

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АРХИТЕКТУРНО-
СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

На правах рукописи

ВОРОНЦОВА НАТАЛЬЯ СЕРГЕЕВНА

**НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ И ПРОЧНОСТЬ
КОСОИЗГИБАЕМЫХ ФИБРОЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ**

Специальность 05.23.01 – Строительные конструкции, здания и сооружения

Диссертация
на соискание ученой степени кандидата технических наук

Научный руководитель:
доктор технических наук,
профессор В.И. Морозов

Санкт-Петербург – 2019

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	5
Глава 1. СОСТОЯНИЕ ВОПРОСА. НАПРАВЛЕНИЕ ДАЛЬНЕЙШИХ ИССЛЕДОВАНИЙ.....	14
1.1 Сталефибробетон.....	14
1.1.1 Механические свойства и характер разрушения сталефибробетона.....	16
1.1.2 Исследования фиброжелезобетонных элементов, работающих в условиях плоского изгиба.....	23
1.2 Косоизгибаемые железобетонные элементы.....	28
1.2.1 Понятие косоугольного изгиба. Армирование косоизгибаемых элементов.....	28
1.2.2 Теоретические исследования прочности косоизгибаемых железобетонных элементов.....	32
1.2.3 Границы перearмирования косоизгибаемых железобетонных элементов...	52
1.2.4 Экспериментальные исследования косоизгибаемых железобетонных элементов прямоугольного поперечного сечения.....	57
Выводы по первой главе и направление дальнейших исследований.....	64
ГЛАВА 2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ФИБРОЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ, РАБОТАЮЩИХ В УСЛОВИЯХ КОСОГО ИЗГИБА.....	66
2.1 Конструирование и изготовление экспериментальных образцов.....	66
2.1.1 Армирующие волокна.....	66
2.1.2 Конструктивное решение экспериментальных образцов.....	67
2.1.3 Изготовление экспериментальных образцов.....	72
2.2 Прочностные и деформативные характеристики материалов.....	75
2.2.1 Испытания на сжатие и растяжение бетонных и фибробетонных образцов	76
2.2.2 Испытания арматурной стали на растяжение.....	84
2.3 Экспериментальная установка для проведения испытаний балок в условиях косоугольного изгиба.....	88

2.4 Методика проведения экспериментального исследования.....	90
2.5 Анализ результатов экспериментального исследования косоизгибаемых элементов.....	94
2.5.1 Несущая способность экспериментальных образцов-балок.....	94
2.5.2 Положение нейтральной оси, угол закручивания.....	105
2.5.3 Трещинообразование и прогибы экспериментальных балок.....	113
Выводы по второй главе	116
ГЛАВА 3. ИССЛЕДОВАНИЕ КОСОИЗГИБАЕМЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ И ФИБРОЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ МЕТОДОМ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ.....	119
3.1 Моделирование экспериментальных образцов в программном комплексе ANSYS.....	121
3.2 Анализ результатов численного моделирования.....	128
Выводы по третьей главе.....	137
ГЛАВА 4. РАСЧЕТ ПО ПРОЧНОСТИ КОСОИЗГИБАЕМЫХ ФИБРОЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ.....	139
4.1 Постановка задачи. Предпосылки и допущения.....	139
4.2 Определение напряжений в фибробетоне растянутой зоны σ_{ft}	143
4.3 Разработка метода расчета по прочности нормальных сечений косоизгибаемых фиброжелезобетонных элементов.....	146
4.3.1 Построение расчета по прочности косоизгибаемых элементов для случая треугольной формы сжатой зоны фибробетона.....	147
4.3.2 Построение расчета по прочности косоизгибаемых элементов для случая трапецевидной формы сжатой зоны фибробетона.....	156
4.3.3 Граница применимости формул.....	165
4.3.4 Определение относительной высоты сжатой зоны фибробетона и ее граничного значения.....	166
4.3.5 Расчет по прочности перearмированных косоизгибаемых	

фиброжелезобетонных элементов.....	173
4.3.6 Расчет по прочности косоизгибаемых фиброжелезобетонных элементов с высокопрочной арматурой.....	176
4.3.7 Блок-схема расчета по прочности нормального сечения косоизгибаемого фиброжелезобетонного элемента.....	179
4.4 Сравнение результатов экспериментально-теоретического исследования....	184
Выводы по четвертой главе.....	187
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	188
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	190
ПРИЛОЖЕНИЕ А	221

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы исследования. Среди применяемых в строительной отрасли конструкционных материалов, имея множества преимуществ и став практически универсальным, железобетон занимает позиции лидера десятки лет. Помимо высокой несущей способности он обладает такими ценными качествами, как: устойчивость к внешней окружающей среде, в т. ч. агрессивной; сопротивляемость динамическим и знакопеременным нагрузкам; воздействиям высоких и низких температур; давлению жидкостей и газов и т. д. Широкое применение железобетона также продиктовано обширной сырьевой базой и низкой стоимостью возведения и эксплуатации железобетонных конструкций. Однако основной его недостаток состоит в том, что предельная растяжимость бетона крайне мала, в связи, с чем в железобетонных конструкциях возможно появление трещин на ранних стадиях эксплуатации, усилия растяжения в которых должна воспринять рабочая продольная арматура. Вместе с тем, в изгибаемых элементах в случае исчерпания прочности бетоном сжатой зоны разрушение будет носить крайне не желательный хрупкий характер.

В современном мире имеется стремление к повышению надежности строительных конструкций, что решается путем поиска, изучения и применения на практике более эффективных материалов, разработкой новых и совершенствованием существующих методов расчета, уточнением расчетных моделей и т. д. К эффективным материалам по праву можно отнести композиты на основе дисперсно-армированного бетона, в частности фибробетон. Равномерное распределение стальных фибр в объеме бетона-матрицы в сочетании с традиционным армированием приводит к повышению прочности, жесткости и трещиностойкости фиброжелезобетонного элемента по сравнению с элементом из обычного железобетона. Введение армирующих волокон способствует вязкому разрушению фиброжелезобетонного элемента, что можно считать одним из конструктивных мероприятий по защите от прогрессирующего разрушения [70, 110, 174, 175].

Повышенные трещиностойкость и растяжимость фибробетона, а также особенности трещинообразования, характеризующиеся возникновением большого количества трещин малой ширины раскрытия при восприятии растягивающих усилий, способствуют формированию «благоприятной среды» для использования высокопрочной арматуры без предварительного напряжения [3, 74, 80, 88, 95, 96, 106, 107, 117, 211, 256]. Данная альтернатива традиционному армированию экономически оправдана, поскольку рост прочности арматуры с повышением класса значительно снижает ее относительную стоимость.

Фиброжелезобетонные элементы отвечают повышенным требованиям долговечности, ремонтпригодности, экономической эффективности и в целом надежности [74, 77, 78, 91, 103, 214].

Ввиду разнообразия конструктивных форм и условий эксплуатации современных зданий и сооружений на сегодняшний день встречается все больше конструктивных элементов, работающих в условиях сложного напряженного состояния, в частности косоугольного изгиба. Косому изгибу подвержены крайние сборные железобетонные прогоны, бортовые элементы оболочек, подкрановые балки, горизонтальные элементы фахверков наружных стен каркасных зданий, фундаментные и обвязочные балки, стеновые панели и пр. В действующих в нашей стране нормативных документах, устанавливающих требования к проектированию сталефибробетонных элементов СП 360.1325800.2017 [167], отсутствует практический метод расчета на косой изгиб, что делает тему исследования исключительно актуальной.

Степень разработанности темы исследования. Развитие и применение фиброжелезобетонных элементов стали возможны благодаря работам в области фибробетона таких ученых, как Д. С. Аболиньш, Г. И. Бердичевский, И. В. Волков, В. П. Вылегжанин, Г. В. Гетун, И. А. Горбунов, В. А. Дорф, Ю. И. Ермилов, Д. Е. Капустин, А. В. Корсун, В. И. Корсун, В. М. Косарев, В. К. Кравинский, Р. О. Красновский, Б. А. Крылов, А. Н. Куликов, Л. Г. Курбатов, Г. Е. Лагутина, И. А. Лобанов, Е. Ф. Лысенко, Л. Р. Маилян, Р. Л. Маилян, В. И. Морозов, В. П. Некрасов, Э. К. Опбул, А. П. Павлов, В. С. Плевков, С. Ф.

Подшивалов, Ю. В. Пухаренко, Ф. Н. Рабинович, Н. А. Рак, В. П. Романов, В. П. Рыбасов, А. В. Сакварелидзе, Г. Г. Степанова, К. В. Талантова, В. Н. Тупицына, В. Д. Харлаб, А. О. Хегай, О. Н. Хегай, Г. А. Шикун, S. A. Al-Ta'an, S. A. Ashour, G. B. Batson, Z. Bayasi, J. Edington, D. J. Hannat, D. R. Lankard, J. A. Mandel, P. S. Mangat, A. E. Naaman, B. V. Rangan, J. P. Romualdi, S. P. Shah, M. J. Snyder, R. N. Swamy, L. Vandewalle и др.

Экспериментально-теоретические исследования фиброжелезобетонных элементов, работающих в условиях плоского изгиба, проводили Э. С. Айвазян, Г. В. Гетун, М. П. Леонтьев, Л. Р. Маилян, Р. Л. Маилян, В. И. Морозов, Э. К. Опбул, Г. Г. Степанова, А. В. Шилов, Р. О. Эйзеншмит, S. H. Alsayed, S. A. Al-Ta'an, S. A. Ashour, H. A. Kormeling, H. W. Reinhardt, S. P. Shah, R. N. Swamy, L. Vandewalle, F. F. Wafa и др.

Теоретические исследования косоизгибаемых железобетонных элементов проводились еще в 30-х годах XX века Н. А. Поповичем, Б. Д. Франком, М. Е. Шавельским и др. Однако их предложения основывались на методе расчета по допускаемым напряжениям, рассматривающем упругую работу железобетона с позиции сопротивления материалов.

В дальнейшем, с появлением методов расчета по разрушающим усилиям и по предельным состояниям, был выполнен ряд экспериментально-теоретических исследований, и на сегодняшний день накоплено множество предложений по оценке несущей способности косоизгибаемых железобетонных элементов, охватывающих элементы различные по форме поперечного сечения (двутавровые, тавровые, прямоугольные пр.), по применяемому бетону (на основе тяжелого бетона, керамзитобетона и пр.), по расположению регулярной арматуры, в т. ч. как с предварительным напряжением, так и без и пр. Однако все они достаточно разобщены. В настоящее время расчет по прочности косоизгибаемых железобетонных элементов, согласно СП 63.13330.2012 [166], рекомендовано выполнять по нелинейной деформационной модели либо по предельным усилиям по методике, изложенной в пособии к СП 63.13330.2012 [101].

Теоретические основы расчета по прочности косоизгибаемых железобетонных элементов в своих работах изложили А. С. Ажидинов, В. В. Анищенко, М. З. И. Арафат, В. Н. Байков, В. В. Белов, М. А. Борисова, П. Ф. Вахненко, К. И. Вилков, С. И. Глазер, Е. В. Голубчик, А. В. Горик, К. Х. Доля, И. А. Дорожкова, Жень Бэй-Юй, А. С. Залесов, Ю. Л. Изотов, Г. И. Кичигина, Я. Д. Лившиц, Ю. Н. Марков, В. Б. Назаренко, И. К. Никитин, В. А. Никишкин, А. Н. Павликов, А. И. Папенко, В. В. Полетаев, К. М. Романовская, Ю. М. Руденко, Д. Ю. Саркисов, Д. А. Семенов, Л. И. Сердюк, Н. И. Смолин, В. Н. Строчкий, М. С. Торяник, О. Н. Тоцкий, Б. П. Филиппов, А. А. Цейтлин, Ю. В. Чиненков, Б. С. Чуприна, Т. Au, E. Cohen, L. B. Kriz, A. H. Mattock, C. S. Whitney и др.

Для расчета по прочности железобетонных элементов при воздействии косого изгиба применимы универсальные методы расчета нормальных сечений, такие как общий случай расчета по прочности железобетонных элементов, предложенный А. А. Гвоздевым, Ю. П. Гущей, Н. М. Мулиным, Е. А. Чистяковым, а также методы, основанные на деформационном подходе, получившие развитие благодаря исследованиям В. И. Бабича, В. Н. Байкова, В. М. Бондаренко, М. И. Додонова, М. Л. Зака, А. С. Залесова, О. Ф. Ильина, Н. И. Карпенко, С. Н. Карпенко, Д. В. Кочкарева, А. Л. Кришана, О. В. Радайкина, Т. А. Мухамедиева, Б. С. Расторгуева, В. И. Римшина, Б. С. Соколова, Е. А. Чистякова и др. Методы, базирующиеся на деформационном подходе, позволяют рассчитывать железобетонные элементы на любой стадии напряженно-деформированного состояния с учетом нелинейного поведения материалов бетона и арматуры.

Большинство зарубежных исследований направлены на изучение общего случая косого изгиба – косого внецентренного сжатия. Несущая способность кососжимаемого железобетонного элемента в них рассчитывается по общей методике, основанной на нелинейном расчете, методом обратной нагрузки (reciprocal load method) или методом силовых горизонталей (load contour method).

Последние два метода представлены в работах В. Bresler, R. W. Furlong, A. Gouwens, С.-Т. Т. Hsu, J. M. Nieves, A. L. Parme и др.

К настоящему времени внесен большой вклад в исследование работы железобетонных конструкций в условиях сложного напряженно-деформированного состояния, а также их защиты от прогрессирующего разрушения благодаря работам В. И. Колчунова [69, 70, 152], Вл. И. Колчунова [69, 71, 72, 152, 153, 194], А. В. Корсуна [238, 239], В. И. Корсуна [238, 239], А. С. Сальникова [72, 152, 153], А. Г. Тамразяна [174, 175], В. С. Федорова [193, 194], Н. С. Федоровой [69, 70], В. И. Яковенко [153] и др. На сегодняшний день в работах И. В. Бахотского [12, 13], Т. С. Евдокимовой [54], В. И. Морозова [12, 106, 107, 135], Э. К. Опбул [117], А. О. Хегай [197], М. О. Хегай [198] решены задачи по расчету фиброжелезобетонных элементов в условиях чистого и поперечного изгиба, внецентренного сжатия, косога внецентренного сжатия и кручения с изгибом. Особое место занимают исследования при кратковременном динамическом нагружении, проведенные В. С. Плевковым [127 – 129], К. Л. Кудяковым [79, 128], Д. Ю. Саркисовым [154, 155], Д. Г. Уткиным [127, 129] и др. Полученные результаты создали предпосылки для исследования вопросов прочности фиброжелезобетонных элементов в условиях сложного напряженно-деформированного состояния, в частности косога изгиба.

В новом нормативном документе, устанавливающем требования к проектированию сталефибробетонных конструкций СП 360.1325800.2017 [167] впервые введен расчет по прочности нормальных сечений на основе нелинейной деформационной модели. Однако в силу известной трудоемкости его численной реализации широкое применение данного метода в проектной практике вызывает определенные трудности.

Цель исследования заключается в определении характера напряженно-деформированного состояния фиброжелезобетонных элементов при воздействии косога изгиба и разработке практического метода расчета по прочности таких элементов.

Задачи исследования:

1. Провести экспериментальные исследования косоизгибаемых фиброжелезобетонных балок с регулярным армированием мягкой сталью при различных углах наклона силовой плоскости к поперечному сечению элемента при кратковременном нагружении.

2. Провести экспериментальные исследования косоизгибаемых фиброжелезобетонных балок с высокопрочной арматурой без предварительного напряжения при различных углах наклона силовой плоскости к поперечному сечению элемента при кратковременном нагружении.

3. Исследовать и обосновать эффективность применения высокопрочной арматуры без предварительного напряжения в фиброжелезобетонных элементах, работающих в условиях косоуго изгиба.

4. Выполнить численное моделирование фиброжелезобетонных элементов с регулярным армированием мягкой или твердой сталью при воздействии косоуго изгиба в конечно-элементном программном комплексе; исследовать напряженно-деформированное состояние элемента, определить поля напряжений и распределения деформаций.

5. Разработать практический метод расчета по прочности нормальных сечений фиброжелезобетонных элементов, подверженных косому изгибу, обеспечивающий адекватный результат.

Объект исследования – косоизгибаемый фиброжелезобетонный элемент с дисперсно-распределенными в объеме мелкозернистого бетона стальными фибрами и регулярным армированием мягкой сталью или высокопрочной арматурой без предварительного напряжения при кратковременном нагружении.

Предмет исследования – напряженно-деформированное состояние и прочность нормального сечения косоизгибаемого фиброжелезобетонного элемента.

Область исследования соответствует паспорту специальности ВАК 05.23.01 – Строительные конструкции, здания и сооружения, и относится к пункту 3. Создание и развитие эффективных методов расчета и

экспериментальных исследований вновь возводимых, восстанавливаемых и усиливаемых строительных конструкций, наиболее полно учитывающих специфику воздействий на них, свойства материалов, специфику конструктивных решений и другие особенности.

Научная новизна

1. Получены новые данные об изменении механических характеристик материала при добавлении отдельных видов, применяемых на практике, стальных фибр в объем мелкозернистого бетона. Предложена простая в реализации методика испытания фибробетона на осевое растяжение, позволяющая изучать специфику нелинейного поведения материала в процессе роста нагрузки.

2. Впервые получены экспериментальные данные о влиянии фибрового армирования на прочность нормального сечения, процесс трещинообразования, прогибы и характер разрушения фиброжелезобетонного элемента в условиях косоугольного изгиба на специально разработанной испытательной установке.

3. Экспериментально подтверждена возможность эффективного применения высокопрочной арматуры без предварительного напряжения в косоугольных фиброжелезобетонных элементах.

4. Получены новые данные о характере напряженно-деформированного состояния косоугольных фиброжелезобетонных элементов посредством численного исследования методом конечных элементов в программном комплексе ANSYS с учетом нелинейного деформирования материалов.

5. Разработан метод расчета по прочности нормальных сечений косоугольных фиброжелезобетонных элементов с учетом специфики нелинейного поведения материалов под нагрузкой, в т. ч. установленной в рамках проведенных экспериментальных и численных исследований, удобный в инженерной практике.

Теоретическая значимость диссертационной работы заключается в построении математической модели косоугольного фиброжелезобетонного элемента, в т. ч. армированного высокопрочной арматурой без предварительного напряжения, обеспечивающей получение напряженно-деформированного

состояния и прочности с учетом специфики нелинейного поведения материалов под нагрузкой.

Практическая значимость диссертационной работы заключается в разработке оригинального метода расчета по прочности нормальных сечений косоизгибаемых фиброжелезобетонных элементов, уже на данном этапе исследования находящего применение в практике проектирования, что подтверждается актами о внедрении ООО «Архстройпроект» и АО «Экспериментальный завод», приведенными в приложении А.

Методология и методы исследования.

Методологической основой диссертационной работы послужили общенаучные методы познания, в частности анализ и сравнение полученных теоретических результатов с опытными данными; метод идеализации при переходе от напряженно-деформированного состояния косоизгибаемого элемента к расчетной модели; эксперимент и измерение; метод численного моделирования.

Положения, выносимые на защиту

1. Результаты определения прочностных и деформативных характеристик фибробетона с одним из наиболее распространенных на рынке типов стальной фибры.

2. Результаты экспериментального исследования косоизгибаемых фиброжелезобетонных и железобетонных элементов, выполненные на специально созданной для этих целей испытательной установке, для различных углов наклона силовой плоскости к поперечному сечению элемента. Установленные особенности, сходства и отличия работы в процессе кратковременного нагружения и разрушения косоизгибаемых элементов из фиброжелезобетона и традиционного железобетона.

3. Результаты численного моделирования косоизгибаемых фиброжелезобетонных и железобетонных элементов в программном комплексе ANSYS с учетом нелинейного деформирования бетона, фибробетона и регулярной арматуры, с использованием механических характеристик, полученных в ходе экспериментального исследования.

4. Практический метод расчета по прочности нормальных сечений косоизгибаемых фиброжелезобетонных элементов прямоугольного поперечного сечения.

Степень достоверности результатов обоснована применением базовых понятий сопротивления материалов, теории упругости, строительной механики, математического анализа, а также общепринятых гипотез и допущений современной теории железобетона; подтверждена проведенными экспериментальными исследованиями косоизгибаемых фиброжелезобетонных элементов при кратковременном нагружении; обеспечена применением стандартных методов испытаний, использованием метрологически аттестованного испытательного оборудования и измерительных приборов.

Апробация работы. Результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на всероссийских и международных конференциях: II международном конгрессе «Актуальные проблемы современного строительства» (2013 год, СПбГАСУ); III международном конгрессе «Актуальные проблемы современного строительства» (2014 год, СПбГАСУ); 70-ой научной конференции профессорско-преподавательского состава университета (2014 год, СПбГАСУ); 69-ой межвузовской научно-практической конференции «Актуальные проблемы современного строительства» (2016 год, СПбГАСУ); международной научной конференции «Долговечность, прочность и механика разрушения бетона, железобетона и других строительных материалов» (2016 год, СПбГАСУ); 70-ой всероссийской научно-практической конференции «Актуальные проблемы современного строительства» (2017 год, СПбГАСУ); 74-й научной конференции профессорско-преподавательского состава и аспирантов университета (2018 год, СПбГАСУ); первой международной конференции «Композитные материалы и конструкции в современном строительстве» (2018 год, СПбГАСУ).

Публикации. Материалы диссертации опубликованы в 6 печатных работах, общим объемом 2,56 п. л., лично автором – 2,31 п. л., в т. ч. 4 работы опубликованы в изданиях, входящих в перечень ведущих рецензируемых научных журналов, утвержденный ВАК РФ.

ГЛАВА 1. СОСТОЯНИЕ ВОПРОСА. НАПРАВЛЕНИЕ ДАЛЬНЕЙШИХ ИССЛЕДОВАНИЙ

1.1 Сталефибробетон

На сегодняшний день накоплен целый ряд теоретических и экспериментальных исследований, рассматривающих различные этапы создания фиброжелезобетонных конструкций от проектирования, выбора материалов, подбора состава фибробетонной смеси до изготовления элементов конструкций. Большой вклад в исследования дисперсно-армированных бетонов, в частности фибробетона и фиброжелезобетонных элементов внесли Д. С. Аболиныш [1], Г. И. Бердичевский [15, 16], И. В. Волков [29, 30], В. П. Вылегжанин [31, 32, 81], Г. В. Гетун [34, 94], И. А. Горбунов [50 – 52], В. А. Дорф [50 – 52], Ю. И. Ермилов [55], Д. Е. Капустин [50 – 52], А. В. Корсун [73, 239], В. И. Корсун [73, 239], В. М. Косарев [74, 86], В. К. Кравинскис [1, 75], Р. О. Красновский [50 – 52], Б. А. Крылов [76 – 78, 112], А. Н. Куликов [80], Л. Г. Курбатов [16, 29, 31, 55, 81 – 86, 140, 145], Г. Е. Лагутина [1], И. А. Лобанов [91], Е. Ф. Лысенко [93, 94], Л. Р. Маилян [95, 96], Р. Л. Маилян [95, 96], В. И. Морозов [12, 105 – 107, 134, 135], В. П. Некрасов [111], Э. К. Опбул [107, 117], А. П. Павлов [122], В. С. Плевков [127 – 129], С. Ф. Подшивалов [130], Ю. В. Пухаренко [104, 106, 107, 133 – 135], Ф. Н. Рабинович [83, 137 – 140, 146], Н. А. Рак [142], В. П. Романов [82, 146], В. П. Рыбасов [150], А. В. Сакварелидзе [151], Г. Г. Степанова [168], К. В. Талантова [170 – 173], В. Н. Тупицына [191], В. Д. Харлаб [196], А. О. Хегай [197], О. Н. Хегай [199], Г. А. Шикунов [16], S. A. Al-Ta'an [218, 255, 256], S. A. Ashour [219], G. B. Batson [247, 248], Z. Bayasi [253], J. Edington [223, 229], D. J. Hannat [223, 229], D. R. Lankard [251], J. A. Mandel [249], P. S. Mangat [254], A. E. Naaman [226], B. V. Rangan [250], J. P. Romualdi [247 – 249], S. P. Shah [228, 237, 250], M. J. Snyder [251], R. N. Swamy [254 – 256], L. Vandewalle [257] и многие другие.

Номенклатура армирующих волокон весьма разнообразна, от искусственных (углеродных, вольфрамовых, базальтовых, стеклянных, синтетических, стальных и др.), до волокон природного происхождения (древесных, бамбуковых, тростниковых и др.). Выбор типа фибры обуславливается областью применения конструктивного элемента и характером прилагаемых к нему усилий.

Многочисленные исследования отечественных и зарубежных ученых в области фибробетона и фиброжелезобетонных конструкций, свидетельствуют об эффективности применения бетона дисперсно-армированного различными волокнами.

Эффективность использования фибрового армирования в сочетании с регулярной арматурой заключается в улучшении механических свойств нового материала – фиброжелезобетона, по сравнению с традиционным железобетоном. Вместе с тем применение фибры помогает снизить количество монтажной, поперечной и распределительной арматуры, толщину защитного слоя, а также по некоторым данным способствует повышению сцепления рабочей арматуры с бетоном-матрицей [15, 55, 83, 85, 103, 137, 170, 257].

Упрочнение тела бетона посредством дисперсного армирования основано на предположении о передаче касательными силами, действующими на поверхности раздела, нагрузки с бетонной матрицы на волокна, и если модуль упругости волокон в несколько раз превышает модуль упругости бетона, то основная доля напряжений воспринимается волокнами, а прочность композита пропорциональна их объемному содержанию [137].

В целях увеличения прочности на растяжение и жесткости элемента необходимо использовать высокомодульные волокна, в частности стальные, модуль упругости которых превышает модуль упругости бетона в несколько раз.

Сталефибробетон успешно применяется в различных областях строительства, как в нашей стране, так и за рубежом [1, 16, 29, 30, 76, 78, 81, 83, 84, 91, 103, 104, 112, 137, 139 – 141, 145, 146, 172, 173, 188, 189, 214, 215, 222]: при строительстве и восстановлении автодорожных, аэродромных и танкодромных

покрытий, проезжих частей мостов; в конструктивных элементах зданий (стеновых панелях, плитах покрытий, тонкостенных оболочках, лестничных маршах, сваях, объемных блок-комнатах); в подземных сводах сооружений, шумозащитных экранах вдоль автотрасс; в качестве несъемной опалубки; в конструктивных элементах сложной формы, взрывоустойчивых сооружениях, облицовочных элементах зданий (декоративных и облицовочных панелях); в конструкциях, эксплуатируемых в особых условиях (сейсмостойких, жаростойких); при устройстве полов промышленных зданий; в конструкциях лодок, кораблей, плавающих доков; при укреплении горных склонов; в берегоукрепительных сооружениях; при облицовке и ремонте изношенных поверхностей тоннелей, арок, камер нефтехранилищ, шахт; в инженерных сооружениях (резервуарах для воды, ирригационных каналах); для изготовления тротуарных плиток, крышек люков, передвижных домиков, станин для станков, трубопроводов, балластных покрытий для подводных морских газо- и нефтепроводов, столбов, мачт, опорных линий связи и др.

Фиброжелезобетонные элементы отвечают повышенным требованиям долговечности и ремонтпригодности, что крайне актуально ввиду ужесточения требований предъявляемых к современным конструкциям [15, 29, 30, 77, 91, 102, 103, 104, 141, 214, 223, 229, 257].

1.1.1 Механические свойства и характер разрушения сталефибробетона

Впервые дисперсное армирование бетона обрезками стальной проволоки («железным волосом» или «соломой») было предложено В. П. Некрасовым в 1907 году и на основании выполненных экспериментальных исследований сделаны первые выводы [111], в частности:

- с увеличением размеров образца повышается равномерность распределения волокон;
- наблюдается увеличение расстояния от момента появления первой трещины до полного разрушения фибробетонного образца;

- прочность на сжатие фибробетона повышается с уменьшением диаметра фибр и с увеличением их длины и объемного содержания;
- фибровое армирование повышает трещиностойкость бетонной матрицы и вязкость разрушения материала.

Улучшение свойств сталефибробетона (далее фибробетона) по сравнению с неармированной бетонной матрицей В. П. Некрасов связывает с наложением зон влияния фибр – появлением эффекта стеснения.

Добавление стальной фибры в бетон-матрицу по данным различных исследований [1, 34, 80, 94, 111, 122, 130, 137, 151, 168, 170, 172, 188, 189, 197, 199, 214, 222, 250 и др.] способствует повышению следующих механических характеристик:

- прочности на растяжение в 2 – 3 раза;
- прочности на растяжение при изгибе в 2,5 – 4 раза;
- прочности на сжатие в 1,1 – 2 раза;
- прочности на срез в 1,5 – 2 раза;
- прочности при кручении в 2,5 раза;
- ударопрочности в 2 – 10 раз;
- начального модуля упругости до 30%.

Более того фибровое армирование способствует увеличению трещиностойкости, морозостойкости, коррозионной стойкости, огнестойкости, водонепроницаемости, сопротивления истиранию, взрывным воздействиям и пр. [29, 50, 76, 91, 141, 151, 172, 188, 189, 191, 214, 222, 255].

Улучшение ряда характеристик полученного материала по сравнению с обычным бетоном связано с тем, что фибровое армирование препятствует образованию и развитию трещин, и как следствие разрушению элемента. В отличие от обычной стержневой арматуры большое количество отрезков малого диаметра – фибр, при условии их равномерного распределении в объеме бетона, эффективнее для восприятия усилий различного направления. В бетоне-матрице с добавлением фибры поле напряжений выравнивается и становится более

однородным, в результате процесс трещинообразования протекает более равномерно. С появлением трещины армирующие волокна, пронизывающие ее берега препятствуют дальнейшему ее раскрытию [189, 255], таким образом, в фибробетоне реализуется «механизм торможения трещины» [247, 248]. При сжатии фибробетонного элемента стеснение поперечных деформаций посредством фибр отодвигает начало трещинообразования и разрушение образца [80, 102].

Преимущество фибрового армирования заключается не столько в увеличении момента трещинообразования, сколько в изменении работы материала после образования трещин – способности поглощать энергию после появления трещин, что оценивается увеличением площади под кривыми «нагрузка-прогиб» или «напряжения-деформации» [122, 214, 215].

На механические свойства фибробетона оказывают влияние следующие факторы [1, 14, 15, 31, 51, 76, 80, 91, 102, 130, 146, 168, 170, 172, 173, 188, 199, 214, 215, 222, 230, 250, 251]:

- тип фибры;
- геометрические параметры фибры: длина l_f , диаметр d_f , соотношение l_f/d_f , профиль и пр.;
- прочностные и деформативные характеристики фибры;
- объемное содержание фибры μ_f ;
- состав исходной бетонной смеси, в т. ч. крупность частиц заполнителя;
- размер, форма и технология изготовления образца;
- ориентация волокон в пространстве бетонной матрицы;
- прочностные и деформативные характеристики исходной бетонной матрицы;
- сцепление фибры с бетоном-матрицей.

Некоторые исследователи отмечают влияние среднего расстояния между фибрами S на механические свойства фибробетона [80, 122, 168, 172, 247, 249, 251].

По способу производства различают стальную проволочную фибру, фрезерованную из слябов, из тонкого стального листа, из отработанных канатов и фибры, получаемые вытяжкой из расплава. На основании выполненных исследований сравнения типов стальных фибр к применению в несущих конструкциях рекомендуется проволочная фибра [170, 172].

Эффективность фибрового армирования повышается с уменьшением прочности бетона-матрицы и увеличением диаметра фибры [80, 141, 146, 226]. Прочностные показатели фибробетона в большей степени определяются объемным содержанием волокон, параметром l_f / d_f и сцеплением фибры с бетоном-матрицей [173, 226, 230, 250].

Трещиностойкость изгибаемых и растянутых фибробетонных элементов повышается с уменьшением диаметра волокон и увеличением процента фибрового армирования [74, 80, 85, 173, 250]. С повышением дисперсности армирования снижаются ширина раскрытия трещин [80, 217, 219, 237, 257] и расстояние между ними [16, 219, 237, 247, 248].

Оптимальный процент фибрового армирования зависит от характеристик бетонной смеси (водоцементного отношения, формы и гранулометрического состава заполнителя и пр.) и самой фибры (формы поперечного сечения, механических характеристик, соотношения l_f / d_f и пр.).

При действии растягивающих усилий и малых процентах фибрового армирования может возникнуть ситуация когда волокон, пересекающих берега трещины в хрупкой бетонной матрице недостаточно для восприятия усилий ввиду значительного расстояния между фибрами, разрушение элемента произойдет вслед за образованием трещины. Во избежание хрупкого разрушения фибробетонного элемента имеются предложения по определению минимального процента фибрового армирования (μ_{min}), в т. ч. в нормативных документах [133, 138, 165, 167]. Слишком большое объемное содержание фибры также не приведет к ожидаемому улучшению свойств материала ввиду недостаточного количества цементного теста для покрытия поверхности фибр, возможно расслоение материала при меньших нагрузках. Предложения по определению максимального

процента фибрового армирования (μ_{max}) содержатся в работе [133]. Для фиброжелезобетонных элементов нижний и верхний предел насыщения волокнами является границей эффективности применения фибрового армирования.

В диапазоне между μ_{min} и μ_{max} существует такой процент фибрового армирования, при котором происходит слияние контактных зон, и прочность полученного материала увеличивается более интенсивно до μ_{max} [133].

Ориентация волокон в пространстве бетонной матрицы в действительности носит относительно неоднородный характер, ввиду технологических (способ укладки, жесткость смеси и пр.) или конструктивных факторов (объемное содержание фибры, соотношение между длиной волокон и размерами образца), что учитывается при помощи коэффициентов ориентации k_{or} и неравномерности k_T [80, 199].

При выборе материалов для фибробетонной смеси необходимо учесть, что увеличение размера зерен крупного заполнителя снижает эффективность фибрового армирования, и при достижении величины равной длине фибры определит развитие трещин в изгибаемом элементе [77, 230, 254].

Наличие крупного заполнителя в теле фибробетонного элемента оказывает негативное влияние на сопротивление трещинообразованию, поэтому его содержание по массе в разных источниках рекомендуется не более 10–25% крупностью до 10–20 мм [80, 122, 137, 143, 188], или по некоторым данным – не более половины [230] или трети [102] длины фибры. С увеличением диаметра фибры негативное воздействие на свойства композита снижается. Также с присутствием крупного заполнителя уменьшается объемное содержание волокон, которое возможно ввести в бетонную смесь без образования комков. Для изготовления сталефибробетонных конструкций целесообразно применение мелкозернистого бетона [80, 137, 172].

При проектировании фиброжелезобетонных конструкций стоит учитывать возможность их изготовления. Получение фибробетона, обладающего улучшенными физико-механическими характеристиками по сравнению с

обычными бетоном, непосредственно зависит от равномерности и дисперсности распределения армирующих волокон в теле бетона. На распределение армирующих волокон оказывают влияние [80, 137, 172, 214, 249]: геометрические характеристики фибры и ее форма; объемное содержание фибрового армирования; крупность частиц заполнителя исходной бетонной смеси, способ ее приготовления и пр.

Использование фибры небольшой длины облегчает перемешивание и способствует ее более равномерному распределению в объеме бетонной смеси [228]. Увеличение длины применяемых волокон позволит повысить их сцепление с телом бетона, однако при перемешивании фибробетонной смеси возрастает вероятность появления комков – «ежей» [31, 76, 137, 215, 222, 226, 250]. Возникающие трудности зависят от соотношения длины и диаметра фибры l_f / d_f [249]. Опыт изготовления фибробетонных конструкций показал наиболее приемлемым для стальных фибр соотношение $l_f / d_f = 100$ [83, 85, 91, 122, 137, 214, 215, 222, 251]. Также предложено использовать универсальную характеристику – модуль фибрового армирования (K) [82, 215, 226, 237], определяемый как

$$K = \frac{\mu l_f}{d_f}. \quad (1.1)$$

Эксперименты показали, что при обычных способах приготовления в стандартных бетоносмесителях смесь получалась однородной при $K = 2..2,5$, выше этой величины происходило комкование фибры. Вместе с тем установлено, что одинаковым значениям K при прочих равных условиях соответствуют равные значения прочности сталефибробетона [83].

Надежность сцепления фибр с телом бетона зависит от прочностных характеристик матрицы, соотношения l_f / d_f , поверхности и ориентации волокон, водоцементного отношения и пр. [14, 75, 80].

Сцепление стальной фибры с бетоном-матрицей обеспечивается дополнительными мероприятиями в процессе ее производства [51, 76, 137, 188,

189]: устройство загибов или уширений на концах фибры – анкеров; придание изогнутой поверхности – волны, или рифленой формы в процессе фрезеровки; создание переменного по длине сечения, нанесение покрытий. По результатам исследований фибробетонных образцов с объемным содержанием стальной фибры, равным 2% [253], установлено, что анкерная фибра более эффективна для повышения способности материала поглощать энергию при действии растягивающих и сжимающих усилий, а также прочности на изгиб, по сравнению с прямыми и волнистыми волокнами.

Прочность сцепления армирующих волокон с телом бетона оказывает большее влияние на повышение прочности фибробетона, чем регулярной арматуры в традиционном железобетоне, ввиду более развитой поверхности фибр и увеличения области контактных зон. В фибробетоне зоной контакта является не только поверхность раздела фаз, но и некоторая область вокруг фибры, на которую оказывают влияние процессы взаимодействия фибры и матрицы. Некоторые исследователи отмечают улучшение сцепления регулярной арматуры с телом бетона в результате добавления фибры [130].

Длина заанкеривания фибр в бетоне-матрице при прочих равных условиях определяет характер разрушения фибробетонного элемента [137, 138]. При выполнении условия $l_f \leq 2l_{f,an}$, где $l_{f,an}$ – длина анкеровки фибры в теле бетона-матрицы, обеспечивающая ее разрыв при выдергивании [143, 165, 167] с возникновением трещины происходит выдергивание фибр из тела бетона. В случае, когда $l_f > 2l_{f,an}$ часть фибр пересекающих трещину воспринимает нагрузку вплоть до исчерпания несущей способности фибр [137, 138].

При разрушении фибробетона чаще встречается случай выдергивания фибры, чем разрыва [31, 80, 81, 91, 133, 168, 172, 215]. Более того разрушение в результате выдергивания волокон из тела бетона будет предпочтительным, поскольку ему присущ вязкий характер [215].

1.1.2 Исследования фиброжелезобетонных элементов, работающих в условиях плоского изгиба

Экспериментально-теоретические исследования изгибаемых фиброжелезобетонных балок, комбинировано-армированных стальной фиброй и регулярной арматурой изложены в работах [3, 34, 88, 117, 168, 212, 217, 219, 237, 256, 257] и многих других, включая элементы с зонным армированием в области наибольших растягивающих напряжений [34, 88, 117, 256].

В таблице 1.1 отмечены экспериментальные исследования фиброжелезобетонных балок в условиях плоского изгиба, выполненные различными авторами. Указаны характеристики и количество испытанных образцов, а также процент увеличения несущей способности фиброжелезобетонных балок в сравнении с железобетонными.

Исследования изгибаемых фиброжелезобетонных элементов, армированных высокопрочной арматурой без предварительного напряжения проводили Э. С. Айвазян [3], М. П. Леонтьев [88], Л. Р. Маилян [95], Р. Л. Маилян [95], В. И. Морозов [107], Э. К. Опбул [107, 117], А. В. Шилов [95, 211], S. A. Al-Ta'an [256], H. A. Kormeling [237], H. W. Reinhardt [237], S. P. Shah [237], R. N. Swamy [256] и др., в т. ч. как альтернатива предварительно-напряженным железобетонным элементам [3, 211].

Экспериментальные исследования изгибаемых фиброжелезобетонных и железобетонных элементов показали существенные изменения процесса трещинообразования с добавлением армирующих волокон. По различным данным повышение трещиностойкости балок составило от 1,1 до 2 раз [3, 117, 211, 212, 219], от 2 до 3 раз [34, 88], от 3 до 6,6 раза [168]. Деструкционные процессы в растянутом фибробетоне протекали более плавно по сравнению с традиционным бетоном, появление магистральных трещин происходило при значительно больших нагрузках. Испытания показали снижение ширины раскрытия трещин в балках с фибровым армированием от 1,3 до 3,5 раз [3, 34, 117, 211, 257] и увеличение их количества [3, 34, 88, 117, 168, 211, 219, 237, 256, 257] по сравнению с контрольными образцами из традиционного железобетона.

Таблица 1.1 – Экспериментальные исследования фиброарматурных элементов в условиях плоского изгиба

Автор [источник]	Размер балки $l \times h \times b$, мм; расчетный пролет, мм	Характеристики бетона (фибробетона) и продольной рабочей арматуры	Характеристики фибрового армирования	Толщина слоя фибрового армирования в сечении	Количество испытанных образцов, шт.	Увеличение несущей способности
Г. Г. Степанова [168]	900×120×60 расчетный пролет 800	Б-м из мелкозернистого бетона $R_{m,b} = 28,0$ МПа, $R_{m,fb} = 40,1 \dots 56,3$ МПа; Арматура 2Ø8 мм класса А-I (A240), $\mu = 1,4\%$	Профилированная фибра из стальной проволоки $l_f = 25$ мм, $d_f = 0,2$ мм, $l_f/d_f = 125$, $\mu_{fv} = 1; 1,44; 2; 2,3\%$	0; h	3 шт. ЖББ; 12 шт. ФЖББ	от + 50,0 до + 117,0%
М. П. Леонтьев [88]	2200×200×100 расчетный пролет 2000	Б-м из тяжелого бетона; Арматура 2Ø12 мм класса А-III (A400), 2Ø12 мм класса А-IV (A600), $K_{sp} = 0$, $\mu = 1,26\%$	Фибра из стальной проволоки по ГОСТ 3282-74 $l_f = 20; 40$ мм, $d_f = 0,2; 0,4$ мм, $l_f/d_f = 100$, $\mu_{fv} = 2\%$	0; 0,05 h ; 0,1 h ; 0,2 h ; 0,3 h	1 шт. ЖББ; 12 шт. ФЖББ	от + 9,8 до + 41,3% с арматурой класса А-III (A400); от + 45,9 до + 55,0% с арматурой класса А-IV (A600)
Н. А. Kormeling, Н. W. Reinhardt, S. P. Shah [237]	2200×152×100 расчетный пролет 2000	Б-м из тяжелого бетона $R_b^c = 40,7$ МПа, $R_{fb}^c = 41,1; 45,3$; 43,6 МПа; Арматура 2Ø4 мм $\sigma_t = 716$ МПа, 4Ø6 мм $\sigma_t = 485$ МПа, 4Ø10 мм $\sigma_t = 460$ МПа, $K_{sp} = 0$, $\mu = 0,17; 0,75; 2,09\%$	Фибра из стальной проволоки: - прямая $l_f = 24$ мм, $d_f = 0,4$ мм, $l_f/d_f = 60$, $\mu_{fv} = 1,27\%$; - с отгибами на концах $l_f = 31$ мм, $d_f = 0,4$ мм, $l_f/d_f = 77,5$, $\mu_{fv} = 0,89\%$; - с уширениями на концах $l_f = 50$ мм, $d_f = 0,8$ мм, $l_f/d_f = 62,5$, $\mu_{fv} = 1,54\%$	0; h	2 шт. ЖББ; 9 шт. ФЖББ	от + 17,0 до + 56,0% с арматурой 2Ø4 мм; от + 12,0 до + 30,0% с арматурой 4Ø6 мм; от + 1,0 до + 8,0% с арматурой 4Ø10 мм
R. N. Swamy, S. A. Al-Ta'an [256]	2500×203×130 расчетный пролет 2250	Б-м из тяжелого бетона $R_{m,b} = 37,0 \dots 38,9$ МПа, $R_{m,fb} = 37,3 \dots 41,5$ МПа; Арматура 2Ø12, 2Ø16 мм $\sigma_t = 460$ МПа, 2Ø12 мм $\sigma_t = 617$ МПа, $K_{sp} = 0$, $\mu = 0,94; 0,99; 1,78\%$	Волнистая фибра из стальной проволоки $l_f = 50$ мм, $d_f = 0,5$ мм, $l_f/d_f = 100$, $\mu_{fv} = 0,5; 1\%$	0; h ; зона растяжения	3 шт. ЖББ; 12 шт. ФЖББ	до + 10,5 %

Продолжение таблицы 1.1

Автор [источник]	Размер балки $l \times h \times b$, мм; расчетный пролет, мм	Характеристики бетона (фибробетона) и продольной рабочей арматуры	Характеристики фибрового армирования	Толщина слоя фибрового армирования в сечении	Количество испытанных образцов, шт.	Увеличение несущей способности
Г. В. Гетун [34]	1250×120×70	Б-м из мелкозернистого бетона; Арматура 2Ø8 мм класса А-III (А400), $\mu = 1,2\%$	Фибра из стальной проволоки по ГОСТ 3282-74 $l_f = 5$; 10; 25 мм, $d_f = 0,25$ мм, $l_f/d_f = 20$; 40; 100, $\mu_{fv} = 1,3$; 1,95; 3,25; 4,05%	0; 0,29h; 0,58h; h	3 шт. ЖББ; 30 шт. ФЖББ	от + 3,0 до + 27,0%
Р. О. Эйзеншмит [212]	900×100×60	Б-м из мелкозернистого бетона $R_{m,b} = 32,9 \dots 47,6$ МПа; Арматура 2Ø6 мм класса А-III (А400), $\mu = 0,95\%$	Фибра из стальной проволоки по ГОСТ 3282-74 $l_f = 30$; 40 мм, $d_f = 0,3$; 0,4 мм, $l_f/d_f = 100$, $\mu_{fv} = 0,5 \dots 3\%$	0; h	9 шт. ЖББ; 24 шт. ФЖББ	от + 14,0 до + 40,0%
S. H. Alsayed [217]	2500×250×200 расчетный пролет 2300	Б-м из тяжелого бетона $R^c_b = 35,0$ МПа, $R^c_{fb} = 34,5 \dots 40,0$ МПа; Арматура 2Ø16 мм $\sigma_T = 470$ МПа, $\mu = 0,75\%$	Фибра из стальной проволоки с отгибами на концах $l_f = 60$ мм, $d_f = 0,8$; 1 мм, $l_f/d_f = 60$; 75, $\mu_{fv} = 0,5$; 1; 1,5%	0; h	3 шт. ЖББ; 7 шт. ФЖББ	до + 13,0 %
S. A. Ashour, F. F. Wafa [219]	2940×300×170 расчетный пролет 2620; 4000×300×170 расчетный пролет 3680;	Б-м из тяжелого бетона $R^c_b = 86,1$ МПа, $R^c_{fb} = 87,1$; 88,1; 90,5 МПа; Арматура 2Ø20 мм $\sigma_T = 437$ МПа, $\mu = 1,39\%$	Фибра из стальной проволоки с отгибами на концах $l_f = 60$ мм, $d_f = 0,8$ мм, $l_f/d_f = 75$, $\mu_{fv} = 0,5$; 1; 1,5%	0; h	2 шт. ЖББ; 6 шт. ФЖББ	от + 3,5 до + 18,2% при достижении арматурой σ_T ; от + 10,2 до + 23,4% при полном разрушении
A. В. Шилов [211]	1500×120×80	Б-м из керамзитобетона $R_m = 19,9 \dots 23,6$ МПа; Арматура 1Ø5; 2Ø5; 3Ø5; 6Ø5 мм класса Вр-II (Вр1200), $K_{sp} = 0$; 0,33; 0,67; 1, $\mu = 0,245$; 0,49; 0,735; 1,64 %	Грубое базальтовое волокно $\mu_{fv} = 10\%$	0; h	14 шт.	до + 12,0%

Продолжение таблицы 1.1

Автор [источник]	Размер балки $l \times h \times b$, мм; расчетный пролет, мм	Характеристики бетона (фибробетона) и продольной рабочей арматуры	Характеристики фибрового армирования	Толщина слоя фибрового армирования в сечении	Количество испытанных образцов, шт.	Увеличение несущей способности
L. Vandewalle [257]	3600×350×200 расчетный пролет 3250	Б-м из тяжелого бетона $R_b^c = 36,9$ МПа, $R_{fb}^c = 29,0 \dots 34,9$ МПа; Арматура 2Ø20 мм класса S500, $\mu = 1,03\%$	Фибра из стальной проволоки с отгибами на концах $l_f = 35; 50; 60$ мм, $l_f/d_f = 65; 80$, $\mu_{fv} = 0,38; 0,56; 0,89\%$	0; h	1 шт. ЖББ; 7 шт. ФЖББ	–
Э. К. Олбул [117]	1000×120×60 расчетный пролет 900	Б-м из мелкозернистого бетона $R_b = 18,2 \dots 30,6$ МПа, $R_{fb} = 19,6 \dots 28,2$ МПа; Арматура 2Ø5 мм класса Вр-II (Вр1200), $K_{sp} = 0$, $\mu = 0,62\%$	Фибра, фрезерованная из слябов типа «Волан-Ф» $l_f = 36$ мм, $d_{f,red} = 0,6$ мм, $l_f/d_f = 60$, $\mu_{fv} = 0,25; 1; 2; 3\%$	0; 0,25 h ; 0,5 h ; h	8 шт. ЖББ; 18 шт. ФЖББ	до + 30,0%
Э. С. Айвазян [3]	1500×120×80 расчетный пролет 1200	Б-м из тяжелого бетона $R_b = 19,7$ МПа, $R_{fb} = 25,1; 27,7$ МПа; Арматура 1Ø5, 2Ø5, 3Ø5 мм класса Вр1400, $K_{sp} = 0; 1$, $\mu = 0,245; 0,49; 0,735\%$	Фибра, фрезерованная из слябов по ТУ 0882-193-46854090 $\mu_{fv} = 4\%$	0; h	6 шт. ЖББ; 12 шт. ФЖББ	от + 9,6 до + 22,6% при $K_{sp} = 0$; от + 9,8 до + 20,3% при $K_{sp} = 1$

Примечания

- Б-м – бетон-матрица.
- $R_{m,b}$ – кубиковая прочность бетона; $R_{m,fb}$ – кубиковая прочность фибробетона, R_b – призмная прочность бетона; R_{fb} – призмная прочность фибробетона, R_b^c – цилиндрическая прочность бетона, R_{fb}^c – цилиндрическая прочность фибробетона, R_m – кубиковая прочность бетона и фибробетона.
- σ_T – физический или условный предел текучести арматурной стали.
- K_{sp} – коэффициент предварительного напряжения арматуры, $K_{sp} = 0$ – арматура без предварительного напряжения.
- ЖББ – железобетонная балка, ФЖББ – фиброармированная балка.
- $d_{f,red}$ – приведенный диаметр фибры.

Повышенная трещиностойкость фибробетона и характер трещинообразования в фиброжелезобетонных элементах создают «благоприятные условия» для использования прочностных свойств высокопрочных арматурных сталей [3, 74, 80, 88, 95, 96, 106, 107, 117, 211, 256]. На сегодняшний день доказана эффективность применения высокопрочной арматуры без предварительного напряжения в фиброжелезобетонных элементах в условиях плоского изгиба [3, 88, 106, 117, 211, 237, 256]. Установлено, что в таких элементах при эксплуатационном уровне нагружения фибровое армирование позволяет избежать чрезмерных прогибов и раскрытия трещин.

В указанных ранее экспериментальных исследованиях большинство образцов-балок разрушилось по нормальному сечению в зоне действия постоянного момента. Однако, в работе [88] в балках, армированных высокопрочной арматурой, отмечено исчерпание прочности в результате действия поперечной силы. В исследованиях [117, 168] также отмечено разрушение части железобетонных и фиброжелезобетонных балок с меньшим объемным содержанием фибр (до 1,44% в [168], до 0,25% реже 1 и 2% в [117]) по наклонному сечению.

В фиброжелезобетонных балках процесс разрушения протекал более вязко [117, 219, 237, 256]. По результатам испытаний балок отмечено повышение несущей способности [3, 34, 88, 117, 168, 211, 212, 217, 219, 237, 256] фиброжелезобетонных образцов-балок, по сравнению с железобетонными образцами-балками, а также снижение прогибов [3, 34, 117, 217, 237, 256].

Теоретические основы расчета по прочности нормальных сечений фиброжелезобетонных элементов в условиях плоского изгиба базируются на теории расчета железобетонных элементов.

В работах [34, 117, 256], а также в действующих нормативных документах по проектированию сталефибробетонных конструкций [165, 167, 215] расчет изгибаемых фиброжелезобетонных элементов по прочности выполняется по предельным усилиям с учетом работы растянутого фибробетона, принятием равномерного распределения напряжений в растянутой зоне. В исследованиях [3,

211] способы расчета по прочности нормальных сечений изгибаемых фиброжелезобетонных элементов основаны на гипотезах о взаимосвязи деформаций и напряжений крайних сжатого и растянутого волокон (над трещиной) с использованием криволинейных диаграмм состояния фибробетона и учитывают работу зоны растяжения в сечении над трещиной. В работе [142] предложена методика, основанная на деформационном походе, расчет по прочности нормальных сечений выполняется с использованием диаграмм деформирования фибробетона и арматуры.

1.2 Косоизгибаемые железобетонные элементы

1.2.1 Понятие косого изгиба. Армирование косоизгибаемых элементов

Возникновение косого изгиба обусловлено несовпадением плоскости действия внешнего изгибающего момента ни с одной из плоскостей, проходящих через главные оси инерции поперечного сечения и продольную ось элемента (главных плоскостей инерции) [49, 123]. Общий вид воздействия косого изгиба на брус представлен на рисунке 1.1.

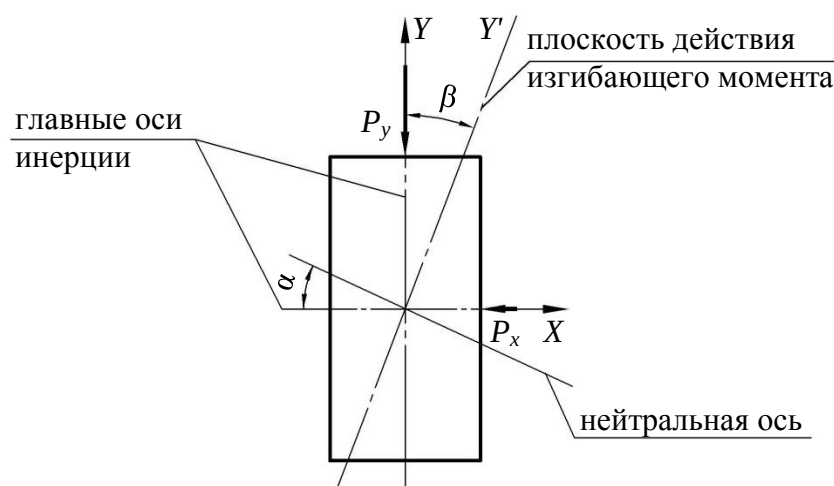


Рисунок 1.1 – Общий вид воздействия косого изгиба на брус

Из теории сопротивления материалов уравнение нейтральной оси в косоизгибаемом элементе имеет вид:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{I_x}{I_y} \operatorname{tg} \beta, \quad (1.2)$$

где α – угол наклона нейтральной оси относительно оси X , β – угол наклона следа плоскости внешнего изгибающего момента относительно оси Y , I_x и I_y – главные моменты инерции, относительно осей X и Y соответственно.

Из уравнения (1.2) следует, что углы α и β будут равны лишь в случае равенства главных моментов инерции I_x и I_y , тогда все центральные оси инерции будут главными, таким образом, элемент будет подвержен плоскому изгибу. Отсюда следует, что в косоизгибаемом элементе нейтральная ось (нулевая линия) не перпендикулярна плоскости действия изгибающего момента, в отличие от случая плоского изгиба [49].

Однако, для железобетонного элемента уравнение (1.2) не применимо, поскольку оно не учитывает пластическое деформирование материала бетона, влияние регулярного армирования, а также изменение жесткости в процессе нагружения.

Косой изгиб, как один из видов сложного напряженного состояния, является частным случаем косо́го сжатия (продольная сила N равна нулю) и косо́го изгиба с кручением.

Косой изгиб конструктивного элемента возможен в двух случаях. В первом случае вектор нагрузки приложен к элементу под углом относительно осей X и Y (рисунок 1.2 а); во втором – на элемент действуют два вектора нагрузки (рисунок 1.2 б). Когда один из векторов нагрузки будет равен нулю, получим плоский изгиб, как частный случай косо́го изгиба.

В железобетонных элементах в предельной стадии напряженно-деформированного состояния определение положения главных плоскостей инерции вызывает трудности, обусловленные наличием трещин и влиянием расположения арматурных стержней, в связи с этим в таких элементах угол наклона силовой плоскости рассматривается относительно плоскостей, проходящих через оси симметрии фигуры поперечного сечения элемента и его продольную ось.

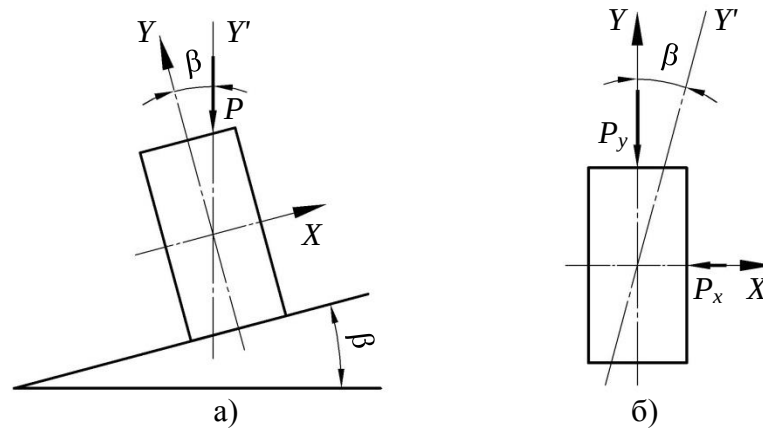


Рисунок 1.2 – Возможные случаи работы конструктивного элемента на косой изгиб:
 Y' – плоскость действия внешней нагрузки P (а) или плоскость действия равнодействующей приложенных векторов внешней нагрузки P_x и P_y (б); β – угол наклона силовой плоскости

В условиях косого изгиба работают крайние сборные железобетонные прогоны, уложенные по верхним поясам ферм или скатным балкам покрытия, подкрановые балки, горизонтальные элементы фахверков наружных стен каркасных зданий, фундаментные и обвязочные балки, бортовые элементы оболочек, стеновые панели и т.д.

В отличие от плоского изгиба, где сжатая зона бетона имеет прямоугольную форму, при косом изгибе она может быть двух видов: треугольной или трапецевидной (рисунок 1.3).

На положение нейтральной оси в косоизгибаемом железобетонном элементе оказывают влияние прочностные и деформативные свойства арматуры и бетона, процент армирования, угол наклона силовой плоскости, размеры поперечного сечения, расположение арматурных стержней и т. д.

В отличие от случая плоского изгиба, где армирование зоны растяжения железобетонного элемента производится симметрично относительно вертикальной оси Y , косоизгибаемые элементы армируются несколько иначе (рисунок 1.3). Анализ предложений по рациональному армированию элементов, подверженных воздействию косого изгиба [6, 23 – 26, 36, 38, 57, 149, 156, 157, 187, 208] позволяет сделать следующие выводы.

В косоизгибаемых железобетонных элементах рабочую продольную арматуру необходимо размещать таким образом, чтобы:

- центр тяжести арматуры располагался в плоскости действия внешних сил;
- обеспечить полное использование прочностных свойств всех стержней (достижение наименее нагруженным стержнем расчетного сопротивления арматуры растяжению R_s);
- обеспечить максимально возможное плечо внутренней пары сил, с учетом конструктивных требований по армированию железобетонных конструкций, указанных в действующих нормативных документах [166].

Таким образом, рабочая продольная арматура площадью A_s , воспринимающая растягивающие усилия, располагается параллельно двум сторонам поперечного сечения – ширине b и высоте h (рисунок 1.3).

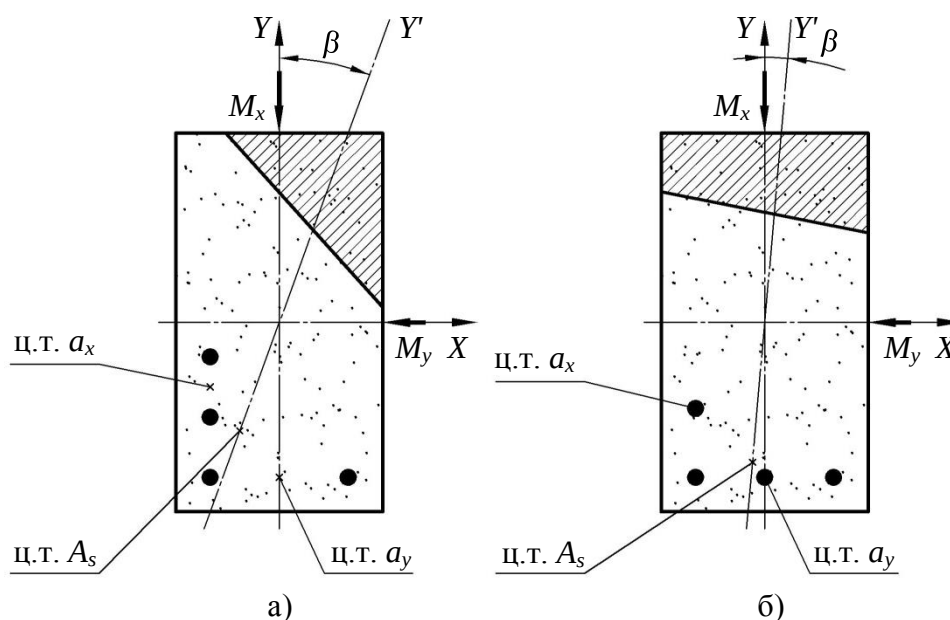


Рисунок 1.3 – Виды форм сжатой зоны бетона в косоизгибаемом железобетонном элементе: треугольная (а) и трапециевидная (б). Расположение рабочей арматуры в поперечном сечении.

Y' – плоскость действия внешнего изгибающего момента, β – угол наклона следа силовой плоскости Y' относительно оси Y , M_x и M_y – изгибающие моменты относительно осей X и Y соответственно

Горизонтальную часть арматуры площадью a_x предлагают распределять как равномерно вдоль всей ширины b [36], так и ближе к наиболее растянутому углу сечения [157]. В первом случае такое решение по расположению арматуры

объясняется тем, что при воздействии двух векторов нагрузки на конструктивный элемент, один из векторов большую часть срока эксплуатации будет равен нулю, поскольку нагрузка периодически повторяющаяся (ветровое воздействие, торможение крана, давление сыпучих тел). Во втором случае – стержни будут располагаться на более удаленном расстоянии от нейтральной оси, а их прочностные свойства будут использоваться в большей мере; к тому же плечо внутренней пары сил будет больше, соответственно больше будет несущая способность элемента.

Вертикальную часть арматуры площадью a_y , расположенную параллельно высоте сечения h , рекомендуют приближать к наиболее растянутому углу сечения.

Угловой наиболее растянутый стержень относится к горизонтальной арматуре площадью a_x [35, 37, 179].

1.2.2 Теоретические исследования прочности косоизгибаемых железобетонных элементов

Первые исследования по оценке несущей способности железобетонных элементов, испытывающих косой изгиб, относятся к 30 годам XX века. Однако они основаны на методе расчета по допускаемым напряжениям, который, как известно, рассматривает упругую работу железобетона и базируется на зависимостях сопротивления материалов. Вследствие чего, предложения ученых того периода – Н. А. Поповича [132], Б. Д. Франка [195], М. Е. Шавельского [209, 210] и др. не отражают в должной мере действительной работы косоизгибаемого железобетонного элемента.

После появления в СССР методов расчета по разрушающим усилиям и по предельным состояниям проведен ряд разносторонних экспериментально-теоретических исследований, и на сегодняшний день накоплено множество предложений по определению прочности нормальных сечений косоизгибаемых элементов, охватывающих всевозможные типы железобетонных конструкций:

1) по применяемому бетону:

- из тяжелого бетона [2, 4, 11, 21, 25, 37, 57, 62, 100, 109, 114, 118, 125, 149, 157, 159, 176, 179, 186, 202, 220, 258],
- из керамзитобетона [27, 44, 121, 131, 169, 208],
- из ячеистого бетона [5, 147],
- из керамзитоперлитобетона [131],
- из радиоэкранирующего бетона (углебетона) [131],
- многослойные [53, 115];

2) по способу использования арматуры:

- без предварительного напряжения [2, 5, 10, 11, 25, 37, 53, 57, 58, 62, 63, 109, 114, 118, 121, 125, 131, 147, 149, 157, 159, 169, 179, 186, 202, 208, 220, 258],
- предварительно напряженные [4, 10, 21, 25, 27, 44, 58, 63, 67, 115, 157, 179, 182];

3) по форме поперечного сечения:

- прямоугольные [4, 5, 11, 25, 27, 37, 53, 57, 62, 109, 114, 115, 118, 121, 131, 147, 149, 157, 159, 169, 179, 182, 186, 208, 220, 258],
- двутавровые [2],
- тавровые [11, 21, 25, 37, 57, 67, 109, 114, 118, 125, 149, 157, 159, 179, 182, 186, 202],
- Г-образные [37, 57, 118, 149, 157, 159, 179, 182, 240],
- трапецевидные [37, 57, 186] и др.;

4) с симметричным [2, 4, 5, 11, 27, 53, 63, 109, 115, 118, 131, 147, 159, 169, 179, 186, 202, 220, 258] и несимметричным [4, 5, 11, 21, 25, 37, 44, 57, 62, 67, 114, 118, 121, 125, 149, 157, 159, 179, 182, 186, 208] расположением арматурных стержней;

5) с одиночным [2, 11, 37, 57, 62, 118, 121, 149, 157, 159, 179, 186, 202, 208] или двойным армированием [2, 5, 10, 25, 37, 40, 53, 57, 58, 63, 67, 109, 114, 115, 118, 147, 149, 157, 169, 179, 186, 192, 202, 220, 258].

Среди них имеются как целостные экспериментально-теоретические исследования, так и отдельные подходы к вопросу расчета по прочности железобетонных элементов на кривой изгиб, не подтвержденные опытными данными.

Расчет по прочности нормальных сечений косоизгибаемых железобетонных элементов выполняется из условий статического равновесия. В большинстве предложенных способов расчета используются уравнение проекций всех усилий на продольную ось элемента (1.3), и два уравнения моментов (1.4) и (1.5) относительно осей симметрии поперечного сечения, либо параллельных им.

$$\sum Z = 0, \quad (1.3)$$

$$\sum M_x = 0, \quad (1.4)$$

$$\sum M_y = 0. \quad (1.5)$$

Отметим ключевые предпосылки и допущения, отражающие специфику предложенных подходов к оценке несущей способности железобетонных элементов, подверженных воздействию кривого изгиба:

- принятая в предельной стадии эпюра распределения напряжений в сжатой зоне бетона, как правило, прямоугольная [2, 4, 5, 11, 21, 25, 37, 53, 57, 62, 67, 114, 118, 121, 147, 149, 157, 159, 169, 179, 182, 186, 202, 208, 220, 258], трапецевидная [109, 166], или сложная (криволинейная, кусочно-линейная) [63, 115, 121];

- определение напряжений в растянутой арматуре: принятие равенства напряжений во всех стержнях [11, 37, 57, 62, 114, 118, 121, 147, 149, 157, 159, 179, 186, 208, 258], или вычисление напряжений для каждого i -го стержня [2, 10, 25, 53, 58, 63, 109, 115, 131, 166, 169, 221];

Ранние разработки по данной тематике связаны с изучением косоизгибаемых железобетонных элементов на основе тяжелого бетона.

Н. И. Смолиным проведены экспериментально-теоретические исследования прочности косоизгибаемых железобетонных элементов. В работе [159] эпюра распределения напряжений в сжатой зоне бетона принята прямоугольной. При

выводе основных зависимостей дискретное расположение стержневой арматуры заменяется эквивалентом поясом. Крутящий момент, обусловленный несимметричным расположением арматуры, не учитывается.

Метод расчета по прочности косоизгибаемых железобетонных элементов предложил Жень Бэй-Юй. В работе [57] принята предпосылка о том, что силовая плоскость проходит через центры тяжести растянутой арматуры и сжатого бетона, таким образом, элемент испытывает косой изгиб без кручения. Распределение напряжений в бетоне сжатой зоны принято равномерным. Условный разрушающий момент соответствует наступлению текучести в последнем, менее нагруженном стержне.

Оценив погрешность в определении разрушающего момента, исходя из прямоугольной и трапециевидной эпюр распределения напряжений в сжатом бетоне, Жень Бэй-Юй приходит к выводу, что для простоты расчетов применение прямоугольной эпюры допустимо, и ее влияние на несущую способность элемента незначительно, однако, такое допущение оказывает влияние на положение нейтральной оси.

Для прямоугольного поперечного сечения приведены формулы расчета треугольного и трапециевидного случая очертания сжатой зоны бетона и их разграничения. Предложенный метод расчета [57] удовлетворительно согласуется с результатами проведенных экспериментальных исследований.

Значительный вклад в изучение железобетонных элементов, испытывающих сложные деформации, внес М. С. Торяник [100, 125, 176 – 184, 206, 207]. Под его руководством исследованиями косоизгибаемых элементов занимались П. Ф. Вахненко [22 – 26, 179, 183, 206, 207], А. В. Горик [42 – 44, 118, 120], К. Х. Доля [62, 184], Ю. Н. Марков [99, 100], А. Н. Павликов [42, 118 – 121], А. И. Папенко [124, 125], Ю. М. Руденко [6, 99, 100, 148, 149, 179, 184, 192], Л. И. Сердюк [156, 157, 177, 179, 184], Б. С. Чуприна [206 – 208] и др.

В 1958 году М. С. Торяник публикует предложенный им метод расчета по прочности нормальных сечений косоизгибаемых железобетонных элементов

[181], соответствующий действующим на тот момент нормам [116], и приводит следующие предпосылки:

- расчет выполняется по первому предельному состоянию – по прочности;
- эпюра распределения напряжений в сжатой зоне бетона принимается прямоугольной с ординатой равной расчетному сопротивлению бетона на сжатие при изгибе;
- влияние растянутой зоны бетона в расчете не учитывается;
- напряжения в арматуре достигают расчетного сопротивления арматуры растяжению;
- дискретное расположение арматуры заменяется равномерно распределенными поясами;
- площадь наиболее напряженного стержня делится пополам между арматурными поясами.

Расчетные зависимости получены совместным решением системы уравнений (1.3) – (1.5) для таврового поперечного сечения с двойной арматурой, а также для Г-образного и таврового поперечных сечений с плитой в растянутой зоне.

В статьях [178, 181] предложенные теоретические выводы сравниваются с экспериментальными данными, полученными Н. И. Смолиным на балках прямоугольного поперечного сечения. Указано, что среднее арифметическое отклонение теоретических разрушающих моментов от экспериментальных составило 3,44% при достижении предела текучести во всех арматурных стержнях, и 9,68% при полном разрушении балки.

Работа [179] стала обобщением результатов проведенных экспериментально-теоретических исследований железобетонных элементов на сложные виды деформаций в Полтавском инженерно-строительном институте под руководством М. С. Торяника. В работе [179] расчетные зависимости для случая косого изгиба выведены в общем виде из решения системы уравнений (1.3) – (1.5) для таврового поперечного сечения с двойной арматурой, из которых

путем преобразований как частные случаи получены формулы для других форм поперечных сечений – Г-образного и прямоугольного, в т. ч. для сечений с одиночным армированием. При равенстве момента M_y нулю формулы, предложенные М. С. Торяником, вырождаются в известные формулы плоского изгиба. Рассмотрены различные случаи положения нейтральной оси. Отмечается, что угловой стержень следует относить к площади горизонтально расположенной арматуры площадью a_x .

Л. И. Сердюк провел экспериментально-теоретические исследования железобетонных элементов различных форм поперечного сечения с обычной и предварительно напряженной арматурой при воздействии косоугольного изгиба [156, 157, 177, 184]. В развитие метода расчета по прочности косоугольного изгибаемых железобетонных элементов, предложенного М. С. Торяником, Л. И. Сердюк уделяет внимание расположению арматурных стержней и следа силовой плоскости в поперечном сечении элемента, и принимает следующее:

- равнодействующая усилий в продольной рабочей арматуре лежит в плоскости действия внешних сил;
- плоскость действия внешних сил проходит через геометрический центр поперечного сечения.

Результаты исследования Л. И. Сердюка также отражены в работе [179].

Обширное теоретическое исследование прочности железобетонных элементов, подверженных воздействию косоугольного изгиба, охватывающее различные формы поперечных сечений, было проведено С. И. Глазером [35 – 41]. Методы расчета по прочности косоугольного изгибаемых железобетонных элементов, предложенные С. И. Глазером и М. С. Торяником по существу мало отличаются друг от друга. В основу этих методов положены одинаковые предпосылки и допущения для вывода расчетных зависимостей.

Методы расчета по прочности косоугольного изгибаемых железобетонных элементов, предложенные С. И. Глазером и М. С. Торяником, сводятся к задаче по определению несущей способности элемента. Для обратной задачи – подбора арматуры и упрощения расчета по несущей способности, авторами составлены

таблицы для различных форм поперечных сечений и очертаний сжатой зоны бетона.

При решении задачи плоского изгиба железобетонного элемента искомые величины зависят от двух параметров – изгибающего момента (M_x) и одного размера сечения (h_0), в случае косоуго изгиба на результат влияют четыре параметра – два изгибающих момента (M_x и M_y), и два размера поперечного сечения элемента (h и b). При выводе основных зависимостей данная особенность учтена введением обобщенного коэффициента, обозначенного как B (С. И. Глазер [36]) или λ (М. С. Торьяник [179]), равного:

$$B = \frac{M_x b}{M_y h}, \quad (1.6)$$

$$\lambda = \frac{M_y h}{M_x b}. \quad (1.7)$$

Теоретические выводы по расчету косоизгибаемых железобетонных элементов С. И. Глазер сравнивает с экспериментальными исследованиями других авторов [57, 157, 159], среднее арифметическое расхождение составило в пределах от $-2,5$ до $+6,03\%$.

Методы расчета по прочности косоизгибаемых железобетонных элементов, предложенные М. С. Торьяником и С. И. Глазером достаточно просты для вычислений «вручную», поскольку сводятся к нахождению одной неизвестной – размера сжатой зоны вдоль высоты поперечного сечения $\xi_1 h$ (или $\eta_1 h$), а далее несущая способность определяется по известным зависимостям.

В статье [113] А. С. Залесовым и И. К. Никитиным изложен метод расчета по прочности косоизгибаемых железобетонных элементов, основанный на уравнениях равновесия (1.3) – (1.5) и условии параллельности плоскостей действия внешних и внутренних моментов

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{M_y}{M_x}. \quad (1.8)$$

Однако данный подход предполагал симметричное армирование поперечного сечения косоизгибаемого элемента.

В дальнейшем, основываясь на тех же зависимостях, И. К. Никитиным был предложен практический метод расчета по прочности косоизгибаемых железобетонных элементов [68, 114], учитывающий несимметричное расположение растянутой арматуры, изложенный так же в пособии к СП 63.13330.2012 [101].

Данный метод рассматривает только одно положение нейтральной оси, при котором плечо внутренней пары сил будет минимальным, следовательно, для прямоугольного поперечного сечения косоизгибаемого железобетонного элемента такое положение соответствует случаю треугольной сжатой зоны бетона. При трапециевидной форме сжатой зоны бетона расчет по прочности косоизгибаемого элемента предлагается вести по формулам плоского изгиба, на действие момента $M=M_x$.

А. Н. Павликов и А. В. Горик [118] дополнили способ расчета косоизгибаемых железобетонных элементов, предложенный И. К. Никитиным [68, 114], распространив его на случай трапециевидной сжатой зоны для прямоугольного поперечного сечения. В свою очередь А. А. Цейтлин и Е. В. Голубчик [202] расширили расчет по прочности таврового сечения случаем положения нейтральной оси, когда площадь сжатой зоны бетона больше площади свеса, а ее размер вдоль высоты сечения равен высоте свеса.

В работе [124, 125] проведено экспериментальное исследование косоизгибаемых железобетонных балок таврового поперечного сечения на границе переармирования.

Оригинальное решение по оценке несущей способности косоизгибаемых железобетонных элементов было предложено В. Н. Байковым [11], основанное на эквивалентности виртуальной работы момента и суммарной работы его компонентов в двух взаимно перпендикулярных направлениях. Фактически предложенный метод сводится к расчету на действие двух моментов отдельно. В работе [11] отсутствуют указания по учету арматуры, в частности какие стержни относить к арматуре площадью A_{s1} и A_{s2} (F_{a1} и F_{a2} в первоисточнике), при расчете изгибающих моментов M_1 и M_2 , воспринимаемых поперечным сечением

раздельно и действующих во взаимно перпендикулярных плоскостях соответственно. Отмечено, что отклонения теоретических моментов от экспериментальных [57, 159] не превышали 8%.

В статье Ю. Л. Изотова и К. Х. Доли [62] изложен способ расчета косоизгибаемых железобетонных элементов прямоугольного поперечного сечения, подразумевающий только подбор необходимого количества арматуры, но не проверку несущей способности. Определение положения нейтральной оси осуществляется из предположения упругой работы материала по формуле (1.2). В предложенном способе расчета имеются неточности в нахождении положения центра тяжести растянутой арматуры, который необходимо определять исходя из фактического расположения арматурных стержней, а не условных участков равномерного распределения. В работе [62] не приводится оценка согласованности полученных теоретических выводов с экспериментальными данными.

П. Ф. Вахненко [22 – 26] проведены экспериментально-теоретические исследования железобетонных элементов, испытывающих сложное напряженное состояние, в частности кривой изгиб, направленные на создание теоретического аппарата, позволяющего рассчитывать такие элементы по всем предельным состояниям, и обеспечивающего надежное и экономически эффективное проектирование. Автор приводит зависимости для определения напряженно-деформированного состояния элемента на любом этапе нагружения, с учетом влияния угла наклона силовой плоскости. Однако предложенный метод расчета по прочности косоизгибаемых железобетонных элементов предполагает только параллельность плоскостей внешних сил и внутренних усилий.

Существует ряд предложений по определению прочности косоизгибаемого железобетонного элемента, основанных на свойствах изостатических кривых [4, 21, 147 – 149, 179, 185 – 187] – изостат и изобент, в сочетании с уравнением статического равновесия.

Изостата – кривая перемещения центра тяжести сжатого бетона постоянной площади. Касательная к изостате параллельна нейтральной оси при совпадении

центра тяжести сжатой зоны с точкой касания. Изобента – кривая перемещения центра тяжести сжатой зоны бетона, при условии, что статический момент сжатой зоны бетона постоянен относительно некоторой оси. Касательная к изобенте пересекает ось, относительно которой статический момент постоянен, в той же точке, что и нейтральная линия [149, 185 – 187]. Изостата и изобента – плавные выпуклые кривые.

О. Н. Тоцкий [185 – 187] заменяет уравнения кривых приближенными криволинейными зависимостями. Автор отмечает, что погрешности в результате принятых допущений могут достигать 10% [185]. Свойства изостаты позволяют определить несущую способность при заданных характеристиках сечения косоизгибаемого элемента, а изобенты – подобрать необходимое количество арматуры.

По оценке исследователей [37, 39, 157] данный способ расчета наиболее приемлем для элементов прямоугольного поперечного сечения. Среднее арифметическое расхождение теоретических предложений О. Н. Тоцкого [186] по расчету косоизгибаемых элементов и экспериментальных данных Н. И. Смолина составило –9,1%, а с результатами Л. И. Сердюка [157] +12% в запас прочности.

Аналитические исследования Ю. М. Руденко, проведенные под руководством М. С. Торяника, показали, что изокривые перемещения центра тяжести сжатой зоны бетона можно аппроксимировать четырьмя кривыми второго порядка [6, 148, 149, 179], для упрощения расчета – двумя прямыми. Отмечено, что погрешность в определении плеча внутренней пары сил при неблагоприятных условиях не превышает 10%. Сравнение с опытными данными показало, что среднее арифметическое расхождение составило –2,5% [149, 179].

Методы, основанные на свойствах изокривых, имеют приближенный характер и не позволяют определить положение нейтральной оси.

С накоплением экспериментально-теоретических данных в области расчета железобетонных конструкций в 70-х годах XX века были обнаружены существенные отклонения опытных результатов от теоретических, вычисленных по СНиП II-B.1-62* [160], в особенности для изгибаемых элементов вблизи

границы переармирования. В связи с чем, А. А. Гвоздевым, Н. М. Мулиным, Ю. П. Гущей и Е. А. Чистяковым, был разработан общий случай расчета железобетонных элементов [33], включенный в СНиП II-21-75 [161] и СНиП 2.03.01-84* [162]. Данный метод применим при любых внешних усилиях, армировании и сечениях [162].

Общий случай расчета основан на уравнениях равновесия – уравнении усилий (1.3) и уравнении моментов, действующих в плоскости перпендикулярной нейтральной оси $\sum M = 0$, а также условии параллельности плоскостей действия внешних сил и внутренних усилий. Схема распределения напряжений и действия внутренних усилий в нормальном сечении железобетонного элемента для общего случая расчета по прочности изображена на рисунке 1.4.

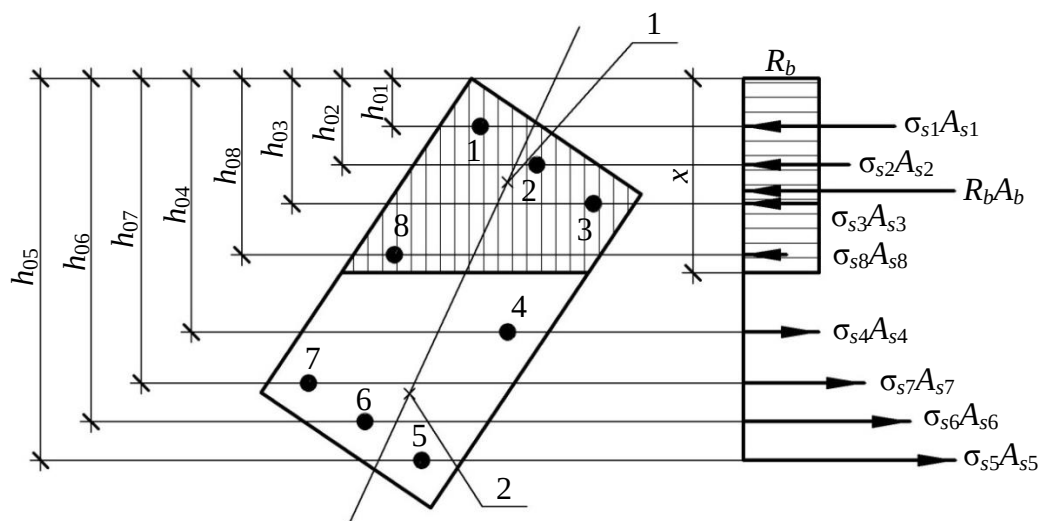


Рисунок 1.4 – Схема распределения напряжений и действия внутренних усилий в нормальном сечении железобетонного элемента для общего случая расчета по прочности [162]: 1 – точка приложения равнодействующей усилий в сжатой зоне бетона и в сжатой арматуре, 2 – точка приложения равнодействующей усилий в растянутой арматуре

Напряжения в i -ом арматурном стержне связаны с высотой сжатой зоны в предельном состоянии при прямоугольной эпюре напряжений сжатого бетона и вычисляются по эмпирической формуле

$$\sigma_{si} = \frac{\sigma_{sc,u}}{1 - \frac{\omega}{1,1}} \left(\frac{\omega}{\xi_i} - 1 \right) + \sigma_{spi}, \quad (1.9)$$

где $\sigma_{sc,u}$ – предельное напряжение в сжатой арматуре, принимаемое по п. 3.12* [162]; σ_{spi} – предварительное напряжение в i -ом стержне, принимаемое по п. 3.28* [162]; ω – характеристика сжатой зоны бетона, определяемая как

$$\omega = \alpha - 0,008R_b, \quad (1.10)$$

где α – коэффициент, зависящий от применяемого бетона, для тяжелого и мелкозернистого (группы А) бетонов α принимается равным 0,85 и 0,8 соответственно; ξ_i – относительная высота сжатой зоны бетона, вычисляемая как

$$\xi_i = \frac{x}{h_{0i}}, \quad (1.11)$$

где x – высота сжатой зоны бетона; h_{0i} – расстояние от центра тяжести i -го стержня до наиболее сжатого угла сечения, измеренное нормально к нейтральной оси.

Если при использовании твердых сталей, не имеющих площадки текучести, напряжение в i -ом арматурном стержне превышает βR_s , где β – безразмерный коэффициент, определяемый по формуле (71) в [162], то напряжения σ_{si} вычисляются согласно п. 3.28* [162].

А. С. Ажидинов [2] уточнил общий случай расчета по прочности железобетонных элементов для косоизгибаемых элементов двутаврового поперечного сечения и подтвердил теоретические выводы результатами экспериментальных исследований.

Расчет по прочности косоизгибаемых железобетонных элементов по общему случаю СНиП 2.03.01-84* [162] достаточно трудоемок и требует использования специально разработанных компьютерных программ, поскольку решение выполняется последовательными приближениями и сводится к отысканию положения нейтральной оси, соответствующего внешнему усилию и условиям равновесия [33]. Более того, с появлением новых материалов допустимость применения эмпирической зависимости (1.9) требует экспериментального подтверждения.

В 70-х годах XX века уделялось внимание изучению и внедрению в практику строительства легких бетонов, в частности керамзитобетона, что

обусловлено стремлением к экономии материалов и снижению собственного веса железобетонных конструкций. Экспериментально-теоретические исследования косоизгибаемых керамзитожелезобетонных элементов проводили А. Н. Павликов [42, 118 – 121], К. И. Вилков [27, 28], Б. С. Чуприна [206 – 208] и др.

А. Н. Павликовым [42, 118 – 121] предложены зависимости, позволяющие определить напряженно-деформированное состояние косоизгибаемого керамзитожелезобетонного элемента на любом уровне загрузки. Распределение напряжений в сжатой зоне керамзитабетона принято по криволинейной поверхности с образующими параллельными нейтральной оси и с учетом растянутого керамзитабетона. Граница трещины принята параллельной нейтральной оси. Для практического использования предложены упрощенные формулы расчета по прочности косоизгибаемых керамзитожелезобетонных элементов.

На основании результатов испытаний балок К. И. Вилковым [27, 28] рекомендовано производить расчет по прочности косоизгибаемых керамзитожелезобетонных элементов по общему случаю СНиП II-21-75 [161], с учетом специфики поведения легкого бетона под нагрузкой – введением поправочных коэффициентов для прочностных и деформативных характеристик керамзитабетона. Разработан приближенный способ расчета косоизгибаемых элементов.

Б. С. Чуприна [206 – 208] предложил зависимости для расчета по прочности косоизгибаемых керамзитожелезобетонных элементов, в т. ч. с большим процентом армирования (до 3,21%). В работе [208] приведены указания по определению границы переармирования исследуемых элементов, сопоставленные с результатами экспериментального исследования. Рекомендовано определять несущую способность непереармированных керамзитожелезобетонных элементов исходя из условий равновесия, а переармированных – из тех же условий, но с подстановкой статического момента предельной (граничной) площади сжатой зоны бетона.

Исследованию прочности нормальных сечений предварительно напряженных железобетонных элементов, работающих в условиях косого изгиба, посвящены работы М. З. И. Арафата [4, 20], М. А. Борисовой [20, 21], П. Ф. Вахненко [23, 25], К. И. Вилкова [27], А. В. Горика [43, 44, 120], Г. И. Кичигиной [67], Л. И. Сердюка [157, 179], М. С. Торяника [179, 182] и др.

Экспериментально-теоретические исследования косоизгибаемых железобетонных элементов охватывают не только поведение балок, но и стеновых панелей. В период эксплуатации стеновой панели, действующие вертикальная (собственный вес, вес остекления) и горизонтальная (ветровая) нагрузки создают косой изгиб. При расчете по прочности стеновых панелей необходимо учитывать следующие особенности:

- большое соотношение высоты и ширины b/h (как правило, более 3 [131] – 4 [115]);
- равномерное распределение арматурных стержней по всей высоте сечения;
- случай малоармированных элементов (0,1–0,4%);
- использование легких бетонов для изготовления стеновых панелей;
- различия прочностных характеристик слоев для многослойных элементов.

В. В. Анищенко [5] предложен метод расчета по прочности ячеистобетонных стеновых панелей, основанный на зависимостях (1.4), (1.5) и (1.8). Дискретное расположение арматуры заменяется равномерно распределенными поясами. В работе К. М. Романовской и Б. П. Филиппова [147] используются свойства изокривых для расчета по прочности стеновых панелей из ячеистого бетона при воздействии косого изгиба. Исследования малоармированных стеновых панелей из бетонов на пористых заполнителях проведены В. В. Полетаевым [131, 205].

Экспериментально-теоретические исследования железобетонных элементов из конструкционно-теплоизоляционного керамзитобетона при воздействии косого изгиба выполнил В. В. Строцкий [169]. Указанная работа рассматривает

трещиностойкость и жесткость стеновых панелей, но также были проведены испытания образцов-балок на кривой изгиб, и оценка их прочности по методике СНиП 2.03.01-84* [162].

С целью повышения термического сопротивления ограждающих конструкций, и как следствие экономии топливно-энергетических ресурсов были разработаны многослойные конструкции стеновых панелей.

В. А. Никишкин предложил методику расчета по прочности трехслойных стеновых панелей из керамзитобетона различной прочности [115] с использованием кусочно-линейных диаграмм деформирования материалов. В работах Ю. В. Чиненкова и Н. А. Дорожковой [53, 203, 204] представлен расчет по двум группам предельных состояний трехслойных стеновых панелей, работающих на кривой изгиб. С использованием предпосылок общего случая СНиП 2.03.01-84* [162] учтены особенности расчета многослойной конструкции, состоящей из слоев разной прочности. Предложенные методы удовлетворительно согласуются с результатами испытаний [53, 115].

В развитие тенденции применения универсальной методики для расчета железобетонных элементов при различных воздействиях, охватывающей любые виды бетона, армирования и формы поперечного сечения, разрабатывались новые предложения по оценке несущей способности железобетонных элементов с использованием диаграмм состояния материалов. Такие подходы применимы к расчету нормальных сечений железобетонных элементов, подверженных косым сжатию, растяжению и изгибу, а также их частным случаям.

Единая методика расчета по несущей способности железобетонных элементов, разработанная Я. Д. Лившицем и В. Б. Назаренко [89, 90, 109], позволяет отказаться от эмпирической зависимости (1.9), и определять напряжения в i -ом арматурном стержне с использованием гипотезы плоских сечений и закона Гука, а также рассчитывать конструкции из бетонов с различными механическими характеристиками. В работе [109] теоретические выводы сравниваются с экспериментальными исследованиями других авторов.

В последние годы распространение получили методы расчета железобетонных элементов, основанные на деформационном подходе. Непосредственное использование идеализированных диаграмм состояния бетона и арматуры позволяет получить описание напряженно-деформированного состояния нормальных сечений на любой стадии нагружения. Такие методы получили развитие в работах В. И. Бабича [7], В. Н. Байкова [10], В. М. Бондаренко [18, 19], М. И. Додонова [10], М. Л. Зака [58], А. С. Залесова [59 – 61], О. Ф. Ильина [63], Н. И. Карпенко [64 – 66], С. Н. Карпенко [66], Д. В. Кочкарева [7], А. Л. Кришана [144], О. В. Радайкина [64, 65, 163, 164], Т. А. Мухамедиева [10, 61], Б. С. Расторгуева [10], В. И. Римшина [144], Б. С. Соколова [64, 65, 163, 164], Е. А. Чистякова [59 – 61] и др.

В действующих в нашей стране нормативных документах СП 63.13330.2012 [166] изложена обобщенная методика расчета нормальных сечений железобетонных элементов на основе нелинейной деформационной модели, разработанная под руководством А. С. Залесова [59 – 61] в развитие деформационного подхода. Принимается предпосылка о справедливости гипотезы плоских сечений на всех стадиях напряженно-деформированного состояния железобетонного элемента. В расчете используются идеализированные диаграммы состояния материалов, связывающие напряжения и относительные деформации в бетоне и арматуре. Принимается деформационный критерий прочности нормальных сечений железобетонных элементов [59], расчет выполняется из условия

$$\varepsilon \leq \varepsilon_{ult}, \quad (1.12)$$

где ε – относительные деформации бетона сжатой зоны или растянутой арматуры в нормальном сечении от действия внешней нагрузки, ε_{ult} – предельные относительные деформации бетона сжатой зоны или растянутой арматуры.

В отличие от общего случая расчета по СНИП 2.03.01-84* [162], включающего зависимости, полученные эмпирическим путем, деформационный подход предполагает знание и при необходимости получение диаграмм состояния бетона и арматуры, что более рационально ввиду появления новых материалов.

Современные исследования в области оценки несущей способности железобетонных элементов при воздействии косого изгиба предлагают рассчитывать прочность нормальных сечений с использованием инженерного варианта блочной модели сопротивления железобетона Е. Н. Пересыпкина – «модели двух сечений» [17]. Кроме того решена задача расчета по прочности железобетонных элементов при косом внецентренном статическом и кратковременных динамических воздействиях, в т. ч., косых сжатия, изгиба и растяжения с использованием поверхностей относительного сопротивления, реализующих деформационную модель, а также разработана программа автоматизированного расчета [154, 155]. Расхождения теоретических и экспериментальных данных по методике [155] составили 3–10% в запас прочности.

В большинстве случаев зарубежные ученые рассматривают общий случай косого изгиба – косое внецентренное сжатие, когда продольная сжимающая сила приложена с эксцентриситетами относительно главных осей инерции поперечного сечения железобетонного элемента [221, 227, 231, 243].

В работе В. Bresler [221] условие прочности железобетонных элементов, подверженных совместному действию косого изгиба и продольной силы, основано на аппроксимации поверхности разрушения, предоставляющей зависимость разрушающей нагрузки P_u от эксцентриситетов x и y или компонентов изгибающего момента M_x и M_y . Таким образом, поверхность разрушения может быть представлена в виде обратной поверхности («reciprocal» surface) $S_1\left(\frac{1}{P_u}, x, y\right)$ или поверхности $S_2(P_u, M_x, M_y)$, изображенных на рисунке 1.5.

Метод обратной нагрузки (reciprocal load method), представляет упрощенный способ расчета кососжимаемых железобетонных элементов, основанный на аппроксимации обратной поверхности S_1 плоскостью, образованной тремя точками. Уравнение плоскости имеет вид [221]

$$\frac{1}{P_i} = \frac{1}{P_x} + \frac{1}{P_y} - \frac{1}{P_0}, \quad (1.13)$$

где P_i – несущая способность при косом внецентренном сжатии, P_x и P_y – несущие способности при внецентренном сжатии с эксцентриситетами x и y соответственно, P_0 – несущая способность при центральном сжатии.

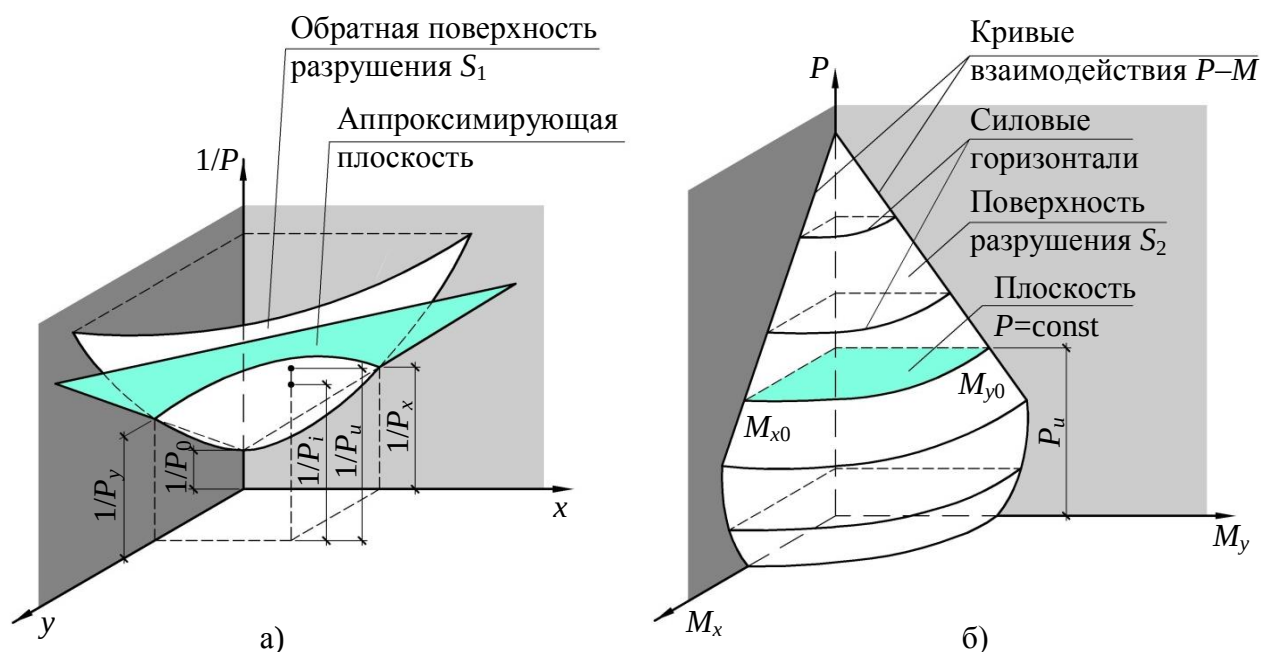


Рисунок 1.5 – Аппроксимация поверхностей разрушения S_1 и S_2 плоскостью (а) и силовыми горизонталями (б) соответственно [221]

Метод силовых горизонталей (load contour method) основан на аппроксимации поверхности S_2 семейством кривых, соответствующих постоянной величине продольного усилия P_u . Уравнение кривой, аппроксимирующей силовую горизонталь имеет общий вид [221]:

$$\left(\frac{M_x}{M_{x0}} \right)^\alpha + \left(\frac{M_y}{M_{y0}} \right)^\beta = 1, \quad (1.14)$$

где M_x и M_y – изгибающие моменты, вызванные внешней нагрузкой, относительно осей X и Y соответственно; M_{x0} и M_{y0} – изгибающие моменты, воспринимаемые поперечным сечением при внецентренном сжатии, относительно осей X и Y соответственно; α и β – показатели степени, зависящие от размеров элемента,

количества и распределения арматуры, механических характеристик материалов арматуры и бетона, величины защитного слоя и поперечного армирования.

Дальнейшие исследования зарубежных ученых были направлены на уточнение неизвестных параметров уравнения общего вида, описывающего силовую горизонталь (1.14). В. Bresler принимал $\alpha = \beta = 2$ [221], С.-Т. Т. Hsu [231] ввел дополнительное слагаемое, учитывающее соотношение между приложенной силой и внутренними продольными усилиями, и установил величины показателей степени, равными $\alpha = \beta = 1,5$. В работе А. L. Parme, J. M. Nieves и А. Gouwens [243] предложена следующая зависимость аппроксимирующая силовую горизонталь

$$\left(\frac{M_x}{M_{x0}} \right)^{\frac{\log 0,5}{\log \beta}} + \left(\frac{M_y}{M_{y0}} \right)^{\frac{\log 0,5}{\log \beta}} = 1, \quad (1.15)$$

где β – ордината горизонтали в точке, где относительные моменты равны.

Случай чистого косого изгиба железобетонного элемента рассмотрен в работах Т. Au [220], Е. Cohen [258], С. S. Whitney [258] и др. Принимается предпосылка о совпадении плоскостей действия внешних сил и внутренних усилий. Расчет выполняется с использованием уравнений равновесия (1.3) – (1.5). Криволинейная эпюра распределения напряжений в сжатой зоне бетона заменяется эквивалентной прямоугольной, с ординатой, равной $0,85f_c'$, где f_c' – цилиндрическая прочность бетона, а фактическая высота сжатой зоны бетона h уменьшается до величины $a = k_1 h$, коэффициент k_1 принимается меньше или равным 0,85, в зависимости от сопротивления бетона сжатию [220]. Таким образом, при переходе от действительной эпюры напряжений к эквивалентной величина равнодействующей усилий в сжатой зоне бетона и плечо пары сил не изменяются.

Экспериментально-теоретические исследования косоизгибаемых железобетонных элементов несимметричного (Г-образного) поперечного сечения провели А. Н. Mattock и L. В. Kriz [240]. Прочность балок оценивалась двумя способами при помощи криволинейной и эквивалентной прямоугольной эпюр

распределения напряжений в сжатой зоне бетона. Установлено, что применение эквивалентной прямоугольной эпюры упрощает расчет и дает удовлетворительное согласие с опытными данными.

В действующих зарубежных нормативных документах ACI 318-14 [213, 216] и EN 1992-1-1 [225] представлены требования к расчету по прочности железобетонных элементов при косом внецентренном сжатии:

- методом обратной нагрузки [213, 216];
- методом силовых горизонталей в ACI 318-14 [213, 216] с использованием зависимости (1.15), в EN 1992-1-1 [225] по формуле (1.14), при $\alpha = \beta$, где параметр α принимается, равным от 1 до 2 в соответствии с п. 5.8.9;
- по общему методу, основанному на нелинейном расчете [225] (деформационный подход).

На сегодняшний день в нашей стране в соответствии с нормативными документами, устанавливающими требования к проектированию железобетонных конструкций [166], расчет по прочности нормальных сечений косоизгибаемых железобетонных элементов следует выполнять на основе нелинейной деформационной модели. В пособии к СП 63.13330.2012 [101] указан также практический метод расчета по прочности косоизгибаемых железобетонных элементов, предложенный И. К. Никитиным. В [68] отмечено, что при условии достижения всеми растянутыми стержнями деформаций не менее R_s/E_s использование прямоугольной эпюры напряжений в сжатой зоне бетона при расчете по прочности косоизгибаемых элементов, приведет к превышению несущей способности не более чем на 2,4% по сравнению с расчетом по нелинейной деформационной модели.

В новом нормативном документе, устанавливающем требования к проектированию сталефибробетонных конструкций СП 360.1325800.2017 [167], впервые введен расчет по прочности нормальных сечений на основе нелинейной деформационной модели. Однако в силу известной трудоемкости его численной реализации широкое применение данного метода для расчета косоизгибаемых элементов в проектной практике вызывает определенные трудности.

1.2.3 Границы переармирования косоизгибаемых железобетонных элементов

Определение граничных условий при расчете по прочности косоизгибаемых железобетонных элементов – трудоемкая задача, требующая испытания большого количества образцов. Вследствие чего некоторые предложения по установлению граничных условий для косоизгибаемых элементов носят скорее теоретический характер, чем экспериментальный, поскольку получены путем преобразований зависимостей для случая плоского изгиба.

Первые предложенные рядом авторов [24, 26, 37, 57, 157, 177, 184] зависимости основывались на условии для случая плоского изгиба, установленном нормативными документами НиТУ 123-55 и СНиП II-B.1-62* [116, 160]:

$$S_b \leq \zeta S_0, \quad (1.16)$$

где S_0 – статический момент площади всего рабочего сечения бетона относительно оси, проходящей через точку приложения равнодействующей усилий в арматуре площадью A_s ; S_b – статический момент площади сечения сжатой зоны бетона относительно оси, проходящей через точку приложения равнодействующей усилий в арматуре площадью A_s ; ζ – коэффициент, по [116] $\zeta=0,8$; по [160] – зависит от марки бетона и определяется по табл. 22* [160].

В нормативных документах СНиП II-B.1-62* [160] также было предложено новое условие для проверки граничного армирования элементов прямоугольного поперечного сечения, подверженных косому изгибу:

$$\frac{\frac{S_{bx}}{S_{0x}} + \frac{S_{by}}{S_{0y}} \sqrt{\operatorname{tg} \beta}}{\sqrt{1 + \operatorname{tg} \beta}} \leq \zeta, \quad (1.17)$$

где S_{0x} и S_{bx} – статические моменты площади всего рабочего сечения и сжатой зоны бетона соответственно, относительно оси, нормальной к оси X и проходящей через точку приложения равнодействующей усилий в арматуре, растянутой от действия момента M_x ; S_{0y} и S_{by} – статические моменты площади всего рабочего

сечения и сжатой зоны бетона соответственно, относительно оси, нормальной к оси Y и проходящей через точку приложения равнодействующей усилий в арматуре, растянутой от действия момента M_y ; β – угол наклона силовой плоскости.

Однако, по экспериментальным исследованиям [157, 177] условие (1.17) дает завышенные значения для косоизгибаемых элементов прямоугольного поперечного сечения. Вследствие чего ученые [24, 177, 184] предлагают выполнять проверку граничного армирования из условия (1.16), но статические моменты S_0 и S_b определять относительно оси параллельной нейтральной оси [177], или относительно оси перпендикулярной силовой плоскости [24, 26, 184].

С развитием теории расчета железобетонных конструкций и накоплением экспериментальных данных была получена новая зависимость для определения граничной относительной высоты сжатой зоны бетона ξ_R [161, 162]:

$$\xi_R = \frac{\omega}{1 + \frac{\sigma_{sR}}{\sigma_{sc,u}} \left(1 - \frac{\omega}{1,1}\right)}, \quad (1.18)$$

где σ_{sR} – напряжения в арматуре, принимаемые в зависимости от класса арматуры п. 3.12* [162].

В Полтавском инженерно-строительном институте проводились экспериментальные исследования с целью определения границы перearмирования косоизгибаемых железобетонных элементов [99, 100]. Установлено, что увеличение угла наклона силовой плоскости приводит к расхождению величин граничной относительной высоты сжатой зоны, полученных по формуле (1.18) и путем проведения испытаний. Предложено параметр ω (ξ_0 в СНиП II-21-75) определять по следующим зависимостям, при β , равном от 0 до 45° [99]:

$$\omega = 0,85 - 0,008 \cdot 0,6 \cdot R_b, \quad (1.19)$$

$$\omega_\beta = \omega(1 + 0,004\beta), \quad (1.20)$$

где ω_β ($\xi_{0\phi}$ в первоисточнике) – характеристика сжатой зоны бетона, зависящая от угла наклона силовой плоскости.

В работе [208] экспериментально установлено, что уравнение (1.18) недооценивает величину граничной относительной высоты сжатой зоны в косоизгибаемых керамзитожелезобетонных элементах прямоугольного поперечного сечения. Предложено ввести поправочный коэффициент m при определении характеристики сжатой зоны керамзитобетона:

$$\omega_m = \alpha \cdot m - 0,008R_b. \quad (1.21)$$

Коэффициент m определяется по следующей формуле

$$m = 2 - \cos\beta(1 - C_1 \sin\beta) - \sin\beta(1 - C_2 \cos\beta) \leq 1,25, \quad (1.22)$$

где $C_1 = \sin \arctg \frac{h}{b}$; $C_2 = \cos \arctg \frac{h}{b}$.

Зависимость для нахождения границы переармирования (1.18) основана на экспериментальных исследованиях железобетонных элементов, испытывающих плоский изгиб и внецентренное сжатие. Дальнейшее изучение элементов, работающих в условиях сложного напряженного состояния [22, 25], показало, что условие (1.18) нуждается в уточнении, поскольку в косоизгибаемых элементах следует ожидать большую деформативность крайних сжатых волокон, чем при плоском изгибе [48].

В рассматриваемой III стадии напряженно-деформированного состояния, характеризующей процесс разрушения изгибаемых элементов, на основании гипотезы плоских сечений и исходя из краевых предельных относительных деформаций сжатого бетона и относительных деформаций растянутой арматуры, соответствующих напряжениям R_s (рисунок 1.6), зависимость определения граничной относительной высоты сжатой зоны бетона имеет вид [22, 25, 68, 166]

$$\xi_R = \frac{x_R}{h_0} = \frac{\varepsilon_{b2}}{\varepsilon_{b2} + \varepsilon_{s0}} = \frac{1}{1 + \frac{\varepsilon_{s0}}{\varepsilon_{b2}}}, \quad (1.23)$$

где x_R – граничная высота сжатой зоны бетона, h_0 – рабочая высота сечения, ε_{b2} – максимальные деформации крайнего сжатого волокна бетона; ε_{s0} – деформации в растянутой арматуре соответствующие напряжениям R_s .

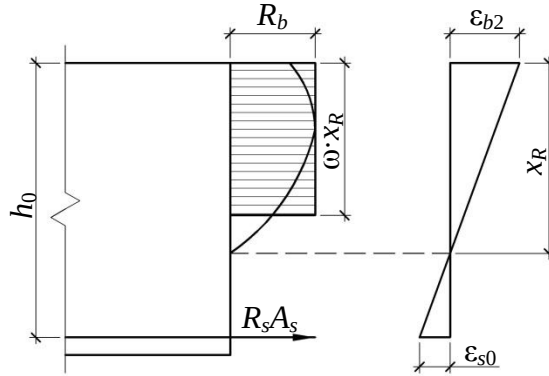


Рисунок 1.6 – Схема определения граничной относительной высоты сжатой зоны бетона в изгибаемом железобетонном элементе

Принимая равномерное распределение напряжений в сжатой зоне бетона выражение (1.23) имеет вид [68, 166]

$$\xi_R = \frac{\omega}{1 + \frac{\epsilon_{s0}}{\epsilon_{b2}}} . \quad (1.24)$$

Основываясь на выражениях (1.23) и (1.24) П. Ф. Вахненко [22, 23, 25] предложил найти максимальные деформации сжатого бетона ϵ_{b2} исходя из зависимости:

$$\sigma_b = E'_b \epsilon_b , \quad (1.25)$$

где E'_b – секущий модуль деформации бетона, определяемый как

$$E'_b = E_b (0,03 + 0,0047B) , \quad (1.26)$$

где E_b – начальный модуль деформации бетона, B – класс бетона.

Тогда с учетом выражений (1.25) и (1.26) зависимость (1.24) примет следующий вид

$$\xi_R = \frac{\omega}{1 + \frac{R_s}{\alpha R_b (0,03 + 0,0047B)}} , \quad (1.27)$$

где α – коэффициент приведения, равный $\alpha = \frac{E_s}{E_b}$, E_s – модуль упругости

арматуры, ω – коэффициент полноты эпюры сжатой зоны, определяемый как

$$\omega = 0,94 - 0,008R_b . \quad (1.28)$$

Для косоизгибаемых железобетонных элементов коэффициент полноты эпюры сжатой зоны ω в формуле (1.27) предложено находить в зависимости от угла наклона силовой плоскости ω_β

$$\omega_\beta = \omega \cdot n_\beta. \quad (1.29)$$

Коэффициент n_β определяется по следующей формуле

$$n_\beta = 1 + 0,065(1 + 0,1R_b) \left(1 - \frac{0,13}{k + 0,13} \right), \quad (1.30)$$

где $k = \frac{\beta}{\beta_{\max}}$; $\beta_{\max} = \arctg \frac{h}{b}$.

П. Ф. Вахненко [22, 23, 25] предлагает определять границу перearмирования косоизгибаемых железобетонных элементов из условия $\xi \leq \xi_R$, где относительная граничная высота сжатой зоны определяется по формуле (1.27), либо исходя из статических моментов инерции (1.16), с заменой коэффициента ζ на $0,9\omega$. При попытке вычислить значение граничной относительной высоты сжатой зоны по формуле (1.27) были получены противоречивые результаты, вероятно в формуле была сделана опечатка, выявить которую не удалось.

Зная предельную деформативность керамзитобетона ε_{b2} при сжатии граничную высоту сжатой зоны можно определить как [207, 208]

$$\xi_R = \frac{1}{1 + \frac{R_{s,n}}{m \cdot \varepsilon_{b2} \cdot E_s}}, \quad (1.31)$$

где $R_{s,n}$ – нормативное сопротивление арматуры растяжению.

В пособии к СП 63.13330.2012 [101] граница перearмирования косоизгибаемых железобетонных элементов для прямоугольного поперечного сечения определяется по следующей зависимости [68]

$$\xi = \frac{x_1}{h_{01}} = \frac{x}{h_{0i} + b_{0i} \cdot \operatorname{tg} \theta} \leq \xi_R, \quad (1.32)$$

где x_1 – высота сжатой зоны, перпендикулярная нейтральной оси; h_{01} – расстояние от рассматриваемого стержня до наиболее сжатого угла сечения, измеренное нормально к нейтральной оси; x – размер сжатой зоны бетона вдоль высоты

сечения; параметры h_{0i} и b_{0i} , указаны на рисунке 1.7; θ – угол наклона нейтральной оси относительно горизонтальной оси поперечного сечения; ξ_R – граничная относительная высота сжатой зоны бетона, величина которой получена преобразованием зависимости (1.24):

$$\xi_R = \frac{0,8}{1 + \frac{R_s}{700}}. \quad (1.33)$$

Тангенс угла θ определяется как

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{x^2}{2A_b}, \quad (1.34)$$

где A_b – площадь сжатой зоны бетона.

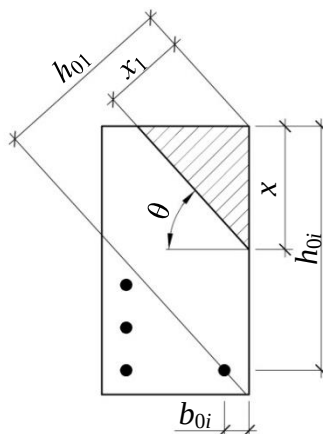


Рисунок 1.7 – К определению граничной относительной высоты сжатой зоны косоизгибаемого железобетонного элемента [68]

1.2.4 Экспериментальные исследования косоизгибаемых железобетонных элементов прямоугольного поперечного сечения

В рамках данной диссертационной работы наибольший интерес представляют испытания железобетонных образцов-балок прямоугольного сечения без предварительного напряжения. В таблице 1.2 приведен краткий обзор экспериментальных исследований железобетонных балок при воздействии косоугольного изгиба, содержащий геометрический размер, характеристики материалов и количество испытанных образцов, принимаемые углы наклона силовой

плоскости, момент трещинообразования и сравнение опытных и теоретических результатов.

Немаловажным вопросом при проведении экспериментального исследования косоизгибаемых элементов является создание условий, адекватных работе элемента в составе конструкции. Как правило, стандартные пресса не подходят для изучения воздействия на элемент косоуго изгиба, ввиду сложности, либо даже невозможности задания угла наклона силовой плоскости к поперечному сечению и обеспечения соответствующего опирания элемента. Вследствие чего возникает необходимость в разработке специальных опорных приспособлений, устройств, для передачи усилия нагружения или независимой экспериментальной установки.

В вышеуказанных экспериментальных исследованиях передача усилия от внешней нагрузки на образец-балку осуществлялась двумя способами:

1) Посредством опорных приспособлений задавался угол поворота балки, усилие нагружения передавалось через сконструированные устройства (кольца) [27, 57, 121, 157, 208].

2) Вертикальная и горизонтальная нагрузки создавались отдельно, и передавались на балку через специальные приспособления посредством грузовых платформ и укладываемых на них чугунных отливок, таким образом, чтобы силовая плоскость проходила через геометрический центр поперечного сечения элемента [2, 53, 169].

Экспериментальные исследования [57, 157] предполагали некоторую стесненность условий испытания: отсутствие свободных кручения и горизонтального перемещения, что обусловлено технической сложностью нагружения и соблюдения постоянного угла наклона силовой плоскости. В работе [157] при повороте балки ее возвращали в первоначальное положение, поддерживая тем самым угол наклона силовой плоскости неизменным.

Результаты опытных исследований подтвердили, что направление общего прогиба не совпадает с силовой плоскостью, и перпендикулярно нейтральной оси [27, 53, 57, 87, 157, 169, 208].

Таблица 1.2 – Экспериментальные исследования железобетонных элементов при воздействии косоугольного изгиба

Автор [источник]	Размер балки $l \times h \times b$, мм; расчетный пролет, мм	Характеристики бетона и продольной рабочей арматуры	Количество испытанных образцов, шт.	Угол наклона силовой плоскости β , °	Момент трещино- образования	Среднее арифм. расхождение теор. и эксп. разрушающих моментов
Н. И. Смолин [159]	2300×280×140	Тяжелый бетон $R^* = 20,2 \dots 31,1$ МПа; Арматура Ø10, 12 мм $\sigma_T = 223 \dots 278$ МПа, $\mu = 0,99 \dots 1,31\%$	6 шт. – на косой изгиб; 8 шт. – на плоский изгиб	0°, 27°, 28°	–	+ 4,42%
Жэнь Бэй- Юй [57]	2000×200×120 расчетный пролет 1800	Тяжелый бетон $R_m = 17 \dots 30$ МПа; Арматура Ø8 мм $\sigma_T = 230$ МПа, Ø10 мм $\sigma_T = 318$ МПа, $\mu = 1,12 \dots 1,57\%$	19 шт. – на косой изгиб; 3 шт. – на плоский изгиб	0°, 10°, 20°, 31°	0,3 М _р	от + 4,6 до + 16,1%
Л. И. Сердюк [157]	3000×300×150 расчетный пролет 2880	Тяжелый бетон $R_m = 17,8 \dots 35,3$ МПа; Арматура Ø10...18 мм класса А-III (А400), $\mu = 0,8; 1,2\%$	6 шт.	10°, 20°	0,1...0,2 М _р	+ 2,75% по методу М.С. Торяника; + 7,95% по методу изокрытых
Я. М. Левадный [87]	2000×200×120 расчетный пролет 1800	Тяжелый бетон $R^* = 61,6 \dots 62,8$ МПа; Арматура Ø10, 12 мм класса А-II (А300), $\mu = 1,64 \dots 2,06\%$	24 шт.	5°, 10°, 15°, 20°, 25°, 30°	0,25...0,3 М _р	–
А. Н. Павликов [121]	3000×240×160 расчетный пролет 2700	Тяжелый бетон, керамзитобетон $R^* = 20 \dots 32$ МПа; Арматура Ø10, 25 мм класса А-III (А400), $\mu = 0,67 \dots 1,8\%$	24 шт. – из керамзито- бетона; 8 шт. – из тяж. бетона	10°, 15°, 20°, 25°, 27°	0,1...0,15 М _р	+ 0,146%
К. И. Вилков [27]	3500×240×160 расчетный пролет 3000	Керамзитобетон $R_m = 14 \dots 34$ МПа; Арматура Ø8, 12, 16 мм класса А-III (А400), $\mu = 0,3 \dots 2,4\%$	32 шт.	15°, 30°	0,15...0,3 М _р	+ 1,2%

Продолжение таблицы 1.2

Автор [источник]	Размер балки $l \times h \times b$, мм; расчетный пролет, мм	Характеристики бетона и продольной рабочей арматуры	Количество испытанных образцов, шт.	Угол наклона силовой плоскости β , °	Момент трещино- образования	Среднее арифм. расхождение теор. и эксп. разрушающих моментов
В. Н. Строцкий [169]	3300×250×160 расчетный пролет 3000	Керамзитобетон $R_b = 6,37 \dots 7,9$ МПа; Арматура Ø8 мм класса А-III (A400), $\mu = 0,5\%$	5 шт. – на косой изгиб; 2 шт. – на плоский изгиб	0°, 9°30', 18°25', 33°40', 45°, 56°40', 78°40', 90°	–	+ 6,2%; + 8,9% при плоском изгибе; – 4,9%; – 7% при косом изгибе
Б. С. Чуприна [208]	3000×240×160 расчетный пролет 2720	Керамзитобетон $R_b = 14,5 \dots 23,2$ МПа; Арматура Ø16...32 мм класса А-III (A400), $\mu = 1,47 \dots 3,21\%$	32 шт. – на кратковрем. нагрузку; 8 шт. – длительно действующую нагрузку	от 10 до 33°	0,085...0,125 M_p	+ 4,3%
И. А. Дорожкова [53, 204]	3300×250×160 расчетный пролет 3000	1 серия тяжелый бетон $R^* = 24,5$ МПа; 2, 3 серии многослойные балки: наружные слои – тяжелый бетон $R^* = 39,2; 41,4$ МПа; внутренний слой – полистиролбетон $R^* = 1,1; 1,17$ МПа; Арматура Ø10 мм класса А-II (A300), $\mu = 0,4\%$	12 шт. – на косой изгиб; 6 шт. – на плоский изгиб	0°, 9,5°, 18,43°, 33,69°, 45°, 78,69°, 90°	–	3,1% для балок сплошного сечения; 3,5%; 2,4% для многослойных балок
А. С. Ажидинов [2]	3300×250×160 расчетный пролет 3000	Тяжелый бетон В20; Арматура Ø10 мм класса А-II (A300), $\mu = 0,4\%$	6 шт. – на косой изгиб; 2 шт. – на плоский изгиб	0°, 9°30', 18°25', 37°, 45°, 56°40', 78°40', 90°	0,4 M_p	+ 1,06%

Примечание – $R_{m,b}$ – кубиковая прочность бетона; R_b – призмная прочность бетона; σ_t – физический предел текучести арматурной стали;
 R^* – нет данных об образцах, по которым получена прочность бетона на сжатие; M_p – разрушающий момент.

Экспериментальные исследования косоизгибаемых железобетонных элементов показали снижение момента трещинообразования [2, 27, 53, 121, 169] и несущей способности [2, 27, 53, 157, 208], а также возрастание прогибов [2, 53, 87] с увеличением угла наклона силовой плоскости. В работе [208] отмечено, что наибольшее влияние на снижение несущей способности оказывает угол наклона силовой плоскости, так при изменении угла β от 10 до 30°, уменьшение несущей способности косоизгибаемого керамзитожелезобетонного элемента достигает от 28 до 35%.

Характер разрушения косоизгибаемого железобетонного элемента зависит от реализации прочностных и деформативных свойств арматурных стержней в процессе нагружения, так перearмированным элементам присуще внезапное хрупкое разрушение, что нежелательно. Изучение работы арматурных стержней зависит от их расположения по сечению косоизгибаемого элемента:

- размещение центра тяжести растянутой арматуры в силовой плоскости [57, 121, 157, 208];
- симметричное армирование [2, 27, 53, 121, 169, 208].

В работе Н. И. Смолина [159] арматурные стержни были расположены вблизи наиболее растянутого угла сечения, однако в испытанных образцах их центр тяжести не принадлежал силовой плоскости, вследствие чего в действительности балки испытывали косой изгиб с кручением.

Н. И. Смолин [159] установил, что арматурные стержни, расположенные от нейтральной оси на расстоянии большем, чем 0,25 расстояния от наиболее напряженного стержня до нейтральной оси, к моменту разрушения достигают предела текучести. Другие исследователи отмечают, что это расстояние должно быть больше 0,4 расстояния от наиболее нагруженного стержня до нейтральной оси [24, 26, 208].

Л. И. Сердюк [157] сравнил расположение арматурных стержней по сечению элемента и установил, что центр тяжести арматуры площадью a_y , необходимо располагать ближе к наиболее растянутому углу сечения, тем самым увеличивая плечо пары сил и несущую способность косоизгибаемого элемента.

Если конструктивные требования не позволяют выполнить данное условие, то возможно уменьшение диаметра арматуры площадью a_y , и увеличение углового наиболее нагруженного стержня.

В процессе экспериментального исследования Б. С. Чуприна [208] рассмотрено влияние различного расположения продольной рабочей арматуры по сечению косоизгибаемого керамзитожелезобетонного элемента. Установлено, что при размещении центра тяжести арматуры в силовой плоскости обеспечивается более полное использование прочностных свойств арматуры, и повышается несущая способность балок, что обусловлено увеличением плеча внутренней пары сил. Таким образом, несимметричное армирование будет более рациональным.

Следует отметить, что ученые по-разному трактуют момент разрушения экспериментальных балок. За момент разрушения экспериментальных образцов принимали:

- момент наступления текучести в последнем, менее нагруженном стержне [57, 159];
- момент достижения наиболее напряженным стержнем относительных деформаций, равных по величине 5% [159];
- момент, определенный по величине полной нагрузки, при которой происходило разрушения балки [157];
- раскрытие трещины более 1 мм [2];
- образование лещадок а сжатой зоне бетона [2];
- значительное приращение деформаций без увеличения внешней нагрузки [2].

Экспериментальные исследования [157] подтвердили, что плоскости действия внешних и внутренних усилий в косоизгибаемом железобетонном элементе совпадают или параллельны в процессе нагружения вплоть до разрушения.

Исследователи отмечают поворот нейтральной линии в процессе нагружения косоизгибаемого элемента, более существенный на начальных этапах [169]. В непереармированном керамзитожелезобетонном элементе площадь сжатой зоны увеличивается с ростом нагрузки, в переармированных – сначала несколько уменьшается, а затем увеличивается [208]. При построении эпюр относительных деформаций арматуры и керамзитобетона по сечению косоизгибаемого элемента, А. Н. Павликов [121] отмечает, что определение положения нейтральной оси, исходя из показаний датчиков бетона и арматуры, дает одинаковые результаты.

При косом изгибе появление угла закручивания и крутящего момента неизбежно, несмотря на то, что в расчетах данными величинами, как правило, пренебрегают. Их возникновение может быть вызвано множеством факторов [57, 157], в т. ч.:

- несовпадением силовой плоскости и плоскости прогиба;
- сложностью приложения усилия нагружения в центр тяжести поперечного сечения;
- неточностью угла наклона силовой плоскости;
- отклонением фактических размеров образца от проектных;
- неточностью при установке или смещением арматуры при бетонировании;
- смещением центра тяжести поперечного сечения при появлении трещин в процессе нагружения и пр.

Следовательно, экспериментальная оценка величин угла закручивания и крутящего момента имеет практическое значение. Ученые [53, 57, 157] установили, что при малых величинах угла закручивания влиянием крутящего момента можно пренебречь. Л. И. Сердюк [157] отмечает присутствие крутящего момента при косом изгибе, величина которого составила от 5 до 9% от величины изгибающего момента при величине нагрузки близкой к разрушающей; а угол закручивания в зоне действия постоянного момента составил от 0,3 до 1,3°. В

работе [57] указано, что величина крутящего момента составляла 1,8% от разрушающего, а угол закручивания балок находился в пределах от 0,06 до 0,55°. В процессе исследования трехслойных балок с монолитно связанными слоями [53] величина угла закручивания не превышала 0,023°.

Выводы по первой главе и направление дальнейших исследований

Анализ различных экспериментально-теоретических исследований сталефибробетона, фиброжелезобетонных элементов в условиях плоского изгиба, а также косоизгибаемых железобетонных элементов, позволяет сделать следующие выводы:

1. Многочисленные экспериментально-теоретические исследования сталефибробетона не вызывают сомнений в эффективности его применения в сочетании с регулярной арматурой в несущих конструкциях, которая заключается в повышении трещиностойкости, изменении работы материала после образования трещин, характерном для фибробетона вязком разрушении и пр.

2. Эффект улучшения прочностных и деформативных свойств в результате добавления фибрового армирования в бетонную матрицу зависит от рационально подобранных типа фибры и ее механических и геометрических характеристик, процентного содержания, состава исходной бетонной смеси, а также от размера, формы и технологии изготовления элемента, ориентации волокон в пространстве бетонной матрицы, ее прочностных и деформативных свойств, сцепления фибры с бетоном-матрицей.

3. Целесообразно исследовать возможность применения высокопрочной арматуры без предварительного напряжения в сочетании с фибровым армированием в элементах, работающих в условиях сложного напряженного состояния, экспериментально подтвержденную для случаев плоского изгиба и внецентренного сжатия.

4. Косоизгибаемые железобетонные элементы встречаются достаточно часто в практике проектирования. Не учет косых воздействий и приведение к

случаю плоского изгиба влечет за собой переоценку несущей способности железобетонного элемента.

5. Кроме известных параметров, оказывающих влияние на прочность железобетонного элемента в условиях плоского изгиба, несущая способность косоизгибаемого элемента зависит от угла наклона силовой плоскости, а также расположения стержней продольной рабочей арматуры. Характерной особенностью напряженно-деформированного состояния косоизгибаемого железобетонного элемента является наклон нейтральной оси относительно осей симметрии поперечного сечения элемента, так для железобетонного элемента прямоугольного поперечного сечения на практике возможны два случая формы сжатой зоны бетона – трапецевидная и треугольная.

6. На сегодняшний день имеется ряд предложений по расчету по прочности нормальных сечений косоизгибаемых железобетонных элементов, однако, все они достаточно разобщены: отсутствует единый общепринятый подход к оценке прочности таких элементов. Применение общих методов расчета, в т. ч. на основе деформационного подхода, усложняется ввиду отсутствия и, таким образом, необходимости разработки алгоритма и его реализации в виде расчетной программы.

7. Для проведения экспериментального исследования косоизгибаемых фиброжелезобетонных элементов требуется разработать специальные устройства для опирания и передачи усилия нагружения или независимый испытательный стенд.

8. Необходимо оценить величину граничной относительной высоты сжатой зоны в косоизгибаемых фиброжелезобетонных элементах.

В настоящее время не решена задача расчета по прочности нормальных сечений фиброжелезобетонных элементов, подверженных воздействию косоугольного изгиба. Для определения напряженно-деформированного состояния и дальнейшей разработки практического метода расчета по прочности таких элементов необходимо проведение экспериментального и численного исследований.

ГЛАВА 2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ФИБРОЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ, РАБОТАЮЩИХ В УСЛОВИЯХ КОСОГО ИЗГИБА

Существующие методы расчета по прочности косоизгибаемых железобетонных элементов подкреплены достаточным количеством обширных экспериментальных исследований на натурных образцах. Как уже отмечалось в первой главе, опытных данных о работе фиброжелезобетонных элементов на косой изгиб в нормативно-технической литературе найдено не было.

Цель эксперимента – опытное исследование напряженно-деформированного состояния и прочности косоизгибаемых фиброжелезобетонных элементов в зоне чистого косого изгиба при кратковременном нагружении.

2.1 Конструирование и изготовление экспериментальных образцов

2.1.1 Армирующие волокна

Для дисперсного армирования бетона применялась фибра ФСВ-А-0,30/30, что означает «фибра из стальной высокоуглеродистой проволоки (ФСВ), анкерного профиля (А), номинальным диаметром 0,30 мм и длиной 30 мм», производства ОАО «Белорусский металлургический завод» (ОАО «БМЗ»), как одна из наиболее популярных и распространенных в современной строительной практике. Общий вид фибры представлен на рисунке 2.1.

РУП «Институт БелНИИС» и НИИЖБ совместно были разработаны технические условия для применения фибры производства ОАО «БМЗ» на территории Российской Федерации (ТУ 14-1-5564-2008 [190]), а так же рекомендации по проектированию и применению сталефибробетонных конструкций на фибре из стальной проволоки производства ОАО «БМЗ» [141, 143].



Рисунок 2.1 – Общий вид фибры ФСВ-А-0,30/30 производства ОАО «БМЗ»

На основании изученной литературы [83, 85, 91, 122, 137, 214, 215, 222, 251] фибра для армирования экспериментальных образцов была выбрана таким образом, чтобы, имея небольшой диаметр, ее относительная длина l_f / d_f была равна 100 ($l_f / d_f = 100$). Изогнутые концы армирующих волокон – анкера способствуют лучшему сцеплению с бетоном-матрицей. Для всех фиброжелезобетонных образцов был принят процент фибрового армирования по объему, равный 2%, рекомендованный в частности в [137].

2.1.2 Конструктивное решение экспериментальных образцов

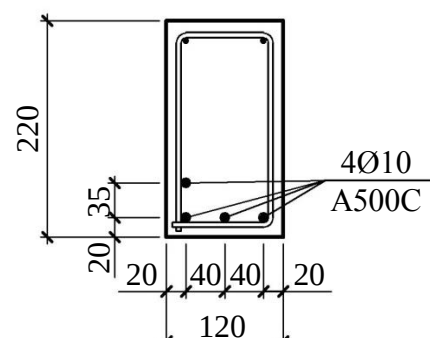
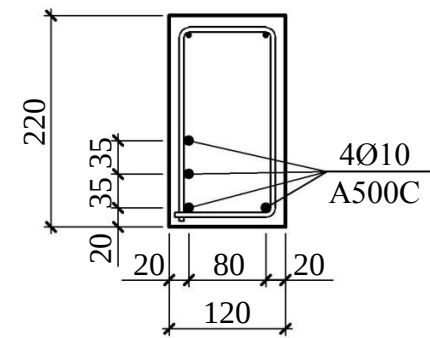
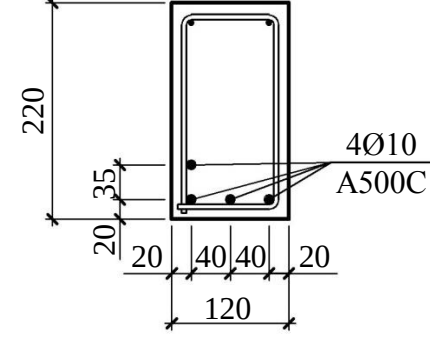
Программой экспериментального исследования было предусмотрено два основных направления:

1. Изучение работы косоизгибаемых фиброжелезобетонных элементов с регулярным армированием стержнями из мягкой стали;
2. Изучение работы косоизгибаемых фиброжелезобетонных элементов, армированных высокопрочными стержнями.

Последнее направлено на доказательство гипотезы об эффективности использования в косоизгибаемых элементах высокопрочной арматуры без предварительного напряжения в сочетании с дисперсно-распределенной в объеме бетона-матрицы стальной фиброй. Данная гипотеза экспериментально подтверждена в [3, 88, 117, 237, 256] для элементов, работающих на чистый изгиб.

С целью максимального приближения работы экспериментальных образцов к работе реальных конструктивных элементов на кривой изгиб были сконструированы и изготовлены балки размером $2460 \times 220 \times 120$ ($l \times h \times b$) мм. Общее количество экспериментальных балок – 14 штук. Всего 7 серий, в каждой серии по две балки близнеца. Описание серий балок представлено в таблице 2.1. Схемы армирования балок представлены на рисунках 2.2 и 2.3.

Таблица 2.1 – Характеристика экспериментальных образцов

Тип балки	Серия	Шифр балки	Угол наклона силовой плоскости, β	Схема армирования поперечного сечения балки в зоне чистого кривого изгиба	Количество балок, шт.
Железобетонная балка с продольной рабочей арматурой 4Ø10 класса А500С	1	ЖБ1	10°		2 шт.
	2	ЖБ2	20°		2 шт.
Фиброжелезобетонная балка с продольной рабочей арматурой 4Ø10 класса А500С	3	ФЖБ1.1	10°		2 шт.

Продолжение таблицы 2.1

Тип балки	Серия	Шифр балки	Угол наклона силовой плоскости, β	Схема армирования поперечного сечения балки в зоне чистого косого изгиба	Количество балок, шт.
Фиброжелезобетонная балка с продольной рабочей арматурой 4 $\varnothing$ 10 класса A500C	4	ФЖБ1.2	20°		2 шт.
	5	ФЖБ1.3	20°		2 шт.
Фиброжелезобетонная балка с продольной рабочей арматурой $\varnothing$ 14 класса Ат800	6	ФЖБ2.1	10°		2 шт.
	7	ФЖБ2.2	20°		2 шт.

Рисунок 2.2 – Схема армирования балок серий ЖБ1, ЖБ2, ФЖБ1.1, ФЖБ1.2 и ФЖБ1.3

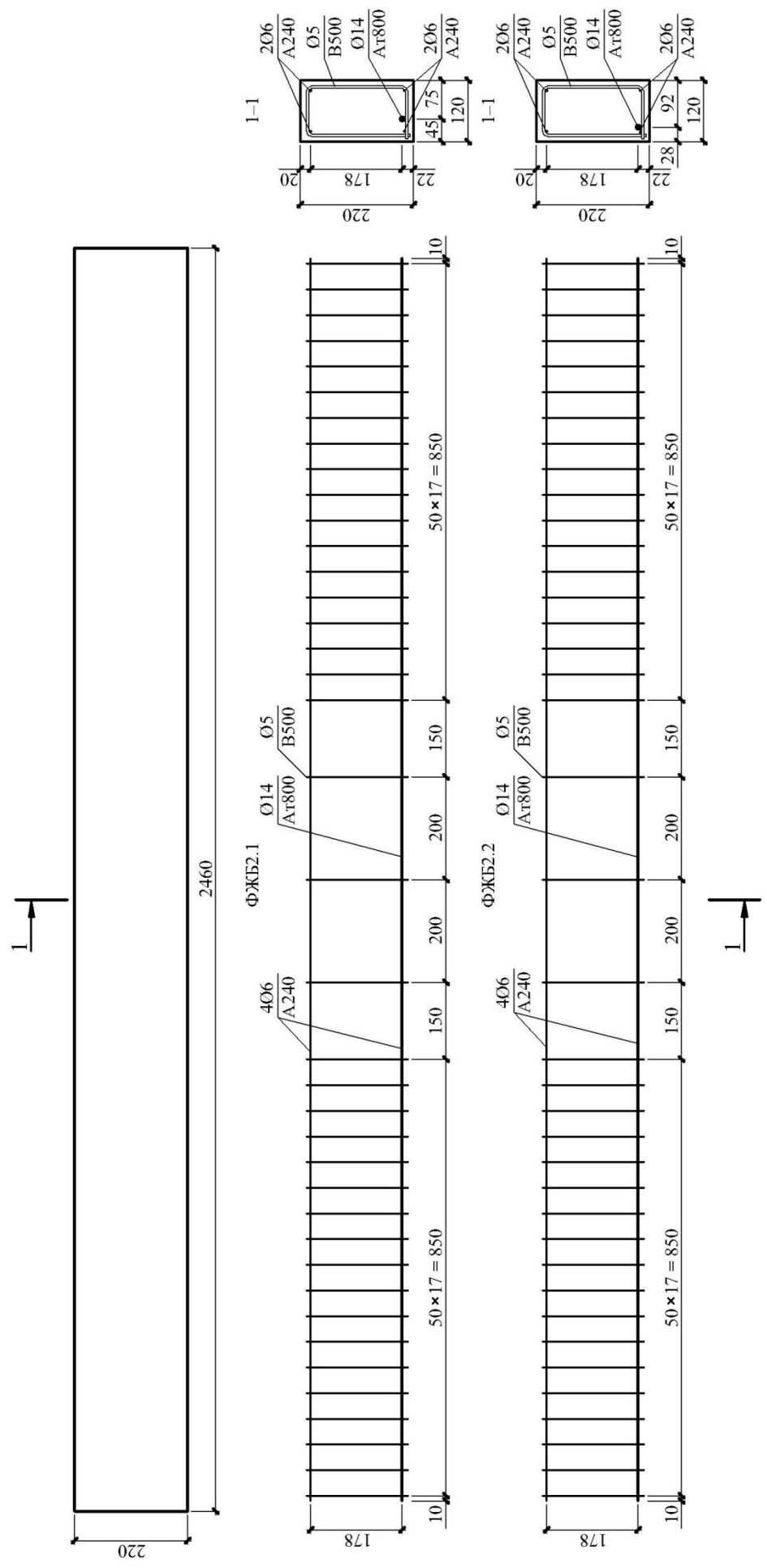


Рисунок 2.3 – Схема армирования балок серий ФЖБ2.1 и ФЖБ2.2

Во всех балках была установлена продольная рабочая арматура, способная воспринять близкое по величине растягивающее усилие, а именно – 4 арматурных стержня диаметром 10 мм класса А500С или 1 арматурный стержень диаметром 14 мм класса Ат800. Продольная рабочая арматура располагается таким образом, чтобы плоскость действия внешних сил, проходила через центр тяжести арматуры и геометрический центр поперечного сечения конструктивного элемента. Экспериментальные образцы сконструированы в соответствии с углом β – углом между силовой плоскостью и плоскостью, проходящей через вертикальную ось симметрии поперечного сечения и продольную ось балки, равным по величине 10 или 20° для разных серий балок.

Для формирования пространственного каркаса конструктивно установлены продольные арматурные стержни диаметром 6 мм класса А240. В качестве поперечной арматуры применяются замкнутые хомуты диаметром 5 мм класса В500.

Балки серии ФЖБ1.3 являются аналогами балок серии ФЖБ1.2, отличаясь лишь тем, что в зоне чистого косого изгиба отсутствуют замкнутые хомуты и конструктивная арматура. Эти балки сконструированы с целью установить – влияет ли расположение конструктивно установленной арматуры низкого класса и небольшого диаметра на расположение плоскости действия внутренних усилий, поворот которой может послужить причиной возникновения крутящего момента, а наличие замкнутых хомутов на его восприятие в косоизгибаемых элементах.

Ввиду того, что эксперименты нацелены на изучение средней трети пролета балки – зоны действия постоянного момента (зоны чистого косого изгиба), в крайних третях пролета установлено усиленное поперечное армирование хомутами с шагом 50 мм, во избежание разрушения по наклонному сечению.

2.1.3 Изготовление экспериментальных образцов

Экспериментальные образцы были изготовлены на ОАО «Кузнечевский комбинат строительных конструкций и материалов» (г. Архангельск):

1. Образцы без фибрового армирования, в количестве:

- железобетонные балки – 4 шт;
- бетонные призмы $100 \times 100 \times 400$ мм – 3 шт;
- бетонные призмы $55 \times 55 \times 400$ мм – 3 шт;
- бетонные кубы $100 \times 100 \times 100$ мм – 6 шт.

2. Образцы, армированные фиброй, в количестве:

- фиброжелезобетонные балки – 10 шт;
- фибробетонные призмы $100 \times 100 \times 400$ мм – 3 шт;
- фибробетонные призмы $55 \times 55 \times 400$ мм – 3 шт;
- фибробетонные кубы $100 \times 100 \times 100$ мм – 6 шт.

Балки и кубы были изготовлены в стальных формах. Для призм была использована опалубка из ламинированной фанеры толщиной 18 мм. Предварительно опалубка и формы были очищены и смазаны минеральным маслом. Общий вид опалубки и форм для изготовления экспериментальных образцов представлен на рисунке 2.4.



Рисунок 2.4 – Общий вид опалубки и форм для изготовления экспериментальных образцов

Соединения арматурных стержней в каркасах выполнены вязальной проволокой. Общий вид форм с установленными арматурными каркасами для бетонирования железобетонных и фиброжелезобетонных балок, представлен на рисунке 2.5.

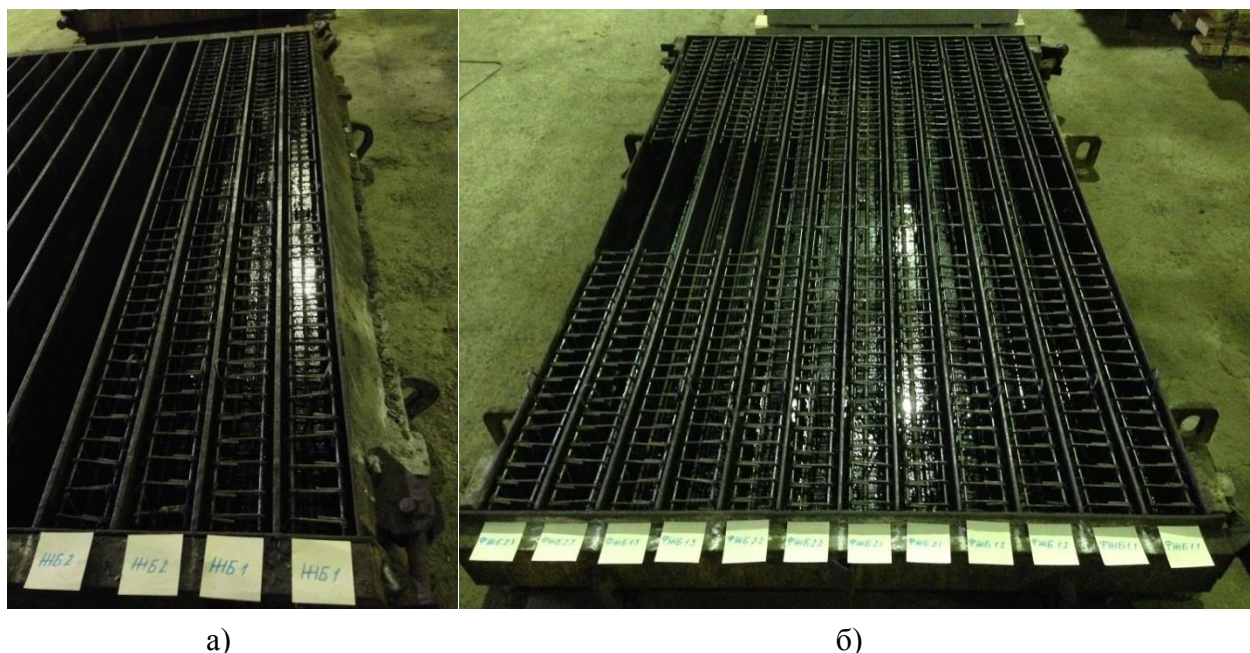


Рисунок 2.5 – Общий вид форм с установленными арматурными каркасами для бетонирования железобетонных (а) и фиброжелезобетонных (б) балок

Для изготовления балок применялся мелкозернистый бетон. В качестве вяжущего был использован портландцемент производства ОАО «Мордовцемент» марки ЦЕМ I 42,5Б, класса прочности не менее 42,5 МПа. Мелкий заполнитель – песок модулем крупности $M_k = 2,48$, влажностью $W = 3\%$. Для ускорения процесса твердения использована добавка типа «Реламикс», что продиктовано рекомендациями страны изготовителя применяемой фибры [136]. Добавка также помогает снизить водоцементное отношение, что впоследствии скажется на повышении прочности материала. Состав бетонной и фибробетонной смеси представлен в таблицах 2.2 и 2.3 соответственно.

Таблица 2.2 – Состав бетонной смеси

Компоненты смеси	Количество на 1м^3 , кг
Портландцемент ЦЕМ I 42,5Б	600
Песок $M_k=2,48$, $W=3\%$	1410
Вода	200
«Реламикс», $\rho=1,180 \text{ кг/см}^3$	14

Таблица 2.3 – Состав фибробетонной смеси

Компоненты смеси	Количество на 1м ³ , кг
Портландцемент ЦЕМ I 42,5Б	600
Песок $M_k=2,48$, $W=3\%$	1410
Вода	200
«Реламикс», $\rho=1,180$ кг/см ³	14
Фибра ФСВ-А-0,30/30, 2%	157

Бетонная и фибробетонная смеси были изготовлены в бетоносмесителе принудительного действия СБ-138Б объемом 1500 л. В готовую смесь мелкозернистого бетона постепенно вводилась фибра для ее равномерного распределения в объеме. Затем смесь была подана в бадье к месту укладки. Все балки были забетонированы с одного замеса. Бетонную смесь при укладке уплотняли вибрированием на вибростоле, фибробетонную – штыкованием и вибрированием на вибростоле.

Образцы были распалублены на 7 сутки и хранились в цехе с относительной влажностью воздуха 89% и температурой от 18 до 20°C.

2.2 Прочностные и деформативные характеристики материалов

Прочностные и деформативные характеристики бетона и фибробетона определялись на образцах-кубах и призмах изготовленных одновременно с экспериментальными балками. Все образцы перед началом испытаний проверялись на наличие дефектов, измерялись их линейные размеры и вес.

Экспериментальные исследования по определению прочностных и деформативных характеристик материалов проводились в лабораториях СПбГАСУ. Испытания бетонных и фибробетонных образцов-кубов и призм были выполнены, а полученные в результате опытные данные обработаны в соответствии с ГОСТ 10180-2012 [45] и ГОСТ 24452-80 [47]. Испытания арматурной стали на растяжение были проведены в соответствии ГОСТ 12004-81 [46].

2.2.1 Испытания на сжатие и растяжение бетонных и фибробетонных образцов

Для определения кубиковой прочности бетона и фибробетона были изготовлены образцы-кубы размером $100 \times 100 \times 100$ мм. Общее количество кубов – 12 шт., по 6 бетонных и фибробетонных образцов в каждой серии. Бетонные кубы были испытаны на сжатие в гидравлическом прессе 2ПГ-50, фибробетонные – в гидравлическом прессе ПММ-250, общий вид образцов в процессе испытания представлен на рисунке 2.6. Образцы устанавливались таким образом, чтобы сжимающая сила действовала параллельно слоям укладки бетонной (фибробетонной) смеси, и центрировались по насечкам на плите пресса. Нагружение выполнялось непрерывно вплоть до разрушения образца. Максимальная величина усилия принята за разрушающую нагрузку.



Рисунок 2.6 – Общий вид бетонных (а) и фибробетонных (б) образцов-кубов в процессе испытания на сжатие

Бетонные кубы разрушались хрупко и после испытания представляли собой форму двух усеченных пирамид. Фибробетонные образцы разрушались с характерным потрескиванием, которое свидетельствовало о выдергивании фибр из тела бетона-матрицы. Образец «набухал», и его боковые грани постепенно отслаивались.

Общий вид образцов-кубов после разрушения представлен на рисунке 2.7.



а)



б)

Рисунок 2.7 – Общий вид бетонных (а) и фибробетонных (б) образцов-кубов после разрушения

Призменная прочность бетона и фибробетона определялась путем испытаний на сжатие стандартных образцов-призм размером $100 \times 100 \times 400$ мм. Общее количество призм – 6 шт., по 3 бетонных и фибробетонных образца в каждой серии.

Предварительно на поверхности каждой призмы были нанесены оси для последующей центровки и подготовлены площадки для установки приборов. Для измерения продольных деформаций образца применялись электромеханические тензометры Н. Н. Аистова ТА-2 с базой 100 мм. Призмы были испытаны в универсальной испытательной машине ГМС-50, опорные плиты которой допускали поворот торцов образца. Оси, нанесенные на поверхности призмы, совмещались с насечками на плитах пресса. Схема расстановки приборов и общий вид призмы в процессе испытания на сжатие представлены на рисунке 2.8.

Сначала призма нагружалась до уровня нагрузки, принятого за условный нуль – 2% от предполагаемой разрушающей нагрузки ($P_{\text{разр}}$), и далее ступенями, равными по величине $0,1P_{\text{разр}}$. До уровня нагрузки, равного $0,2P_{\text{разр}}$, контролировалось равенство деформаций четырех граней, отклонение между деформациями которых не должно превышать 15% [47]. При необходимости

призма разгружалась, центрировалась, и процесс повторялся заново с постоянным контролем равенства деформаций до уровня нагрузки, равного $0,4P_{\text{разр}}$. Выдержка на каждой ступени составляла 4–5 мин. Отсчеты по приборам фиксировались в начале и в конце каждой ступени нагружения. При уровне нагрузки, равном $0,6P_{\text{разр}}$, приборы снимались, и образец доводили до разрушения. Начальный модуль упругости определялся при уровне нагрузки, соответствующем 30% от разрушающей.

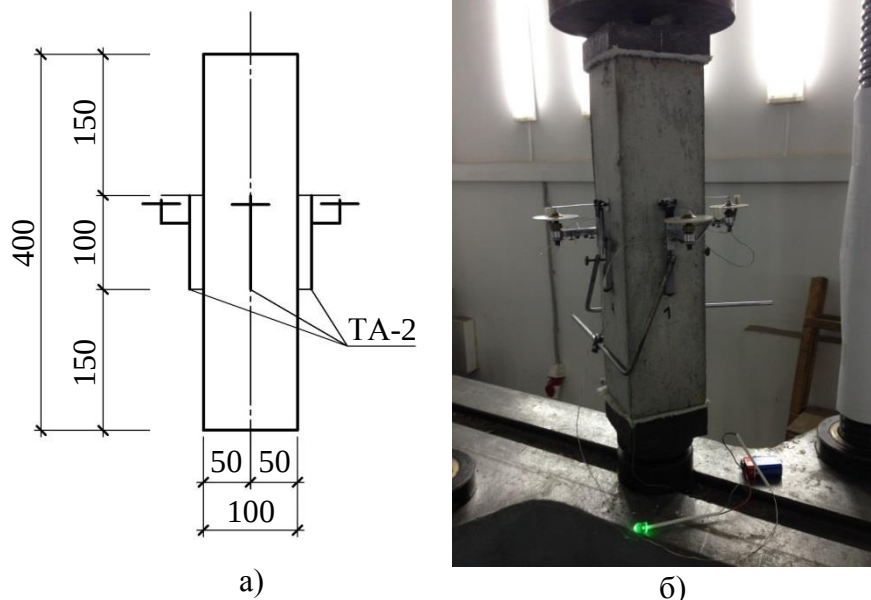


Рисунок 2.8 – Схема расстановки электромеханических тензометров Н. Н. Аистова ТА-2 (а) и общий вид призмы в процессе испытания на сжатие (б)

Характер разрушения призм из бетона и фибробетона, как и в случае с образцами-кубами значительно отличался. Бетонные призмы разрушались хрупко, с появлением магистральной трещины раздавался «хлопок» и образец мгновенно делился на части. Фибробетонные призмы разрушались вязко, с характерным потрескиванием и «набуханием», и даже после испытания части образца были соединены многочисленными деформированными фибрами, пронизывающими тело бетона-матрицы.

Бетонные образцы разрушались в основном по вертикальной трещине, а фибробетонные по наклонной, что также наблюдали другие исследователи [80,

168, 197, 198]. Автор не ставила перед собой задачу детального объяснения таких эффектов, вместе с тем, по нашему мнению, здесь срабатывает эффект сдерживания поперечных деформаций бетона фибрами. Фибры в определенной степени создают эффект «обоймы», когда формируется поле напряжений аналогичное трехосному сжатию. По экспериментальным исследованиям ряда авторов, в частности [92, 97, 98], известно, что процесс разрушения бетона в условиях трехосного сжатия сопровождается наклонной трещиной.

Общий вид образцов-призм после разрушения представлен на рисунке 2.9.



Рисунок 2.9 – Общий вид бетонных (а) и фибробетонных (б) образцов-призм после разрушения

Для определения прочности бетона и фибробетона на осевое растяжение разработана методика испытания образцов-призм, позволяющая также получить диаграмму деформирования материала с ниспадающей ветвью после достижения растягивающими напряжениями максимального значения.

Прочность бетона и фибробетона на растяжение определялась путем испытаний образцов-призм размером $55 \times 55 \times 400$ мм. Общее количество призм – 6 шт., по 3 бетонных и фибробетонных образца в каждой серии.

Призмы были испытаны в универсальной испытательной системе INSTRON 5989. Размер призм был определен возможностью установки образца в зажимных губках испытательной системы. В местах закрепления призмы возникает двухосное напряженно-деформированное состояние, вызванное усилием обжатия захватного устройства и прикладываемым усилием растяжения. Для

предотвращения преждевременного разрушения призмы в зонах двухосного напряженно-деформированного состояния выполнялось усиление фиброармированным пластиком (ФАП) – однонаправленной тканью из углеродного волокна для структурного усиления SikaWrap-530C с использованием двухкомпонентного клеевого состава на эпоксидной основе Sikadur-330. Схема установки призмы в зажимных губках испытательной системы и общий вид в процессе испытания на осевое растяжение представлены на рисунке 2.10.

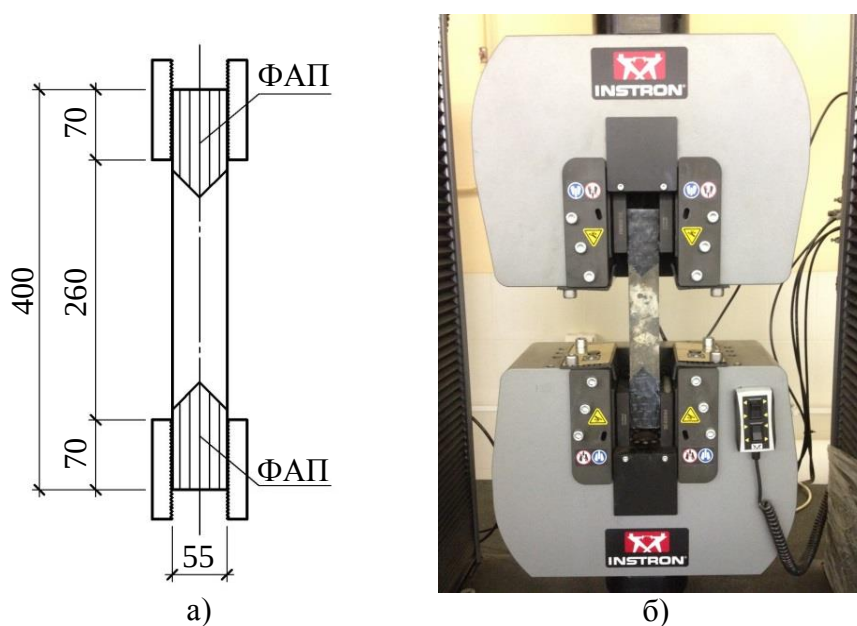


Рисунок 2.10 – Схема установки призмы в зажимных губках универсальной испытательной системы INSTRON 5989 (а) и общий вид в процессе испытания на осевое растяжение (б)

Универсальная испытательная система INSTRON 5989 позволила:

- обеспечить постоянную скорость нагружения в процессе испытания;
- получить данные о поведении образца после достижения максимальной нагрузки;
- посредством высокой автоматизации и современного программного обеспечения получить графики зависимости нагрузки от перемещений.

Аналогов, предложенной автором методики испытания фибробетонных образцов-призм на осевое растяжение в нормативно-технической литературе, не встречалось.

Поскольку для испытаний применялись образцы не стандартного размера [45] для вычисления прочности на осевое растяжение вводился поправочный коэффициент $\beta=0,815$, полученный экстраполированием значений, указанных в таблице 4 ГОСТ 10180-2012 [45].

Отметим, что после достижения максимальной нагрузки бетонная призма разрушалась практически мгновенно. Фибробетонная призма продолжала воспринимать нагрузку; наблюдалось увеличение деформаций и снижение нагрузки, что свидетельствовало о восприятии растягивающих усилий фиброй в трещине. Общий вид характерного разрушения образцов-призм, испытанных на осевое растяжение представлен на рисунке 2.11.



Рисунок 2.11 – Общий вид характерного разрушения бетонных (а) и фибробетонных (б) образцов-призм, испытанных на осевое растяжение

Прочностные и деформативные характеристики бетона и фибробетона, полученные посредством испытаний образцов-кубов на сжатие, и образцов-призм на сжатие и осевое растяжение, представлены в таблице 2.4.

Таблица 2.4 – Прочностные и деформативные характеристики бетона и фибробетона

Серия	Материал	Кубиковая прочность, МПа	Призменная прочность, МПа	Коэффициент призменной прочности	Предельные деформации при сжатии, ‰
1	Бетон	19,4	16,0	0,82	1,85
2	Фибробетон	47,1	29,1	0,62	3,50

Продолжение таблицы 2.4

Серия	Материал	Начальный модуль упругости, МПа · 10 ⁻³	Прочность на осевое растяжение, МПа	Плотность, кг/м ³
1	Бетон	18,0	0,75	2023
2	Фибробетон	20,5	2,57	2261

По результатам проведенных испытаний на сжатие бетонных и фибробетонных образцов-призм при помощи программы Table Curve 2D были получены аппроксимирующие кривые – диаграммы деформирования материалов до величины предельной нагрузки « $\sigma - \varepsilon$ », представленные на рисунках 2.12 и 2.13 соответственно.

Для бетонных образцов уравнение аппроксимирующей кривой имеет вид

$$\sigma_b = 0,0307 + 20,3393\varepsilon_b - 9,5588\varepsilon_b^{1,5} + 1,7816\varepsilon_b^{0,5}, \quad (2.1)$$

коэффициент детерминации $R^2 = 0,9982$.

Для фибробетонных образцов уравнение аппроксимирующей кривой имеет вид

$$\sigma_{fb} = \frac{0,1253 + 27,0802\varepsilon_{fb}}{1 + 0,6480\varepsilon_{fb}}, \quad (2.2)$$

коэффициент детерминации $R^2 = 0,9938$.

Испытания на осевое растяжение фибробетонных призм позволили получить диаграмму деформирования фибробетона « $\sigma_{fbt} - \varepsilon_{fbt}$ », представленную на рисунке 2.14.

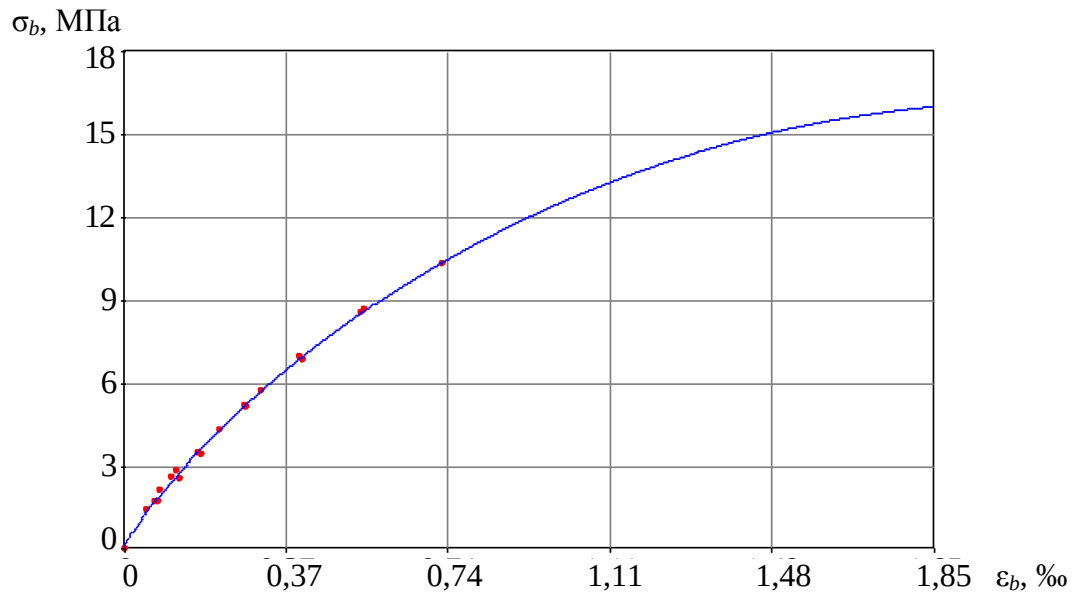


Рисунок 2.12 – Диаграмма деформирования бетона при сжатии « $\sigma_b - \varepsilon_b$ »

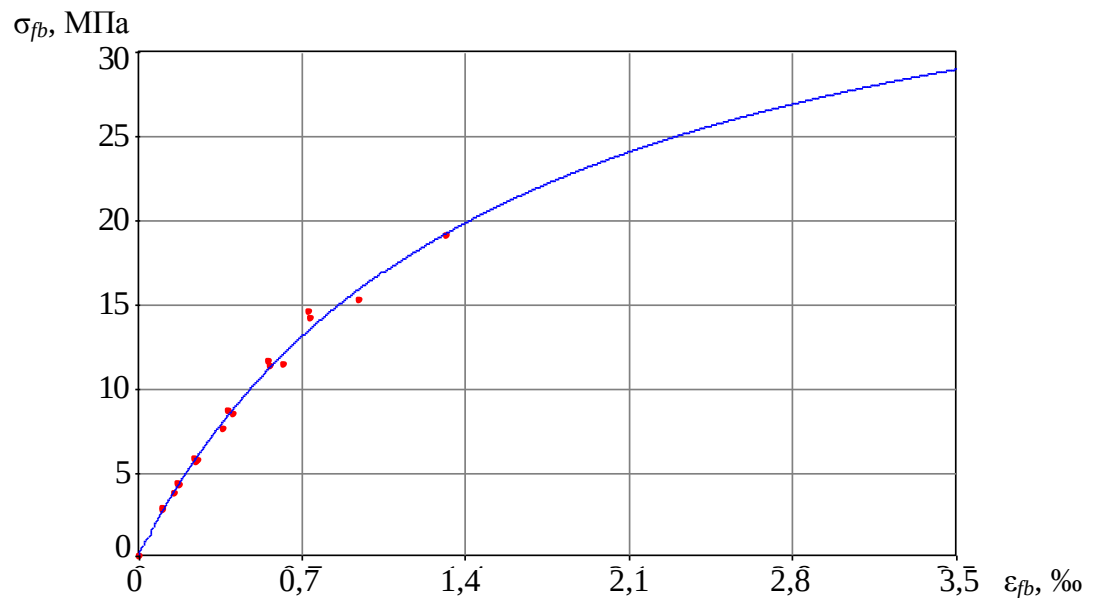


Рисунок 2.13 – Диаграмма деформирования фибробетона при сжатии « $\sigma_{fb} - \varepsilon_{fb}$ »

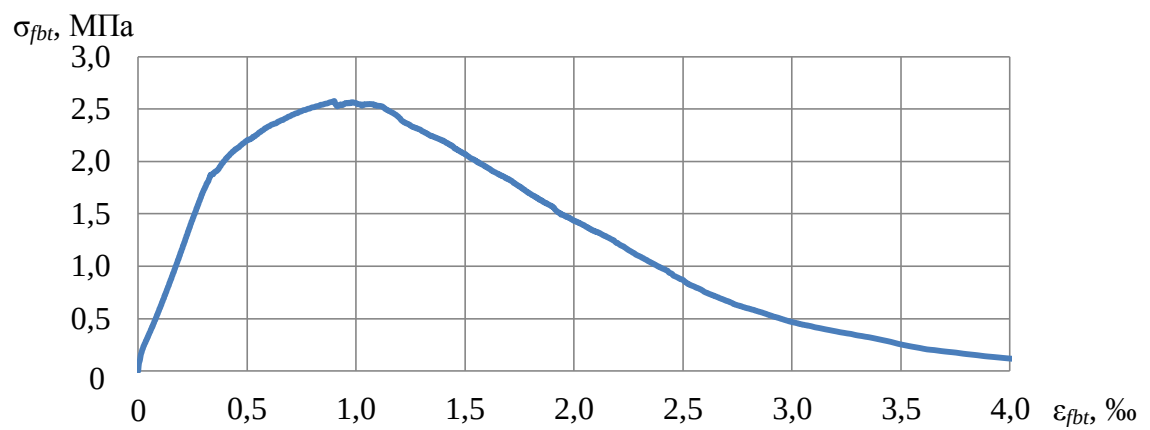


Рисунок 2.14 – Диаграмма деформирования фибробетона при осевом растяжении « $\sigma_{fbt} - \varepsilon_{fbt}$ »

Добавление фибры из стальной проволоки ФСВ-А-0,30/30 процентным содержанием, равным 2% по объему, в бетонную матрицу прочности на сжатие 16,0 МПа способствует значительному улучшению механических свойств полученного материала. Результаты проведенных испытаний показали:

- увеличение кубиковой прочности в 2,4 раза;
- увеличение призмной прочности в 1,8 раза;
- увеличение предельных деформаций при сжатии в 1,9 раза;
- увеличение начального модуля упругости на 14%;
- увеличение прочности на осевое растяжение в 3,4 раза по сравнению с контрольными образцами из мелкозернистого бетона.

Полученные данные согласуются с результатами испытаний, проведенными другими исследователями. В работах [112, 122] отмечено увеличение прочности фибробетона на сжатие в 2–3 раза. Повышение прочности на растяжение с введением фибрового армирования до 3 раз наблюдалось в исследовании [1]. В работе [197] указано увеличение начального модуля упругости фибробетона до 6–14%. Коэффициент призмной прочности, равный отношению призмной прочности к кубиковой, в основном коррелируется с данными других испытаний фибробетона на сжатие [51].

Исходя из вышеизложенного, подтвердился вывод об эффективности дисперсного армирования стальной фиброй мелкозернистого бетона.

2.2.2 Испытания арматурной стали на растяжение

Для получения адекватной картины напряженно-деформированного состояния опытных образцов-балок были проведены испытания образцов арматуры на растяжение.

Для определения прочностных и деформативных характеристик арматурной стали были подготовлены 2 серии образцов: диаметром 10 мм класса А500С и диаметром 14 мм класса Ат800. В каждой серии было испытано 5 образцов длиной 500 мм.

Арматурные стрежни диаметром 10 мм класса A500C были испытаны в универсальной испытательной системе INSTRON 5982. Деформации измерялись при помощи автоматического контактного экстензометра INSTRON Auto X с базой 200 мм, точностью ± 1 мкм. Общий вид образца в процессе испытания представлен на рисунке 2.15.



Рисунок 2.15 – Общий вид образца арматуры Ø10 класса A500C
в универсальной испытательной системе INSTRON 5982

Арматурные стрежни диаметром 14 мм класса At800 были испытаны в универсальной испытательной системе INSTRON 5989. Для измерения деформаций на образец устанавливался автоматический экстензометр INSTRON 2630 с базой 50 мм, точностью ± 1 мкм. Общий вид образца в процессе испытания представлен на рисунке 2.16.

Используя данные показаний экстензометра, программа каждой испытательной системы выполняет построение графика зависимости нагрузки от относительных деформаций.

Во избежание поломки приборов, образцы были испытаны с ограничением диапазона измерения относительных деформаций до 25‰ для первых двух и до 40‰ для остальных образцов арматуры класса A500C, до 30‰ для образцов арматуры класса At800. При достижении выше оговоренных значений относительных деформаций экстензометр автоматически отключался, снимался с арматурного стержня, и образец доводился до разрушения.



Рисунок 2.16 – Общий вид образца арматуры Ø14 класса At800
в универсальной испытательной системе INSTRON 5989

На основании полученных опытных данных были построены диаграммы растяжения арматуры класса A500C и класса At800, представленные на рисунках 2.17 и 2.18 соответственно. Крайняя точка на диаграммах свидетельствует о последнем снятии показаний с прибора, а не о разрушении образца.

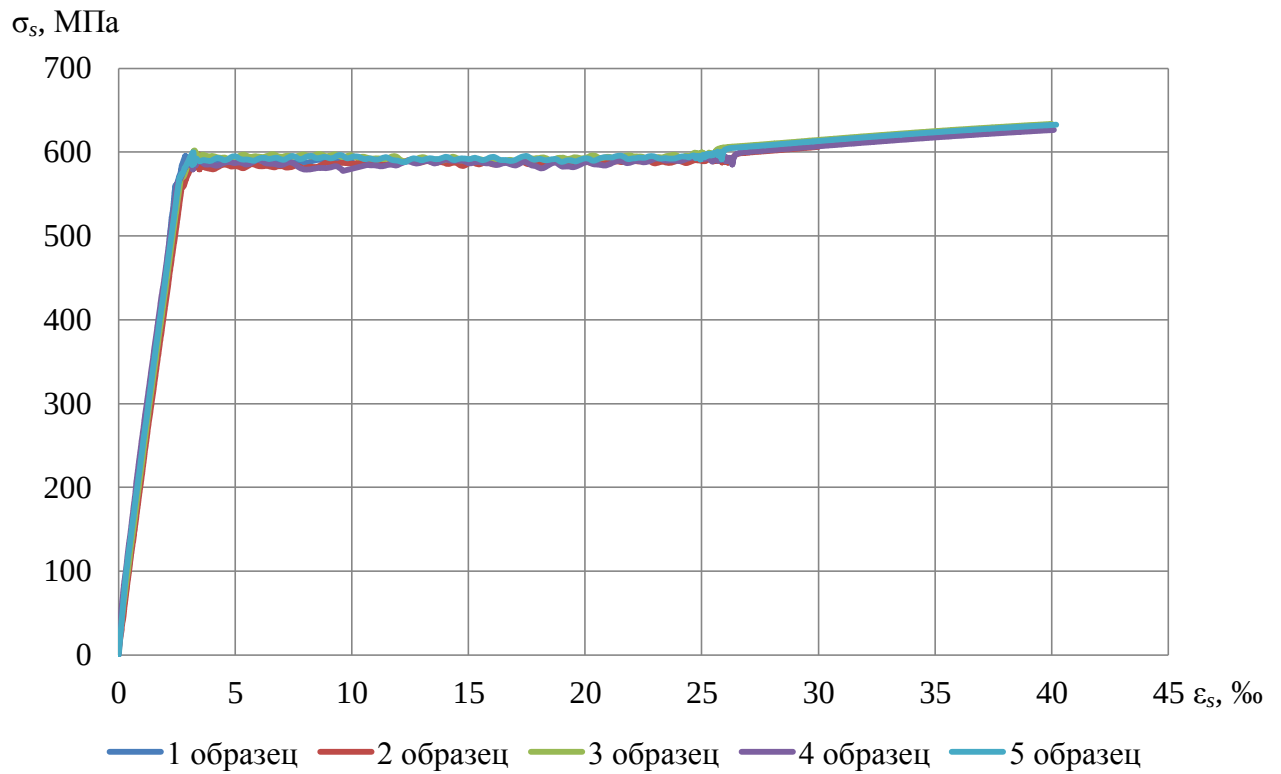


Рисунок 2.17 – Диаграмма растяжения арматуры класса A500C « $\sigma_s - \epsilon_s$ »

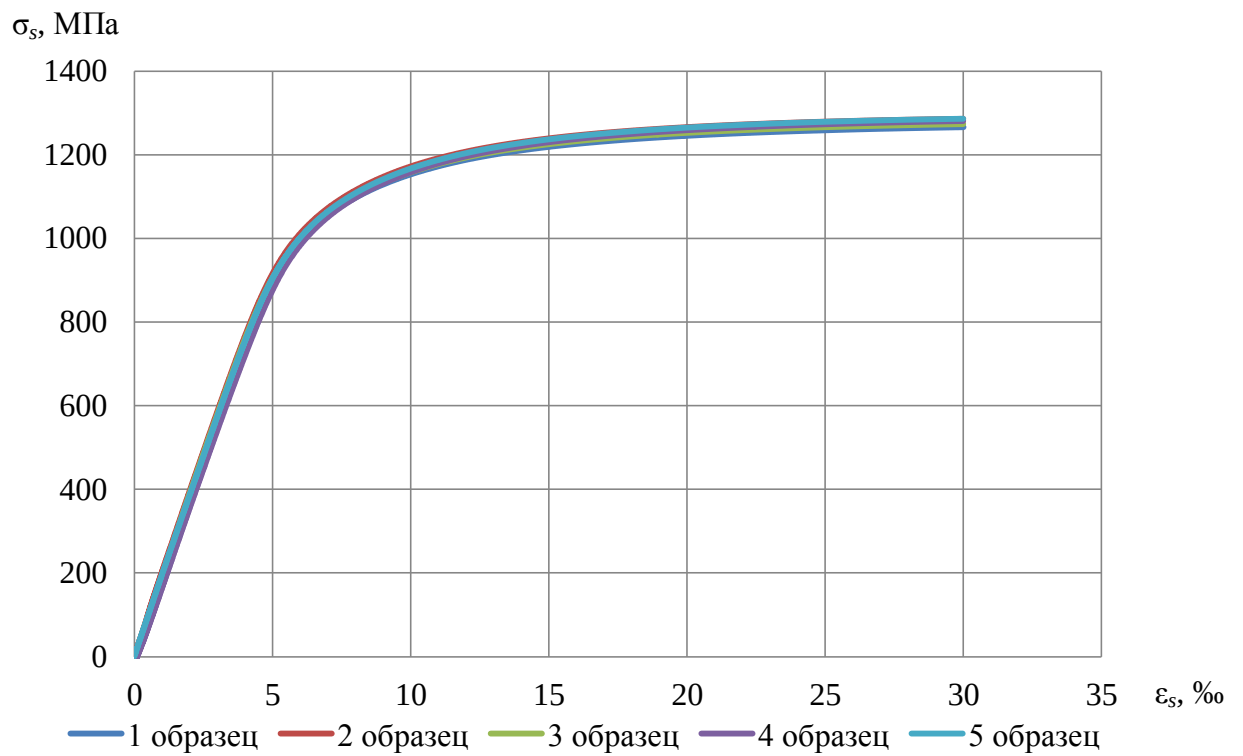


Рисунок 2.18 – Диаграмма растяжения арматуры класса At800 « $\sigma_s - \epsilon_s$ »

Проведенные испытания позволили получить прочностные и деформативные характеристики арматурной стали, использованной в образцах-балках (таблица 2.5).

Таблица 2.5 – Прочностные и деформативные характеристики арматурной стали

Серия	Образец	Физический предел текучести σ_T , МПа	Условный предел текучести $\sigma_{0,2}$, МПа	Деформации, соотв. физическому или условному пределу текучести ε_{s0} , ‰	Временное сопротивление σ_u , МПа	Модуль упругости E_s , МПа · 10 ⁻⁵
1	арматурный стержень Ø10 класса А500С	583,9	-	2,91	656,6	2,18
2	арматурный стержень Ø14 класса Ат800	-	1091,6	7,68	1281,7	1,92

2.3 Экспериментальная установка для проведения испытаний балок в условиях косого изгиба

Для изучения работы косоизгибаемых элементов прямоугольного поперечного сечения была запроектирована и изготовлена специальная экспериментальная установка, позволяющая прикладывать к балке сосредоточенные силы от внешней нагрузки под углом β в диапазоне от 0 до 90° относительно осей симметрии поперечного сечения. Общий вид установки представлен на рисунке 2.19.

Экспериментальная установка представляет собой пространственный металлический каркас, состоящий

- из двух торцевых рам выполненных из стальных прокатных швеллеров, воспринимающих внешнюю нагрузку;

- двух опорных рам изготовленных из стальных прокатных швеллеров, уголков и стального листа, выполняющего функцию поворотного диска-опоры;
- связей в виде стальных прокатных швеллеров, обеспечивающих целостность и устойчивость испытательной системы.



Рисунок 2.19 – Общий вид экспериментальной установки

Для удобства наблюдения процессов образования и развития трещин, а также снятия показаний приборов экспериментальная установка предполагает обратную схему испытания элемента – с поворотом на 180° относительно его положения в процессе эксплуатации. Угол β (угол наклона силовой плоскости) создается с помощью поворота и закрепления опорных дисков, на которые образец-балка опирается шарнирно в третях пролета.

На оба торца балки устанавливаются металлические колпаки с консольным стержнем, позволяющим прикладывать сосредоточенную силу в геометрический центр поперечного сечения. Далее крепятся швеллеры, выполняющие функцию направляющих для обеспечения постоянного угла наклона силовой плоскости.

Нагружение балки выполняется двумя сосредоточенными силами, таким образом, чтобы силовая плоскость проходила через геометрический центр поперечного сечения элемента и центр тяжести растянутой арматуры, что было учтено при конструировании образцов.

Схема испытания образцов-балок представлена на рисунке 2.20.

2.4 Методика проведения экспериментального исследования

Испытания образцов-балок были проведены в лаборатории СПбГАСУ. Предварительно все балки были проверены на наличие дефектов и трещин. На поверхностях балок были подготовлены площадки и крючки для установки, и крепления измерительных приборов.

В процессе экспериментального исследования были использованы следующие измерительные приборы:

- электромеханические тензометры Н. Н. Аистова ТА-2 с базой 100 мм для измерения деформаций;
- прогибомеры системы Н. Н. Аистова и В. Т. Овчинникова 6ПАО для измерения перемещений балки;
- система прогибомеров (ПЗ, П7 и П8) для измерения горизонтальных и вертикальных перемещений с целью вычисления угла закручивания поперечного сечения и определения плоскости полного прогиба.

Схема расстановки измерительных приборов представлена на рисунке 2.20.

После подготовки к испытанию фиксировались нулевые показания измерительных приборов. Нагружение образца выполнялось посредством двух сосредоточенных сил, создаваемых двумя гидравлическими домкратами модели ДГ20П150Г грузоподъемностью 20 т. Величина приложенной внешней силы фиксировалась с помощью кольцевых динамометров с индикаторами с ценой деления 1 мкм. Предварительно домкраты были подвергнуты тарированию в гидравлическом прессе 2ПГ-50.

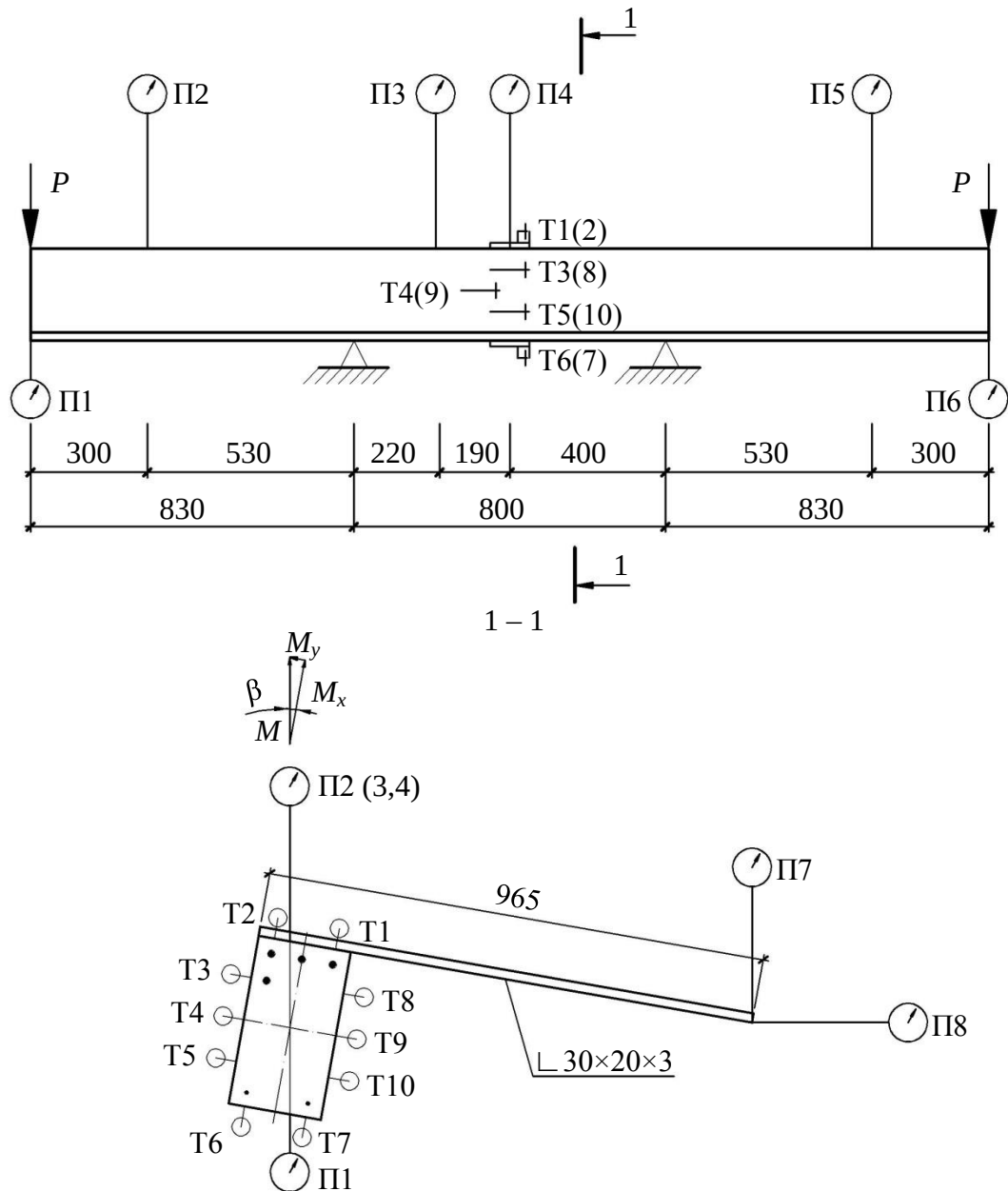


Рисунок 2.20 – Схема испытания образцов-балок и расстановки измерительных приборов: Т1-Т10 – электромеханические тензометры Н. Н. Аистова ТА-2; П1-П8 – прогибомеры системы Н. Н. Аистова и В. Т. Овчинникова 6ПАО; P – сосредоточенная сила, прикладываемая в процессе испытания; M – изгибающий момент, возникающий в зоне чистого косоуго изгиба; β – угол между силовой плоскостью и плоскостью, проходящей через вертикальную ось симметрии поперечного сечения и продольную ось балки

Нагружение образцов выполнялось ступенями по 0,1 от ожидаемой разрушающей нагрузки. За момент образования трещин принимался момент соответствующий нагрузке, при которой трещины становятся видны с нанесением на поверхность балки ацетона, приблизительно равные 0,005 мм. При достижении

нагрузкой величины, равной 0,7 от разрушающей, ступени уменьшались до 0,05 от ожидаемой разрушающей нагрузки. Выдержка на каждой ступени составила 10–15 минут. В процессе испытания фиксировались показания измерительных приборов, процесс образования и развития трещин, их шаг и ширина раскрытия, величина которой измерялась с помощью микроскопа МПБ-2 с ценой деления 0,05 мм. Нагружение выполнялось вплоть до момента, когда процесс дальнейшего увеличения нагрузки становился невозможным; наблюдалось падение нагрузки и происходило раздробление сжатой зоны бетона или фибробетона. Образцы-балки были испытаны при углах наклона силовой плоскости β , равных 10 и 20°.

Общий вид образца-балки в процессе испытания представлен на рисунках 2.21, 2.22 и 2.23.



Рисунок 2.21 – Общий вид образца-балки в процессе испытания с торца



Рисунок 2.22 – Общий вид образца-балки в процессе испытания с торца

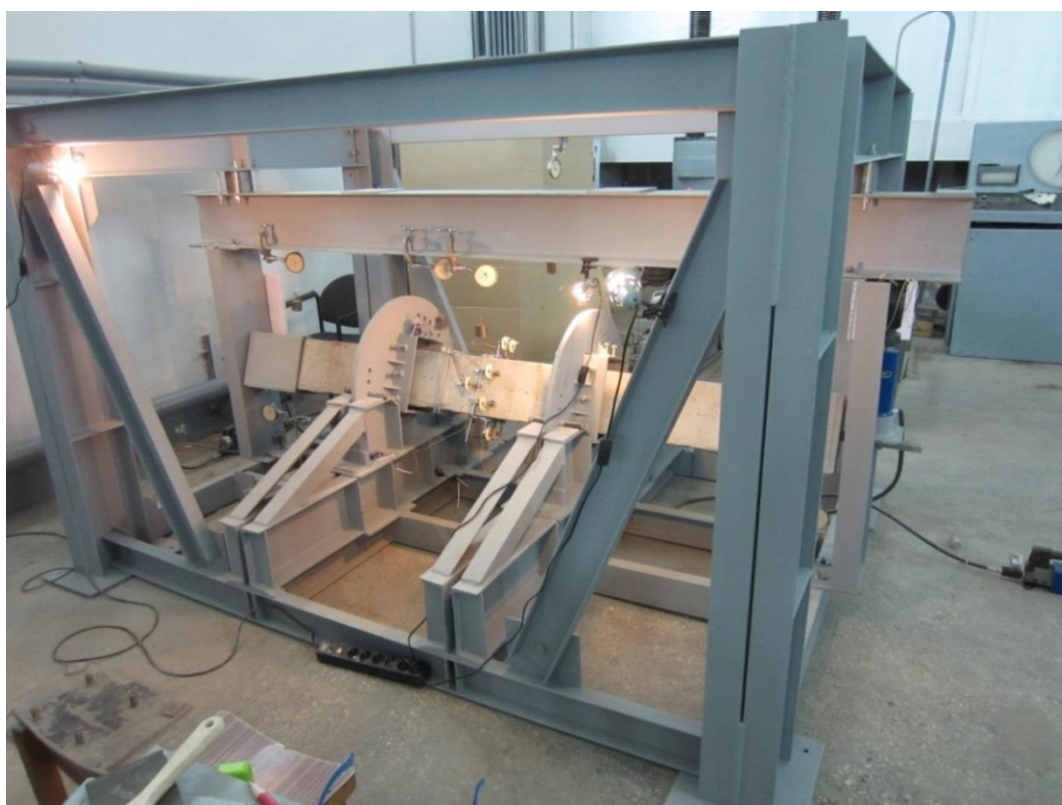


Рисунок 2.23 – Общий вид образца-балки в процессе испытания сбоку

2.5 Анализ результатов экспериментального исследования косоизгибаемых элементов

2.5.1 Несущая способность экспериментальных образцов-балок

Экспериментальные образцы нагружались вплоть до раздробления сжатой зоны бетона или фибробетона, однако необходимо установить – в какой момент в балке наступает III стадия напряженно-деформированного состояния – стадия разрушения. Такое состояние и будет в дальнейшем трактоваться как предельное по несущей способности (далее предельное).

Исходя из гипотезы о совместности деформаций бетона (фибробетона) и арматуры, гипотезы плоских сечений, и установленных опытным путем положений нейтральной оси, были найдены деформации арматурных стержней в балках в процессе испытания. На рисунках 2.25–2.33 представлены графики зависимости изгибающих моментов от относительных деформаций арматурных стержней. Условная нумерация стержней в поперечном сечении балок принята в соответствии с рисунком 2.24.

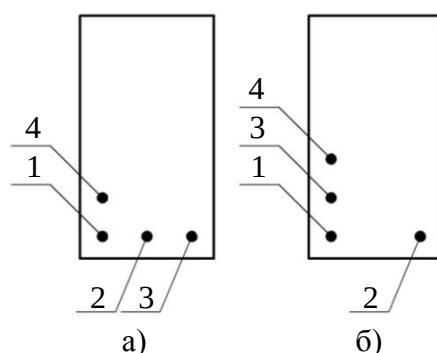


Рисунок 2.24 – Условная нумерация арматурных стержней в поперечном сечении балок:

а) серий ЖБ1, ФЖБ1.1; б) серий ЖБ2, ФЖБ1.2, ФЖБ1.3

На рисунках 2.25–2.33 вертикальной линией отмечены относительные деформации, соответствующие физическому или условному пределу текучести арматурной стали класса А500С и Ат800 соответственно.

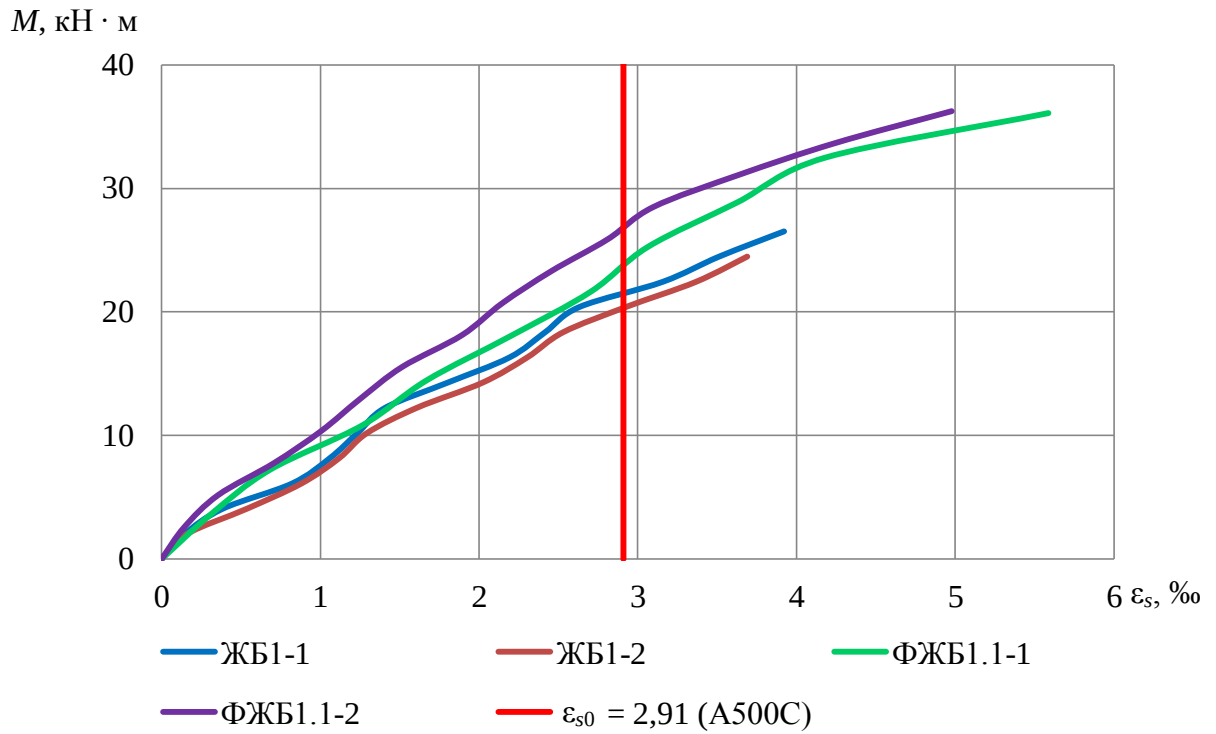


Рисунок 2.25 – График зависимости изгибающего момента от относительных деформаций 1 стержня « $M - \varepsilon_s$ » для балок серий ЖБ1 и ФЖБ1.1, испытанных под углом $\beta=10^\circ$

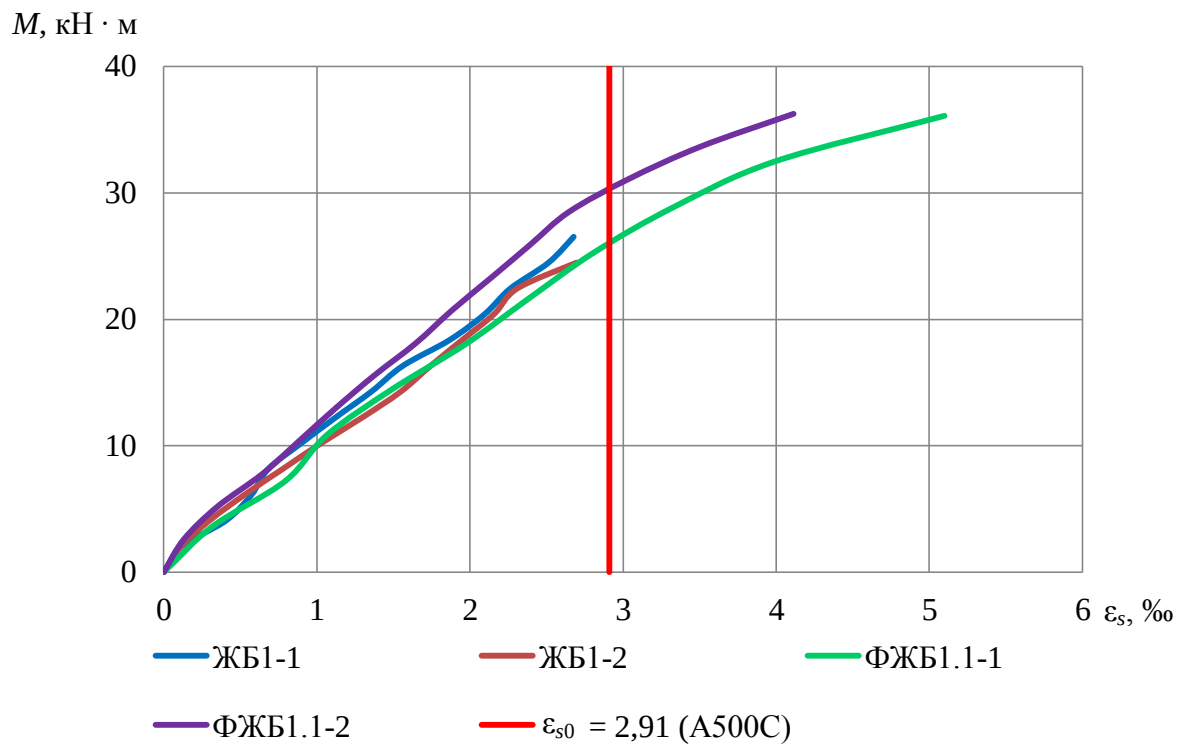


Рисунок 2.26 – График зависимости изгибающего момента от относительных деформаций 2 стержня « $M - \varepsilon_s$ » для балок серий ЖБ1 и ФЖБ1.1, испытанных под углом $\beta=10^\circ$

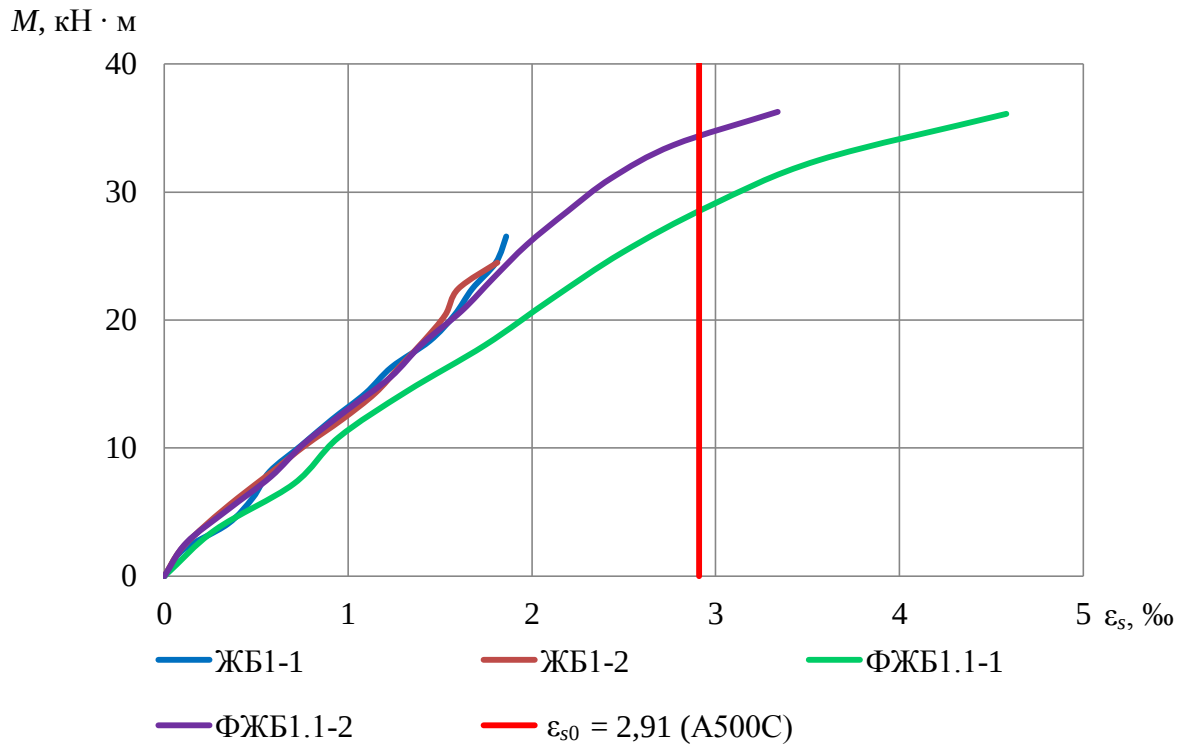


Рисунок 2.27 – График зависимости изгибающего момента от относительных деформаций 3 стержня « $M - \varepsilon_s$ » для балок серий ЖБ1 и ФЖБ1.1, испытанных под углом $\beta=10^\circ$

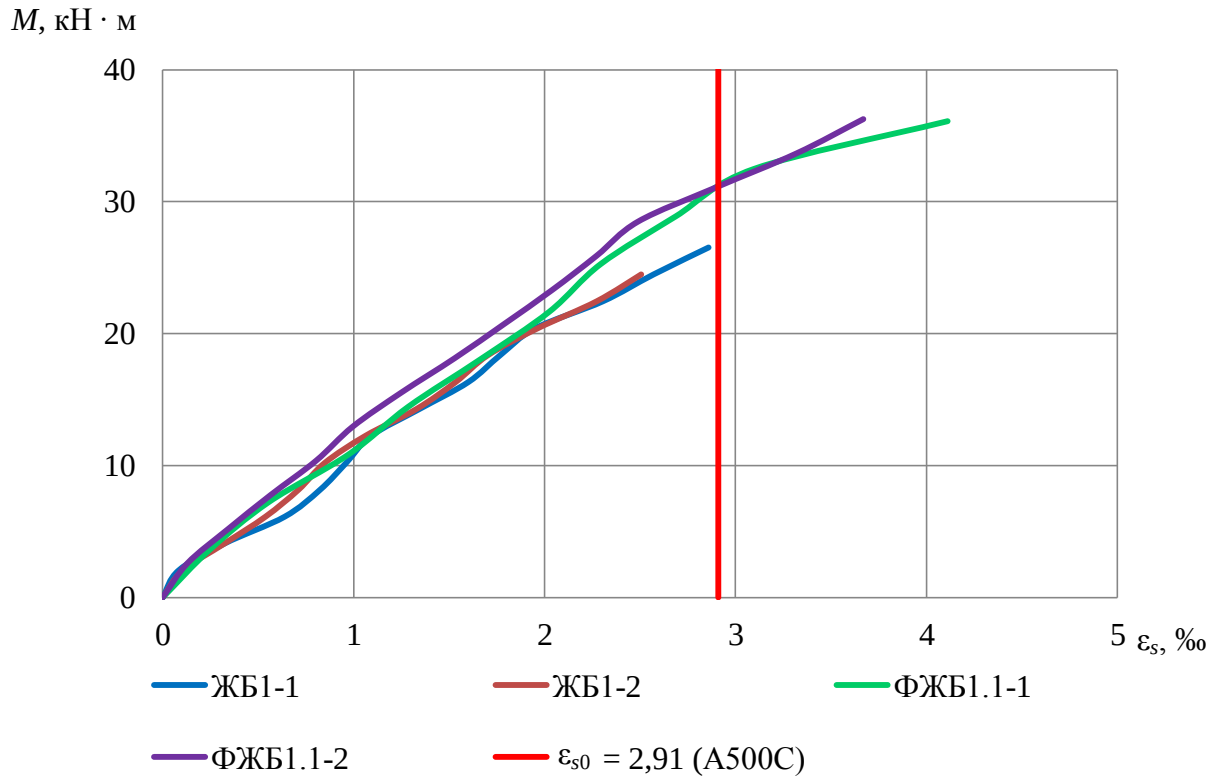


Рисунок 2.28 – График зависимости изгибающего момента от относительных деформаций 4 стержня « $M - \varepsilon_s$ » для балок серий ЖБ1 и ФЖБ1.1, испытанных под углом $\beta=10^\circ$

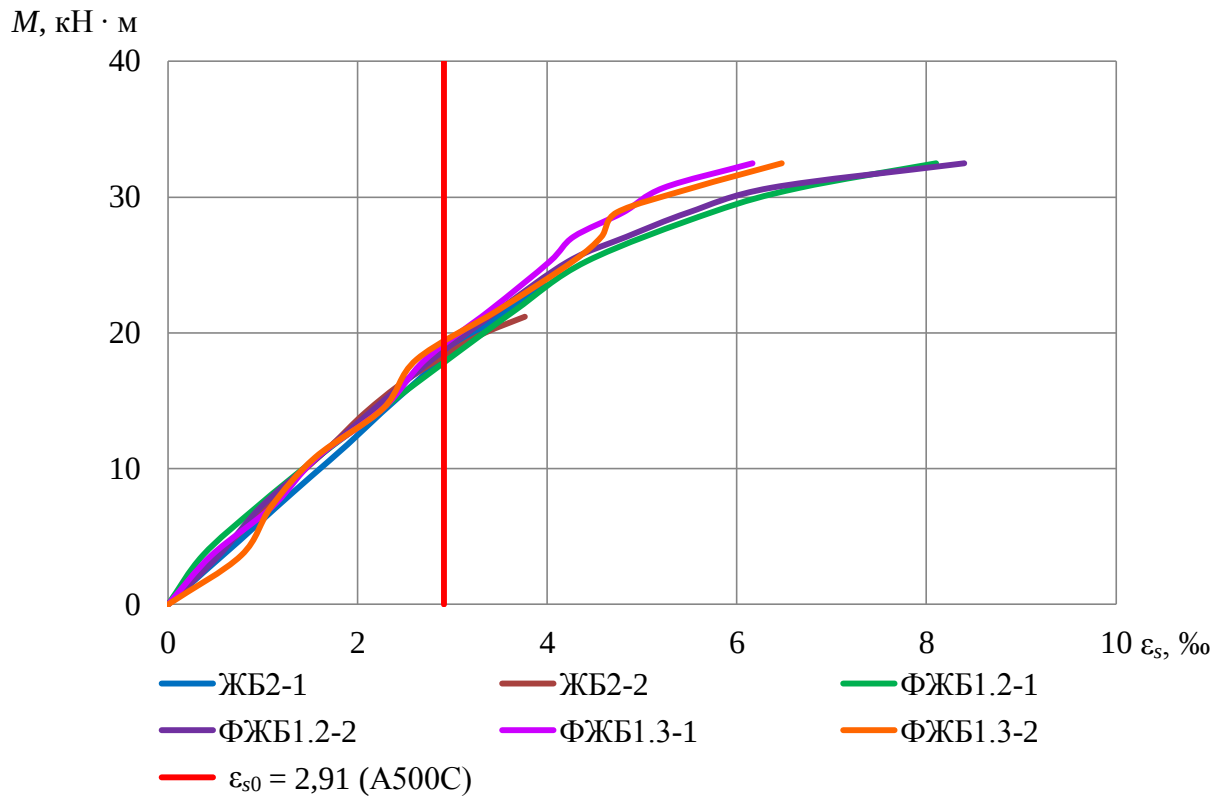


Рисунок 2.29 – График зависимости изгибающего момента от относительных деформаций 1 стержня « $M - \varepsilon_s$ » для балок серий ЖБ2, ФЖБ1.2 и ФЖБ1.3, испытанных под углом $\beta=20^\circ$

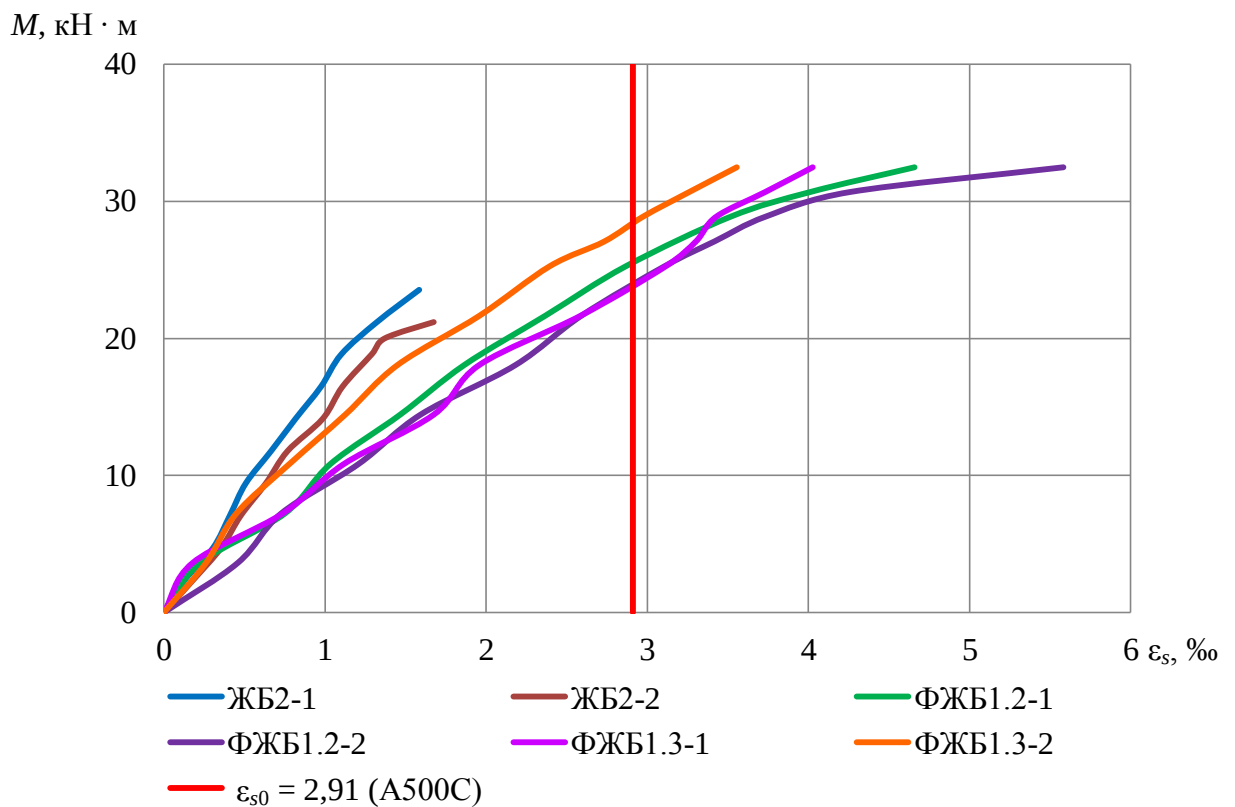


Рисунок 2.30 – График зависимости изгибающего момента от относительных деформаций 2 стержня « $M - \varepsilon_s$ » для балок серий ЖБ2, ФЖБ1.2 и ФЖБ1.3, испытанных под углом $\beta=20^\circ$

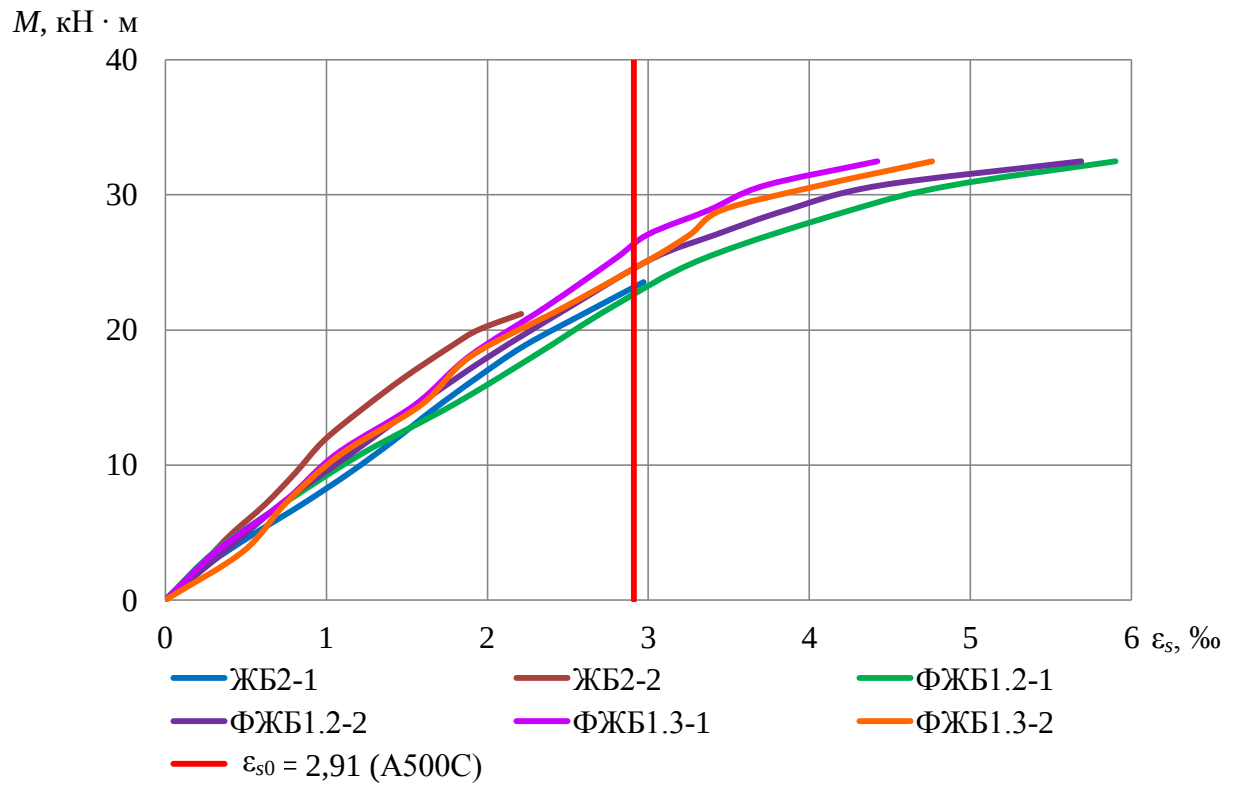


Рисунок 2.31 – График зависимости изгибающего момента от относительных деформаций 3 стержня « $M - \varepsilon_s$ » для балок серий ЖБ2, ФЖБ1.2 и ФЖБ1.3, испытанных под углом $\beta=20^\circ$

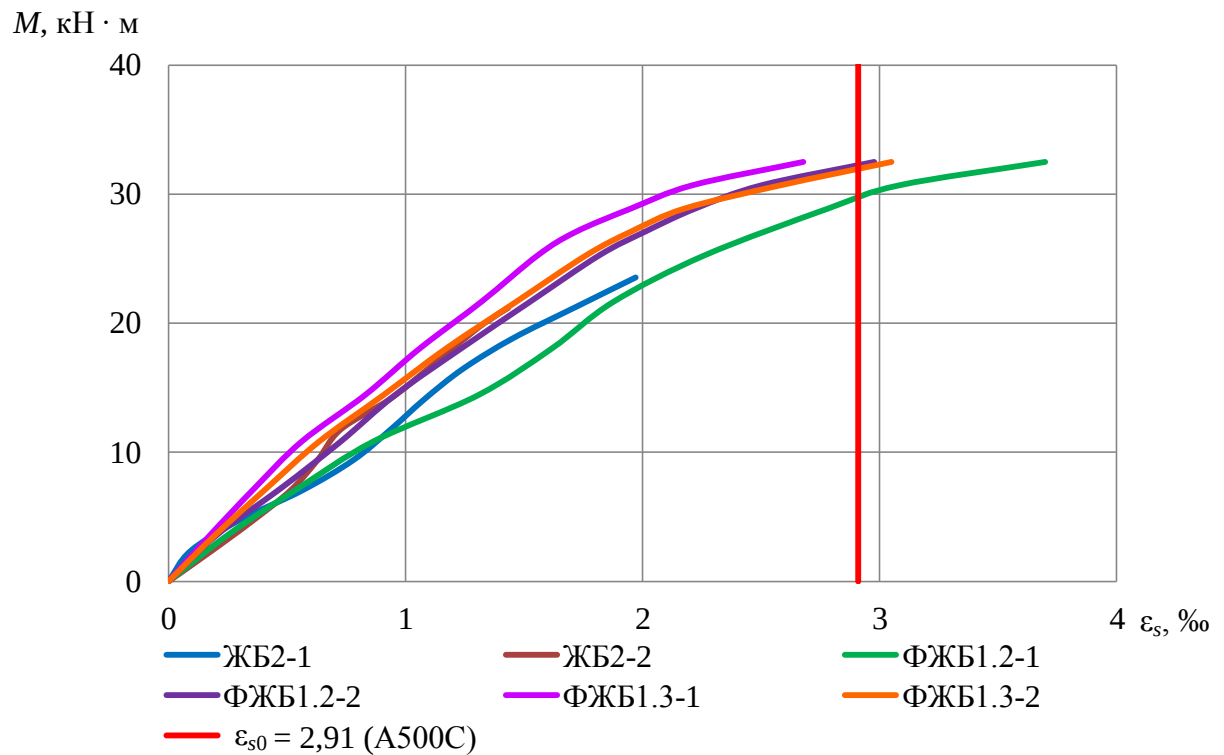


Рисунок 2.32 – График зависимости изгибающего момента от относительных деформаций 4 стержня « $M - \varepsilon_s$ » для балок серий ЖБ2, ФЖБ1.2 и ФЖБ1.3, испытанных под углом $\beta=20^\circ$

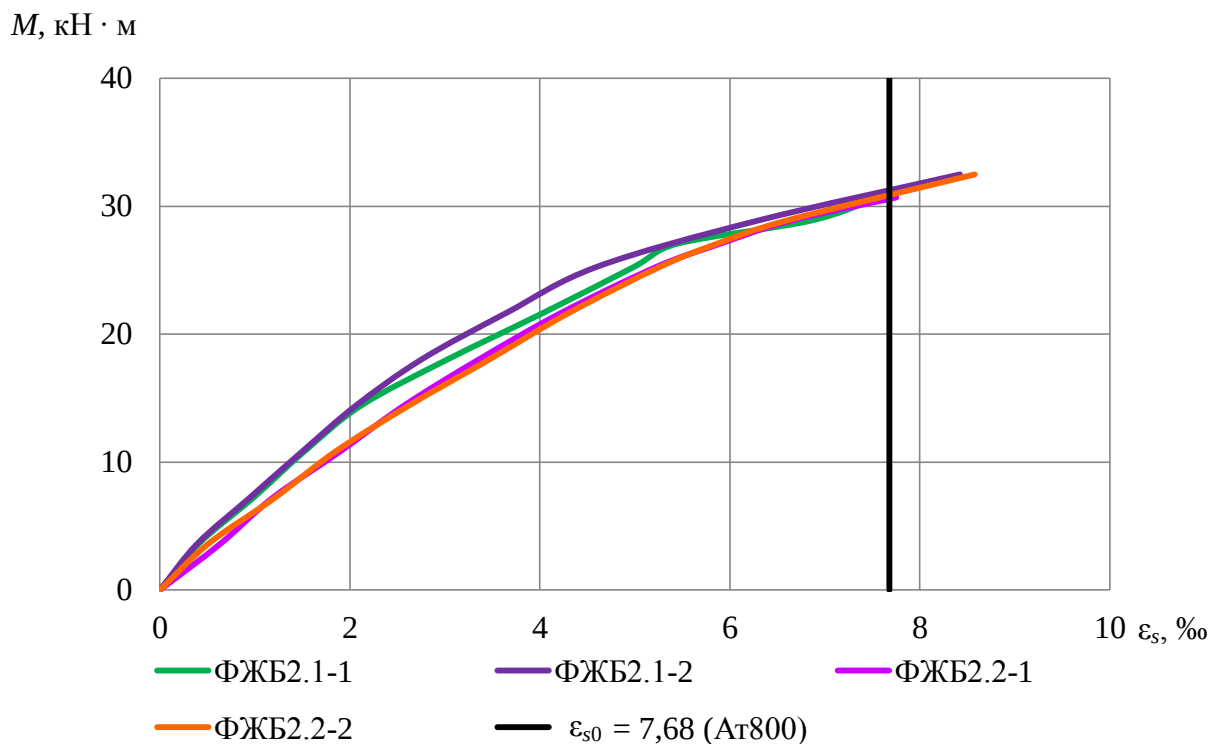


Рисунок 2.33 – График зависимости изгибающего момента от относительных деформаций арматурного стержня « $M - \varepsilon_s$ » для балок серий ФЖБ2.1 и ФЖБ2.2

Представленные графики позволяют определить, что послужило причиной наступления предельной стадии напряженно-деформированного состояния. За предельный изгибающий момент балок с продольной рабочей арматурой из мягких сталей принимаем момент достижения в последнем, менее нагруженном, стержне напряжений, равных физическому пределу текучести, либо момент исчерпания прочности сжатой зоны бетона или фибробетона. Для балок с высокопрочной арматурой – момент достижения в арматурном стержне напряжений, равных условному пределу текучести, либо момент исчерпания прочности сжатой зоны фибробетона.

В образцах-балках, армированных мягкой сталью (серий ЖБ1, ФЖБ1.1, ЖБ2, ФЖБ1.2 и ФЖБ1.3), стержни, воспринимающие растягивающие усилия, расположены на различном расстоянии от нейтральной оси, следовательно нарастание их деформаций с увеличением нагрузки происходит неодинаково. При таком армировании есть вероятность, что стержни, находящиеся ближе к нейтральной оси, будут недоиспользованы.

В первую очередь во всех указанных балках наблюдается достижение напряжений, соответствующих физическому пределу текучести арматуры класса А500С, в наиболее растянутом угловом стержне под номером 1.

В образцах-балках серии ЖБ1 и ФЖБ1.1-2, испытанных под углом наклона силовой плоскости, равным 10° , наблюдается схожий характер деформирования второго и четвертого стержней. Очевидно, что стержень под номером 3 в процессе увеличения нагрузки был ближе к нейтральной оси, поскольку его деформации нарастали медленнее, чем деформации других арматурных стержней. В образце ФЖБ1.1-1 вслед за первым стержнем наблюдается последовательное увеличение деформаций второго, третьего и четвертого стержней.

В фиброжелезобетонных балках серии ФЖБ1.1 относительные деформации всех стержней превысили деформации, соответствующие физическому пределу текучести арматуры класса А500С, в то время как в железобетонных образцах серии ЖБ1 прочностные свойства трех стержней оказались нереализованными.

В железобетонных балках серии ЖБ2, испытанных под углом наклона силовой плоскости, равным 20° , вслед за первым стержнем наблюдалось увеличение деформаций третьего стержня, а затем второго и четвертого. В фиброжелезобетонных балках (ФЖБ1.2 и ФЖБ1.3) отмечено постепенное достижение текучести во втором и третьем стержнях. Наименее нагруженным был четвертый стержень, однако в фиброжелезобетонных образцах его относительные деформации достигли деформаций, соответствующих физическому пределу текучести, прежде, чем произошло разрушение сжатой зоны фибробетона, а в железобетонных образцах указанный стержень оказался недоиспользованным. В образце ЖБ2-1 недогруженным был второй стержень, характер деформирования которого близок к четвертому стержню.

В балках, армированных одним высокопрочным арматурным стержнем (серий ФЖБ2.1 и ФЖБ2.2), испытанных при углах наклона силовой плоскости, равных 10 и 20° , нарастание деформаций стержня с увеличением нагрузки происходило быстрее, чем в балках армированных мягкой сталью. Как известно, в железобетонных изгибаемых элементах без предварительного напряжения

высокопрочная арматура не применяется ввиду чрезмерного раскрытия трещин, больших прогибов, недостаточного использования прочностных свойств данного вида арматурных сталей. Однако проведенное экспериментальное исследование косоизгибаемых элементов показало, что фибровое армирование способствует достижению высокопрочной арматурой условного предела текучести, тем самым позволяя использовать ее повышенные прочностные свойства. Графики деформирования стержней для различных углов наклона силовой плоскости близки между собой, что указывает на одинаковое расстояние от стержней до нейтральной оси в процессе испытаний.

Анализ полученных опытных данных показал, что наступление предельной по прочности стадии напряженно-деформированного состояния в косоизгибаемых железобетонных образцах-балках вызвано исчерпанием прочности сжатой зоны бетона, а в фиброжелезобетонных – достижением в рабочей растянутой арматуре напряжений, соответствующих физическому или условному пределу текучести. Следовательно, фибровое армирование способствует более эффективному использованию регулярной арматуры в косоизгибаемых элементах.

Разрушение железобетонных балок носило хрупкий, внезапный характер, у одного из образцов наблюдались существенный выкол бетона сжатой зоны, потеря устойчивости конструктивной арматуры класса А240 и искривление хомутов. Фиброжелезобетонные образцы разрушались вязко, с характерным потрескиванием, на последней ступени нагружения отмечено постепенное падение нагрузки. Большинство частей раздробленной сжатой зоны фибробетона оставались соединенными с балкой многочисленными фибрами. Разрушение образцов происходило по нормальному сечению в зоне действия постоянного момента.

По результатам экспериментального исследования установлены значения предельных изгибающих моментов, воспринимаемых поперечными сечениями косоизгибаемых железобетонных и фиброжелезобетонных элементов, представленные в таблице 2.6.

Таблица 2.6 – Значения предельных изгибающих моментов по результатам эксперимента

Серия	Шифр балки	Предельный изгибающий момент M_3 , кН·м	$\Delta = \frac{M_{13} - M_{23}}{M_{13}} \cdot 100, \%$
1	ЖБ1-1	28,57	7,14
	ЖБ1-2	26,53	
2	ЖБ2-1	25,09	2,04
	ЖБ2-2	24,58	
3	ФЖБ1.1-1	30,84	-11,23
	ФЖБ1.1-2	34,30	
4	ФЖБ1.2-1	29,64	-8,74
	ФЖБ1.2-2	32,23	
5	ФЖБ1.3-1	33,38	4,31
	ФЖБ1.3-2	31,94	
6	ФЖБ2.1-1	30,98	-0,83
	ФЖБ2.1-2	31,23	
7	ФЖБ2.2-1	30,57	-0,94
	ФЖБ2.2-2	30,86	

Общий вид экспериментальных образцов-балок после испытания представлен на рисунках 2.34–2.36 (разрушение по наиболее растянутой боковой грани А и менее растянутой грани Б).

В результате экспериментального исследования установлено увеличение предельного изгибающего момента, воспринимаемого поперечным сечением фиброжелезобетонных элементов

- с регулярным армированием мягкой сталью, в среднем на 18–32%;
- с использованием высокопрочной арматуры, в среднем на 13–24% по сравнению с контрольными образцами из железобетона.

Разница между растягивающим усилием, воспринимаемым четырьмя стержнями диаметром 10 мм класса А500С и высокопрочным арматурным стержнем диаметром 14 мм класса Ат800, оказалась больше ожидаемой, по причине установленных в процессе испытаний более высоких прочностных свойств арматурного проката класса А500С, нежели заявленных в нормах [166]. Вероятно, было бы достигнуто большее увеличение несущей способности для балок с высокопрочной арматурой, по сравнению с традиционной, при использовании стержня большего диаметра или установки нескольких арматурных стержней.

а)



б)



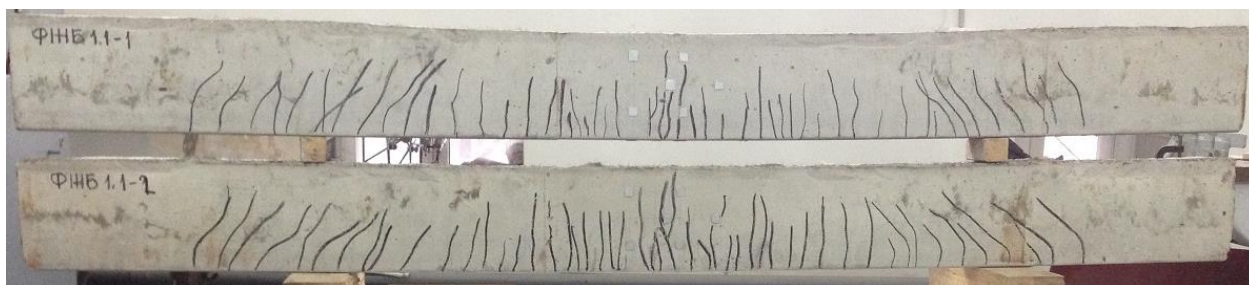
в)



г)



д)



е)



Рисунок 2.34 – Разрушение образцов-балок серий ЖБ1: а) грань А, б) грань Б;
ЖБ2: в) грань А, г) грань Б; ФЖБ1.1: д) грань А, е) грань Б



Рисунок 2.35 – Разрушение образцов-балок серий ФЖБ1.2: а) грань А, б) грань Б; ФЖБ1.3: в) грань А, г) грань Б; ФЖБ2.1: д) грань А, е) грань Б



Рисунок 2.36 – Разрушение образцов-балок серий ФЖБ2.2: а) грань А, б) грань Б

Увеличение угла наклона силовой плоскости к поперечному сечению балки показало снижение несущей способности как железобетонных, так и фиброжелезобетонных балок до 16%, что объясняется уменьшением плеча внутренней пары сил и коррелируется с выводами других исследователей, полученных по результатам испытаний железобетонных образцов [2, 27, 53, 157, 208]. В балках с регулярной арматурой из высокопрочных сталей предельные изгибающие моменты оказались близки по значению, поскольку с увеличением угла наклона силовой плоскости от 10 до 20° центр тяжести рабочей арматуры существенно переместился, таким образом, плечо внутренней пары сил практически не изменилось по величине, а повернулось.

2.5.2 Положение нейтральной оси, угол закручивания

Положение нейтральной оси в предельном состоянии в зоне действия постоянного момента определялось по результатам обработки данных, полученных с электромеханических тензометров, установленных по периметру сечения в соответствии с рисунком 2.20, интерполированием и экстраполированием ближайших значений. Эпюры распределения относительных деформаций бетона и фибробетона в поперечном сечении первого образца каждой

серии балок и положение нейтральной оси в предельном состоянии косоизгибаемого элемента представлены на рисунках 2.37–2.41.

С увеличением уровня нагружения во всех балках наблюдалось незначительное увеличение площади сжатой зоны. Угол наклона нейтральной оси к осям симметрии поперечного сечения изменялся в процессе нагружения, что так же отмечено в работах [23, 25, 157].

Экспериментальное исследование косоизгибаемых элементов и полученные эпюры распределения относительных деформаций бетона по сечению балок показали, что в предельном состоянии в зоне действия постоянного момента относительные деформации бетона наиболее сжатого волокна поперечного сечения элемента превышали максимальные относительные деформации сжатого бетона при кратковременном нагружении, величина которых установлена нормативными документами $\varepsilon_{b2} = 0,0035$ [166]. Подобная закономерность также наблюдалась в работах других исследователей, зафиксировавших достижение относительными деформациями бетона сжатой зоны величин 0,004 [169], 0,007 [57] и 0,00726 [157]. Полученные результаты обусловлены неравномерностью напряжений и сдерживающим влиянием менее нагруженных волокон на более нагруженные.

Относительные деформации крайнего сжатого волокна фиброжелезобетонных балок превысили предельные деформации фибробетона при осевом сжатии $\varepsilon_{fb0} = 0,0035$, полученные по результатам испытания образцов-призм (п. 2.2.1, т. 2.4, с. 82), но не достигли максимальных относительных деформаций фибробетона при сжатии $\varepsilon_{fb2} = 0,0076$, найденных по [142]. Следовательно, деформирование наиболее нагруженных волокон сжатой зоны фибробетона происходило по нисходящей ветви диаграммы зависимости напряжений сжатия от деформаций.

Для железобетонных балок, испытанных под разными углами наклона силовой плоскости, серий ЖБ1 и ЖБ2, характерны близкие по значениям величины площади сжатой зоны бетона и угла наклона нейтральной оси.

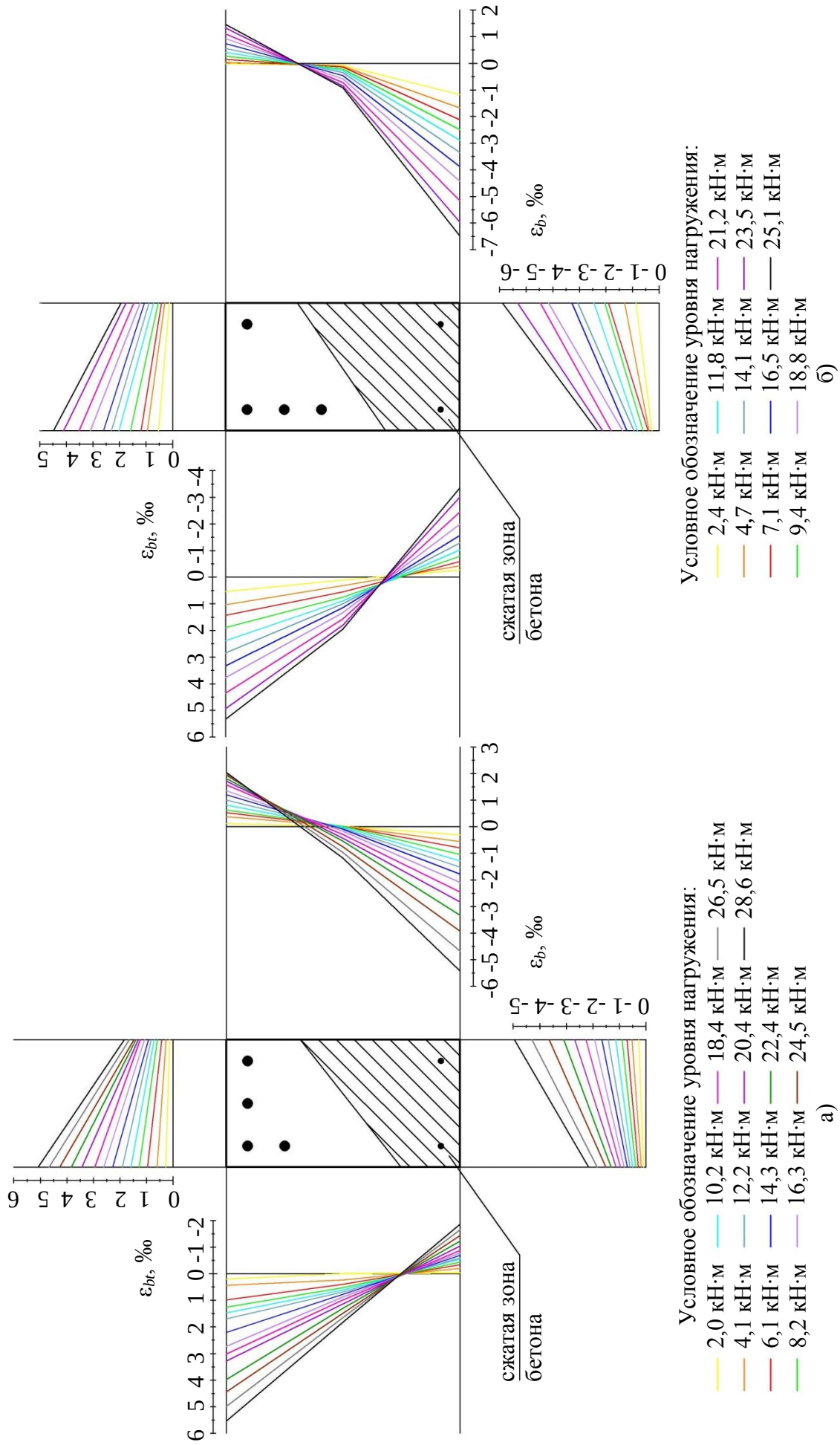


Рисунок 2.37 – Эпюры распределения деформаций бетона и положение нейтральной оси в предельном состоянии в образцах:
а) ЖБ1-1 и б) ЖБ2-1

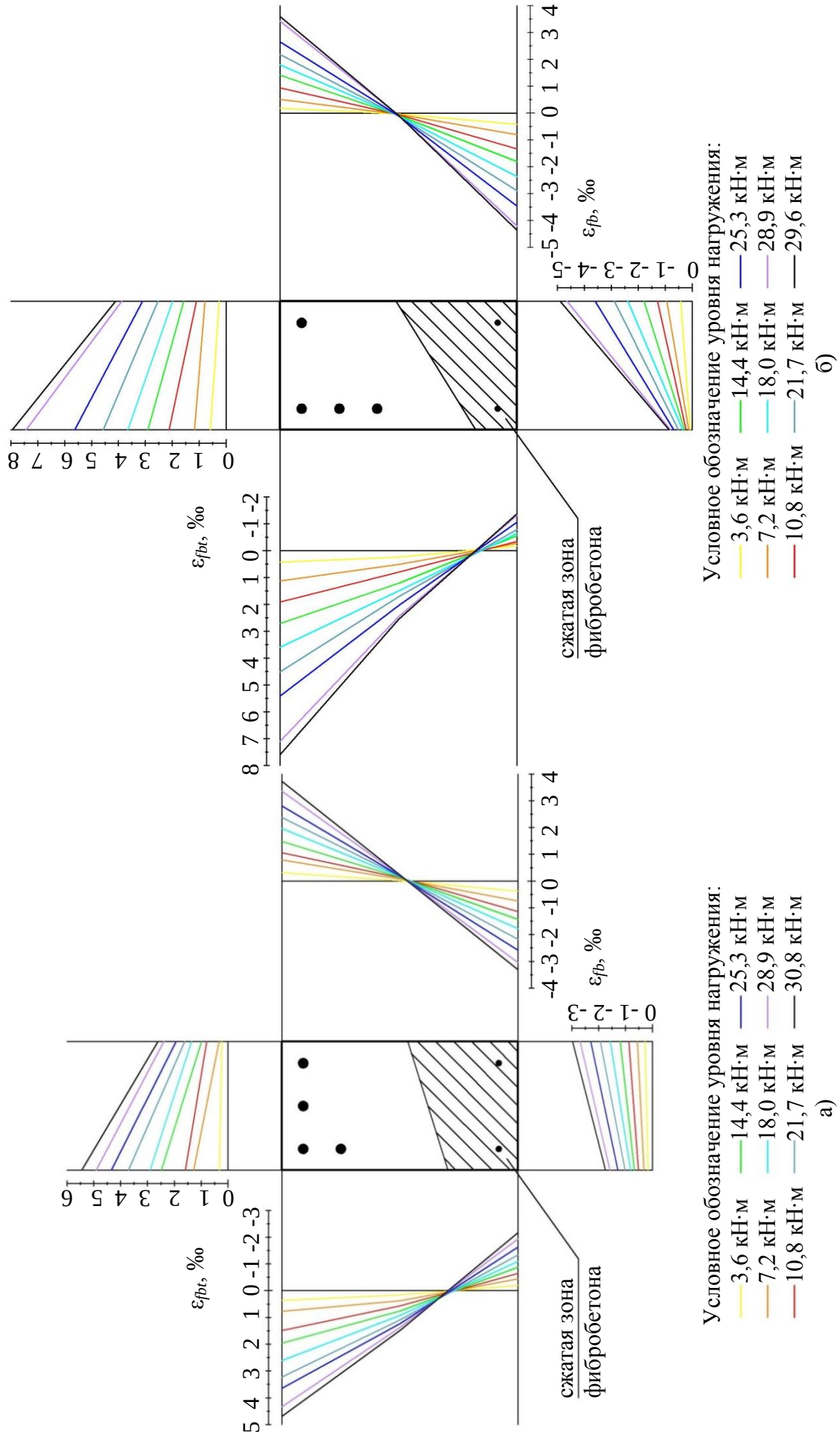


Рисунок 2.38 – Эпюры распределения деформаций фибробетона и положение нейтральной оси в предельном состоянии в образцах:
а) ФЖБ1.1-1 и б) ФЖБ1.2-1

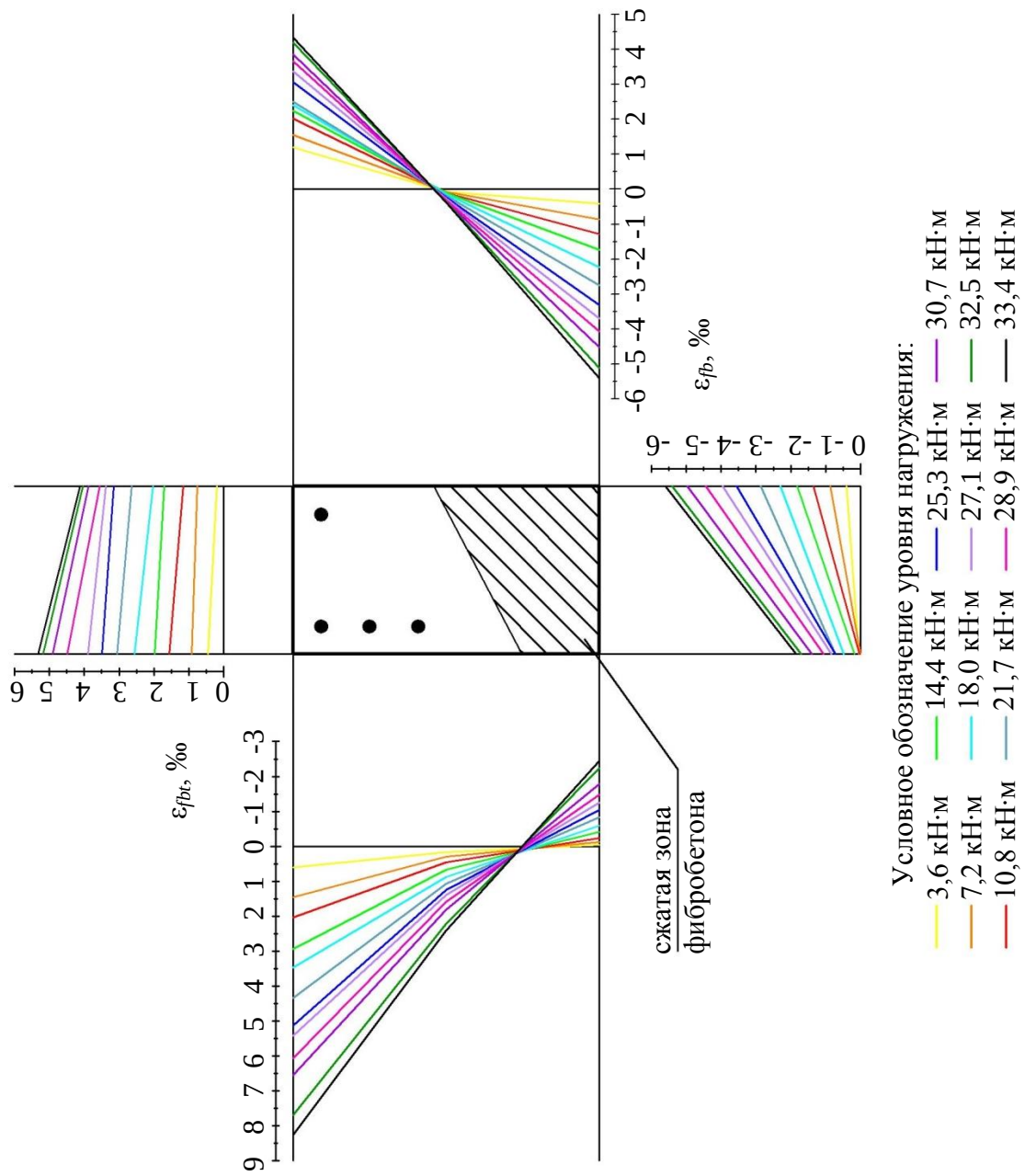


Рисунок 2.39 – Эпюры распределения деформаций фибробетона и положение нейтральной оси в предельном состоянии в образце ФЖБ1.3-1

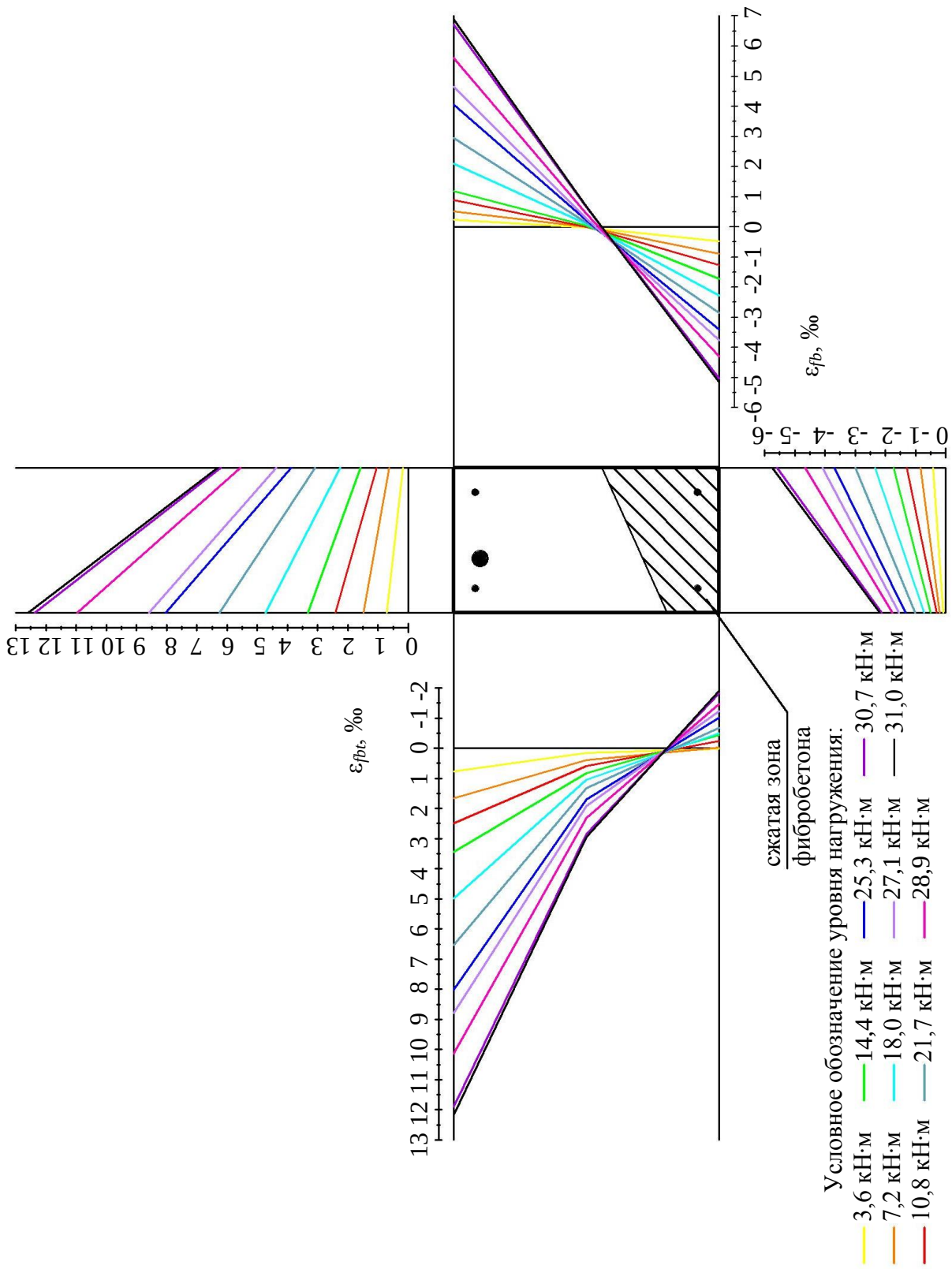


Рисунок 2.40– Эпюры распределения деформаций фибробетона и положение нейтральной оси в предельном состоянии в образце ФЖБ2.1-1

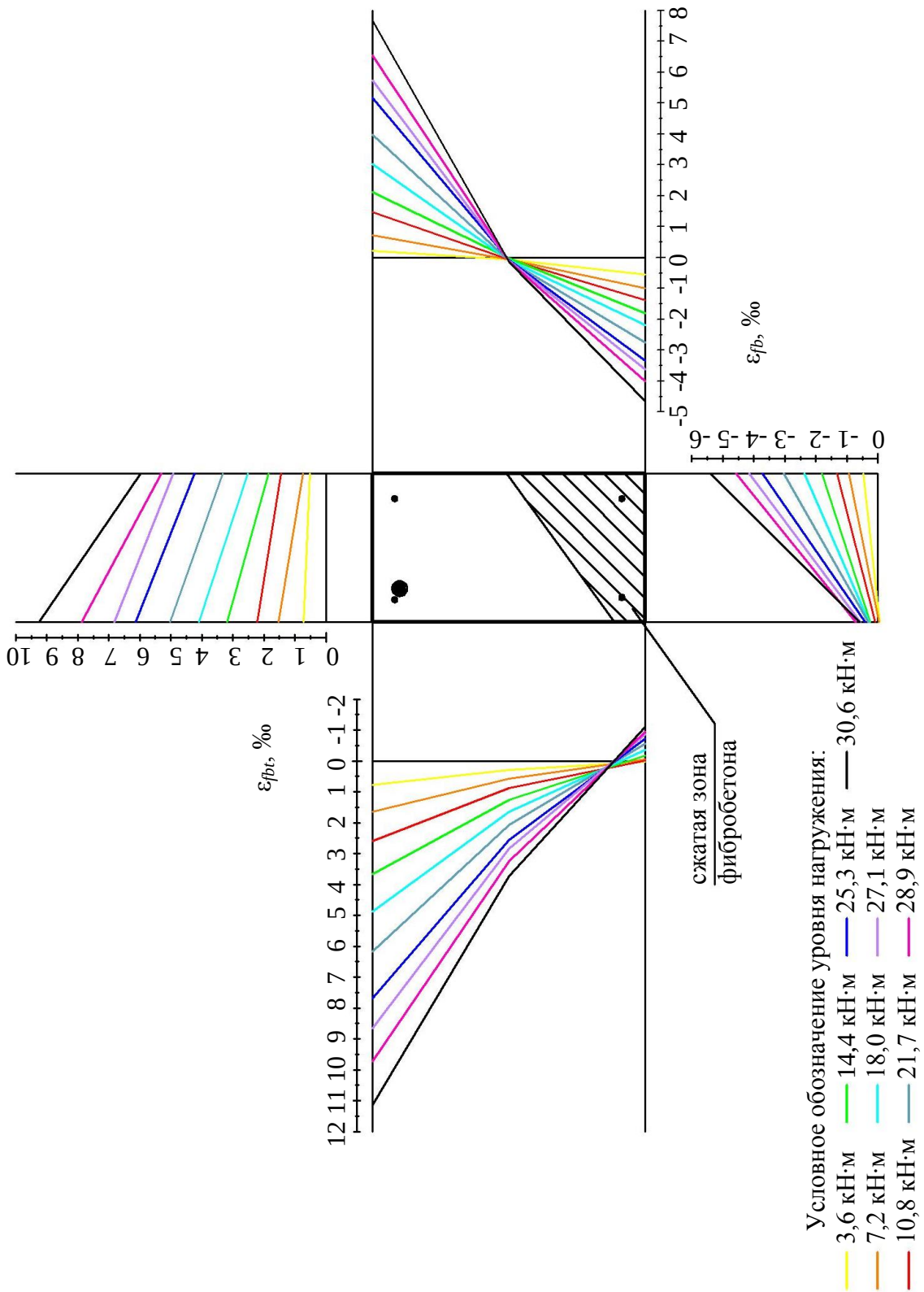


Рисунок 2.41 – Эпюры распределения деформаций фибробетона и положение нейтральной оси в предельном состоянии в образце ФЖБ2.2-1

В фиброжелезобетонных балках наблюдается увеличение угла наклона нейтральной оси относительно осей симметрии поперечного сечения элемента с увеличением угла наклона силовой плоскости.

В железобетонных балках площадь сжатой зоны больше, чем в фиброжелезобетонных. Очевидно, это вызвано тем, что при использовании фибрового армирования, вклад армирующих волокон в увеличение усилия, воспринимаемого сжатой зоной больше, чем в усилие, воспринимаемое растянутой зоной фибробетона. В фиброжелезобетонных балках армированных высокопрочной арматурой площадь сжатой зоны оказалась еще меньше, поскольку воспринимаемое высокопрочным стержнем усилие меньше, чем усилие, воспринимаемое арматурой из мягкой стали.

При планировании эксперимента ожидалось, что форма сжатой зоны бетона и фибробетона в балках, испытанных под углами наклона силовой плоскости 10 и 20°, будет трапециевидной и треугольной соответственно. Однако, для образцов, испытанных при угле β , равном 20°, получена трапециевидная форма сжатой зоны, что видно на рисунках 2.37–2.39, 2.41. Можно предположить, что это вызвано установкой ограничителей по торцам балки. Для проверки данной гипотезы и оценки влияния ограничителей на несущую способность и форму сжатой зоны целесообразно проведение численного исследования в нелинейной постановке в программном комплексе методом конечных элементов.

В процессе нагружения косоизгибаемого элемента неизбежным является появление кручения и угла закручивания, что может быть вызвано множеством факторов описанных ранее (гл. 1, п. 1.2.4, с. 63). Оценка влияния кручения на напряженно-деформированное состояние косоизгибаемого элемента выполнялась посредством определения угла закручивания при помощи системы прогибомеров ПЗ, П7 и П8, представленных на рисунке 2.20. Угол закручивания составил от 0,01 до 0,14°, что согласуется с данными других исследователей [57, 157], установивших, что крутящий момент составил от 1,8 до 9% от разрушающего.

В фиброжелезобетонных балках серий ФЖБ1.2 и ФЖБ1.3, отличающихся лишь наличием и отсутствием конструктивного армирования и замкнутых

хомутов соответственно, угол наклона нейтральной оси был близок по значению, а площадь сжатой зоны фибробетона была несколько больше в серии ФЖБ1.3. Угол закручивания в обеих сериях составил от 0,09 до 0,1°, следовательно, влияние крутящего момента было минимальным.

2.5.3 Трещинообразование и прогибы экспериментальных балок

В процессе нагружения экспериментальных образцов первые трещины, нормальные к продольной оси элемента, появлялись в зоне растяжения над опорами при уровне нагрузки 0,19–0,21 и 0,22–0,24 от предельной для железобетонных и фиброжелезобетонных балок соответственно. Следовательно, фиброжелезобетонные косоизгибаемые элементы обладают повышенной трещиностойкостью.

Для удобства сравнения нормальные трещины замерялись на наиболее растянутой боковой поверхности балки в уровне самого напряженного арматурного стержня (условно обозначенного как первый стержень на рисунке 2.24). Характер образования, развития и раскрытия трещин в железобетонных и фиброжелезобетонных косоизгибаемых элементах отличался. В железобетонных образцах появившиеся на ранних этапах нормальные трещины быстро развивались и раскрывались в течение процесса нагружения. В фиброжелезобетонных образцах развитие нормальных трещин по высоте балки и их раскрытие проходило медленнее, что свидетельствует о «сдерживании» трещины множеством стальных фибр, и далее с ростом нагрузки и возникновением новых трещин некоторые первоначальные трещины прекращали развиваться и раскрываться.

Во всех балках трещины в крайних пролетах появлялись значительно позже, при этом поначалу развивались нормально к продольной оси, а затем наклонялись к средней трети пролета балки.

Установленные в ходе исследования значения ширины раскрытия нормальных трещин при эксплуатационном уровне нагрузки, соответствующем

70% от предельного, а также среднее расстояние между трещинами представлены в таблице 2.7.

Таблица 2.7 – Ширина раскрытия нормальных трещин и среднее расстояние между ними

Серия	Шифр балки	Ширина раскрытия нормальной трещины a_{crc} , мм	Среднее расстояние между трещинами l_s , см
1	ЖБ1	0,1	6,2
2	ЖБ2	0,09	6,6
3	ФЖБ1.1	0,05	3,6
4	ФЖБ1.2	0,05	3,8
5	ФЖБ1.3	0,06	3,9
6	ФЖБ2.1	0,125	4,3
7	ФЖБ2.2	0,1	3,9

При эксплуатационном уровне нагрузки, соответствующем 70% от предельного, в фиброжелезобетонных элементах, армированных мягкой сталью, наблюдалось снижение ширины раскрытия нормальных трещин до 2 раз в балках, испытанных при углах наклона силовой плоскости, равных 10° , и до 1,7 раза – при 20° . В фиброжелезобетонных балках, армированных одним высокопрочным арматурным стержнем, зафиксирована величина ширины раскрытия нормальных трещин, превышающая (до 30%) или равная ее величине в железобетонных образцах. Следует заметить, что снижение ширины раскрытия нормальных трещин может быть достигнуто за счет установки нескольких арматурных стержней меньшего диаметра.

Установлено уменьшение среднего расстояния между трещинами в фиброжелезобетонных балках

- с арматурой класса A500C в 1,7 раза;
- с арматурой класса At800 в 1,4–1,7 раза по сравнению с контрольными железобетонными образцами.

Полученные данные позволяют сделать вывод об эффективности применения фибрового армирования для повышения трещиностойкости, и снижения ширины раскрытия трещин, тем самым создаются «благоприятные условия» для использования высокопрочной арматуры без предварительного напряжения.

По результатам экспериментального исследования были построены графики зависимости изгибающего момента от полного прогиба, представленные на рисунках 2.42–2.43. Графики показывают, что при равной величине нагрузки фибровое армирование способствует повышению жесткости косоизгибаемого элемента. С увеличением угла наклона силовой плоскости β прогибы балок увеличиваются, что также отмечено в работах [2, 53, 87].

Для сравнения прогибов железобетонных и фиброжелезобетонных балок принят уровень нагрузки, соответствующий 70% от предельного изгибающего момента, воспринимаемого поперечными сечениями железобетонных балок. Выявлено снижение прогибов в фиброжелезобетонных балках

- с арматурой класса А500С в 1,15–1,2 раза;
- с арматурой класса Ат800 в 1,25 раза по сравнению с железобетонными образцами, что свидетельствует об увеличении жесткости элементов при использовании фибрового армирования.

В балках серии ФЖБ2.1, вероятно, на быстрый рост прогибов повлияло количество и расположение арматурных стержней.

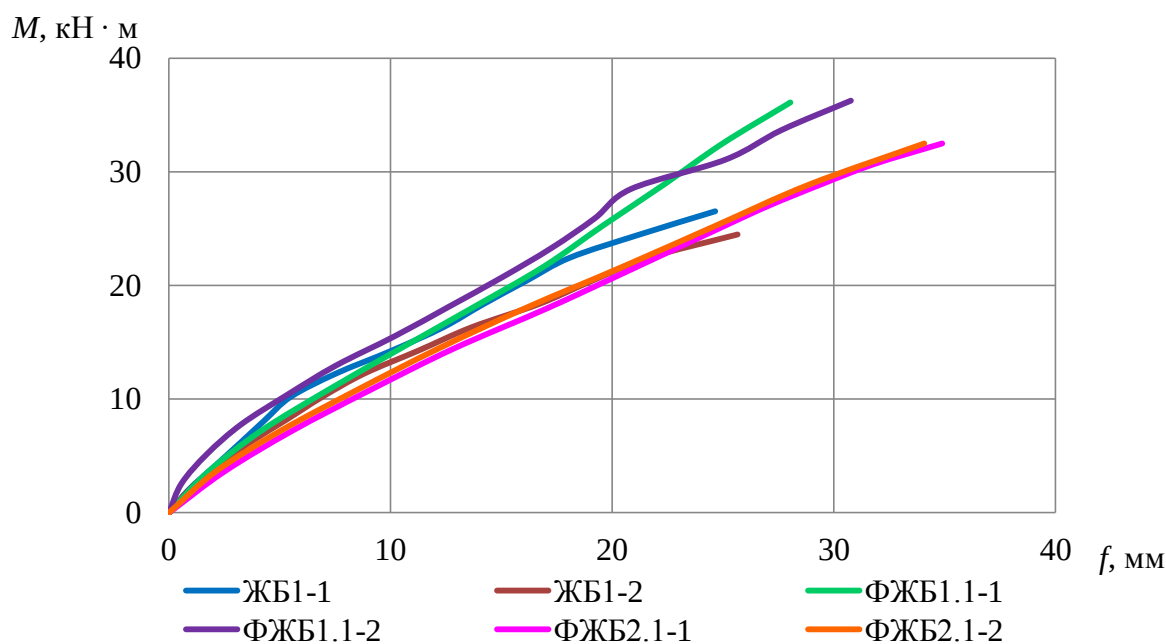


Рисунок 2.42 – График зависимости полного прогиба от изгибающего момента « $M - f$ » для балок серий ЖБ1, ФЖБ1.1 и ФЖБ2.1, испытанных под углом $\beta=10^\circ$

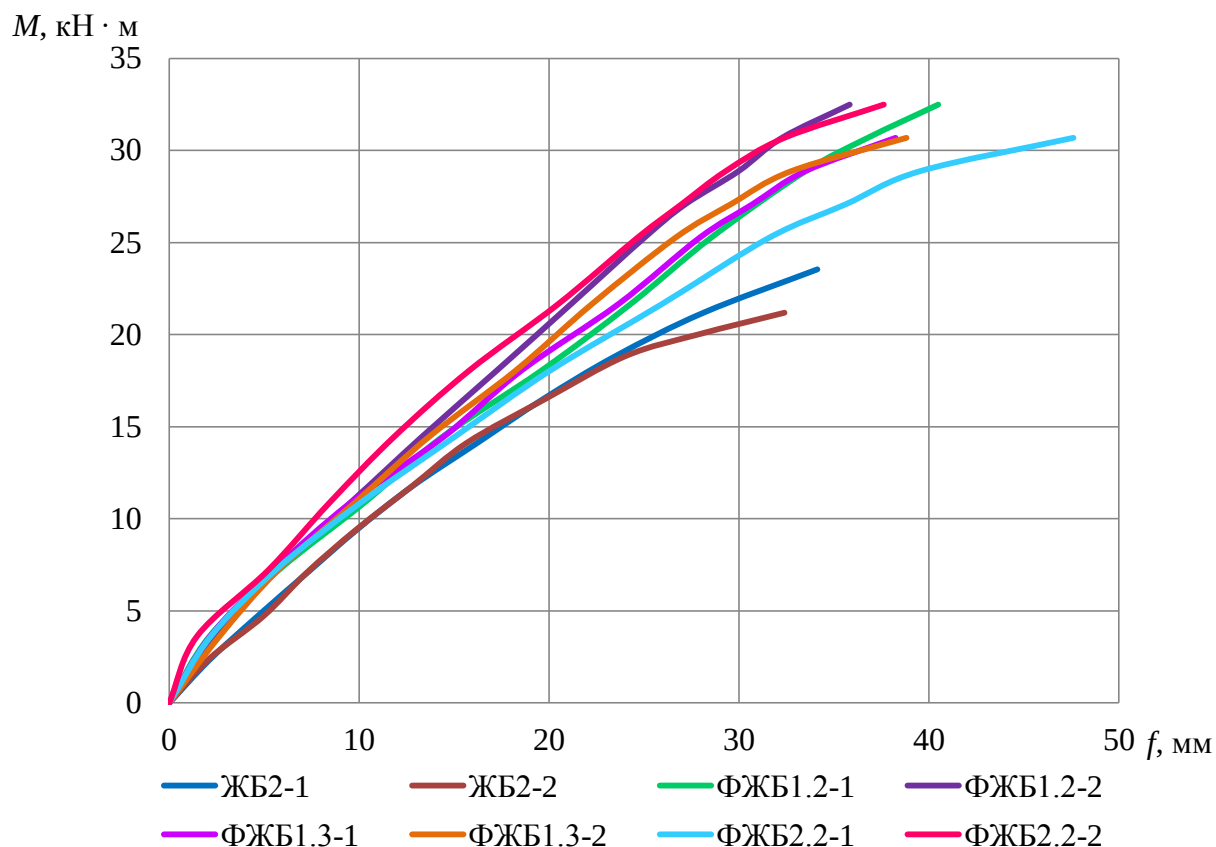


Рисунок 2.43 – График зависимости полного прогиба от изгибающего момента « $M - f$ » для балок серий ЖБ2, ФЖБ1.2, ФЖБ1.3 и ФЖБ2.1, испытанных под углом $\beta=20^\circ$

Выводы по второй главе

По результатам проведенных экспериментальных исследований косоизгибаемых фиброжелезобетонных элементов можно сделать следующие выводы:

1. Добавление фибры из стальной проволоки ФСВ-А-0,30/30 процентным содержанием, равным 2% по объему, в бетонную матрицу прочности на сжатие 16,0 МПа способствует значительному улучшению механических свойств полученного материала, а именно:

- увеличению кубиковой прочности в 2,4 раза;
- увеличению призмочной прочности в 1,8 раза;
- увеличению предельных деформаций при сжатии в 1,9 раза;
- увеличению начального модуля упругости на 14%;

– увеличению прочности на осевое растяжение в 3,4 раза по сравнению с контрольными образцами из мелкозернистого бетона.

2. Фиброжелезобетонные образцы-балки показали повышенную прочность, трещиностойкость, жесткость и вязкость при разрушении по сравнению с образцами из традиционного железобетона.

Увеличение несущей способности косоизгибаемых фиброжелезобетонных элементов составило для серий балок

- с регулярным армированием мягкой сталью, в среднем на 18–32%;
- с использованием высокопрочной арматуры, в среднем на 13–24% по сравнению с контрольными образцами из железобетона.

Появление первых трещин, нормальных к продольной оси элемента, отмечено при уровне нагрузки 0,19–0,21 и 0,22–0,24 от предельной для железобетонных и фиброжелезобетонных балок соответственно.

Выявлено снижение прогибов в фиброжелезобетонных балках

- с арматурой класса A500C в 1,15–1,2 раза;
- с арматурой класса At800 в 1,25 раза по сравнению с железобетонными образцами, что свидетельствует об увеличении жесткости элементов при использовании фибрового армирования.

3. Фибровое армирование способствует более эффективному использованию регулярной арматуры, поскольку в железобетонных балках некоторые стержни остались недоиспользованными, и предельное состояние наступило в результате исчерпания прочности бетона сжатой зоны, в то время как в фиброжелезобетонных элементах все стержни достигли напряжений, соответствующих физическому или условному пределу текучести арматурной стали.

4. При эксплуатационном уровне нагрузки, соответствующем 70% от предельного, в фиброжелезобетонных элементах, армированных мягкой сталью, наблюдалось снижение ширины раскрытия нормальных трещин до 2 раз в балках, испытанных при углах наклона силовой плоскости, равных 10° , и до 1,7 раза – при 20° . В фиброжелезобетонных балках, армированных одним высокопрочным

арматурным стержнем, зафиксирована величина ширины раскрытия нормальных трещин, превышающая (до 30%) или равная ее величине в железобетонных образцах. Следует заметить, что снижение ширины раскрытия нормальных трещин может быть достигнуто за счет установки нескольких арматурных стержней меньшего диаметра.

В процессе экспериментального исследования в фиброжелезобетонных балках зафиксировано большее количество трещин, чем в железобетонных. Установлено уменьшение среднего расстояния между трещинами в фиброжелезобетонных балках

- с арматурой класса A500C в 1,7 раза;
- с арматурой класса At800 в 1,4–1,7 раза по сравнению с контрольными железобетонными образцами.

5. Увеличение угла наклона силовой плоскости способствует снижению несущей способности до 16% и повышению прогибов косоизгибаемых фиброжелезобетонных элементов. В балках с регулярной арматурой из высокопрочных сталей предельные изгибающие моменты оказались близки по значению, поскольку с увеличением угла наклона силовой плоскости центр тяжести рабочей арматуры существенно переместился, таким образом, плечо внутренней пары сил практически не изменилось по величине, а повернулось.

6. Величина угла закручивания была минимальна для всех образцов-балок и находилась в пределах от 0,01 до 0,14°, следовательно, величиной неизбежно возникающего крутящего момента можно пренебречь.

7. Полученные результаты и анализ характера трещинообразования, значений ширины раскрытия нормальных трещин и прогибов позволяют сделать вывод о наличии необходимых предпосылок для применения в косоизгибаемых фиброжелезобетонных элементах высокопрочной арматуры без предварительного напряжения.

ГЛАВА 3. ИССЛЕДОВАНИЕ КОСОИЗГИБАЕМЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ И ФИБРОЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ МЕТОДОМ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

При воздействии косоуго изгиба конструктивный элемент испытывает сложное напряженное состояние. Работы по исследованию особенностей поведения косоизгибаемых фиброжелезобетонных элементов под нагрузкой автору неизвестны. Вследствие чего, представляется значимым проведение численного эксперимента.

Цель численного моделирования – определение характера напряженно-деформированного состояния косоизгибаемых элементов в зоне действия постоянного момента с учетом нелинейного деформирования бетона или фибробетона и регулярной арматуры.

Задачи численного моделирования:

- исследование характера распределения относительных деформаций бетона или фибробетона в косоизгибаемых элементах с регулярной арматурой в зоне действия постоянного момента;
- нахождение положения нейтральной оси в зависимости от угла наклона силовой плоскости (β);
- исследование специфики распределения напряжений, возникающих в стержнях продольной рабочей арматуры, расположенных на различном расстоянии от нейтральной оси;
- определение величины предельного изгибающего момента, воспринимаемого поперечным сечением косоизгибаемого элемента, для дальнейшего сопоставления с данными испытаний экспериментальных образцов-балок.

Современные системы автоматизированного инженерного анализа, среди которых особое место занимают «мощные» программные комплексы, основанные на методе конечных элементов (МКЭ), открывают новые возможности для инженеров-исследователей по сравнению с экспериментами на натурных

образцах. Такие комплексы позволяют моделировать конструкции и условия их работы адекватные реальным; изменять геометрию, свойства материалов, и другие исходные данные; оценивать влияние различных существенных факторов и получать достаточно достоверные данные на большом количестве образцов, без дополнительных материальных и временных затрат на проведение испытаний. В настоящее время одним из лидеров систем автоматизированного инженерного анализа является программный комплекс ANSYS [8, 9, 56, 108].

Численное моделирование железобетонных и фиброжелезобетонных балок, подверженных воздействию косого изгиба, выполнено в программном комплексе ANSYS.

ANSYS – универсальная многофункциональная программная система, основанная на методе конечно-элементного анализа, позволяющая решать прочностные статические и динамические задачи, задачи оптимизации, теплообмена, гидрогазодинамики, акустики, электромагнетизма и др.

На сегодняшний день существует ряд исследований напряженно-деформированного состояния фибробетонных и фиброжелезобетонных элементов дисперсно-армированных стальной фиброй методом конечных элементов в программном комплексе ANSYS, большинство из которых подкреплены данными лабораторных испытаний и имеют удовлетворительную согласованность результатов [218, 224, 232, 233, 235, 241, 244, 245, 261]. Однако все они направлены на решение частных задач. Численных исследований сложного напряженного состояния элементов крайне мало [224], к примеру, работ, рассматривающих косоизгибаемые фиброжелезобетонные элементы, не было найдено вовсе.

Исследование напряженно-деформированного состояния косоизгибаемых элементов выполнялось в модуле ANSYS Mechanical APDL. Задача решалась в нелинейной постановке.

3.1 Моделирование экспериментальных образцов в программном комплексе ANSYS

В ходе численного исследования были смоделированы 2 типа железобетонных и 5 типов фиброжелезобетонных балок, идентичных экспериментальным образцам. Конструктивные схемы опытных образцов приведены в табл. 2.1 и на рисунках 2.2, 2.3 в п. 2.1.2 с. 68 – 71.

Моделирование бетона и фибробетона выполнялось при помощи трехмерного объемного элемента solid65, образованного восьмью узлами с тремя степенями свободы в каждом (перемещения вдоль осей X , Y , Z). Среди особенностей элемента выделяются возможности задания нелинейных свойств, образования трещин при растяжении, разрушения (дробления) при сжатии, развития больших деформаций и перемещений, изменения жесткости в процессе нагружения.

Моделирование стальной регулярной арматуры выполнялось при помощи трехмерного стержневого элемента link8 – стержня с тремя степенями свободы в узлах (перемещения вдоль осей X , Y , Z) и одной осью, вдоль которой он испытывает растяжение и сжатие. Среди особенностей элемента: пластичность, большие перемещения, изменение жесткости с увеличением нагрузки.

Моделирование стальных опорных пластин и распределительных пластин под нагрузку выполнялось при помощи трехмерного объемного элемента solid45. Это элемент, образованный восьмью узлами с тремя степенями свободы в каждом (перемещения вдоль осей X , Y , Z). Среди особенностей элемента: большие перемещения и деформации.

Прочностные и деформативные характеристики бетона и фибробетона при сжатии задавались при помощи диаграмм состояния «напряжения-деформации», представленных на рисунке 3.1. Диаграммы основаны на результатах испытания бетонных и фибробетонных образцов-призм, полученных аппроксимирующих кривых (п. 2.2.1, с. 82, 83) и диаграммах, применяемых в других исследованиях [142, 158, 234, 242, 260].

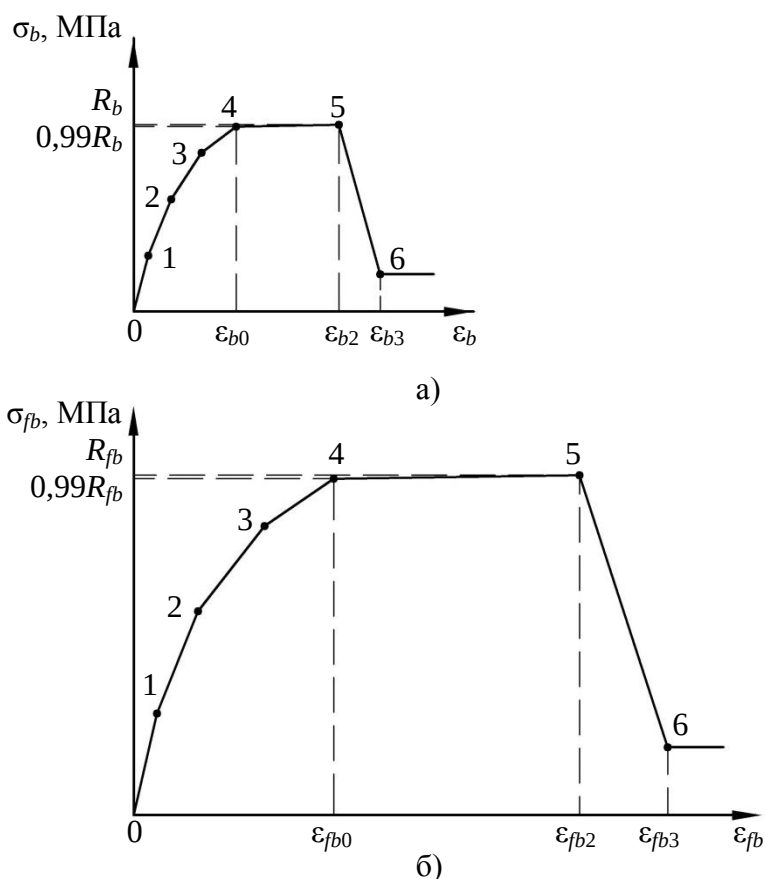


Рисунок 3.1 – Диаграммы состояния бетона (а) и фибробетона (б) при сжатии

В работах [234, 245, 260] предлагается на базе эмпирической зависимости деформирования бетона криволинейный участок до предела прочности на сжатие упрощенно заменить кусочно-линейной функцией. Значения напряжений в точках 1–4 численно равны 30, 60, 85 и 99% от предела прочности материала на сжатие соответственно. Для обеспечения сходимости решения горизонтальный участок диаграммы задан с незначительным упрочнением; относительные деформации ε_{b2} и ε_{fb2} численно равны 0,0035 [166] и 0,0076 [142] соответственно.

Ввиду того, что программный комплекс не позволяет определить фактическую ширину раскрытия трещины в ходе численного эксперимента, а также с целью обеспечения непрерывности сетки конечных элементов, диаграммы состояния бетона и фибробетона при сжатии дополнены ниспадающей ветвью, условный физический смысл, которой заключается в «размазывании» трещины на некоторую область конечных элементов, что позволяет получить численное решение задачи [158, 242]. Для точки 6 относительные деформации

приняты равными $1,2\varepsilon_{b2}$ и $1,2\varepsilon_{fb2}$ для бетона и фибробетона соответственно, а величина напряжений – 20% от прочности материала на сжатие.

Solid65 – элемент программного комплекса ANSYS, предназначенный для моделирования бетона, фибробетона или «размазанных» характеристик железобетона. Специфику поведения материала при разрушении рассматривает заложенная в системе модель «Concrete», реализующая критерий разрушения К. J. Willam и E. D. Warnke, который предполагает появление трещины при достижении главными растягивающими напряжениями в матрице прочности на растяжение, а также разупрочнение при сжатии при достижении главными сжимающими напряжениями соответствующего предела [259].

Моделирование работы элемента solid65 при растяжении по умолчанию задается диаграммой, представленной на рисунке 3.2. Коэффициент релаксации растягивающих напряжений T_c принят численно равным 0 для бетона [158, 260] и 0,6 [235] для фибробетона. Таким образом, в программном модуле ANSYS Mechanical APDL поведение элемента solid65 при растяжении вплоть до разрушения моделируется упругим [126].

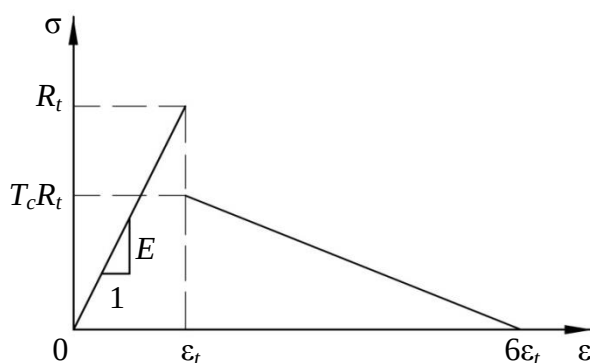


Рисунок 3.2 – Диаграмма деформирования элемента solid65 при растяжении: R_t – прочность материала на растяжение; T_c – коэффициент релаксации растягивающих напряжений, E – модуль упругости материала

Механические характеристики арматуры задавались при помощи идеализированных диаграмм состояния «напряжения – деформации» на основании действующих в нашей стране норм [166] с учетом прочностных и

деформативных характеристик, определенных в процессе предварительных испытаний опытных образцов (п. 2.2.2, с. 88). Для обеспечения сходимости решения горизонтальные участки диаграмм приняты с незначительным упрочнением. Диаграммы растяжения арматуры представлены на рисунке 3.3.

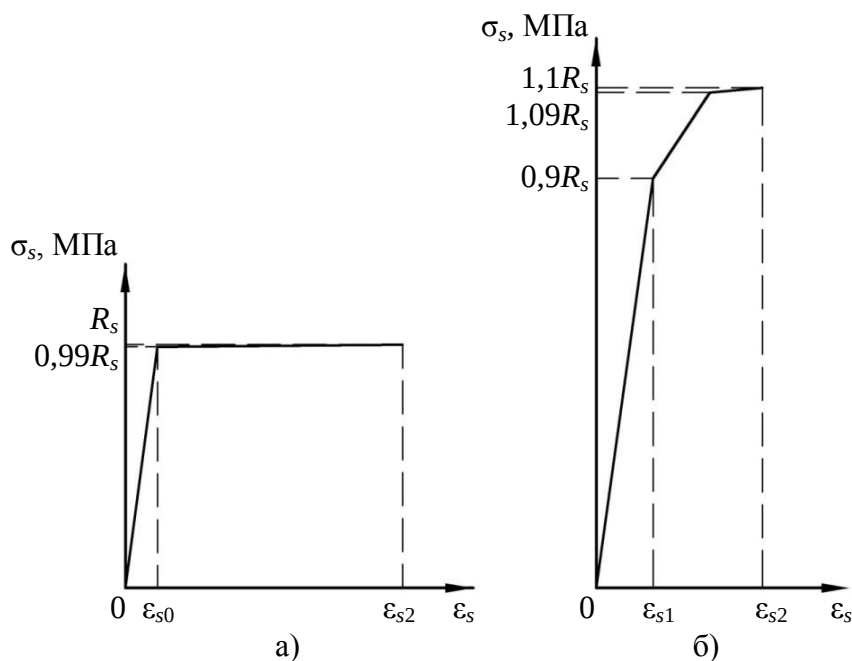


Рисунок 3.3 – Идеализированные диаграммы растяжения арматуры « $\sigma_s - \epsilon_s$ »:

а) класса A500C; б) класса At800

Опорные и грузораспределительные пластины приняты упругими.

Расчетная схема численной модели косоизгибаемого элемента повторяет схему испытания опытных образцов в лабораторных условиях (рисунок 2.20 в п. 2.4, с. 91). К балке, шарнирно опертой в третях пролета, прикладываются силы нагружения в торцевых частях, в результате чего волокна наиболее растянутого ребра располагаются сверху, а сжатого снизу. Однако, в отличие от натурных испытаний, при выполнении конечно-элементного исследования торцы балок не были закреплены от горизонтальных перемещений. Отсутствие данного закрепления в численном моделировании позволит выявить влияние ограничителей на форму сжатой зоны балок.

Поскольку конструкции образцов и нагружение симметричны относительно середины пролета, в программном комплексе задавалась половина балки. Сетка конечных элементов имеет шаг 5 или 10 мм с учащением в тех областях, где расположен арматурный стержень. Общее количество конечных элементов порядка 36 тысяч. Общие виды моделей арматурного каркаса и балки представлены на рисунках 3.4 и 3.5 соответственно.

Горизонтальная опорная пластина закреплена от перемещения вдоль осей Y и Z , вертикальная – от перемещения вдоль оси Z . Условия симметрии заданы стандартной командой программного комплекса. Нагружение выполняется на торце через грузораспределительную пластину, посредством приложения взаимно перпендикулярных векторов сил, результирующий вектор которых задает необходимый угол наклона силовой плоскости. Общий вид условий закрепления и нагружения смоделированной балки представлены на рисунке 3.6.

Для решения задачи применялся нелинейный статический анализ, при выполнении которого величина нагрузки разбивается на некоторое количество приращений – шагов нагружения. Решение на каждом шаге выполняется независимо, перед следующим шагом матрица жесткости корректируется с учетом нелинейных изменений жесткости конструкции [234]. Так происходит на каждом последующем шаге, а процесс итераций в программном комплексе ANSYS выполняется методом Ньютона-Рафсона.

Перед каждым этапом метод Ньютона-Рафсона оценивает вектор нагрузок, затем программа выполняет линейное решение, и проверяет сходимость. Если сходимость не выполняется, то вектор нагрузок переоценивается, перестраивается матрица жесткости и выполняется новое решение. Процедура итераций выполняется до тех пор, пока не будет достигнута сходимость решения. Пример использования метода Ньютона-Рафсона для двух равновесных итераций и одной степени свободы представлен на рисунке 3.7. В ходе решения был принят силовой критерий сходимости, с погрешностью 5%.

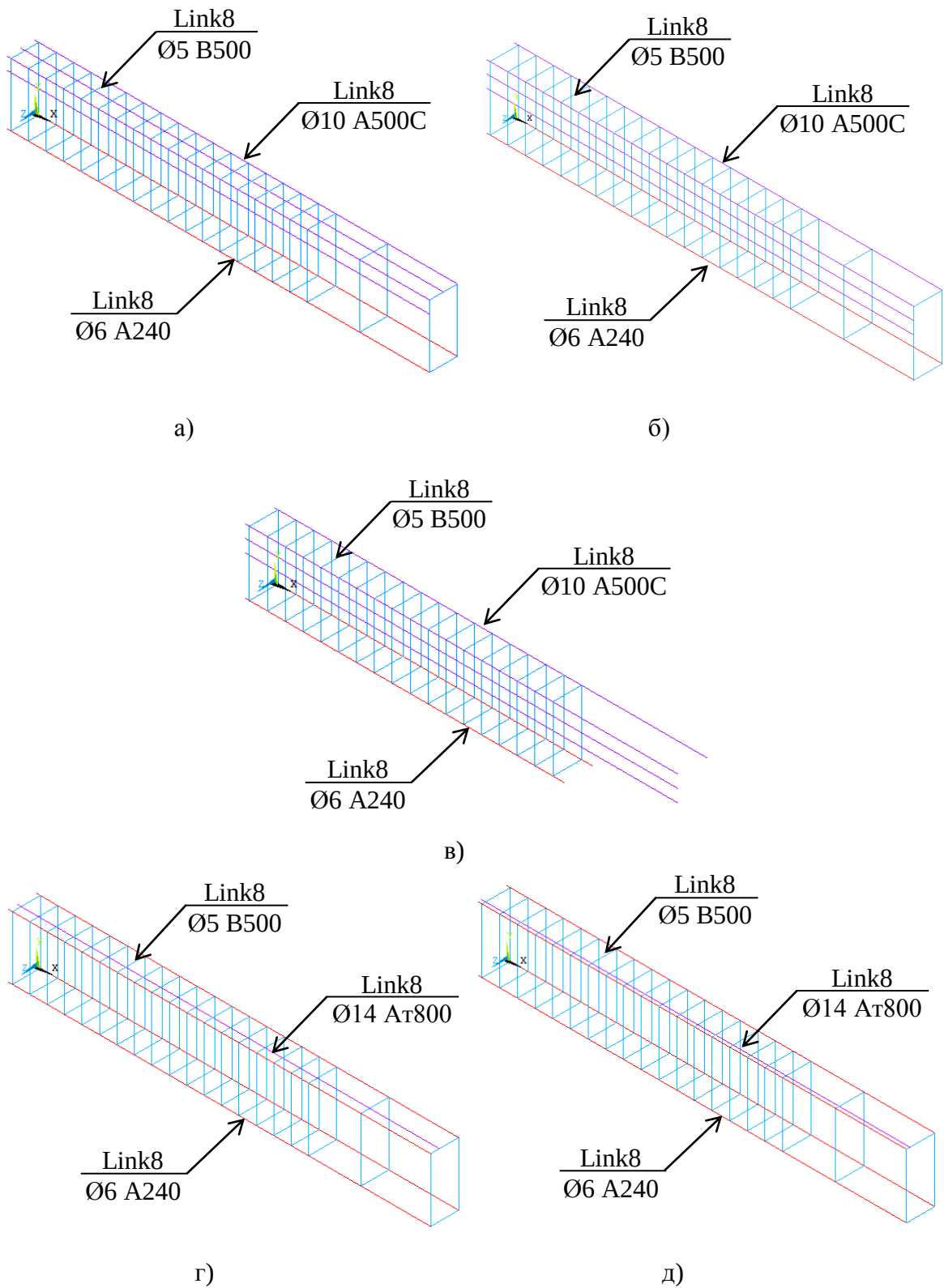


Рисунок 3.4 – Общий вид арматурного каркаса балок серий: а) ЖБ1, ФЖБ1.1; б) ЖБ2, ФЖБ1.2; в) ФЖБ1.3; г) ФЖБ2.1; д) ФЖБ2.2

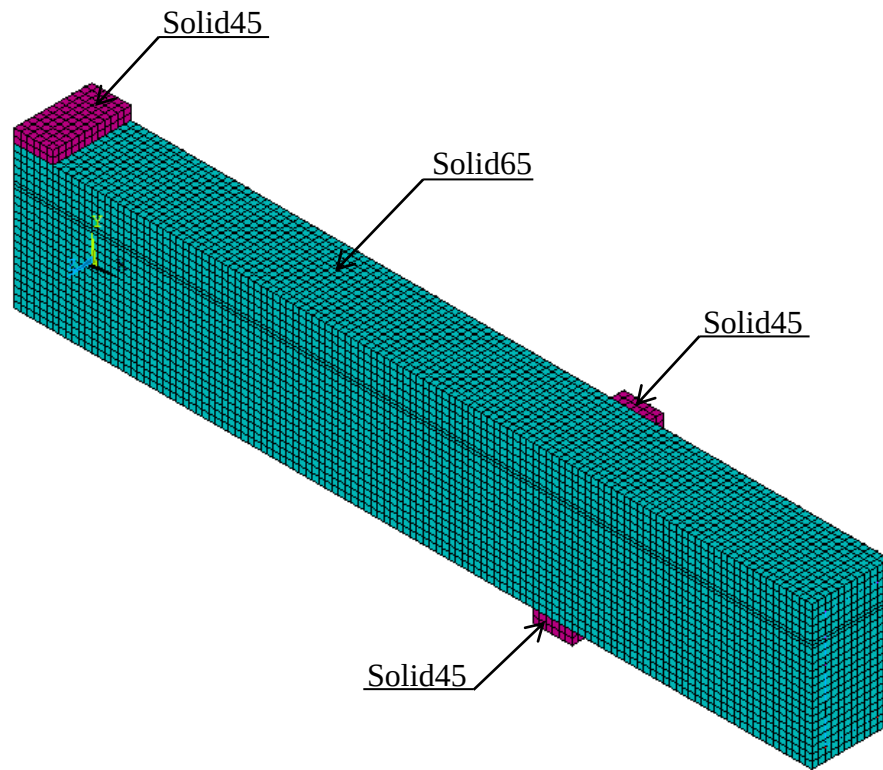


Рисунок 3.5 – Общий вид смоделированной балки в программном комплексе ANSYS

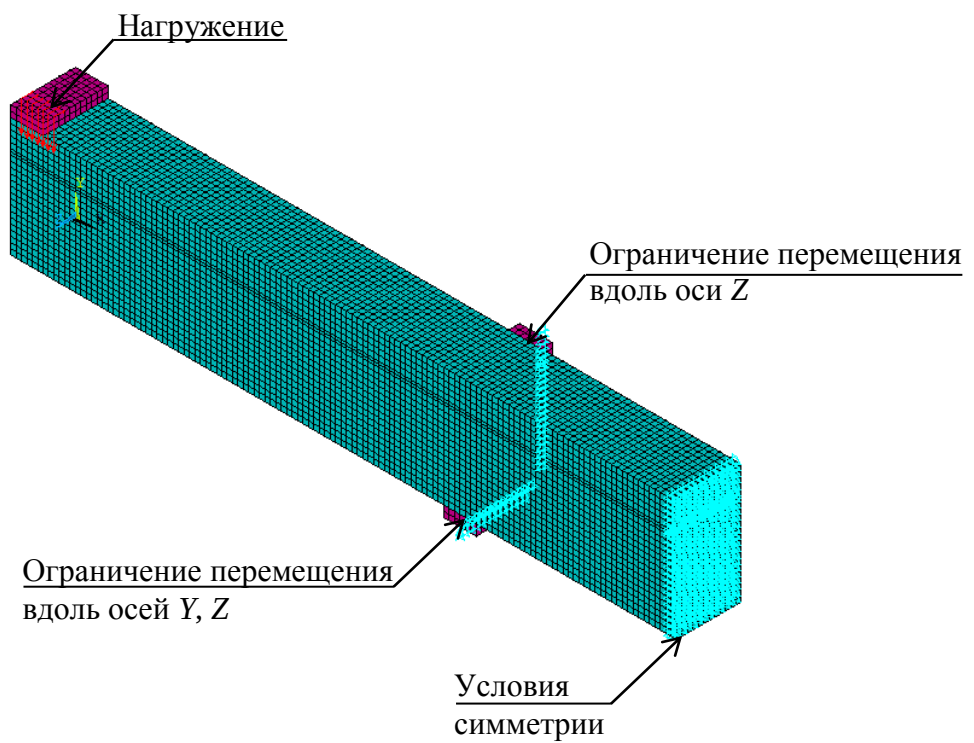


Рисунок 3.6 – Общий вид условий закрепления и нагружения смоделированной балки

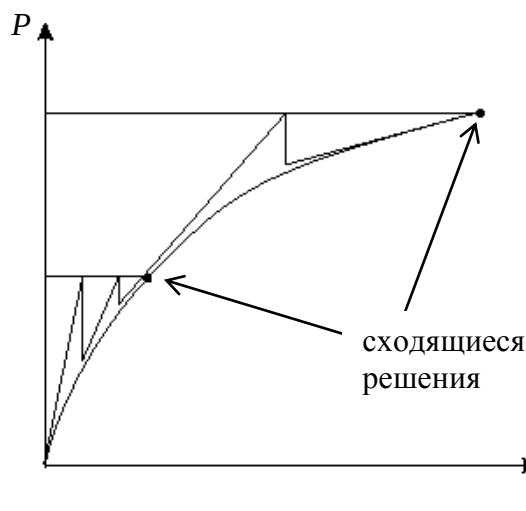


Рисунок 3.7 – Метод Ньютона-Рафсона для двух равновесных итераций и одной степени свободы: P – нагрузка, f – перемещения

3.2 Анализ результатов численного моделирования

В результате численного моделирования образцов-балок в программном комплексе ANSYS были получены данные о характере напряженно-деформированного состояния элемента на любом шаге нагружения, а именно:

- изополя напряжений в бетоне и фибробетоне;
- изополя относительных деформаций бетона и фибробетона;
- распределение напряжений в арматурных стержнях;
- распределение относительных деформаций арматурных стержней.

Для нахождения предельной стадии напряженно-деформированного состояния, и соответствующего предельного изгибающего момента, который может быть воспринят поперечным сечением элемента, были приняты силовой критерий для арматурных стержней, и деформационный – для бетона и фибробетона. Таким образом, предельное состояние косоизгибаемого элемента наступает в результате достижения во всех продольных рабочих стержнях напряжений, равных или превышающих физический или условный предел текучести для мягких и высокопрочных арматурных сталей соответственно, либо по причине раздробления бетона или фибробетона сжатой зоны.

В таблице 3.1 представлены результаты численного исследования железобетонных и фиброжелезобетонных балок, подверженных воздействию косого изгиба, при уровне нагружения, соответствующего предельной стадии напряженно-деформированного состояния:

1. Распределение напряжений в арматурных стержнях. Арматурные стержни, напряжения в которых достигли физический или условный предел текучести, в таблице 3.1 отмечены красным цветом. Единицы измерения напряжений – Па.

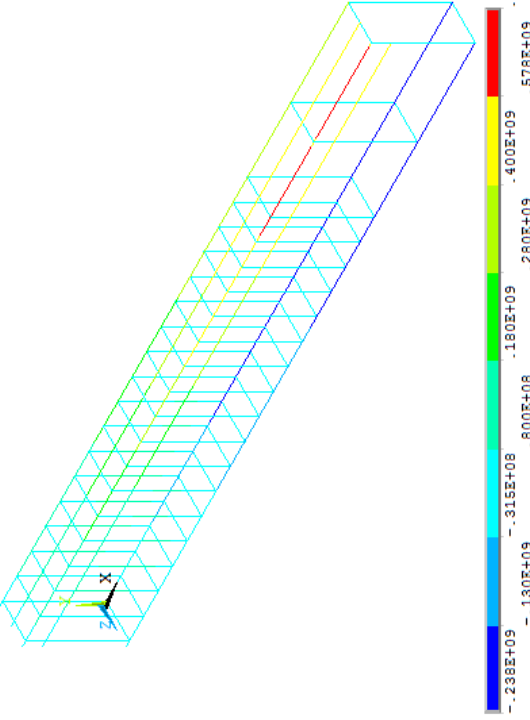
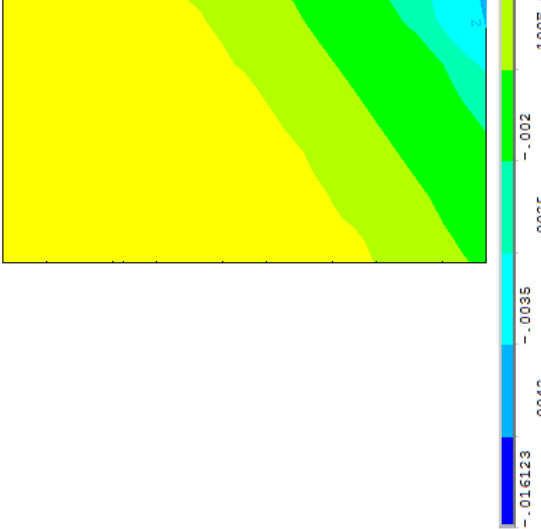
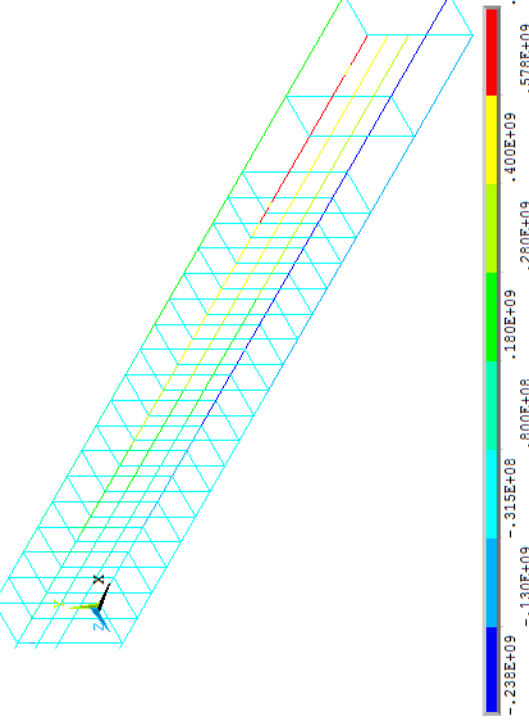
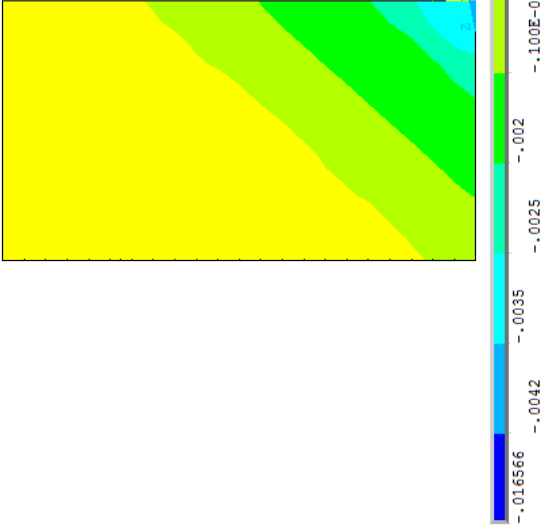
2. Распределение относительных деформаций бетона и фибробетона вдоль продольной оси X в поперечном сечении балки, находящегося в зоне действия постоянного момента. Корректировка значений цветовой шкалы позволила также определить положение нейтральной оси в образцах в предельной стадии напряженно-деформированного состояния.

Отрицательные значения искомых величин соответствуют сжатию, положительные – растяжению.

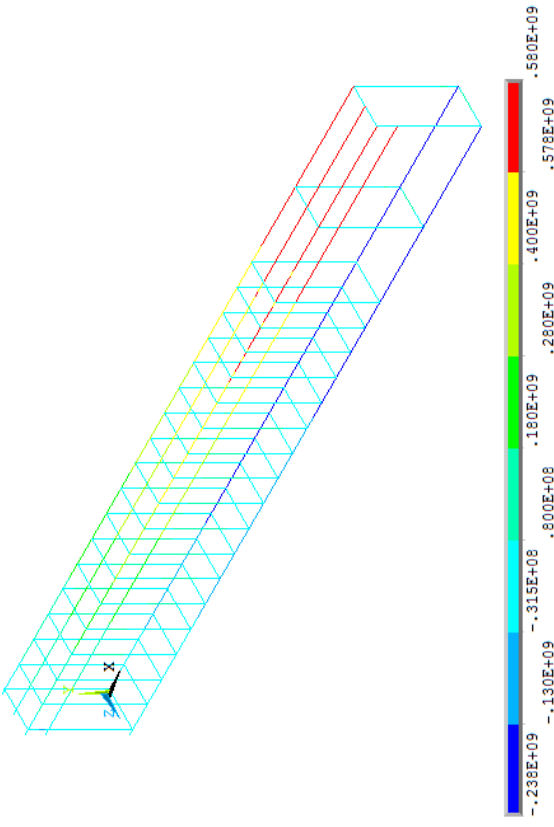
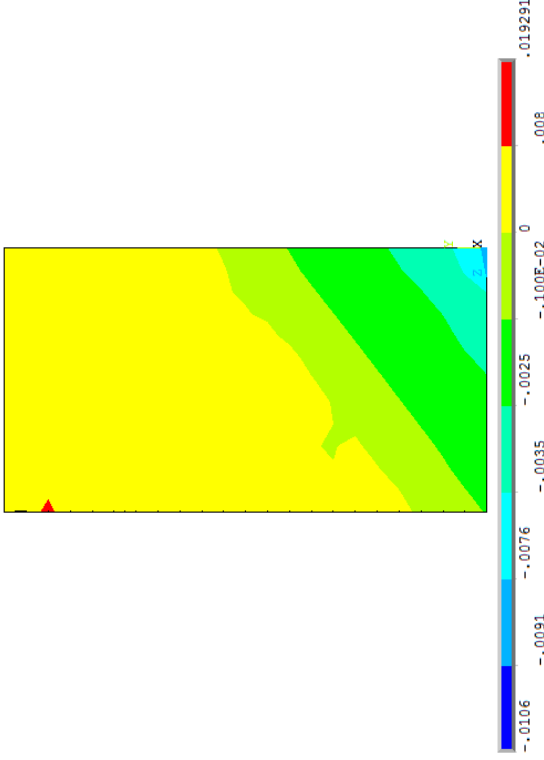
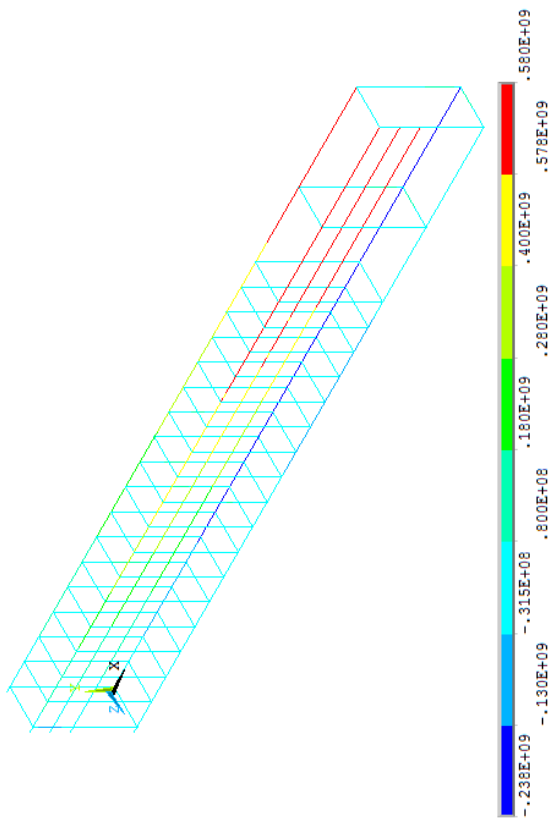
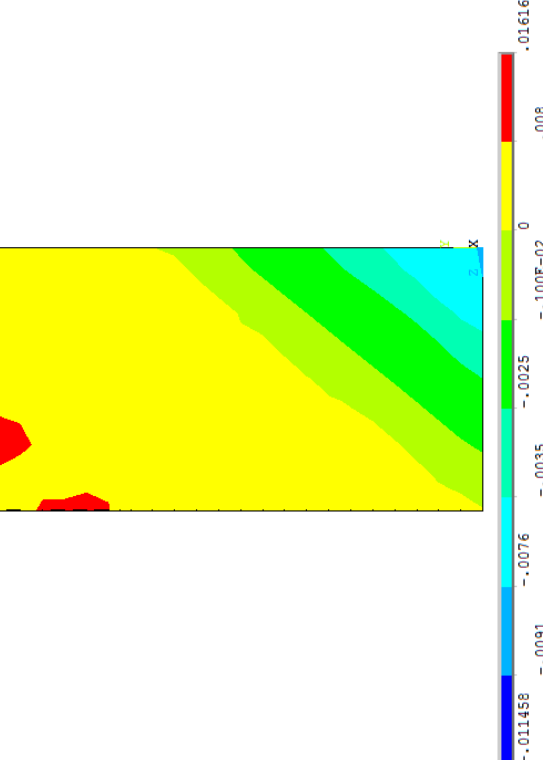
Приведенные в таблице 3.1 результаты численного моделирования свидетельствуют о том, что в железобетонных образцах предельное состояние наступило по причине раздробления сжатой зоны бетона, большинство арматурных стержней остались недоиспользованными. В фиброжелезобетонных образцах, армированных мягкой сталью, отмечено появление пластических деформаций во всех стержнях продольной рабочей арматуры до исчерпания прочности сжатой зоной фибробетона. В балках, армированных высокопрочной сталью, выявлено достижение напряжений в рабочем стержне класса Аt800 равных условному пределу текучести.

С увеличением угла наклона силовой плоскости изменялся угол наклона нейтральной оси. В фиброжелезобетонных балках форма сжатой зоны преобразовалась из трапециевидной в треугольную, а в железобетонных – не изменялась, ввиду большей площади сжатой зоны бетона, что подтверждает предположение о влиянии закрепления на положение нейтральной оси.

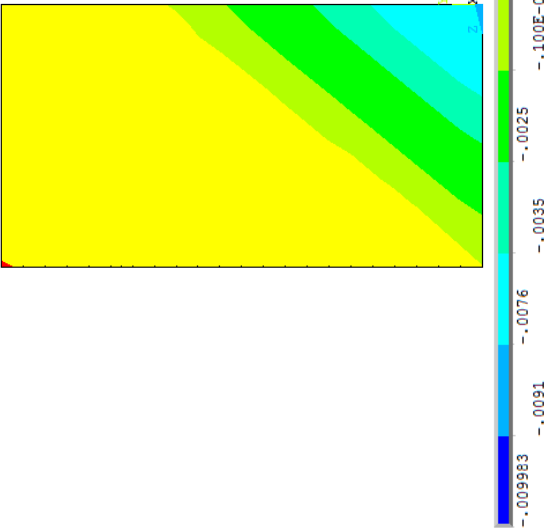
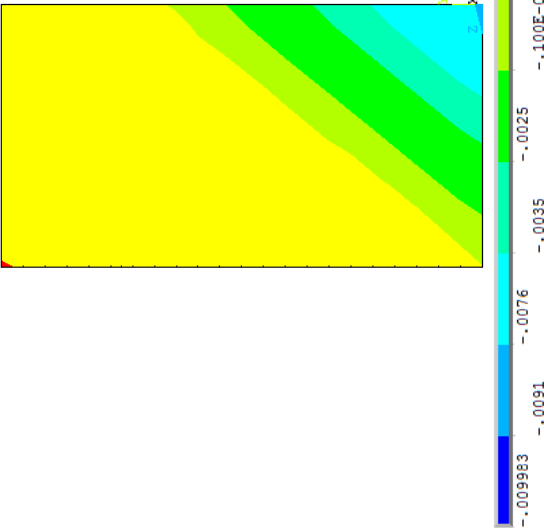
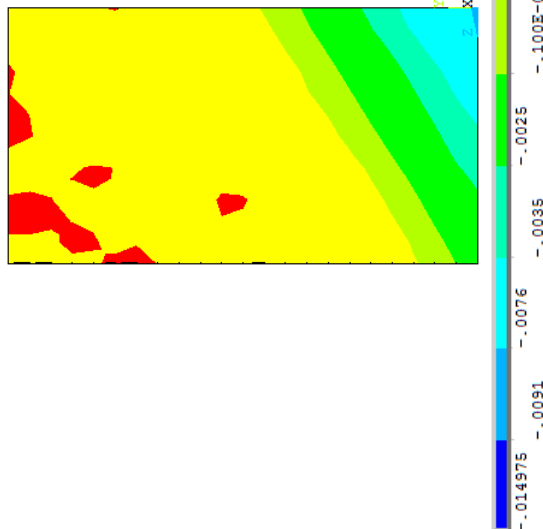
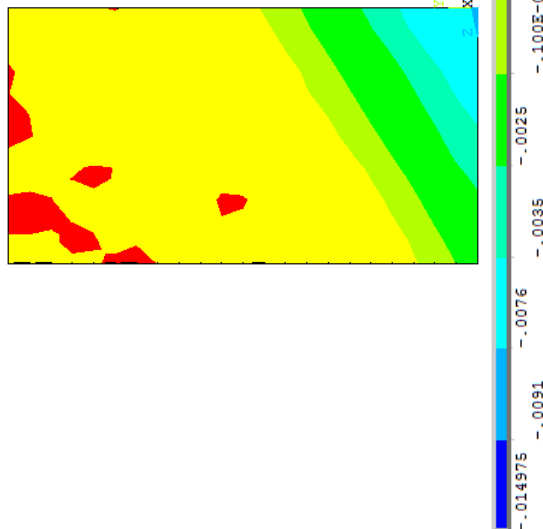
Таблица 3.1 – Графические результаты численного исследования косозгибаемых железобетонных и фиброжелезобетонных элементов

Серия балки	Напряжения в арматуре	Относительные деформации бетона или фибробетона
ЖБ1		
ЖБ2		

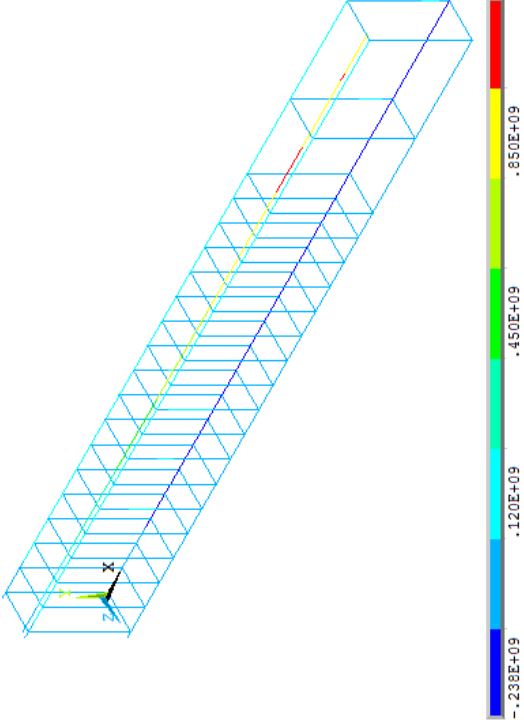
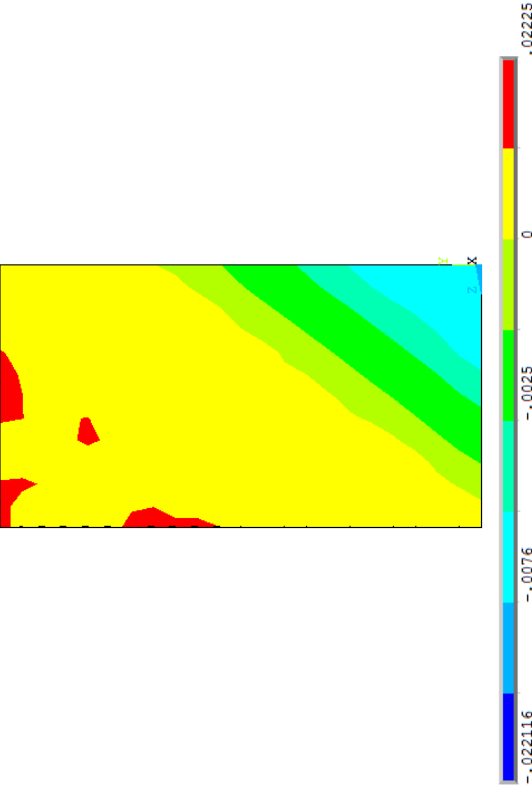
Продолжение таблицы 3.1

Серия балки	Напряжения в арматуре	Относительные деформации бетона или фибробетона
ФЖБ1.1		
ФЖБ1.2		

Продолжение таблицы 3.1

Серия балки	Напряжения в арматуре	Относительные деформации бетона или фибробетона
ФЖБ1.3		
ФЖБ2.1		

Продолжение таблицы 3.1

Серия балки	Напряжения в арматуре	Относительные деформации бетона или фибробетона
ФЖБ2.2		

Сопоставление результатов будет проведено после разработки инженерного метода расчета для выполнения полного сравнения полученных данных.

Величины предельных изгибающих моментов, найденных посредством численного эксперимента для всех серий балок, приведены в таблице 3.2.

Таблица 3.2 – Значения предельных изгибающих моментов
по результатам численного исследования

Номер серии	Шифр балки	Предельный изгибающий момент M_a , кН·м
1	ЖБ1	23,07
2	ЖБ2	20,38
3	ФЖБ1.1	29,19
6	ФЖБ1.2	25,84
4	ФЖБ1.3	25,54
5	ФЖБ2.1	31,78
7	ФЖБ2.2	30,62

На рисунках 3.8–3.10 представлены изополя относительных деформаций бетона и фибробетона вдоль продольной оси X в предельной стадии напряженно-деформированного состояния.

С увеличением угла наклона силовой плоскости от 10 до 20° прослеживается снижение несущей способности балок. В железобетонных балках предельный изгибающий момент уменьшился на 11,7%, в фиброжелезобетонных балках, армированных мягкой сталью – на 11,5 и 12,5%, в фиброжелезобетонных балках, армированных высокопрочным стрежнем – на 3,7%.

Для фиброжелезобетонных элементов с регулярным армированием стрежнями класса А500С увеличение предельного изгибающего момента, воспринимаемого поперечным сечением, составило:

- 26,5% для балок, испытанных под углом β , равным 10°;
- 26,8% и 25,3% для балок, испытанных под углом β , равным 20°, по сравнению с контрольными образцами из железобетона.

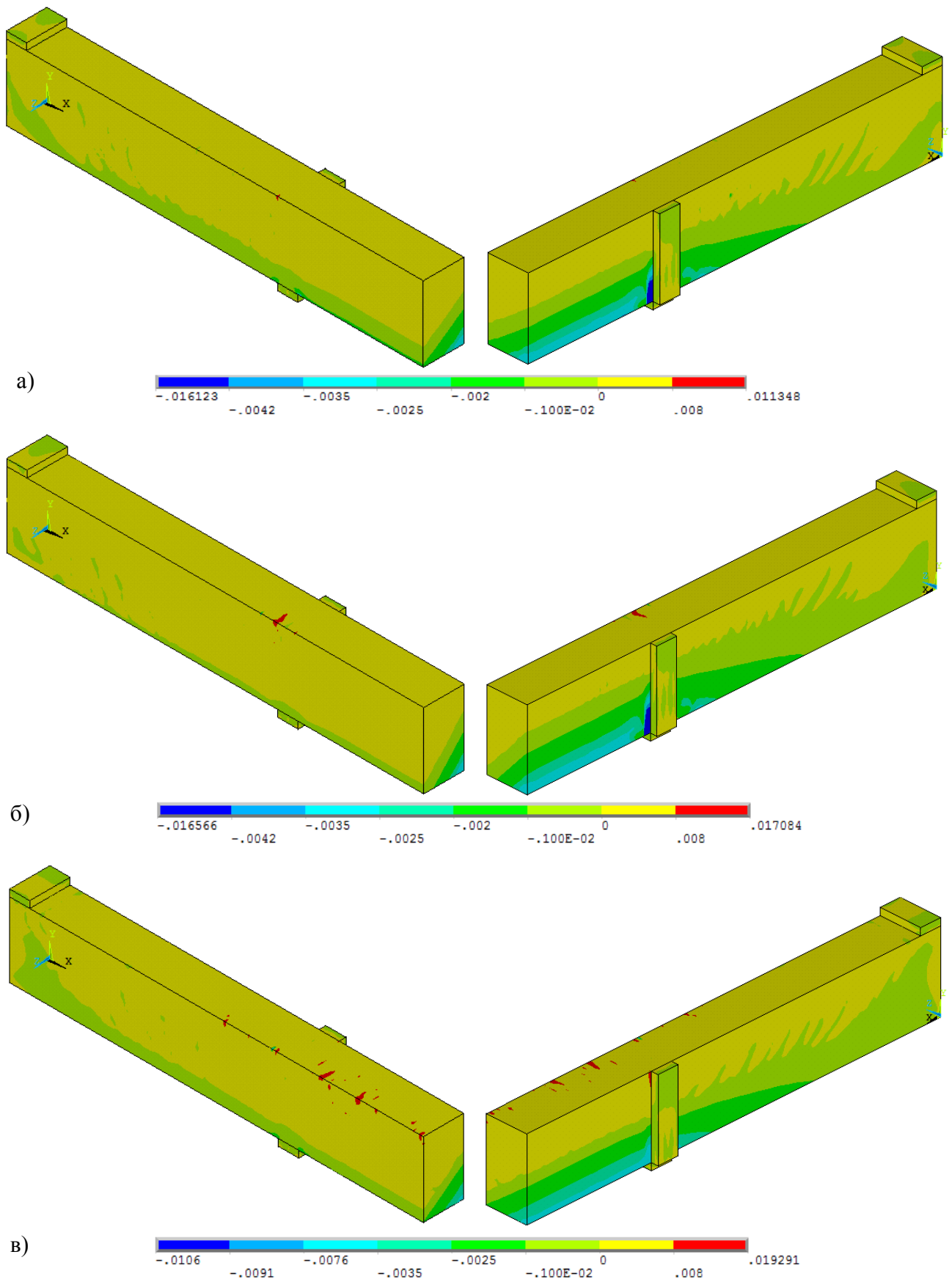


Рисунок 3.8 – Изополя относительных деформаций бетона (а, б) и фибробетона (в) вдоль продольной оси X в балках серий а) ЖБ1, б) ЖБ2, и в) ФЖБ1.1 в предельной стадии напряженно-деформированного состояния

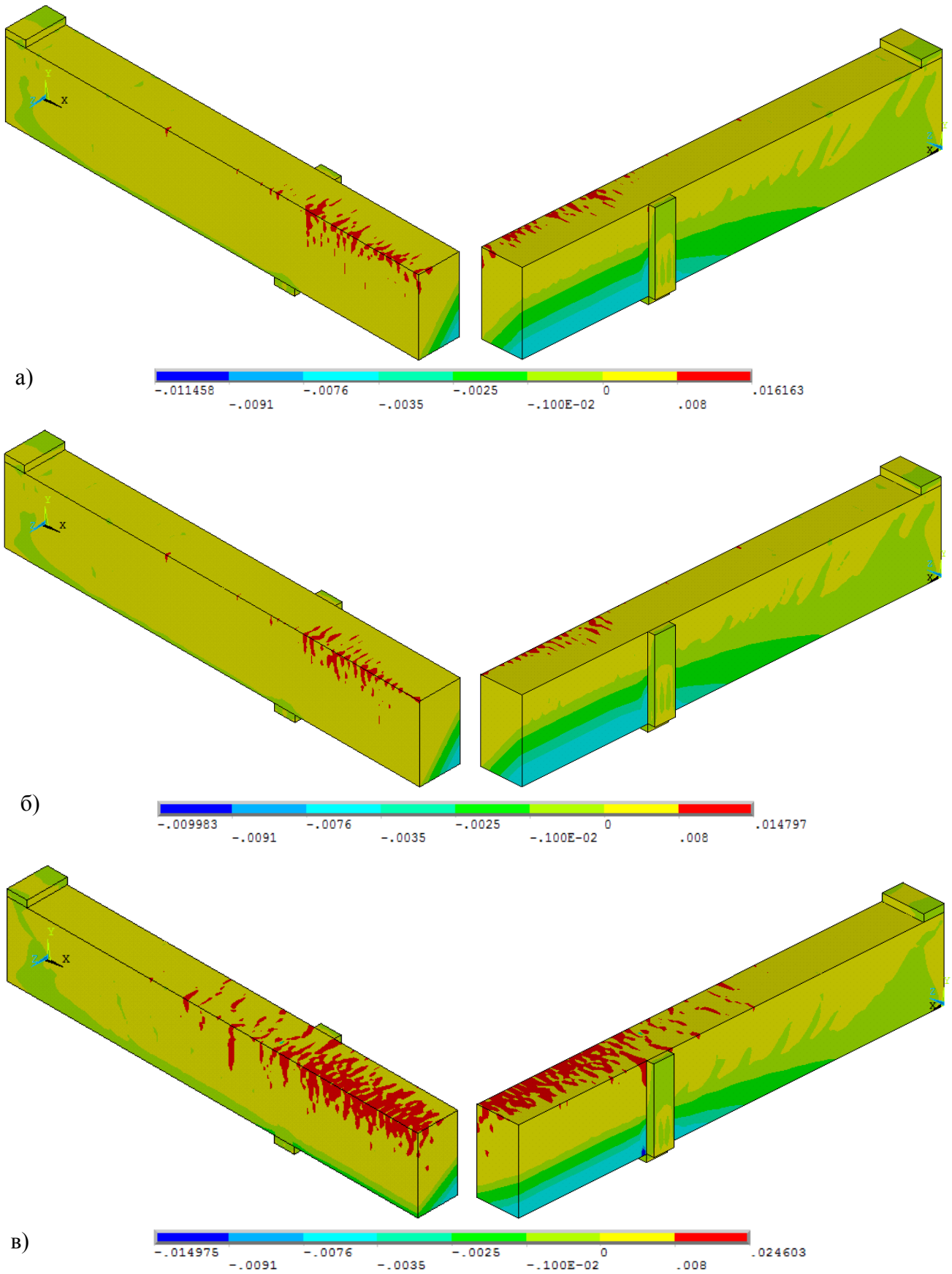


Рисунок 3.9 – Изополя относительных деформаций фибробетона вдоль продольной оси X в балках серий а) ФЖБ1.2, б) ФЖБ1.3 и в) ФЖБ2.1 в предельной стадии напряженно-деформированного состояния

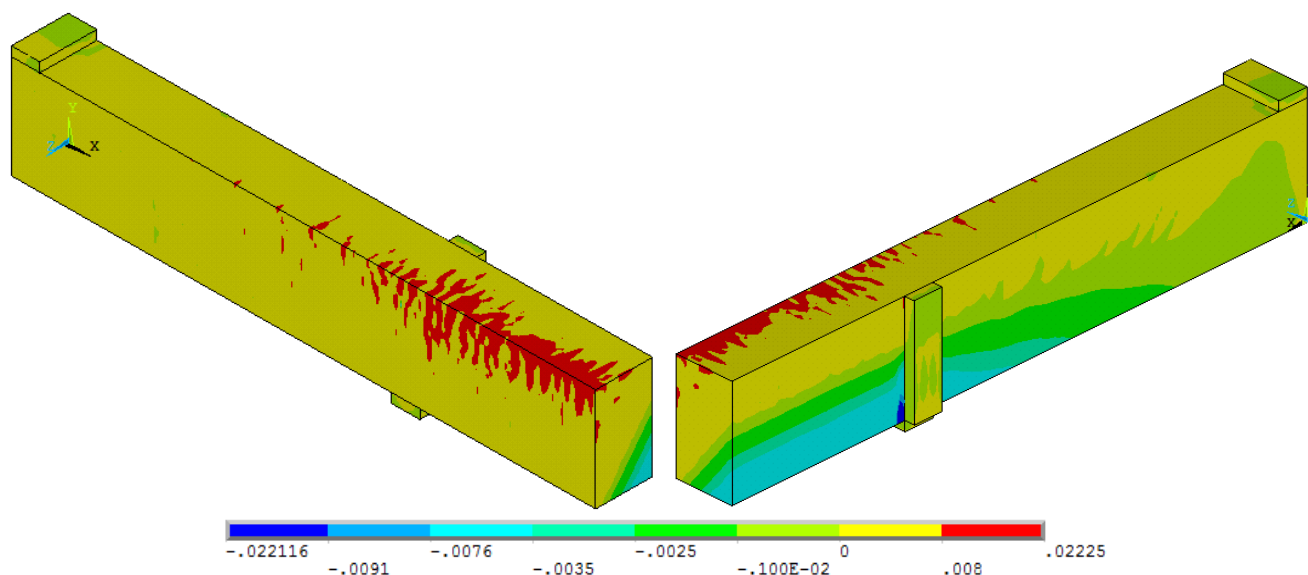


Рисунок 3.10 – Изополя относительных деформаций фибробетона вдоль продольной оси X в балках серии ФЖБ2.2 в предельной стадии напряженно-деформированного состояния

Для балок серий ФЖБ1.2 и ФЖБ1.3 численный эксперимент показал незначительную разницу предельных изгибающих моментов в 1,2%, что свидетельствует о минимальном влиянии установленной конструктивной арматуры малого диаметра и замкнутых хомутов.

Выводы по третьей главе

Численное исследование железобетонных и фиброжелезобетонных элементов, моделирующих поведение экспериментальных образцов в условиях косоугольного изгиба, в программном комплексе ANSYS позволило определить напряженно-деформированное состояние на каждом из заданных шагов нагружения и сделать следующие выводы:

1. Улучшенные прочностные и жесткостные характеристики фибробетона, по сравнению с традиционным бетоном, позволяют повысить несущую способность косоизгибаемого элемента.

2. Увеличение угла наклона силовой плоскости приводит к снижению несущей способности до 11,7% в железобетонных и до 12,5% в фиброжелезобетонных элементах.

3. Нейтральная ось поворачивается с ростом угла наклона силовой плоскости, таким образом, в фиброжелезобетонных балках форма сжатой зоны переходит из трапецевидной в треугольную, а в железобетонных остается трапецевидной, ввиду большей площади.

4. В смоделированных железобетонных балках наступление предельной стадии напряженно-деформированного состояния происходит в результате раздробления сжатой зоны, в фиброжелезобетонных – в результате достижения стержнями продольной рабочей арматуры физического или условного предела текучести для мягких и высокопрочных сталей соответственно.

5. Установка конструктивной арматуры небольшого диаметра и наличие замкнутых хомутов не оказали существенного влияния на величину предельного изгибающего момента при угле наклона силовой плоскости, равном 20° .

6. Применение фибрового армирования позволило использовать повышенные прочностные свойства высокопрочной арматурной стали без предварительного напряжения.

7. Благодаря полученным выше результатам в рамках физического и численного экспериментов создались необходимые предпосылки для разработки практического метода расчета по прочности нормальных сечений косоизгибаемых фиброжелезобетонных элементов.

ГЛАВА 4. РАСЧЕТ ПО ПРОЧНОСТИ КОСОИЗГИБАЕМЫХ ФИБРОЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ

4.1 Постановка задачи. Предпосылки и допущения

Рассмотрим фиброжелезобетонную балку прямоугольного сечения, лежащую на двух опорах (рисунок 4.1). Оси X и Y – оси симметрии геометрической фигуры поперечного сечения балки, в данном случае прямоугольника. В третях пролета, в плоскости нормального сечения, под углом β относительно оси Y к балке приложена сосредоточенная сила величиной P . В результате в среднем участке пролета, в плоскости действия силы, возникает момент величиной M . Средний участок – зона чистого косоуго изгиба, в которой с увеличением уровня нагружения возникают нормальные трещины. Расчет выполняем по нормальному сечению, а поверхность разрушения считаем плоской.

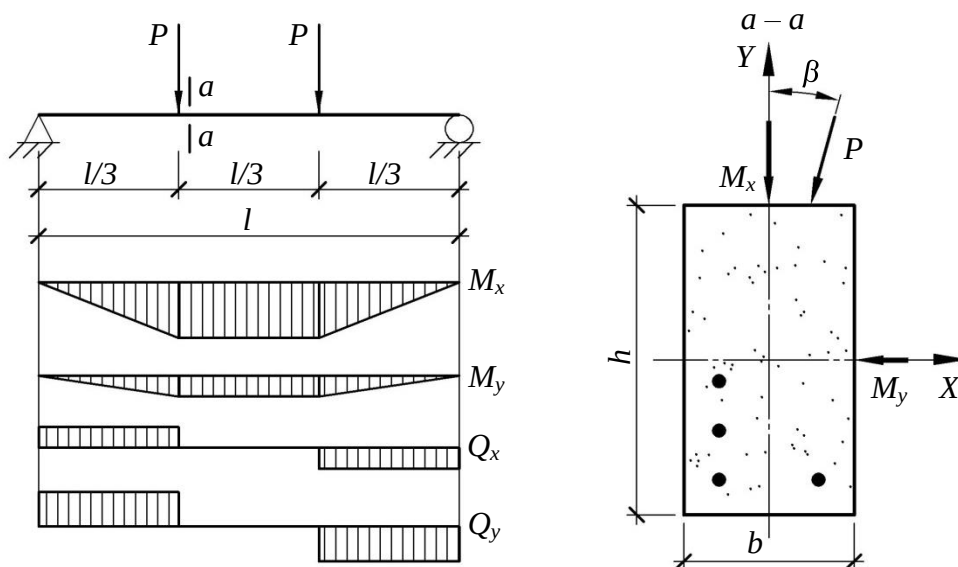


Рисунок 4.1 – Схема нагружения и распределения усилий по сечениям балки

В основу предлагаемого метода положены методы расчета по прочности косоизгибаемых железобетонных элементов, предложенные С. И. Глазером [37] и

М. С. Торяником [179, 181], а также оригинальные разработки автора, обеспечивающие учет специфики поведения фибробетона в составе конструкции.

На основании выполненных ранее экспериментального и численного исследований, необходимо выделить следующие положения, существенные для дальнейшего построения расчета:

1. С увеличением угла наклона силовой плоскости происходит снижение предельного изгибающего момента, воспринимаемого поперечным сечением косоизгибаемого фиброжелезобетонного элемента, поэтому не учитываются косые воздействия и приведение к случаю плоского изгиба, или изгиба в двух плоскостях способствует переоценке несущей способности элемента.

2. Сложное напряженное состояние, неоднородность материала, подверженного нелинейному деформированию и пр. обуславливают трудоемкость расчета косоизгибаемых фиброжелезобетонных элементов, для практического использования целесообразно упростить задачу.

3. В ходе экспериментального исследования величины углов закручивания были минимальны, поэтому влиянием неизбежно возникающего крутящего момента пренебрегаем.

4. Экспериментальные и численные исследования показали, что в фиброжелезобетонных балках напряжения во всех продольных рабочих стержнях достигли физического предела текучести прежде, чем произошло раздробление фибробетона сжатой зоны. Следовательно, во всех стержнях принимаем напряжения, равные расчетному сопротивлению арматуры растяжению R_s , в т. ч. для высокопрочной арматуры в первом приближении.

5. При наступлении III стадии напряженно-деформированного состояния в косоизгибаемом фиброжелезобетонном элементе усилия сжатия воспринимаются фибробетоном сжатой зоны, а усилия растяжения – продольной арматурой и долей растянутого фибробетона.

Рассмотрим прочность нормальных сечений косоизгибаемых фиброжелезобетонных элементов с регулярной арматурой из мягких сталей при соблюдении условия $\xi \leq \xi_R$.

Расчет по прочности косоизгибаемых фиброжелезобетонных элементов производится по III стадии напряженно-деформированного состояния по предельным усилиям и имеет следующие предпосылки:

1. Эпюра распределения напряжений в фибробетоне сжатой зоны принимается прямоугольной, с ординатой, равной расчетному сопротивлению фибробетона сжатию R_{fb} .

2. Эпюра распределения напряжений в фибробетоне растянутой зоны принимается прямоугольной, с ординатой, равной по величине σ_{fbt} (см. стр. 143).

3. Напряжения в стержнях продольной рабочей арматуры принимаются равными расчетному сопротивлению арматуры растяжению R_s .

4. Центры тяжести растянутого и сжатого фибробетона и растянутой арматуры лежат в одной плоскости, соответственно и равнодействующие усилия в них находятся в одной плоскости.

5. Плоскости действия внешних сил и внутренних усилий совпадают или параллельны.

6. Центр тяжести растянутой продольной арматуры максимально приближен к наиболее растянутому углу сечения.

7. Часть растянутой арматуры площадью a_x располагается горизонтально, параллельно ширине сечения b в зависимости от условий нагружения конструкции:

- при постоянном действии нагрузки центр тяжести арматуры площадью a_x рекомендуется приблизить к более растянутому углу сечения;
- при нагружении взаимно перпендикулярными векторами сил, один из которых периодически повторяющийся, центр тяжести арматуры площадью a_x располагается на оси Y .

8. Часть растянутой арматуры площадью a_y располагается вертикально, параллельно высоте сечения h , а ее центр тяжести максимально приближен к наиболее растянутому углу сечения.

9. Крайний, наиболее растянутый стержень относится к горизонтальной части арматуры площадью a_x .

При воздействии косоуго изгиба на элемент прямоугольного сечения сжатая зона фибробетона может иметь две формы: треугольную и трапециевидную. Схема распределения напряжений и внутренних усилий в сечении косоизгибаемого фиброжелезобетонного элемента в зоне действия постоянного момента представлена на рисунке 4.2(а) для треугольной и на рисунке 4.2(б) для трапециевидной форм сжатой зоны фибробетона.

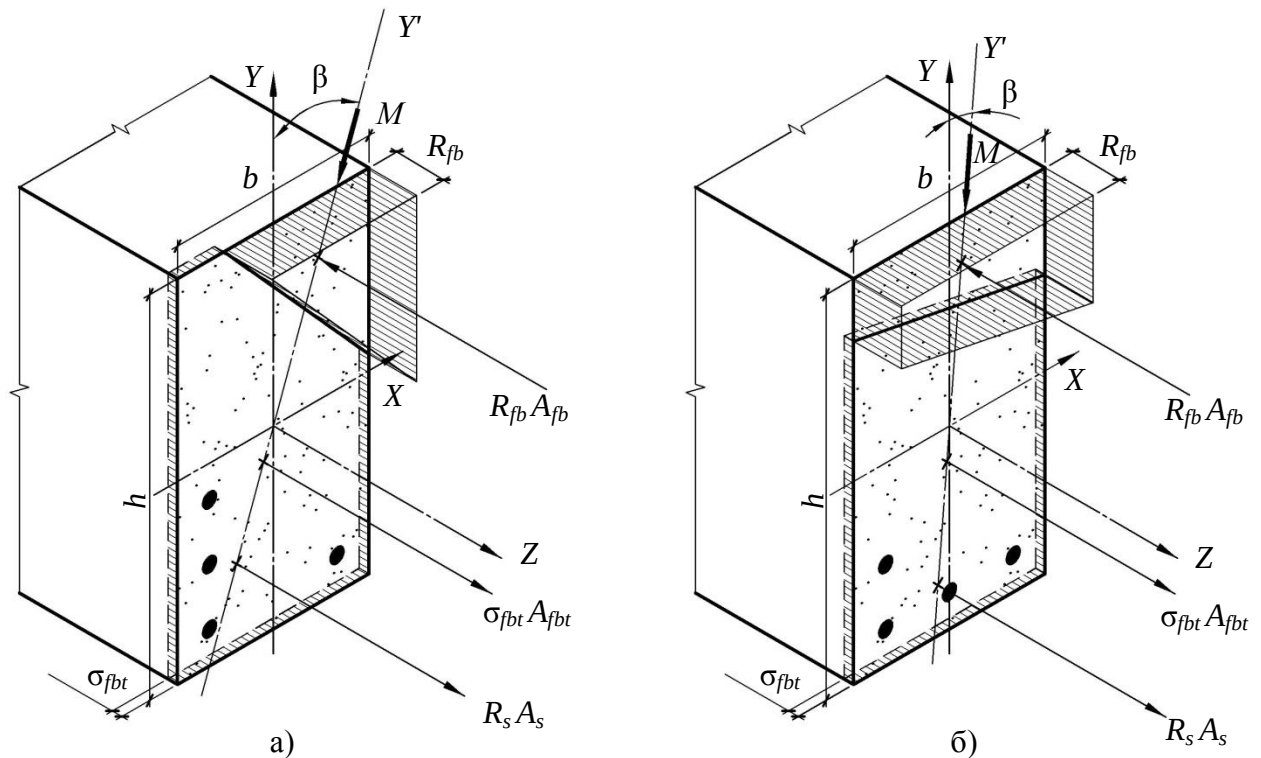


Рисунок 4.2 – Схема распределения напряжений и внутренних усилий в сечении косоизгибаемого фиброжелезобетонного элемента в зоне действия постоянного момента для треугольной (а) и трапециевидной (б) форм сжатой зоны фибробетона; M – изгибающий момент от действия внешних сил; Y' – плоскость действия внешних сил и внутренних усилий

Особенности расчета по прочности перearмированных косоизгибаемых элементов, а также фиброжелезобетонных элементов, армированных высокопрочной арматурой без предварительного напряжения представлены в п. 4.3.5 и 4.3.6 (с. 173 – 179) соответственно.

4.2 Определение напряжений в фибробетоне растянутой зоны σ_{fbt}

Участие фибробетона в восприятии растягивающих усилий представляется напряжениями σ_{fbt} , равномерно распределенными по площади растянутой зоны косоизгибаемого элемента, равными по величине доле от расчетного сопротивления фибробетона осевому растяжению

$$\sigma_{fbt} = k_{fbt} \cdot R_{fbt}, \quad (4.1)$$

где k_{fbt} – коэффициент перехода от криволинейной эпюры распределения растягивающих напряжений в фибробетоне к эквивалентной прямоугольной; R_{fbt} – расчетное сопротивление фибробетона осевому растяжению, МПа.

Определение коэффициента k_{fbt} путем проведения эксперимента достаточно трудоемкая задача, поскольку существует множество вариантов не только используемой смеси бетона-матрицы, но и стальных волокон как по типу (форме поперечного сечения, способу изготовления и пр.), так и по процентному содержанию. Для нахождения коэффициента k_{fbt} целесообразно использовать аналитический подход с применением диаграмм состояния фибробетона при осевом растяжении.

Анализ опытных диаграмм деформирования фибробетона, полученных по методике испытаний образцов-призм на осевое растяжение, предложенной автором, представленных в п. 2.2.1 (с. 79 – 83) и работе [54], а также диаграмм, приведенных в других источниках [142, 236, 246, 252], свидетельствует о том, что кривые зависимости « $\sigma_{fbt} - \varepsilon_{fbt}$ » не могут быть аппроксимированы одной идеализированной диаграммой. С целью определения коэффициента k_{fbt} предлагается использовать диаграмму состояния растянутого фибробетона общего вида, изображенную на рисунке 4.3.

В работах [142, 236, 246] идеализированные диаграммы деформирования фибробетона при осевом растяжении ограничиваются максимальными относительными деформациями растянутой арматуры ε_{s2} , поскольку эти диаграммы разрабатывались для методов расчета, основанных на деформационном подходе.

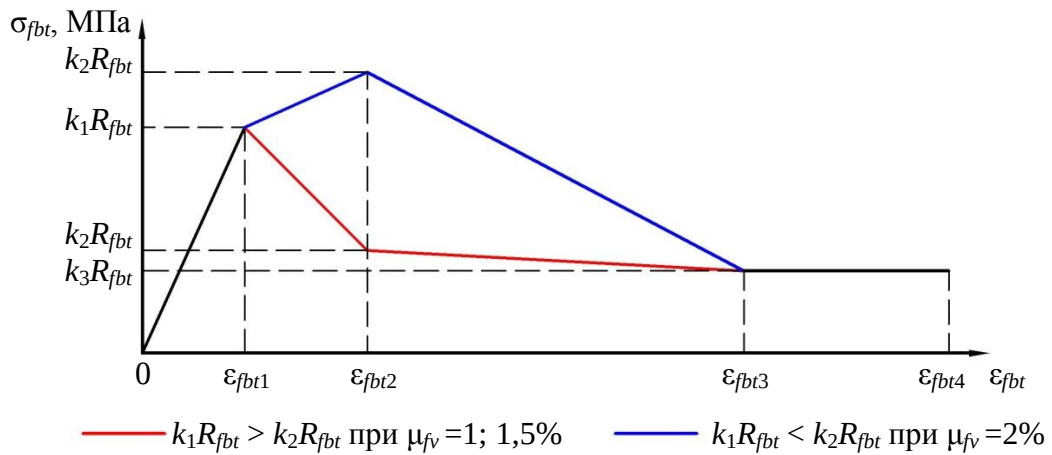


Рисунок 4.3 – Диаграмма состояния фибробетона при осевом растяжении

Для расчета по прочности косоизгибаемого фиброжелезобетонного элемента по предельным усилиям максимальные относительные деформации в арматуре принимаются равными относительным деформациям ε_{s0} , соответствующим расчетному сопротивлению арматуры R_s , поэтому идеализированная диаграмма состояния растянутого фибробетона для определения коэффициента k_{fbt} ограничивается относительными деформациями ε_{s0} , но с учетом работы фибробетона между центром тяжести арматуры и крайним растянутым волокном поперечного сечения в зависимости от схемы армирования фиброжелезобетонного элемента.

Практика показала, что в косоизгибаемых фиброжелезобетонных элементах крайнее растянутое волокно располагается на расстоянии $k_s \cdot (h_0 - x)$, таким образом, с учетом гипотезы плоских сечений при условии, что в центре тяжести арматуры относительные деформации достигли значения ε_{s0} , максимальные относительные деформации крайнего растянутого волокна в косоизгибаемом фиброжелезобетонном элементе принимаем равными

$$\varepsilon_{fbt4} = k_s \cdot \varepsilon_{s0}, \quad (4.2)$$

где k_s – коэффициент, учитывающий работу фибробетона между центром тяжести растянутой арматуры и крайним растянутым волокном поперечного сечения в зависимости от схемы армирования фиброжелезобетонного элемента, $k_s=1,8$ – при наличии растянутой арматуры площадью a_y , $k_s=1,3$ – при ее отсутствии;

ε_{s0} – относительные деформации растянутой арматуры, определяемые согласно [166]

– для арматуры с физическим пределом текучести

$$\varepsilon_{s0} = \frac{R_s}{E_s}, \quad (4.3)$$

– для арматуры с условным пределом текучести

$$\varepsilon_{s0} = \frac{R_s}{E_s} + 0,002. \quad (4.4)$$

Для вычисления коэффициента k_{fbt} получим зависимость общего вида как соотношение площадей идеализированной диаграммы деформирования растянутого фибробетона и эквивалентной прямоугольной

$$k_{fbt} = \frac{\varepsilon_{fbt2}(k_1 - k_3) + \varepsilon_{fbt3}(k_2 - k_3) - \varepsilon_{fbt1}k_2}{2k_s\varepsilon_{s0}} + k_3. \quad (4.5)$$

Если характер деформирования фибробетона при осевом растяжении известен, величину коэффициента k_{fbt} можно определить по опытным диаграммам с использованием зависимости (4.5). Для практического применения, когда, как правило, большинство параметров зависимости (4.5) остаются неизвестными, по результатам анализа существующих опытных данных указанных ранее, предлагается значения коэффициентов k_i и относительных деформаций растянутого фибробетона ε_{fbti} принимать по таблице 4.1.

Таблица 4.1 – Определение опорных точек диаграммы состояния растянутого фибробетона

Параметр	Процент фибрового армирования по объему, μ_{fv}		
	1%	1,5%	2%
k_1	1,0	1,0	0,75
k_2	0,2	0,25	1,0
k_3	0,15	0,2	0,25
ε_{fbt1}	$\frac{9R_{fbt}}{E_{fb}}$	$\frac{9R_{fbt}}{E_{fb}}$	$\frac{3R_{fbt}}{E_{fb}}$
ε_{fbt2}	$2,5 \cdot \varepsilon_{fbt1}$	$2,5 \cdot \varepsilon_{fbt1}$	$3 \cdot \varepsilon_{fbt1}$
ε_{fbt3}	$5 \cdot \varepsilon_{fbt1}$	$5 \cdot \varepsilon_{fbt1}$	$8 \cdot \varepsilon_{fbt1}$

Примечание – E_{fb} – начальный модуль упругости фибробетона, МПа

С учетом принятых значений неизвестных формула (4.5) примет вид

$$k_{fbt} = \rho_1 + \rho_2 \frac{R_{fbt}}{E_{fb} \cdot k_s \varepsilon_{s0}}, \quad (4.6)$$

где ρ_1 и ρ_2 – коэффициенты, принимаемые в зависимости от процента фибрового армирования, как $\rho_1 = 0,15$ и $\rho_2 = 9,8$ при $\mu_{fv} = 1\%$; $\rho_1 = 0,2$ и $\rho_2 = 9,0$ при $\mu_{fv} = 1,5\%$; $\rho_1 = 0,25$ и $\rho_2 = 9,75$ при $\mu_{fv} = 2\%$.

4.3 Разработка метода расчета по прочности нормальных сечений косоизгибаемых фиброжелезобетонных элементов

Расчет по прочности косоизгибаемых фиброжелезобетонных элементов прямоугольного сечения выполняется на основе трех уравнений равновесия:

$$\sum Z = 0,$$

$$\sum M_x = 0,$$

$$\sum M_y = 0,$$

где $\sum Z$ – сумма проекций всех усилий, возникающих в сечении, на ось Z ;

$\sum M_x$ – сумма всех моментов, возникающих в сечении, относительно оси X_1 ;

$\sum M_y$ – сумма всех моментов, возникающих в сечении, относительно оси Y_1 .

Рассмотрим две возможные формы сжатой зоны фибробетона в косоизгибаемом элементе – треугольную и трапециевидную. Расчетные схемы представлены на рисунках 4.4 и 4.6 соответственно.

Условные обозначения, принятые в расчете:

h – высота прямоугольного сечения, м;

b – ширина прямоугольного сечения, м;

R_{fb} – расчетное сопротивление фибробетона сжатию, МПа;

R_s – расчетное сопротивление арматуры растяжению, МПа;

σ_{fbt} – напряжения в зоне растянутого фибробетона, МПа;

X, Y – оси проходящие через геометрический центр сечения;

X_1 – ось принадлежащая плоскости сечения, параллельная оси X и проходящая через центр тяжести горизонтальной арматуры площадью a_x ;

Y_1 – ось принадлежащая плоскости сечения, параллельная оси Y и проходящая через центр тяжести вертикальной арматуры площадью a_y ;

Y' – плоскость действия внешних сил и внутренних усилий;

a_1 и a_2 – величины защитного слоя (до центр арматуры) вдоль высоты h и ширины b соответственно, м;

A_s – площадь растянутой арматуры, м^2 ;

a_x и a_y – площади горизонтальной и вертикальной частей растянутой арматуры, расположенных параллельно ширине b и высоте h соответственно, м^2 ;

$\varphi_1 h$ и $\eta_1 b$ – размеры сжатой зоны фибробетона вдоль высоты h и ширины b соответственно, для треугольной формы сжатой зоны, м;

$\varphi_1 h$ и $\varphi_2 h$ – размеры сжатой зоны фибробетона вдоль высоты h для трапецевидной формы сжатой зоны, м;

Vh – расстояние от центра тяжести вертикальной арматуры площадью a_y до горизонтальной наиболее растянутой грани сечения (ширины b), м;

ub – расстояние от центра тяжести горизонтальной арматуры площадью a_x до вертикальной наиболее растянутой грани сечения (высоты h), м;

X_2 и Y_2 – вспомогательные оси, проходящие через грани сечения;

S_x и S_y – статические моменты относительно осей X_2 и Y_2 соответственно.

4.3.1 Построение расчета по прочности косоизгибаемых элементов для случая треугольной формы сжатой зоны фибробетона

Дополнительно вводим следующие обозначения:

– вводим безразмерные коэффициенты δ_1 и δ_2 :

$$\delta_1 = \frac{a_1}{h}, \quad (4.7)$$

$$\delta_2 = \frac{a_2}{b}. \quad (4.8)$$

$$A_y = \frac{M_y}{b^2 h (R_{fb} + \sigma_{fbt})}, \quad (4.14)$$

$$B = \frac{A_x}{A_y} = \frac{M_x}{bh^2 (R_{fb} + \sigma_{fbt})} \cdot \frac{b^2 h (R_{fb} + \sigma_{fbt})}{M_y} = \frac{M_x b}{M_y h}. \quad (4.15)$$

Составим три уравнения равновесия.

1) Сумма проекций всех усилий, возникающих в сечении, на ось Z равна нулю:

$$\begin{aligned} \sum Z &= 0, \\ R_{fb} \cdot 0,5 \cdot \varphi_1 h \cdot \eta_1 b &= R_s A_s + \sigma_{fbt} (bh - 0,5 \cdot \varphi_1 h \cdot \eta_1 b), \\ R_{fb} \cdot 0,5 \cdot \varphi_1 h \cdot \eta_1 b + \sigma_{fbt} \cdot 0,5 \cdot \varphi_1 h \cdot \eta_1 b &= R_s A_s + \sigma_{fbt} \cdot bh, \\ 0,5 \cdot \varphi_1 \eta_1 \cdot bh (R_{fb} + \sigma_{fbt}) &= R_s A_s + \sigma_{fbt} \cdot bh, \end{aligned} \quad (4.16)$$

$$\begin{aligned} 0,5 \varphi_1 \eta_1 &= \frac{R_s A_s + \sigma_{fbt} \cdot bh}{bh (R_{fb} + \sigma_{fbt})}, \\ 0,5 \varphi_1 \eta_1 &= \frac{R_s A_s}{bh (R_{fb} + \sigma_{fbt})} + \frac{\sigma_{fbt}}{R_{fb} + \sigma_{fbt}} = \alpha. \end{aligned} \quad (4.17)$$

Безразмерная величина α характеризует поперечное сечение косоизгибаемого элемента, т. к. она зависит от его размеров и прочностных характеристик фибробетона и продольной арматуры.

$$\eta_1 = \frac{2\alpha}{\varphi_1}. \quad (4.18)$$

Выражаем слагаемые $\frac{R_s A_s}{bh (R_{fb} + \sigma_{fbt})}$ и $\frac{\sigma_{fbt}}{R_{fb} + \sigma_{fbt}}$ из формулы (4.17) как долю от величины α , используя безразмерные коэффициенты m_1 , m_2 , c_1 и c_2 . Пусть

$$\frac{R_s A_s}{bh (R_{fb} + \sigma_{fbt})} = m_1,$$

$$\frac{\sigma_{fbt}}{R_{fb} + \sigma_{fbt}} = m_2.$$

Тогда

$$\alpha = m_1 + m_2, \quad (4.19)$$

$$c_1 = \frac{m_1}{m_2}, \quad (4.20)$$

$$c_2 = \frac{1}{1 + c_1}, \quad (4.21)$$

$$m_1 = c_1 m_2,$$

$$\alpha = m_1 + m_2 = c_1 m_2 + m_2 = m_2 (1 + c_1),$$

$$m_2 = \frac{\alpha}{1 + c_1} = \alpha c_2,$$

$$m_1 = \alpha - m_2 = m_2 (1 + c_1) - m_2 = c_1 m_2 = \alpha c_1 c_2.$$

Следовательно,

$$m_1 = \frac{R_s A_s}{bh(R_{fb} + \sigma_{fbt})} = \alpha c_1 c_2, \quad (4.22)$$

$$m_2 = \frac{\sigma_{fbt}}{R_{fb} + \sigma_{fbt}} = \alpha c_2. \quad (4.23)$$

Дополнительно выразим $\frac{R_{fbt}}{R_{fb} + \sigma_{fbt}}$ через α :

$$\frac{R_{fbt}}{R_{fb} + \sigma_{fbt}} = 1 - \alpha c_2. \quad (4.24)$$

2) Определяем центр тяжести растянутого фибробетона по схеме на рисунке 4.5 относительно осей X_2 , Y_2 , проходящих через наиболее растянутый угол сечения и параллельных осям X и Y соответственно. По формуле (4.17) подставляем вместо выражения $0,5\varphi_1\eta_1$ значение α .

$$x_{fbt} = \frac{\sum S_y}{\sum A} = \frac{x_1 A_1 - x_2 A_2}{A_1 - A_2} = \frac{0,5b \cdot bh - \left(b - \frac{\eta_1 b}{3}\right) 0,5\varphi_1 \eta_1 b}{bh - 0,5\varphi_1 \eta_1 b} =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{b^2 h \left[0,5 - 0,5 \varphi_1 \eta_1 \left(1 - \frac{\eta_1}{3} \right) \right]}{bh(1 - 0,5 \varphi_1 \eta_1)} = b \cdot \frac{0,5 - \alpha \left(1 - \frac{\eta_1}{3} \right)}{1 - \alpha} = b \cdot \frac{0,5 - \alpha + \frac{\alpha \eta_1}{3}}{1 - \alpha} = \\
&= b \cdot \left[\frac{0,5 - \alpha}{1 - \alpha} + \frac{\alpha \eta_1}{3(1 - \alpha)} \right]. \quad (4.25)
\end{aligned}$$

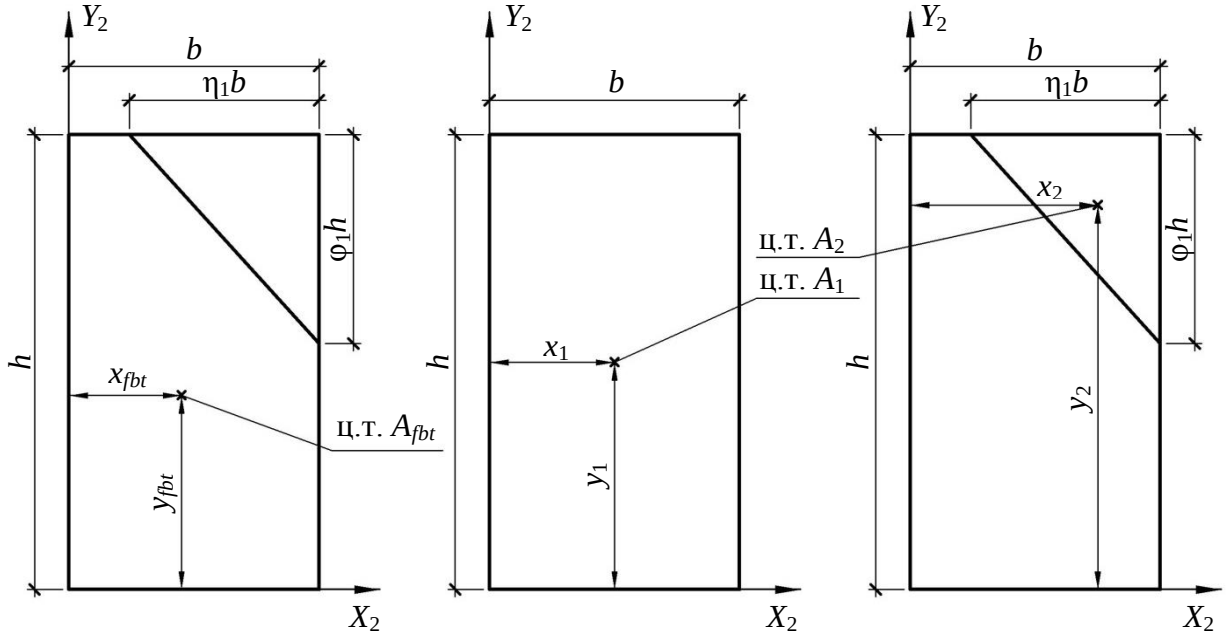


Рисунок 4.5 – Схема определения центра тяжести растянутого фибробетона при треугольной форме сжатой зоны

$$\begin{aligned}
y_{fbt} &= \frac{\sum S_x}{\sum A} = \frac{y_1 A_1 - y_2 A_2}{A_1 - A_2} = \frac{0,5h \cdot bh - \left(h - \frac{\varphi_1 b}{3} \right) 0,5 \varphi_1 \eta_1 b}{bh - 0,5 \varphi_1 \eta_1 b} = \\
&= \frac{bh^2 \left[0,5 - 0,5 \varphi_1 \eta_1 \left(1 - \frac{\varphi_1}{3} \right) \right]}{bh(1 - 0,5 \varphi_1 \eta_1)} = h \cdot \frac{0,5 - \alpha \left(1 - \frac{\varphi_1}{3} \right)}{1 - \alpha} = h \cdot \frac{0,5 - \alpha + \frac{\alpha \varphi_1}{3}}{1 - \alpha} = \\
&= h \cdot \left[\frac{0,5 - \alpha}{1 - \alpha} + \frac{\alpha \varphi_1}{3(1 - \alpha)} \right]. \quad (4.26)
\end{aligned}$$

3) Сумма всех моментов, возникающих в сечении, относительно оси X_1 равна нулю:

$$\sum M_x = 0,$$

$$M_x = 0,5 \cdot R_{fb} \cdot \varphi_1 h \cdot \eta_1 b \left(h - a_1 - \frac{\varphi_1 h}{3} \right) - R_s a_y (Vh - a_1) - \sigma_{fbt} (bh - 0,5 \cdot \varphi_1 h \cdot \eta_1 b) (y_{fbt} - a_1). \quad (4.27)$$

Находим безразмерную величину A_x , разделив обе части уравнения (4.27) на выражение $bh^2(R_{fb} + \sigma_{fbt})$. Выносим h за скобки, используя формулу (4.7). Выражаем площадь растянутой арматуры a_y через площадь всей растянутой арматуры A_s по формуле (4.11):

$$A_x = \frac{M_x}{bh^2(R_{fb} + \sigma_{fbt})} = \frac{0,5\varphi_1\eta_1 \cdot R_{fb} \cdot bh^2 \left(1 - \delta_1 - \frac{\varphi_1}{3} \right)}{bh^2(R_{fb} + \sigma_{fbt})} - \frac{R_s \cdot p_2 A_s \cdot h(V - \delta_1)}{bh^2(R_{fb} + \sigma_{fbt})} - \frac{\sigma_{fbt} \cdot bh(y_{fbt} - a_1)}{bh^2(R_{fb} + \sigma_{fbt})} + \frac{\sigma_{fbt} \cdot 0,5\varphi_1\eta_1 \cdot bh(y_{fbt} - a_1)}{bh^2(R_{fb} + \sigma_{fbt})}. \quad (4.28)$$

Преобразовываем уравнение (4.28), подставляя в него формулы (4.17), (4.22), (4.23) и (4.24):

$$A_x = \alpha(1 - \alpha c_2) \left(1 - \delta_1 - \frac{\varphi_1}{3} \right) - \alpha c_1 c_2 p_2 (V - \delta_1) - \alpha c_2 \cdot \frac{1}{h} (y_{fbt} - a_1) + \alpha^2 c_2 \cdot \frac{1}{h} (y_{fbt} - a_1).$$

В преобразованное уравнение подставляем величину y_{fbt} по формуле (4.26) и выносим h за скобки по формуле (4.7):

$$A_x = \alpha(1 - \alpha c_2) \left(1 - \delta_1 - \frac{\varphi_1}{3} \right) - \alpha c_1 c_2 p_2 (V - \delta_1) - \alpha c_2 \cdot \frac{1}{h} \cdot h \times \\ \times \left(\left[\frac{0,5 - \alpha}{1 - \alpha} + \frac{\alpha \varphi_1}{3(1 - \alpha)} \right] - \delta_1 \right) + \alpha^2 c_2 \cdot \frac{1}{h} \cdot h \cdot \left(\left[\frac{0,5 - \alpha}{1 - \alpha} + \frac{\alpha \varphi_1}{3(1 - \alpha)} \right] - \delta_1 \right), \\ A_x = \alpha(1 - \alpha c_2) (1 - \delta_1) - \alpha(1 - \alpha c_2) \frac{\varphi_1}{3} - \alpha c_1 c_2 p_2 (V - \delta_1) - \alpha c_2 \left(\frac{0,5 - \alpha}{1 - \alpha} - \delta_1 \right) - \\ - \alpha c_2 \cdot \frac{\alpha \varphi_1}{3(1 - \alpha)} + \alpha^2 c_2 \left(\frac{0,5 - \alpha}{1 - \alpha} - \delta_1 \right) + \alpha^2 c_2 \cdot \frac{\alpha \varphi_1}{3(1 - \alpha)},$$

$$A_x = \alpha \left[(1 - \alpha c_2)(1 - \delta_1) - c_1 c_2 p_2 (V - \delta_1) + c_2 \left(\frac{0,5 - \alpha}{1 - \alpha} - \delta_1 \right) (\alpha - 1) \right] - \alpha \cdot \frac{\Phi_1}{3} \cdot \left[1 - \alpha c_2 + \frac{\alpha c_2}{1 - \alpha} - \frac{\alpha^2 c_2}{1 - \alpha} \right]. \quad (4.29)$$

Пусть в уравнении (4.29) множитель в первых квадратных скобках будет равен А:

$$A = (1 - \alpha c_2)(1 - \delta_1) - c_1 c_2 p_2 (V - \delta_1) + c_2 \left(\frac{0,5 - \alpha}{1 - \alpha} - \delta_1 \right) (\alpha - 1). \quad (4.30)$$

Множитель во вторых квадратных скобках в результате преобразований равен единице:

$$1 - \alpha c_2 + \frac{\alpha c_2}{1 - \alpha} - \frac{\alpha^2 c_2}{1 - \alpha} = 1 - \alpha c_2 + \frac{\alpha c_2 - \alpha^2 c_2}{1 - \alpha} = 1 - \alpha c_2 + \frac{\alpha c_2 (1 - \alpha)}{1 - \alpha} = 1.$$

Тогда окончательно уравнение (4.28) примет следующий вид:

$$A_x = \alpha A - \alpha \frac{\Phi_1}{3}. \quad (4.31)$$

4) Сумма всех моментов, возникающих в сечении, относительно оси Y_1 равна нулю:

$$\begin{aligned} \sum M_y = 0, \\ M_y = 0,5 \cdot R_{fb} \cdot \Phi_1 h \cdot \eta_1 b \left(b - a_2 - \frac{\eta_1 b}{3} \right) - R_s a_x (ub - a_2) - \\ - \sigma_{fbt} (bh - 0,5 \cdot \Phi_1 h \cdot \eta_1 b) (x_{fbt} - a_2). \end{aligned} \quad (4.32)$$

Находим безразмерную величину A_y , разделив обе части уравнения (4.32) на выражение $b^2 h (R_{fb} + \sigma_{fbt})$. Выносим b за скобки, используя формулу (4.8). Выражаем площадь растянутой арматуры a_x через площадь всей растянутой арматуры A_s по формуле (4.12):

$$A_y = \frac{M_y}{b^2 h (R_{fb} + \sigma_{fbt})} = \frac{0,5 \Phi_1 \eta_1 \cdot R_{fb} \cdot b^2 h \left(1 - \delta_2 - \frac{\eta_1}{3} \right)}{b^2 h (R_{fb} + \sigma_{fbt})} - \frac{R_s \cdot p_1 p_2 A_s \cdot b (u - \delta_2)}{b^2 h (R_{fb} + \sigma_{fbt})} -$$

$$-\frac{\sigma_{fbt} \cdot bh(x_{fbt} - a_2)}{b^2 h(R_{fb} + \sigma_{fbt})} + \frac{\sigma_{fbt} \cdot 0,5\phi_1\eta_1 \cdot bh(x_{fbt} - a_2)}{b^2 h(R_{fb} + \sigma_{fbt})}. \quad (4.33)$$

Преобразовываем уравнение (4.33), подставляя в него формулы (4.17), (4.22), (4.23) и (4.24):

$$A_y = \alpha(1 - \alpha c_2) \left(1 - \delta_2 - \frac{\eta_1}{3}\right) - \alpha c_1 c_2 p_1 p_2 (u - \delta_2) - \alpha c_2 \cdot \frac{1}{b} (x_{fbt} - a_2) + \\ + \alpha^2 c_2 \cdot \frac{1}{b} (x_{fbt} - a_2).$$

В преобразованное уравнение подставляем величину x_{fbt} по формуле (4.25) и выносим b за скобки по формуле (4.8):

$$A_y = \alpha(1 - \alpha c_2) \left(1 - \delta_2 - \frac{\eta_1}{3}\right) - \alpha c_1 c_2 p_1 p_2 (u - \delta_2) - \alpha c_2 \cdot \frac{1}{b} \cdot b \times \\ \times \left(\left[\frac{0,5 - \alpha}{1 - \alpha} + \frac{\alpha \eta_1}{3(1 - \alpha)} \right] - \delta_2 \right) + \alpha^2 c_2 \cdot \frac{1}{b} \cdot b \cdot \left(\left[\frac{0,5 - \alpha}{1 - \alpha} + \frac{\alpha \eta_1}{3(1 - \alpha)} \right] - \delta_2 \right), \\ A_y = \alpha(1 - \alpha c_2)(1 - \delta_2) - \alpha(1 - \alpha c_2) \frac{\eta_1}{3} - \alpha c_1 c_2 p_1 p_2 (u - \delta_2) - \\ - \alpha c_2 \left(\frac{0,5 - \alpha}{1 - \alpha} - \delta_2 \right) - \alpha c_2 \cdot \frac{\alpha \eta_1}{3(1 - \alpha)} + \alpha^2 c_2 \left(\frac{0,5 - \alpha}{1 - \alpha} - \delta_2 \right) + \alpha^2 c_2 \cdot \frac{\alpha \eta_1}{3(1 - \alpha)}, \\ A_y = \alpha \left[(1 - \alpha c_2)(1 - \delta_2) - c_1 c_2 p_1 p_2 (u - \delta_2) + c_2 \left(\frac{0,5 - \alpha}{1 - \alpha} - \delta_2 \right) (\alpha - 1) \right] - \\ - \alpha \cdot \frac{\eta_1}{3} \cdot \left[1 - \alpha c_2 + \frac{\alpha c_2}{1 - \alpha} - \frac{\alpha^2 c_2}{1 - \alpha} \right]. \quad (4.34)$$

Пусть в уравнении (4.34) множитель в первых квадратных скобках будет равен Б:

$$B = (1 - \alpha c_2)(1 - \delta_2) - c_1 c_2 p_1 p_2 (u - \delta_2) + c_2 \left(\frac{0,5 - \alpha}{1 - \alpha} - \delta_2 \right) (\alpha - 1). \quad (4.35)$$

Множитель во вторых квадратных скобках в результате преобразований равен единице:

$$1 - \alpha c_2 + \frac{\alpha c_2}{1 - \alpha} - \frac{\alpha^2 c_2}{1 - \alpha} = 1 - \alpha c_2 + \frac{\alpha c_2 - \alpha^2 c_2}{1 - \alpha} = 1 - \alpha c_2 + \frac{\alpha c_2 (1 - \alpha)}{1 - \alpha} = 1.$$

Тогда уравнение (4.33) примет следующий вид:

$$A_y = \alpha B - \alpha \frac{\eta_1}{3}.$$

В трех уравнениях равновесия неизвестными величинами являются коэффициенты η_1 и φ_1 , определяющие положение нейтральной оси.

Выражаем переменную η_1 через переменную φ_1 по формуле (4.18); окончательно безразмерная величина A_y будет равна:

$$A_y = \alpha B - \alpha \frac{2\alpha}{3\varphi_1}. \quad (4.36)$$

5) Находим величину B , подставляя в формулу (4.15) полученные выражения для нахождения A_x и A_y по формулам (4.31) и (4.36) соответственно:

$$B = \frac{A_x}{A_y} = \frac{\alpha A - \alpha \frac{\varphi_1}{3}}{\alpha B - \alpha \frac{2\alpha}{3\varphi_1}},$$

$$B\varphi_1 - B\alpha \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{\varphi_1} = A - \frac{\varphi_1}{3}.$$

В результате преобразований получаем квадратное уравнение с одной переменной φ_1 :

$$\varphi_1^2 - 3A \cdot \varphi_1 + 3B\varphi_1 - 2B\alpha = 0.$$

Пусть

$$K_1 = A - B\alpha. \quad (4.37)$$

Тогда квадратное уравнение примет вид:

$$\begin{aligned} \varphi_1^2 - 3K_1 \cdot \varphi_1 - 2B\alpha &= 0, \\ \varphi_1 &= \frac{3K_1 + \sqrt{(-3K_1)^2 - 4 \cdot (-2)B\alpha}}{2}, \\ \varphi_1 &= \frac{3}{2}K_1 + \sqrt{\frac{9}{4}K_1^2 + 2B\alpha}. \end{aligned} \quad (4.38)$$

4.3.2 Построение расчета по прочности косоизгибаемых элементов для случая трапецевидной формы сжатой зоны фибробетона

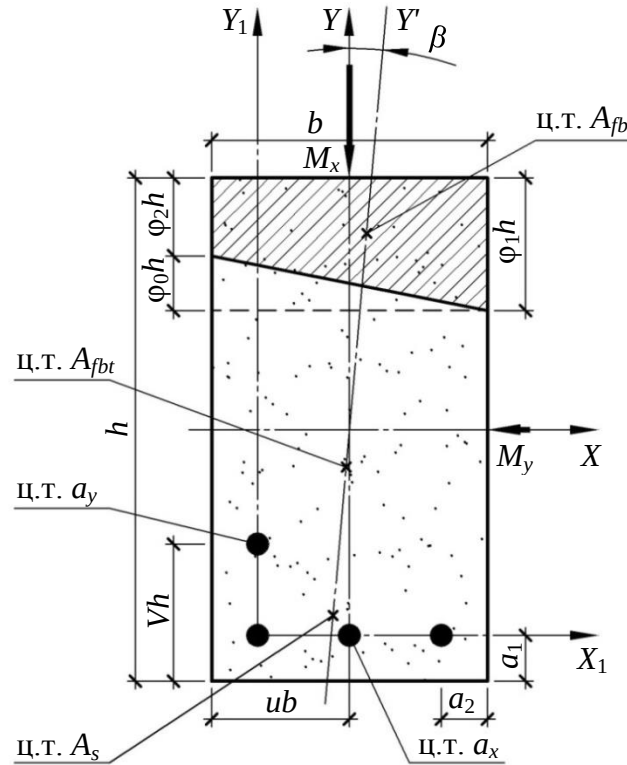


Рисунок 4.6 – Расчетная схема косоизгибаемого фиброармобетонного элемента с трапецевидной формой сжатой зоны фибробетона

Для трапецевидной формы сжатой зоны фибробетона принимаем те же дополнительные обозначения, что и для треугольной, по формулам (4.7) – (4.15).

Составим три уравнения равновесия.

1) Сумма проекций всех усилий, возникающих в сечении, на ось Z равна нулю:

$$\sum Z = 0,$$

$$R_{fb} \cdot \varphi_1 h \cdot b - R_{fb} \cdot 0,5 \cdot \varphi_0 h \cdot b = R_s A_s + \sigma_{fbt} (bh - \varphi_1 h \cdot b + 0,5 \cdot \varphi_0 h \cdot b), \quad (4.39)$$

$$R_{fb} \cdot \varphi_1 h \cdot b - R_{fb} \cdot 0,5 \cdot \varphi_0 h \cdot b + \sigma_{fbt} \cdot \varphi_1 h \cdot b - \sigma_{fbt} \cdot 0,5 \cdot \varphi_0 h \cdot b = R_s A_s + \sigma_{fbt} \cdot bh,$$

$$R_{fb} (\varphi_1 \cdot bh - 0,5 \cdot \varphi_0 \cdot bh) + \sigma_{fbt} (\varphi_1 \cdot bh - 0,5 \cdot \varphi_0 \cdot bh) = R_s A_s + \sigma_{fbt} \cdot bh,$$

$$(\varphi_1 - 0,5 \varphi_0) bh (R_{fb} + \sigma_{fbt}) = R_s A_s + \sigma_{fbt} \cdot bh,$$

$$\varphi_1 - 0,5\varphi_0 = \frac{R_s A_s + \sigma_{fbt} \cdot bh}{bh(R_{fb} + \sigma_{fbt})},$$

$$\varphi_1 - 0,5\varphi_0 = \frac{R_s A_s}{bh(R_{fb} + \sigma_{fbt})} + \frac{\sigma_{fbt}}{R_{fb} + \sigma_{fbt}} = \alpha. \quad (4.40)$$

Безразмерная величина α характеризует поперечное сечение косоизгибаемого элемента, т. к. она зависит от его размеров и прочностных характеристик фибробетона и продольной арматуры.

$$\varphi_1 - 0,5\varphi_0 = \alpha, \quad (4.41)$$

$$\varphi_1 = \alpha + 0,5\varphi_0. \quad (4.42)$$

Слагаемые $\frac{R_s A_s}{bh(R_{fb} + \sigma_{fbt})}$ и $\frac{\sigma_{fbt}}{R_{fb} + \sigma_{fbt}}$ из зависимости (4.40), выраженные как доля от величины α , принимаем по формулам (4.22) и (4.23) соответственно.

Для величины $\frac{R_{fbt}}{R_{fb} + \sigma_{fbt}}$, выраженной через α , принимаем зависимость (4.24).

2) Определяем центр тяжести растянутого фибробетона по схеме на рисунке 4.7 относительно осей X_2 , Y_2 , проходящих через наиболее растянутый угол сечения и параллельных осям X и Y соответственно. По формуле (4.41) подставляем вместо выражения $\varphi_1 - 0,5\varphi_0$ значение α :

$$\begin{aligned} x_{fbt} &= \frac{\sum S_y}{\sum A} = \frac{x_1 A_1 - x_2 A_2 + x_3 A_3}{A_1 - A_2 + A_3} = \frac{0,5b \cdot bh - 0,5b \cdot b\varphi_1 h + \frac{b}{3} \cdot 0,5\varphi_0 hb}{bh - b\varphi_1 h + 0,5\varphi_0 hb} = \\ &= \frac{b^2 h \left[0,5 - 0,5\varphi_1 + 0,5 \frac{\varphi_0}{3} \right]}{bh(1 - \varphi_1 + 0,5\varphi_0)} = b \cdot \frac{0,5 - 0,5\varphi_1 + 0,5 \cdot \frac{1}{3} \varphi_0}{1 - \alpha} = \\ &= b \cdot \frac{0,5 - 0,5\varphi_1 + 0,5 \cdot \left(1 - \frac{2}{3} \right) \varphi_0}{1 - \alpha} = b \cdot \frac{0,5 - 0,5\varphi_1 + 0,5\varphi_0 - 0,5 \cdot \frac{2}{3} \varphi_0}{1 - \alpha} = \\ &= b \cdot \frac{0,5 - 0,5\varphi_1 + 0,5\varphi_0 - \varphi_1 + \varphi_1 - 0,5 \cdot \frac{2}{3} \varphi_0}{1 - \alpha} = \end{aligned}$$

$$= b \cdot \left[\frac{0,5 - \alpha}{1 - \alpha} + \frac{\varphi_1 - 0,5\varphi_1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \varphi_0}{1 - \alpha} \right] = b \cdot \left[\frac{0,5 - \alpha}{1 - \alpha} + \frac{0,5\varphi_1 - \frac{1}{3} \varphi_0}{1 - \alpha} \right]. \quad (4.43)$$

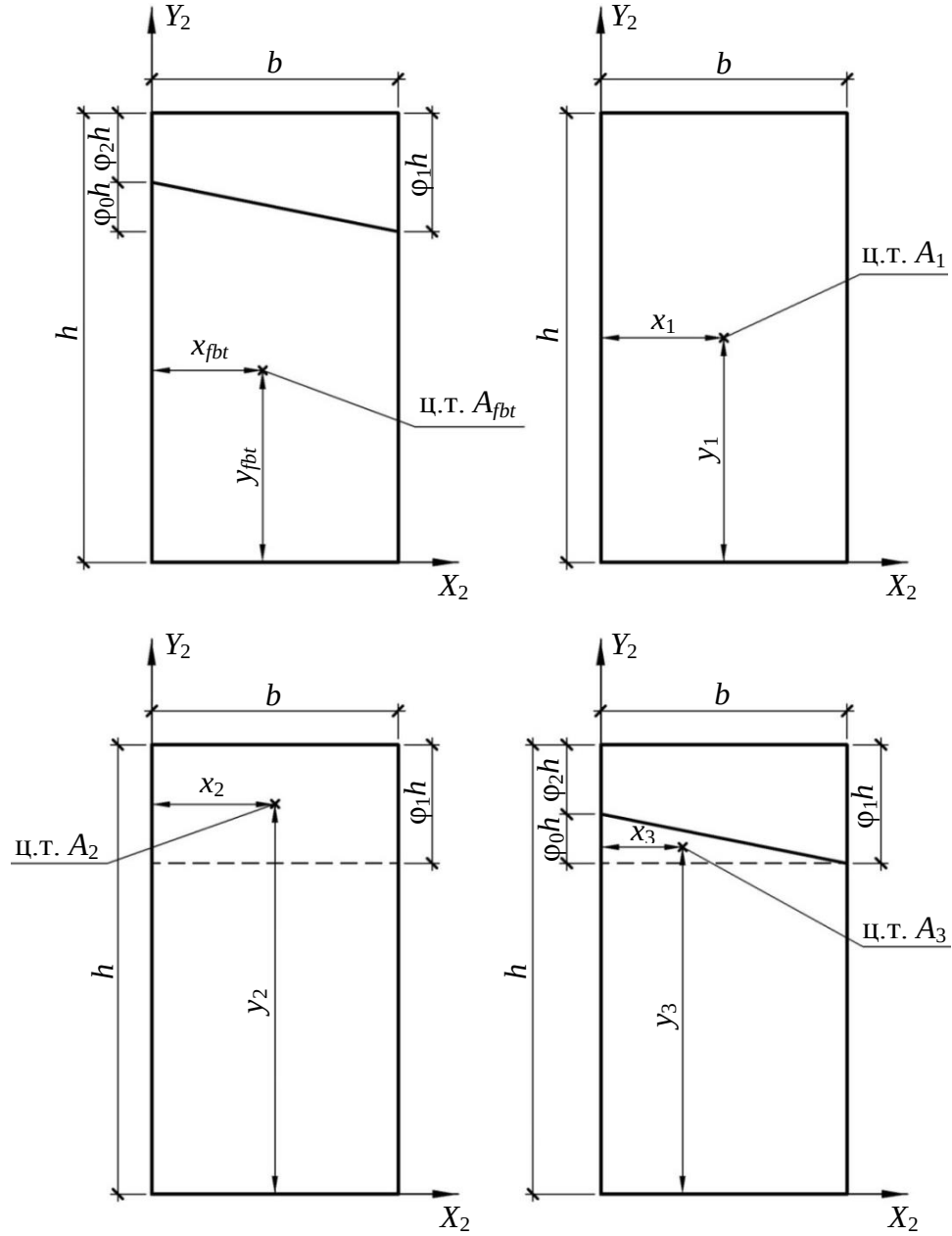


Рисунок 4.7 – Схема определения центра тяжести растянутого фибробетона при трапециевидной форме сжатой зоны

$$y_{fbt} = \frac{\sum S_x}{\sum A} = \frac{y_1 A_1 - y_2 A_2 + y_3 A_3}{A_1 - A_2 + A_3} = \frac{0,5h \cdot bh - \left(h - \frac{\varphi_1 h}{2} \right) \cdot b\varphi_1 h}{bh - b\varphi_1 h + 0,5\varphi_0 hb} +$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\left(h - \varphi_1 h + \frac{\varphi_0 h}{3}\right) \cdot 0,5 \varphi_0 h b}{bh - b\varphi_1 h + 0,5 \varphi_0 h b} = \frac{bh^2 \left[0,5 - (1 - 0,5 \varphi_1) \varphi_1 + \left(1 - \varphi_1 + \frac{\varphi_0}{3}\right) 0,5 \varphi_0 \right]}{bh(1 - \varphi_1 + 0,5 \varphi_0)} = \\
& = h \cdot \frac{0,5 - \varphi_1 + 0,5 \varphi_1^2 + 0,5 \varphi_0 - 0,5 \varphi_1 \varphi_0 + 0,5 \cdot \frac{1}{3} \varphi_0^2}{1 - \alpha} = \\
& = h \cdot \left[\frac{0,5 - \alpha}{1 - \alpha} + \frac{0,5 \left(\varphi_1^2 - \varphi_1 \varphi_0 + \frac{\varphi_0^2}{3} \right)}{1 - \alpha} \right]. \tag{4.44}
\end{aligned}$$

3) Сумма всех моментов, возникающих в сечении, относительно оси X_1 равна нулю:

$$\begin{aligned}
& \sum M_x = 0, \\
& M_x = R_{fb} \cdot \varphi_1 h \cdot b \left(h - a_1 - \frac{\varphi_1 h}{2} \right) - R_{fb} \cdot 0,5 \cdot \varphi_0 h \cdot b \left(h - a_1 - \varphi_1 h + \frac{\varphi_0 h}{3} \right) - \\
& - R_s a_y (Vh - a_1) - \sigma_{fbt} (bh - \varphi_1 h \cdot b + 0,5 \cdot \varphi_0 h \cdot b) (y_{fbt} - a_1). \tag{4.45}
\end{aligned}$$

Находим безразмерную величину A_x , разделив обе части уравнения (4.45) на выражение $bh^2(R_{fb} + \sigma_{fbt})$. Выносим h за скобки, используя формулу (4.7). Выражаем площадь растянутой арматуры a_y через площадь всей растянутой арматуры A_s по формуле (4.11):

$$\begin{aligned}
A_x &= \frac{M_x}{bh^2(R_{fb} + \sigma_{fbt})} = \frac{\varphi_1 \cdot R_{fb} \cdot bh^2 \left(1 - \delta_1 - \frac{\varphi_1}{2} \right)}{bh^2(R_{fb} + \sigma_{fbt})} - \\
& - \frac{0,5 \varphi_0 \cdot R_{fb} \cdot bh^2 \left(1 - \delta_1 - \varphi_1 + \frac{\varphi_0}{3} \right)}{bh^2(R_{fb} + \sigma_{fbt})} - \frac{R_s \cdot p_2 A_s \cdot h(V - \delta_1)}{bh^2(R_{fb} + \sigma_{fbt})} - \\
& - \frac{\sigma_{fbt} \cdot bh(y_{fbt} - a_1)}{bh^2(R_{fb} + \sigma_{fbt})} + \frac{\sigma_{fbt} \cdot bh(\varphi_1 - 0,5 \varphi_0)(y_{fbt} - a_1)}{bh^2(R_{fb} + \sigma_{fbt})}. \tag{4.46}
\end{aligned}$$

Преобразовываем уравнение (4.46), подставляя в него формулы (4.40), (4.22), (4.23) и (4.24):

$$A_x = (1 - \alpha c_2) \varphi_1 \left(1 - \delta_1 - \frac{\varphi_1}{2} \right) - (1 - \alpha c_2) 0,5 \varphi_0 \left(1 - \delta_1 - \varphi_1 + \frac{\varphi_0}{3} \right) - \\ - \alpha c_1 c_2 p_2 (V - \delta_1) - \alpha c_2 \cdot \frac{1}{h} (y_{fbt} - a_1) + \alpha^2 c_2 \cdot \frac{1}{h} (y_{fbt} - a_1).$$

В преобразованное уравнение подставляем величину y_{fbt} по формуле (4.44) и выносим h за скобки по формуле (4.7):

$$A_x = (1 - \alpha c_2) \varphi_1 \left(1 - \delta_1 - \frac{\varphi_1}{2} \right) - (1 - \alpha c_2) 0,5 \varphi_0 \left(1 - \delta_1 - \varphi_1 + \frac{\varphi_0}{3} \right) - \\ - \alpha c_1 c_2 p_2 (V - \delta_1) - \alpha c_2 \cdot \frac{1}{h} \cdot h \cdot \left(\left[\frac{0,5 - \alpha}{1 - \alpha} + \frac{0,5 \left(\varphi_1^2 - \varphi_1 \varphi_0 + \frac{\varphi_0^2}{3} \right)}{1 - \alpha} \right] - \delta_1 \right) + \\ + \alpha^2 c_2 \cdot \frac{1}{h} \cdot h \cdot \left(\left[\frac{0,5 - \alpha}{1 - \alpha} + \frac{0,5 \left(\varphi_1^2 - \varphi_1 \varphi_0 + \frac{\varphi_0^2}{3} \right)}{1 - \alpha} \right] - \delta_1 \right), \\ A_x = (1 - \alpha c_2) \left[\varphi_1 (1 - \delta_1) - 0,5 \varphi_1^2 - 0,5 \varphi_0 (1 - \delta_1) + 0,5 \varphi_1 \varphi_0 - \frac{0,5 \varphi_0^2}{3} \right] - \\ - \alpha c_1 c_2 p_2 (V - \delta_1) - \alpha c_2 \left(\frac{0,5 - \alpha}{1 - \alpha} - \delta_1 \right) - \alpha c_2 \cdot \frac{0,5 \left(\varphi_1^2 - \varphi_1 \varphi_0 + \frac{\varphi_0^2}{3} \right)}{1 - \alpha} + \\ + \alpha^2 c_2 \left(\frac{0,5 - \alpha}{1 - \alpha} - \delta_1 \right) + \alpha^2 c_2 \cdot \frac{0,5 \left(\varphi_1^2 - \varphi_1 \varphi_0 + \frac{\varphi_0^2}{3} \right)}{1 - \alpha}, \\ A_x = \alpha (1 - \alpha c_2) (1 - \delta_1) - 0,5 (1 - \alpha c_2) \left(\varphi_1^2 - \varphi_1 \varphi_0 + \frac{\varphi_0^2}{3} \right) - \alpha c_1 c_2 p_2 (V - \delta_1) - \\ - \alpha c_2 \left(\frac{0,5 - \alpha}{1 - \alpha} - \delta_1 \right) + \alpha^2 c_2 \left(\frac{0,5 - \alpha}{1 - \alpha} - \delta_1 \right) -$$

$$\begin{aligned}
& -\alpha c_2 \cdot \frac{0,5 \left(\varphi_1^2 - \varphi_1 \varphi_0 + \frac{\varphi_0^2}{3} \right)}{1-\alpha} + \alpha^2 c_2 \cdot \frac{0,5 \left(\varphi_1^2 - \varphi_1 \varphi_0 + \frac{\varphi_0^2}{3} \right)}{1-\alpha}, \\
A_x = & \alpha \left[(1-\alpha c_2)(1-\delta_1) - c_1 c_2 p_2 (V - \delta_1) - c_2 \left(\frac{0,5-\alpha}{1-\alpha} - \delta_1 \right) + \alpha c_2 \left(\frac{0,5-\alpha}{1-\alpha} - \delta_1 \right) \right] - \\
& - 0,5 \left(\varphi_1^2 - \varphi_1 \varphi_0 + \frac{\varphi_0^2}{3} \right) \left[1 - \alpha c_2 + \frac{\alpha c_2}{1-\alpha} - \frac{\alpha^2 c_2}{1-\alpha} \right], \\
A_x = & \alpha \left[(1-\alpha c_2)(1-\delta_1) - c_1 c_2 p_2 (V - \delta_1) + c_2 \left(\frac{0,5-\alpha}{1-\alpha} - \delta_1 \right) (\alpha - 1) \right] - \\
& - 0,5 \left(\varphi_1^2 - \varphi_1 \varphi_0 + \frac{\varphi_0^2}{3} \right) \left[1 - \alpha c_2 + \frac{\alpha c_2}{1-\alpha} - \frac{\alpha^2 c_2}{1-\alpha} \right]. \tag{4.47}
\end{aligned}$$

В уравнении (4.47) множитель в первых квадратных скобках равен множителю в аналогичной формуле (4.29) для треугольной сжатой зоны, поэтому обозначим его равным величине A по формуле (4.30):

$$A = (1 - \alpha c_2)(1 - \delta_1) - c_1 c_2 p_2 (V - \delta_1) + c_2 \left(\frac{0,5 - \alpha}{1 - \alpha} - \delta_1 \right) (\alpha - 1). \tag{4.30}$$

Множитель во вторых квадратных скобках в результате преобразований равен единице:

$$1 - \alpha c_2 + \frac{\alpha c_2}{1 - \alpha} - \frac{\alpha^2 c_2}{1 - \alpha} = 1 - \alpha c_2 + \frac{\alpha c_2 - \alpha^2 c_2}{1 - \alpha} = 1 - \alpha c_2 + \frac{\alpha c_2 (1 - \alpha)}{1 - \alpha} = 1.$$

Тогда окончательно уравнение (4.46) примет следующий вид:

$$A_x = \alpha A - 0,5 \left(\varphi_1^2 - \varphi_1 \varphi_0 + \frac{\varphi_0^2}{3} \right). \tag{4.48}$$

4) Сумма всех моментов, возникающих в сечении, относительно оси Y_1 равна нулю:

$$\sum M_y = 0,$$

$$\begin{aligned}
M_y = & R_{fb} \cdot \varphi_1 h \cdot b (0,5b - a_2) - R_{fb} \cdot 0,5 \cdot \varphi_0 h \cdot b \left(b - \frac{2}{3}b - a_2 \right) - R_s a_x (ub - a_2) - \\
& - \sigma_{fbt} (bh - \varphi_1 h \cdot b + 0,5 \cdot \varphi_0 h \cdot b) (x_{fbt} - a_2). \tag{4.49}
\end{aligned}$$

Находим безразмерную величину A_y , разделив обе части уравнения (4.46) на выражение $b^2 h(R_{fb} + \sigma_{fbt})$. Выносим b за скобки, используя формулу (4.8). Выражаем площадь растянутой арматуры a_x через площадь всей растянутой арматуры A_s по формуле (4.12):

$$\begin{aligned}
 A_y = \frac{M_y}{b^2 h(R_{fb} + \sigma_{fbt})} = & \frac{\varphi_1 \cdot R_{fb} \cdot b^2 h(0,5 - \delta_2)}{b^2 h(R_{fb} + \sigma_{fbt})} - \frac{0,5\varphi_0 \cdot R_{fb} \cdot b^2 h\left(1 - \frac{2}{3} - \delta_2\right)}{b^2 h(R_{fb} + \sigma_{fbt})} - \\
 & - \frac{R_s \cdot p_1 p_2 A_s \cdot b(u - \delta_2)}{b^2 h(R_{fb} + \sigma_{fbt})} - \frac{\sigma_{fbt} \cdot b h(x_{fbt} - a_2)}{b^2 h(R_{fb} + \sigma_{fbt})} + \\
 & + \frac{\sigma_{fbt} \cdot b h(\varphi_1 - 0,5\varphi_0)(x_{fbt} - a_2)}{b^2 h(R_{fb} + \sigma_{fbt})}. \quad (4.50)
 \end{aligned}$$

Преобразовываем уравнение (4.50), подставляя в него формулы (4.40), (4.22), (4.23) и (4.24):

$$\begin{aligned}
 A_y = & (1 - \alpha c_2) \varphi_1 (0,5 - \delta_2) - (1 - \alpha c_2) 0,5\varphi_0 \left(1 - \frac{2}{3} - \delta_2\right) - \alpha c_1 c_2 p_1 p_2 (u - \delta_2) - \\
 & - \alpha c_2 \cdot \frac{1}{b} (x_{fbt} - a_2) + \alpha^2 c_2 \cdot \frac{1}{b} (x_{fbt} - a_2).
 \end{aligned}$$

В преобразованное уравнение подставляем величину x_{fbt} по формуле (4.43) и выносим b за скобки по формуле (4.8):

$$\begin{aligned}
 A_y = & (1 - \alpha c_2) \varphi_1 (0,5 - \delta_2) - (1 - \alpha c_2) 0,5\varphi_0 \left(1 - \frac{2}{3} - \delta_2\right) - \alpha c_1 c_2 p_1 p_2 (u - \delta_2) - \\
 & - \alpha c_2 \cdot \frac{1}{b} \cdot b \cdot \left(\left[\frac{0,5 - \alpha}{1 - \alpha} + \frac{0,5\varphi_1 - \frac{1}{3}\varphi_0}{1 - \alpha} \right] - \delta_2 \right) + \\
 & + \alpha^2 c_2 \cdot \frac{1}{b} \cdot b \cdot \left(\left[\frac{0,5 - \alpha}{1 - \alpha} + \frac{0,5\varphi_1 - \frac{1}{3}\varphi_0}{1 - \alpha} \right] - \delta_2 \right),
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_y &= (1 - \alpha c_2) \left[\varphi_1 (1 - \delta_2) - 0,5\varphi_1 - 0,5\varphi_0 (1 - \delta_2) + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \varphi_0 \right] - \alpha c_1 c_2 p_1 p_2 (u - \delta_2) - \\
&\quad - \alpha c_2 \left(\frac{0,5 - \alpha}{1 - \alpha} - \delta_2 \right) - \alpha c_2 \cdot \frac{0,5\varphi_1 - \frac{1}{3}\varphi_0}{1 - \alpha} + \alpha^2 c_2 \left(\frac{0,5 - \alpha}{1 - \alpha} - \delta_2 \right) + \\
&\quad + \alpha^2 c_2 \cdot \frac{0,5\varphi_1 - \frac{1}{3}\varphi_0}{1 - \alpha}, \\
A_y &= \alpha (1 - \alpha c_2) (1 - \delta_2) - (1 - \alpha c_2) \left(0,5\varphi_1 - \frac{1}{3}\varphi_0 \right) - \alpha c_1 c_2 p_1 p_2 (u - \delta_2) - \\
&\quad - \alpha c_2 \left(\frac{0,5 - \alpha}{1 - \alpha} - \delta_2 \right) + \alpha^2 c_2 \left(\frac{0,5 - \alpha}{1 - \alpha} - \delta_2 \right) - \alpha c_2 \cdot \frac{0,5\varphi_1 - \frac{1}{3}\varphi_0}{1 - \alpha} + \\
&\quad + \alpha^2 c_2 \cdot \frac{0,5\varphi_1 - \frac{1}{3}\varphi_0}{1 - \alpha}, \\
A_y &= \alpha \left[(1 - \alpha c_2) (1 - \delta_2) - c_1 c_2 p_1 p_2 (u - \delta_2) - c_2 \left(\frac{0,5 - \alpha}{1 - \alpha} - \delta_2 \right) + \alpha c_2 \times \right. \\
&\quad \times \left. \left(\frac{0,5 - \alpha}{1 - \alpha} - \delta_2 \right) \right] - \left(0,5\varphi_1 - \frac{1}{3}\varphi_0 \right) \cdot \left[1 - \alpha c_2 + \frac{\alpha c_2}{1 - \alpha} - \frac{\alpha^2 c_2}{1 - \alpha} \right], \\
A_y &= \alpha \left[(1 - \alpha c_2) (1 - \delta_2) - c_1 c_2 p_1 p_2 (u - \delta_2) + c_2 \left(\frac{0,5 - \alpha}{1 - \alpha} - \delta_2 \right) (\alpha - 1) \right] - \\
&\quad - \left(0,5\varphi_1 - \frac{1}{3}\varphi_0 \right) \cdot \left[1 - \alpha c_2 + \frac{\alpha c_2}{1 - \alpha} - \frac{\alpha^2 c_2}{1 - \alpha} \right]. \tag{4.51}
\end{aligned}$$

В уравнении (4.51) множитель в первых квадратных скобках равен множителю в аналогичной формуле (4.34) для треугольной сжатой зоны, поэтому обозначим его равным величине Б по формуле (4.35):

$$B = (1 - \alpha c_2) (1 - \delta_2) - c_1 c_2 p_1 p_2 (u - \delta_2) + c_2 \left(\frac{0,5 - \alpha}{1 - \alpha} - \delta_2 \right) (\alpha - 1). \tag{4.35}$$

Множитель во вторых квадратных скобках в результате преобразований равен единице:

$$1 - \alpha c_2 + \frac{\alpha c_2}{1 - \alpha} - \frac{\alpha^2 c_2}{1 - \alpha} = 1 - \alpha c_2 + \frac{\alpha c_2 - \alpha^2 c_2}{1 - \alpha} = 1 - \alpha c_2 + \frac{\alpha c_2 (1 - \alpha)}{1 - \alpha} = 1.$$

Тогда уравнение (4.50) примет следующий вид:

$$A_y = \alpha B - 0,5\varphi_1 + \frac{1}{3}\varphi_0. \quad (4.52)$$

5) Находим величину B , подставляя в формулу (4.15) полученные выражения для нахождения A_x и A_y по формулам (4.48) и (4.52) соответственно:

$$B = \frac{A_x}{A_y} = \frac{\alpha A - 0,5 \left(\varphi_1^2 - \varphi_1 \varphi_0 + \frac{\varphi_0^2}{3} \right)}{\alpha B - 0,5\varphi_1 + \frac{1}{3}\varphi_0},$$

$$B\alpha B - B0,5 \cdot \varphi_1 + \frac{1}{3}B \cdot \varphi_0 - \alpha A + 0,5 \left(\varphi_1^2 - \varphi_1 \varphi_0 + \frac{\varphi_0^2}{3} \right) = 0,$$

$$B\alpha B - \alpha A - B0,5 \cdot \varphi_1 + \frac{1}{3}B \cdot \varphi_0 + 0,5\varphi_1^2 - 0,5\varphi_1\varphi_0 + 0,5\frac{\varphi_0^2}{3} = 0.$$

Выражаем переменную φ_1 через переменную φ_0 по формуле (4.42):

$$B\alpha B - \alpha A - B0,5 \cdot (\alpha + 0,5\varphi_0) + \frac{1}{3}B \cdot \varphi_0 + 0,5(\alpha + 0,5\varphi_0)^2 - 0,5\varphi_0(\alpha + 0,5\varphi_0) + 0,5\frac{\varphi_0^2}{3} = 0,$$

$$24(B\alpha B - \alpha A - B0,5\alpha + 0,5\alpha^2) - 6B\varphi_0 + 8B\varphi_0 + 12\alpha\varphi_0 - 12\alpha\varphi_0 + \left(0,5 \cdot 0,5^2 \cdot 24 - 0,5^2 \cdot 24 + 0,5 \cdot \frac{1}{3} \cdot 24 \right) \varphi_0^2 = 0.$$

В результате преобразований получаем квадратное уравнение с одной переменной φ_0 :

$$\varphi_0^2 + 2B\varphi_0 + 24\alpha(B\alpha - A - 0,5B + 0,5\alpha) = 0.$$

Пусть

$$K_2 = 24\alpha(B\alpha - A - 0,5B + 0,5\alpha). \quad (4.53)$$

Тогда квадратное уравнение примет вид:

$$\varphi_0^2 + 2B\varphi_0 + K_2 = 0,$$

$$\varphi_0 = \frac{-2B + \sqrt{4B^2 - 4K_2}}{2},$$

$$\varphi_0 = -B + \sqrt{B^2 - K_2}. \quad (4.54)$$

4.3.3 Граница применимости формул

Прежде, чем выполнять расчет косоизгибаемого фиброжелезобетонного элемента, необходимо определить форму сжатой зоны фибробетона для выбора соответствующих формул. Границу их применимости можно охарактеризовать безразмерной величиной η_1 , которая устанавливает зависимость между шириной сечения b и шириной сжатой зоны фибробетона $\eta_1 b$ вдоль оси X . Для треугольной формы сжатой зоны фибробетона $\eta_1 \leq 1$, для трапецевидной формы сжатой зоны фибробетона $\eta_1 > 1$.

Рассмотрим неравенство

$$\eta_1 \leq 1, \quad (4.55)$$

Из формулы (4.18) получаем следующее условие:

$$\frac{2\alpha}{\varphi_1} \leq 1. \quad (4.56)$$

Подставляем в условие (4.56) значение φ_1 для треугольной формы сжатой зоны из формулы (4.38):

$$2\alpha \leq \frac{3}{2}K_1 + \sqrt{\frac{9}{4}K_1^2 + 2B\alpha},$$

$$2\alpha - \frac{3}{2}K_1 \leq \sqrt{\frac{9}{4}K_1^2 + 2B\alpha},$$

$$4\alpha^2 - 2 \cdot 2\alpha \cdot \frac{3}{2}K_1 + \frac{9}{4}K_1^2 \leq \frac{9}{4}K_1^2 + 2B\alpha,$$

$$4\alpha^2 - 6\alpha K_1 + \frac{9}{4}K_1^2 - \frac{9}{4}K_1^2 \leq 2B\alpha,$$

$$4\alpha^2 - 6\alpha(A - BB) \leq 2B\alpha,$$

$$2\alpha - 3A + 3BB \leq B,$$

$$B \geq \frac{2(\alpha - 1,5A)}{1 - 3B},$$

$$B \leq \frac{2(1,5A - \alpha)}{3B - 1}. \quad (4.57)$$

В результате преобразований получаем условие (4.57), если оно выполняется, то сжатая зона имеет треугольную форму, иначе – трапецевидную. Для нахождения величин, входящих в формулу (4.57), достаточно исходных данных для расчета, тем самым можно заранее определить форму сжатой зоны фибробетона.

4.3.4 Определение относительной высоты сжатой зоны фибробетона и ее граничного значения

Согласно нормативным документам СП 52-104-2006* [165], регламентирующим проектирование сталефибробетонных конструкций, расчет по прочности нормальных сечений фиброжелезобетонных элементов необходимо выполнять в зависимости от соотношения относительной высоты сжатой зоны фибробетона ξ и ее граничного значения ξ_R , определяемого как

$$\xi_R = \frac{\omega}{1 + \frac{\sigma_{sR}}{\sigma_{sc,u}} \left(1 - \frac{\omega}{1,1} \right)}, \quad (4.58)$$

где σ_{sR} – напряжение в арматуре, принимаемое в зависимости от ее класса п. 6.2.15 [165]; $\sigma_{sc,u}$ – предельное напряжение в арматуре сжатой зоны, принимаемое по п. 6.2.15 [165]; ω – характеристика сжатой зоны фибробетона, определяемая как

$$\omega = \alpha - 0,008R_b, \quad (4.59)$$

где α – коэффициент, зависящий от бетона-матрицы, для мелкозернистого бетона (группы А) $\alpha = 0,8$.

Однако, принятая зависимость для определения величины граничной относительной высоты сжатой зоны (4.58) заимствована из устаревших

строительных норм и правил [162], распространяющихся на проектирование бетонных и железобетонных конструкций (формула (1.18)), и в актуализированной редакции нормативных документов [166] заменена другой зависимостью (1.24), основанной на гипотезе плоских сечений.

Относительная высота сжатой зоны в косоизгибаемом фиброжелезобетонном элементе рассчитывается по следующей формуле

$$\xi = \frac{x}{h_0}, \quad (4.60)$$

где x – высота сжатой зоны фибробетона, h_0 – рабочая высота сечения, определяемая до центра тяжести растянутой арматуры.

Выразим величину относительной высоты сжатой зоны фибробетона через параметры, полученные по предложенным зависимостям (п. 4.3.1 – 4.3.3, с. 147 – 166). Схема определения относительной высоты сжатой зоны в косоизгибаемом фиброжелезобетонном элементе представлена на рисунке 4.8.

Исходя из подобия треугольников, выполнив преобразования, зависимость (4.60) примет следующий вид:

$$\xi = \frac{x}{h_0} = \frac{\varphi_1 h}{d} = \frac{\varphi_1 h}{h - V_s h + (b - u_s b) \operatorname{tg} \theta} = \frac{\varphi_1}{1 - V_s + \frac{b}{h} (1 - u_s) \operatorname{tg} \theta}, \quad (4.61)$$

где $u_s b$ и $V_s h$ – расстояния от точки приложения равнодействующей усилий в растянутой продольной арматуре $\sum_{i=1}^n \sigma_{si} A_{si}$ до осей Y_2 и X_2 соответственно, проходящих через наиболее растянутый угол сечения; θ – угол наклона нейтральной оси относительно горизонтальной оси X_2 .

Тангенс угла θ определяется в зависимости от формы сжатой зоны фибробетона:

– для треугольной формы сжатой зоны фибробетона

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\varphi_1 h}{\eta_1 b} = \frac{\varphi_1^2 h}{2 \alpha b};$$

– для трапециевидной формы сжатой зоны фибробетона

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\varphi_0 h}{b}.$$

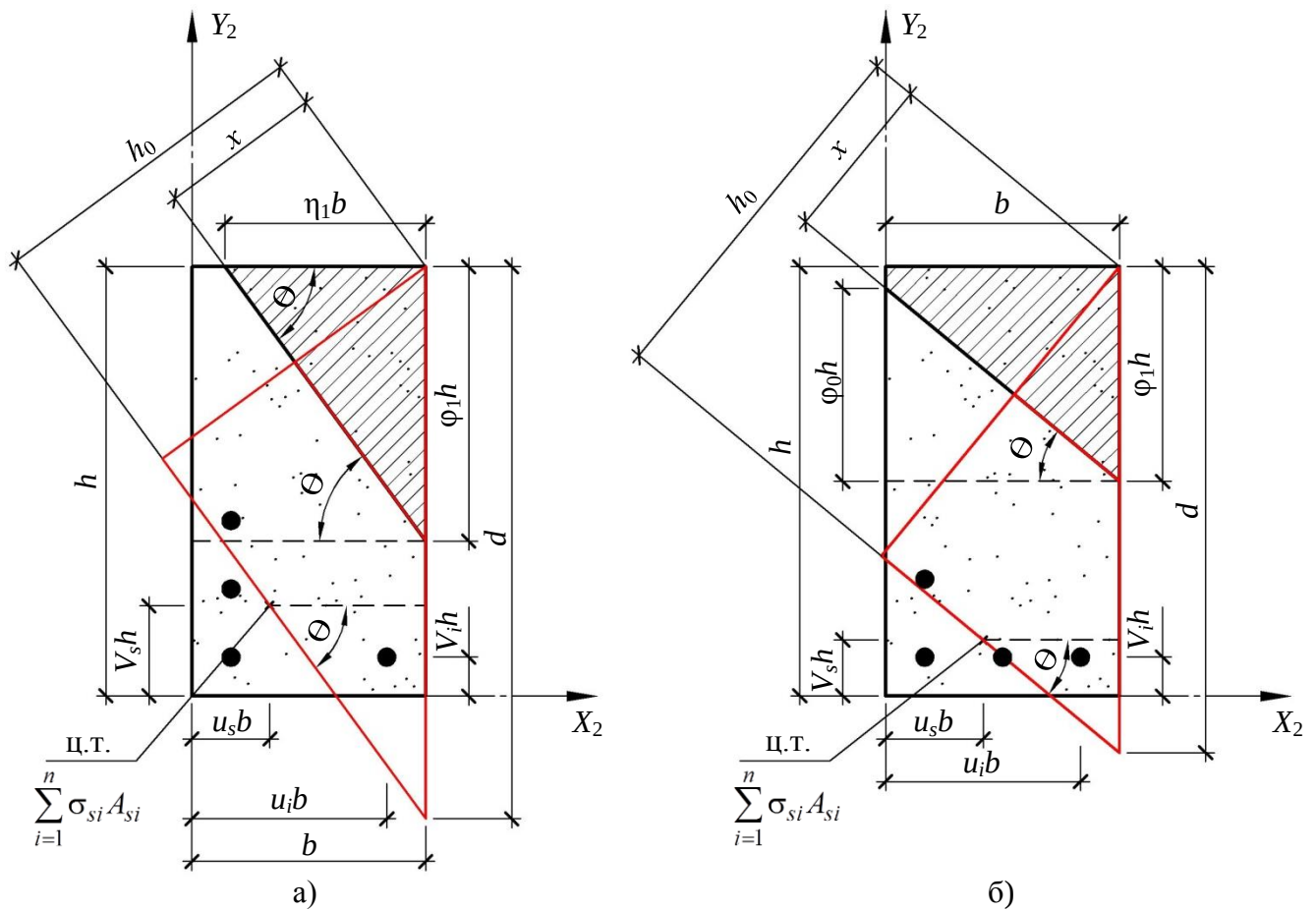


Рисунок 4.8 – Схема определения относительной высоты сжатой зоны в косоизгибаемом фиброжелезобетонном элементе для треугольной (а) и трапециевидной (б) форм сжатой зоны фибробетона

Подставим значение тангенса угла Θ в формулу (4.61), тогда зависимость определения относительной высоты сжатой зоны фибробетона примет вид:

– для треугольной формы сжатой зоны фибробетона

$$\xi = \frac{\varphi_1}{1 - V_s + (1 - u_s) \frac{\varphi_1^2}{2\alpha}}; \quad (4.62)$$

– для трапециевидной формы сжатой зоны фибробетона

$$\xi = \frac{\varphi_1}{1 - V_s + (1 - u_s) \varphi_0}. \quad (4.63)$$

Относительная высота сжатой зоны фибробетона для отдельного i -го стержня определяется:

- для треугольной формы сжатой зоны фибробетона

$$\xi_i = \frac{\varphi_1}{1 - V_i + (1 - u_i) \frac{\varphi_1^2}{2\alpha}}; \quad (4.64)$$

- для трапецевидной формы сжатой зоны фибробетона

$$\xi_i = \frac{\varphi_1}{1 - V_i + (1 - u_i) \varphi_0}, \quad (4.65)$$

где $u_i b$ и $V_i h$ – расстояния от центра тяжести i -го стержня растянутой продольной арматуры до осей Y_2 и X_2 соответственно, проходящих через наиболее растянутый угол сечения; u_i и V_i – коэффициенты, выражающие эти расстояния как части от ширины b и высоты h соответственно.

Значение граничной относительной высоты сжатой зоны фибробетона соответствует одновременному достижению расчетного сопротивления R_s во всех растянутых арматурных стержнях и максимальных относительных деформаций крайних волокон сжатой зоны фибробетона. Схема определения граничной относительной высоты сжатой зоны фибробетона в косоизгибаемом элементе представлена на рисунке 4.9.

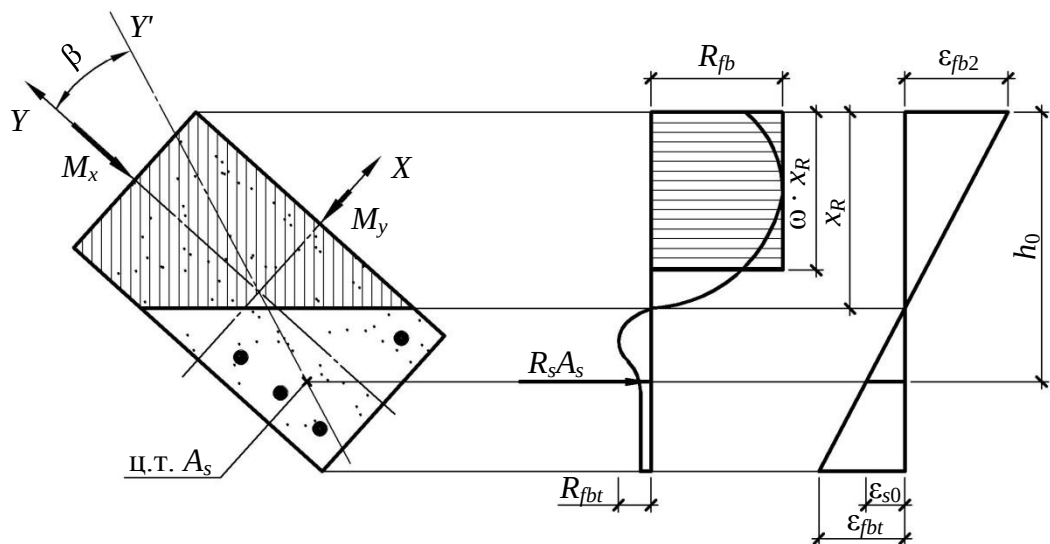


Рисунок 4.9 – Схема определения граничной относительной высоты сжатой зоны фибробетона в косоизгибаемом элементе

Исходя из краевых максимальных относительных деформаций сжатого фибробетона ε_{fb2} и относительных деформаций растянутой арматуры ε_{s0} , соответствующих напряжениям R_s , принимая справедливой гипотезу плоских сечений для косоизгибаемых фиброжелезобетонных элементов получаем соотношение

$$\frac{\varepsilon_{fb2}}{\varepsilon_{s0}} = \frac{x_R}{h_0 - x_R}. \quad (4.66)$$

Преобразовывая соотношение (4.66) и подставляя $\xi_R = \frac{x_R}{h_0}$, имеем

$$\varepsilon_{s0} = \varepsilon_{fb2} \left(\frac{1}{\xi_R} - 1 \right). \quad (4.67)$$

В результате зависимость определения граничной относительной высоты сжатой зоны фибробетона имеет вид:

$$\xi_R = \frac{x_R}{h_0} = \frac{1}{1 + \frac{\varepsilon_{s0}}{\varepsilon_{fb2}}}. \quad (4.68)$$

Принимая допущение о замене фактической эпюры распределения напряжений в сжатой зоне фибробетона эпюрой равномерного распределения напряжений с ординатой, равной R_{fb} , в соответствии с рисунком 4.9 вводим коэффициент ω , отражающий полноту эпюры напряжений сжатого фибробетона.

$$\xi_R = \frac{x_R}{h_0} = \frac{\omega}{1 + \frac{\varepsilon_{s0}}{\varepsilon_{fb2}}}. \quad (4.69)$$

Для фиброжелезобетонных элементов не применима формула (4.59), полученная эмпирическим путем для железобетонных элементов. Необходимо установить зависимость для нахождения коэффициента ω .

В новом СП 360.1325800.2017 [167] зависимость для определения граничной относительной высоты сжатой зоны фибробетона имеет вид (4.69), где параметр ω для мелкозернистого бетона принимается равным 0,7. Относительные деформации сжатого фибробетона ε_{fb2} принимаются как для обычного бетона,

равными ε_{b2} по [166]. Однако согласно работам [54, 142], а также проведенным экспериментальным исследованиям относительные деформации фибробетона при сжатии больше, чем традиционного бетона.

Рассмотрим поперечное сечение косоизгибаемого фиброжелезобетонного элемента в зоне действия чистого косоуго изгиба (рисунок 4.10). Пусть в результате внешнего воздействия нейтральная ось проходит через центр тяжести растянутой арматуры. Относительные деформации крайнего сжатого волокна фибробетона достигают максимальных значений, численно равных ε_{fb2} ; относительные деформации в уровне центра тяжести растянутой арматуры равны нулю.

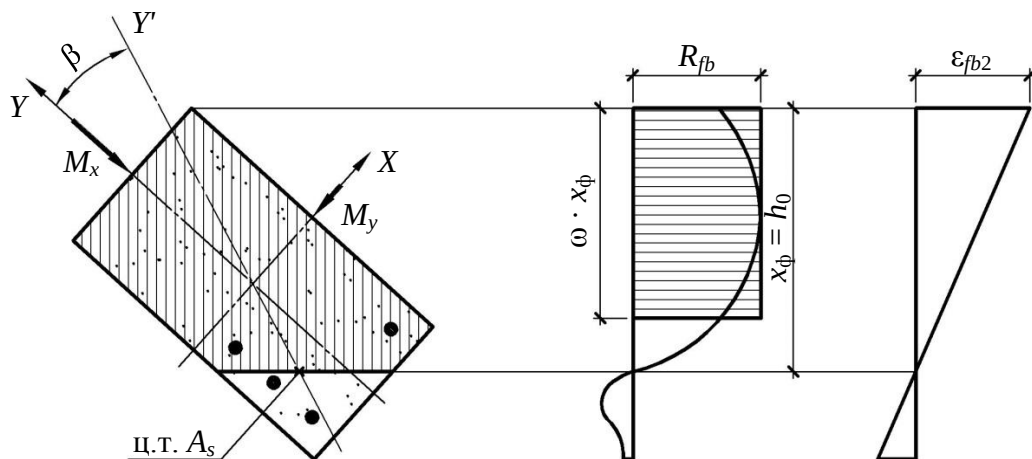


Рисунок 4.10 – Схема определения коэффициента полноты эпюры напряжений сжатой зоны фибробетона

Коэффициент ω определяет соотношение площадей прямоугольной эпюры напряжений и фактической, приравняв которые получаем выражение общего вида, позволяющее вычислить параметр ω , подставив зависимость, описывающую деформирование материала фибробетона при сжатии $\sigma_{fb} = f(\varepsilon_{fb})$:

$$\omega = \frac{\int_0^{h_0} \sigma_{fb} dx}{h_0 \cdot R_{fb}}. \quad (4.70)$$

Основываясь на общих принципах вывода коэффициента ω в действующих нормативных документах для железобетонных конструкций [166], полученного в

результате сравнения прямоугольной эпюры напряжений сжатой зоны бетона и трапециевидной [68], рассмотрим трехлинейную диаграмму состояния фибробетона при сжатии, изображенную на рисунке 4.11.

Относительные деформации фибробетона в опорных точках диаграммы принимаем из нормативных документов [166] и работы [142], равными

$$\varepsilon_{fb1} = \frac{0,6R_{fb}}{E_{fb}}, \quad (4.71)$$

$$\varepsilon_{fb0} = 2 \cdot 10^{-3} \cdot \left(\frac{R_{fb}}{R_b} \right)^2, \quad (4.72)$$

$$\varepsilon_{fb2} = \left(3,5 + 5 \cdot \left(\frac{R_{fb}}{R_b} - 1 \right) \right) \cdot 10^{-3}. \quad (4.73)$$

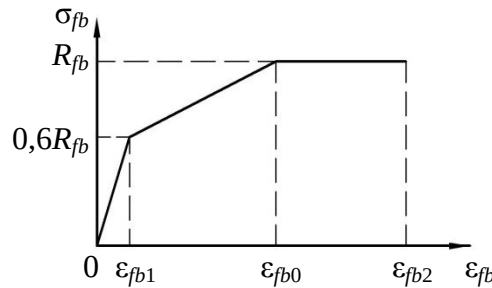


Рисунок 4.11 – Идеализированная диаграмма состояния фибробетона при сжатии

Находим коэффициент ω из соотношения площадей прямоугольной и кусочно-линейной эпюр распределения напряжений в сжатом фибробетоне (рисунок 4.12). Определяем площадь кусочно-линейной эпюры напряжений в сжатой зоне фибробетона:

$$A = \left(1 - 0,5 \frac{\varepsilon_{fb1}}{\varepsilon_{fb2}} - 0,2 \frac{\varepsilon_{fb0}}{\varepsilon_{fb2}} \right) \cdot h_0 \cdot R_{fb}. \quad (4.74)$$

Подставляем полученное выражение (4.74) в числитель уравнения (4.70), получаем:

$$\omega = \frac{\left(1 - 0,5 \frac{\varepsilon_{fb1}}{\varepsilon_{fb2}} - 0,2 \frac{\varepsilon_{fb0}}{\varepsilon_{fb2}} \right) \cdot h_0 \cdot R_{fb}}{h_0 \cdot R_{fb}} = 1 - 0,5 \frac{\varepsilon_{fb1}}{\varepsilon_{fb2}} - 0,2 \frac{\varepsilon_{fb0}}{\varepsilon_{fb2}}. \quad (4.75)$$

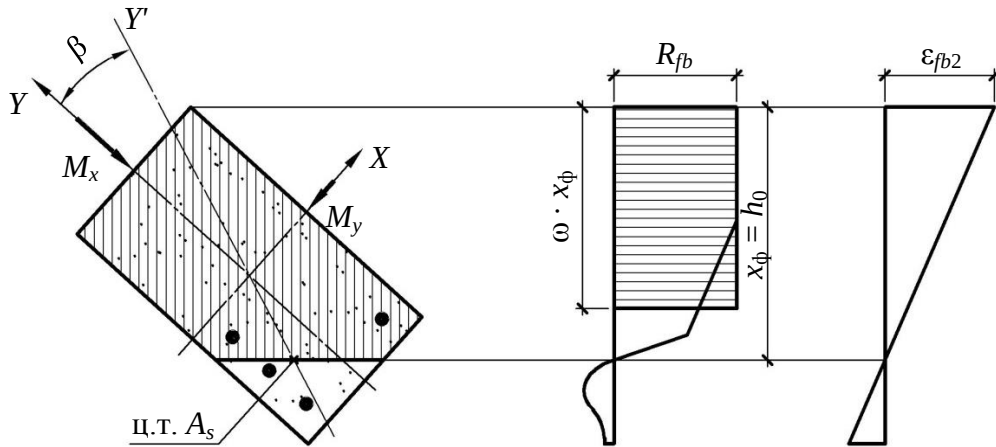


Рисунок 4.12 – Схема определения коэффициента полноты эпюры напряжений сжатой зоны фибробетона ω при фактической эпюре распределения напряжений кусочно-линейного вида

Тогда формула для определения граничной относительной высоты сжатой зоны в косоизгибаемом фиброжелезобетонном элементе примет следующий вид:

$$\xi_R = \frac{x_R}{h_0} = \frac{1 - 0,5 \frac{\varepsilon_{fb1}}{\varepsilon_{fb2}} - 0,2 \frac{\varepsilon_{fb0}}{\varepsilon_{fb2}}}{1 + \frac{\varepsilon_{s0}}{\varepsilon_{fb2}}}. \quad (4.76)$$

После преобразований зависимости (4.76) получим

$$\xi_R = \frac{\varepsilon_{fb2} - 0,5\varepsilon_{fb1} - 0,2\varepsilon_{fb0}}{\varepsilon_{fb2} + \varepsilon_{s0}}, \quad (4.77)$$

где ε_{s0} – относительные деформации растянутой арматуры, определяемые по формулам (4.3) и (4.4) для арматуры с физическим и условным пределами текучести соответственно.

4.3.5 Расчет по прочности перearмированных косоизгибаемых фиброжелезобетонных элементов

Косоизгибаемые фиброжелезобетонные элементы рекомендуется проектировать из условия $\xi \leq \xi_R$, однако, возможны случаи, когда перearмирование элемента обусловлено расчетом по второй группе предельных состояний или конструктивными требованиями. Разрушение перearмированных

фиброжелезобетонных элементов происходит в результате исчерпания прочности фибробетоном сжатой зоны. В этом случае напряжения в некоторых или во всех стержнях продольной рабочей арматуры будут меньше расчетного сопротивления арматуры растяжению R_s , соответственно, относительные деформации некоторых или всех стержней не достигнут значения ε_{s0} . Тогда напряжения в i -ом стержне для арматуры с физическим пределом текучести будут равны

$$\sigma_{si} = \varepsilon_{si} E_s \leq R_s, \quad (4.78)$$

где ε_{si} – относительные деформации i -го арматурного стержня, определяемые из гипотезы плоских сечений и соответствующие достижению относительными деформациями фибробетона крайнего сжатого волокна максимального значения ε_{fb2} с учетом замены фактической эпюры распределения напряжений сжатого фибробетона прямоугольной.

$$\varepsilon_{si} = \varepsilon_{fb2} \left(\frac{\omega}{\xi_i} - 1 \right), \quad (4.79)$$

где ξ_i – относительная высота сжатой зоны фибробетона для i -го стержня, найденная по формулам (4.64) или (4.65) в зависимости от формы сжатой зоны.

Вычисляем напряжения в каждом арматурном стержне по формулам (4.78) и (4.79). Уточняем положение равнодействующей растягивающих усилий в арматуре $\sum_{i=1}^n \sigma_{si} A_{si}$, где A_{si} – площадь i -го стержня, n – количество стержней растянутой продольной арматуры. После корректировки значений параметров V_s и u_s находим коэффициент k_{fbt} с использованием зависимости (4.6), заменяя относительные деформации арматуры ε_{s0} на ε_s , определяемые как

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{fb2} \left(\frac{\omega}{\xi} - 1 \right), \quad (4.80)$$

где ξ – относительная высота сжатой зоны фибробетона, найденная в соответствии с уточненными параметрами V_s и u_s по формулам (4.62) или (4.63) в зависимости от формы сжатой зоны.

Расчет выполняем заново по предложенной методике (п. 4.3.1 – 4.3.3, с. 147 – 166), с заменой параметра R_s на $\sum_{i=1}^n \sigma_{si} A_{si}$ в формуле (4.22), а также вычисляя некоторые переменные по другим зависимостям, позволяющим учесть напряжения в каждом стержне рабочей арматуры.

$$A' = \alpha \left[(1 - \alpha c_2)(1 - \delta_1) + c_2 \left(\frac{0,5 - \alpha}{1 - \alpha} - \delta_1 \right) (\alpha - 1) \right] - \sum_{i=1}^n \frac{\sigma_{si} A_{si} (V_i - \delta_1)}{bh(R_{fb} + \sigma_{fbt})}, \quad (4.81)$$

$$B' = \alpha \left[(1 - \alpha c_2)(1 - \delta_2) + c_2 \left(\frac{0,5 - \alpha}{1 - \alpha} - \delta_2 \right) (\alpha - 1) \right] - \sum_{i=1}^n \frac{\sigma_{si} A_{si} (u_i - \delta_2)}{bh(R_{fb} + \sigma_{fbt})}. \quad (4.82)$$

Основные зависимости для расчета по прочности перearмированного косоизгибаемого фиброжелезобетонного элемента примут вид:

– для треугольной формы сжатой зоны фибробетона

$$K'_1 = A' - BB', \quad (4.83)$$

$$\varphi'_1 = \frac{1}{\alpha} \left[\frac{3}{2} K'_1 + \sqrt{\frac{9}{4} K'^2_1 + 2B\alpha^3} \right], \quad (4.84)$$

$$A'_x = A' - \alpha \frac{\varphi'_1}{3}; \quad (4.85)$$

– для трапециевидной формы сжатой зоны фибробетона

$$K'_2 = 24(BB' - A' - 0,5B\alpha + 0,5\alpha^2), \quad (4.86)$$

$$\varphi'_0 = -B + \sqrt{B^2 - K'_2}, \quad (4.87)$$

$$\varphi'_1 = \alpha + 0,5\varphi'_0, \quad (4.88)$$

$$A'_x = A' - 0,5 \left(\varphi'^2_1 - \varphi'_0 \varphi'_1 + \frac{\varphi'^2_0}{3} \right). \quad (4.89)$$

Граница применимости формул определяется из условия

$$B \leq \frac{2(1,5A' - \alpha^2)}{3B' - \alpha}. \quad (4.90)$$

Если условие (4.90) выполняется, то сжатая зона имеет треугольную форму, иначе – трапециевидную.

Расчет по прочности перearмированных косоизгибаемых фиброжелезобетонных элементов выполняем последовательными приближениями, в соответствии с заданной точностью f .

4.3.6 Расчет по прочности косоизгибаемых фиброжелезобетонных элементов с высокопрочной арматурой

Напряжения в i -ом высокопрочном арматурном стержне без предварительного напряжения рассчитываются согласно идеализированной диаграмме состояния арматуры с условным пределом текучести, установленной нормативными документами [166], так

$$\sigma_{si} = \varepsilon_{si} E_s \quad \text{при} \quad \sigma_{si} \leq 0,9R_s, \quad (4.91)$$

$$\sigma_{si} = \left(0,9 + 0,1 \frac{\varepsilon_{si} E_s - 0,9R_s}{400 + 0,1R_s} \right) R_s \quad \text{при} \quad 0,9R_s < \sigma_{si} \leq R_s, \quad (4.92)$$

где ε_{si} – относительные деформации i -го арматурного стержня, найденные по формуле (4.79).

Напряжения в арматурном стержне в интервале от $0,9R_s$ до R_s , также можно выразить через относительные деформации [166]

$$\sigma_{si} = \left(0,9 + 0,1 \frac{\varepsilon_{si} - \varepsilon_{s1}}{\varepsilon_{s0} - \varepsilon_{s1}} \right) R_s, \quad (4.93)$$

где ε_{s0} – относительные деформации арматуры, вычисленные по формуле (4.4) для арматуры с условным пределом текучести; ε_{s1} – относительные деформации арматуры, соответствующие напряжениям $0,9R_s$, определяемые как

$$\varepsilon_{s1} = \frac{0,9R_s}{E_s}. \quad (4.94)$$

Если при расчете по прочности нормальных сечений косоизгибаемых фиброжелезобетонных элементов армированных высокопрочной арматурой без предварительного напряжения выполняется условие $\xi < \xi_R$, то необходимо учесть работу арматуры при напряжениях, превышающих условный предел текучести,

умножением расчетного сопротивления арматуры растяжению R_s на коэффициент γ_{s3} .

Определим зависимость для вычисления коэффициента условия работы арматуры γ_{s3} в фиброжелезобетонных элементах аналогично зависимости, полученной для железобетонных элементов [68]. Согласно идеализированной диаграмме состояния растянутой арматуры с условным пределом текучести, представленной в действующих нормативных документах [166], принимаем, что напряжения в арматуре могут достигать значения $1,1R_s$ и определяются как

$$\sigma_{si} = \gamma_{s3} R_s \quad \text{при} \quad R_s < \sigma_{si} \leq 1,1R_s. \quad (4.95)$$

Пусть напряжения в арматуре изменяются линейно от R_s до $1,1R_s$ и зависят от параметра ξ_i/ξ_R в интервале от 1,0 до $\xi_{гр}/\xi_R$, где $\xi_{гр}$ – относительная высота сжатой зоны фибробетона, соответствующая напряжениям в арматуре, равным $1,1R_s$. Таким образом, значение коэффициента γ_{s3} находится в пределах от 1,0 до 1,1 и определяется по формуле [68]

$$\gamma_{s3} = \frac{1,1 - k - 0,1 \frac{\xi_i}{\xi_R}}{1 - k}, \quad (4.96)$$

где $k = \frac{\xi_{гр}}{\xi_R}$.

Из гипотезы плоских сечений определяем относительные деформации арматуры, подставляя коэффициент ω по формуле (4.75):

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{fb2} \frac{\omega - \xi_{гр}}{\xi_{гр}} = \varepsilon_{fb2} \frac{1 - 0,5 \frac{\varepsilon_{fb1}}{\varepsilon_{fb2}} - 0,2 \frac{\varepsilon_{fb0}}{\varepsilon_{fb2}} - \xi_{гр}}{\xi_{гр}} = \frac{\varepsilon_{fb2} - 0,5\varepsilon_{fb1} - 0,2\varepsilon_{fb0}}{\xi_{гр}} - \varepsilon_{fb2}. \quad (4.97)$$

Находим $\xi_{гр}$ из формулы (4.92), подставляя значения относительных деформаций арматуры (4.97) и заменяя напряжения σ_s на $1,1R_s$. Принимаем

$$\frac{R_s \cdot 10^3}{E_s} = r.$$

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{0,9 + 0,1 \left(\frac{\varepsilon_{fb2} - 0,5\varepsilon_{fb1} - 0,2\varepsilon_{fb0}}{\xi_{rp}} - \varepsilon_{fb2} \right) \cdot E_s - 0,9R_s}{0,002 \cdot E_s + 0,1R_s} \right) R_s = 1,1R_s, \\
& 0,9 + 0,1 \frac{\left(\left(\frac{\varepsilon_{fb2} - 0,5\varepsilon_{fb1} - 0,2\varepsilon_{fb0}}{\xi_{rp}} \right) \cdot 10^3 - \varepsilon_{fb2} \cdot 10^3 - 0,9 \frac{R_s \cdot 10^3}{E_s} \right) E_s}{\left(2 + 0,1 \frac{R_s \cdot 10^3}{E_s} \right) E_s} = 1,1, \\
& \frac{(\varepsilon_{fb2} - 0,5\varepsilon_{fb1} - 0,2\varepsilon_{fb0}) \cdot 10^3 - \varepsilon_{fb2} \cdot 10^3 \cdot \xi_{rp} - 0,9r \cdot \xi_{rp}}{(2 + 0,1r) \xi_{rp}} = 2, \\
& \xi_{rp} = \frac{(\varepsilon_{fb2} - 0,5\varepsilon_{fb1} - 0,2\varepsilon_{fb0}) \cdot 10^3}{4 + 1,1r + \varepsilon_{fb2} \cdot 10^3}. \quad (4.98)
\end{aligned}$$

Преобразовываем зависимость для определения ξ_R из формулы (4.77):

$$\xi_R = \frac{(\varepsilon_{fb2} - 0,5\varepsilon_{fb1} - 0,2\varepsilon_{fb0}) \cdot 10^3}{\varepsilon_{fb2} \cdot 10^3 + \frac{R_s \cdot 10^3}{E_s} + 2} = \frac{(\varepsilon_{fb2} - 0,5\varepsilon_{fb1} - 0,2\varepsilon_{fb0}) \cdot 10^3}{2 + r + \varepsilon_{fb2} \cdot 10^3}, \quad (4.99)$$

Находим параметр k , подставляя максимальные относительные деформации фибробетона ε_{fb2} по формуле (4.73):

$$k = \frac{\xi_{rp}}{\xi_R} = \frac{2 + r + \varepsilon_{fb2} \cdot 10^3}{4 + 1,1r + \varepsilon_{fb2} \cdot 10^3} = \frac{2 + r + 3,5 + 5 \left(\frac{R_{fb}}{R_b} - 1 \right)}{4 + 1,1r + 3,5 + 5 \left(\frac{R_{fb}}{R_b} - 1 \right)} = \frac{0,5 + r + 5 \frac{R_{fb}}{R_b}}{2,5 + 1,1r + 5 \frac{R_{fb}}{R_b}}. \quad (4.100)$$

В зависимость (4.96) подставляем параметр k (4.100):

$$\gamma_{s3} = \frac{1,1 - k - 0,1 \frac{\xi_i}{\xi_R}}{1 - k} = \frac{\left(1,1 - \frac{0,5 + r + 5 \frac{R_{fb}}{R_b}}{2,5 + 1,1r + 5 \frac{R_{fb}}{R_b}} - 0,1 \frac{\xi_i}{\xi_R} \right) \left(2,5 + 1,1r + 5 \frac{R_{fb}}{R_b} \right)}{2,5 + 1,1r + 5 \frac{R_{fb}}{R_b} - 0,5 - r - 5 \frac{R_{fb}}{R_b}} =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\left(1,1 - 0,1 \frac{\xi_i}{\xi_R}\right) \left(2,5 + 1,1r + 5 \frac{R_{fb}}{R_b}\right) - 0,5 - r - 5 \frac{R_{fb}}{R_b}}{2 + 0,1r} = \\
&= \frac{2,25 + 0,21r + 0,5 \frac{R_{fb}}{R_b} - 0,1 \frac{\xi_i}{\xi_R} \left(2,5 + 1,1r + 5 \frac{R_{fb}}{R_b}\right)}{2 + 0,1r}.
\end{aligned}$$

После замены параметра r получаем зависимость для определения коэффициента γ_{s3} :

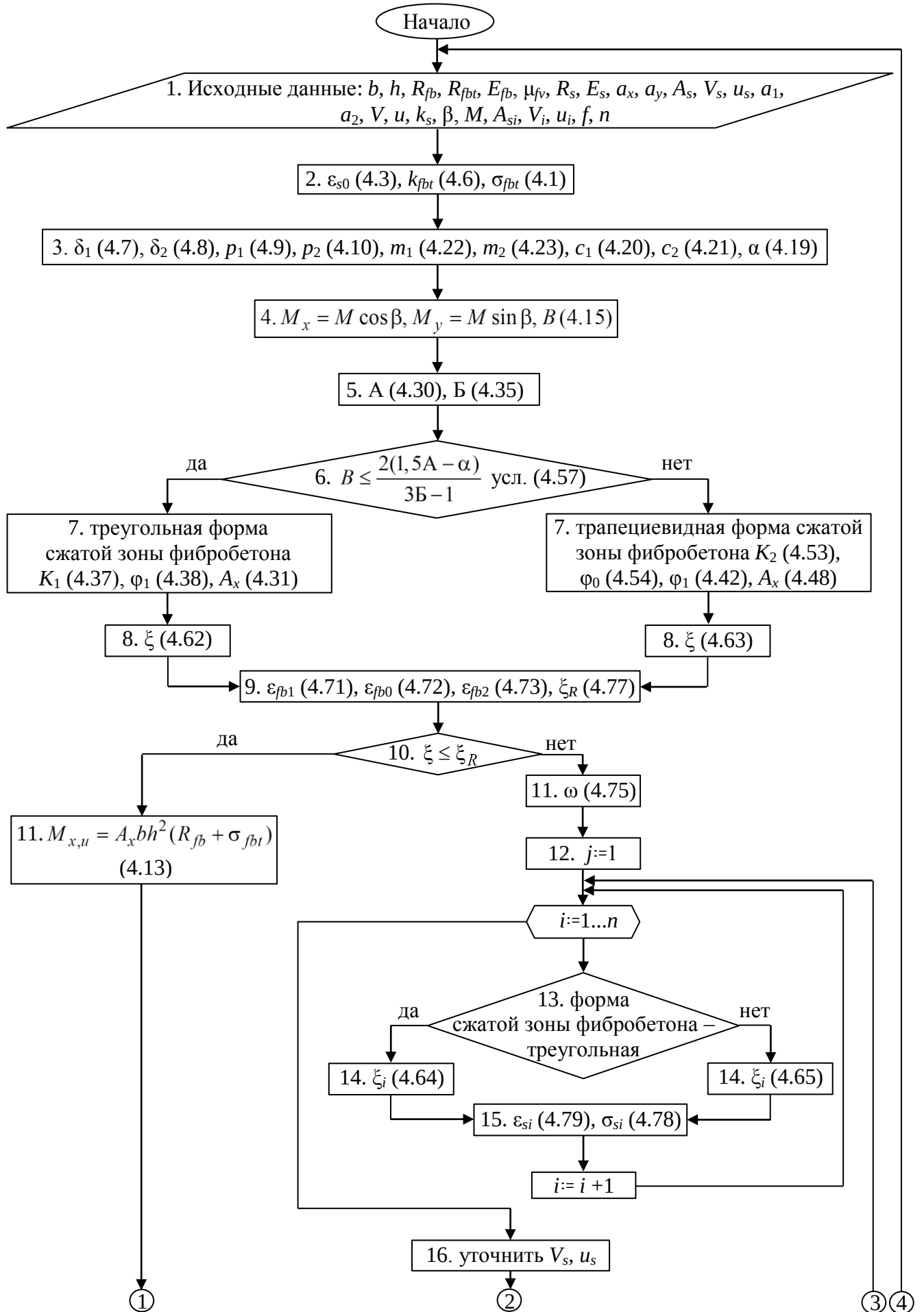
$$\gamma_{s3} = \frac{4,5 + 0,0021R_s + \frac{R_{fb}}{R_b} - \left(0,5 + 0,0011R_s + \frac{R_{fb}}{R_b}\right) \frac{\xi}{\xi_R}}{4 + 0,001R_s}, \quad (4.101)$$

где значения напряжений R_{fb} , R_b и R_s принимаются в МПа.

Расчет по прочности косоизгибаемых фиброжелезобетонных элементов с высокопрочной арматурой без предварительного напряжения в первом приближении выполняется по предложенной методике (п. 4.3.1 – 4.3.3, с. 147 – 166). После уточнения напряжений в каждом арматурном стержне расчет выполняется заново последовательными приближениями с заданной точностью f , в соответствии с уточненными параметрами V_s и u_s , с применением зависимостей (4.81) – (4.90), а также с заменой параметра R_s на $\sum_{i=1}^n \sigma_{si} A_{si}$ в формуле (4.22).

4.3.7 Блок-схема расчета по прочности нормального сечения косоизгибаемого фиброжелезобетонного элемента

Блок-схема расчета по прочности нормального сечения косоизгибаемого фиброжелезобетонного элемента с регулярной арматурой из мягких сталей представлена на рисунке 4.13. Блок-схема расчета по прочности нормального сечения косоизгибаемого фиброжелезобетонного элемента с регулярной высокопрочной арматурой без предварительного напряжения представлена на рисунке 4.14.



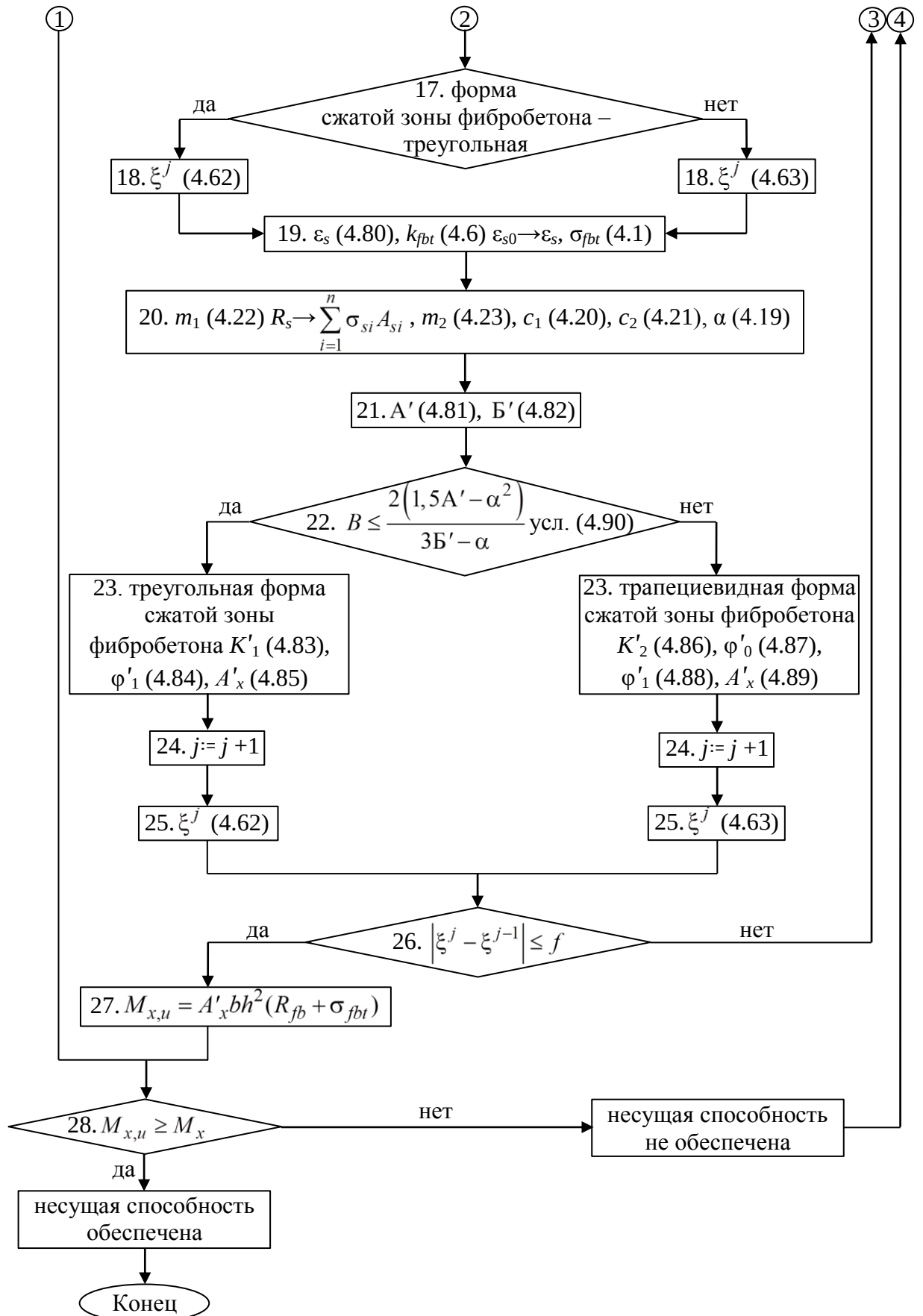
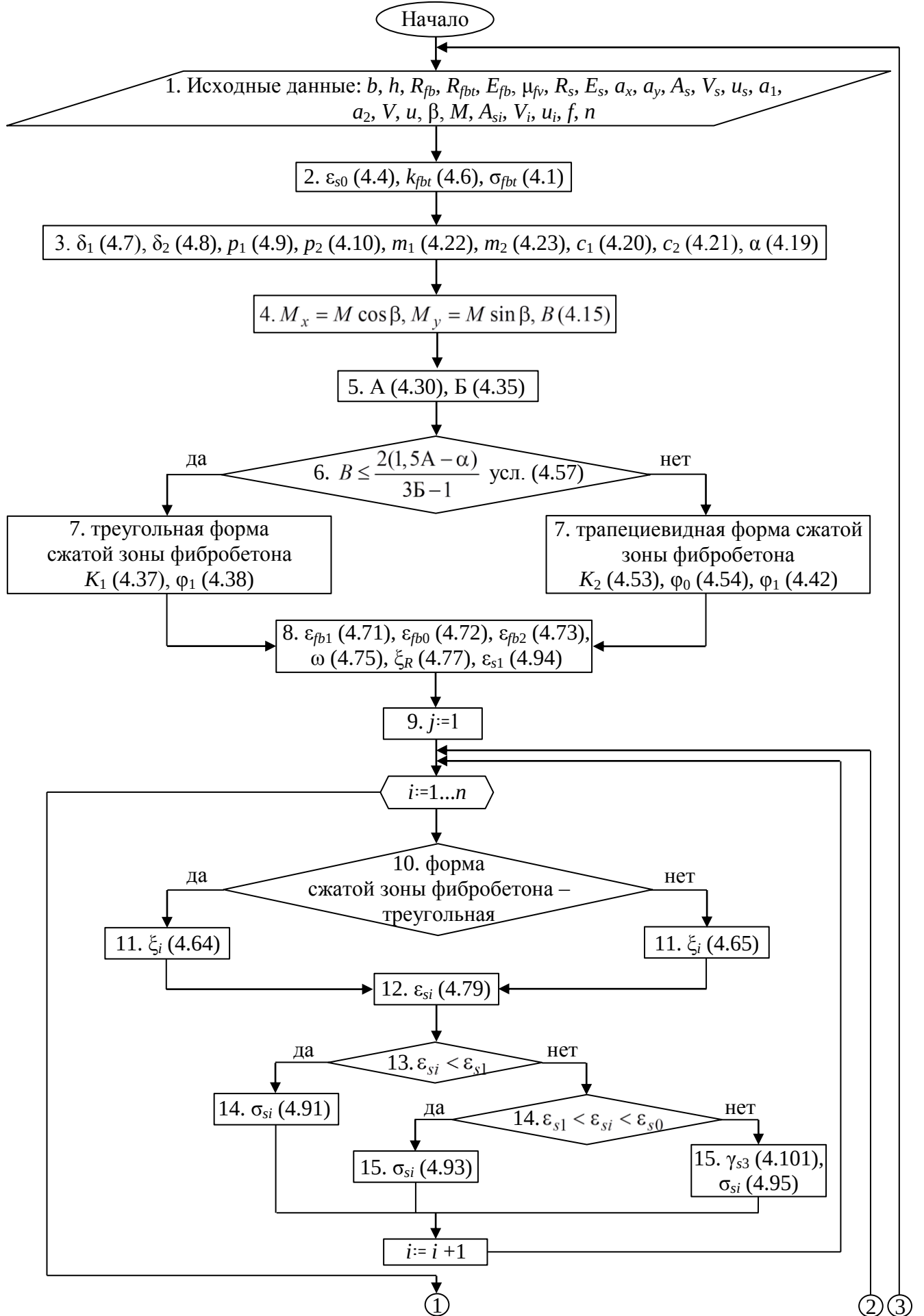


Рисунок 4.13 – Блок-схема расчета по прочности нормального сечения косоизгибаемого фиброжелезобетонного элемента с регулярной арматурой из мягких сталей



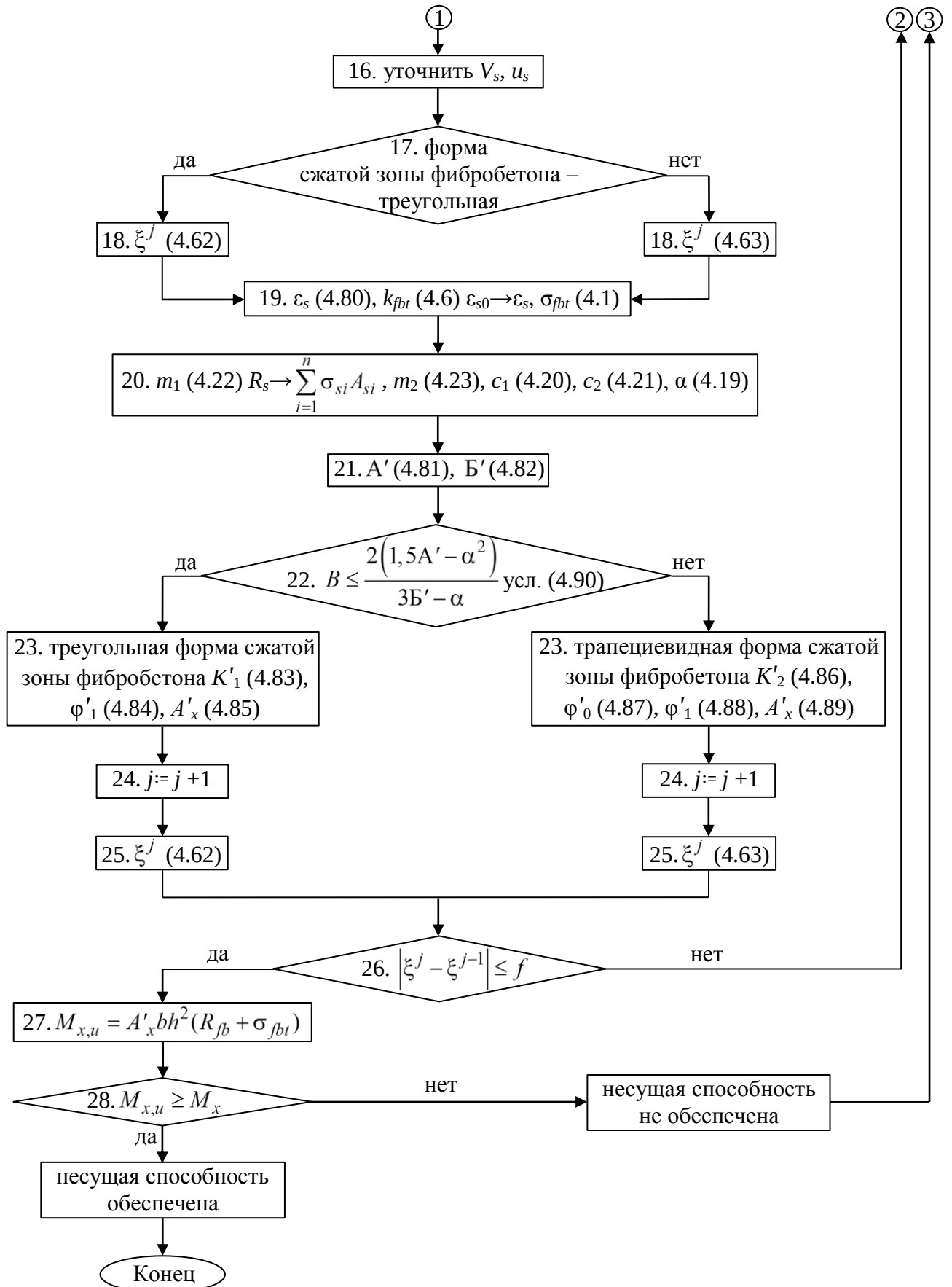


Рисунок 4.14 – Блок-схема расчета по прочности нормального сечения косоизгибаемого фиброжелезобетонного элемента с регулярной высокопрочной арматурой без предварительного напряжения

4.4 Сравнение результатов экспериментально-теоретического исследования

Выполненное экспериментально-теоретическое исследование позволило изучить поведение косоизгибаемого фиброжелезобетонного элемента под нагрузкой. Основным параметром для сравнения несущей способности косоизгибаемой балки является предельный изгибающий момент, который может быть воспринят поперечным сечением элемента. Величины изгибающих моментов, соответствующих предельной стадии напряженно-деформированного состояния, определенные в ходе испытания лабораторных образцов, численного моделирования и по предложенному методу расчета представлены в таблице 4.2.

Таблица 4.2 – Величины предельных изгибающих моментов, установленные в результате экспериментально-теоретического исследования

Серия	№	Шифр балки	Экспериментальный предельный изгибающий момент $M_{\text{э}}$, кН·м	Предельный изгибающий момент, определенный в ПК ANSYS $M_{\text{а}}$, кН·м	Теоретический предельный изгибающий момент $M_{\text{т}}$, кН·м
1	1	ЖБ1-1	28,57	23,07	–
	2	ЖБ1-2	26,53		
2	3	ЖБ2-1	25,09	20,38	–
	4	ЖБ2-2	24,58		
3	5	ФЖБ1.1-1	30,84	29,19	31,25
	6	ФЖБ1.1-2	34,30		
4	7	ФЖБ1.2-1	29,64	25,84	27,07
	8	ФЖБ1.2-2	32,23		
5	9	ФЖБ1.3-1	33,38	25,54	27,07
	10	ФЖБ1.3-2	31,94		
6	11	ФЖБ2.1-1	30,98	31,78	30,80
	12	ФЖБ2.1-2	31,23		
7	13	ФЖБ2.2-1	30,57	30,62	29,39
	14	ФЖБ2.2-2	30,86		

Сравнение указанных значений предельных изгибающих моментов представлено на рисунке 4.15.

Расхождения величин предельных изгибающих моментов Δ_i : Δ_1 – экспериментальных и теоретических, Δ_2 – экспериментальных и найденных путем численного моделирования, Δ_3 – теоретических и найденных путем численного моделирования, представлены в таблице 4.3.

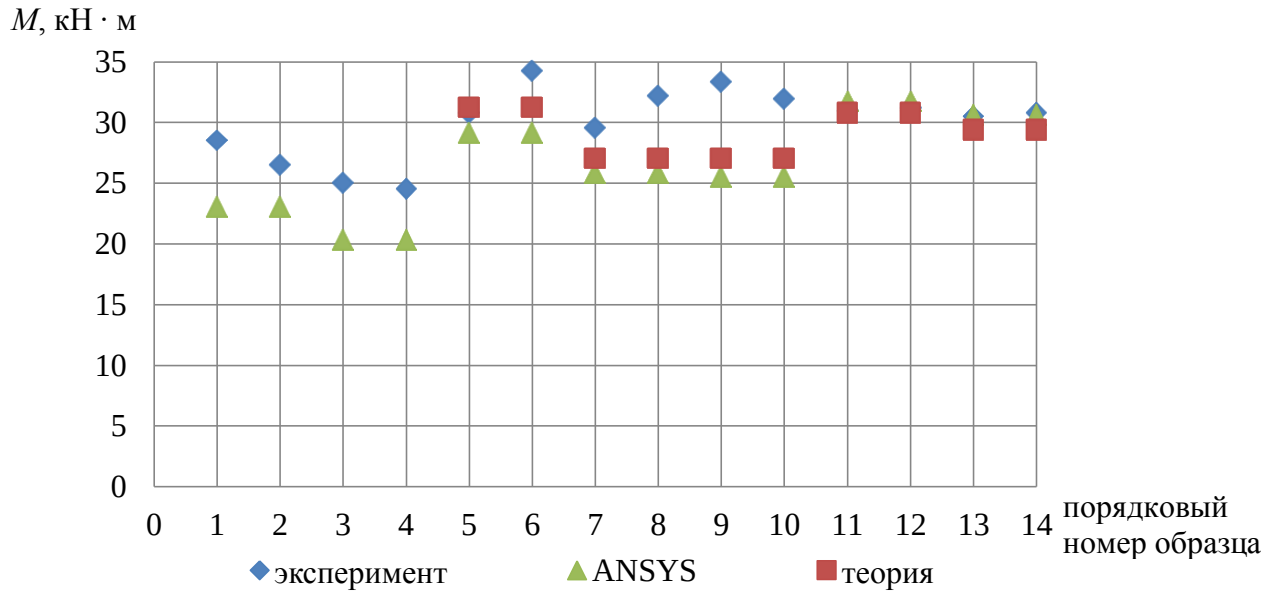


Рисунок 4.15 – Сравнение предельных изгибающих моментов, полученных в результате экспериментально-теоретического исследования

Таблица 4.3 – Расхождения величин предельных изгибающих моментов

Серия	№	Шифр балки	$\Delta_1 = \frac{M_э - M_т}{M_э} \cdot 100, \%$	$\Delta_2 = \frac{M_э - M_а}{M_э} \cdot 100, \%$	$\Delta_3 = \frac{M_а - M_т}{M_а} \cdot 100, \%$
1	1	ЖБ1-1	–	+ 19,2	–
	2	ЖБ1-2	–	+ 13,0	
2	3	ЖБ2-1	–	+ 18,8	–
	4	ЖБ2-2	–	+ 17,1	
3	5	ФЖБ1.1-1	– 1,3	+ 5,3	– 7,0
	6	ФЖБ1.1-2	+ 8,9	+ 14,9	
4	7	ФЖБ1.2-1	+ 8,7	+ 12,8	– 4,8
	8	ФЖБ1.2-2	+ 16,0	+ 19,8	
5	9	ФЖБ1.3-1	+ 18,9	+ 23,5	– 6,0
	10	ФЖБ1.3-2	+ 15,3	+ 20,1	
6	11	ФЖБ2.1-1	+ 0,6	– 2,6	+ 3,1
	12	ФЖБ2.1-2	+ 1,4	– 1,8	
7	13	ФЖБ2.2-1	+ 3,9	– 0,2	+ 4,0
	14	ФЖБ2.2-2	+ 4,8	+ 0,8	

В таблице 4.4 указаны средние значения случайных величин расхождений предельных изгибающих моментов Δ_1 , Δ_2 и Δ_3 для серий железобетонных и фиброжелезобетонных балок.

Таблица 4.4 – Средние значения случайных величин расхождений предельных изгибающих моментов

Средние значения случайных величин расхождений предельных изгибающих моментов	Δ_1	Δ_2	Δ_3
Среднее арифметическое расхождение для балок серий ЖБ $\bar{\Delta}_i$, %	–	+ 17,0	–
Среднее квадратичное отклонение для балок серий ЖБ σ , %	–	2,4	–
Среднее арифметическое расхождение для балок серий ФЖБ $\bar{\Delta}_i$, %	+ 7,7	+ 9,3	– 2,1
Среднее квадратичное отклонение для балок серий ФЖБ σ , %	6,7	9,6	4,7

Полученные величины предельных изгибающих моментов, воспринимаемых поперечными сечениями косоизгибаемых фиброжелезобетонных элементов и выполненный анализ показали, что преимущественно экспериментальные значения превышали теоретические, то есть элементы имели запас прочности. Среднее арифметическое расхождение экспериментальных и теоретических величин предельных изгибающих моментов составило +7,7% в запас прочности фиброжелезобетонных элементов при среднем квадратичном отклонении 6,7%. Следовательно, предложенный практический метод расчета по прочности нормальных сечений косоизгибаемых фиброжелезобетонных элементов удовлетворительно согласуется с данными лабораторных испытаний образцов-балок.

Недооценку несущей способности программным комплексом ANSYS можно обосновать отсутствием ограничения перемещения торцов. Тем не менее, среднее арифметическое расхождение с экспериментальным предельным изгибающим моментом в +9,3% при среднем квадратичном отклонении в 9,6% для серий фиброжелезобетонных балок позволяет сделать вывод о допустимости такого ограничения в эксперименте.

Наименьшие расхождения, а, следовательно, наиболее близкие значения предельных изгибающих моментов получены в ходе численного моделирования и по предложенному методу расчета, для серий фиброжелезобетонных балок

среднее арифметическое расхождение величин моментов составило $-2,1\%$ при среднем квадратичном отклонении $4,7\%$.

Положение нейтральной оси определенное теоретическим расчетом и численным моделированием наиболее близко по углу наклона, отсекаемой площади сжатой зоны и ее форме. В ходе экспериментального исследования было получено несколько другое положение нейтральной оси, вероятно вызванное принятыми упрощениями при численном моделировании и разработке теоретической модели, а также ограничением перемещения торцов экспериментальной балки.

Проведенные численное и экспериментальное исследования, а так же предложенный практический метод расчета по прочности нормальных сечений косоизгибаемых фиброжелезобетонных элементов показали удовлетворительное качественное и количественное согласие результатов.

Выводы по четвертой главе

На основании проведенных физического и численного экспериментов и полученных при этом результатов, а также на базе современных положений теории железобетона и учета необходимых предпосылок и допущений удалось разработать практический метод расчета по прочности нормальных сечений косоизгибаемых фиброжелезобетонных элементов, в т. ч. армированных высокопрочной арматурой.

Среднее арифметическое расхождение экспериментальных и теоретических величин предельных изгибающих моментов, воспринимаемых фиброжелезобетонными косоизгибаемыми элементами составило $+7,7\%$ в запас прочности при среднем квадратичном отклонении $6,7\%$. Среднее арифметическое расхождение величин предельных изгибающих моментов для фиброжелезобетонных балок, найденных в ходе численного моделирования в программном комплексе ANSYS и по предлагаемому методу расчета, составило $-2,1\%$ при среднем квадратичном отклонении $4,7\%$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные итоги выполненного экспериментально-теоретического исследования:

1. Экспериментальные исследования образцов-балок позволили получить новые данные о характере напряженно-деформированного состояния и прочности нормальных сечений косоизгибаемых фиброжелезобетонных элементов. Фиброжелезобетонные элементы показали более высокие прочность, трещиностойкость, жесткость и вязкость при разрушении по сравнению с образцами из традиционного железобетона.

Установлено, что фибровое армирование способствует более эффективному использованию регулярной арматуры, а также сказывается на увеличении несущей способности косоизгибаемых фиброжелезобетонных элементов, повышая ее в среднем на 13–32% по сравнению с контрольными образцами из железобетона.

2. Результаты экспериментального исследования, анализ характера трещинообразования и прогибов создали необходимые предпосылки для эффективного применения в косоизгибаемых фиброжелезобетонных элементах высокопрочной арматуры.

3. Численные исследования, выполненные в программном комплексе ANSYS (Mechanical APDL), позволили получить характер напряженно-деформированного состояния косоизгибаемых фиброжелезобетонных элементов на каждом шаге нагружения и подтвердили наступление предельного состояния в результате достижения стержнями продольной рабочей арматуры физического или условного предела текучести для мягких и высокопрочных сталей соответственно.

4. Разработан практический метод расчета по прочности нормальных сечений косоизгибаемых фиброжелезобетонных элементов, базирующийся на современной теории железобетона и учитывающий специфику поведения фибробетона. Предложенный метод позволяет рассчитывать прочность

косоизгибаемых фиброжелезобетонных элементов с традиционным армированием мягкой сталью или с высокопрочной арматурой без предварительного напряжения, при этом используются модифицированные выражения для определения граничной относительной высоты сжатой зоны фибробетона и коэффициента γ_{s3} , обеспечивающего учет поведения высокопрочной арматуры в сочетании с фибровым армированием при напряжениях, превышающих условный предел текучести.

Данная диссертация, однако, не исчерпывает всего круга вопросов, связанных с построением теории и расчета фиброжелезобетонных элементов в условиях косоугольного изгиба, но создает реальные предпосылки для решения многих из них.

Дальнейшие работы целесообразно направить на исследования напряженно-деформированного состояния и прочности фиброжелезобетонных элементов более сложного профиля (тавровых, двутавровых, коробчатого сечения и пр.) с одиночным и двойным армированием, а также второй группы предельных состояний.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аболиньш, Д. С. Мелкозернистый бетон, армированный обрезками проволоки / Д. С. Аболиньш, В. К. Кравинскис, Г. Е. Лагутина // Бетон и железобетон. – 1973. – № 5. – С. 8–11.
2. Ажидинов, А. С. Расчет на кривой изгиб элементов прямоугольного и двутаврового сечений: дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01 / А. С. Ажидинов; НИИЖБ. – Москва, 1990. – 207 с.
3. Айвазян, Э. С. Технологии создания и методы расчета фибробетонных и фиброжелезобетонных элементов с агрегированным распределением волокон: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01; 05.23.08 / Э. С. Айвазян; РГСУ. – Ростов-на-Дону, 2013. – 24 с.
4. Арафат, М. З. И. Исследование прочности и трещиностойкости предварительно напряженных элементов прямоугольного сечения с проволочной арматурой при кривом изгибе: автореф. дис. ... канд. техн. наук / М. З. И. Арафат; НИИЖБ. – М., 1965. – 16 с.
5. Анищенко, В. В. Расчет прочности ячеистобетонных стеновых панелей при кривом изгибе / В. В. Анищенко // Проектирование конструкций из ячеистых бетонов. Материалы к краткосрочному семинару 22–24 апр. Ч. 1 – Л.: Б. и., 1968. – С. 24–26.
6. Бабич, В. И. О рациональном армировании железобетонных элементов прямоугольного сечения с одиночной арматурой, работающих на кривой изгиб / В. И. Бабич, Ю. М. Руденко, Л. В. Фалеев // Известия вузов. Строительство и архитектура. – 1971. – № 3. – С. 13–19.
7. Бабич, В. И. Расчет элементов железобетонных конструкций деформационным методом / В. И. Бабич, Д. В. Кочкарев // Бетон и железобетон. – 2004. – № 2. – С. 12–16.
8. Басов, К. А. ANSYS в примерах и задачах / К. А. Басов. – М.: Компьютер Пресс, 2002. – 224 с.

9. Басов, К. А. ANSYS: справочник пользователя / К. А. Басов. – М.: ДМК Пресс, 2005. – 640 с.
10. Байков, В. Н. Общий случай расчета прочности элементов по нормальным сечениям / В. Н. Байков, М. И. Додонов, Б. С. Расторгуев, А. К. Фролов, Т. А. Мухамедиев, В. К. Кунижев // Бетон и железобетон. – 1987. – № 5. – С. 16–18.
11. Байков, В. Н. Расчет косоизгибаемых железобетонных элементов по несущей способности в двух взаимно-перпендикулярных направлениях / В. Н. Байков // Бетон и железобетон. – 1966. – № 12. – С. 35–36.
12. Бахотский, И. В. К расчету фиброжелезобетонных конструкций, подверженных совместному воздействию кручения с изгибом / И. В. Бахотский, В. И. Морозов // Современные проблемы науки и образования. – 2013. – № 5. – Режим доступа: <https://science-education.ru>.
13. Бахотский, И. В. Прочность фиброжелезобетонных конструкций в условиях кручения с изгибом: дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01 / И. В. Бахотский; СПбГАСУ. – СПб., 2013. – 112 с.
14. Безгодов, И. М. О повышении предела прочности и деформативности бетона при растяжении / И. М. Безгодов // Бетон и железобетон. – 2012. – № 1. – С. 5–8.
15. Бердичевский, Г. И. Об эффективности дисперсного армирования бетонов / Г. И. Бердичевский, В. П. Трамбовецкий // Бетон и железобетон. – 1978. – № 5. – С. 45–46.
16. Бердичевский, Г. И. Сталефибробетонные преднапряженные ребристые плиты размером 6×3 м для покрытий / Г. И. Бердичевский, А. А. Светов, Л. Г. Курбатов, Г. А. Шикунев // Бетон и железобетон. – 1984. – № 4. – С. 33–34.
17. Белов, В. В. Прочность и жесткость косоизгибаемых железобетонных элементов / В. В. Белов, Д. А. Семенов // Актуальные проблемы современного строительства и пути их эффективного решения: материалы

- Международной науч.-практич. конф. 10–12 октября 2012 г. СПбГАСУ. – В 2 ч. Ч. 1. – СПб., 2012. – С. 40–43.
18. Бондаренко, В. М. Некоторые вопросы нелинейной теории железобетона / В. М. Бондаренко. – Харьков: Изд. Харьковского университета, 1968. – 324 с.
 19. Бондаренко, В. М. Некоторые вопросы развития теории железобетона / В. М. Бондаренко, А. М. Иванов, О. В. Байдин, А. Д. Царева // Строительство и реконструкция. – 2012. – № 4 (42). – С. 25–29.
 20. Борисова, М. А. Исследование прочности и трещиностойкости предварительно напряженных элементов при косом изгибе / М. А. Борисова, М. З. Арафат // Предварительно напряженные железобетонные конструкции производственных зданий и инженерных сооружений. – М.: Стройиздат, 1969. – С. 224–246.
 21. Борисова, М. А. Исследование трещиностойкости и прочности предварительно напряженных железобетонных балочных элементов таврового сечения с проволочной арматурой при косом изгибе: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.480 / М. А. Борисова; НИИЖБ. – М., 1970. – 17 с.
 22. Вахненко, П. Ф. Граничная высота сжатой зоны при сложных деформациях / П. Ф. Вахненко // Бетон и железобетон. – 1990. – № 11. – С. 27–28.
 23. Вахненко, П. Ф. Напряженно-деформированное состояние и расчет железобетонных элементов при косом внецентренном сжатии и косом изгибе: дис. ... д-ра. техн. наук / П. Ф. Вахненко; КИСИ. – Киев, 1992.
 24. Вахненко, П. Ф. Расчет прочности кососжимаемых и косоизгибаемых железобетонных элементов на экспериментальной основе / П. Ф. Вахненко // Строительные конструкции. – 1971. – Вып. XV. – С. 71–84.
 25. Вахненко, П. Ф. Современные методы расчета железобетонных конструкций на сложные виды деформаций / П. Ф. Вахненко. – Киев: Будівельник, 1992. – 112 с.

26. Вахненко, П. Ф. Экспериментально-теоретические исследования работы железобетонных элементов на сложные виды деформаций / П. Ф. Вахненко // Реферативная информация о законченных научно-исследовательских работах в вузах Украинской УССР. Строительство, архитектура, строительные материалы и изделия. Вып. 4. – Киев: «Вища школа», 1970. – С. 17.
27. Вилков, К. И. Конструкционный керамзитожелезобетон при обычных и сложных деформациях / К. И. Вилков. – М.: Стройиздат, 1984. – 241 с.
28. Вилков, К. И. О прочности и жесткости армированных легкобетонных элементов при косом изгибе / К. И. Вилков, Н. И. Смолин // Тезисы докладов республиканской конференции. Совершенствование железобетонных конструкций, работающих на сложные виды деформаций и их внедрение в сельскохозяйственное строительство. – Полтава: Б. и., 1982. – С. 64–66.
29. Волков, И. В. Исследования тонкостенных пространственных конструкций из фибробетона / И. В. Волков, В. А. Беляева, Л. Г. Курбатов, А. Л. Адамов / Бетон и железобетон. – 1985. – № 9. – С. 12–14.
30. Волков, И. В. Фибробетонные конструкции / И. В. Волков // Строительство и архитектура. Серия строительные конструкции: обзор. информ. – М.: ВНИИИС Госстроя СССР, 1988. – Вып. 2. – 33 с.
31. Вылегжанин, В. П. Исследование сцепления тонкой проволоки с бетоном / В. П. Вылегжанин, Л. Г. Курбатов // Исследование пространственных конструкций гражданских зданий. – Л.: ЛенЗНИИЭП, 1976. – С. 71–73.
32. Вылегжанин, В. П. О совместной работе стержневой и фибровой арматуры в изгибаемых сталефиброжелезобетонных элементах / В. П. Вылегжанин, В. И. Григорьев // Исследование и расчет новых типов пространственных конструкций гражданских зданий. – Л.: ЛенЗНИИЭП, 1985. – С. 77–81.
33. Гвоздев, А. А. Новое в проектировании бетонных и железобетонных конструкций / А. А. Гвоздев, С. А. Дмитриев, Ю. П. Гуца, А. С. Залесов, Н. М. Мулин, Е. А. Чистяков. – М.: Стройиздат, 1978. – 204 с.

34. Гетун, Г. В. Экспериментально-теоретические исследования изгибаемых железобетонных конструкций, усиленных в растянутой зоне слоем сталефибробетона: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01 / Г. В. Гетун; КИСИ. – Киев, 1983. – 20 с.
35. Глазер, С. И. К расчету железобетонных элементов на кривой изгиб и кривое внецентренное сжатие / С. И. Глазер // Строительные конструкции. – 1971. – Вып. XV. – С. 85–93.
36. Глазер, С. И. Расчет кривоизгибаемых железобетонных элементов: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.480 / С. И. Глазер; ОИСИ. – Одесса, 1972. – 16 с.
37. Глазер, С. И. Расчет кривоизгибаемых железобетонных элементов / С. И. Глазер. – Киев: Будівельник, 1973. – 212 с.
38. Глазер, С. И. Расчет кривоизгибаемых железобетонных элементов / С. И. Глазер // Бетон и железобетон. – 1966. – № 9. – С. 43–44.
39. Глазер, С. И. Расчет кривоизгибаемых железобетонных элементов / С. И. Глазер // Строительное проектирование промышленных предприятий. – 1969. – № 3. – С. 15–20.
40. Глазер, С. И. Расчет кривоизгибаемых железобетонных элементов с двойной арматурой / С. И. Глазер // Промышленное строительство и инженерные сооружения. – 1970. – № 2. – С. 33–35.
41. Глазер, С. И. Расчет железобетонных балок прямоугольного сечения при кривом изгибе / С. И. Глазер // Бетон и железобетон. – 1958. – № 8. – С. 316–320.
42. Горик, А. В. Метод определения формы сжатой зоны бетона в элементах прямоугольного сечения, работающих на кривой изгиб / А. В. Горик, А. Н. Павликов, А. Н. Зернюк // Тезисы докладов республиканской научно-технической конференции. Совершенствование железобетонных конструкций, работающих на сложные виды деформаций и их внедрение в строительную практику. – Полтава: Б. и., 1989. – С. 61.
43. Горик, А. В. Результаты экспериментальных исследований кривоизгибаемых керамзитожелезобетонных элементов длительно действующей нагрузкой /

- А. В. Горик // Тезисы докладов республиканской научно-технической конференции. Совершенствование железобетонных конструкций, работающих на сложные виды деформаций и их внедрение в строительную практику. – Полтава: Б. и., 1989. – С. 60.
44. Горик, А. В. Экспериментально-теоретические исследования прочности, трещиностойкости и деформативности косоизгибаемых предварительно-напряженных керамзитожелезобетонных элементов: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01 / А. В. Горик; ОИСИ. – Одесса, 1982. – 22 с.
 45. ГОСТ 10180-2012. Бетоны. Методы определения прочности по контрольным образцам. – М.: Стандартинформ, 2013. – 29 с.
 46. ГОСТ 12004-81. Стальная арматура. Методы испытания на растяжение. – М.: Стандартинформ, 2009. – 10 с.
 47. ГОСТ 24452-80. Бетоны. Методы определения призмочной прочности, модуля упругости и коэффициента Пуассона. – М.: Стандартинформ, 2005. – 12 с.
 48. Гуца, Ю. П. Влияние формы поперечного сечения элементов на прочность, трещиностойкость и деформативность / Ю. П. Гуца, И. Ю. Ларичева, К. Т. Саканов // Бетон и железобетон. – 1987. – № 5. – С. 19–20.
 49. Дарков, А. В. Сопротивление материалов / А. В. Дарков, Г. С. Шпиро. – М.: Высшая школа, 1975. – 605 с.
 50. Дорф, В. А. Влияние типа и содержания стальной фибры на прочностные характеристики сталефибробетонов с цементно-песчаной матрицей / В. А. Дорф, Р. О. Красновский, Д. Е. Капустин, К. В. Рогачев, И. А. Горбунов, А. В. Денисов // Бетон и железобетон – взгляд в будущее: науч. тр. III Всероссийской (II Международной) конф. по бетону и железобетону (Москва, 12 – 16 мая 2014г.): в 7 т. Т. 3. Арматура и системы армирования. Фибробетоны и фиброцементы. Проблема долговечности. – М.: МГСУ, 2014. – С. 140–150.
 51. Дорф, В. А. Влияние характеристик фибры на кубиковую и призмочную прочность сталефибробетона с цементно-песчаной матрицей / В. А. Дорф,

- Р. О. Красновский, Д. Е. Капустин, И. А. Горбунов // Бетон и железобетон. – 2013. – № 6. – С. 6–9.
52. Дорф, В. А. Прочность сталефибробетонов с цементно-песчаной матрицей на растяжение при изгибе / В. А. Дорф, Р. О. Красновский, Д. Е. Капустин, И. А. Горбунов // Бетон и железобетон. – 2014. – № 2. – С. 2–5.
 53. Дорожкова, И. А. Прочность, деформации и трещиностойкость трехслойных железобетонных элементов при косом изгибе: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01 / И. А. Дорожкова; НИИЖБ. – М., 1990. – 23 с.
 54. Евдокимова, Т. С. Напряженно-деформированное состояние и расчет прочности кососжимаемых фиброжелезобетонных элементов: дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01 / Т. С. Евдокимова; СПбГАСУ. – СПб., 2017. – 150 с.
 55. Ермилов, Ю. И. Об эффективности фибрового армирования / Ю. И. Ермилов, Л. Г. Курбатов // Исследование тонкостенных пространственных конструкций и технология их изготовления. – Л.: ЛенЗНИИЭП, 1980. – С. 37–43.
 56. Жидков, А. В. Применение ANSYS к решению задач геометрического и конечно-элементного моделирования. Учебно-методический материал по программе повышения квалификации «Информационные системы в математике и механике» / А. В. Жидков. – Нижний Новгород, 2006. – 115 с.
 57. Жэнь Бэй-Юй. Косой изгиб железобетонных элементов: дис. ... канд. техн. наук / Жэнь Бэй-Юй; КИСИ. – Киев, 1958. – 187 с.
 58. Зак, М. Л. Алгоритм расчета железобетонных элементов на прочность при косом сжатии и изгибе / М. Л. Зак // Строительная механика и расчет сооружений. – 1989. – № 1. – С. 29–30.
 59. Залесов, А. С. Деформационная расчетная модель железобетонных элементов при действии изгибающих моментов и продольных сил / А. С. Залесов, Е. А. Чистяков, И. Ю. Ларичева // Бетон и железобетон. – 1996. – № 5. – С. 31–34.
 60. Залесов, А. С. Новые методы расчета железобетонных элементов по нормальным сечениям на основе деформационной расчетной модели / А. С.

- Залесов, Е. А. Чистяков, И. Ю. Ларичева // Бетон и железобетон. – 1997. – № 5. – С. 31–34.
61. Звездов, А. И. Расчет прочности железобетонных конструкций при действии изгибающих моментов и продольных сил по новым нормативным документам / А. И. Звездов, А. С. Залесов, Т. А. Мухамедиев, Е. А. Чистяков // Бетон и железобетон. – 2002. – № 2. – С. 21–25.
62. Изотов, Ю. Л. Расчет прочности на кривой изгиб и кривое внецентренное сжатие элементов прямоугольного сечения / Ю. Л. Изотов, К. Х. Доля // Строительные конструкции. – 1968. – Вып. VIII. – С. 62–75.
63. Ильин, О. Ф. Сопротивление кратковременному действующей нагрузке железобетонных элементов произвольной формы из разных бетонов и классов арматуры при простом или кривом изгибе и внецентренном сжатии / О. Ф. Ильин, А. А. Гвоздев, П. П. Семенов // Исследование железобетонных конструкций при статических, повторных и динамических воздействиях. Сборник научных трудов. – М.: НИИЖБ Госстроя СССР, 1984. – С. 3–16.
64. Карпенко, Н. И. Анализ и совершенствование криволинейных диаграмм деформирования бетона для расчета железобетонных конструкций по деформационной модели / Н. И. Карпенко, Б. С. Соколов, О. В. Радайкин // Промышленное и гражданское строительство. – 2013. – № 1. – С. 28–30.
65. Карпенко, Н. И. К оценке прочности, жесткости, момента образования трещин и их раскрытия в зоне чистого изгиба железобетонных балок с применением нелинейной деформации модели / Н. И. Карпенко, Б. С. Соколов, О. В. Радайкин // Известия вузов. Строительство. – 2016. – № 3. – С. 5–12.
66. Карпенко, Н. И. О диаграммной методике расчета деформаций стержневых элементов и ее частных случаях / Н. И. Карпенко, С. Н. Карпенко // Бетон и железобетон. – 2012. – № 6. – С. 20–27.
67. Кичигина, Г. И. К расчету по несущей способности предварительно напряженных железобетонных элементов, работающих на кривой изгиб /

- Г. И. Кичигина // Известия вузов. Строительство и архитектура. – 1963. – № 2. – С. 55–64.
68. Кодыш, Э. Н. Расчет железобетонных конструкций из тяжелого бетона по прочности, трещиностойкости и деформациям / Э. Н. Кодыш, И. К. Никитин, Н. Н. Трекин. – Монография. М.: Издательство АСВ, 2011. – 352 с.
 69. Колчунов, В. И. Деформационные модели железобетона при особых воздействиях / В. И. Колчунов, Вл. И. Колчунов, Н. В. Федорова // Промышленное и гражданское строительство. – 2018. – № 8. – С. 54–60.
 70. Колчунов, В. И. Некоторые проблемы живучести железобетонных конструктивных систем при аварийных воздействиях / В. И. Колчунов, Н. В. Федорова // Вестник НИЦ Строительство. – 2018. – № 1 (16). – С. 115–119.
 71. Колчунов, Вл. И. Моделирование пространственной трещины в железобетонных конструкциях при кручении с изгибом / Вл. И. Колчунов, Д. А. Рыпаков // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2016. – № 5. – С. 11–16.
 72. Колчунов, Вл. И. Экспериментальные исследования трещинообразования железобетонных конструкций при кручении с изгибом / Вл. И. Колчунов, А. С. Сальников // Строительство и реконструкция. – 2016. – № 3 (65). – С. 24–32.
 73. Корсун, В. И. Влияние косвенного и фибрового армирования на прочность и деформации элементов из высокопрочного модифицированного бетона / В. И. Корсун, А. В. Корсун, С. Н. Машталер // Механика разрушения строительных материалов и конструкций. Материалы VIII Академических чтений РААСН. – 2014. – С. 132–137.
 74. Косарев, В. М. Экспериментально-теоретические исследования прочности и деформативности изгибаемых и центрально сжатых элементов сталефибробетонных конструкций при кратковременных воздействиях нагрузок: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01 / В. М. Косарев; ЛПИ. – Л., 1980. – 25 с.

75. Кравинскис, В. К. Исследования прочности сцепления тонкой стальной проволоки с бетоном / В. К. Кравинскис // Фибробетон и его применение в строительстве. – М.: НИИЖБ, 1979. – С. 87–90.
76. Крылов, Б. А. Фибробетон и перспективы его применения в строительстве / Б. А. Крылов // Фибробетон и его применение в строительстве. – М.: НИИЖБ, 1979. – С. 4–11.
77. Крылов, Б. А. Фибробетон и его свойства / Б. А. Крылов // Строительство и архитектура. Серия строительные материалы, изделия и конструкции: обзор. информ. – М.: ЦНИИС, 1979. – Вып. 4. – 45 с.
78. Крылов, Б. А. Фибробетон и фиброцемент за рубежом / Б. А. Крылов // Строительство и архитектура. Серия строительные материалы, изделия и конструкции: обзор. информ. – М.: ЦНИИС, 1979. – Вып. 5. – 53 с.
79. Кудяков, К. Л. Прочность и трещиностойкость изгибаемых бетонных элементов с базальтофибровым и стержневым стеклокомпозитным армированием при статическом и кратковременном динамическом нагружении: автореф. дис. ... канд. техн. наук / К. Л. Кудяков; ТГАСУ. – Томск., 2018. – 23 с.
80. Куликов, А. Н. Экспериментально-теоретические исследования свойств фибробетона при безградиентном напряженном состоянии в кратковременных испытаниях: дис. ... канд. техн. наук / А. Н. Куликов; ЛИСИ. – Л., 1974. – 150 с.
81. Курбатов, Л. Г. Использование бетона, армированного отрезками проволоки, в тонкостенных оболочках / Л. Г. Курбатов, В. П. Вылегжанин // Бетон и железобетон. – 1974. – № 2. – С. 12–13.
82. Курбатов, Л. Г. Некоторые вопросы проектирования и экономики конструкций, армированных стальными фибрами / Л. Г. Курбатов, В. П. Романов // Фибробетон и его применение в строительстве. – М.: НИИЖБ, 1979. – С. 12–23.

83. Курбатов, Л. Г. Об эффективности бетонов, армированных стальными фибрами / Л. Г. Курбатов, Ф. Н. Рабинович // Бетон и железобетон. – 1980. – № 3. – С. 6–8.
84. Курбатов, Л. Г. Опыт применения сталефибробетона в инженерных сооружениях / Л. Г. Курбатов. – Л.: ЛДНТП, 1982. – 28 с.
85. Курбатов, Л. Г. Перспективы применения сталефибробетона / Л. Г. Курбатов // Исследование и расчет экспериментальных конструкций из фибробетона. – Л.: ЛенЗНИИЭП, 1978. – С. 5–14.
86. Курбатов, Л. Г. Сравнительные испытания на изгиб элементов из бетона, армированного стержневой и фибровой стальной арматурой / Л. Г. Курбатов, В. М. Косарев // Исследование и расчет экспериментальных конструкций из фибробетона. – Л.: ЛенЗНИИЭП, 1978. – С. 60–69.
87. Левадный, Я. М. Исследование жесткости железобетонных элементов при косом изгибе: дис. ... канд. техн. наук: 05.480 / Я. М. Левадный; ВИСИ. – Воронеж, 1968. – 182 с.
88. Леонтьев, М. П. Экспериментальные исследования прочности, жесткости и трещиностойкости изгибаемых и внецентренно-сжатых железобетонных элементов с зонным сталефибробетонным армированием / М. П. Леонтьев // Известия вузов. Строительство и архитектура. – 2002. – № 7. – С. 146–152.
89. Лившиц, Я. Д. Расчет косо деформируемых железобетонных элементов с использованием гипотезы плоских сечений / Я. Д. Лившиц, В. Б. Назаренко // Строительные конструкции. – 1985. – Вып. 38. – С. 31–35.
90. Лившиц, Я. Д. Расчет прочности косоизгибаемых и косовнецентренно-сжатых железобетонных элементов на основе гипотезы плоских сечений / Я. Д. Лившиц, В. Б. Назаренко // Тезисы докладов республиканской конференции. Совершенствование железобетонных конструкций, работающих на сложные виды деформаций и их внедрение в сельскохозяйственное строительство. – Полтава: Б. и., 1982. – С. 67.

91. Лобанов, И. А. Основы технологии дисперсно-армированных бетонов (фибробетонов): дис. ... д-ра. техн. наук: 05.23.05 / И. А. Лобанов; ЛИСИ. – Л., 1982. – 384 с.
92. Лукша, Л. К. Работа бетона при сложном напряженном состоянии // Структура, прочность и деформации бетона. НИИЖБ. – М.: Стройиздат, 1966. – С. 238–250.
93. Лысенко, Е. Ф. Возможность использования сталефибробетона в несущих конструкциях сельскохозяйственных зданий / Е. Ф. Лысенко, А. В. Сопильняк // Тезисы докладов республиканской конференции. Совершенствование железобетонных конструкций, работающих на сложные виды деформаций и их внедрение в сельскохозяйственное строительство. – Полтава: Б. и., 1982. – С. 56.
94. Лыснеко, Е. Ф. Исследование физико-механических свойств сталефибробетона растянутой зоны изгибаемых элементов / Е. Ф. Лысенко, Г. В. Гетун // Известия вузов. Строительство и архитектура. – 1981. – № 9. – С. 26–29.
95. Маилян, Р. Л. Изгибаемые элементы из керамзитофибробетона с высокопрочной арматурой без предварительного напряжения и при частичном преднапряжении / Р. Л. Маилян, Л. Р. Маилян, А. В. Шилов, М. Т. Абдаллах // Известия вузов. Строительство. – 1995. – № 12. – С. 19–23.
96. Маилян, Л. Р. Расчет прочности изгибаемых фибробетонных элементов с высокопрочной арматурой / Л. Р. Маилян, Р. Л. Маилян, А. В. Шилов // Известия вузов. Строительство и архитектура. – 1997. – № 4. – С. 4–7.
97. Малашкин, Ю. Н. Влияние длительности нагружения одно-, двух- и трехосным сжатием на прочностные и деформативные характеристики бетона при кратковременном сжатии / Ю. Н. Малашкин, И. М. Безгодов // Материалы конференций и совещаний по гидротехнике. ПРЕДСО-90. – Л.: Энергоатомиздат, 1991. – С. 223–237.
98. Малашкин, Ю. Н. Исследование длительной прочности и деформитвности бетона при одно-, двух- и трехосном сжатии / Ю. Н. Малашкин, И. М.

- Безгодов // Материалы конференций и совещаний по гидротехнике. ПРЕДСО-86. – Л.: Энергоатомиздат, 1987. – С. 216–219.
99. Марков, Ю. Н. К вопросу уточнения границы перearмирования балок прямоугольного сечения при косом изгибе / Ю. Н. Марков, Л. В. Фалеев, Ю. М. Руденко // Тезисы докладов республиканской конференции. Совершенствование железобетонных конструкций, работающих на сложные виды деформаций и их внедрение в сельскохозяйственное строительство. – Полтава: Б. и., 1982. – С. 68–69.
 100. Марков, Ю. Н. О границе перearмирования железобетонных косоизгибаемых элементов прямоугольного сечения / Ю. Н. Марков, М. С. Торяник, Ю. М. Руденко, Л. В. Фалеев // Известия вузов. Строительство и архитектура. – 1978. – № 10. – С. 13–17.
 101. Методическое пособие. Расчет железобетонных конструкций без предварительно напряженной арматуры (к СП 63.13330.2012) / Минстрой России. – М., 2015. – 283 с.
 102. Мещерин, В. С. Предупреждение трещинообразования в бетоне с помощью фибрового армирования / В. С. Мещерин // Бетон и железобетон. – 2012. – № 1 (6). – С. 50–57.
 103. Миловидов, К. И. Рациональные области применения фибробетона в конструкциях / К. И. Миловидов, Н. Е. Мишуков // Бетон и железобетон. – 1980. – № 5. – С. 29–30.
 104. Мозговой, Н. В. Применение фибробетона в строительстве / Н. В. Мозговой, А. А. Пак, Ю. В. Пухаренко // Бетон и железобетон. – 1986. – № 5. – С. 45–46.
 105. Морозов, В. И. Корпуса высокого давления для энергетических, строительных и специальных технологий / В. И. Морозов. – СПб.: СПбГАСУ, 2011. – 394 с.
 106. Морозов, В. И. Фиброжелезобетонные конструкции с высокопрочной арматурой / В. И. Морозов, Ю. В. Пухаренко // Промышленное и гражданское строительство. – 2007. – № 1. – С. 45–46.

107. Морозов, В. И. Расчет изгибаемых элементов с высокопрочной арматурой с фибровым армированием растянутых зон / В. И. Морозов, Ю. В. Пухаренко, Э. К. Опбул // Промышленное и гражданское строительство. – 2007. – № 2. – С. 36–39.
108. Морозов, Е. М. ANSYS в руках инженера: Механика разрушения. Изд. 2-е, испр. / Е. М. Морозов, А. Ю. Муйземнек, А. С. Шадский. – М.: ЛЕНАНД, 2010. – 456 с.
109. Назаренко, В. Б. Развитие методов расчета прочности железобетонных элементов: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01 / В. Б. Назаренко; КИСИ. – Киев, 1982. – 20 с.
110. Назаров, Ю. П. К проблеме обеспечения живучести строительных конструкций при аварийных воздействиях / Ю. П. Назаров, А. С. Городецкий, В. Н. Симбиркин // Строительная механика и расчет сооружений. – 2009. – № 4. – С. 5–9.
111. Некрасов, В. П. Метод косвенного вооружения бетона / В. П. Некрасов. – М.: НКПС Транспечать, 1925. – 255 с.
112. Некрасов, К. Д. 29-я сессия исполкома РИЛЕМ и симпозиум по фиброцементу и фибробетону / К. Д. Некрасов, Б. А. Крылов // Бетон и железобетон. – 1976. – № 1. – С. 38–40.
113. Никитин, И. К. Практический метод расчета железобетонных элементов на косой изгиб и косое внецентренное сжатие / И. К. Никитин, А. С. Залесов // Строительное проектирование промышленных предприятий. – 1965. – № 6. – С. 12–19.
114. Никитин, И. К. Практический метод расчета элементов на косой изгиб / И. К. Никитин // Бетон и железобетон. – 1974. – № 3. – С. 34–37.
115. Никишкин, В. А. Прочность трехслойных стеновых панелей безопалубочного формования при косом изгибе: дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01 / В. А. Никишкин; Уральский ПРОМСТРОЙНИИПРОЕКТ. – Свердловск, 1987. – 168 с.

116. НиТУ 123–55. Нормы и технические условия проектирования бетонных и железобетонных конструкций. – М.: Государственное издательство литературы по строительству и архитектуре, 1955. – 108 с.
117. Опбул, Э. К. Эффективное использование высокопрочной арматуры в изгибаемых элементах без предварительного напряжения: дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01 / Э. К. Опбул; СПбГАСУ. – СПб., 2005. – 152 с.
118. Павликов, А. Н. Расчет строительных конструкций при сложных деформациях / А. Н. Павликов, А. В. Горик. – К.: УМК ВО., 1989. – 97 с.
119. Павликов, А. Н. Определение параметров положения нейтральной линии в расчетах железобетонных элементов на кривой изгиб / А. Н. Павликов, А. В. Семко // Строительные конструкции. – 1989. – Вып. 42. – С. 63–65.
120. Павликов, А. Н. Экспериментально-теоретические исследования параметров напряженно-деформированного состояния кривоизгибаемых керамзитожелезобетонных элементов / А. Н. Павликов, А. В. Горик // Тезисы докладов республиканской конференции. Совершенствование железобетонных конструкций, работающих на сложные виды деформаций и их внедрение в сельскохозяйственное строительство. – Полтава: Б. и., 1982. – С. 95–96.
121. Павликов, А. Н. Экспериментально-теоретические исследования прочности, деформативности, образования и раскрытия трещин по сечениям, нормальным к продольной оси кривоизгибаемых керамзитожелезобетонных элементов: дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01 / А. Н. Павликов; ПИСИ. – Полтава, 1979. – 226 с.
122. Павлов, А. П. Развитие и экспериментально-теоретические исследования сталефибробетона / А. П. Павлов // Исследования в области железобетонных конструкций. Сб. трудов ЛИСИ. – Л.: ЛИСИ, 1976. – Вып. 111. – С. 3–13.
123. Панарин, Н. Я. Сопротивление материалов / Н. Я. Панарин, И. И. Тарасенко. – М., Л.: Госстройиздат, 1962. – 528 с.

124. Папенко, А. И. Некоторые вопросы экспериментального исследования напряженного состояния косоизгибаемых железобетонных перearмированных балок таврового сечения / А. И. Папенко, Л. В. Фалеев // Тезисы докладов республиканской конференции. Совершенствование железобетонных конструкций, работающих на сложные виды деформаций и их внедрение в сельскохозяйственное строительство. – Полтава: Б. и., 1982. – С. 70–71.
125. Папенко, А. И. Экспериментальные исследования работы железобетонных элементов таврового поперечного сечения при косом изгибе / А. И. Папенко, М. С. Торяник, Л. В. Фалеев // Известия вузов. Строительство и архитектура. – 1979. – № 5. – С. 3–7.
126. Пащанин, А. А. Развитие методики расчета прочности железобетонных балок с использованием объемных конечных элементов: дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01 / А. А. Пащанин; НИИЖБ. – М., 2011. – 179 с.
127. Плевков, В. С. Работа сталефиброжелезобетонных элементов при кратковременном динамическом нагружении / В. С. Плевков, Д. Г. Уткин // Известия вузов. Строительство. – 2015. – № 6. – С. 95–103.
128. Плевков, В. С. Расчетные диаграммы нелинейного деформирования базальтофибробетона при статических и кратковременных динамических воздействиях / В. С. Плевков, С. Н. Колупаева, К. Л. Кудяков // Вестник ТГАСУ. – 2016. – № 3 (56). – С. 95–110.
129. Плевков, В. С. Прочность железобетонных элементов с армированием из стальной фибры при кратковременном динамическом нагружении / В. С. Плевков, Д. Г. Уткин // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. – 2014. – № 5. – С. 38–44.
130. Подшивалов, С. Ф. Исследование прочности сталефибробетонных балок при действии поперечных сил: дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01 / С. Ф. Подшивалов; ЛИСИ. – Л., 1976. – 151 с.

131. Полетаев, В. В. Прочность сплошных стеновых панелей из бетонов на пористых заполнителях при косом изгибе: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01 / В. В. Полетаев; НИИЖБ. – М., 1980. – 21 с.
132. Попович, Н. А. Косой изгиб прямоугольного железобетонного сечения / Н. А. Попович // Проект и стандарт. – 1937. – № 6. – С. 18–21.
133. Пухаренко, Ю. В. Научные и практические основы формирования структуры и свойств фибробетонов: дис. ... д-ра. техн. наук / Ю. В. Пухаренко; СПбГАСУ. – СПб, 2005. – 315 с.
134. Пухаренко, Ю. В. Прочность и деформативность полиармированного фибробетона с применением аморфной металлической фибры / Ю. В. Пухаренко, Д. А. Пантелеев, В. И. Морозов, У. Х. Магдеев // Academia. Архитектура и строительство. – 2016. – № 1. – С. 107–111.
135. Пухаренко, Ю. В. Эффективные фиброжелезобетонные конструкции на основе высокопрочного фибробетона для высотного строительства / Ю. В. Пухаренко, В. И. Морозов // Бетон и железобетон – взгляд в будущее: науч. тр. III Всероссийской (II Международной) конф. по бетону и железобетону (Москва, 12 – 16 мая 2014г.): в 7 т. Т. 3. Арматура и системы армирования. Фибробетоны и фиброцементы. Проблема долговечности. – М.: МГСУ, 2014. – С. 186–195.
136. Р1.03.054-2009. Рекомендации по проектированию и изготовлению строительных сталефибробетонных конструкций и технологии производства сталефибробетона с применением стальной фибры БМЗ. – Минск: Стройтехнорм, 2009. – 85 с.
137. Рабинович, Ф. Н. Композиты на основе дисперсно армированных бетонов. Вопросы теории и проектирования, технология, конструкции: Монография / Ф. Н. Рабинович. – М.: Изд. АСВ, 2011. – 642 с.
138. Рабинович, Ф. Н. Об оптимальном армировании сталефибробетонных конструкций / Ф. Н. Рабинович // Бетон и железобетон. – 1986. – № 3. – С. 17–19.

139. Рабинович, Ф. Н. Особенности разрушения плит из фибробетона при ударных нагрузках / Ф. Н. Рабинович // Бетон и железобетон. – 1980. – № 6. – С. 9–10.
140. Рабинович, Ф. Н. Применение сталефибробетона в конструкциях инженерных сооружений / Ф. Н. Рабинович, Л. Г. Курбатов // Бетон и железобетон. – 1984. – № 12. – С. 22–25.
141. Радькова, И. Н. Эффективный упрочнительный компонент железобетонных конструкций – стальная фибра / И. Н. Радькова, В. И. Грицаенко, И. В. Коваль // Литье и металлургия. – 2012. – № 1 (64). – С. 38–42.
142. Рак, Н. А. Методика расчета сталефибробетонных конструкций с использованием диаграмм деформирования сталефибробетона и стержневой арматуры / Н. А. Рак // Проблемы современного бетона и железобетона: материалы III международного симпозиума (Минск, 9–11 ноября 2011 г.). Т. 1: Бетонные и железобетонные конструкции – Минск, 2011. – С. 335–342.
143. Рекомендации по проектированию и применению сталефибробетонных конструкций на фибре из стальной проволоки производства РУП «БМЗ» // Научно-технический отчет / НИИЖБ. – М., 2008. – 48 с.
144. Римшин, В. И. Построение диаграмм деформирования одноосно сжатого бетона / В. И. Римшин, А. Л. Кришан, А. И. Мухаметзянов // Вестник МГСУ. – 2015. – № 6. – С. 23–31.
145. Родов, Г. С. Забивные сваи с применением фибробетона / Г. С. Родов, Л. Г. Курбатов, Б. В. Лейкин, М. Я. Хазанов, В. С. Куприянова // Бетон и железобетон. – 1980. – № 8. – С. 5–6.
146. Романов, В. П. Влияние параметров дисперсного армирования на прочность элементов из сталефибробетона при статических и динамических нагрузках / В. П. Романов, Ф. Н. Рабинович, И. Д. Захаров // Исследование и расчет новых типов пространственных конструкций гражданских зданий. – Л.: ЛенЗНИИЭП, 1985. – С. 88–94.

147. Романовская, К. М. Расчет прочности стеновых панелей из ячеистого бетона на кривой изгиб / К. М. Романовская, Б. П. Филиппов // Бетон и железобетон. – 1976. – № 7. – С. 32–34.
148. Руденко, Ю. М. Практический метод расчета железобетонных элементов прямоугольного сечения с одиночной арматурой на кривой изгиб / Ю. М. Руденко, Л. В. Фалеев, В. И. Бабич // Бетон и железобетон. – 1971. – № 8. – С. 41–44.
149. Руденко, Ю. М. Экспериментально-теоретические исследования прочности кососжимаемых и косоизгибаемых железобетонных элементов и расчет их с использованием свойств изостат и изобент: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01 / Ю. М. Руденко; ЛОЛПИ. – Львов, 1973. – 26 с.
150. Рыбасов, В. П. К оценке прочности фибробетона / В. П. Рыбасов // Фибробетон и его применение в строительстве. – М.: НИИЖБ, 1979. – С. 125–130.
151. Сакварелидзе, А. В. Прочностные и деформативные свойства сталефибробетона / А. В. Сакварелидзе // Бетон и железобетон. – 1986. – № 8. – С. 12–13.
152. Сальников, А. С. Методика расчета предельной нагрузки и координат образования пространственной трещины первого вида в железобетонных конструкциях при кручении с изгибом / А. С. Сальников, В. И. Колчунов, Вл. И. Колчунов // Строительство и реконструкция. – 2015. – № 6 (62). – С. 49–56.
153. Сальников, А. С. Расчетная модель образования пространственных трещин первого вида в железобетонных конструкциях при кручении с изгибом / А. С. Сальников, Вл. И. Колчунов, И. А. Яковенко // Промышленное и гражданское строительство. – 2015. – № 3. – С. 35–40.
154. Саркисов, Д. Ю. Прочность и деформативность железобетонных элементов при косом внецентренном кратковременном динамическом сжатии, растяжении и изгибе / Д. Ю. Саркисов // Вестник ТГАСУ. – 2008. – № 3 (20). – С. 134–143.

155. Саркисов, Д. Ю. Совершенствование метода расчета железобетонных элементов при косом внецентренном статическом и кратковременном динамическом сжатии, растяжении и изгибе: дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01 / Д. Ю. Саркисов; ТГАСУ. – Томск, 2008. – 191 с.
156. Сердюк, Л. И. О рациональном размещении арматуры в железобетонных элементах при косом изгибе / Л. И. Сердюк // Бетон и железобетон. – 1966. – № 9. – С. 44–45.
157. Сердюк, Л. И. Экспериментально-теоретические исследования прочности обычных и предварительно-напряженных железобетонных элементов прямоугольного, таврового и Г-образного сечений со стержневой арматурой при косом изгибе: дис. ... канд. техн. наук / Л. И. Сердюк; ПИСИ. – Полтава, 1966. – 159 с.
158. Силантьев, А. С. Расчет прочности наклонных сечений изгибаемых железобетонных элементов методом конечных элементов в КЭ-комплексах Ansys и Abaqus / А. С. Силантьев // Промышленное и гражданское строительство. – 2012. – № 2. – С. 49–52.
159. Смолин, Н. И. Косой изгиб железобетонных балок: дис. ... канд. техн. наук / Н. И. Смолин; ГИСИ. – Горький, 1947.
160. СНиП II-B.1-62*. Бетонные и железобетонные конструкции. Нормы проектирования. – М.: Стройиздат, 1970. – 113 с.
161. СНиП II-21-75. Бетонные и железобетонные конструкции. Нормы проектирования. – М.: Стройиздат, 1976. – 90 с.
162. СНиП 2.03.01-84*. Бетонные и железобетонные конструкции. – М.: ЦИТП Госстроя СССР, 1989. – 80 с.
163. Соколов, Б. С. К расчёту прогибов изгибаемых железобетонных элементов с учётом совместного действия изгибающих моментов и перерывающих сил с использованием нелинейной деформационной модели / Б. С. Соколов, О. В. Радайкин // Известия КГАСУ. – 2014. – № 4 (30). – С. 165–171.
164. Соколов, Б. С. К определению кривизны бетонных и железобетонных элементов вдоль пролёта с учетом совместного действия изгибающих

- моментов и перерезывающих сил / Б. С. Соколов, О. В. Радайкин // Строительство и реконструкция. – 2015. – № 2 (58). – С. 38–41.
165. СП 52-104-2006*. Сталефибробетонные конструкции. – М.: ОАО «НИЦ Строительство», 2010. – 89 с.
 166. СП 63.13330.2012. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. Актуализированная редакция СНиП 52-01-2003. – М.: Минрегион России, 2012. – 155 с.
 167. СП 360.1325800.2017. Конструкции сталефибробетонные. Правила проектирования / Минстрой России. – М.: Стандартинформ, 2018. – 69 с.
 168. Степанова, Г. Г. Исследование сталефибробетона при градиентном напряженном состоянии: дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01 / Г. Г. Степанова; ЛИСИ. – Л., 1975. – 149 с.
 169. Строчкий, В. Н. Трещиностойкость и жесткость при косом изгибе железобетонных элементов из конструкционно-теплоизоляционного керамзитобетона: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01 / В. Н. Строчкий; НИИЖБ. – М., 1987. – 23 с.
 170. Талантова, К. В. Исследование влияния свойств стальных фибр на эксплуатационные характеристики сталефибробетонных конструкций / К. В. Талантова, Н. М. Михеев // Ползуновский вестник. – 2011. – № 1. – С. 194–199.
 171. Талантова, К. В. Основы создания сталефибробетонных конструкций с заданными свойствами / К. В. Талантова // Бетон и железобетон. – 2003. – № 5. – С. 4–8.
 172. Талантова, К. В. Сталефибробетон и конструкции на его основе / К. В. Талантова, Н. М. Михеев. – СПб.: ФГБОУ ВПО ПГУПС, 2014. – 276 с.
 173. Талантова, К. В. Эффективность использования арматуры в сталефибробетоне: дис. ... канд. техн. наук / К. В. Талантова; ЛИСИ. – Л., 1976. – 243 с.
 174. Тамразян, А. Г. Особенности влияния времени локального повреждения при расчете зданий на прогрессирующее обрушение / А. Г. Тамразян, А.

- Мехрализадех // Вестник гражданских инженеров. – 2013. – № 6 (41). – С. 42–46.
175. Тамразян, А. Г. Ресурс живучести – основной критерия решений высотных зданий / А. Г. Тамразян // Жилищное строительство. – 2010. – № 1. – С. 15–18.
 176. Торяник, М. С. Косое внецентренное сжатие и косой изгиб в железобетоне / М. С. Торяник. – Киев: Госстройиздат УССР, 1961. – 156 с.
 177. Торяник, М. С. О проверке достаточной прочности сжатой зоны бетона косоизгибаемых железобетонных элементов / М. С. Торяник, Л. И. Сердюк // Известия вузов. Строительство и архитектура. – 1967. – № 11. – С. 11–17.
 178. Торяник, М. С. Расчет железобетонных балок на косой изгиб / М. С. Торяник // Бетон и железобетон. – 1959. – № 3. – С. 140–143.
 179. Торяник, М. С. Расчет железобетонных конструкций при сложных деформациях / М. С. Торяник, П. Ф. Вахненко, Л. В. Фалеев и др. – М.: Стройиздат, 1974. – 295 с.
 180. Торяник, М. С. Расчет на косой изгиб железобетонных подкрановых балок, прогонов покрытий и горизонтальных элементов каркаса наружных стен зданий с двойной и одиночной арматурой / М. С. Торяник // Бетон и железобетон. – 1960. – № 6. – С. 285–291.
 181. Торяник, М. С. Расчет на косой изгиб железобетонных элементов / М. С. Торяник // Известия вузов. Строительство и архитектура. – 1958. – № 6. – С. 103–115.
 182. Торяник, М. С. Расчет на косой изгиб по несущей способности предварительно напряженных железобетонных элементов / М. С. Торяник // Бетон и железобетон. – 1965. – № 1. – С. 34–40.
 183. Торяник, М. С. Состояние и дальнейшее направление исследований железобетонных элементов, находящихся в сложном напряженном состоянии / М. С. Торяник, П. Ф. Вахненко // Тезисы докладов республиканской конференции. Совершенствование железобетонных

- конструкций, работающих на сложные виды деформаций и их внедрение в сельскохозяйственное строительство. – Полтава: Б. и., 1982. – С. 6–9.
184. Торяник, М. С. Экспериментально-теоретические исследования обычных и предварительно напряженных железобетонных элементов при некоторых сложных деформациях / М. С. Торяник, Л. В. Фалеев, Л. И. Сердюк, Ю. М. Руденко, К. Х. Доля, А. И. Кузьменко, В. И. Кулинич, В. А. Чернявский, В. П. Митрофанов, Н. С. Жорняк // Строительные конструкции. – 1972. – Вып. XIX. – С. 119–124.
 185. Тоцкий, О. Н. К расчету сечений железобетонных конструкций методом изокривых / О. Н. Тоцкий // Строительная механика и расчет сооружений. – 1964. – № 6. – С. 46–50.
 186. Тоцкий, О. Н. Приближенные способы расчета косоизгибаемых железобетонных элементов / О. Н. Тоцкий // Бетон и железобетон. – 1965. – № 1. – С. 41–43.
 187. Тоцкий, О. Н. Рациональное размещение арматуры в косоизгибаемых железобетонных элементах / О. Н. Тоцкий // Бетон и железобетон. – 1965. – № 12. – С. 35–37.
 188. Трамбовецкий, В. П. Бетон, армированный дисперсной арматурой / В. П. Трамбовецкий // Бетон и железобетон. – 1974. – № 2. – С. 40–42.
 189. Трамбовецкий, В. П. Зарубежный опыт применения фибробетона в строительстве / В. П. Трамбовецкий // Фибробетон и его применение в строительстве. – М.: НИИЖБ, 1979. – С. 38–45.
 190. ТУ 14-1-5564-2008. Изменение №1. Фибра из стальной проволоки для дисперсного армирования бетона. – М.: НИИЖБ, 2010. – 8 с.
 191. Тупицына, В. Н. К механизму разрушения бетона и фибробетона при многократном воздействии замораживания / В. Н. Тупицына // Исследование и расчет экспериментальных конструкций из фибробетона. – Л.: ЛенЗНИИЭП, 1978. – С. 102–106.

192. Фалеев, Л. В. Расчет железобетонных элементов прямоугольного сечения при косом изгибе с двойной арматурой / Л. В. Фалеев, Ю. М. Руденко // Известия вузов. Строительство и архитектура. – 1972. – № 2. – С. 13–20.
193. Федоров, В. С. Огнестойкость железобетонных конструкций, работающих на изгиб с кручением / В. С. Федоров, А. Е. Гришкин // Известия Юго-Западного государственного университета. – 2011. – № 5-2 (38). – С. 39–43.
194. Федоров, В. С. Расчет расстояния между пространственными трещинами и ширины их раскрытия в железобетонных конструкциях при кручении с изгибом (случай 2) / В. С. Федоров, Вл. И. Колчунов, А. А. Покусаев // Жилищное строительство. – 2016. – № 5. – С. 16–21.
195. Франк, Б. Д. Общий случай расчета прямоугольного железобетонного сечения / Б. Д. Франк // Проект и стандарт. – 1935. – № 5. – С. 35–37.
196. Харлаб, В. Д. К теории прочности фибробетона (I) / В. Д. Харлаб // Механика стержневых систем и сплошных сред. – Л.: ЛИСИ, 1976. – Вып. 9. – С. 134–141.
197. Хегай, А. О. Внецентренно сжатые элементы из фибробетона, армированные высокопрочной арматурой: дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01 / А. О. Хегай; СПбГАСУ. – СПб., 2011. – 163 с.
198. Хегай, М. О. Напряженно-деформированное состояние и прочность фиброжелезобетонных элементов круглого сечения при поперечном изгибе: дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01 / М. О. Хегай; СПбГАСУ. – СПб., 2013. – 122 с.
199. Хегай, О. Н. Прочность элементов сталефибробетонных конструкций при растяжении и изгибе с учетом неоднородности распределения фибр: дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01 / О. Н. Хегай; ЛенЗНИИЭП. – Л., 1986. – 224 с.
200. Холмянский, М. М. Расчет сталефибробетонных элементов на чистый изгиб / М. М. Холмянский, В. В. Курилин, Н. Н. Ерин, А. С. Зальцман // Бетон и железобетон. – 1991. – № 3. – С. 22–23.

201. Холмянский, М. М. Сталефибробетон с аморфной фиброй / М. М. Холмянский, В. В. Курилин, А. Ф. Еднерал // Бетон и железобетон. – 1991. – № 6. – С. 9–10.
202. Цейтлин, А. А. К расчету на кривой изгиб железобетонных элементов / А. А. Цейтлин, Е. В. Голубчик // Бетон и железобетон. – 1982. – № 6. – С. 24–25.
203. Чиненков, Ю. В. Расчет на кривой изгиб трехслойных панелей ленточной разрезки / Ю. В. Чиненков, И. А. Дорожкова // Бетон и железобетон. – 1992. – № 4. – С. 8–10.
204. Чиненков, Ю. В. Расчет по прочности при кривом изгибе железобетонных элементов трехслойного монолитного сечения / Ю. В. Чиненков, И. А. Дорожкова // Известия вузов. Строительство и архитектура. – 1991. – № 2. – С. 105–107.
205. Чиненков, Ю. В. Совершенствование армирования однослойных стеновых панелей / Ю. В. Чиненков, Т. А. Кузьмич, В. В. Полетаев // Бетон и железобетон. – 1981. – № 1. – С. 15–16.
206. Чуприна, Б. С. О расчете прочности кривоизгибаемых керамзитожелезобетонных элементов прямоугольного сечения / Б. С. Чуприна, М. С. Торяник, П. Ф. Вахненко // Жилищное строительство. – 1979. – № 1. – С. 17–18.
207. Чуприна, Б. С. О предельной прочности сжатой зоны бетона кривоизгибаемых элементов прямоугольного сечения / Б. С. Чуприна, М. С. Торяник, П. Ф. Вахненко // Жилищное строительство. – 1985. – № 3. – С. 27–28.
208. Чуприна, Б. С. Прочность, граничное армирование, трещиностойкость и деформативность кривоизгибаемых керамзитобетонных элементов прямоугольного сечения: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01 / Б. С. Чуприна; НИИСК. – Киев, 1988. – 26 с.
209. Шавельский, М. Е. Кривой изгиб в железобетоне / М. Е. Шавельский // Труды Ленинградского института инженеров коммунального строительства. ОНТИ. – Ленинград – Москва, 1937. – Вып. IV. – С. 69–85.

210. Шавельский, М. Е. Косой изгиб железобетонных балок / М. Е. Шавельский // Сборник работ кафедры инженерных конструкций Белорусского политехнического института. – Минск, 1939. – С. 40–47.
211. Шилов, А. В. Керамзитофиброжелезобетонные изгибаемые элементы с высокопрочной арматурой без предварительного напряжения: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01 / А. В. Шилов; РГАС. – Ростов-на-Дону, 1996. – 26 с.
212. Эйзеншмит, Р. О. Деформативность изгибаемых сталефибробетонных балок, имеющих фибровое и комбинированное армирование, при длительном действии нагрузки: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01 / Р. О. Эйзеншмит; КИСИ. – Киев, 1983. – 20 с.
213. ACI 318-14. Building code requirements for structural concrete and commentary / ACI Committee 318. – Farmington Hills, MI: American Concrete Institute, 2014. – 520 p.
214. ACI 544.1R-96. Report on fiber reinforced concrete / ACI Committee 544. – Farmington Hills, MI: American Concrete Institute, 1996. – 66 p.
215. ACI 544.4R-88. Design considerations for steel fiber reinforced concrete / ACI Committee 544. – Farmington Hills, MI: American Concrete Institute, 1988. – 18 p.
216. ACI SP-17(14). The reinforced concrete design handbook. A companion to ACI 318-14. Vol. 3. – Farmington Hills, MI: American Concrete Institute, 2015. – 104 p.
217. Alsayed, S. H. Flexural deflection of reinforced fibrous concrete beams / S. H. Alsayed // ACI Structural Journal. – 1993. – Vol. 90, № 1. – P. 72–76.
218. Al-Ta'an, S. A. Nonlinear three dimensional finite element analysis of steel fiber reinforced concrete deep beam / S. A. Al-Ta'an, A. A. Mohammed, M. A. Al-Jurmaa // The Iraqi Journal for Mechanical And Materials Engineering. Special Issue for the Papers Presented in 2nd Annual Scientific Conference of the College of Engeneering 24–25 March. – 2010. – Part E. – P. 13–25.

219. Ashour, S. A. Flexural behavior of high-strength fiber reinforced concrete beams / S. A. Ashour, F. F. Wafa // *ACI Structural Journal*. – 1993. – Vol. 90, № 3. – P. 279–287.
220. Au, T. Ultimate strength design of rectangular concrete members subjected to unsymmetrical bending / T. Au // *ACI Journal Proceedings*. – 1958. – Vol. 54, № 2. – P. 657–674.
221. Bresler, B. Design criteria for reinforced columns under axial and biaxial bending / B. Bresler // *ACI Journal Proceedings*. – 1960. – Vol. 57, № 11. – P. 481–490.
222. Daniel, J. I. Fiber reinforced concrete / J. I. Daniel, J. J. Roller, D. M. Shultz, et al. – Skokie, Illinois: Portland Cement Association, 1991. – 48 p.
223. Edington, J. Steel fiber reinforced concrete. The effect of fiber orientation of compaction by vibration / J. Edington, D. J. Hannat // *RILEM Materials and Structures*. – 1972. – Vol. 5, № 25. – P. 41–44.
224. Eisa, A. S. Behavior of steel fiber reinforced high strength self-compacting concrete beams under combined bending and torsion / A. S. Eisa, K. S. Ragab // *International Journal of Civil and Structural Engineering*. – 2014. – Vol. 4, № 3. – P. 315–331.
225. EN 1992-1-1. Eurocode 2: Design of concrete structures. Part 1-1: General rules and rules for buildings. – Brussels, 2004. – 225 p.
226. Fanella, D. A. Stress-strain properties of fiber reinforced mortar in compression / D. A. Fanella, A. E. Naaman // *ACI Journal Proceedings*. – 1985. – Vol. 82, № 4. – P. 475–483.
227. Furlong, R. W. Analysis and design of concrete columns for biaxial bending – overview / R. W. Furlong, C.-T. T. Hsu, S. A. Mirza // *ACI Structural Journal*. – 2004. – Vol. 101, № 3. – P. 413–422.
228. Grzybowski, M. Shrinkage cracking of fiber reinforced concrete / M. Grzybowski, S. P. Shah // *ACI Material Journal*. – 1990. – Vol. 87, № 2. – P. 138–148.

229. Hannat, D. J. Durability of steel fiber reinforced concrete / D. J. Hannat, J. Edington // Proceedings of RILEM Symposium on Fiber Reinforced Cement and Concrete, 14–17 September. – 1975. – Vol. 1. – P. 159–169.
230. Hameed, R. Metallic fiber reinforced concrete: effect of fiber aspect ratio on the flexural properties / R. Hameed, A. Turatsinze, F. Duprat and A. Sellier // ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences. – 2009. – Vol. 4, № 5. – P. 67–72.
231. Hsu, C.-T. T. T-shaped reinforced concrete members under biaxial bending and axial compression / C.-T. T. Hsu // ACI Structural Journal. – 1989. – Vol. 86, № 4. – P. 460–468.
232. Islam, M. M. Finite element analysis of steel fiber reinforced concrete (SFRC): validation of experimental shear capacities of beams / M. M. Islam, M. S. Khatun, M. R. U. Islam, J. F. Dola, M. Hussan, A. Siddique // International Conference on Mechanical Engineering (ICME2013), 20–21 June 2013. – Dhaka, Bangladesh, 2014. – P. 89–95.
233. Islam, M. M. Finite element analysis of steel fiber reinforced concrete (SFRC): validation of experimental tensile capacity of dog-bone specimens / M. M. Islam, M. A. Chowdhury, M. A. Sayeed, E. A. Hossain, S. S. Ahmed, A. Siddique // International Journal of Advanced Structural Engineering. – 2014.; URL: <http://link.springer.com/article/10.1007/s40091-014-0063-4/fulltext.html>
234. Kachlakev, D. Finite element modeling of concrete structures strengthened with FRP laminates / D. Kachlakev, T. Miller, S. Yim, K. Chansawat, T. Potisuk // Final report SPR 316 for Oregon Department of Transportation and Federal Highway Administration. – 2001. – 111 p.
235. Kamonna, H. H. H. Nonlinear analysis of steel fiber reinforced concrete deep beams by Ansys / H. H. H. Kamonna // Kufa Journal of Engineering. – 2010. – Vol. 2, № 1. – P. 110–124.
236. Kinash, R. Deformation calculation method of bearing capability of fiber-concrete steel bending elements / R. Kinash, V. Bilozir // Technical Transactions. Architecture – 2014. – Vol. 8-A. – P. 49–58.

237. Kormeling, H. A. Static and fatigue properties of concrete beams reinforced with continuous bars and with fibers / H. A. Kormeling, H. W. Reinhardt, S. P. Shah // *ACI Journal Proceedings*. – 1980. – Vol. 77, № 1. – P. 36–43.
238. Korsun, V. The influence of the initial concrete strength on its deformation under triaxial compression / V. Korsun, Y. Kalmykov, A. Niedoriezov, A. Korsun // *Procedia Engineering*. – 2015. – Vol. 117 – P. 959–969.
239. Korsun, V. The strength and strain of high-strength concrete elements with confinement and steel fiber reinforcement including the conditions of the effect of elevated temperatures / V. Korsun, N. Vatin, A. Franchi, A. Korsun, P. Crespi, S. Mashtaler // *Procedia Engineering*. – 2015. – Vol. 117 – P. 970–979.
240. Mattock, A. H. Ultimate strength of nonrectangular structural concrete members / A. H. Mattock, L. B. Kriz // *ACI Journal Proceedings*. – 1961. – Vol. 57, № 1. – P. 737–766.
241. Majeed, H. Q. Nonlinear finite element analysis of steel fiber reinforced concrete deep beams with and without opening / H. Q. Majeed // *Journal of Engineering*. – 2012. – Vol. 18, № 12. – P. 1421–1438.
242. Morozov, V. I. The numerical investigation of double-span concrete beams strengthened with fiber reinforced plastics across the oblique section / V. I. Morozov, Yu. V. Pukharenko, A. V. Yushin / *Material physics and mechanics*. – 2017. – Vol. 31, № 1–2. – P. 40–43.
243. Parme, A. L. Capacity of reinforced rectangular columns subjected to biaxial bending / A. L. Parme, J. M. Nieves, A. Gouwens // *ACI Journal Proceedings*. – 1966. – Vol. 63, № 9. – P. 911–924.
244. Reddy, S. Finite element analysis of high strength concrete beams in shear – without web reinforcement and with fiber in shear predominant regions / S. Reddy, R. Rao, G. Rao // *International Journal of Innovate Research in Science, Engineering and Technology*. – 2015. – Vol. 4, № 4. – P. 2475–2484.
245. Regab, K. S. Study punching shear of steel fiber reinforced self-compacting concrete slabs by nonlinear analysis / K. S. Regab // *International Journal of*

- Civil, Environmental, Structural, Construction and Architectural Engineering. – 2013. – Vol. 7, № 9. – P. 288–299.
246. RILEM TC 162-TDF, Test and design methods for steel fibre reinforced concrete: $\sigma - \varepsilon$ – design method. Final recommendation // Materials and Structures. – 2003. – Vol. 36, October. – P. 560–567.
 247. Romualdi, J. P. Behavior of reinforced concrete beams with closely spaced reinforcement / J. P. Romualdi, G. B. Batson // ACI Journal. – 1963. – Vol. 60, № 6. – P. 775–790.
 248. Romualdi, J. P. Mechanics of crack arrest in concrete / J. P. Romualdi, G. B. Batson // J. Eng. Mech. – 1963. – Vol. 89. – P. 147–168.
 249. Romualdi, J. P. Tensile strength of concrete affected by uniformly distributed and closely spaced short length of wire reinforcement / J. P. Romualdi, J. A. Mandel // ACI Journal. – 1964. – Vol. 61, № 6. – P. 657–672.
 250. Shah, S. P. Fiber reinforced concrete properties / S. P. Shah, B. V. Rangan // ACI Journal Proceedings. – 1971. – Vol. 68, № 2. – P. 126–137.
 251. Snyder, M. J. Factors affecting the flexural strength of steel fibrous concrete / M. J. Snyder, D. R. Lankard // ACI Journal Proceedings. – 1972. – Vol. 69, № 2. – P. 96–100.
 252. Soranakom, C. Correlation of tensile and flexural responses of strain softening and strain hardening cement composites / C. Soranakom, B. Mobasher // Cement & Concrete Composites. – 2008. – Vol. 30. – P. 465–477.
 253. Soroushian, P. Fiber-type effects on the performance of steel fiber reinforced concrete / P. Soroushian, Z. Bayasi // ACI Material Journal. – 1991. – Vol. 88, № 2. – P. 129–134.
 254. Swamy, R. N. Influence of fiber-aggregate interaction on some properties of steel fiber reinforced concrete / R. N. Swamy, P. S. Mangat // RILEM Materials and Structures. – 1974. – Vol. 7, № 41. – P. 307–314.
 255. Swamy, R. N. Steel fibers for controlling cracking and deflection / R. N. Swamy, S. A. Al-Ta'an, S. A. R. Ali // Concrete international. – 1979. – Vol. 1, № 8. – P. 41–49.

256. Swamy, R. N. Deformation and ultimate strength in flexure of reinforced concrete beams made with steel fiber concrete / R. N. Swamy, S. A. Al-Ta'an // *ACI Journal Proceedings*. – 1981. – Vol. 78, № 5. – P. 395–405.
257. Vandewalle, L. Influence of steel fibers on cracking behavior of ordinary reinforced concrete structures / L. Vandewalle // *SP-193. Repair, rehabilitation, and maintenance of concrete structures, and innovations in design and construction: proceedings, fourth international conference, Seoul, Korea*. – Farmington Hills, MI: American Concrete Institute, 2000. – P. 467–487.
258. Whitney, C. S. Guide for ultimate strength design of reinforced concrete / C. S. Whitney, E. Cohen // *ACI Journal Proceedings*. – 1956. – Vol. 53, № 11. – P. 455–490.
259. Willam, K. J. Constitutive model for the triaxial behavior of concrete / K. J. William, E. P. Warnke // *Proceedings of International Association for Bridge and Structural Engineering*. – 1975. – Vol. 19. – P. 174–204.
260. Wolanski, A. J. Flexural behavior of reinforced concrete beams using finite element analysis / A. J. Wolanski // *A Thesis submitted to the faculty of the Graduate School, Marquette University in partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science. Marquette University*. – Milwaukee, Wisconsin, 2004. – 76 p.
261. Zaki, S. I. Flexural behavior of steel fiber reinforced high strength self-compacting concrete slabs / S. I. Zaki, K. S. Ragab, A. S. Eisa // *International Journal of Engineering Inventions*. – 2013. – Vol. 2, № 5. – P. 1–11.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Общество с ограниченной
ответственностью
“АРХСТРОЙПРОЕКТ”

ИНН 2926004493
163002, г. Архангельск
ул. Романа Куликова дом 21
Тел. (8182) 68-32-07, факс 68-30-39
E-mail: stproekt@atnet.ru

Воронцовой Наталье Сергеевне

Исх. № 626 от 23.09.2014 г.

На № от.

АКТ

о внедрении результатов диссертационной работы Воронцовой Натальи Сергеевны
**«Напряженно-деформированное состояние и прочность косоизгибаемых
фиброжелезобетонных элементов»**

Методика расчета прочности и результаты экспериментальных исследований фиброжелезобетонных элементов при косом изгибе, приведенные в диссертационной работе Воронцовой Н.С. «Напряженно-деформированное состояние и прочность косоизгибаемых фиброжелезобетонных элементов», использованы ООО «Архстройпроект» при разработке проектной документации: «Реконструкция встроенно-пристроенных офисных помещений в многоэтажном жилом доме Дополнительного офиса № 8637/0166 отделения № 8637 Сбербанка России», расположенного по адресу: г. Архангельск, ул. Воскресенская, дом 99.

Настоящий акт выдан Воронцовой Н.С. для предоставления в диссертационный совет Д 212.223.03 при ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет» по месту защиты диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук.

Выданный акт является документом о внедрении результатов исследований и методики расчета в производство.

Директор



В.П. Зуев

«ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ ЗАВОД»

Акционерное общество

производство железобетонных конструкций и изделий

АКТ

о внедрении результатов, полученных в кандидатской диссертации
Воронцовой Н.С. на тему «Напряженно-деформированное состояние и
прочность косоизгибаемых фиброжелезобетонных элементов»

Результаты исследований, полученные в диссертационной работе
Воронцовой Н.С. на тему: «Напряженно-деформированное состояние и
прочность косоизгибаемых фиброжелезобетонных элементов»,
использованы АО «Экспериментальный завод» при проектировании и
изготовлении опытной партии фиброжелезобетонных балок для
эксплуатации в условиях косоуго изгиба.

Акт выдан для предоставления в диссертационный совет Д
212.223.03 при ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный
архитектурно-строительный университет» по месту защиты Воронцовой
Н.С. кандидатской диссертации.

С уважением,
Генеральный директор
АО «Экспериментальный завод»
Кандидат технических наук
Член-корреспондент С-Петербургской Инженерной академии
Заслуженный строитель Российской Федерации
Лауреат премии Правительства РФ



Стерин В.С.

195279, Санкт-Петербург
Индустриальный пр., 44 корп.1
Телефон: 520-62-87
Факс: 520-62-87

р/с 40702810855130118734
СЕВЕРО-ЗАПАДНЫЙ БАНК ПАО СБЕРБАНК
к/с 30101810500000000653 БИК 044030653
ИНН 7806037513/КПП 780601001
ОКПО 23078401