На правах рукописи

СОЛОВЬЕВ Сергей Александрович

МЕТОДЫ РАСЧЕТОВ НАДЕЖНОСТИ ИЗГИБАЕМЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПРИ ОГРАНИЧЕННОЙ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ

Специальность 05.23.17 – Строительная механика

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание учёной степени
кандидата технических наук

Санкт-Петербург – 2019

Работа выполнена в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Вологодский государственный университет».

Научный руководитель: доктор технических наук, профессор
Уткин Владимир Сергеевич

Официальные оппоненты: **Смоляго Геннадий Алексеевич**
доктор технических наук, профессор,
ФГБОУ ВО «Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова», кафедра «Строительство и городское хозяйство», профессор;

Уздин Александр Моисеевич
доктор технических наук, профессор,
ФГБОУ ВО «Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I», кафедра «Механика и прочность материалов и конструкций», профессор;

Ведущая организация: **ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный лесотехнический университет имени С.М. Кирова»**

Защита состоится «17» июня 2019 г. в $15^{\underline{30}}$ часов на заседании диссертационного совета **Д 212.223.03** при ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет» по адресу: 190005, г. Санкт-Петербург, 2-я Красноармейская ул., д. 4, зал заседаний (ауд. 219).

Тел./факс: 8 (812) 316-58-72;
E-mail: rector@spbgasu.ru

С диссертацией можно ознакомиться в фундаментальной библиотеке ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет» и на сайте http://dis.spbgasu.ru/specialtys/personal/ solovev-sergey-aleksandrovich.

Автореферат разослан «13» мая 2019 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета Кондратьева Лидия Никитовна

I. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования. Развитие методов оценки механической (конструкционной) безопасности элементов сооружений, в том числе изгибаемых железобетонных элементов, является актуальной научной задачей для обеспечения безопасности эксплуатации сооружений. В качестве количественной меры механической безопасности используется несущая способность, надежность, риск, живучесть и остаточный ресурс несущих элементов конструкций.

По утверждению д.т.н., профессора Т.В. Золиной, подавляющее большинство аварий элементов строительных конструкций происходит из-за снижения их несущей способности в ходе эксплуатации при отсутствии должных методик контроля и оценки остаточного эксплуатационного ресурса. Данная работа посвящена восполнению методов и методик количественной оценки механической (конструкционной) безопасности эксплуатации изгибаемых железобетонных элементов.

В Межгосударственном стандарте ГОСТ 27751–2014 рекомендовано применение вероятностно-статистических подходов при стохастическом анализе структурных элементов сооружений. Такие подходы, в том числе методы расчета надежности, получили широкое научное и практическое развитие. Реализация вероятностных походов осуществима только при достаточном объеме статистических данных о вариации исследуемых параметров, при условии, что по имеющемуся объему исходных данных можно проводить статистический анализ. Однако в практических задачах обследований и испытаний конструкций, полную статистическую информацию для уникальных по своей природе элементов строительных конструкций зачастую получить невозможно или затруднительно. Таким образом, для реализаций положений ГОСТ 27751–2014 возникает необходимость в разработке и развитии методов и теории расчета надежности при различной по количеству и качеству статистической информации в математических моделях предельных состояний. До сих пор актуальны слова д.т.н., профессора В.А. Клевцова «Надежность лишь декларируется, но количественного выражения не обретает. Проектировщик, выполнив расчет, так и не имеет строгого представления о результатах своей работы, о надежности и запасах созданной им конструкции», что также отмечает и В.Д. Райзер.

Разработанные в диссертационной работе методы расчетов надежности изгибаемых железобетонных элементов на примере железобетонных балок при различных качественных и количественных статистических данных о случайных параметрах в математических моделях восполняют и расширяют существующие методы оценки уровня механической безопасности эксплуатации изгибаемых железобетонных элементов.

Степень разработанности темы исследования. Значительный вклад в развитие теории надежности внесли российские ученые А.Р. Ржаницын, Б.А. Гарагаш, А.М. Половко, Б.В. Гнеденко, В.Д. Райзер, В.В. Болотин, А.С. Лычев, В.С. Уткин, Л.В. Уткин, Г.А. Смоляго, А.М. Уздин, А.М. Юделевич, Г.С. Шульман, А.Г. Ройтман, а также зарубежные ученые Г. Аугусти, Г. Шпете, F. Tonon, P. Walley, M. Beer, J. Zhang, R.E. Melchers.

Цель исследования – разработка методов расчета изгибаемых железобетонных элементов на надежность при различной ограниченных количественных и качественных статистических данных о стохастических параметрах в моделях предельных состояний при рассмотрении железобетонного элемента как последовательной механической системы из независимых элементов.

Задачи исследования:

1. Разработка способов определения несущей способности изгибаемых железобетонных элементов на стадии эксплуатации на примере железобетонных балок по критериям работоспособности Свод Правил 63.13330.2012 и по длине нормальной трещины.

2. Разработка метода расчета изгибаемых железобетонных элементов на надежность как условной последовательной механической системы с допущением о независимости элементов при неполной статистической информации.

3. Разработка метода расчета надежности изгибаемых железобетонных элементов при исходной статистической информации о контролируемых параметрах в виде подмножества интервалов на основе теории случайных множеств.

4. Разработка способа определения длины трещины в растянутой зоне бетона балки с учетом разрыхления бетона в вершине трещины.

Объектом исследования является изгибаемые железобетонные элементы (железобетонные балки и балочные плиты).

Предметом исследования является надежность изгибаемых железобетонных элементов.

Научная новизна исследования:

1) разработаны способы определения несущей способности эксплуатируемых изгибаемых железобетонных элементов по отдельным критериям предельных состояний;

2) разработан метод расчета надежности изгибаемых железобетонных элементов на стадии эксплуатации как последовательной механической системы на основе теории возможностей;

3) разработан метод расчета надежности изгибаемых железобетонных элементов по теории случайных множеств при наличии статистических данных о случайной величине в виде совокупности интервалов, и на основе расширенных функций доверия и правдоподобия, полученных на основе робастной модели Дирихле;

4) разработан и запатентован способ установления длины нормальной трещины в бетоне железобетонной балки.

Теоретическая значимость работы. Разработанные способы определения остаточной несущей способности и методы расчетов надежности изгибаемых железобетонных элементов могут быть рекомендованы для включения в нормативную документацию для практического использования при их количественной оценке уровня безопасности эксплуатации и категории технического состояния в целях предупреждения отказов и разрушений.

Практическая значимость. Разработанные методы расчетов надежности изгибаемых железобетонных элементов при неполной статистической информации позволяют более достоверно оценить уровень безопасности и риска эксплуатации, предусмотренные Межгосударственным стандартом ГОСТ 31937–2011, когда использование методов расчетов надежности базирующихся на теории вероятностей может привести к ошибочным результатам.

Дополнительную практическую значимость диссертационное исследование приобретает при количественной оценке безопасности эксплуатации элементов сооружений после природных и техногенных катастроф, а также других угроз (в соответствии с приоритетами научно-технологического развития РФ согласно Указу Президента РФ №642 от 01.12.2016), при условии ограниченного количества времени на сбор и анализ стохастических данных о случайных параметрах.

Методология и методы диссертационного исследования обеспечиваются анализом литературных источников по методам расчетов надежности элементов конструкций; строгим математическим подходом на современном методическом уровне, а также методологией научных исследований, базирующихся на принципах теории надежности.

Положения, выносимые на защиту:

– способы определения остаточной несущей способности изгибаемых железобетонных элементов по отдельным критериям работоспособности;

– метод расчета надежности изгибаемых железобетонных элементов как условных последовательных механических систем на основе теории нечетких множеств и теории возможностей;

– метод расчета надежности изгибаемых железобетонных элементов на основе теории случайных множеств (теории свидетельств Демпстера-Шефера) и на основе расширенных функций доверия и правдоподобия с использованием робастной модели Дирихле;

– способ определения длины нормальной трещины железобетонного изгибаемого элемента.

Область исследования соответствует требованиям паспорта научной специальности ВАК: 05.23.17 – Строительная механика, п. 6 «Теория и методы расчета сооружений на надежность».

Степень достоверности и апробация результатов. Достоверность диссертационного исследования обоснована строгим математическим подходом при постановке и решении задач, а также сопоставлением данных расчетов вероятностей безотказной работы по разработанным методам с данными расчетов вероятностей безотказной работы по известным методам, базирующихся на теории вероятностей и статистики, признанных в академическом сообществе и реализуемых на практике.

Апробация работы. Результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на:

Ежегодной научной сессии аспирантов и молодых ученых (г. Вологда, 2014, 2015, 2016 гг.); Международной научной конференции «Молодые исследователи – регионам» (г. Вологда, 2015, 2016 гг.); Международной научной конференции «Долговечность, прочность и механика разрушения бетона, железобетона и других строительных материалов: XI Академические чтения РААСН» (г. Санкт-Петербург, 2016 г.); Международной научной конференции «Современные проблемы расчета железобетонных конструкций, зданий и сооружений на аварийные воздействия» (г. Москва, 2016 г.); Научно-практической конференции по сейсмостойкому строительству (с международным участием) (г. Москва, 2016 г.); Всероссийской научной конференции с международным участием «Вузовская наука – региону» (г. Вологда, 2017 г.); VIII международной научно-практической конференции «Обследование зданий и сооружений: проблемы и пути их решения» (г. Санкт-Петербург, 2017 г.); Всероссийском научном форуме «Наука будущего – наука молодых (г. Казань, 2016 г.; г. Нижний Новгород, 2017 г.);

Публикации. Материалы диссертационной работы были опубликованы в 14 печатных работах, общим объемом 6 п. л., в том числе 8 статей в изданиях, входящих в Перечень ведущих рецензируемых научных журналов, утвержденный ВАК РФ, и 2 патента на изобретения.

Структура и объем работы. Диссертационная работа состоит из введения, пяти глав, заключения, списка литературы, включающего в себя 142 наименования, и 1 приложения. Общий объем диссертации составляет 181 страницу машинописного текста. Работа содержит 53 рисунка и 3 таблицы.

Во введении сформулирована научная проблема расчетов надежности и приведено обоснование актуальности исследования, представлены цель и задачи исследования, теоретическая и практическая значимость, степень апробации работы.

В первой главе приведен анализ литературных источников по исследуемой проблеме, приведена краткая история развития методов и теории расчетов надежности элементов конструкций.

Во второй главе представлены способы определения остаточной несущей способности железобетонных балок по различным критериям работоспособности на стадии эксплуатации.

В третьей главе разработан метод расчета надежности железобетонных изгибаемых элементов конструкций на основе возможностного подхода как последовательных систем отдельно по двум группам предельных состояний. Также разработаны практические рекомендации по назначению уровня риска (среза) при расчете надежности типовых элементов железобетонных конструкций на основе возможностных методов расчетов надежности. Рассмотрены числовые примеры расчетов надежности изгибаемых железобетонных элементов.

В четвертой главе представлен метод расчета надежности изгибаемых железобетонных элементов на основе теории случайных множеств, а также на основе расширенных функций доверия и правдоподобия. На числовых примерах рассмотрена статистическая обработка и анализ информации в виде подмножества интервальных данных с последующим расчетом надежности изгибаемых железобетонных элементов.

В пятой главе представлены результаты экспериментального исследования остаточной несущей способности железобетонной балки, а также экспериментальные измерения длины трещины в балке по разработанному и запатентованному способу.

В заключении представлены выводы по результатам диссертации и обозначены перспективы и направления дальнейших исследований по данной проблеме.

II. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ ДИССЕРТАЦИИ, ВЫНОСИМЫЕ НА ЗАЩИТУ

1. Разработаны способы определения несущей способности изгибаемых железобетонных элементов по отдельным критериям работоспособности на стадии эксплуатации.

Для расчетов надежности изгибаемых железобетонных элементов необходима статистическая информация, характеризующая несущую способность изгибаемых железобетонных элементов по всем предельным состояниям. Количественной мерой несущей способности может выступать предельная нагрузка на несущий элемент, не приводящая его в запредельное состояние.

В диссертационной работе разработан и запатентован способ определения остаточной несущей способности изгибаемых железобетонных элементов на стадии эксплуатации по критериям прочности бетона и рабочей арматуры. Изгибаемый железобетонный элемент, например железобетонная балка или балочная плита, разгружается экспериментальной нагрузкой ориентированной в другую сторону от эксплуатационных воздействий. Экспериментальная нагрузка (разгрузка) в виде сосредоточенной силы прикладывается в месте (сечении) балки с наибольшим изгибающим моментом от эксплуатационной нагрузки. Испытание балки испытательными нагрузками $F_i < F_{\max}$ проводится как минимум тремя разными значениями F_i, как показано на рис. 1, для проведения анализа и возможности использования «правила трех сигм» для выявления границ изменчивости случайной величины.

По результатам измерений деформаций арматуры ε_s и бетона ε_b балки от нагрузки F_i при количестве испытаний $n \geq 10$ вычисляют арифметические среднее $\bar{\varepsilon}_j$ и стандартные отклонения S_j относительных деформаций на каждом уровне испытательного нагружения F_i. На основе «правила трех сигм» определяют наибольшие значения относительных деформаций $\varepsilon_{j,\max} = \bar{\varepsilon}_j + 3S_\varepsilon$ с вероятностью 0,997 в предположении нормального закона распределения при каждом значении F_i. Затем находят функции $F^{в} = f_1(\bar{\varepsilon})$ и $F^{н} = f_2(\bar{\varepsilon} + 3S_\varepsilon)$, путем аппроксимации при гауссовском распределении параметров $\tilde{\varepsilon}_s$ и $\tilde{\varepsilon}_b$. На рис. 1 условно представлен графический вид таких функций. Так же на рис. 1 условно изображены графики функций плотностей распределения вероятностей $p_i(\varepsilon_i)$ и доверительные интервалы $(6S_\varepsilon)$.

Зависимость между нагрузкой и относительными деформациями на рис. 1 представлена криволинейной, т.к. в растянутой зоне балки нарушается линейная зависимость между σ и ε. На рис. 1 проиллюстрирован рост S_ε с возрастанием арифметического среднего значения относительной деформации. Предельные относительные деформации $\varepsilon_{пр}$ для стали арматуры и бетона $\varepsilon_{s,пр}, \varepsilon_{b,пр}$ определяются на основе априорной информации или по испытаниям материала арматуры и бетона балки.

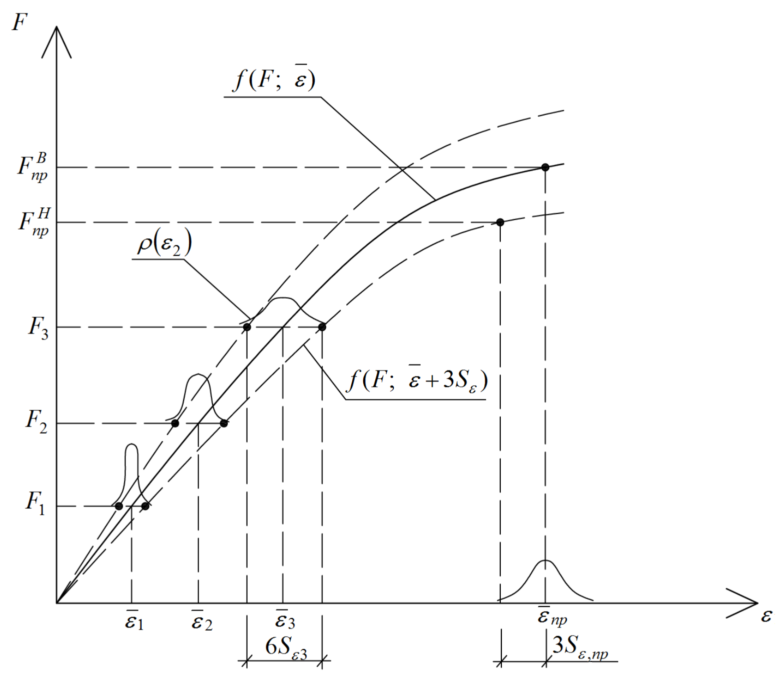

Рисунок 1 – Графическое изображение функциональной зависимости нагрузки F от относительных деформаций $F_1^{в}\left(\bar{\varepsilon}\right)$, $F_2^{н}\left(\bar{\varepsilon}+3S_{\varepsilon}\right)$ и условные графики плотностей вероятностей $p\ \left(\varepsilon_i\right)$

Аналогичная методика испытания предлагается для определения остаточной несущей способности железобетонного изгибаемого элемента по критерию жесткости (прогиба). Доверительный интервал прогиба $\tilde{f}_i$ можно ограничить значением $2S_{f_i}$ с вероятностью 0,954 для сужения интервала для менее ответственных изгибаемых железобетонных элементов.

Предельный прогиб можно принимать детерминированной величиной в соответствии с СП 20.13330.2016 или считать случайной величиной, из условия недопущения остаточных деформаций в балке. Тогда среднее арифметическое значение и стандартное отклонение для максимально допустимого прогиба можно вычислить как:

$$\bar{f}_{пр} = \frac{1}{12}\frac{A_s\bar{\sigma}_{пр}l^2(h_0-\bar{x}/3)}{0{,}85\bar{E}_b I_{red}}, \tag{1}$$

$$S_{f_{пр}} = \frac{1}{12}\frac{A_s l^2}{0{,}85 I_{red}}\sqrt{\left(\frac{(h_0-\bar{x})}{\bar{E}_b}\right)^2 S_{\sigma_{пр}}^2 + \left(\frac{(h_0-\bar{x})\cdot\bar{\sigma}_{пр}}{\bar{E}_b^2}\right)^2 S_{E_b}^2 + \left(\frac{\frac{1}{3}\bar{\sigma}_{пр}}{\bar{E}_b}\right)^2 S_x^2}, \tag{2}$$

где $\bar{E}_b$ и S_{E_b} – среднее арифметическое значение и стандартное отклонение для модуля упругости бетона; $\bar{\sigma}_{пр}$ и $S_{\sigma_{пр}}$ – аналогичные статистические параметры для максимального напряжения стали арматуры; $\bar{x}$ и S_x – аналогичные статистические параметры для высоты сжатой зоны бетона.

Предельная нагрузка $q_{пр}$ для каждой конкретной балки определяется из равенства $M_{q_{пр}} = M_{F_{пр}}$, где $M_{F_{пр}}$ – наибольший изгибающий момент от предельной нагрузки, полученной по выше описанному способу; $M_{q_{пр}}$ – изгибающий момент, возникающий от совокупности загружений $q_{пр} + q_{с.в.}$, где $q_{с.в.}$ – распределенная погонная масса балки.

Предложен способ определения остаточной несущей способности изгибаемых железобетонных элементов по критерию ширины раскрытия и длины трещины отдельно и при независимом совокупном влиянии на предельную нагрузку, заключающийся в том, что вычисляется значение несущей способности элемента $F_{\text{пр},0}$ без нормальных трещин в растянутой зоне. При теоретическом расчете несущая способность будет характеризоваться дискретным значением нагрузки $F_{\text{пр},0}$, а при экспериментально-теоретическом способе определения в виде $[F^{\text{Н}}_{\text{пр}}; F^{\text{В}}_{\text{пр}}]$.

Железобетонный элемент становится эксплуатационно-непригодным, при превышении ширины нормальной трещины максимально допустимого значения. График зависимости оперативного значения предельной нагрузки $F_{\text{пр},t}$ от ширины нормальной трещины $a_{crc,t}$ в период эксплуатации элемента t может быть представлен нелинейной зависимостью, условно изображенной на рис. 2.

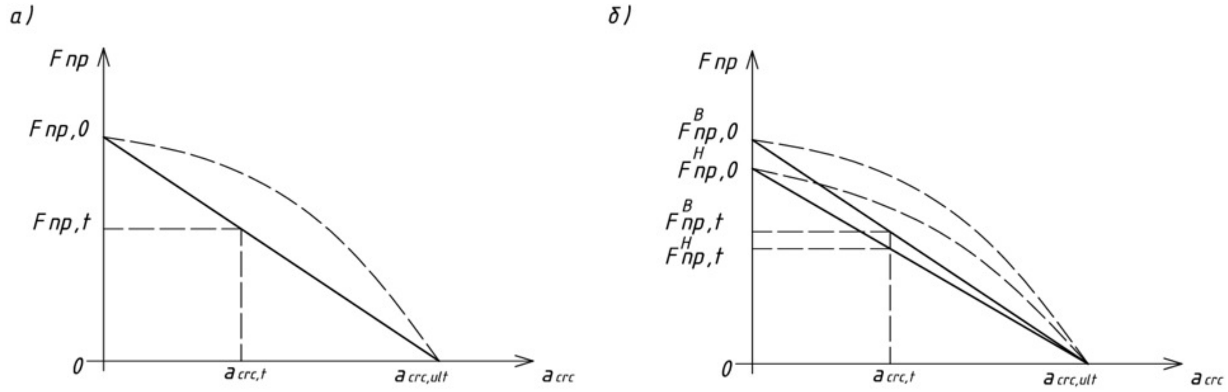

Рисунок 2 – Функциональная зависимость $F_{\text{пр}} - a_{\text{crc}}$ при $F_{\text{пр},0}$ (а) и $[F^{\text{Н}}_{\text{пр}}; F^{\text{В}}_{\text{пр}}]$ (б)

В запас несущей способности кривые $F_{\text{пр},t} - a_{crc}$ на рис. 3 предлагается заменить нелинейную зависимость на линейную с аналитическим видом:

$$\frac{F_{\text{пр},t}}{F_{\text{пр},0}} + \frac{a_{crc,t}}{a_{crc,ult}} = 1 \text{ или } \frac{F^{\text{Н}}_{\text{пр},t}}{F^{\text{Н}}_{\text{пр},0}} + \frac{a_{crc,t}}{a_{crc,ult}} = 1; \ \frac{F^{\text{В}}_{\text{пр},t}}{F^{\text{В}}_{\text{пр},0}} + \frac{a_{crc,t}}{a_{crc,ult}} = 1. \quad (3)$$

Из (3) можно найти остаточную несущую способность железобетонного элемента в виде предельной нагрузки $F_{\text{пр},t}$ по результатам измерения $a_{crc,t}$ в растянутой зоне:

$$F_{\text{пр},t} = F_{\text{пр},0}(1 - \frac{a_{crc,t}}{a_{crc,ult}}) \text{ или } F^{\text{Н}}_{\text{пр},t} = F^{\text{Н}}_{\text{пр},0}(1 - \frac{a_{crc,t}}{a_{crc,ult}}); \ F^{\text{В}}_{\text{пр},t} = F^{\text{В}}_{\text{пр},0}(1 - \frac{a_{crc,t}}{a_{crc,ult}}). \quad (4)$$

Предлагается использовать аналогичный способ для определения предельной нагрузки на изгибаемый железобетонный элемент при контроле длины трещины. При ограничении длины трещины значением $l_{crc} = 0{,}3 \cdot h_0$, где h_0 – рабочая высота сечения балки, можно построить аналогичную рис. 2 диаграмму.

По аналогии с выражениями (4) можно выразить значения предельной нагрузки на изгибаемый железобетонный элемент (например, балку) при учете длины трещины:

$$F_{\text{пр},t} = F_{\text{пр},0}(1-\frac{l_{crc,t}}{0{,}3h_0}) \text{ или } F^{\text{Н}}_{\text{пр},t} = F^{\text{Н}}_{\text{пр},0}(1-\frac{l_{crc,t}}{0{,}3h_0}); \; F^{\text{В}}_{\text{пр},t} = F^{\text{В}}_{\text{пр},0}(1-\frac{l_{crc,t}}{0{,}3h_0}), \quad (5)$$

где $l_{crc,t}$ – длина трещины, полученная по результатам измерений/испытаний.

Также рассмотрено определение предельной нагрузки с учетом совокупного и независимого воздействия ширины $a_{crc,t}$ и длины $l_{crc,t}$ трещины на снижение несущей способности элемента. В данном случае заменяем некоторую выпуклую поверхность плоскостью (см. рис. 3, *а*). Тогда предельную нагрузку на элемент можно вычислить как:

$$F_{\text{пр},t} = F_{\text{пр},0}\left(1-\frac{l_{crc,t}}{l_{crc,ult}}-\frac{a_{crc,t}}{a_{crc,ult}}\right), \quad (6)$$

или при определении предельной нагрузки на ж/б балку без трещин путем испытаний, с информацией вида $[F^{\text{Н}}_{\text{пр},0}; F^{\text{В}}_{\text{пр},0}]$, имеем:

$$F^{\text{Н}}_{\text{пр},t} = F^{\text{Н}}_{\text{пр},0}\left(1-\frac{l_{crc,t}}{l_{crc,ult}}-\frac{a_{crc,t}}{a_{crc,ult}}\right); \quad F^{\text{В}}_{\text{пр},t} = F^{\text{В}}_{\text{пр},0}\left(1-\frac{l_{crc,t}}{l_{crc,ult}}-\frac{a_{crc,t}}{a_{crc,ult}}\right). \quad (7)$$

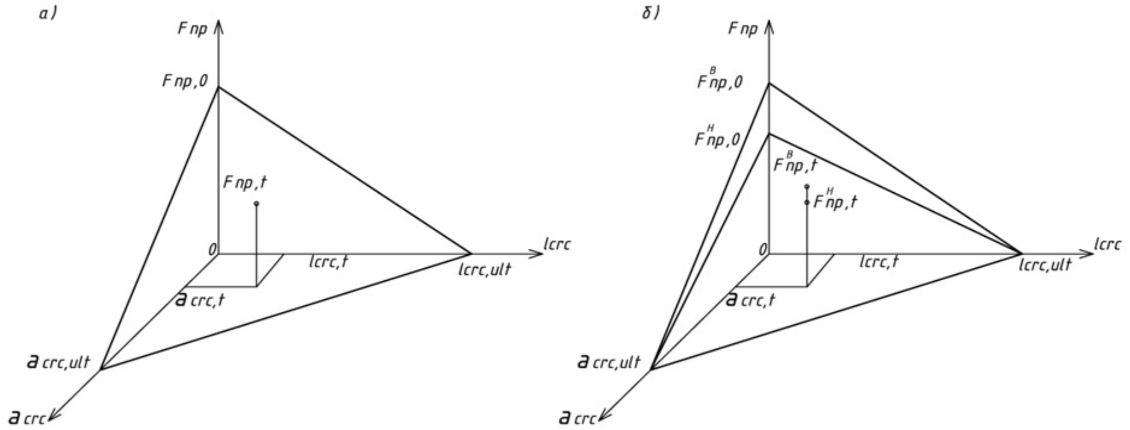

Рисунок 3 – Зависимость $F_{\text{пр}}$ от длины l_{crc} и ширины a_{crc} трещины

2. Разработан метод расчета надежности изгибаемых железобетонных элементов на основе теории возможностей как последовательных механических систем по двум группам предельных состояний.

2.1. Приведены практические рекомендации по установлению значения уровня среза при расчете надежности типовых элементов сооружений на основе возможностных методов расчета.

Для описания нечетких параметров при расчете надежности примем широко используемую в строительной отрасли функцию возможностного распределения вида:

$$\pi_X(x) = \exp\left\{-\left[(x-a_x)/b_x\right]^2\right\}, \quad (8)$$

где $a_x = 0{,}5\cdot(X_{\max}+X_{\min})$ – условное среднее; $b_x = 0{,}5(X_{\max}-X_{\min})/\sqrt{-\ln\alpha}$ – характеристика изменчивости, где $X_{\max}$ и $X_{\min}$ – максимальное и минимальное значение из некоторого множества $\{x\}$ соответствующей нечеткой переменной X; $\alpha \in [0;1]$ – уровень среза (риска).

Рассмотрена проблема принятия решения о назначении уровня среза при возможностных подходах для расчетов надежности типовых несущих элементов сооружений, в том числе железобетонных.

Предложены рекомендации по назначению уровня среза при расчете возможности отказа типовых элементов сооружений. Для этого необходимо при обследовании получить комплексные статистические данные для случайных величин в модели типового элемента сооружения: средние арифметические значения контролируемых параметров $\overline{X}_i$ и их стандартные отклонения $S_{x,i}$, необходимо подобрать для случайных величин x_i соответствующие функциональные распределения $F_i(x_i)$. После этого с использование подходов на основе теории вероятностей рассчитывают вероятность безотказной работы P выбранного элемента сооружения. По имеющимся исходным данным $\overline{X}$ и S_X случайной величины X генерируются 5 значений x_i и вводятся в расчет надежности того же элемента, но процедуру расчета надежности выполняют на основе возможностного методом. Значение уровня среза α выбирают из нескольких решений расчетов надежности так, чтобы выполнялось условие $\frac{\underline{P} + \overline{P}}{2} = P$, где P – дискретное значение вероятности безотказной работы по вероятностному расчету надежности, а значение верхней границы принимается $\overline{P} = 1$. Последующий расчет необходимости безотказной работы N для оставшихся типовых элементов в сооружении следует проводить при установленном значении параметра α.

2.2. Разработан метод расчета надежности изгибаемых железобетонных элементов на основе теории возможностей как условной механической системы.

Разработан метод расчета надежности изгибаемых железобетонных элементов на основе теории возможностей и теории нечетких множеств как последовательной механической системы из независимых элементов.

Рассмотрим отдельную методику расчета надежности изгибаемого железобетонного элемента при выборочном критерии предельного состояния (на примере железобетонной балки) с использованием возможностного подхода. С учетом принципа недопущения в рабочей арматуре железобетонной балки в сечении с трещиной предельного напряжения, математическую модель предельного состояния можно записать следующим образом:

$$\tilde{\sigma}_s \le \tilde{\sigma}_{np,s}, \tag{9}$$

где $\tilde{\sigma}_s$ – напряжение в стержнях арматуры балки в месте нормальной трещины (обозначение волнистой линией над знаком показывает случайную величину); $\tilde{\sigma}_{np,s}$ – предельное допустимое напряжение стали арматуры при растяжении.

Согласно Своду Правил 63, ширина нормальной трещины может быть рассчитана как $a_{crc} = \sigma_s \varphi_1 \varphi_2 \varphi_3 \psi_s l_s / E_s$. Предлагается в расчетах надежности изгибаемых железобетонных элементов по условию (9) использовать нормативную зависимость для выражения напряжения в арматуре σ_s на основе измерений ширины a_{crc} нормальной трещины с учетом изменчивости контролируемых параметров. В этом случае σ_s является случайной величиной и определяется по формуле:

$$\widetilde{\sigma}_s = \widetilde{a}_{crc} E_s / \varphi_1 \varphi_2 \varphi_3 \widetilde{\psi}_s \widetilde{l}_s, \tag{10}$$

где l_s – расстояние между нормальными трещинами в растянутой зоне бетона балки; E_s – модуль упругости стали арматуры.

Условие (9) с учетом (10) при $\psi_s = 1$, если $a_{crc} \le a_{crc,ult}$, можно представить в виде:

$$\widetilde{a}_{crc} E_s / \varphi_1 \varphi_2 \varphi_3 \widetilde{l}_s \le \widetilde{\sigma}_{np,s}. \tag{11}$$

Введем обозначения $\widetilde{a}_{crc} = X$, $\widetilde{l}_s = Y$, $\widetilde{\sigma}_{np,s} = Z$, $\psi_s = 1$, $\varphi_1 \varphi_2 \varphi_3 / E_s = k$. Представим (11) в виде:

$$X / Y \cdot Z \le k, \tag{12}$$

где k – детерминированная величина; X, Y, Z примем нечеткими переменными в силу ограниченности объема статистической информации о них из одной балки.

Рассмотрим алгоритм выявления возможности отказа изгибаемого ж/б элемента (на примере балки) по условию (12). Случайные величины (нечеткие переменные) в (12) будем описывать функцией распределения возможностей с аналитическим выражением вида (8).

В соответствии с принципом обобщения Л. Заде в теории нечетких множеств, сформируем из условия (12) нечеткую функцию G от аргументов X, Y, Z как:

$$G = X / Y \cdot Z \le k. \tag{13}$$

Нечеткую функцию G будем описывать аналогичной функцией распределения $\pi_G(g)$ с условным значением $a_g = a_x / a_y a_z a_t$. Нечеткая функция G будет иметь левую $g \le \alpha_g$ и правую $g > \alpha_g$ ветвь. Реверсивная функция g от G выражается через реверсивные функции x, y, z от X, Y, Z. Так для левой ветви $\pi_G(g)$ будем иметь:

$$g_{лев} = (a_x - b_x \beta)/(a_y + b_y \beta)(a_z + b_z \beta), \tag{14}$$

а для правой ветви:

$$g_{np} = (a_x + b_x \beta)/(a_y - b_y \beta)(a_z - b_z \beta), \tag{15}$$

где обозначено $\beta = \sqrt{-\ln \pi_G(g)} = \sqrt{-\ln \alpha_*}$. Перед мерой рассеяния «b» ставят отрицательный знак «-», если от этого параметра значение левой ветви в (14) возрастает, а в выражении (15) наоборот. При условном обозначении $g = a_g = a_x / a_y a_z a_t$ будет справедливо равенство $\pi_G(g) = 1$ или β=0. По условию (15), при $a_g \le k$, значение возможности безотказной работы R принимается R=1. Возможность отказа Q (для правой ветви функции $\pi_G(g)$) найдем по значению β, полученного из (15) при $g_{np} = k$. По результатам решения уравнения (15) при $g_{np} = k$ находят минимальное абсолютное значение параметра $\beta_{\min}$. Возможность отказа по прочности арматуры в сечении балки с трещиной рассчитывают из выражения $Q = \exp(-\beta_{\min}^2)$. Надежность можно оценить возможностью R и необходимостью N. Необходимость N безотказной работы балки вычисляется как N=1-Q. Надежность изгибаемого железобетонного элемента (в данном случае балки) по прочности рабочей арматуры можно представить в виде интервала [N; R=1] или в вероятностном виде $[\underline{P};\overline{P}]$.

Разработан метод расчета надежности изгибаемого железобетонного элемента как условной механической системы с использованием возможностного подхода с учетом всех критериям работоспособности, включая критерий длины трещины. Надежность железобетонного изгибаемого элемента как условной последовательной системы (при независимых элементах) определяется по всем (n) критериям работоспособности:

$$\begin{cases} \underline{P} = \max\left(0,\ \sum_{i=1}^{n} \underline{P}_i - (n-1)\right). \\ \overline{P} = \min(\overline{P}_i) \end{cases} \tag{16}$$

Предлагается при расчете надежности изгибаемого железобетонного элемента как системы разделить критерии работоспособности по двум группам предельных состояний и рассчитывать по (16) надежность по каждой группе предельных состояний. Невыполнение требований надежности по первой группе предельных состояний может служить признаком аварийного состояния балки, а по второй группе предельных состояний – ограниченного работоспособного состояния.

3. Разработан метод расчета надежности изгибаемых железобетонных элементов с использованием теории случайных множеств (теории свидетельств Демпстера-Шефера) и расширенных функций доверия и правдоподобия.

Актуальной проблемой строительной механики является дальнейшее развитие методов и теории расчета надежности элементов конструкций с использованием различных современных статистических подходов к анализу данных.

При выражении предельной нагрузки в интервальном виде, например, по результатам определения несущей способности экспериментом, как отмечено выше, отдельный интервал $[F^{н}_{пр};F^{в}_{пр}]$ будет является составной частью подмножества интервалов, и при приведении повторного эксперимента на данной элементе, предельная нагрузка будет выражена иным интервалом. По результатам испытаний будем иметь совокупность интервалов, которые не поддаются статистической обработке классическими подходами. На основании такой задачи, в диссертационной работе предлагается рассчитывать надежность изгибаемых железобетонных элементов при характеристике случайных величин совокупностью интервалов с использованием положений теории свидетельств Демпстера-Шефера (теории случайных множеств).

Пусть нагрузка X задана интервалами значений $[x_1, x_2]$, $[x_3, x_4]$, … , $[x_{n-1}, x_n]$, полученных в результате измерений нагрузки. Прочность Y также задана значениями интервалов $[y_1, y_2]$, $[y_3, y_4]$, … , $[y_{m-1}, y_m]$ предельной нагрузки. При наличии такой информации о значениях X и Y можно построить их распределения, показанные условно на рис. 4 в виде нижней $\underline{F}_x(x)$ и верхней $\overline{F}_x(x)$ функций распределения нагрузки (рис. 4, *а*) и нижней $\underline{F}_y(y)$ и верхней $\overline{F}_y(y)$ функций распределения прочности (рис. 4, *б*).

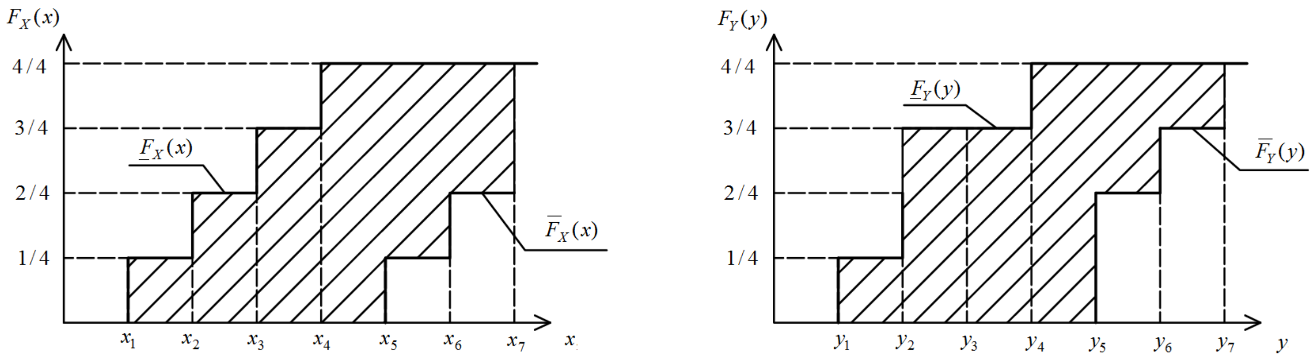

Рисунок 4 – Интервальные функции распределения $F_x(x)$ и $F_y(y)$ при n=5

Верхняя функция называется функцией доверия (belief function) и обозначается $Bel(A)$, а нижняя функция называется функцией правдоподобия (plausible function) и обозначается $Pl(A)$, где A – множество, состоящее из подмножеств (A_i) значений Ω. В нашем случае имеем подмножества X_i и Y_i из множеств X и Y. Если обозначить C_i – количество наблюдаемых подмножеств A_i, имеем:

$$Bel(A) = \sum_{A_i : A_i \subseteq A} m(A_i), \quad Pl(A) = \sum_{A_i : A_i \cap A \neq \varnothing} m(A_i),$$

где $m(A_i) = C_i / N$, при значениях N – числа измерений (количество интервалов) и C_i – количества наблюдаемых подмножеств A_i.

Соответственно $Bel(A)$ и $Pl(A)$ можно рассматривать как нижнюю и верхнюю вероятность события A, т.е. $Bel(A) \le P(A) \le Pl(A)$.

В общем виде вероятность безотказной работы на базе модели $X \le Y$ определяется по формуле:

$$P(X \le Y) = \int_0^\infty f_y(y) F_x(y) dy. \tag{17}$$

В условиях ограниченной статистической информации при расчете надежности имеем граничные значения вероятностей события, но с учетом граничных функций распределения:

$$\overline{P}(X \le Y) = \int_0^\infty \underline{f}_y(y) \overline{F}_x(y) dy, \; \underline{P}(X \le Y) = \int_0^\infty \overline{f}_y(y) \underline{F}_x(y) dy.$$

Разберем алгоритм расчета вероятности безотказной работы с применением положений теории случайных множеств по условию $X \le Y$, при наличии данных о случайных параметрах X и Y в виде совокупности интервалов.

В соответствии с этой теорией, обозначим $\overline{F}_x = Pl(X)$ и $\underline{F}_x = Bel(X)$, а также $\overline{F}_y = Pl(Y)$ и $\underline{F}_y = Bel(Y)$.

Задачу расчета надежности балки рассмотрим в общем виде по простейшей математической модели предельного состояния вида:

$$X \le Y, \tag{18}$$

где X – обобщенная нагрузка (напряжения, нагрузка, деформация и т.д.); Y – обобщенная прочность (предельное допустимое напряжение, предельный прогиб и т. д.).

Рассмотрим вариант, в котором предельная нагрузка несущего элемента определяется по описанному выше способу. В качестве критерия работоспособности (прочности, деформации, предельной длины трещины и т. д.) используем прочность балки. Имеем:

$$\overline{P}(X \le Y) = \int_0^x \sum_{i=1}^n \rho_x \overline{F}_y(x)dx = \int_0^\infty \sum_{i=1}^n [\delta_i(\alpha_i)w_i]\overline{F}_y(x)dx = \sum_{i=1}^n w_i \overline{F}_y(\alpha_i),$$

где $\delta_i(\alpha_i)$ – функция Дирака.

Если ось ординат в $Pl(Y)$ и $Bel(Y)$ делится на одинаковые части высотой w_i, то:

$$\overline{P}(X \le Y) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n \overline{F}_y(\alpha_i), \tag{19}$$

$$\underline{P}(X \le Y) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n \underline{F}_y(\alpha_i^*), \tag{20}$$

где n – число интервалов «прочности» Y; α_i – значения абсцисс в точках (скачках) функции $Bel(Y)$; α_i^* – значения абсцисс в точках (скачках) функции $Pl(Y)$.

Сокращенно и символично (19), (20) можно записать в виде: $\overline{P} = Bel(Y) \cdot Pl(X)$, $\underline{P} = Bel(X) \cdot Pl(Y)$. Для расчета надежности по условию (18) заданным интервалам исходной статистической информации для наглядности и поиска значений Bel и Pl для X и Y строят графики $Bel(X), Bel(Y), Pl(X), Pl(Y)$, как было описано выше в примере с Y_i, и по формулам (19), (20) находят верхнее и нижнее значения вероятностей «безотказной работы».

Следовательно, случайных множеств может быть применима в задачах теории надежности при наличии статистических данных о случайной величине в виде совокупности интервальных оценок.

Рассмотрим числовой пример определения вероятности безотказной работы для изгибаемого железобетонного элемента с использованием положений теории случайных множеств (теории свидетельств Демпстера-Шефера). Расчет вероятности безотказной работы изгибаемого железобетонного по прежнему проведем по длине нормальной трещины на основе расчетной модели $\tilde{l}_{crc} \le l_{crc,ult}$ (где $\tilde{l}_{crc} = X$ – измеряемая длина нормальной трещины с учетом участка разрыхления бетона в вершине трещины; $l_{crc,ult}$ – предельная длина нормальной трещины) с исходной информацией о X в виде подмножества интервалов ее длины.

Пусть известны значения результатов измерений $X = \tilde{l}_{crc}$ в интервальном виде в различные моменты времени как: $X = \{[149; 153], [150; 154], [150; 156], [152; 157], [151; 155]\}$ мм и ее критическое значение $l_{crc,ult} = k = 156$ мм. На основе положений теорией случайных множеств на рис. 9 проиллюстрирован графический вид функций $Bel_x(x)$ и $Pl_x(x)$ для измеряемой случайной величины (длины трещины) – $X = \tilde{l}_{crc}$.

Определим верхнюю $\overline{P}$ и нижнюю $\underline{P}$ границы интервала вероятности безотказной работы балки по результатам измерений X в виде интервалов. Используем представленный алгоритм расчета надежности, реализуемый на основе теории случайных множеств. Согласно рис. 5, при $l_{crc,ult} = k = 156$ мм, надежность характеризуется интервалом [0,8; 1]. Из примера видно, что расчет надежности строительных конструкций на основе теории свидетельств Демпстера-Шефера (или теории случайных множеств) может с успехом применяться на практике для расчета надежности несущих элементов конструкций без привлечения функций случайных величин и определения параметров этих функций.

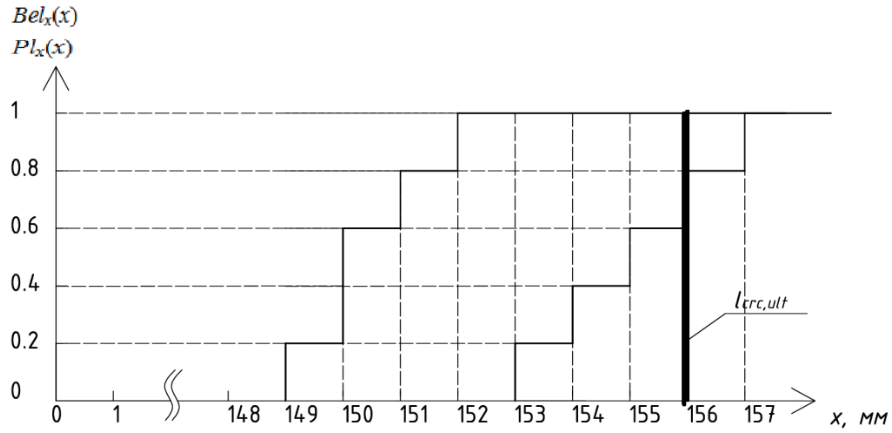

Рисунок 5 – Графический вид $Bel_x(x)$ и $Pl_x(x)$ для длины трещины $X = \tilde{l}_{crc}$

Рассмотрим одну особенность расчета надежности на основе теории свидетельств Демпстера-Шефера. Так при исходных данных вышеприведенного примера и при $k = 158$ мм, интервал, характеризующий надежность, составит [1; 1], т. е. вероятность отказа равна 0, что статистически некорректно.

Возможен вариант для расчетов надежности при малом количестве статистических данных в некотором подмножестве значений измеряемых величин. Для этого предлагается использовать расширенные функции доверия и правдоподобия на основе использования обобщенной модели Дирихле как одного из видов робастных моделей. В этом случае верхнюю и нижнюю границу вероятности безотказной работы можно записать в виде:

$$\underline{P}(A \mid c,s) = \frac{N \cdot Bel(A)}{N+s} = \chi Bel(A) \text{ и } \overline{P}(A \mid c,s) = \frac{N \cdot Pl(A) + s}{N+s} = 1 - \chi[1 - Pl(A)], \quad (21)$$

где N – число испытаний (наблюдений); s – параметр, характеризующий меру засорения, значением которого задаются, где введено обозначение $\chi = (1 + s/N)^{-1}$ и $\chi \in [0;1]$. Рассмотрим алгоритм расчета по этому методу на примере.

Воспользуемся исходными данными первого примера, но введем расширенные функции доверия и правдоподобия. Примем s=2, как наиболее осторожное решение. При N=5 вычислим меру засорения: $\chi = (1 + s/N)^{-1} = (1 + 2/5)^{-1} = 0{,}714$. Тогда $\underline{P}(A \mid c,s) = \chi \cdot 0{,}80 = 0{,}571$ и $\overline{P}(A \mid c,s) = 1 - \chi[1-1] = 1$. Надежность характеризуется интервалом [0,571; 1], который стал шире интервала надежности [0,800; 1] в вышеизложенном примере.

Используем данные вышеизложенного примера (при $k = 158$ мм), но с использованием расширенных функций доверия и правдоподобия. Примем s=1, с учетом более высокой уверенности в результатах испытаний и большего доверия к экспертным значениям и, следовательно, более низкой «засоренности» исходных данных. При N=5 вычислим:

$$\chi = (1 + s / N)^{-1} = (1 + 1/5)^{-1} = 0{,}833 .$$

Тогда $\underline{P}(A \mid c,s) = \chi \cdot 1 = 0{,}833$ и $\overline{P}(A \mid c,s) = 1 - \chi[1-1] = 1$.

Надежность характеризуется интервалом [0,833; 1], который стал информативнее по сравнению с результатом расчета при s=2 и корректнее интервала надежности [1; 1] в вышеприведенном примере.

В результате использования расширенных функций доверия и правдоподобия также можно получить расширенные границы математического ожидания случайной величины X в виде:

$$\underline{F}(x \mid c,s) = \underline{P}(\{w \le x\} \mid c,s) = \begin{cases} (N+s)^{-1} \sum\limits_{i:\sup A_i \le x} c_i \ , x < \Omega_* \\ 1, \ \ x = \Omega_* \end{cases}, \tag{22}$$

$$\overline{F}(x \mid c,s) = \overline{P}(\{w \le x\} \mid c,s) = \begin{cases} (N+s)^{-1}\left(s + \sum\limits_{i:\sup A_i \le x} c_i \ , x \right) > \Omega_* \\ 0, \ \ x = \Omega_* \end{cases}, \tag{23}$$

где значения границ математического ожидания случайной величины X, например вероятностей безотказной работы балки, представленной интервалами, можно найти по формулам:

$$\underline{\mathrm{E}}X = \int\limits_{\Omega} \omega d\overline{F}(\omega \mid c,s) = (N+s)^{-1}\left(s \cdot \Omega_* + \sum_{i=1}^{n} c_i \inf A_i \right), \tag{24}$$

$$\overline{\mathrm{E}}X = \int\limits_{\Omega} \omega d\underline{F}(\omega \mid c,s) = (N+s)^{-1}\left(s \cdot \Omega^* + \sum_{i=1}^{n} c_i \sup A_i \right). \tag{25}$$

Возвращаясь к системе трещин в железобетонных балках и расчету их надежности, используя теорию случайных множеств, с учетом условия независимости во взаимодействии между трещинами, расчет надежности железобетонной балки производят по каждой трещине балки по результатам путем произведения всех нижних и верхних значений вероятностей. Надежность балки в целом по критерию длины трещины характеризуется интервалом $\left[\prod\limits_{i=1}^{n} \underline{P}_i ;\ \prod\limits_{i=1}^{n} \overline{P}_i \right]$, где n – число трещин в балке.

Использование расширенных функций доверия и правдоподобия с использованием обобщенной модели Дирихле и теории случайных множеств позволяют получать более убедительные результаты расчетов надежности по одной трещине в бетоне балки. Однако расширенные функции становятся параметрическими (включают параметр s), значением которого приходится задаваться в зависимости от «засоренности» статистической информации.

Возможностный подход рекомендуется использовать при малом объеме статистической информации в виде отдельных значений. В этом случае следует внимательно отнестись к назначению уровня среза (риска) α, и принимать его в зависимости от уровня ответственности сооружения по безопасности.

4. Проведены экспериментальные исследования железобетонной балки по выявлению ее остаточной несущей способности и определению длины трещины на основе разработанного способа

Испытания проводились на железобетонной балке прямоугольного поперечного сечения размерами h=215 мм; b=120 мм. Пролет балки составлял 1000 мм. Балка нагружалась (разгружалась) нагрузкой в виде сосредоточенной силы в середине пролета. Испытания проводились в лаборатории кафедры ПГС на гидравлическом прессе ЗИМ П-50. В середине пролета балки был установлен индикатор часового типа с ценой деления 0,01 мм.

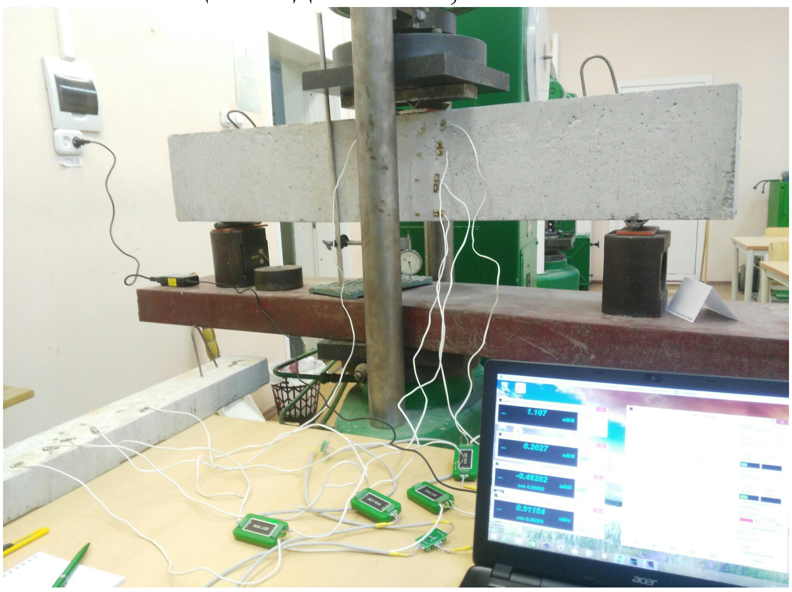

Рисунок 6 – Испытательная установка с железобетонной балкой

Таблица 1 – Данные экспериментального исследования

Опыт / Нагрузка	№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7	Среднее значение	Стандартное отклонение
	Прогиб в середине пролета балки, мм								
1 т.	0,50	0,68	0,88	0,70	0,70	0,75	0,80	0,72	0,11
2 т.	1,70	1,99	2,35	2,11	1,90	2,06	2,10	2,03	0,19
3 т.	2,85	2,98	3,50	3,45	3,10	3,18	3,23	3,18	0,22
4 т.	3,82	4,05	4,50	4,45	4,10	4,25	4,34	4,22	0,23
5 т.	4,99	5,12	5,50	5,50	5,25	5,45	5,37	5,31	0,19
6 т.	5,54	5,87	6,69	6,75	6,49	6,20	6,32	6,25	0,41

Согласно Своду Правил 20.13330.2016 «Нагрузки и воздействия», предельное перемещение можно установить в виде значения f_{ult}=l/120=1000/120=8,33 мм.

По результатам обработки данных путем аппроксимации получены следующие функции $F_{\overline{f}}(f)=5{,}015\cdot10^{-3}f^2+0{,}896f+0{,}149$, $F_{\overline{f}+3S_f}(f)=2{,}042\cdot10^{-3}f^2+$ $+0{,}796f+0{,}032$.

Несущая способность балки по критерию жесткости (прогиба) характеризуется интервалом $[F_{\overline{f}}(f_{ult}=8{,}33мм)]=6{,}804$; $[F_{\overline{f}+3S_f}(f_{ult}=8{,}33мм)]=7{,}961$ т. Фактически предельный прогиб балки возник при нагрузке 7,3 т, что попадает в интервал [6,804; 7,961] т.

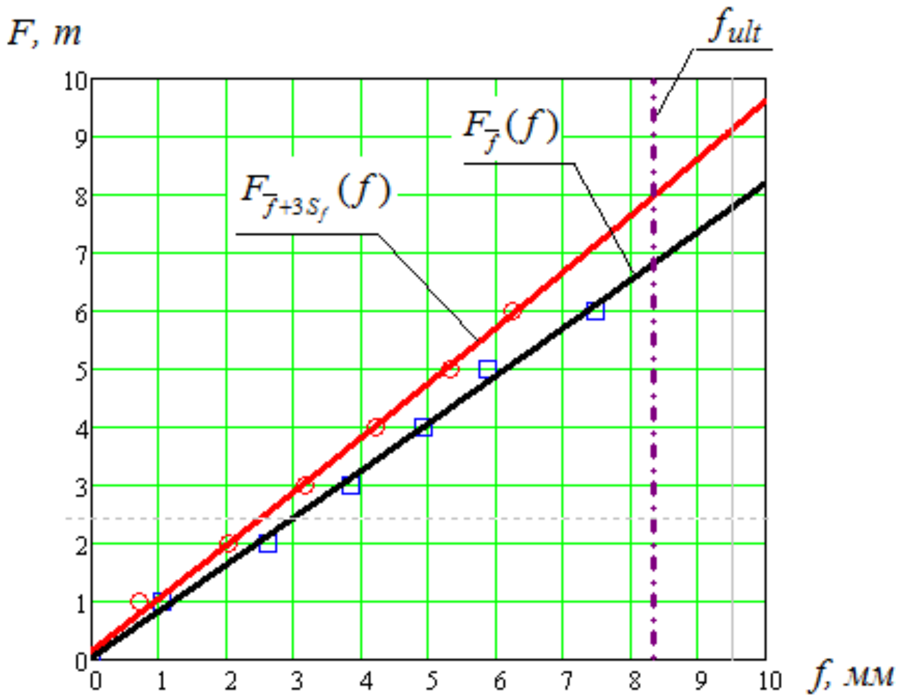

Рисунок 7 – Диаграмма «нагрузка *F* –прогиб *f*»

Также в процессе эксперимента проводились испытания по измерению длины трещины по новому способу. Тензорезисторы наклеивались вдоль сечения высоты балки и присоединялись к устройству Zet 7010 (производитель ZetLab), и для передачи показаний на ПК присоединялись к датчику типа Zet 7070.

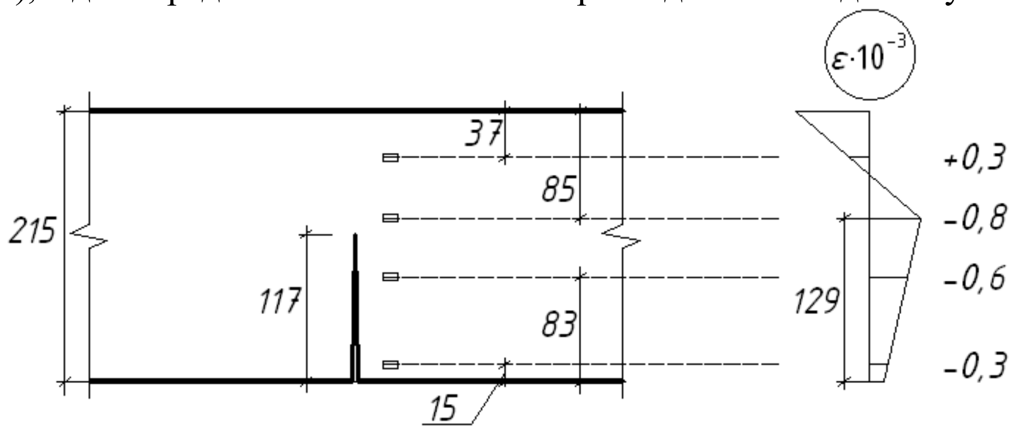

Рисунок 8 – Эпюра относительных деформаций и схема наклейки тензорезисторов вдоль длины трещины

На основе визуальных измерений, длина нормальной трещины – 117 мм. Длина нормальной трещины по эпюре относительных деформаций (см. рис. 8) – 129 мм.

III. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Разработаны способы определения остаточной несущей способности эксплуатируемых изгибаемых железобетонных элементов по отдельным критериям работоспособности в качестве необходимого параметра в расчетах надежности любых несущих элементов.

2. Разработан метод для расчета надежности изгибаемых железобетонных элементов с использованием теории возможностей и теории нечетких множеств.

3. Предложены практические рекомендации для назначения уровня среза при расчете типовых элементов сооружений на основе теории нечетких множеств и теории возможностей.

4. Разработан метод и алгоритмы расчетов вероятности безотказной работы для изгибаемых железобетонных элементов на основе теории случайных множеств и на основе расширенных функций доверия и правдоподобия.

5. Проведены экспериментальные испытания железобетонной балки для определения предельной нагрузки по критерию жесткости и измерения полной длины трещины с учетом разрыхления бетона в вершине трещины.

6. Преимуществом разработанных методов расчетов надежности перед вероятностно-статистическими подходами является то, что расчет надежности железобетонных элементов базируется исключительно на статистической информации, которая имеется по результатам испытаний, при отсутствии безосновательных гипотез и предположений.

7. Разработанные методы расчетов надежности изгибаемых железобетонных элементов могут быть использованы на практике специалистами эксплуатирующих служб, могут быть использованы исследователями в области теории надежности, а также могут быть использованы для оперативной оценки остаточной несущей способности и надежности железобетонных элементов после сейсмических воздействий, взрывов и пожаров.

IV. СПИСОК РАБОТ, ОПУБЛИКОВАННЫХ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

В изданиях, рекомендованных ВАК РФ:

1. Уткин, В.С. Определение надежности и несущей способности элементов конструкций с использованием теории свидетельств Демпстера-Шефера / В.С. Уткин, **С.А. Соловьев** // Строительная механика и расчет сооружений. – 2015. – №5. – С. 38-45.

2. Уткин, В.С. Значение уровня среза (риска) при расчете надежности несущих элементов возможностным методом / В.С. Уткин, **С.А. Соловьев,** А.А. Каберова // Строительная механика и расчет сооружений. – 2015. – №6. – С. 63-67.

3. Уткин, В.С. Расчет надежности железобетонной балки по критерию длины трещины / В.С. Уткин, **С.А. Соловьев** // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2016. – №5. – С. 24-33.

4. Уткин, В.С. Расчет надежности железобетонной балки на стадии эксплуатации по критерию длины трещины в бетоне / В.С. Уткин, **С.А. Соловьев** // Вестник МГСУ. – 2016. – №1. – С. 68-79.

5. Уткин, В.С. Расчет надежности железобетонных балок по критерию прочности поперечной арматуры при образовании наклонных трещин / В.С. Уткин, **С.А. Соловьев //** Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2017. – №5. – С. 34-42.

6. Уткин, В.С. Reliability analysis of existing reinforced concrete beams on normal crack length criterion / В.С. Уткин, **С.А. Соловьев** // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. – 2017. – № 2. – С. 56-63.

7. **Соловьев, С.А.** Расчет надежности железобетонной балки по критерию прочности бетона на стадии эксплуатации / **С.А. Соловьев** // Справочник. Инженерный журнал. 2018. №3. С. 17-22.

8. Уткин В.С. Reliability analysis of reinforced concrete elements with normal cracks (on RC beam example) / В.С. Уткин, **С.А. Соловьев** // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. – 2018. – № 3. – С. 142-152.

Патенты:

9. Патент RU 2579545 C1 Российская Федерация: МПК G 01 N 3/32. Способ неразрушающего контроля несущей способности железобетонных однопролетных балок / Уткин В.С., **Соловьев С.А.**, Каберова А.А.; заявитель и патентообладатель Вологодский государственный университет. – №2014152040/28; заявл. 22.12.2014; опубл. 10.04.2016. Бюл. №10.

10. Патент RU 2596694 C1 Российская Федерация: МПК G 01 B 7/00. Способ измерения длины трещины и скорости ее развития в изгибаемых и растянутых элементах конструкций / Уткин В.С., **Соловьев С.А.**, Каберова А.А., Русанов В.В.; заявитель и патентообладатель Вологодский государственный университет. – №2015131233/28; заявл. 27.07.2015; опубл. 10.09.2016. Бюл. №25.

В других изданиях:

11. Уткин, В.С. Расчет надежности железобетонной балки при наличии нормальной трещины в бетоне / В.С. Уткин, **С.А. Соловьев** // Долговечность, прочность и механика разрушения бетона, железобетона и других строительных материалов: сб. докладов XI Академических чтений РААСН – Международной научной конференции, СПбГАСУ. – 2016. – С. 90-95.

12. Уткин, В.С. Расчет надежности железобетонных балок по раскрытию трещин в бетоне при аварийных воздействиях / В.С. Уткин, **С.А. Соловьев** // Современные проблемы расчета железобетонных конструкций, зданий и сооружений на аварийные воздействия: сборник докладов Международной научной конференции. НИУ МГСУ. – 2016. – С. 472-477.

13. **Соловьев С.А.** Мониторинг надежности железобетонных балок по критерию прогиба / С.А Соловьев // Вузовская наука – региону: материалы XV Всероссийской научной конференции с международным участием. – 2017. – С. 48-50.

14. Уткин, В.С. Эксплуатационная безопасность железобетонных балок с неисправностями, выявленными при обследовании / В.С. Уткин, **С.А. Соловьев** // Сборник тезисов конференции «Обследование зданий и сооружений». 2017. С. 203-211.

Компьютерная верстка С. Н. Яблокова

Подписано к печати 12.04.2019. Формат 60×84 1/16. Бум. офсетная.
Усл. печ. л. 1,4. Тираж 120 экз. Заказ 36.
Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет.
190005, Санкт-Петербург, 2-я Красноармейская ул., д. 4.
Отпечатано на МФУ. 198095, Санкт-Петербург, ул. Розенштейна, д. 32, лит. А.