

*На правах рукописи*

**ЕЛИСТРАТОВ Владимир Николаевич**

**РАЗВИТИЕ МЕТОДОВ РАСЧЕТА СЖАТЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ  
ЭЛЕМЕНТОВ ПРИ ДЛИТЕЛЬНОМ ЗАГРУЖЕНИИ  
С УЧЕТОМ МГНОВЕННОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ БЕТОНА**

Специальность: 05.23.01 – Строительные конструкции, здания и сооружения

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Санкт-Петербург – 2014

Работа выполнена в ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет»

Научный руководитель: доктор технических наук, профессор,  
заслуженный деятель науки и техники РФ  
**Санжаровский Рудольф Сергеевич**

Официальные оппоненты: **Селяев Владимир Павлович**  
доктор технических наук, профессор,  
заслуженный деятель науки РФ,  
ФГБОУ ВПО «Мордовский государственный  
университет им. Н. П. Огарева», г. Саранск,  
заведующий кафедрой строительных конструкций;

**Загрядский Иван Игоревич**  
кандидат технических наук,  
ОАО «Всероссийский научно-исследовательский  
институт гидротехники им. Б. Е. Веденеева»,  
г. Санкт-Петербург, заведующий лабораторией  
«Диагностика бетонных плотин»

Ведущая организация: **ФГБОУ ВПО «Петербургский государственный  
университет путей сообщения Императора  
Александра I»**

Защита состоится 2 июля 2014 г. в 14.30 часов на заседании диссертационного совета Д 212.223.03 при ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет» по адресу: 190005, г. Санкт-Петербург, 2-я Красноармейская ул., д. 4, зал заседаний диссертационного совета (ауд. 219).

Тел/факс: 8 (812) 316-58-72; E-mail: rector@spbgasu.ru

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет» и на сайте <http://dis.spbgasu.ru/specialtys/personal/elistratov-vladimir-nikolaevich>

Автореферат разослан « \_\_\_ » мая 2014 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета,  
доктор технических наук,  
профессор



Кондратьева Лидия Никитовна

## I. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность исследования.** Сжатые железобетонные элементы широко распространены в практике строительства промышленных и гражданских зданий и сооружений. К ним относятся несущие колонны и стены одноэтажных и многоэтажных зданий различного назначения, опоры-стойки секционных мостов, сжатые элементы ферм (верхние пояса, стойки, некоторые раскосы) и другие элементы конструкций.

В железобетонных элементах соединены два разнородных материала: стальная арматура, работающая упруго по линейному закону Гука, и упруговязкопластический бетон, который сочетает в себе упругие и пластические свойства и, находясь под действием внешней нагрузки, обладает способностью деформироваться во времени. Такое явление в бетоне носит название ползучести. Ползучесть бетона существенно влияет на прочность, устойчивость и долговечность бетонных и железобетонных конструкций, находящихся как в стадии строительства, так и в процессе эксплуатации.

Длительные деформации бетона в расчетах железобетонных конструкций рассчитываются с помощью применения теорий ползучести бетона, которые исторически развивались в трех направлениях: теория упруго-ползучего тела, теория упругой наследственности бетона и теория старения (модифицированная теория старения) бетона. Однако, ни одна из них не дает точного описания процесса деформирования железобетонных конструкций под длительной нагрузкой, так как при расчетах мгновенные деформации бетона считают пропорциональными напряжениям вплоть до достижения напряжений в бетоне предела прочности (закона Гука). Данное положение внедрено в российские действующие нормы по железобетону СП 52-101-2003.

Многочисленные экспериментальные исследования проводимые со второй половины XX века в СССР и в других странах мира, показали, что бетон обладает нелинейной зависимостью между напряжениями и деформациями для случая кратковременного сжатия, и диаграмма мгновенного деформирования бетона имеет ниспадающий участок (мгновенная нелинейность). Укажем на работы Таля К. Э., Байкова В. Н., Бондаренко В. М., Карпенко Н. И., Михайлова В. В., Дегтерева В. В., Крестникова Ю. Н., Хогнестеда Э. (*Hognestad Eivind*), Лукаша П. А., Соколовского В. В., Прокоповича А. А., Онищика Л. И., Дыховичного А. А., Тазехулахова С. А., Гениева Г. А., Шаха С. П. и Винтера Дж. (*Surendra P. Shah, George Winter*), Штурмана Г. М. (*Gerald M. Sturman*), Кабайла А. (*A. Kabaila*), Саенза Л. П. (*Luis P. Saenz*), Тулина Л. Г. и Герстла К. (*Leonard G. Tulin, Kurt H. Gerstle*), Саржина М. (*Muharrem Sargin*), Десая П. и Кришнана С. (*Prakash Desayi, S. Krishnan*), Смита Ж. М. и Янга Л. Е. (*G. M. Smith, L. E. Young*) и других авторов. Нелинейная связь между напряжениями бетона и деформациями проявляется также и при длительном действии нагрузки. Отсюда следует, что применением теории упругого железобетона невозможно правильно оценивать работу железобетонных конструкций под длительной нагрузкой, а существующие расчетные формулы, полученные в пред-

положении мгновенно-упругой работы бетона, не позволяют в полной мере исследовать напряженно-деформированное состояние сжатых железобетонных элементов при различных уровнях длительного нагружения.

В европейских нормах по железобетону *Eurocode 2* в качестве расчетной зависимости между мгновенными деформациями и напряжениями принимается нелинейная диаграмма с ниспадающим участком. Данную кривую аппроксимирует формула Саржина (*Muharrem Sargin*), которая позволяет учитывать работу бетона при любых уровнях нагружения. Это важно для развития теории железобетона, в том числе при изучении напряженно деформированного состояния железобетонных конструкций в условиях нелинейной ползучести, где под действием внешней нагрузки происходит перераспределение напряжений с бетона на арматуру.

Введенный в действие с 01 января 2013 г. СП 63.13330.2012 в дополнение к СП 52–101–2003 в приложении содержит нелинейную диаграмму мгновенного деформирования бетона и аппроксимирующую ее аналитическую зависимость (формула Карпенко Н. И.), имеющую справочный характер.

Приведенные в российских нормах формулы расчетов железобетонных конструкций при длительном нагружении основаны на применении закона Гука и не учитывают мгновенную нелинейность бетона при расчетах на ползучесть. Имеющиеся в научной литературе теоретические выкладки, построенные на пропорциональности мгновенных деформаций бетона от напряжений неприменимы для исследования напряженно-деформированного состояния железобетона при средних и высоких уровнях нагружения, характеризующихся проявлением мгновенной и длительной нелинейностью бетона.

Проблема учета мгновенных нелинейных деформаций при исследовании изменения во времени напряжений бетона в сжатых железобетонных элементах с учетом ползучести бетона является сложной задачей. Александровский Р. С. указывал, что *«учесть одновременно зависимость модуля упругости от напряжений и от возраста бетона весьма трудно. Поэтому современная теория ползучести бетона учитывает только изменение модуля во времени»*. Необходимость проведения исследований в этой области указывали известные ученые: Байков В. Н., Бондаренко В. М., Прокопович И. Е., Карпенко Н. И. и др. В частности Прокопович И. Е., выделяя центрально-сжатые элементы, подчеркивал, что для совершенствования теории железобетона *«необходимы как дополнительные экспериментальные и теоретические исследования сопротивления бетонных и железобетонных элементов, так и увязка оптимальных и квазиоптимальных режимов с реальными условиями нагружения»*.

**Степень разработанности темы исследования.** Несмотря на большое количество экспериментальных и теоретических работ, посвященных исследованию напряженно-деформированного состояния сжатых железобетонных элементов с учетом ползучести, мгновенная нелинейность бетона в них не учитывается. В частности, Гвоздев А. А., Панарин Н. Я., Александровский Р. С., Васильев П. И., Прокопович И. Е., Арутюнян Н. Х., и др. занимались решением этой проблемы в рамках теории упруго-ползучего тела; Прокопович И. Е., Ржаницын А. Р. и др. –

в рамках теории упругой наследственности бетона; Уитни Ч. С. (*Charles S. Whitney*), Дишингер Ф. (*Fr. Dischinger*), Глэнвилль (*W. H. Glanville*), Улицкий И. И., Голышев А. Б., Столяров Я. В., Лившиц Я. Д., Яценко Е. А. – в рамках теории старения бетона. При этом формулы, показывающие изменения напряжений бетона и арматуры, получены на основе Гука, входящего в соответствующие теории ползучести. Считалось, что закон Гука справедлив вплоть до достижения бетона предела прочности. Внедрение в инженерную практику нелинейной теории железобетона для оценки напряженно-деформированного состояния сдерживалось отсутствием подходящих теорий ползучести, сложностью теоретических выкладок, трудоёмкостью вычислений и, в основном, невозможностью получения конечных формул в явном виде с учетом мгновенной нелинейности бетона.

С помощью существующих линейных уравнений ползучести хорошо описывается ползучесть бетона при малых уровнях загрузки (до  $0,2R$ , здесь  $R$  – призмочная прочность бетона), но при более высоких уровнях загрузки вплоть до призмочной прочности бетона линейные модели показывали плохое описание экспериментальных данных и не соответствовали реальной физической нелинейности бетона. Для учета нелинейной ползучести в уравнениях, описывающих деформации ползучести, была введена нелинейная функция напряжения, с помощью которой достигалась некоторая согласованность с экспериментами по ползучести, но мгновенная нелинейность бетона при этом не учитывалась.

Идея учета мгновенных нелинейных деформаций в уравнениях ползучести была показана в научных разработках Бондаренко В. М. и Бондаренко С. В. и заключалась в том, что в интегральных уравнениях Васильева П. И., Гвоздева А. А., Галустова К. З. и других ученых слагаемое, описывающее деформации ползучести бетона, умножалось на нелинейную функцию напряжения, записанную в общем виде. Одновременно Бондаренко В. М. указал, что применение таких уравнений *«приводит к математическим трудностям, неприемлемым для прикладного расчетно-конструкторского использования»*. Санжаровский Р. С. предложил учитывать мгновенные нелинейные деформации бетона, в том числе с помощью введения в аналитические зависимости теорий ползучести бетона новой функции  $\Phi(\sigma_b)$  вместо напряжения бетона  $\sigma_b$ . Настоящая работа посвящена развитию идеи Санжаровского Р. С. по уточнению теорий ползучести бетона и применению полученных уравнений ползучести в исследовании напряженно-деформированного состояния сжатых железобетонных колонн, для которых характерны нелинейная связь между напряжениями и деформациями на всех этапах загрузки.

#### **Цель и задачи исследования.**

*Цель исследования* – разработка методов расчета сжатых стержневых железобетонных элементов на ползучесть с учетом мгновенной нелинейности бетона при высоких уровнях длительного нагружения.

#### *Задачи исследования:*

1. Изучить существующие подходы к определению напряженно-деформированного состояния сжатых железобетонных элементов в рамках нелинейных теорий ползучести бетона и выявить имеющиеся в них проблемы.

2. Получить феноменологическое уравнение ползучести бетона, позволяющее учитывать различные нелинейные зависимости между мгновенными деформациями бетона и напряжениями, в том числе в соответствии с требованием *Eurocode 2*.

3. Исследовать напряженно-деформированное состояние сжатых железобетонных элементов, подверженных высоким уровням длительного нагружения.

4. Изучить влияние нелинейной зависимости между мгновенными деформациями и напряжениями на изменение напряжений и деформаций в бетоне и арматуре.

5. Изучить влияние мгновенной нелинейности бетона на изменение характеристики ползучести путем проведения экспериментальных исследований длительного нагружения сжатых железобетонных элементов.

6. Уточнить методику расчета условной критической силы для сжатых железобетонных элементов по правилам СП 52–101–2003 и СП 63.13330.2012 путем введения поправочных коэффициентов, учитывающих мгновенную и длительную нелинейность деформирования бетона.

*Объектом исследования* является напряженно-деформированное состояние сжатых железобетонных элементов при высоких уровнях длительного нагружения с учетом нелинейной зависимости между мгновенными деформациями и напряжениями, нормируемой *Eurocode 2* (формула Саржина) и СП 63.13330.2012 (формула Карпенко Н. И.).

*Предметом исследования* является экспериментально-теоретическая модель напряженно-деформированного состояния сжатой колонны при длительном нагружении.

**Научная новизна исследования** заключается в разработке новой методики в теории железобетона, направленной на определение длительного напряженно-деформированного состояния сжатых железобетонных элементов при высоких уровнях нагружения с учетом мгновенной нелинейности бетона и на совершенствование методики расчета условной критической силы:

1. Предложены уточненные модели ползучести бетона в рамках различных теорий ползучести, которые позволяют учитывать нелинейные зависимости между мгновенными деформациями бетона и напряжениями в соответствии с требованиями *Eurocode 2*.

2. Построены разрешающие уравнения по расчету напряжений и деформаций бетона и арматуры в сжатых железобетонных элементах, подверженных высоким уровням длительного нагружения с учетом мгновенной нелинейности и нелинейной ползучести бетона.

3. Поставлены и проведены эксперименты по длительному нагружению сжатых железобетонных элементов и изучению влияния мгновенной нелинейности бетона на напряжения и деформации в бетоне и арматуре, а также на величину характеристики ползучести бетона.

4. Предложен приближенный способ учета мгновенной и длительной нелинейности деформирования бетона в расчетах нормативной условной критической силы.

**Методологической основой** диссертационного исследования послужили общепринятые положения теорий ползучести бетона, известные допущения при расчете железобетонных конструкций и метод эксперимента.

**Область исследования** соответствует требованию паспорта научной специальности ВАК 05.23.01 – Строительные конструкции, здания и сооружения и заключается в создании наиболее совершенных и надежных конструкций в развитие пункта 3: «Создание и развитие эффективных методов расчета и экспериментальных исследований вновь возводимых, восстанавливаемых и усиливаемых строительных конструкций наиболее полно учитывающих специфику воздействий на них, свойства материалов, специфику конструктивных решений и другие особенности».

**Практическая ценность и реализация результатов исследований** заключаются в возможности изучать процессы изменения напряжений и деформаций в бетоне и арматуре колонн с течением времени, а также получать уточненные значения параметров ползучести и критической силы, предусмотренной нормативными документами, при различных схемах загрузки с учетом нелинейной диаграммы мгновенного деформирования бетона в соответствии с *Eurocode 2*.

Практическая ценность выполненной работы состоит в уточнении феноменологических уравнений ползучести бетона в рамках объединенных уравнений пластичности и ползучести и получение новых моделей теории ползучести. Полученные результаты позволяют прогнозировать процессы длительного деформирования железобетонных элементов и рассчитывать сжатые железобетонные конструкции при высоких уровнях загрузки. В частности, методика расчета условной критической силы с учетом мгновенной нелинейности и нелинейной ползучести бетона принята к использованию и применена проектным институтом ООО «Северная Столица» (Санкт-Петербург) группы компаний К-ГРУПП при оценке несущей способности монолитных железобетонных колонн при проектировании административного здания в г. Мурманск. Научные результаты диссертации могут быть рекомендованы для дальнейших теоретических и экспериментальных исследований данного раздела теории железобетона.

**Апробация работы.** Основные положения работы докладывались: на 60-й Международной научно-технической конференции молодых ученых СПбГАСУ (Санкт-Петербург, 25–27 апреля 2007 г.), на 66-й научной конференции профессоров, преподавателей, научных работников, инженеров и аспирантов СПбГАСУ (Санкт-Петербург, 3–5 февраля 2009 г.), на 67-й научной конференции профессоров, преподавателей, научных работников, инженеров и аспирантов СПбГАСУ (Санкт-Петербург, 3–5 февраля 2010 г.), 68-й научной конференции профессоров, преподавателей, научных работников, инженеров и аспирантов СПбГАСУ (Санкт-Петербург, 2–4 февраля 2011 г.), на II Международном конгрессе студентов и молодых ученых (аспирантов, докторантов) «Актуальные проблемы современного строительства» (СПбГАСУ, Санкт-Петербург, 10–12 апреля 2013 г.).

**Публикации.** Материалы диссертации опубликованы в 8 печатных работах общим объемом 4,115 п.л., лично автором – 3,545 п.л., в том числе 4 статьи опубли-

ликованы в изданиях, входящих в перечень ведущих рецензируемых научных журналов, утвержденный ВАК РФ.

**Структура и объем работы.** Диссертация состоит из введения, четырех глав с выводами по каждой из них, общих выводов. Диссертация содержит 180 страниц машинописного текста, 24 таблицы, 24 рисунка, 16 приложений и список использованной литературы из 175 наименований работ отечественных и зарубежных авторов.

Во введении сформулирована проблема и обоснована актуальность проводимых исследований, сформулированы цель, задачи, научная новизна и практическая значимость проводимых теоретических и экспериментальных исследований.

В первой главе раскрыта актуальность научных исследований: приведен обзор теорий ползучести бетона, проанализированы области их применения, показаны достоинства и выявлены существующие недостатки. Представлен обзор предшествующих исследований напряженно-деформированного состояния сжатых железобетонных элементов с учетом ползучести бетона. Рассмотрены экспериментально-теоретические исследования нелинейной диаграммы мгновенного деформирования бетона с ниспадающей ветвью.

Во второй главе для связи между мгновенными деформациями и напряжениями в бетоне использована нормируемая *Eurocode 2* аналитическая зависимость; изложена процедура преобразования этой формулы в более удобный вид для практического применения при расчете железобетонных конструкций. Разработаны новые уточненные уравнения ползучести, учитывающие мгновенную нелинейность бетона. Исследовано напряженно-деформированное состояние сжатых железобетонных элементов, и получены выражения для определения напряжений и деформаций бетона и арматуры, а также характеристики ползучести бетона с учетом мгновенной нелинейности бетона.

В третьей главе изложена постановка и проведение экспериментальных исследований длительного нагружения сжатых железобетонных элементов. Приведены результаты испытаний и их обработка: определены напряжения в арматуре и бетоне, получены величины характеристики ползучести бетона, учитывающие мгновенные и длительные нелинейные деформации бетона при различных вариантах аппроксимации зависимости мгновенных деформаций от напряжений.

Четвертая глава посвящена уточнению значения нормативной условной критической силы. Приведены расчеты условной критической силы по нормативной методике и на основе предложений автора с приближенным учетом мгновенной и длительной нелинейности деформирования бетона.

## **II. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ ДИССЕРТАЦИИ, ВЫНОСИМЫЕ НА ЗАЩИТУ**

**1. Предложены уточненные модели ползучести бетона в рамках различных теорий ползучести, которые позволяют учитывать нелинейные зависимости между мгновенными деформациями бетона и напряжениями в соответствии с требованиями *Eurocode 2*.**



Учет мгновенной нелинейности бетона в уравнениях ползучести основан на следующей идее. Известно, что линейные и нелинейные теории ползучести бетона построены на принципе суперпозиции, согласно которому полная деформация бетона  $\epsilon$  равна сумме мгновенно-упругой деформации  $\epsilon_y$ , описываемой законом Гука, и деформации ползучести  $\epsilon_n$  в данный момент времени. Из этого принципа следует, что эти деформации рассматриваются независимо друг от друга, но возникают под действием одного и того же напряжения. Данное обстоятельство позволяет заменить мгновенно-упругие деформации мгновенными деформациями и принимать для описания их связи с напряжениями различные нелинейные функции.

В части 1-1 *Eurocode 2* диаграмма зависимости между напряжением бетона  $\sigma_b$  и мгновенной деформацией  $\epsilon_b$  для случая одноосного кратковременного сжатия принимается нелинейной с ниспадающим участком (рис. 1) и аналитическая зависимость, аппроксимирующая данную кривую в буквенных обозначениях, принятых в российских нормах СП 52-101–2003 и СП 63.13330.2012, записывается в виде:

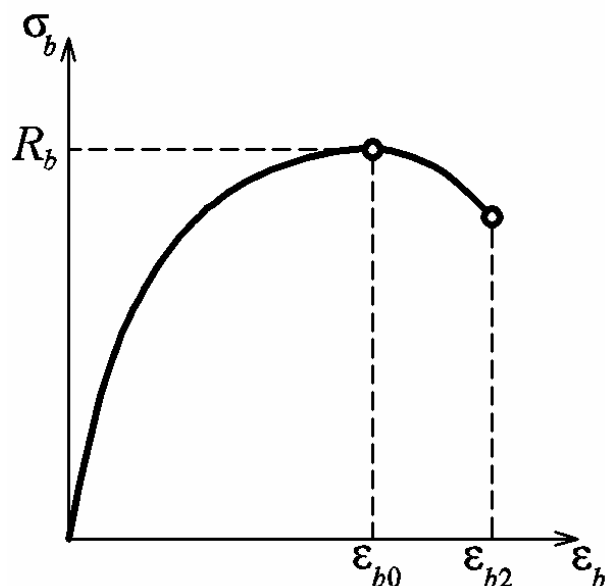


Рис. 1. Нелинейная диаграмма мгновенного деформирования бетона

$$\frac{\sigma_b}{R_b} = \frac{E_b \cdot \epsilon_{b0} \left( \frac{\epsilon_b}{\epsilon_{b0}} \right) - \left( \frac{\epsilon_b}{\epsilon_{b0}} \right)^2}{1 + \left( \frac{E_b \cdot \epsilon_{b0}}{R_b} - 2 \right) \left( \frac{\epsilon_b}{\epsilon_{b0}} \right)}, \quad (1)$$

где  $R_b$  – расчетное сопротивление бетона осевому сжатию для предельного состояния первой группы;  $\epsilon_{b0}$  – относительная деформация бетона при равномерном осевом сжатии, соответствующая призменной прочности принимаемая  $\epsilon_{b0} = 0,002$ ;  $\epsilon_{b2} = 0,0035$ ;  $E_b$  – начальный модуль упругости бетона при сжатии и растяжении.

Несмотря на возможность получения аналитических выражений для переменной  $\epsilon_b$  из формулы (1), применение их в общем виде в математических преобразованиях при развитии теории ползучести железобетона нецелесообразно ввиду их сложности. Поэтому формулу (1) рекомендуется преобразовать к виду:

$$\epsilon_b = a\sigma_b + b\sigma_b^2 + c\sigma_b^3 + d\sigma_b^4 + e\sigma_b^5 \quad (2)$$

либо

$$\sigma_b = A_1\epsilon_b + A_2\epsilon_b^2 + A_3\epsilon_b^3 + A_4\epsilon_b^4 + A_5\epsilon_b^5, \quad (3)$$

где  $a, b, c, d, e$  и  $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5$  – опытные коэффициенты.

Для определения значения коэффициентов  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  и  $e$  представим формулу

(1) в виде  $\varepsilon_b = \frac{1 + p \varepsilon_b}{g + k \varepsilon_b} \sigma_b$ , где  $g = E_b$ ,  $k = -\frac{R_b}{\varepsilon_{b0}^2}$ ,  $p = \frac{E_b}{R_b} - \frac{2}{\varepsilon_{b0}}$ . Подставляя в пра-

вую часть вместо переменной  $\varepsilon_b$  степенной ряд (2) и находя коэффициенты при одинаковых степенях  $\sigma_b$ , получим:

$$a = \frac{1}{E_b}; \quad (4)$$

$$b = \frac{1}{E_b^3} \left[ \left( \frac{E_b}{R_b} - \frac{2}{\varepsilon_{b0}} \right) E_b + \frac{R_b}{\varepsilon_{b0}^2} \right]; \quad (5)$$

$$c = \frac{1}{E_b^5} \left[ \left( \frac{E_b}{R_b} - \frac{2}{\varepsilon_{b0}} \right)^2 E_b^2 + 3 \left( \frac{E_b}{R_b} - \frac{2}{\varepsilon_{b0}} \right) E_b \frac{R_b}{\varepsilon_{b0}^2} + 2 \left( \frac{R_b}{\varepsilon_{b0}^2} \right)^2 \right]; \quad (6)$$

$$d = \frac{1}{E_b^7} \left[ \left( \frac{E_b}{R_b} - \frac{2}{\varepsilon_{b0}} \right)^3 E_b^3 + 6 \left( \frac{E_b}{R_b} - \frac{2}{\varepsilon_{b0}} \right)^2 E_b^2 \frac{R_b}{\varepsilon_{b0}^2} + \right. \\ \left. + 10 \left( \frac{E_b}{R_b} - \frac{2}{\varepsilon_{b0}} \right) E_b \left( \frac{R_b}{\varepsilon_{b0}^2} \right)^2 + 5 \left( \frac{R_b}{\varepsilon_{b0}^2} \right)^3 \right]; \quad (7)$$

$$e = \frac{1}{E_b^9} \left[ \left( \frac{E_b}{R_b} - \frac{2}{\varepsilon_{b0}} \right)^4 E_b^4 + 10 \left( \frac{E_b}{R_b} - \frac{2}{\varepsilon_{b0}} \right)^3 E_b^3 \frac{R_b}{\varepsilon_{b0}^2} + \right. \\ \left. + 30 \left( \frac{E_b}{R_b} - \frac{2}{\varepsilon_{b0}} \right)^2 E_b^2 \left( \frac{R_b}{\varepsilon_{b0}^2} \right)^2 + 35 \left( \frac{E_b}{R_b} - \frac{2}{\varepsilon_{b0}} \right) E_b \left( \frac{R_b}{\varepsilon_{b0}^2} \right)^3 + 14 \left( \frac{R_b}{\varepsilon_{b0}^2} \right)^4 \right]. \quad (8)$$

Значения коэффициентов  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$ ,  $A_4$  и  $A_5$  приведены в диссертации.

Зависимости (2) и (3), описывающие нелинейную связь между мгновенными деформациями и напряжениями, не только достаточно точно аппроксимируют кривую на рис. 1, но и обладают удобством применения в расчетах. Приравнивание нулю слагаемых с высокими степенями позволяет с сохранением нелинейности упрощать формулы (2) и (3) вплоть до первых двух слагаемых правой части.

Нелинейная теория старения бетона позволяет независимо друг от друга использовать законы для описания мгновенных деформаций  $\varepsilon_b$  и функцию напряжения  $f(\sigma_b)$  для деформаций ползучести, которая многими авторами принята в виде зависимости, предложенной Арутюняном Н. Х.:

$$f(\sigma_b) = \sigma_b + \beta \sigma_b^2, \quad (9)$$

где  $\beta$  – параметр нелинейной ползучести.

Уравнение ползучести нелинейной теории старения бетона при учете функции (9) имеет известный вид:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{1}{E(t)} \dot{\sigma}_b + \frac{1}{E_0} \dot{\phi}_t (\sigma_b + \beta \sigma_b^2), \quad (10)$$

где первым слагаемым в правой части описываются упругие деформации бетона по закону Гука.

Учтем в уравнении (10) мгновенную нелинейность бетона с помощью функции (2):

$$\dot{\varepsilon} = (a + 2b \sigma_b + 3c \sigma_b^2 + 4d \sigma_b^3 + 5e \sigma_b^4) \dot{\sigma}_b + \frac{1}{E_0} \dot{\phi}_t [\sigma_b + \Psi \sigma_b^2]. \quad (11)$$

где  $\Psi$  – коэффициент, значение которого уточняется в диссертации.

В диссертации также рассмотрены способы учета мгновенной нелинейности бетона и в других известных теориях ползучести при постоянном и переменном модуле мгновенных деформаций, в частности при  $E(t) = E_0$ , получены следующие уравнения:

- в теории упруго-ползучего тела

$$(1 + 2B_2 \sigma_b + 3B_3 \sigma_b^2 + 4B_4 \sigma_b^3 + 5B_5 \sigma_b^4) \dot{\sigma}_b + (2B_2 + 6B_3 \sigma_b + 12B_4 \sigma_b^2 + 20B_5 \sigma_b^3) \dot{\sigma}_b^2 + \gamma (1 + E_0 \theta) (1 + 2B_2 \sigma_b + 3B_3 \sigma_b^2 + 4B_4 \sigma_b^3 + 5B_5 \sigma_b^4) \dot{\sigma}_b = E_0 (\ddot{\varepsilon} + \gamma \dot{\varepsilon}), \quad (12)$$

где  $\gamma$  – коэффициент;  $\theta = \theta(t)$  – функция времени;

- в теории упругой наследственности бетона

$$(1 + 2B_2 \sigma_b + 3B_3 \sigma_b^2 + 4B_4 \sigma_b^3 + 5B_5 \sigma_b^4) \dot{\sigma}_b + \gamma (1 + E_0 C_0) (\sigma_b + B_2 \sigma_b^2 + B_3 \sigma_b^3 + B_4 \sigma_b^4 + B_5 \sigma_b^5) = E_0 (\dot{\varepsilon} + \gamma \varepsilon), \quad (13)$$

где  $\gamma$ ,  $C_0$ ,  $E_0$  – постоянные коэффициенты;  $B_2 - B_5$  – коэффициенты зависящие от свойств бетона, значения которых приведены в диссертации.

## 2. Построены разрешающие уравнения по расчету напряжений и деформаций бетона и арматуры в сжатых железобетонных элементах, подверженных высоким уровням длительного нагружения с учетом мгновенной нелинейности и нелинейной ползучести бетона.

Рассмотрим сжатый железобетонный элемент, армированный продольными стальными стержнями и поперечными хомутами, к которому приложена продольная сжимающая сила  $N$  постоянной величины.

Введя допущение о том, что арматура не обладает ползучестью и работает упруго, подчиняясь линейному закону Гука, в соответствии с гипотезой о совместности деформаций для центрально-сжатой железобетонной колонны имеем уравнение равновесия

$$A_b \cdot \sigma_b + A_s \cdot E_s \cdot \varepsilon = N, \quad (14)$$

где  $A_b$  – площадь поперечного сечения бетона;  $\sigma_b$  – напряжения в бетоне;  $A_s$  – суммарная площадь поперечного сечения продольной арматуры;  $E_s$  – модуль упругости арматуры;  $\varepsilon$  – продольные деформации элемента.

Для исследования изменения напряженно-деформированного состояния во времени сжатых железобетонных элементов в рамках уточненных теорий ползучести необходимо составить систему алгебраических уравнений, состоящую из уточненного уравнения ползучести (11), (12) или (13) и формулы (14).

Рассмотрим решение задачи в рамках нелинейной теории ползучести, в которой связь между деформациями бетона и напряжениями с учетом мгновенной нелинейности бетона описывается уравнением (11).

Составим систему дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon} = (a + 2b\sigma_b + 3c\sigma_b^2 + 4d\sigma_b^3 + 5e\sigma_b^4)\dot{\sigma}_b + \frac{1}{E_0}\dot{\varphi}_t(\Psi\sigma_b^2 + \sigma_b) \\ A_b\dot{\sigma}_b + A_sE_s\dot{\varepsilon} = 0 \end{cases} \quad (15)$$

Зададим начальные условия:

$$\varphi_t(0) = 0; \quad \varepsilon(0) = \varepsilon_0; \quad \sigma_b(0) = \sigma_{b0}.$$

Подставляя выражения для  $\sigma_b$  и  $\dot{\sigma}_b$ , найденные из формулы (14), в первое уравнение системы (15), имеем

$$\frac{(1 + aZ) + 2bZ(L - Z\varepsilon) + 3cZ(L - Z\varepsilon)^2 + 4dZ(L - Z\varepsilon)^3 + 5eZ(L - Z\varepsilon)^4}{\Psi(L - Z\varepsilon)^2 + (L - Z\varepsilon)} \dot{\varepsilon} = \frac{1}{E_0} \dot{\varphi}_t,$$

где  $\Psi$ ,  $L$  и  $Z$  – коэффициенты, равные  $\Psi = \frac{b}{a} + \beta$ ;  $L = \frac{N}{A_b}$ ;  $Z = \frac{A_sE_s}{A_b}$ .

В результате интегрирования последнего уравнения, получим характер изменения деформаций во времени:

$$\begin{aligned} \varphi_t = E_0 & \left[ -\frac{1 + aZ}{Z} \ln \left| \frac{L - Z\varepsilon}{L - Z\varepsilon_0} \right| + \left( \frac{1 + aZ}{Z} - \frac{2b}{\Psi} + \frac{3c}{\Psi^2} - \frac{4d}{\Psi^3} + \frac{5e}{\Psi^4} \right) \times \right. \\ & \times \ln \left| \frac{\Psi(L - Z\varepsilon) + 1}{\Psi(L - Z\varepsilon_0) + 1} \right| + \frac{Z}{\Psi} \left[ 3c + 4d \left( L - \frac{1}{\Psi} \right) + 5e \left( L^2 - \frac{L}{\Psi} + \frac{1}{\Psi^2} \right) \right] (\varepsilon - \varepsilon_0) - \\ & \left. - \frac{Z^2}{\Psi} \left[ 2d + \frac{5e}{2} \left( 2L + \frac{5}{\Psi} \right) \right] (\varepsilon^2 - \varepsilon_0^2) + \frac{5eZ^3}{3\Psi} (\varepsilon^3 - \varepsilon_0^3) \right]. \quad (16) \end{aligned}$$

Когда важно изучать изменение напряжений бетона  $\sigma_b$  во времени, в первое уравнение системы (15) подставим выражение для  $\dot{\varepsilon}$ , полученного из формулы (14). После интегрирования, получим

$$\begin{aligned} \varphi_t = E_0 & \left[ (W + a) \ln \left( \frac{\sigma_{b0}}{\sigma_b} \right) - \left( W + a - \frac{2b}{\Psi} + \frac{3c}{\Psi^2} - \frac{4d}{\Psi^3} + \frac{5e}{\Psi^4} \right) \ln \left( \frac{\Psi\sigma_{b0} + 1}{\Psi\sigma_b + 1} \right) + \right. \\ & \left. + \left( \frac{3c}{\Psi} - \frac{4d}{\Psi^2} + \frac{5e}{\Psi^3} \right) (\sigma_{b0} - \sigma_b) + \left( \frac{2d}{\Psi} - \frac{5e}{2\Psi^2} \right) (\sigma_{b0}^2 - \sigma_b^2) + \frac{5e}{3\Psi} (\sigma_{b0}^3 - \sigma_b^3) \right]. \quad (17) \end{aligned}$$

где  $\Psi$  и  $W$  – коэффициенты, равные  $\Psi = \frac{b}{a} + \beta$ ;  $W = \frac{A_b}{A_sE_s}$ .

Уравнения (16) и (17) позволяют не только исследовать напряженно-деформированное состояние сжатых железобетонных элементов с учетом мгновенной нелинейности бетона при любых уровнях загрузки, но и определять характеристику ползучести бетона из эксперимента. При задании параметров предель-

ных состояний железобетонных элементов, полученные формулы можно применять в расчетах железобетонных конструкций по предельным состояниям.

Очевидно, что если при расчете не требуется точность пяти членов ряда (2) при аппроксимации диаграммы (см. рис. 1), то можно ограничиться применением первых четырех, трех или двух членов. Приравнивание соответствующих коэффициентов нулю значительно упрощает конечные формулы. В частности, уравнение (16) может быть преобразовано к следующим видам:

$$\varphi_t = E_0 \left[ -\frac{1+aZ}{Z} \ln \left| \frac{L-Z\varepsilon}{L-Z\varepsilon_0} \right| + \left( \frac{1+aZ}{Z} - \frac{2b}{\Psi} + \frac{3c}{\Psi^2} - \frac{4d}{\Psi^3} \right) \ln \left| \frac{\Psi(L-Z\varepsilon)+1}{\Psi(L-Z\varepsilon_0)+1} \right| + \right. \\ \left. + \frac{Z}{\Psi} \left[ 3c + 4d \left( L - \frac{1}{\Psi} \right) \right] (\varepsilon - \varepsilon_0) - \frac{2dZ^2}{\Psi} (\varepsilon^2 - \varepsilon_0^2), \right. \quad (18)$$

$$\varphi_t = E_0 \left[ -\frac{1+aZ}{Z} \ln \left| \frac{L-Z\varepsilon}{L-Z\varepsilon_0} \right| + \right. \\ \left. + \left( \frac{1+aZ}{Z} - \frac{2b}{\Psi} + \frac{3c}{\Psi^2} \right) \ln \left| \frac{\Psi(L-Z\varepsilon)+1}{\Psi(L-Z\varepsilon_0)+1} \right| + \frac{3cZ}{\Psi} (\varepsilon - \varepsilon_0) \right], \quad (19)$$

$$\varphi_t = E_0 \left[ -\frac{1+aZ}{Z} \ln \left| \frac{L-Z\varepsilon}{L-Z\varepsilon_0} \right| + \left( \frac{1+aZ}{Z} - \frac{2b}{\Psi} \right) \ln \left| \frac{\Psi(L-Z\varepsilon)+1}{\Psi(L-Z\varepsilon_0)+1} \right| \right]. \quad (20)$$

Уравнение (17) упрощается аналогичным образом.

Для сравнительного анализа приведем формулы, связывающие характеристику ползучести  $\varphi_t$  либо с деформациями железобетона  $\varepsilon$ , либо с напряжениями в бетоне  $\sigma_b$ , полученные в нелинейной теории ползучести с использованием закона Гука для мгновенных деформаций при совместном решении в системе уравнений формул (10) и (14):

$$\varphi_t = E_0 \left[ -\frac{1+aZ}{Z} \ln \left| \frac{L-Z\varepsilon}{L-Z\varepsilon_0} \right| + \frac{1+aZ}{Z} \ln \left| \frac{\beta(L-Z\varepsilon)+1}{\beta(L-Z\varepsilon_0)+1} \right| \right], \quad (21)$$

$$\varphi_t = E_0 \left[ (W+a) \ln \left( \frac{\sigma_{b0}}{\sigma_b} \right) - (W+a) \ln \left( \frac{\beta\sigma_{b0}+1}{\beta\sigma_b+1} \right) \right], \quad (22)$$

Качественный и количественный анализ уравнений (16) – (22) проведен на основе экспериментальных данных, полученных после испытания сжатых железобетонных призм.

В диссертации также рассмотрено применение и других уточненных теорий ползучести для изучения процессов изменения напряжений и деформаций бетона и арматуры во времени с учетом мгновенной нелинейности бетона. Результатом преобразований являются системы уравнений:

- в рамках теории упругой наследственности

$$\begin{cases} \dot{\sigma}_b = \frac{\gamma E_0 \varepsilon - \gamma(1 + E_0 C_0)(\sigma_b + B_2 \sigma_b^2 + B_3 \sigma_b^3 + B_4 \sigma_b^4 + B_5 \sigma_b^5)}{1 + E_0 W + 2B_2 \sigma_b + 3B_3 \sigma_b^2 + 4B_4 \sigma_b^3 + 5B_5 \sigma_b^4} \\ \dot{\varepsilon} = \frac{-Z(1 + 2B_2 \sigma_b + 3B_3 \sigma_b^2 + 4B_4 \sigma_b^3 + 5B_5 \sigma_b^4)}{\gamma E_0 \varepsilon - \gamma(1 + E_0 C_0)(\sigma_b + B_2 \sigma_b^2 + B_3 \sigma_b^3 + B_4 \sigma_b^4 + B_5 \sigma_b^5)} \end{cases}; \quad (23)$$

- в рамках теории упруго-ползучего тела при  $E(t) = E_0$

$$\begin{cases} \dot{\sigma}_b = p \\ \dot{p} = -\frac{Kp^2 + \gamma EWp + \Gamma \Xi p}{\Sigma + EW} \\ \dot{\varepsilon} = q \\ \dot{q} = -\frac{KZq^2 + \Gamma \Xi Zq + \gamma E q}{\Sigma Z + E} \end{cases}, \quad (24)$$

где обозначено  $\Xi = 1 + 2B_2 \sigma_b + 3B_3 \sigma_b^2 + 4B_4 \sigma_b^3 + 5B_5 \sigma_b^4$ ;  $\Gamma = \gamma(1 + E_0 \theta)$ ;

$$K = 2B_2 + 6B_3 \sigma_b + 12B_4 \sigma_b^2 + 20B_5 \sigma_b^3.$$

Системы уравнений (23) и (24) необходимо численно интегрировать с помощью специальных пакетов математических программ *Mathematica 9*, *MATLAB 8.2*, *Maple 17* и др.

Отметим особенности применения уравнения (11) для исследования изменения напряжений в бетоне и деформаций во времени с учетом мгновенной нелинейности бетона и нелинейной ползучести:

- дифференциальные уравнения позволяют получить разрешающие уравнения для определения напряжений и деформаций в бетоне и арматуре;
- постоянные коэффициенты  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  и  $e$ , входящие в слагаемые правой части функции (2), сохраняются в процессе решения, благодаря чему обеспечивается математическая связь с формулой *Eurocode 2* и учитываются нелинейные свойства бетона, в том числе касательный модуль деформаций;
- характеристики бетона и арматуры, которые содержатся в слагаемых дифференциальных уравнений, могут быть либо с достаточной точностью получены экспериментально, либо позаимствованы из имеющейся нормативной литературы.
- расчетный аппарат теории старения позволяет получить в явном виде выражение для характеристики ползучести бетона с учетом мгновенных нелинейных свойств бетона.

В отличие от других теорий ползучести теория старения, как самостоятельный раздел теории железобетона, является наиболее доступной для расчетов сжатых железобетонных элементов, нагруженных постоянной силой. Для данного типа задач, рассматриваемых с учетом мгновенной нелинейности бетона, она позволяет получить решение задачи в простой замкнутой форме, что невозможно

сделать при использовании других уточненных теорий ползучести: определить характеристику ползучести бетона, напряжения и деформации в бетоне с учетом мгновенных нелинейных свойств бетона.

### **3. Поставлены и проведены эксперименты по длительному нагружению сжатых железобетонных элементов и изучению влияния мгновенной нелинейности бетона на напряжения и деформации в бетоне и арматуре, а также на величину характеристики ползучести бетона.**

С целью проверки полученных теоретических выкладок и выявления влияния нелинейной диаграммы мгновенного деформирования бетона, нормируемой *Eurocode 2* (см. рис. 1), на характеристику ползучести бетона, в лаборатории кафедры железобетонных и каменных конструкций СПбГАСУ проведены эксперименты длительного нагружения продольно армированных центрально-сжатых железобетонных призм. Испытания проводились при постоянной нагрузке при высоких уровнях нагружения, характеризующих область нелинейной ползучести.

При проведении экспериментальных исследований принято допущение о том, что в испытуемых образцах, арматура работает упруго по закону Гука вплоть до достижения предела текучести.

Для армирования железобетонных образцов использовались единые пространственные каркасы, которые состояли из 4-х продольных стержней Вр-1 диаметром 5,0 мм ГОСТ 6727–80 (разрывное усилие – 1350 кгс), двух торцевых стальных пластинок 100×100 мм или 70×70 мм толщиной 4 мм ГОСТ 19903–74 и поперечных хомутов, расставленных с шагом  $39 \pm 1$  мм (проволока диаметром 1,3 мм ГОСТ 3282–74). Такие ограничения обусловлены мощностью экспериментальных установок.

В соответствии с требованием СП63.13330.2012 расстояние в плане от краев торцевой пластинки до продольной оси арматуры принято 22,5 мм для обеспечения защитного слоя бетона, минимального расстояния между стержнями арматуры, совместной работы арматуры с бетоном и качественной укладки и уплотнения бетонной смеси. Соединение продольной арматуры с торцевыми пластинками осуществлялось с внешней стороны электрической дуговой сваркой электродами марки Э46 ГОСТ 9466–75.

Проектируемый бетон по ГОСТ 26633–91: мелкозернистый плотной структуры на цементном вяжущем классом по прочности на сжатие в проектном возрасте – В15.

Состав бетонной смеси из расчета сухих материалов на 1,0 м<sup>3</sup> и на объем в размере 0,175 м<sup>3</sup>, требуемый для изготовления всех образцов (91 шт.), приведен в табл. 1. Все образцы были изготовлены из одного замеса.

Средняя плотность бетонной смеси  $\rho_{см}$  и осадка конуса ОК определялись в соответствии с методикой ГОСТ 10181–2000:  $\rho_{см} = 2390$  кг/м<sup>3</sup>; ОК = 7,0 см.

Изготовление образцов, их твердение и хранение до момента испытаний, процесс проведения испытаний, обработка результатов испытаний, применяемое оборудование и приборы удовлетворяли требованиям ГОСТ 10180–90, ГОСТ 24452–80, ГОСТ 24544–81\*.

Испытания по определению продольных деформаций  $\epsilon$  железобетонных призм проводились в соответствии с методикой ГОСТ 24544–81\* в пружинных прессах (УП) на образцах негидроизолированных от влагообмена с окружающей средой. Общее количество испытанных призм – 9 шт. Образцы были разбиты на 3 серии, в каждой из которой было по 3 призмы (табл. 2). Контроль нагрузки на образцы осуществлялся с помощью динамометра переносного эталонного 3-го разряда ДОС-3-200И (рис. 2).

Таблица 1

Состав бетонной смеси для изготовления образцов

Объем, м <sup>3</sup>	Цемент ЦЕМ II/A-III 32,5 Б ГОСТ 31108–2003, ГОСТ 30515–97, кг	Щебень гранитный фр. 5-10 мм ГОСТ 8267–93, кг	Песок карьерный намывной ГОСТ 8736–93, кг	Вода ГОСТ 23732–79, л
1,0	275	1210	700	220
0,175	48,125	211,75	122,5	38,5

Таблица 2

Условия длительных испытаний

Серия образцов	Номер пружинной установки	Номера образцов	Размеры, мм	Сила, кгс	Начальный уровень загрузки
№ 1	УП-1, УП-2, УП-3	68, 69, 70	100×100×400	12000	0,78
№ 2	УП-5, УП-6, УП-7	80, 81, 82	70×70×280	5400	0,66
№ 3	УП-4, УП-8, УП-9	83, 84, 85	70×70×280	7200	0,87

Время, затраченное на загрузку каждого образца не превышало 15 мин. Продольные деформации измерялись с помощью тензометров второй модели ТА-2-1 системы Аистова Н. Н. с точностью 0,001 мм, установленных с четырех граней призм на базе 100 мм. Начальный отсчет показаний индикаторов снимался непосредственно после закрепления приборов на призмах, второй отсчет – через 4 ч. Последующее снятие отсчетов производилось через одни сутки, затем на 2, 3, 7 сут. и далее через каждые 7 сут. до конца испытаний. Продолжительность длительных испытаний – 238 сут. Процесс разгрузки образцов не исследовался. Температура воздушной среды находилась в пределах  $(19 \pm 3)^\circ\text{C}$ , относительная влажность воздуха –  $(59 \pm 15)\%$ .

Результаты кратковременных испытаний приведены в табл. 3.

При теоретическом обобщении результатов кратковременных испытаний установлено, что прочность бетона на сжатие в зависимости от его возраста хорошо описывает формула Щербакова:

$$R_t = R_{28} \left[ 1 + \frac{a}{c+B} \left( \frac{t-28}{t+d} \right) \right], \quad (25)$$

где  $R_{28}$  – кубиковая прочность бетона в возрасте 28 сут.;  $B$  – класс бетона для возраста 28 сут. ( $B = 15$ );  $a = 23$ ,  $c = 55$ ,  $d = 11$ ;  $t$  – возраст бетона.



## Результаты кратковременных испытаний

Показатель	Размеры образца, мм	Возраст бетона в момент испытания, сут.									
		7	14	21	28	252					
		Показания прочности, кгс/см <sup>2</sup>									
$R_k$	100×100×100	142,8	145,6	160,9	161,7	198,2	214,2	227,4	231,1	232,8	251,4
	70×70×70	148,4		162,4		230,1		234,8		270,0	
$R_b$	100×100×400	--	--	143,0	131,4	--	--	172,0	170,2	199,5	189,1
	70×70×280	--		119,7		--		168,3		178,7	
$R_{ж.б.}$	100×100×400	--	--	160,2	174,0	--	--	211,0	225,4	223,0	250,3
	70×70×280	--		187,7		--		239,8		277,6	
$E_b$ :	100×100×400	--	--	250000	--	--	--	--	--	310000	--

Примечание. Прочность образцов приведена к прочности базового образца.  $R_{ж.б.}$  – прочность железобетонных образцов;  $R_k$  – кубиковая прочность бетона

Зависимость между значениями модуля упругости бетона и его прочностью с требуемой точностью устанавливается по формуле Графа

$$E_b = \frac{1000000}{1,7 + \frac{360}{R_k}} \quad (26)$$

Выявление влияния мгновенной нелинейности бетона и способов аппроксимации диаграммы мгновенного деформирования бетона (см. рис. 1) на характеристику ползучести устанавливаем по формулам (16), (18)–(21). Графически результаты расчетов  $\varphi_t$  приведены на рис. 3. Из рисунка видно, что результаты по уравнениям (16), (18)–(20) являются схожими, но заметно отличаются от линейной модели.

В табл. 4 приведены результаты расчета характеристики ползучести  $\varphi_t$  на вторые сутки испытаний и коэффициента ползучести  $\varphi_{\infty}$  на 238 сутки.

В результате выявлено влияние мгновенной нелинейности бетона:

– характеристика ползучести  $\varphi_p$ , полученная с применением нелинейных моделей для мгновенных деформаций бетона, меньше характеристики



Рис. 2. Испытание образцов на ползучесть и контроль нагрузки с помощью динамометра

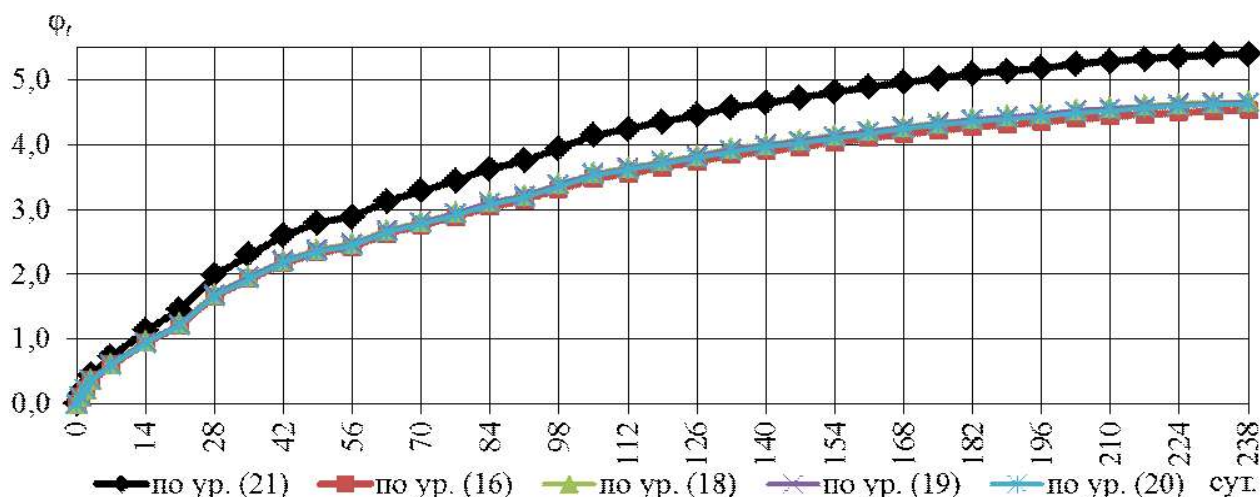


Рис. 3. Изменение характеристики ползучести  $\varphi_t$  во времени по линейной и нелинейным моделям мгновенного деформирования бетона при высоких уровнях нагружения

Таблица 4

Характеристика ползучести

Модель для мгновенных деформаций	Уравнение для $\varphi_t$	Величина $\varphi_t$	Отклонение от лин. модели	Величина $\varphi_\infty$	Отклонение от лин. модели
		на 2 сут.		на 238 сут.	
1 член ряда (2), линейная модель	(21)	0,131	--	5,387	--
2 члена ряда (2)	(20)	0,107	18,3 %	4,620	14,2 %
3 члена ряда (2)	(19)	0,110	16,0 %	4,648	13,7 %
4 члена ряда (2)	(18)	0,112	14,5 %	4,659	13,5 %
5 членов ряда (2)	(16)	0,111	15,3 %	4,523	16,0 %

ползучести, полученной на основе закона Гука для мгновенных деформаций бетона, в среднем на 16 %;

– коэффициент ползучести, определенный с учетом нелинейной модели для мгновенных деформаций меньше коэффициента ползучести, полученного с применением линейного закона Гука в среднем на 14 %;

– при учете в расчетах нормативной характеристики ползучести взятой из СП, расчетные напряжения бетона превышают фактические до 29 %, что приводит к занижению теоретических напряжений в арматуре.

**4. Предложен приближенный способ учета мгновенной и длительной нелинейности деформирования бетона в расчетах нормативной условной критической силы.**

Условная критическая сила в соответствии с СП 63.13330.2012 определяется по формуле

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 D}{l_0^2}, \quad (27)$$

где  $D$  и  $l_0$  – жесткость и расчетная длина железобетонного элемента.

Для удобства вычислений и сравнения значений условной критической силы для железобетонного элемента прямоугольного поперечного сечения с симметричным расположением продольной арматуры относительно оси, проходящей через центр тяжести перпендикулярно сечению, запишем формулу (27) в общем виде

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 E_b b h^3}{l_0^2} \left[ \frac{0,0125}{\varphi_l (0,3 + \delta_e)} + 0,175 \alpha \mu \left( \frac{h_0 - a}{h} \right)^2 \right], \quad (28)$$

где  $\alpha = \frac{E_s}{E_b}$ ;  $\mu = \frac{A_{sc,tot}}{bh}$ ;  $\delta_e$  – относительное значение эксцентриситета продольной силы;  $\varphi_l$  – коэффициент, учитывающий влияние длительности действия нагрузки

$$\varphi_l = 1 + \frac{M_{II}}{M_1}, \quad (29)$$

$M_{II}$  и  $M_1$  – моменты относительно центра наиболее растянутого и наименее сжатого (при целиком сжатом сечении) стержня арматуры соответственно от действия полной нагрузки и от действия постоянных и длительных нагрузок.

Заметим, что мгновенная нелинейность бетона (см. рис. 1), описываемая формулой (1), не учитывается при определении значения  $N_{cr}$  по формуле (28).

Интерес вызывает сравнение коэффициента  $\varphi_l$ , определяемого по формуле (29), которым нормируется ползучесть бетона при продолжительном действии сжатой нагрузки, с коэффициентом, входящим в выражение для длительного модуля упругости бетона. Для анализа влияния ползучести и мгновенной нелинейности бетона на величину условной критической силы рассмотрена следующая задача.

**Условие.** Железобетонная колонна длиной 10,0 м сплошного прямоугольного поперечного сечения высотой  $h = 50$  см и шириной  $b = 40$  см имеет шарнирное опирание на двух концах.

**Требуется.** Определить по действующим российским нормам СП и по предложенной автором методике величину условной критической силы  $N_{cr}$  и оценить полученные результаты.

#### **Исходные материалы:**

Бетон тяжелый класса по прочности на сжатие В25 ГОСТ 26633–91:

– призмная прочность  $R_b = 148$  кгс/см<sup>2</sup>,

– модуль упругости  $E_b = 306\,000$  кгс/см<sup>2</sup>.

Арматурная сталь периодического профиля класса А400 ГОСТ 5781–82:

– расчетное сопротивление сжатию  $R_{sc} = 3620$  кгс/см<sup>2</sup>,

– модуль упругости  $E_s = 2 \cdot 10^6$  кгс/см<sup>2</sup>.

Расстояние от равнодействующей усилий в арматуре  $S$  до ближайшей грани сечения  $a = a' = 4$  см.

#### **Решение.**

Определим коэффициенты  $\alpha$  и  $\delta_e$ , расчетную длину  $l_0$  и гибкость  $\lambda$  колонны

$$\alpha = 6,54 \quad \delta_e = 0,7, \quad l_0 = 1,0H = 10,0 \text{ м}, \quad \lambda = 20.$$

Принимаем арматуру  $2 \times 2\text{Ø}16\text{A}400$  с площадью сечения стержня  $2,011 \text{ см}^2$  и общей площадью  $A_{sc,tot} = 8,04 \text{ см}^2$ ; коэффициент армирования  $\mu = 0,004$ .

Найдем прочность сечения  $N_{ult}$  при гибкости колонны  $\lambda = 20$  по формуле:

$$N_{ult} = \varphi (R_b A + R_{sc} A_{sc,tot}),$$

где  $\varphi = 0,7$  при  $\lambda = 20$ .

$$N_{ult} = 226\,700 \text{ кгс.}$$

### Определение условной критической силы по нормативной методике и по предложениям автора

1. *Определение условной критической силы согласно требованиям российских норм СП.*

В соответствии с СП принимаем отношение  $\frac{M_{II}}{M_1} = 1$ , тогда коэффициент

$\varphi_{II} = 2$ . Подставляя исходные данные в формулу (28), вычислим величину условной критической силы:

$$N_{cr1} = 143100 \text{ кгс.}$$

2. *Определение условной критической силы с учетом касательного модуля в соответствии с рекомендациями Байкова В. Н.*

Касательный модуль  $E_{кас}$  связан с законом мгновенного деформирования бетона и зависит от уровня нагружения бетона и величины проявившихся деформаций в железобетонном элементе  $\epsilon_b$  при заданном уровне нагружения.

$$\text{Найдем напряжения в бетоне: } \sigma_b = \frac{N_{cr}}{N_{ult}} \cdot R_b = \frac{143100}{226700} \cdot 148 = 93,4 \text{ кгс/см}^2.$$

Подставляя полученные напряжения в формулу (1), используя программу *Mathcad 15*, определим деформации, соответствующие данному напряжению:

$$\epsilon_{b(E2)} = 49,71 \cdot 10^{-5}.$$

Дифференцируя формулу (1) по переменной  $\epsilon_b$ , получим

$$E_{кас(E2)} = \frac{\left( E_b - 2 \frac{R_b}{\epsilon_{b0}^2} \epsilon_b \right) \left[ 1 + \left( \frac{E_b}{R_b} - \frac{2}{\epsilon_{b0}} \right) \epsilon_b \right] - \left( E_b \epsilon_b - \frac{R_b}{\epsilon_{b0}^2} \epsilon_b^2 \right) \left( \frac{E_b}{R_b} - \frac{2}{\epsilon_{b0}} \right)}{\left[ 1 + \left( \frac{E_b}{R_b} - \frac{2}{\epsilon_{b0}} \right) \epsilon_b \right]^2}.$$

Подставляя величину найденных деформаций в полученную формулу, определим касательный модуль:  $E_{кас(E2)} = 110700 \text{ кгс/см}^2$ .

Вычислим коэффициент  $\alpha_1 = 18,07$ .

Подставив исходные данные, касательный модуль  $E_{кас(E2)}$  и коэффициент  $\alpha_1$  в формулу (28), вычислим величину условной критической силы:

$$N_{cr2} = 82820 \text{ кгс.}$$

Касательный модуль можно определять, используя и степенной ряд (3), в том числе, ограничиваясь в нем первыми двумя, тремя или четырьмя членами. Однако не смотря на приемлемую аппроксимацию рядом (3) нелинейной диаграммы мгновенного деформирования бетона, его применение при определении касательного модуля может привести к заметной погрешности и к грубым ошибкам в итоговых результатах, поэтому рекомендуется использовать формулу Eurocode 2 (1).

3. *Определение условной критической силы по предложению автора с учетом*

В этом случае коэффициент  $\varphi_{l2}$  определяется выражением

$$\varphi_{l2} = 1 + \varphi_{b,cr} \quad (30)$$

где для бетона класса В25 и влажности от 40 до 75 % коэффициент  $\varphi_{b,cr} = 2,5$ .

Касательный модуль здесь не учитывается, подставив исходные данные и коэффициент  $\varphi_{l2}$ , вычисленный по формуле (30), определим условную критическую силу по формуле (28):

$$N_{cr3} = 102\ 600 \text{ кгс.}$$

4. *Определение условной критической силы по предложению автора с совместным учетом коэффициента ползучести  $\varphi_{b,cr}$  и касательного модуля.*

В данном случае условная критическая сила по формуле (28) равна:

$$N_{cr4} = 68\ 200 \text{ кгс.}$$

5. *Определение условной критической силы с учетом параметра ползучести  $\Psi$ , предложенным автором.*

В данном случае коэффициент  $\varphi_{l3}$  определяется выражением

$$\varphi_{l3} = 1 + \left[ 1 + \left( \frac{b}{a} + \beta \right) \sigma_b \right] \varphi_{b,cr} \quad (31)$$

где  $a$  и  $b$  – коэффициенты, определяемые по формулам (4) и (5);  $\beta$  – коэффициент, равный 0,0033.

Тогда по формуле (31)  $\varphi_{l3} = 5,177$ .

Условная критическая сила по формуле (28) при использовании – модуля упругости  $E_b$

$$N_{cr5} = 85\ 150 \text{ кгс;}$$

– касательного модуля  $E_{кас(E2)}$

$$N_{cr6} = 61\ 880 \text{ кгс.}$$

Таким образом, рассмотрены 6 вариантов формул по определению условной критической силы  $N_{cr}$ . Результаты расчетов сведены в табл. 5.

Из табл. 5 видно влияние касательного модуля  $E_{кас}$ , связанного с мгновенной нелинейностью бетона, и коэффициента ползучести  $\varphi_{b,cr}$  на величину условной критической силы: значения  $N_{cr}$ , определенная по нормативной методике и определенная с учетом касательного модуля  $E_{кас}$ , отличаются на 42 %; в случае введе-

ния коэффициента ползучести  $\varphi_{b,cr}$  в формулу (29) вместо отношения  $\frac{M_{l1}}{M_1}$  при использовании модуля упругости  $E_b$  отличия составляют 28 % и при использовании касательного модуля  $E_{кас}$  – 52 %; при введении поправочного коэффициента,

учитывающего мгновенную нелинейность и нелинейную ползучесть бетона, отличия составляют 40 % и 57 %, соответственно.

Таблица 5

**Результаты расчета критической силы**

№ п/п	Величина модуля $E_b$ или $E_{кас}$ , кгс/см <sup>2</sup>		Формула для определения коэффициента $\varphi_{li}$ и его величина			Условная критическая сила $N_{cr}$ , кгс/см <sup>2</sup>		Отличие от $N_{cr1}$
1	$E_b$	306000	(29)	$1 + \frac{M_{I1}}{M_1}$	2	$N_{cr1}$	143100	--
2	$E_{кас}$	110700				$N_{cr2}$	82820	42 %
3	$E_b$	306000	(30)	$1 + \varphi_{b,cr}$	3,5	$N_{cr3}$	102600	28 %
4	$E_{кас}$	110700				$N_{cr4}$	68200	52 %
5	$E_b$	306000	(31)	$1 + \left[ 1 + \left( \frac{b}{a} + \beta \right) \sigma_b \right] \varphi_{b,cr}$	5,177	$N_{cr5}$	85150	40 %
6	$E_{кас}$	110700				$N_{cr6}$	61880	57 %

В диссертации рассмотрены и другие примеры для определения условной критической силы. Установлено, что абсолютно для всех железобетонных колонн существует аналогичный сильный разброс величин  $N_{cr}$ . Полученные результаты указывают на необходимость учета в расчетах сжатых железобетонных конструкций, находящихся при высоких уровнях загрузки, уточненного значения коэффициента ползучести, мгновенной нелинейности, нелинейной ползучести бетона, а также касательного модуля.

**ОБЩИЕ ВЫВОДЫ**

1. Разработана методика учета мгновенной нелинейности бетона, нормируемой *Eurocode 2*, в рамках существующих теориях ползучести: теории упруго-ползучего тела, теории упругой наследственности бетона и теории старения бетона.

2. Разработана методика определения напряженно-деформированного состояния сжатых стержневых железобетонных элементов с учетом мгновенной нелинейности бетона и ползучести бетона при высоких уровнях длительного нагружения в рамках уточненных теорий ползучести бетона.

3. Уточненная нелинейная теория ползучести бетона не только достаточно точно описывает экспериментальные данные испытаний сжатых железобетонных элементов, нагруженных постоянной силой, но позволяет получить аналитические выражения для напряжений и деформаций бетона, а также характеристики ползучести бетона, предельная величина которой применяется в расчетах железобетонных конструкций.

4. Экспериментально изучено влияние мгновенной нелинейности бетона на характеристику ползучести бетона и величину напряжений в бетоне сжатых стержневых железобетонных элементов, нагруженных постоянной силой: коэффициент ползучести, определенный с учетом нелинейной модели для мгновенных де-

формаций меньше коэффициента ползучести, полученного с применением линейного закона Гука в среднем на 14 %; при учете в расчетах нормативной характеристики ползучести взятой из СП, расчетные напряжения превышают фактические до 29 %. Это приводит к занижению теоретических напряжений в арматуре от действительных значений.

5. Установлено, что несмотря на достаточно точную аппроксимацию нелинейного графика мгновенного деформирования бетона первыми двумя, тремя и четырьмя членами степенного ряда, их применение в расчетах касательного модуля деформаций приводит к погрешностям. Для определения касательного модуля деформаций необходимо использовать либо пять членов степенного ряда, либо формулу из *Eurocode 2*.

6. Неучет мгновенной нелинейности бетона и, связанного с ней касательного модуля деформаций, а также неучет нелинейной ползучести при определении условной критической силы приводит к сильному искажению результатов расчета по сравнению с условной критической силой, вычисленной по действующим СП РФ.

### **III. ОСНОВНЫЕ НАУЧНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИОННОГО ИССЛЕДОВАНИЯ**

**публикации в периодических научных изданиях, рекомендованных ВАК РФ:**

1. Елистратов, В.Н. Учет мгновенной нелинейности бетона в уравнениях ползучести бетона / В.Н. Елистратов // Вестник гражданских инженеров. – 2012. – № 3(32). – С. 115-118 (0,25 п. л.).

2. Елистратов, В.Н. Экспериментально-теоретическое получение характеристики ползучести бетона при высоких уровнях загрузки с учетом мгновенной нелинейности / В.Н. Елистратов // Вестник гражданских инженеров. – 2013. – № 4(39). – С. 92-99 (0,5 п. л.).

3. Елистратов, В.Н. Расчет сжатых железобетонных элементов с учетом ползучести бетона / В.Н. Елистратов // Вестник гражданских инженеров. – 2013. – № 5(40) – С. 85 – 90 (0,5 п. л.)

4. Елистратов, В.Н. К вопросу расчета сжатых железобетонных элементов с учетом мгновенной нелинейности и нелинейной ползучести бетона / В.Н. Елистратов [Электронный ресурс] // Современные проблемы науки и образования. – 2013. – № 6 – Режим доступа: <http://www.science-education.ru/113-11801> (1,625 п.л.).

**публикации в других изданиях:**

5. Елистратов, В.Н. Учет кратковременной нелинейности в уравнениях ползучести / В.Н. Елистратов // Актуальные проблемы современного строительства: сб. материалов 60-й Междунар. науч.-техн. конф. молодых ученых / СПбГАСУ. – СПб., 2007. – Ч. I. – С. 131-136 (0,31 п. л.).

6. Елистратов, В.Н. Учет кратковременной нелинейности в уравнениях ползучести бетона / Н.А. Елистратов, В.Н. Елистратов, Р.С. Санжаровский // Докл.

66-й науч. конф. проф., препод., науч. работн., инж. и асп. ун-та / СПбГАСУ. – СПб., 2009. – Ч. I. – С. 34-39 (0,31 п. л./0,1 п. л.).

7. Елистратов, В.Н. Нелинейная теория ползучести бетона при циклических нагрузениях / Н.А. Елистратов, В.Н. Елистратов, Р.С. Санжаровский // Докл. 67-й науч. конф. проф., препод., науч. работн., инж. и асп. ун-та / СПбГАСУ. – СПб., 2010. – Ч. I. – С. 104-109 (0,31 п. л./0,1 п. л.).

8. Елистратов, В.Н. Учет мгновенной нелинейности бетона при построении характеристики ползучести / Р.С. Санжаровский, В.Н. Елистратов // Докл. 68-й науч. конф. проф., препод., науч. работн., инж. и асп. ун-та / СПбГАСУ. – СПб., 2011. – Ч. IV. – С. 124-129 (0,31 п. л./0,16 п. л.).



Компьютерная верстка И. А. Яблоковой

Подписано к печати 25.04.14. Формат 60×84 1/16. Бум. офсетная.

Усл. печ. л. 1,4. Тираж 120 экз. Заказ 32.

Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет.  
190005, Санкт-Петербург, 2-я Красноармейская ул., д. 4.

Отпечатано на ризографе. 190005, Санкт-Петербург, 2-я Красноармейская ул., д. 5.





