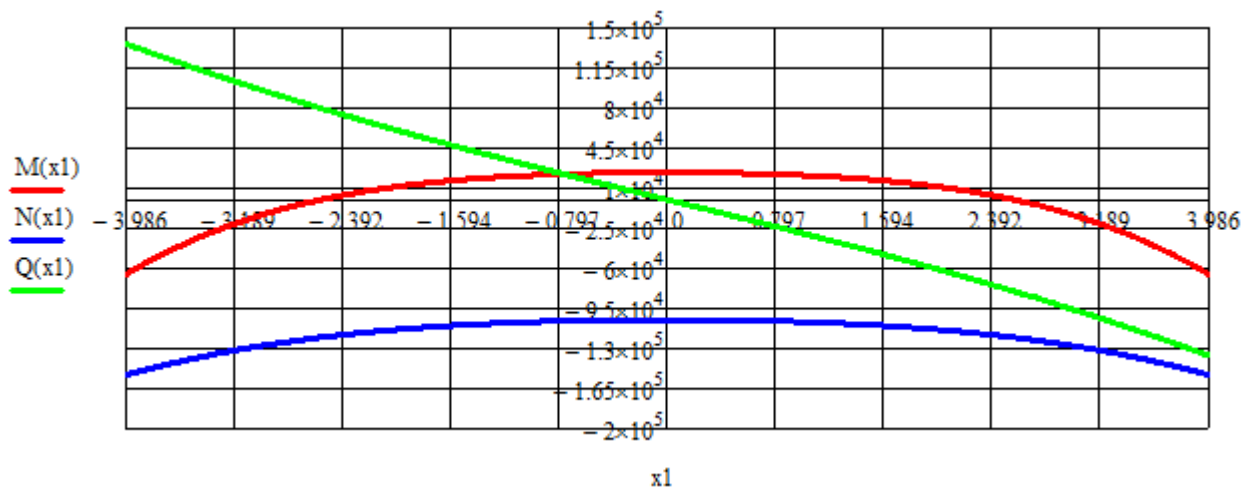
$$Df := \begin{pmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \\ \Delta_3 \end{pmatrix}$$

$$X := -D^{-1} \cdot Df$$

$$M(x) := M1(x) \cdot X_1 + M2(x) \cdot X_2 + M3(x) \cdot X_3 + (Mq(x))$$

$$N(x) := N1(x) \cdot X_1 + N2(x) \cdot X_2 + N3(x) \cdot X_3 + (Nq(x))$$

$$Q(x) := Q1(x) \cdot X_1 + Q2(x) \cdot X_2 + Q3(x) \cdot X_3 + (Qq(x))$$



Расчет бесшарнирной круговой арки

Геометрические характеристики круговой арки: $y = \sqrt{r^2 - x^2} - r + f$;

$$r = \frac{f}{2} + \frac{l^2}{8 \cdot f};$$

$$\sin \varphi = -\frac{x}{r}; \quad \cos \varphi = \frac{y + r - f}{r}; \quad \varphi = \arccos \varphi.$$

$$\text{Нагрузка от собственного веса: } q_{\text{с.в.}} = \frac{A \cdot \gamma}{\cos \varphi}.$$

Нагрузка от забутки.

$$\text{Площадь полусегмента: } A_s(x) = 0,25 \cdot r^2 \cdot (2 \cdot \varphi - \sin \varphi).$$

$$\text{Ордината забутки: } y_3(x) = f - y(x).$$

$$\text{Площадь забутки: } A_3(x) = A_s(x) - y_3(x) \cdot x.$$

$$\text{Величина нагрузки от забутки: } q_3(x) = A_3(x) \cdot b \cdot \gamma.$$

Момент в сечении от забутки в круговой арке:

$$M = -(q_{\text{с.в.}} + q_{\text{в.п.}}) \cdot \frac{1}{2} \cdot x^2 - q_3(x) \cdot 0,3x;$$

$$\text{продольная сила: } N = -((q_{\text{с.в.}} + q_{\text{в.п.}}) \cdot x + q_3(x)) \cdot \sin \varphi;$$

$$\text{поперечная сила в сечении: } Q = -((q_{\text{с.в.}} + q_{\text{в.п.}}) \cdot x + q_3(x)) \cdot \cos \varphi.$$

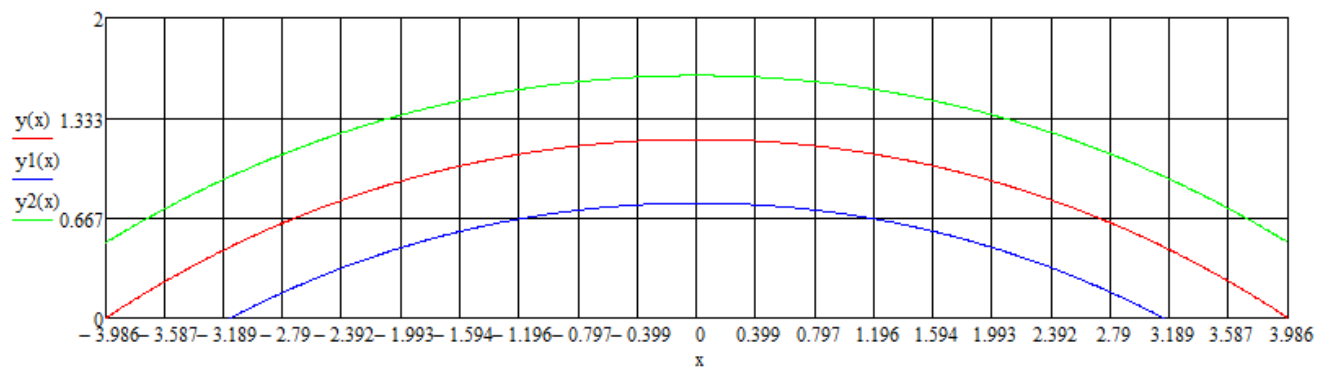
Расчет бесшарнирной круговой арки в системе Mathcad

Ось свода по окружности

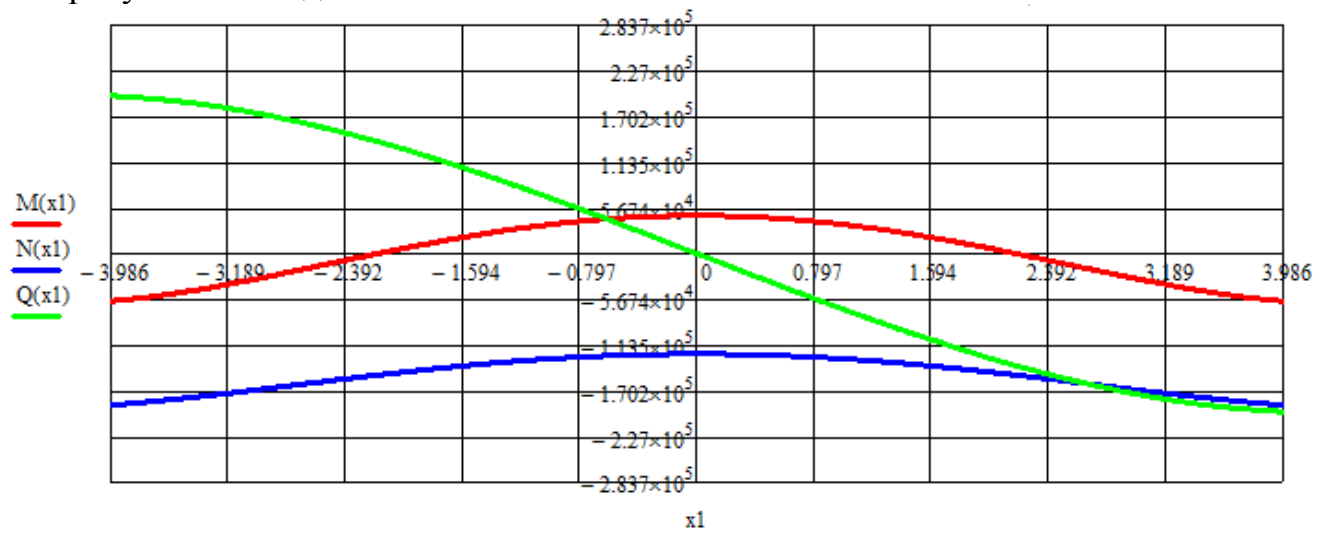
$$r := \frac{f}{2} + \frac{l^2}{8 \cdot f}$$

$$y(x) := \sqrt{r^2 - x^2} - r + f \quad y1(x) := \sqrt{\left(r - \frac{h}{2}\right)^2 - x^2} - r + f$$

$$y2(x) := \sqrt{\left(r + \frac{h}{2}\right)^2 - x^2} - r + f$$



Эпюры усилий в заданной системе:



Испытательный центр «СПбГАСУ»
190005, Санкт-Петербург, 2-я Красноармейская, д.4
Тел./факс 316 40 96

СИСТЕМА СЕРТИФИКАЦИИ ГОСТ Р
Аттестат аккредитации
№ РОСС RU.0001.21 СЛ 44
Срок действия аттестата аккредитации с 09 марта 2010 г. по 09 марта 2015 г.

Дата испы- тания	Мар- ки- ровка	№ кир- пича	Предел прочности, МПа		Фактическая марка кирпича
			при изгибе	при сжатии	
12.04- 15.04. 2010	б/марк	1	2,5	9,7	<i>M 100</i>
		2	2,0	10,4	
		3	1,0	9,9	
		4	2,6	10,4	
		5	2,4	10,2	
Среднее значение		2,1	10,1		
Наименьшее значение		1,0	9,7		

Дата изготовления	Маркировка	Дата испытаний	Предел прочности при сжатии, МПа	Средняя прочность, МПа	Фактическая марка раствора
неизвестна	1-5	12.04- 15.04. 2010	2,4 2,7 1,9 2,2 2,4 3,1	2,5	<u>М 25</u>

Испытательный центр "СПбГАСУ"

И.У. Аубакирова

ПРОТОКОЛ ИСПЫТАНИЙ РАСПРОСТРАНЯЕТСЯ ТОЛЬКО НА ОБРАЗЦЫ, ПРОШЕДШИЕ ИСПЫТАНИЯ.

ПРИЛОЖЕНИЕ Е1

**Градуировочная зависимость УЗК при определении прочности
кирпичной кладки**

Величина расчетного сопротивления материала кладки (кирпич, раствор) определяется по эмпирической формуле:

$$R = a_0 + a_1 v, \quad (1)$$

где v – скорость прохождения УЗК (м/с).

При измерении времени t распространения звукового импульса в микросекундах (мкс), а базы прозвучивания b в мм, скорость УЗК определяется по формуле $v = 1000b/t$.

Градуировочная зависимость строится на базе испытания нескольких образцов разрушающим методом в лабораторных испытаниях.

При этом:

$$a_1 = \frac{\sum_{i=1}^n (R_{\phi, \text{cp}} - R_{i, \phi})(v_{\text{cp}} - v_i)}{\sum_{i=1}^n (v_{\text{cp}} - v_i)^2}, \quad (2)$$

где $R_{\phi, \text{cp}}$ – среднее значение предела прочности испытуемых разрушающим методом образцов; $R_{i, \phi}$ – среднее значение предела прочности каждого образца по порядку; v_{cp} – средняя скорость прохождения УЗК в тех же образцах перед испытанием; v_i – средняя скорость прохождения УЗК в каждом из образцов.

$$a_0 = R_{\phi, \text{cp}} - a_1 \cdot v_{\text{cp}} \quad (3)$$

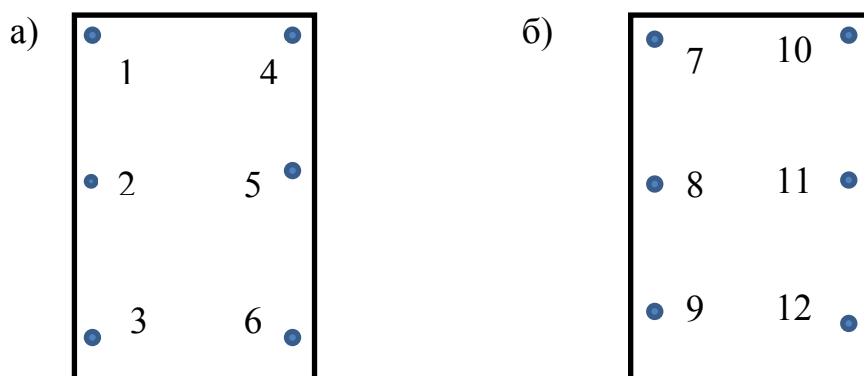


Рисунок 1 – Размещение точек испытания материалов свода : а) – места отбора образцов по верхней плоскости свода (пазухи); б) – места замеров УЗК по нижней поверхности свода

1. Градуировочная зависимость при определении предела прочности кирпича

[illegible]

2. Градуировочная зависимость при определении предела прочности раствора

№ п.п	$R_{i, \phi 2}$ МПа	t мкс	v м/сек	$v_{cp} - v_i$	$(v_{cp} - v_i)^2$	$R_{\phi, cp} - R_{i, \phi 2}$	$(R_{\phi, cp} - R_{i, \phi 2})(v_{cp} - v_i)$	R_2 МПа
1.	2.4	87	747.1	0.1	0.0	0.050	0.007	2.45
2.	2.7	89	730.3	16.9	286.7	-0.250	-4.233	2.56
3.	1.9	79	822.8	-75.5	5702.4	0.550	-41.533	1.95
4.	2.2	82	792.7	-45.4	2062.3	0.250	-11.353	2.15
5.	2.4	87	747.1	0.1	0.0	0.050	0.007	2.45
6.	3.1	101	643.6	103.7	10754.9	-0.650	-67.409	3.14
$R_{\phi, cp} =$	2.45	$v_{cp} =$	747.3	$\Sigma =$	18806.4	$\Sigma =$	-124.514	2.45
								$R_{2, cp}$
								$a_1 = -0.0066$
								$a_0 = 7.3975$
Следовательно, предел прочности раствора $R_2 = 7.3975 - 0.0066v$ при базе $b = 65$ мм								

6 Определение прочности кирпичной кладки по нижней поверхности свода (по состоянию на май 2010 г.)

Определение прочности кирпичной кладки производилось ультразвуковым методом прибором УК-14П:

– предел прочности кирпича (при базе по поверхности 100 мм)

$$R_1 = 7,5201 + 0,008v_1 \quad (\text{МПа});$$

– предел прочности раствора кладки (при базе 40 мм)

$$R_2 = 7,3975 - 0,0068v_2 \quad (\text{МПа}).$$

При этом прочность кладки определялась по формуле проф. Л.И. Онищика:

$$R = 0,5 \cdot R_u = 0,5 A_1 R_1 (1 - a/b + 0,5 R_2 / R_1) \gamma_1$$

при

$$A_1 = (9,81 + R_1) / (9,81m + nR_1)$$

$$a=0,2; b=0,3; m=1,25; n=3.$$

Значения поправочного коэффициента γ_1 :

– по табл.: $R_{1, cp} = 10,04$ МПа, $R_{2,1} = 0,04 R_{1, cp} = 0,4$ МПа $< R_{2, cp} = 2,14$ МПа, поэтому $\gamma_1 = 1$.

Результаты определения прочности кирпича и раствора неразрушающим методом измерения УЗК

№ Т.Т.	№ П/П	t_1 мкс	v_1 м/с	R_1 МПа	t_2 мкс	v_2 м/с	R_2 МПа	R_i МПа	$p_i = \frac{R_i}{R_{\min}}$	$p_i R_i$	$s_i = R_i - R_{\text{cp}}$	
7	1	32	3125	10	47	851	1.78	1.14	1.00	1.14	-0.053	
8	2	31	3226	10.1	54	741	2.51	1.249	1.10	1.37	0.056	
9	3	36	2778	9.74	51	784	2.22	1.187	1.04	1.24	-0.006	
10	4	29	3448	10.3	48	833	1.90	1.174	1.03	1.21	-0.019	
11	5	30	3333	10.2	53	755	2.42	1.242	1.09	1.35	0.049	
12	6	34	2941	9.87	49	816	2.01	1.165	1.02	1.19	-0.028	
									Σ	6.28	7.50	

$$R_{\text{cp}} = \Sigma p_i R_i / \Sigma p_i = \quad 1.19 \quad \text{MIIa}$$

$$|\Delta R| = \sqrt{\frac{\Sigma p_i s_i^2}{(n-1)\Sigma p_i}} = \quad 0.12 \quad \text{MIIa}$$

Расчетное сопротивление кладки

$$R = R_{\text{cp}} - \Delta R = \quad \mathbf{1.07} \quad \text{МПа} \quad \text{или} \quad \mathbf{10.92} \quad \text{кг/см}^2$$

при средних значениях:

марки кирпича $M_k = 102$ $R_{1,ср} = 10.03$ МПа

марки раствора $M_p = 22$ $R_{2,cp} = 2.14$ МПа

Результаты определения прочности кладки свода с помощью молотка Шмидта

Для определения несущей способности кладки кирпича были проведены обследования прочностных свойств кирпичной кладки. В результате 12 испытаний получены данные выборки $R_1, R_2, \dots, R_{12}$ кирпича и раствора, из которых состоит кладка.

Результаты испытаний прочности кирпича и раствора методом упругого
отскока с помощью молотка Шмидта

Номер образца	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
прочность кирпича, МПа	9,8	1,0	9,9	9,7	1,01	9,6	9,9	1,03	9,9	1,0	1,08	1,07
прочность раствора, МПа	2,1	2,7	1,9	1,8	2,2	3,1	3,0	2,6	2,2	2,9	1,8	2,9

Статистическая обработка результатов испытаний.

Для оценки математического ожидания нормального распределения служит функция (среднее арифметическое наблюдаемых значений случайной величины):

$$R_m = \frac{1}{n} (R_1 + R_2 + \dots + R_n),$$

где R_m – среднее значение предела прочности по результатам испытаний;
 n – число выборки испытаний.

Среднеквадратическое отклонение наблюдаемых значений признака R_i от их среднего значения R_m определено по формуле:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (R_i - R_m)^2}{n}}.$$

Пользуясь распределением Стьюдента, найден доверительный интервал прочности кирпича и раствора:

$$R_{1,2} = R_m - t \frac{S_q}{\sqrt{n}};$$

где $t=2,23$ коэффициент Стьюдента при $n=12$ и доверительным интервалом с вероятностью 95%.

Предел прочности кирпича $R_1=9,8$ МПа, предел прочности раствора $R_2=2,1$ МПа.

ПРИЛОЖЕНИЕ Ж

Прочность кирпича и раствора и кладки по СП 15.13330.2012 ORIGIN := 1

Значения данных о прочности: RK-кирпич, RP-раствор

Результаты испытаний в МПа

$$\text{КИРПИЧ} := \begin{pmatrix} 9.7 \\ 10.4 \\ 9.9 \\ 10.4 \\ 10.2 \end{pmatrix}$$

$$\text{rows(RK)} := 5$$

$$\text{РАСТВОР} := \begin{pmatrix} 2.4 \\ 2.7 \\ 1.9 \\ 2.2 \\ 2.4 \end{pmatrix}$$

$$\text{rows(RP)} := 5$$

$$\text{RK} := \text{КИРПИЧ} \quad \text{RK} = \begin{pmatrix} 9.7 \\ 10.4 \\ 9.9 \\ 10.4 \\ 10.2 \end{pmatrix}$$

Кирпич

$$k1 := \text{rows(RK)}$$

$$\text{RP} := \text{РАСТВОР} \quad \text{RP} = \begin{pmatrix} 2.4 \\ 2.7 \\ 1.9 \\ 2.2 \\ 2.4 \end{pmatrix}$$

Раствор

$$k2 := \text{rows(RP)}$$

S1=0.95 - вероятность того, что стандартизированная разность между выборочной и генеральной средней имеет величину t.

КИРПИЧ

k1-число испытаний, число степеней свободы
k=k1-1
t1-стандартизированное отклонение
подбором числа t1 следует добиваться
числа s1, равного
нужной степени вероятности.

$$t1 := 2.2$$

РАСТВОР

k2-число испытаний,
t2 -стандартизированное отклонение
подбором числа t2 следует добиваться
числа s2, равного
нужной степени вероятности.

$$t2 := 2.2$$

$$s1 := \frac{\Gamma\left(\frac{k1}{2}\right) \cdot \int_{-\infty}^{t1} \left(1 + \frac{t1^2}{k1 - 1}\right)^{\frac{-k1}{2}} dt1}{\sqrt{(k1 - 1) \cdot \pi} \cdot \Gamma\left(\frac{k1 - 1}{2}\right)}$$

$$2s1 - 1 = 0.90735$$

$$s1 = 0.95367$$

$$s2 := \frac{\Gamma\left(\frac{k2}{2}\right) \cdot \int_{-\infty}^{t2} \left(1 + \frac{t2^2}{k2 - 1}\right)^{\frac{-(k2)}{2}} dt2}{\sqrt{(k2 - 1) \cdot \pi} \cdot \Gamma\left(\frac{k2 - 1}{2}\right)}$$

$$2s2 - 1 = 0.90735$$

$$s2 = 0.95367$$

Средние значения

$$RmK := \frac{\sum_{i=1}^{k1} RK_i}{k1}$$

$$RmK = 10.12$$

$$RmP := \frac{\sum_{i=1}^{k2} RP_i}{k2}$$

$$RmP = 2.32$$

$$RsK := \sum_{i=1}^{k1} (RK_i - RmK)^2$$

$$RsK = 0.388$$

$$RsP := \sum_{i=1}^{k2} (RP_i - RmP)^2$$

$$RsP = 0.348$$

среднеквадратичное отклонение

$$SqK := \sqrt{\frac{RsK}{k1 - 1}}$$

$$SqK = 0.31145$$

$$SqP := \sqrt{\frac{RsP}{k2 - 1}}$$

$$SqP = 0.29496$$

прочность материала

Кирпич

$$Rk := RmK - t1 \cdot \frac{SqK}{\sqrt{k1}}$$

$$Rk = 9.81358$$

Раствор

$$Rp := RmP - t2 \cdot \frac{SqP}{\sqrt{k2}}$$

$$Rp = 2.0298$$

Марки раствора

$$R1 := (20 \ 15 \ 10 \ 7.5 \ 5 \ 2.5 \ 1 \ 0.4 \ 0.02 \ 0) \quad \underline{\underline{R}} := R1^T$$

Верхняя и нижняя границы марки раствора $R_p = 2.0298$

$$\begin{aligned}
 R_{\text{верх}} &:= \begin{cases} R_1 & \text{if } R_2 \leq R_p < R_1 \\ R_2 & \text{if } R_3 \leq R_p < R_2 \\ R_3 & \text{if } R_4 \leq R_p < R_3 \\ R_4 & \text{if } R_5 \leq R_p < R_4 \\ R_5 & \text{if } R_6 \leq R_p < R_5 \\ R_6 & \text{if } R_7 \leq R_p < R_6 \\ R_7 & \text{if } R_8 \leq R_p < R_7 \\ R_8 & \text{if } R_9 \leq R_p < R_8 \\ R_9 & \text{if } R_{10} \leq R_p < R_9 \end{cases} & R_{\text{нижн}} &:= \begin{cases} R_2 & \text{if } R_2 < R_p \leq R_1 \\ R_3 & \text{if } R_3 < R_p \leq R_2 \\ R_4 & \text{if } R_4 < R_p \leq R_3 \\ R_5 & \text{if } R_5 < R_p \leq R_4 \\ R_6 & \text{if } R_6 < R_p \leq R_5 \\ R_7 & \text{if } R_7 < R_p \leq R_6 \\ R_8 & \text{if } R_8 < R_p \leq R_7 \\ R_9 & \text{if } R_9 < R_p \leq R_8 \\ R_{10} & \text{if } R_{10} < R_p \leq R_9 \end{cases} \\
 & & & R_{\text{верх}} = 2.5 & R_{\text{нижн}} = 1
 \end{aligned}$$

Марка
кирпича

Таблица 9 СНиП II-22-81 Расчетные сопротивления кладки МПа

Соответствующие столбцы из таблицы

$$K := \begin{pmatrix} 3.5 & 0 & 0 & 0 & 0.9 & 0.8 & 0.7 & 0.6 & 0.45 & 0.4 & 0.25 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & 1.1 & 1 & 0.9 & 0.7 & 0.6 & 0.5 & 0.35 \\ 7.5 & 0 & 0 & 1.5 & 1.4 & 1.3 & 1 & 0.9 & 0.7 & 0.6 & 0.5 \\ 10 & 0 & 2 & 1.8 & 1.7 & 1.5 & 1.2 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.6 \\ 12.5 & 0 & 2.2 & 2 & 1.9 & 1.7 & 1.3 & 1.2 & 1.1 & 0.9 & 0.7 \\ 15 & 2.6 & 2.4 & 2.2 & 2 & 1.8 & 1.6 & 1.3 & 1.2 & 1 & 0.8 \\ 20 & 3.2 & 3 & 2.7 & 2.5 & 2.2 & 1.8 & 1.6 & 1.4 & 1.3 & 1 \\ 25 & 3.6 & 3.3 & 3 & 2.8 & 2.5 & 2.2 & 1.9 & 1.6 & 1.5 & 1.3 \\ 30 & 3.9 & 3.6 & 3.3 & 3 & 2.8 & 2.5 & 2.2 & 1.8 & 1.7 & 1.5 \end{pmatrix} \quad n := \begin{cases} 2 & \text{if } R_{\text{верх}} = 20 \\ 3 & \text{if } R_{\text{верх}} = 15 \\ 4 & \text{if } R_{\text{верх}} = 10 \\ 5 & \text{if } R_{\text{верх}} = 7.5 \\ 6 & \text{if } R_{\text{верх}} = 5 \\ 7 & \text{if } R_{\text{верх}} = 2.5 \\ 8 & \text{if } R_{\text{верх}} = 1 \\ 9 & \text{if } R_{\text{верх}} = 0.4 \\ 10 & \text{if } R_{\text{верх}} = 0.2 \\ 11 & \text{if } R_{\text{верх}} = 0 \end{cases}$$

$$T1 := \text{Ispline}(K^{(1)}, K^{(n)})$$

$$T2 := \text{Ispline}(K^{(1)}, K^{(n+1)})$$

$$n = 7$$

$$R_{\text{верх}} := \text{interp}(T1, K^{(1)}, K^{(n)}, R_k) \quad \text{Интерполяция между столбцами} \quad R_{\text{верх}} = 1.18845$$

$$R_{\text{нижн}} := \text{interp}(T2, K^{(1)}, K^{(n+1)}, R_k) \quad R_{\text{нижн}} = 0.98961$$

$$R_{\text{кладки}} := \frac{(R_{\text{верх}} - R_{\text{нижн}}) \cdot (R_p - R_{\text{нижн}})}{R_{\text{верх}} - R_{\text{нижн}}} + R_{\text{нижн}} \quad \text{Интерполяция между строками}$$

ПРОЧНОСТЬ КЛАДКИ

$$R_{\text{кладки}} = 1.12612$$



Министерство культуры Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное учреждение культуры
РОССИЙСКИЙ ЭТНОГРАФИЧЕСКИЙ МУЗЕЙ

Инженерная ул., 4/1, г. Санкт-Петербург, 191186, тел. (812) 570-5768, факс (812) 315-8642
E-mail: 5705768@mail.ru <http://www.ethnomuseum.ru>

25.09.2012

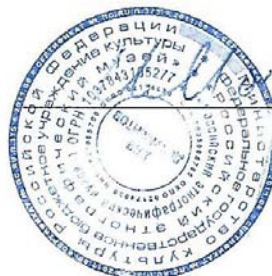
Исх. № 51 Н

Акт

о внедрении результатов научно-исследовательской работы аспиранта
кафедры «Городского строительства» СПбГАСУ Калдар-оол А-Х. Б. на тему
«Методы оценки эксплуатационных свойств коробовых сводов
использованных в зданиях – памятниках архитектуры»

Методика натурного обследования коробовых сводов, разработанная в диссертационной работе аспиранта кафедры «Городского строительства» СПбГАСУ Калдар-оол Анай-Хаак Бугалдаевны, была использована для оценки технического состояния коробовых сводов надподвального перекрытия здания Российского этнографического музея. Здание музея – памятник истории культуры и архитектуры Федерального значения. Это обследование предшествовало проведению реставрационных работ в помещениях подвала музея.

Зам. директора
Российского этнографического музея
по реставрации и кап. строительству



И. В. Матвеев



Общество с ограниченной ответственностью
«Институт строительного проектирования «Геореконструкция»
(ООО «ИСП «Геореконструкция»)

08.10.2020

№ 02-2020-484

Санкт-Петербург

Акт

**о внедрении результатов научно-исследовательской работы соискателя
кафедры «Строительной механики» СПбГАСУ Калдар-оол А-Х.Б. на
тему:**

**СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ МЕТОДОВ РАСЧЕТА
НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ КОРОБОВЫХ СВОДОВ В
ЗДАНИЯХ-ПАМЯТНИКАХ
АРХИТЕКТУРЫ – ОБЪЕКТАХ КУЛЬТУРНОГО НАСЛЕДИЯ**

Методы расчёта, предложенные в диссертационной работе Калдар-оол Анай-Хаак Бугалдаевны использованы в поверочных расчётах сводов при обследовании военно-исторических памятников г. Кронштадта (форт Александра Первого, форт Петра Первого и др.) и позволили с достаточной достоверностью определить напряженное состояние цилиндрических и коробовых сводов обследуемых объектов.

Генеральный директор,
д-р геол.-минерал. наук



А.Г. Шашкин