

На правах рукописи



АСКИНАЗИ ВЛАДИМИР ЮРЬЕВИЧ

**ПРОСТРАНСТВЕННАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ ЭЛЕМЕНТОВ
СТАЛЬНЫХ РАМНЫХ КОНСТРУКЦИЙ ПЕРЕМЕННОЙ
ЖЕСТКОСТИ**

Специальность **05.23.01** – **Строительные конструкции, здания и сооружения**

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Санкт-Петербург – 2017

Работа выполнена в ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет».

Научный руководитель: **Белый Григорий Иванович**
доктор технических наук, профессор

Официальные оппоненты: **Зверев Виталий Валентинович**
доктор технических наук, профессор,
ФГБОУ ВО «Липецкий государственный технический университет», заведующий кафедрой
металлических конструкций

Данилов Александр Иванович
кандидат технических наук, доцент,
ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский
Московский государственный строительный
университет», кафедра металлических
и деревянных конструкций

Ведущая организация: **Центральный научно-исследовательский
институт строительных конструкций
(ЦНИИСК) имени В. А. Кучеренко**

Защита диссертации состоится 20 сентября 2017 г. в 14³⁰ часов на заседании диссертационного совета Д **212.223.03** при ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет» по адресу: 190005, Санкт-Петербург, 2-я Красноармейская ул., д. 4, зал заседаний диссертационного совета (аудитория 219).

Тел./Факс: (812) 316-58-72

Эл. почта: rector@spbgasu.ru

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет» и на сайте <http://dis.spbgasu.ru/specialtys/personal/askinazi-vladimir-yurevich>.

Автореферат разослан 10 июля 2017 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета
доктор технических наук,
профессор



Кондратьева Лидия Никитовна

I. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования. В практике строительства зданий и сооружений различного назначения в качестве несущих конструкций широкое распространение получили стальные порталные рамы. Основным нагружением стержневых элементов таких конструкций является сжатие с изгибом, что делает необходимым их расчет на устойчивость. Однако для элементов рам переменной жесткости в СП 16.13330.2011 отсутствуют указания и положения по их расчету и проектированию, что сдерживает применение таких эффективных конструкций на территории Российской Федерации. Существующий объем известных исследований пространственной устойчивости стержней с переменной жесткостью крайне ограничен и не позволяет создать практическую методику расчета в соответствии с отечественными нормами.

В связи с этим, в настоящее время исследование устойчивости стержневых элементов рам переменной жесткости по пространственно-деформированной схеме (пространственная устойчивость), которая, учитывая геометрические несовершенства, проявляется при любом виде нагружения, является актуальной задачей. Решение этой задачи позволит создать практическую методику их расчета с введением новых коэффициентов устойчивости, которая должна соответствовать отечественным нормам проектирования.

Степень разработанности темы исследования. Вопрос устойчивости по пространственно-деформированной схеме тонкостенных стержней открытого профиля с постоянным сечением изучен достаточно подробно. Основы расчета таких элементов были заложены в прошлом веке в технической и деформационной теориях В.З. Власова, дополненные и расширенные такими учеными, как Б.М. Броуде, Л.Н. Воробьев и С.П. Вязьменский. Ключевые дифференциальные уравнения деформационной теории расчета тонкостенных призматических стержней открытого профиля были обобщены Е.А. Бейлиным. Однако ввиду того, что система дифференциальных уравнений равновесия тонкостенного стержня, как правило, не имеет замкнутого решения даже в упругой стадии работы материала, поэтому рядом исследователей были предложены различные методы ее решения. Среди них следует выделить аналитически-численный метод Г.И. Белого, который позволяет относительно быстро и с высокой точностью получать решение задачи о пространственной устойчивости не только в упругой, но и в упруго-пластической стадиях работы материала.

Среди отечественных авторов, которые в настоящее время активно занимаются вопросами развития теории устойчивости и исследованиями тонкостенных стержней, также следует выделить работы Э.Л. Айрумяна, Л.М. Каган-Розенцвейга, И.И. Ведякова, М.И. Гуковой, В.Н. Симбиркина, В.В. Зверева, А.Р. Туснина, А.И. Данилова, О.А. Тусниной, Н.И. Ватина, В.В. Лалина, В.В. Улитина, И.Л. Кузнецова, А.У. Богдановича, В.В. Катюшина и др.

На постсоветском пространстве имеется крайне ограниченное число исследований, посвященных расчету стержневых элементов рам переменной жесткости на устойчивость по пространственно-деформированной схеме. К таким работам следует отнести исследования С.И. Билыка, А.У. Богдановича, А.У. Богдановича и И.Л. Кузнецова, а также А.И. Колесова и др. Однако ввиду каче-

ственных недостатков, результаты ни одного из исследований не позволяют быстро и эффективно создать инженерную методику расчета элементов рам переменной жесткости на пространственную устойчивость.

Из зарубежных исследований пространственной устойчивости двутавровых стержней переменной жесткости следует выделить работы I.M. Aghoury и др., A. Andrade и др., N. Boissonnade и R. Maquoi, G.A. Jimenez, G.A. Jimenez и T.V. Galambos, B. Khaleghi, M.C. Kim и др., Y.D. Kim, Y.D. Kim и D.W. White, L.R.S. Marques, S. Rajasekaran, H.R. Ronagh и др., A.H. Salem и др., Y.-B. Yang и J.-D. Yau и др. Все работы указанных авторов связаны с исследованиями методом конечных элементов (МКЭ).

Разработать инженерную методику расчета на пространственную устойчивость таких стержней, соответствующей СП 16.13330.2011, на базе выполненных зарубежных исследований также не представляется возможным по ряду причин. Во-первых, применение МКЭ для получения широкого диапазона результатов, необходимых для разработки инженерной методики, представляется нерациональным ввиду значительного количества затрачиваемого времени. Во-вторых, существующий объем доступных результатов зарубежных исследований недостаточен для создания инженерной методики расчета. В-третьих, заимствование или адаптация зарубежных норм расчета таких элементов на устойчивость невозможно ввиду разности исторически сложившихся подходов.

В свете сказанного, в настоящем исследовании для исследования пространственной устойчивости стержней переменной жесткости используется аналитически-численный подход Г.И. Белого, позволяющий получать результаты расчета на несколько порядков быстрее, чем при использовании МКЭ комплексов.

Цель исследования – разработка метода расчета на пространственную устойчивость стержневых элементов рамных конструкций переменной жесткости, обладающего быстродействием и достаточной точностью для построения инженерной методики.

Задачи исследования:

1. Решение бифуркационных задач устойчивости центрально- и внецентренно-сжатых двутавровых стержней переменной жесткости с получением значений критических сил и соответствующих им изгибных и изгибно-крутильных форм потери устойчивости.

2. Разработка метода и программы определения напряженно-деформированного состояния, пространственной работы и устойчивости двутавровых стержней переменной жесткости.

3. Анализ пространственной устойчивости двутавровых стержней переменной жесткости при различных геометрических параметрах (гибкость, угол наклона и сужения поясов, и др.) и схемах загрузки.

4. Верификация достоверности результатов, получаемых с помощью разработанного метода, путем сравнения их с данными натурных экспериментов зарубежных авторов, а также с результатами численного исследования методом конечных элементов.

5. Разработка инженерной методики расчета на пространственную устойчивость стержневых элементов рамных конструкций переменной жесткости

при внецентренном сжатии с различными концевыми двухосными эксцентриситетами, соответствующей отечественным Нормам проектирования стальных конструкций СП 16.13330.2011.

Объект исследования – тонкостенный стержневой двутавровый элемент бисимметричного поперечного сечения, жесткость которого переменна по длине за счет линейно-изменяющейся высоты стенки и ширины поясов.

Предмет исследования – пространственная работа и устойчивость.

Научная новизна исследования заключается в достижении следующих конкретных результатов:

1. Выполнено решение бифуркационных задач устойчивости центрально- и внецентренно-сжатых двутавровых стержней переменной жесткости. Получены и проанализированы новые результаты по критическим силам и соответствующим им изгибным и изгибно-крутильным формам потери устойчивости. Достоверность полученных результатов верифицирована путем их сравнения с результатами численного исследования методом конечных элементов.

2. Разработан метод и программа определения напряженно-деформированного состояния, пространственной работы и устойчивости двутавровых стержней переменной жесткости.

3. Получены новые результаты исследований о влиянии различных геометрических параметров (гибкость, угол наклона и сужения поясов, и др.) и схем загрузки двутавровых стержней переменной жесткости на их пространственную устойчивость.

4. Верифицирована достоверность получаемых с помощью разработанного метода результатов путем сравнения с данными натурных экспериментов зарубежных авторов, а также с результатами численного исследования методом конечных элементов.

5. Разработана инженерная методика расчета на пространственную устойчивость элементов рам переменной жесткости с введением новых коэффициентов устойчивости, соответствующих действующим Нормам проектирования стальных конструкций СП 16.13330.2011.

Теоретическая и практическая значимость работы. Разработанный метод и программа расчета позволяют на несколько порядков быстрее и без потери точности найти предельную силу для двутавровых элементов переменной жесткости, чем при использовании программных комплексов, реализующих расчет на основе метода конечных элементов.

Отмеченное преимущество позволило с наименьшими затратами времени разработать инженерную методику расчета на общую устойчивость двутавровых стержневых элементов переменной жесткости в форме СП 16.13330.2011.

Разработанная инженерная методика расчета на устойчивость элементов рам переменной жесткости была принята ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко для включения в СП «Конструкции стальные. Правила проектирования». Полученные результаты исследования используются при проектировании стальных рам переменной жесткости в ООО «ЦНИИПСК им. Мельникова».

Теоретические положения и полученные результаты исследований используются в учебном процессе ФГБОУ ВО «СПбГАСУ» при подготовке специалистов по уникальным зданиям и сооружениям и магистров по направлению

270800.68 «Строительство», а также при выполнении выпускных квалификационных работ, дипломных проектов и магистерских диссертаций.

Результаты диссертационной работы также могут быть использованы при разработке иной нормативно-технической или справочной литературы по рамам переменной жесткости и в практической работе инженеров-конструкторов при проектировании таких рам.

Методология и методы исследования. Методологической основой диссертационного исследования являются положения технической теории расчета тонкостенных упругих стержневых элементов открытого профиля, деформационные теории расчета таких стержней, труды отечественных и зарубежных авторов в области исследования работы и устойчивости стержней переменной жесткости за пределом упругости, а также аналитические и численные методы решения дифференциальных уравнений.

Положения, выносимые на защиту:

– алгоритм решения бифуркационных задач устойчивости центрально- и внецентренно-сжатых стержней переменной жесткости и результаты исследования полученных значений критических сил и соответствующих им изгибных и изгибно-крутильных форм потери устойчивости;

– аналитически-численный метод решения задачи о пространственной устойчивости стержней переменной жесткости;

– результаты исследования пространственной устойчивости стержней переменной жесткости в зависимости от различных параметров (гибкости, угла наклона и сужения поясов, стеснении депланации торцевых сечений);

– инженерная методика расчета на пространственную устойчивость выделенных из конструкции рамы двутавровых элементов переменной высоты;

– сравнение результатов исследований по разработанному аналитически-численному методу с данными натурных экспериментов зарубежных авторов, а также с результатами численного исследования методом конечных элементов.

Область исследования соответствует требованиям Паспорта научной специальности ВАК – 05.23.01 «Строительные конструкции, здания и сооружения», пункт 3.

Достоверность полученных результатов обеспечивается:

– использованием при постановке задач гипотез и допущений технической и деформационной теорий расчета тонкостенных стержней открытого профиля, с учетом особенностей их кручения в случае переменной высоты;

– сравнением результатов, полученных посредством разработанного метода, с данными натурных экспериментов зарубежных авторов;

– сравнением теоретических результатов решения бифуркационных задач устойчивости и задач пространственной устойчивости с результатами численных исследований методом конечных элементов в расчетном комплексе ANSYS.

Апробация результатов исследования. Основные положения диссертационной работы докладывались и обсуждались на 10 научно-практических конференциях:

- 67-я, 68-я научная конференция профессоров, преподавателей, научных работников, инженеров и аспирантов университета (СПбГАСУ, 2010, 2011 гг.);
- I, II, III Международный конгресс студентов и молодых ученых (аспирантов, докторантов) «Актуальные проблемы современного строительства» (СПбГАСУ, 2012, 2013, 2014 гг.);
- Международный конгресс, посвященный 180-летию СПбГАСУ, «Наука и инновации в современном строительстве – 2012» (СПбГАСУ, 2012 г.);
- Научно-практическая конференция, посвященная 100-летию со дня рождения профессора Е.И. Белени «Расчет и проектирование металлических конструкций» (НИУ МГСУ, 2013 г.);
- III Международная практическая конференция «Здания и сооружения из ЛМК: современные стандарты, конструктивные решения и технологии» (Минск, 2015 г.);
- XXVI Международная конференция «Математическое и компьютерное моделирование в механике деформируемых сред и конструкций» (Санкт-Петербург, 2015 г.);
- Международная научная конференция «Интеграция, партнерство и инновации в строительной науке и образовании» (НИУ МГСУ, 2016 г.).

Публикации. По теме диссертации опубликовано 7 печатных работ (общим объемом 4.14 п. л., лично автору принадлежат 3.185 п. л.), в том числе 3 статьи в научных журналах, включенных в перечень рецензируемых научных изданий, утвержденный ВАК РФ.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка использованной литературы (196 наименований) и двух приложений. Диссертация содержит 197 страниц машинописного текста без приложений, 22 таблицы, 63 рисунка, 110 формул.

Во введении обоснована актуальность исследования темы диссертации, приведены краткие сведения о степени её разработанности, сформулированы цель и задачи работы и её научная новизна. Также приведены: методология и методы исследования, теоретическая и практическая значимость работы, личный вклад автора диссертации, сведения об апробации результатов исследования, а также положения, выносимые на защиту.

В первой главе представлены краткие сведения о применении рам переменной жесткости в несущих каркасах, их классификация и основные конструктивные решения. Показано, что наиболее часто встречающиеся на практике углы наклона поясов в двутавровых элементах рам переменной жесткости находятся в диапазоне $2...7^\circ$. В главе описана специфика расчета таких элементов, которая связана, во-первых, с работой таких стержней по пространственно-деформированной схеме и, во-вторых, с особенностями кручения. Приведен краткий обзор исследований пространственной устойчивости двутавровых стержней переменной жесткости, большинство из которых связано с использованием метода конечных элементов (МКЭ). Показано, что построение инженерной методики расчета таких элементов на базе существующих исследований невозможно и что для этих целей необходимы эффективные методы расчета, среди которых отмечен аналитически-численный метод Г.И. Белого, позво-

ляющий получать результаты расчетов на несколько порядков быстрее. Также в главе приведен краткий обзор натуральных испытаний рам переменной жесткости и их элементов.

Во второй главе представлено решение бифуркационных задач устойчивости центрально- и внецентренно-сжатых стержней по изгибной и изгибно-крутильной формам, соответственно. Для решения указанных задач был использован численный алгоритм, предложенный M.J. Iremonger, позволяющий находить значения первых критических сил и соответствующих им форм потери устойчивости с заранее заданной точностью. Произведено исследование полученных результатов в зависимости от ряда параметров. Полученные результаты верифицированы путем сравнения с результатами решения бифуркационных задач МКЭ в расчетном комплексе ANSYS.

В третьей главе приведена краткая информация, поясняющая особенности стесненного кручения, вычисления геометрических характеристик и напряженно-деформированного состояния в поперечных сечениях конических тонкостенных стержней открытого профиля. Разработан аналитически-численный метод расчета на пространственные деформации и устойчивость. Произведено исследование пространственной устойчивости двутавровых стержней переменной жесткости в зависимости от различных варьируемых параметров. Выполнено сравнение пространственной устойчивости с призматическими стержнями равной массы. Разработана инженерная методика расчета таких стержней на пространственную устойчивость с введением новых коэффициентов, соответствующих СП 16.13330.2011.

В четвертой главе произведен сравнительный анализ результатов, получаемых с помощью разработанного аналитически-численного метода, с данными натуральных испытаний зарубежных авторов и с численным исследованием МКЭ в расчетном комплексе ANSYS.

II. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ И РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИОННОГО ИССЛЕДОВАНИЯ, ВЫНОСИМЫЕ НА ЗАЩИТУ

1. Выполнено решение бифуркационных задач устойчивости центрально- и внецентренно-сжатых двутавровых стержней переменной жесткости, получены и проанализированы новые результаты по критическим силам и соответствующим им изгибным и изгибно-крутильным формам потери устойчивости. Достоверность полученных результатов верифицирована путем их сравнения с результатами численного исследования методом конечных элементов.

В соответствии с аналитически-численным методом Г.И. Белого, используемого в настоящем исследовании, решение задачи о пространственной устойчивости состоит в линейной комбинации частных решений задач расчета по недеформированной схеме и бифуркационных задач устойчивости.

Согласно указанному методу, функции потери устойчивости можно представить в виде:

$$v_y = V_y \psi_y(z); u_y = U_y \phi_y(z); \theta_y = \Theta_y v_y(z), \quad (1)$$

где V_y, U_y, Θ_y – константы, с точностью до которых решаются бифуркационные задачи устойчивости, и имеющие размерности, соответствующие перемещениям v, u, θ ; $\Psi_y(z), \Phi_y(z), v_y(z)$ – формы потери устойчивости. Отметим, что константы V_y, U_y, Θ_y могут быть определены только при решении деформационных задач.

Для решения бифуркационных задач устойчивости двутавровых стержней переменной жесткости был применен численный алгоритм, предложенный М.Д. Iremonger, который, базируясь на методе конечных разностей (МКР), предполагает решение с помощью последовательных приближений.

Дифференциальное уравнение устойчивости шарнирно опертого центрально-сжатого стержня переменной жесткости (рисунок 1) имеет вид:

$$\left(EJ_x^* v_y''\right)'' + N v_y'' = 0. \quad (2)$$

В (2) и далее все характеристики, отмеченные «*», являются переменными по длине элемента и зависят от координаты z .



Рисунок 1. Расчетная схема центрально-сжатого стержня переменной жесткости

В связи с тем, что в бифуркационных задачах определяют точку, в которой возможны два равновесных состояния («точка бифуркации»), то в (2) функция потери устойчивости v_y заменяется на форму ψ_y :

$$\left(EJ_x^* \psi_y''\right)'' + N \psi_y'' = 0. \quad (3)$$

С учетом предварительного интегрирования, (3) предстанет в виде:

$$EJ_x^* \psi_y'' + N \psi_y = 0. \quad (4)$$

Далее для (4) в соответствии с МКР составляются разностные уравнения для каждой точки разбиения, из которых формируется система линейных уравнений. Из системы линейных уравнений составляется матричная форма, к которой применяется численный итерационный алгоритм.

Было произведено исследование двутавровых стержней переменной жесткости (рисунок 2, а), у которых среднее по длине ($z = 0.5L$) поперечное сечение принималось одинаковым (рисунок 2, б).

Варьируемые параметры стержней были следующими (см. рисунок 2, а):

1) длина элементов L ; принималась на основании гибкости стержня в плоскости меньшей жесткости λ_y^{mid} в среднем сечении:

$$L = \lambda_y^{mid} i_x^{mid}, \quad (5)$$

где i_x^{mid} – радиус инерции в середине длины стержня ($z = 0.5L$).

Значение λ_y^{mid} в расчетах принималось 60; 80; 100; 120; 140, что соответствует значениям условной гибкости $\bar{\lambda}_y^{mid} = 2.1; 2.8; 3.4; 4.1; 4.8$ стержней из стали С245 с расчетным сопротивлением $R_y=24.5$ кН/см².

2) взаимный угол наклона поясов β_1 ; принимался равным: 0° (постоянное сечение); 3°; 6°; 9°; 12°; 15° (принимались максимально возможные для определенной гибкости углы, при которых возможно изготовление стержней);

3) угол сужения поясов β_2 (только для $\bar{\lambda}_y^{mid} = 4.1$); принимался 1.5° и 3°.

Геометрия принята таким образом, что все стержни одинаковой гибкости имеют одинаковый расход стали. Индекс «mid» далее опущен.

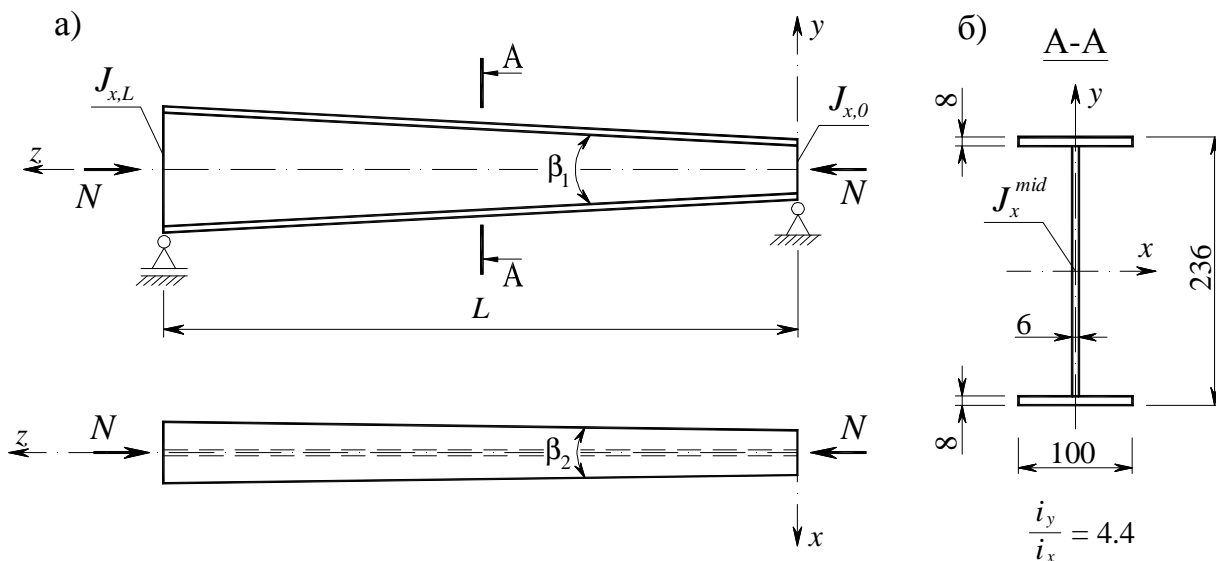


Рисунок 2. Расчетная схема стержня (а) и среднее по длине ($z = 0.5L$) поперечное сечение (б)

Исследование показало, что изгибная форма потери устойчивости центрально-сжатых двутавровых стержней с линейным изменением высоты стенки и/или ширины полки не зависит от геометрии стержней и определяется лишь соотношением жесткостей конечных сечений $J_{x,L}/J_{x,0}$.

С использованием указанного алгоритма также решена бифуркационная задача устойчивости по изгибно-крутильной форме стержня, сжатого продольной силой с различными концевыми эксцентриситетами (рисунок 3). Закрепление торцов предполагается шарнирным в двух плоскостях без кручения, деформация свободная.

Система однородных дифференциальных уравнений, описывающих данную задачу, с учетом замены функций на формы потери устойчивости и предварительного интегрирования первого уравнения имеет вид:

$$\begin{cases} EJ_y^* \phi_y'' + N \phi_y + M_x v_y' = 0 \\ \left[\frac{EJ_\omega^*}{h_\omega^{*2}} (v_y h_\omega^*)'' \right] h_\omega^* - (GJ_d^* v_y')' + M_x \phi_y'' + N (i_p^{*2} v_y')' = 0. \end{cases} \quad (6)$$

где J_y^* – главный осевой момент инерции относительно оси y ; J_ω^* – секториальный момент инерции; h_ω^* – расстояние между центрами тяжести поясов; J_d^* – момент инерции при чистом кручении; G – модуль сдвиговой деформации; i_p^* – полярный момент инерции; N – продольная сжимающая сила, M_x – изгибающий момент относительно оси x .

Первый и второй члены второго уравнения системы (6) содержат дифференциальные зависимости, связанные с особенностями стесненного кручения тонкостенных стержней открытого профиля переменного сечения, которые были получены в работах Z. Cywinski.

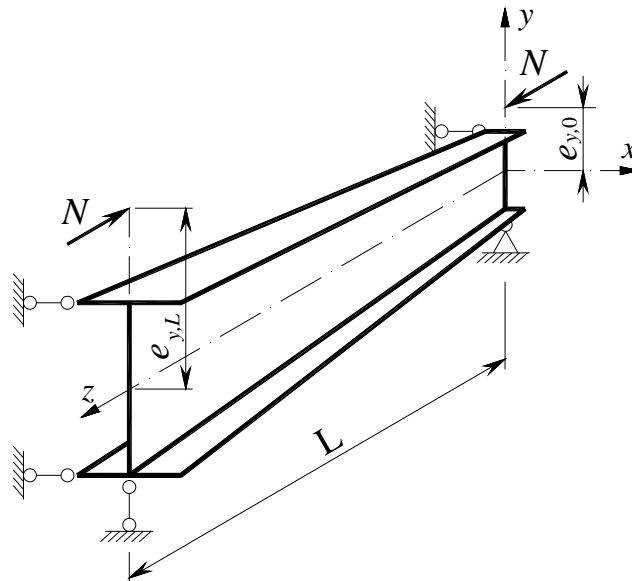


Рисунок 3. Расчетная схема задачи об устойчивости по изгибно-крутильной форме

Задача об устойчивости двутавровых стержней переменной жесткости по изгибно-крутильной форме решена для того же набора стержней, что и в задаче о центрально-сжатом стержне, при этом было рассмотрено три схемы загрузки (рисунок 4).

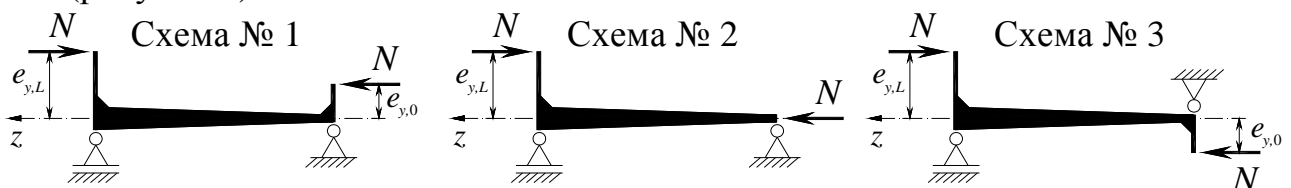


Рисунок 4. Схемы загрузки стержней в задаче устойчивости по изгибно-крутильной форме

Значения абсолютных эксцентриситетов приложения силы к большему сечению $e_{y,L}$ принимались, исходя из относительных эксцентриситетов $m_{x,L}$, которые, в свою очередь, принимались равными 1.5, 7.5, 15. Значения эксцентриситетов $e_{y,0}$ вычислялись, исходя из равенства фибровых напряжений в концевых сечениях.

В результате исследования с помощью указанного численного алгоритма были получены значения первых критических сил и соответствующих им изгибно-крутильных форм потери устойчивости.

Для удобства анализа, полученные значения критических сил были выражены через коэффициенты устойчивости (критические параметры) $\varphi_{cr} = N_{cr} / A_{mid} R_y$, где $R_y = 24.5 \text{ кН/см}^2$.

В результате анализа критических сил получено, что φ_{cr} весьма существенно зависит от схемы загрузки и величины концевых эксцентриситетов $m_{x,L}$ как при изменении высоты стенки, так и при переменной ширине поясов. При загрузке стержня по Схеме № 2 и 3 (последняя – с разносторонними концевыми эксцентриситетами) φ_{cr} всегда больше, чем при загрузке по Схеме № 1 (односторонние концевые эксцентриситеты).

Исследованы также изгибно-крутильные формы потери устойчивости при различных варьируемых параметрах: условных гибкостях, углах наклона и сужения поясов, величин относительных эксцентриситетов, схем загрузки, свободной и стесненной деформации торцов.

Исследование форм потери устойчивости необходимо для их унификации и максимально эффективного использования в разрабатываемом аналитическо-численном методе.

Достоверность полученных с помощью численного алгоритма результатов подтверждена сравнением с выполненным МКЭ решением в комплексе ANSYS Mechanical APDL 12.1. По критическим силам для рассмотренных схем загрузки внецентренно-сжатых стержней переменной жесткости в более чем 74 % случаев (из 208 расчетов оболочечных моделей) расхождение не превысило 3 %, в остальных случаях оно составило не более 7.5 %. Качественное сравнение изгибно-крутильных форм потери устойчивости показало практически полное соответствие между двумя решениями.

2. Разработан метод и программа определения напряженно-деформированного состояния, пространственной работы и устойчивости двутавровых стержней переменной жесткости.

Расчетная модель стержневого элемента принимается традиционной – шарнирное закрепление на опорах в двух главных плоскостях при отсутствии угла закручивания концевых сечений. Выделение его из плоской рамной конструкции выполняется по расчетной длине из плоскости рамы. При этом необходимо также произвести расчет рамы в её плоскости по деформированной схеме (без учета кручения) от решающего действия сочетаний нагрузок с целью определения «деформационных» моментов на его концах $M_{y,0}$, $M_{y,L}$ и продольную силу N .

На рисунке 5 представлен **выделенный из рамы** стержневой элемент двутаврового сечения переменной высоты, нагруженный продольной силой с двухосными концевыми эксцентриситетами $e_{y,0} = M_{y,0} / N$, $e_{y,L} = M_{y,L} / N$, $e_{x,0} = e_{x,L} = l_{ef,y} / 750 + i_x^{mid} / 20$. Последние представлены как случайные, учитывающие несовершенства при изготовлении и монтаже конструкций.

Решение задачи о пространственных деформациях и устойчивости стержня переменной жесткости в упругой стадии основано на теории деформационного расчета упругих тонкостенных стержней В.З. Власова, обобщенной Б.М. Броуде и Е.А. Бейлиным на случай, когда необходимо учитывать не только различие

кривизн, но и наклоны отдельных волокон, связанных с кручением. С учетом изложенного система трех дифференциальных уравнений равновесия, после предварительного интегрирования первых двух принимает вид:

$$\begin{cases} EJ_x^* v'' + N^0 v - M_y^0 \theta + M_z^0 u' = -M_x^0 \\ EJ_y^* u'' + N^0 u + M_x^0 \theta - M_z^0 v' = -M_y^0 \\ \left[\frac{EJ_\omega^*}{(h_\omega^*)^2} (\theta h_\omega^*)'' \right] h_\omega^* - [GJ_k^* \theta']' - M_y^0 v'' + M_x^0 u'' + [i_p^{*2} N^0 \theta']' = 0, \end{cases} \quad (7)$$

Усилия с верхним индексом «0» получены расчетом по недеформированной схеме выделенного из конструкции стержневого элемента.

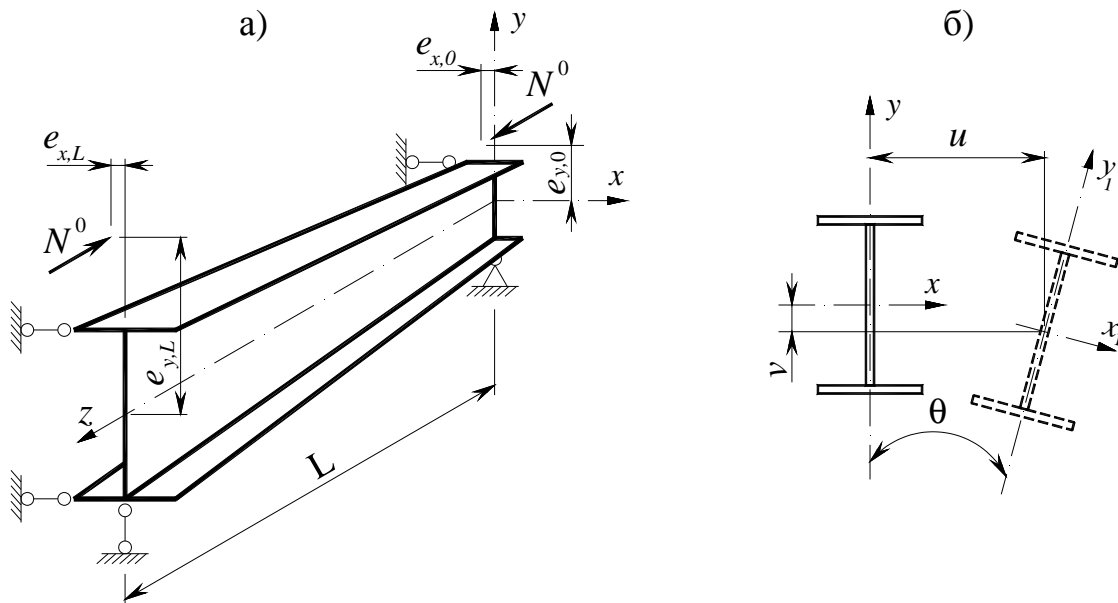


Рисунок 5. Схема нагружения (а) и пространственные перемещения сечений (б)

Для решения системы (7) воспользуемся аналитическим методом Г.И. Белого, в котором общее решение задачи при упругой работе материала ищется в виде линейной комбинации частных решений (алгоритм «Стержень»):

$$v = v_0 + v_n + v_y, \quad u = u_0 + u_n + u_y, \quad \theta = \theta_0 + \theta_n + \theta_y, \quad (8)$$

Первые слагаемые в (8) являются функциями начальных несовершенств и могут быть представлены в виде:

$$v_0 = V_0 \psi_0(z); \quad u_0 = U_0 \varphi_0(z); \quad \theta_0 = \Theta_0 v_0(z), \quad (9)$$

где V_0 , U_0 , Θ_0 – константы, связанные с начальными несовершенствами; $\psi_0(z)$, $\varphi_0(z)$, $v_0(z)$ – формы начальных перемещений и угла закручивания, которые могут быть аппроксимированы по замерам стержня в незагруженном состоянии.

Вторые слагаемые в (8) являются решениями уравнений, составленных по недеформированной расчетной схеме при действии активных сил (по терминологии А.Р. Ржаницына):

$$\begin{aligned}
EJ_x^* v_n'' &= -M_x^0; & EJ_y^* u_n'' &= -M_y^0; \\
\left[\frac{EJ_\omega^*}{(h_\omega^*)^2} (\theta h_\omega^*)'' \right]'' h_\omega^* - [GJ_k^* \theta']' &= 0; \quad (B_\omega \neq 0).
\end{aligned} \tag{10}$$

Решение уравнений (10) можно представить в виде:

$$v_n = V_n \Psi_n(z); \quad u_n = U_n \Phi_n(z); \quad \theta_n = \Theta_n v_n(z), \tag{11}$$

где Ψ_n, Φ_n, v_n – формы деформирования оси стержня и кручения; V_n, U_n, Θ_n – амплитуды перемещений, находящиеся в линейной зависимости от активных сил.

Третьи слагаемые в (8) вытекают из решения бифуркационных задач устойчивости при действии только параметрических сил (по терминологии А.Р. Ржаницына). Обращаясь к системе (7), представим уравнения этих задач:

$$EJ_x^* v_y'' + N^0 v_y = 0; \tag{12}$$

$$\begin{cases} EJ_y^* u_y'' + N^0 u_y + M_x^0 \theta_y = 0, \\ \left[\frac{EJ_\omega^*}{(h_\omega^*)^2} (\theta_y h_\omega^*)'' \right]'' h_\omega^* - [GJ_k^* \theta']' + M_x^0 u_y'' + [i_p^{2*} N^0 \theta']' = 0. \end{cases} \tag{13}$$

Как видно из (12) и (13), система (7) разделилась на уравнение задачи устойчивости центрально-сжатого стержня переменной жесткости (12), решение которого представим в аналогичном (11) виде:

$$v_y = V_y \Psi_y(z) \tag{14}$$

и системы двух уравнений (13), описывающих бифуркационную задачу устойчивости внецентренно-сжатого стержня по изгибно-крутильной форме. Решение последних позволяет определить изгибно-крутильные функции потери устойчивости:

$$u_y = U_y \Phi_y(z); \quad \theta_y = \Theta_y v_y(z). \tag{15}$$

В (14) и (15) V_y, U_y, Θ_y – некоторые неизвестные константы, имеющие размерности, соответствующие v, u, θ с точностью до которых решаются бифуркационные задачи устойчивости; Ψ_y, Φ_y, v_y – формы потери устойчивости.

Следуя аналитическому методу, вернемся к исходной системе уравнений (7) и подставим в них решения (8), в результате получим:

$$\begin{cases} L_v = EJ_x^* v_y'' + N^0 (v_0 + v_n + v_y) - M_y^0 (\theta_0 + \theta_n + \theta_y) + M_z^0 (u_0 + u_n + u_y) = 0 \\ L_u = EJ_y^* u_y'' + N^0 (u_0 + u_n + u_y) + M_x^0 (\theta_0 + \theta_n + \theta_y) - M_z^0 (v_0 + v_n + v_y) = 0 \\ L_\theta = \left[\frac{EJ_\omega^*}{(h_\omega^*)^2} (\theta_y h_\omega^*)'' \right]'' h_\omega^* - (GJ_d^* \theta_y)' - M_y^0 (v_0 + v_n + v_y)'' + M_x^0 (u_0 + u_n + u_y)'' + N^0 [i_p^{2*} (\theta_0 + \theta_n + \theta_y)]' = 0. \end{cases} \tag{16}$$

Из (16) следует, что последние формально являются уравнениями равновесия упругого стержневого элемента с переменными жесткостями, имеющего начальные геометрические несовершенства $v_0 + v_n, u_0 + u_n, \theta_0 + \theta_n$ и получившего дополнительные перемещения v_y, u_y, θ_y только от действия параметрических нагрузок (по терминологии А.Р. Ржаницына).

Для решения (16) применяем алгоритм метода Бубнова-Галеркина:

$$\int_0^L L_v \psi_y''(z) dz = 0; \int_0^L L_u \phi_y''(z) dz = 0; \int_0^L L_\theta v_y(z) dz = 0. \quad (17)$$

В результате получим систему трех алгебраических уравнений относительно неизвестных констант функций потери устойчивости V_y, U_y, Θ_y , решив которую будем иметь все компоненты перемещений (8). С помощью (8) определяются деформационные усилия:

$$M_x = M_x^0 + N^0 v - M_y^0 \theta; \quad M_y = M_y^0 + N^0 u + M_x^0 \theta; \quad B_\omega = -\frac{EJ_\omega^*}{h_\omega^*} (\theta h_\omega)'' \quad (18)$$

и напряжения в любой точке произвольного сечения. Представленный аналитический алгоритм определения пространственных деформаций и устойчивости при упругой стадии работы материала носит название «Стержень».

Развитие пластических деформаций учитывается введением в алгоритм «Стержень» дополнительных пространственных перемещений $v_{пл}, u_{пл}, \theta_{пл}$, с учетом которых общее решение (8) предстанет в виде:

$$v = v_0 + v_n + v_y + v_{пл}, \quad u = u_0 + u_n + u_y + u_{пл}, \quad \theta = \theta_0 + \theta_n + \theta_y + \theta_{пл}. \quad (19)$$

Дополнительные слагаемые определяются по мере роста силовых факторов в ходе численного алгоритма, основанного на методе быстрого спуска В.П. Коломийца, и аппроксимируются тригонометрическими полиномами (получены Н.Н. Родиковым), которые удовлетворяют кинематическим граничным условиям:

$$\begin{aligned} v_{пл} &= V_1^{пл} \psi_1(z) + \sum_{i1=1}^4 V_{i1}^{пл} \psi_{i1}(z) + \sum_{i2=1}^4 V_{i2}^{пл} \psi_{i2}(z), \\ u_{пл} &= U_1^{пл} \phi_1(z) + \sum_{i1=1}^4 U_{i1}^{пл} \phi_{i1}(z) + \sum_{i2=1}^4 U_{i2}^{пл} \phi_{i2}(z), \\ \theta_{пл} &= \Theta_1^{пл} v_1(z) + \sum_{i1=1}^4 \Theta_{i1}^{пл} v_{i1}(z) + \sum_{i2=1}^4 \Theta_{i2}^{пл} v_{i2}(z), \end{aligned} \quad (20)$$

где $V_i^{пл}, U_i^{пл}, \Theta_i^{пл}$ – неизвестные константы аппроксимирующих функций,

$$\psi_1(z) = \phi_1(z) = \vartheta_1(z) = \sin(\pi \bar{z}), \quad \psi_{i1}(z) = \phi_{i1}(z) = \vartheta_{i1}(z) = \bar{z} \cos\left(\frac{(2i_1 - 1)\pi \bar{z}}{2}\right),$$

$$\psi_{i2}(z) = \phi_{i2}(z) = \vartheta_{i2}(z) = (1 - \bar{z}) \sin\left(\frac{(2i_2 - 1)\pi \bar{z}}{2}\right), \quad \bar{z} = z/L.$$

Для реализации итерационного алгоритма используем зависимость « σ – ε » в соответствии с унифицированной диаграммой работы стали (рисунок 6, а) и разобьем стержень на 8 равных частей с целью контроля НДС в 9 сечениях, включая опорные (рисунок 6, б).

Поперечные сечения разбиваются на достаточно малые площадки ΔA_k с координатами x_k, y_k, ω_k (рисунок 6, в). НДС каждой площадки сечения определяется величиной продольной деформации, которая за пределом упругости также следует гипотезе плоских сечений в сочетании с законом секториальных площадей:

$$\varepsilon_k = \varepsilon_0 - v'' y_k - u'' x_k - \theta'' \omega_k, \quad (21)$$

где ε_0 – относительная деформация оси стержня; v'', u'' – кривизны продольной оси стержня в двух плоскостях; θ'' – вторая производная угла закручивания.

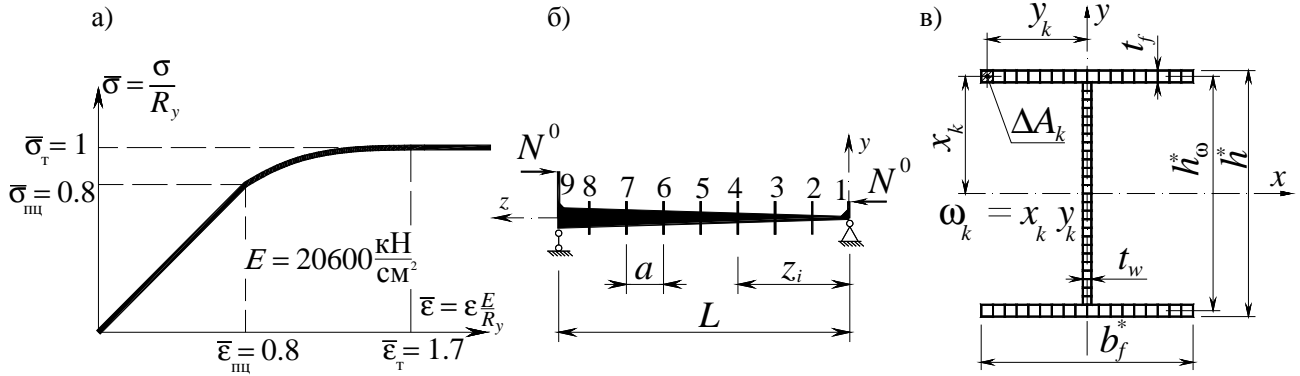


Рисунок 6. Диаграмма « σ - ε » (а), схема разбиения стержня по длине (б), схема разбиения поперечных сечений (в)

Напряженно-деформированное состояние в поперечном сечении стержня с учетом нелинейной работы стали определяется из решения системы нелинейных уравнений. Согласно теории тонкостенных стержней, эти уравнения определяют связь между усилиями N, M_x, M_y, B_ω и нормальными напряжениями σ :

$$\begin{aligned} N &= \int_A \sigma dA \approx \sum_{k=1}^m \sigma_k \Delta A_k, \\ M_x &= \int_A \sigma y dA \approx \sum_{k=1}^m \sigma_k y_k \Delta A_k, \\ M_y &= \int_A \sigma x dA \approx \sum_{k=1}^m \sigma_k x_k \Delta A_k, \\ B_\omega &= \int_A \sigma \omega dA \approx \sum_{k=1}^m \sigma_k \omega_k \Delta A_k, \end{aligned} \quad (22)$$

где m – число площадок ΔA_k .

С целью повышения скорости расчета НДС в сечении за пределом упругости определяется в приращениях, тогда физические зависимости и относительные деформации также следует принимать в приращениях:

$$\Delta \sigma = \Delta \varepsilon E_t, \quad (23)$$

$$\Delta \varepsilon_k = \Delta \varepsilon_0 - \Delta v'' y_k - \Delta u'' x_k - \Delta \theta'' \omega_k, \quad (24)$$

где E_t – касательный модуль упругости.

С учетом (23) и (24), выражения для внутренних усилий (22) в приращениях принимают следующий вид:

$$\begin{aligned} \Delta N &= k_{11} \varepsilon_0 - k_{12} \Delta v'' - k_{13} \Delta u'' - k_{14} \Delta \theta'', \\ \Delta M_x &= k_{21} \varepsilon_0 - k_{22} \Delta v'' - k_{23} \Delta u'' - k_{24} \Delta \theta'', \\ \Delta M_y &= k_{31} \varepsilon_0 - k_{32} \Delta v'' - k_{33} \Delta u'' - k_{34} \Delta \theta'', \\ \Delta B_\omega &= k_{41} \varepsilon_0 - k_{42} \Delta v'' - k_{43} \Delta u'' - k_{44} \Delta \theta'', \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned}
\text{где } k_{11} &= \sum_{k=1}^m E_t \Delta A_k, \quad k_{12} = k_{21} = \sum_{k=1}^m E_t y_k \Delta A_k, \quad k_{13} = k_{31} = \sum_{k=1}^m E_t x_k \Delta A_k, \\
k_{14} = k_{41} = k_{32} = k_{23} &= \sum_{k=1}^m E_t \omega_k \Delta A_k, \quad k_{22} = \sum_{k=1}^m E_t y_k^2 \Delta A_k, \quad k_{24} = k_{42} = \sum_{k=1}^m E_t \omega_k y_k \Delta A_k, \\
k_{33} &= \sum_{k=1}^m E_t x_k^2 \Delta A_k, \quad k_{34} = k_{43} = \sum_{k=1}^m E_t \omega_k x_k \Delta A_k, \quad k_{44} = \sum_{k=1}^m E_t \omega_k^2 \Delta A_k.
\end{aligned} \quad (26)$$

На каждом шаге нагружения устанавливается равновесное состояние по разнице между внешними и внутренними усилиями, при этом также определяются приращения пластических составляющих кривизн и кручения $\Delta v''_{пл}, \Delta u''_{пл}, \Delta \theta''_{пл}$, на основании которых, с помощью метода коллокаций и принятых аппроксимирующих полиномов (20), можно перейти к приращениям перемещений $\Delta v_{пл}, \Delta u_{пл}, \Delta \theta_{пл}$, вызванных пластическими деформациями. На каждом шаге полученные приращения $\Delta v_{пл}, \Delta u_{пл}, \Delta \theta_{пл}$ суммируются с предыдущими.

Описанный численный алгоритм определения НДС в поперечных сечениях за пределом упругости носит название «Сечение».

С ростом нагрузок сходимость общего процесса (взаимодействие алгоритмов «Стержень» и «Сечение») ухудшается и на определенном этапе он становится расходящимся, что соответствует нарушению устойчивого процесса деформирования. Таким образом, нагрузка, при которой процесс еще сходил, принимается за предельную ($N^{пред}$).

Представленный аналитически-численный метод (совместная работа алгоритмов «Стержень»-«Сечение») был реализован в программном пакете Maple.

3. Получены новые результаты исследований о влиянии различных геометрических параметров и схем нагружения двутавровых стержней переменной жесткости на их пространственные деформации и устойчивость.

Исследование пространственной работы и устойчивости стержней переменной жесткости выполнено для того же набора стержней и схем нагружения в плоскости стенки (рисунок 4), которые были приняты в бифуркационной задаче устойчивости внецентренно-сжатого стержня по изгибно-крутильной форме. Поправка была внесена лишь для схемы нагружения с разносторонними эксцентриситетами (Схема № 3), где значения эксцентриситетов $e_{y,0}$ принимались с коэффициентом 0.8. При этом считалось также, что рассматриваемые элементы выполнены из стали С245 с расчетным сопротивлением $R_y=24.5$ кН/см². Следует напомнить, что стержни одной гибкости имели равный расход стали.

Исследование пространственной работы и устойчивости стержней переменной жесткости произведено в зависимости от следующих варьируемых параметров: условной гибкости, углах наклона поясов (при постоянной ширине), углах наклона и сужения поясов, а также стеснении депланации торцевых сечений.

Результаты исследования пространственной устойчивости, выраженные коэффициентами $\Phi_{exy} = N^{пред} / A_{mid} R_y$, стержней переменной высоты (постоянной ширины) с углом наклона поясов $\beta_1=6^\circ$ при различной гибкости приведены на рисунке 7. Из графиков видно, что устойчивость стержней во многом зависит от схемы нагружения. Так, максимальная устойчивость наблюдается при схеме

загрузки с разносторонними эксцентриситетами (Схема № 3), далее идет схема, при которой к меньшему торцевому сечению приложена сила без эксцентриситета (Схема № 2), минимальная устойчивость наблюдается при загрузке силой с односторонними эксцентриситетами (Схема № 1). Для стержней переменной жесткости небольшой гибкости ($\bar{\lambda}_y = 2.1$ и $\bar{\lambda}_y = 2.8$) при загрузке относительно большими эксцентриситетами ($m_{x,L} = 7.5; 15$) наблюдаются практически горизонтальные участки для Схем № 2 и 3, что объясняется значительным влиянием развития пластических деформаций на потерю устойчивости негибких стержней.

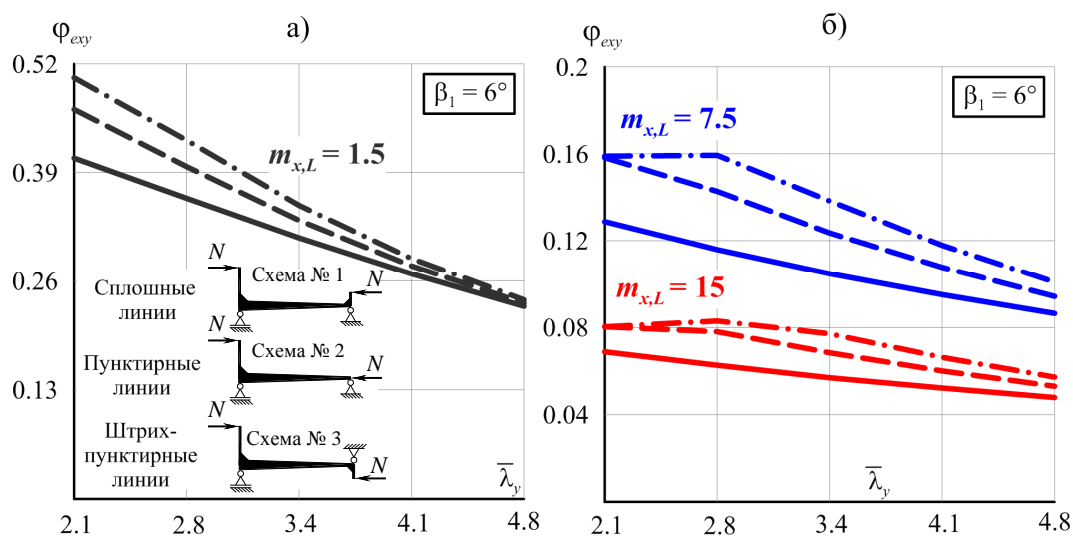


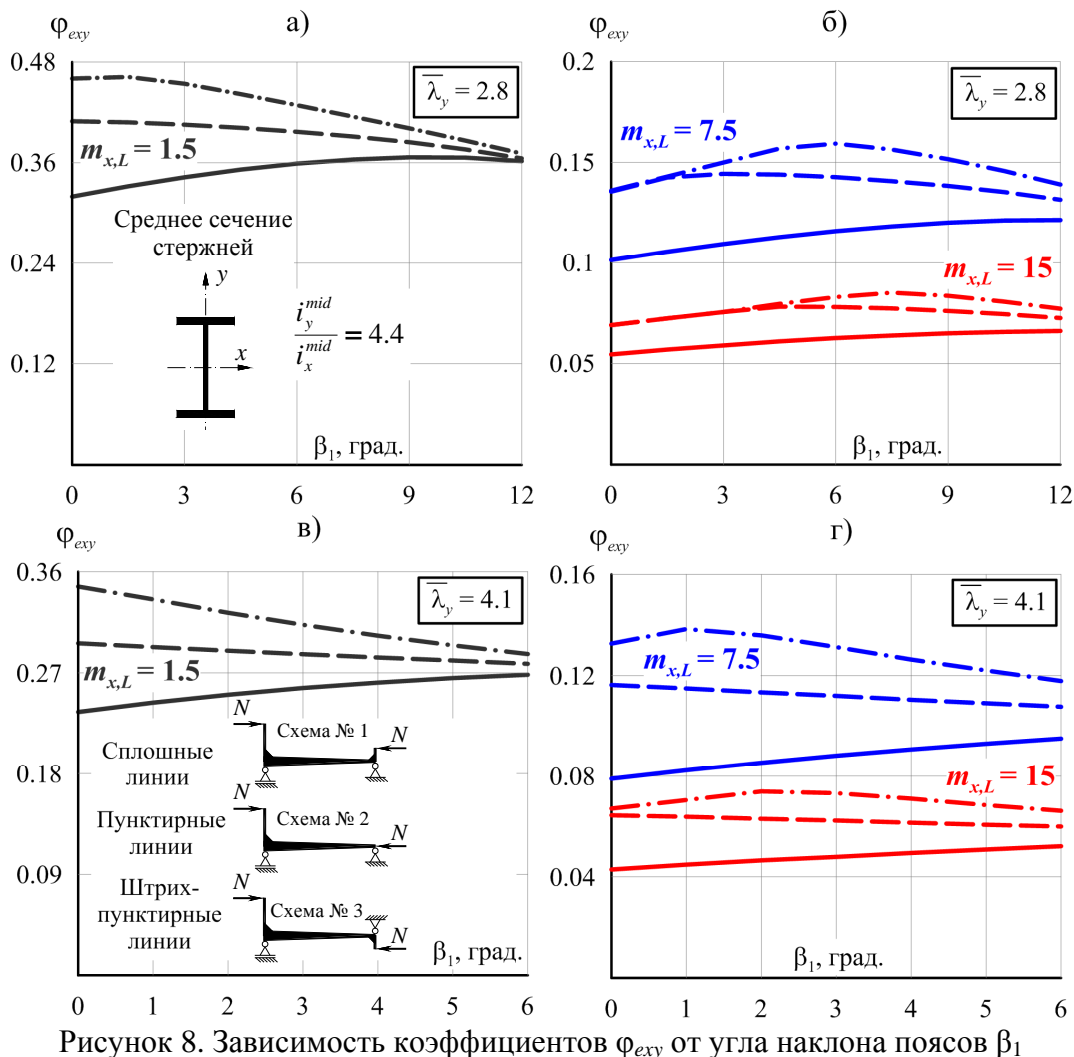
Рисунок 7. Зависимость коэффициентов φ_{exy} от гибкости $\bar{\lambda}_y$ при наклоне поясов $\beta_1 = 6^\circ$

Результаты исследования пространственной устойчивости стержней переменной высоты (постоянной ширины) с условной гибкостью $\bar{\lambda}_y = 2.8$ и $\bar{\lambda}_y = 4.1$ при различных углах наклона поясов представлены на рисунке 8, а–г, соответственно. Результаты исследования стержней других гибкостей приведены в диссертационной работе.

Из графиков на рисунке 8 видно, что при загрузке по Схеме № 1, устойчивость возрастает с увеличением наклона поясов при всех значениях относительного эксцентриситета. В случае малого эксцентриситета ($m_{x,L} = 1.5$) при загрузках по Схемам № 2 и 3 устойчивость снижается с увеличением наклона, причем для Схемы № 3 это явление носит более выраженный характер. Для среднего и большого значений относительного эксцентриситета ($m_{x,L} = 7.5; 15$) возможна ситуация, когда до определенного угла наклона устойчивость возрастает, а затем снижается, что на практике позволяет определять угол наклона, при котором устойчивость максимальна.

Как было отмечено, учет определенной схемы загрузки позволяет выявить значительные резервы в устойчивости стержней. Для определения данных резервов производилось сравнительное исследование, в результате которого было получено, что для стержней с наиболее часто встречающимися на практике углами наклона поясов (3° и 6°) средние превышения устойчивости по Схеме № 2 и 3 относительно Схемы № 1 соответственно составили 22.6 %

и 34.5 % при $\beta_1=3^\circ$; 14 % и 22% при $\beta_1=6^\circ$. При этом в отдельных случаях загрузки можно добиться повышения устойчивости относительно схемы загрузки с односторонними эксцентриситетами до 50 %.



Конструктивные решения (опорные плиты, траверсы и т. д.), применяемые в рамках переменной жесткости увеличивают устойчивость за счет стеснения депланации торцевых сечений. Так, например, для исследования влияния стеснения депланации на устойчивость был рассмотрен стержень переменной высоты гибкостью $\bar{\lambda}_y = 4.1$ с наклоном поясов 6° , загруженный по схеме с односторонними эксцентриситетами при $m_{x,L} = 7.5$. Исследование показало, что устойчивость при полном стеснении депланации только большего торцевого сечения повышается на 15.8 %, при стеснении обоих торцевых сечений – на 23.2 %. Таким образом, учет стеснения депланации торцевых сечений позволяет выявить значительные резервы устойчивости в стержнях переменной жесткости.

Исследование пространственной устойчивости стержней с переменной высотой стенки и шириной поясов при различных углах сужения полков было произведено для стержней с гибкостью $\bar{\lambda}_y = 4.1$ с наклоном поясов $\beta_1=3^\circ$ (рисунок 9, а) и $\beta_1=6^\circ$ (рисунок 9, б). Следует напомнить, что все рассмотренные в данном исследовании стержни имели одинаковую массу. Как видно из представленных

графиков, варьированием угла сужения поясов возможно добиться повышения устойчивости, однако такое повышение возможно только для стержней с плавным изменением сечения по длине (при наклоне поясов $\beta_1=3^\circ$ – рисунок 9, а). При этом для стержней с изначально большим наклоном ($\beta_1=6^\circ$) увеличение угла сужения поясов привело к резкому снижению устойчивости.

Произведено сравнение устойчивости стержней переменной и постоянной жесткости равной массы, для чего нагружение призматических стержней продольной силой производилось с теми же эксцентриситетами, что были получены для стержней переменной жесткости. В результате сравнения предельных сил было получено, что для наиболее часто встречающихся на практике углов наклона поясов (3° и 6°) устойчивость конических стержней в среднем выше призматических на 8.5 %, 19.9 % и 26.0 % для Схемы № 1, 2 и 3, соответственно. При больших углах наклона устойчивость стержней переменной жесткости значительно превышает устойчивость стержней постоянной жесткости равной массы.

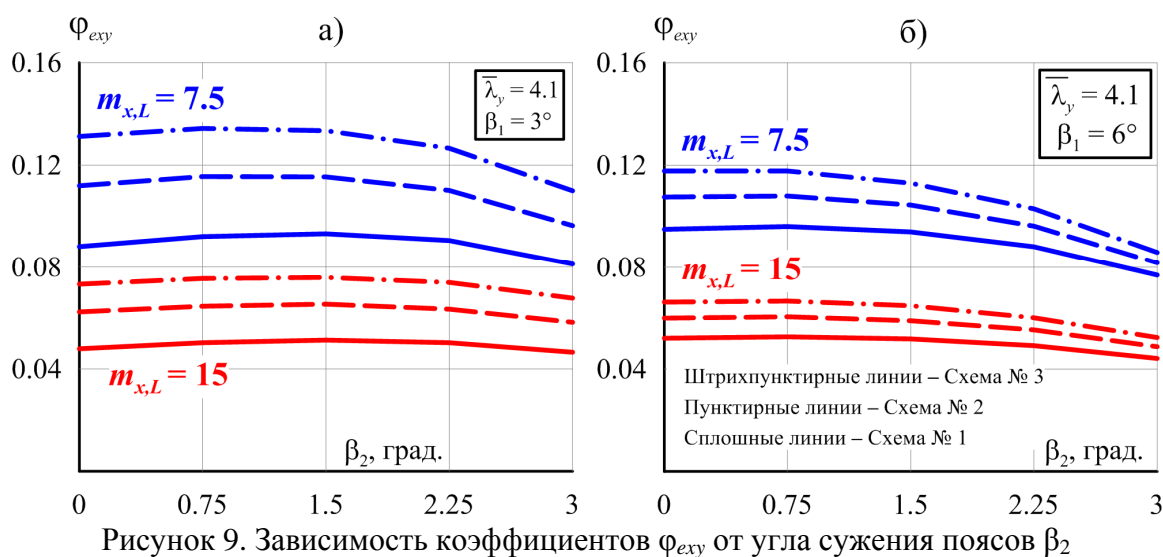


Рисунок 9. Зависимость коэффициентов φ_{exy} от угла сужения поясов β_2

Изменение в двутавровых стержнях ширины поясов при постоянном угле наклона последних, может приводить как к повышению, так и к снижению устойчивости относительно таких же стержней равной массы. Устойчивость стержней в данном случае зависит от многих параметров (гибкость, угол наклона и сужения поясов, схема нагружения, относительный эксцентриситет и др.) и в каждом расчетном случае должна определяться индивидуально.

4. Верифицирована достоверность получаемых с помощью разработанного метода результатов путем сравнения с данными натурных экспериментов зарубежных авторов, а также с результатами численного исследования методом конечных элементов.

Для подтверждения достоверности результатов, получаемых с помощью разработанного аналитически-численного метода, произведено сравнение последних с результатами 3-х экспериментальных исследований зарубежных авторов, а также с результатами численного исследования автора.

Первое сравнение – с результатами испытаний J.B. Salter, D. Anderson и I.M. May (Англия, 1980 г.), которые провели серию испытаний со сварными стальными двутавровыми колоннами бисимметричного сечения с линейно-

изменяющейся высотой стенки. Всего было испытано 8 шарнирно-закрепленных образцов, среди которых 5 образцов без промежуточных связей, 2 образца с закреплением растянутого пояса в середине длины от поперечного смещения, один образец с закреплением сжатого пояса в середине длины. Последний образец исключен из сравнения ввиду того, что имел закрепление сжатого пояса из плоскости. При этом 2 образца с раскрепленным растянутым поясом включены в сравнение, т.к. данное раскрепление никак не сказалось на общей потере устойчивости элементов, на что указали авторы эксперимента.

Условия загрузки, а также эпюра остаточных напряжений в сечениях образцов принята такой же, как и авторами экспериментального исследования.

Сравнение показало, что результаты расчета по разработанному методу и результаты испытаний довольно хорошо согласуются между собой. В 85 % случаев разница не превысила 5 % и только для одного образца расхождение получилось 23.1 %. Однако, физически- и геометрически-нелинейный расчет оболочечной модели МКЭ (в программном комплексе ABAQUS) этого образца, выполненный в диссертации Y.D. Kim, даёт значение предельного момента еще ниже, а именно 56.6 кНм, что служит подтверждением того, что авторами была допущена неточность в исходных данных или в значении предельного момента.

Второе сравнение – с результатами испытаний Н. Shiomi, S. Nishikawa и М. Kurata (Япония, 1983 г.), которые провели большое экспериментальное исследование для трех серий образцов. В сравнение были включены результаты для серии нераскрепленных образцов (19 шт.), которые подвергались сжатию с изгибом до потери элементами пространственной устойчивости. Сравнительное исследование показало, что в 63 % случаев (12 образцов), расхождение в предельных силах не превысило 5 %. В двух случаях были получены расхождения +15 % и –12.8 %. В первом случае, физически- и геометрически-нелинейный расчет оболочечной модели МКЭ образца, выполненный в диссертации Y.D. Kim, в среднем дал расхождение в +14.4 %, что служит подтверждением того, что авторами эксперимента не обеспечена полная информация об образце. Во втором случае, при проведении испытания образца приложение сжимающей силы произошло со смещением из плоскости стенки, что, в свою очередь, создало дополнительные изгибающие моменты в плоскости меньшей жесткости и, в итоге привело к снижению предельной силы.

Третье сравнение – с результатами эксперимента I.M. Cristutiu, D.L. Nunes и A.I. Dogariu (Румыния, 2012 г.), которые провели испытания для 3-х серий образцов с различным раскреплением из плоскости. В серию нераскрепленных элементов вошло два образца одинаковой геометрии с различной толщиной стенки: 6 и 8 мм. Сравнительное исследование показало, что расхождение в предельных силах для первого образца составило +0.1 %, а для второго: –9.9 %. Почти 10 % расхождение объясняется тем фактом, что потере общей устойчивости второго образца предшествовала местная потеря устойчивости сжатого пояса.

Также произведено сравнение результатов, полученных расчетом с помощью разработанного метода с результатами численного исследования, выполненного МКЭ в расчетном комплексе ANSYS Mechanical APDL 12.1.

Всего с помощью МКЭ было исследовано 5 моделей (в том числе одна модель с переменной высотой и шириной). Расчетные модели создавались из оболочек (тип конечного элемента – SHELL181), закрепление концевых сечений моделей принималось шарнирным в двух плоскостях, без кручения концевых сечений, при этом назначаемые торцевые плиты не препятствовали свободной деформации концевых сечений. Марка стали моделей – С245.

Загружение моделей в плоскости стенки происходило по трем схемам, как в задаче о пространственной устойчивости (глава 3). Относительный эксцентриситет $m_{x,L}$ принимался равным 1.5, 7.5 и 15. Эксцентриситеты из плоскости принимались как случайные нормативные (для среднего сечения).

В результате сравнения 45 расчетов было получено, что в 100 % случаев расхождение в предельных силах не превышает 3 %. В диссертационной работе представлены некоторые качественные результаты расчетов (кривые деформирования для среднего по длине сечения и пространственные деформации сечений при определенном уровне нагружения) по предложенному аналитическо-численному методу, которые показали почти полное соответствие с результатами численного исследования МКЭ.

5. Разработана инженерная методика расчета на пространственную устойчивость элементов рам переменной жесткости с введением новых коэффициентов устойчивости, соответствующих СП 16.13330.2011.

Использование разработанного метода расчета в инженерной практике представляется затруднительным, поэтому предлагается производить расчет на пространственную устойчивость внецентренно-сжатых и сжато-изгибаемых в плоскости стенки элементов рам переменной высоты по следующей формуле:

$$\frac{N}{K_{exy} \varphi_{exy} A_{mid}} \leq \gamma_c R_y, \quad (27)$$

где φ_{exy} – коэффициент, зависящий от относительного эксцентриситета $m_{x,L}$ при схеме нагружения продольной силой с односторонними эксцентриситетами (Схема № 1 – рисунок 10), средней условной гибкости $\bar{\lambda}_y^{mid}$, угла взаимного наклона поясов β_1 , соотношения радиусов инерции среднего сечения i_y^{mid} / i_x^{mid} ; K_{exy} – коэффициент, учитывающий схему нагружения элемента (Схема № 2 или 3 – рисунок 10); γ_c – коэффициент условий работы.

В диссертационной работе приведен достаточный объем данных с приведением коэффициентов устойчивости для расчета элементов из углеродистых сталей с расчетным сопротивлением $R_y=23.5...25.5$ кН/см². Некоторые значения коэффициентов φ_{exy} приведены в таблице 1, коэффициентов K_{exy} для Схемы № 2 – в таблице 2, коэффициентов K_{exy} для Схемы № 3 – в таблице 3.

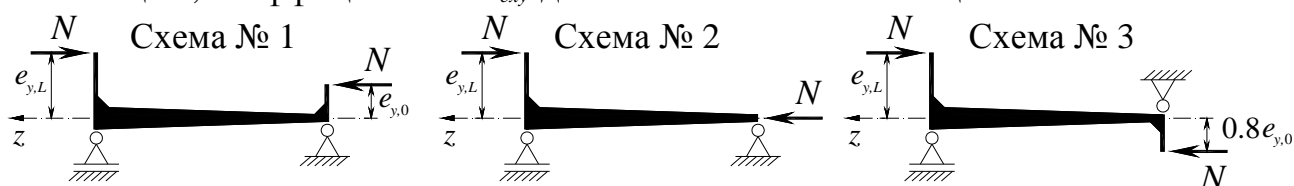


Рисунок 10. Схемы нагружения стержней в плоскости стенки, обозначенные в таблицах 1–3.

Таблица 1. Коэффициенты Φ_{exy} для двутавровых стержней переменной высоты (Схема № 1)

$\bar{\lambda}_y^{mid}$	$\frac{i_y^{mid}}{i_x^{mid}}$	Относительный эксцентриситет в плоскости большей жесткости большего сечения $m_{x,L}$														
		1			5			10			15			20		
		β_1			β_1			β_1			β_1			β_1		
		0.5°	3°	6°	0.5°	3°	6°	0.5°	3°	6°	0.5°	3°	6°	0.5°	3°	6°
3	3	366	391	404	134	145	154	74	81	87	51	56	60	39	43	46
	4	368	390	407	134	144	153	75	80	86	52	56	59	39	43	45
	5	371	391	408	137	146	154	76	81	86	53	56	60	40	43	46
4	3	291	311	316	113	124	135	63	70	78	44	49	55	34	37	42
	4	288	307	319	111	122	131	62	68	74	43	48	52	33	36	40
	5	289	306	318	112	122	130	63	69	74	44	48	51	34	36	39
5	3	229	244	–	95	106	–	54	61	–	37	43	–	29	33	–
	4	225	240	245	92	102	112	52	59	65	36	41	46	28	31	35
	5	225	238	245	93	102	110	53	58	63	37	41	45	28	31	34

Примечание. Коэффициенты Φ_{exy} в таблице увеличены в 1000 раз.

Таблица 2. Коэффициенты K_{exy} для двутавровых стержней переменной высоты (Схема № 2)

$\bar{\lambda}_y^{mid}$	$\frac{i_y^{mid}}{i_x^{mid}}$	Относительный эксцентриситет в плоскости большей жесткости большего сечения $m_{x,L}$														
		1			5			10			15			20		
		β_1			β_1			β_1			β_1			β_1		
		0.5°	3°	6°	0.5°	3°	6°	0.5°	3°	6°	0.5°	3°	6°	0.5°	3°	6°
3	3	1.20	1.10	1.02	1.37	1.24	1.12	1.37	1.27	1.13	1.33	1.28	1.14	1.30	1.28	1.15
	4	1.21	1.12	1.04	1.40	1.29	1.18	1.38	1.32	1.21	1.34	1.33	1.22	1.31	1.33	1.23
	5	1.21	1.13	1.06	1.41	1.32	1.22	1.38	1.35	1.26	1.33	1.34	1.27	1.31	1.33	1.27
4	3	1.17	1.05	1.00	1.38	1.19	1.03	1.42	1.22	1.04	1.43	1.23	1.05	1.44	1.23	1.05
	4	1.17	1.08	1.01	1.41	1.24	1.11	1.46	1.28	1.13	1.47	1.29	1.14	1.48	1.30	1.15
	5	1.17	1.09	1.02	1.42	1.27	1.15	1.47	1.32	1.19	1.49	1.34	1.20	1.50	1.35	1.21
5	3	1.13	1.03	–	1.38	1.13	–	1.44	1.16	–	1.45	1.17	–	1.46	1.18	–
	4	1.14	1.04	1.00	1.41	1.20	1.05	1.47	1.24	1.06	1.49	1.25	1.07	1.50	1.26	1.08
	5	1.14	1.06	1.00	1.42	1.23	1.10	1.48	1.28	1.13	1.50	1.30	1.14	1.52	1.31	1.14

Таблица 3. Коэффициенты K_{exy} для двутавровых стержней переменной высоты (Схема № 3)

$\bar{\lambda}_y^{mid}$	$\frac{i_y^{mid}}{i_x^{mid}}$	Относительный эксцентриситет в плоскости большей жесткости большего сечения $m_{x,L}$														
		1			5			10			15			20		
		β_1			β_1			β_1			β_1			β_1		
		0.5°	3°	6°	0.5°	3°	6°	0.5°	3°	6°	0.5°	3°	6°	0.5°	3°	6°
3	3	1.36	1.18	1.04	1.45	1.40	1.20	1.37	1.40	1.23	1.33	1.36	1.24	1.30	1.33	1.25
	4	1.37	1.22	1.09	1.48	1.48	1.31	1.38	1.41	1.36	1.34	1.36	1.37	1.31	1.34	1.37
	5	1.37	1.24	1.12	1.48	1.50	1.39	1.38	1.41	1.42	1.33	1.35	1.18	1.31	1.33	1.37
4	3	1.31	1.10	1.00	1.66	1.34	1.06	1.60	1.38	1.08	1.53	1.40	1.08	1.50	1.40	1.09
	4	1.32	1.14	1.02	1.72	1.44	1.20	1.64	1.51	1.24	1.57	1.52	1.25	1.54	1.53	1.27
	5	1.31	1.16	1.05	1.75	1.51	1.28	1.64	1.58	1.34	1.58	1.59	1.36	1.55	1.58	1.37
5	3	1.23	1.05	–	1.71	1.25	–	1.77	1.30	–	1.76	1.32	–	1.73	1.33	–
	4	1.25	1.08	1.00	1.78	1.37	1.09	1.85	1.44	1.12	1.84	1.46	1.13	1.81	1.48	1.14
	5	1.24	1.10	1.01	1.80	1.44	1.18	1.89	1.53	1.23	1.86	1.56	1.25	1.82	1.57	1.26

III. ОБЩИЕ ВЫВОДЫ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

В итоге выполненного исследования получены следующие результаты:

1. Представлен эффективный численный алгоритм решения бифуркационных задач устойчивости, основанный на методе конечных разностей, для двутавровых стержней, имеющих переменную высоту стенки и/или ширину поясов с учетом возможного стеснения деформации торцов. Получены новые результаты по критическим параметрам сил и соответствующим им изгибным и изгиб-

но-крутильным формам потери устойчивости, которые необходимы для решения задач о пространственной устойчивости стержней переменной жесткости.

2. Проведено сравнение результатов решения бифуркационных задач устойчивости с МКЭ решением в комплексе ANSYS Mechanical APDL 12.1. Расхождения в значениях критических сил для различных схем нагружения в более чем 74 % случаев не превысило 3 %, в остальных случаях оно составило до 7.5 %, качественное сравнение форм потери устойчивости показало практически полное соответствие между двумя решениями, что свидетельствует о достоверности представленного численного алгоритма.

3. Разработан аналитически-численный метод и программа расчета внецентренно-сжатых бисимметричных стержней двутаврового поперечного сечения с линейно-изменяющейся стенкой и шириной поясов. При разработке метода учтены особенности стесненного кручения таких стержней, связанные с наклоном поясов.

4. Получены новые результаты о пространственной устойчивости стержней переменной жесткости в зависимости от следующих рассматриваемых параметров: гибкости, углов наклона и сужения поясов, схемы нагружения, величины эксцентриситетов, стеснении деформации торцов. С целью практического применения результаты представлены в виде коэффициентов устойчивости.

5. Исследовано влияние различных геометрических параметров на пространственную устойчивость стержней переменной жесткости. При этом выявлены следующие новые результаты:

- увеличение устойчивости стержней переменной жесткости относительно призматических стержней с таким же расходом стали зависит от ряда параметров, используемых в практике проектирования рамных конструкций (гибкости, угла наклона поясов, схемы нагружения, относительных эксцентриситетов). Для стержней с умеренным наклоном поясов (от 3° до 6°), имеющих широкое распространение в рамных конструкциях, повышение устойчивости составляет в среднем от 4 до 32 %;

- учет различия концевых двухосных эксцентриситетов продольной силы позволяет вскрыть резервы несущей способности до 50 %;

- устойчивость при стеснении деформации торцевых сечений повышается и зависит от гибкости; так при нагружении продольной силой с односторонними эксцентриситетами в случае стеснения деформации только большего торцевого сечения повышение может составлять в среднем 15 %, при стеснении обоих торцевых сечений – в среднем 20 %.

6. Произведено сравнение результатов расчетов по разработанному аналитически-численному методу с результатами натурных экспериментов зарубежных авторов, а также с результатами численных исследований автора с помощью МКЭ в комплексе ANSYS Mechanical APDL 12.1. Сравнение с экспериментальными исследованиями показало, что в 79 % случаев (22 из 28 испытанных образцов) расхождение в предельных силах составило до 7 %, а с теоретическими – до 3%. Кроме того, проведено сравнение пространственных перемещений сечений стержней в зависимости от уровня нагружения, ко-

торое показало почти полное соответствие между ними, что свидетельствует о достоверности разработанного аналитически-численного метода расчета.

7. Разработана инженерная методика расчета на пространственную устойчивость двутавровых стержневых элементов рам переменной жесткости из углеродистых сталей, обеспечивающая внедрение результатов по методике, соответствующей СП 16.13330.2011:

$$\frac{N}{K_{exy} \varphi_{exy} A_{mid}} \leq \gamma_c R_y, \text{ где } \varphi_{exy} - \text{коэффициент}$$

пространственной устойчивости для схемы загрузки продольной силой с односторонними эксцентриситетами; K_{exy} – коэффициент перехода к другим схемам загрузки; A_{mid} – площадь среднего поперечного сечения.

IV. ОСНОВНЫЕ НАУЧНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИОННОГО ИССЛЕДОВАНИЯ

Научные статьи, опубликованные в ведущих рецензируемых научных журналах и изданиях, определенных Высшей аттестационной комиссией Министерства образования и науки Российской Федерации:

1. **Аскинази, В. Ю.** Пространственная устойчивость упругих двутавровых стержней с переменной высотой стенки [Текст] / В. Ю. Аскинази // Вестник гражданских инженеров. – 2014. – № 3 (44). – С. 71-76 (0.75 п. л.).

2. **Аскинази, В. Ю.** Пространственная устойчивость двутавровых стержней с переменной высотой стенки в упруго-пластической стадии [Текст] / В. Ю. Аскинази // Вестник гражданских инженеров. – 2015. – № 4 (51). – С. 46-55 (1.25 п. л.).

3. Belyu, G. Overall stability of steel web-tapered members [Текст] / G. Belyu, V. Askinazi // Materials Physics and Mechanics. – 2017. – Vol. 31. – No 1/2. – P. 63-66. (0.46/0.23 п. л.).

Публикации в других изданиях:

4. Белый, Г. И. Изгибно-крутильная устойчивость стержней переменной жесткости [Текст] / Г. И. Белый, В. Ю. Аскинази // Актуальные проблемы современного строительства : 63-я Международ. науч.-техн. конф. молодых ученых (аспирантов, докторантов) и студентов: материалы / С.-Петербург. гос. архитектур.-строит. ун-т. – СПб., 2011. – В 3 ч., ч. 2. – С. 150-154 (0.29/0.145 п. л.).

5. **Аскинази, В. Ю.** Анализ исследований устойчивости элементов переменной жесткости [Текст] / В. Ю. Аскинази // 68-я Науч. конф. профессоров, преподавателей, науч. работников, инженеров и аспирантов университета: материалы / С.-Петербург. гос. архитектур.-строит. ун-т. – СПб., 2011. – В 5 ч., ч. 2. – С. 66-69 (0.23 п. л.).

6. Белый, Г. И. Пространственная устойчивость стержневых элементов рамных конструкций переменной жесткости [Текст] / Г. И. Белый, В. Ю. Аскинази // III Международная практическая конференция «Здания и сооружения из ЛМК: современные стандарты, конструктивные решения и технологии»: материалы. – Минск, 2015. – С. 21-25 (0.58/0.29 п. л.).

7. Белый, Г. И. Пространственная устойчивость элементов рамных конструкций переменной жесткости / Г. И. Белый, **В. Ю. Аскинази** // Интеграция, партнерство и инновации в строительной науке и образовании [Электронный ресурс]: сборник материалов Международной научной конференции (16-17 ноября 2016 г., г. Москва). / Моск. гос. строит. ун-т. – Москва, 2017. – С. 213-217. – Режим доступа:
<http://mgsu.ru/resources/izdatelskayadeyatelnost/izdaniya/izdaniya-otkr-dostupa/>, свободный (дата обращения: 22.02.2017).