

## **ОТЗЫВ**

официального оппонента доктора технических наук, профессора Голоскова Дмитрия Петровича на диссертацию Кузнецовой Дарьи Александровны «Вариационные постановки и аналитические решения физически и геометрически нелинейных задач статики и устойчивости упругих стержней с учетом деформаций растяжения–сжатия и сдвига», представленной на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 05.23.17 – Строительная механика

### **Актуальность темы диссертационной работы**

Представленная на рассмотрение работа Кузнецовой Дарьи Александровны посвящена разработке вариационных и дифференциальных постановок задач статики и устойчивости физически и геометрически нелинейных упругих стержней с учетом жесткостей на растяжение–сжатие, сдвиг и изгиб. А также получению на их основе аналитических решений задач устойчивости упругого стержня, сжатого осевой «мертвой» силой, с произвольными граничными условиями с учетом всех жесткостей.

Диссертационная работа является весьма актуальной. Во-первых. В строительстве всегда наблюдалась тенденция к уменьшению материалоемкости сооружений, применению более легких и практических элементов конструкций. Это зачастую приводит к увеличению вероятности потери устойчивости таких элементов. Таким образом, проверка устойчивости исходной формы равновесия является неотъемлемым шагом при проектировании несущих элементов конструкций.

Основы теории устойчивости стержневых систем были заложены еще в 18 – 19 веках и восходят к классическим работам Леонарда Эйлера. Однако до настоящего времени общепринятого решения задачи

устойчивости стержня с учетом всех его жесткостей — на изгиб, на сдвиг и растяжение–сжатие — не существует.

Таким образом, получение точных решений задачи устойчивости стержневых элементов конструкций, сжимаемых «мертвой» осевой силой, с учетом указанных жесткостей, является актуальным.

Во-вторых, как известно, при исследовании устойчивости наиболее последовательным способом получения уравнений устойчивости является вариационный способ. Однако, вывод уравнений устойчивости как уравнений Эйлера для второй вариации функционала, соответствующего исходной геометрически нелинейной задаче, на практике на сегодняшний день в задачах устойчивости стержней не применялся.

Таким образом, формулировка вариационной задачи для геометрически нелинейных упругих стержней как задачи поиска точки стационарности соответствующего функционала и вывод точных уравнений устойчивости также является актуальным.

### **Структура диссертационной работы**

Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения, списка использованных источников из 115 наименований, включая 49 на иностранном языке, и семи приложений. Основной текст работы изложен на 177 страницах без приложений. Диссертация содержит 33 рисунка и 8 таблиц.

**В введении** обоснованы тема и цели исследования, актуальность и новизна рассматриваемой проблемы, научная и практическая значимость полученных результатов, формулируются задачи исследования, дается краткая характеристика работы. Важным элементом введения является подробный обзор современных подходов и степени изученности проблемы.

**В первой главе** приведены основные понятия, определения и уравнения задачи нелинейного деформирования стержней. Получено

выражение для функционала типа Лагранжа вариационной постановки пространственных статических задач геометрически и физически нелинейных стержней. Приведены основные уравнения и вариационные постановки для плоской задачи нелинейной теории стержней.

**Во второй главе** сформулирована вариационная постановка геометрически нелинейных задач статики и устойчивости упругих стержней; получены необходимое условие точки стационарности функционала Лагранжа, функционал устойчивости и уравнения устойчивости. Здесь же в статической постановке получено универсальное точное решение задач устойчивости стержня, сжатого «мертвой» осевой силой, с учетом жесткости стержня на растяжение–сжатие, сдвиг и изгиб для пяти различных типов граничных условий.

**В третьей главе** сформулирована вариационная постановка геометрически нелинейных задач динамики и устойчивости физически линейных упругих стержней. Получены необходимое условие точки стационарности функционала Гамильтона, динамические функционал устойчивости и уравнения устойчивости. В динамической постановке получено универсальное точное решение задач устойчивости стержня, сжатого «мертвой» осевой силой, с учетом жесткости стержня на растяжение–сжатие, сдвиг и изгиб для пяти различных типов граничных условий, совпадающее с универсальным решением, полученным во второй главе в статической постановке.

**В четвертой главе** произведен анализ устойчивости упругих стержней по упрощенным моделям: теории стержней Тимошенко и теории стержней Бернулли–Эйлера. Для этих моделей получены функционалы устойчивости, уравнения устойчивости и формулы для определения критической силы. Выполнена оценка влияния жесткостей на растяжение–сжатие и сдвиг на значение критической силы. Получено асимптотическое решение задачи устойчивости стержня с заделкой с одной стороны и

шарнирной опорой с другой, сжатого «мертвой» осевой силой. В задаче об устойчивости трехслойного стержня показана возможность использования универсального решения с учетом жесткостей на изгиб, сдвиг и растяжение–сжатие, в котором трехслойный стержень моделируется как однородный с эквивалентными жесткостями.

**В заключении** приведены основные результаты, полученные в диссертационной работе.

### **Научная новизна исследований и полученных результатов**

Научная новизна исследований, полученных результатов, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации Д. А. Кузнецовой не вызывает сомнений и заключается в следующем:

- сформулирована вариационная постановка пространственных и плоских нелинейных задач статики и динамики упругих стержней в виде задач поиска точки стационарности функционалов типа Лагранжа и Гамильтона;
- сформулирована вариационная постановка нелинейных задач устойчивости упругих стержней в виде задач поиска точки стационарности функционала устойчивости и динамического функционала устойчивости;
- статическим и динамическим методами для пяти основных типов граничных условий получено точное аналитическое решение задач устойчивости стержня, сжатого «мертвой» осевой силой, сведенное к универсальной формуле, позволяющей определить значение критической силы с учетом жесткостей на растяжение–сжатие, сдвиг и изгиб;
- для задачи устойчивости стержня, сжатого осевой силой, с заделкой на одном конце и шарнирной опорой на другом, получено асимптотическое решение;
- выполнено сравнение полученных точных решений с известными приближенными решениями, учитывающими либо только

сдвиговую и изгибную жесткости (стержень Тимошенко), либо только изгибную жесткость (стержень Бернулли – Эйлера).

### **Практическая ценность полученных автором результатов**

Практическая ценность результатов диссертационного исследования состоит в том, что полученные автором результаты впервые дают возможность при исследовании устойчивости учесть кроме жесткостей стержня на сдвиг и изгиб, также жесткость на растяжение–сжатие. Таким образом, использование полученной в работе универсальной формулы позволяет более точно определить значение критической силы, вызывающей потерю устойчивости сжатого стержня.

Следует подчеркнуть, что полученные в работе решения задач устойчивости сведены к простым формулам, не более громоздким по виду, чем существующие приближенные формулы, что позволяет достаточно легко оценить устойчивость стержневых конструкций, даже без обращения к сложным программным комплексам.

### **Степень обоснованности и достоверности научных результатов и выводов, сформулированных в диссертации**

В диссертации критически проанализированы достижения и теоретические положения предшествующих исследователей по вопросам оценки устойчивости стержней.

Изучение сделанных выводов и полученных научных результатов позволило установить, что соискатель достаточно глубоко владеет рассматриваемым вопросом. Автором корректно использованы апробированные опытом допущения строительной механики и вариационного исчисления.

Полученные результаты качественно согласуются с результатами, других исследователей.

Достоверность результатов, полученных в диссертационной работе Д. А. Кузнецовой, обеспечивается:

- корректным использованием вариационного исчисления и классического математического аппарата;
- сравнением результатов, полученных автором статическим методом, с результатами, полученными динамическим методом;
- выводом уравнений устойчивости двумя разными способами: как уравнений Эйлера, вытекающих из равенства нулю первой вариации функционала устойчивости, и как уравнений в вариациях уравнений равновесия;
- выводом динамических уравнений двумя разными способами: как уравнений Эйлера, вытекающих из равенства нулю первой вариации динамического функционала устойчивости, и как уравнений в вариациях уравнений движения;
- сравнением решений задачи устойчивости для упрощенной модели стержня Бернулли – Эйлера с учетом только изгибной жесткости, вытекающих из полученных в работе новых точных решений задачи устойчивости, учитывающих жесткости стержня на растяжение – сжатие, сдвиг и изгиб, с классическими общеизвестными решениями для стержня Бернулли – Эйлера.

### **Апробация работы**

Основные результаты диссертационной работы прошли апробацию в научной печати и публичных выступлениях автора с докладами на четырнадцати научных конференциях и симпозиумах в период с 2013 г. по 2015 г.

### **Публикации**

Основные научные результаты, выводы и практические рекомендации представлены в восьми публикациях. Шесть статей опубликовано в ведущих рецензируемых научных журналах и изданиях,

определенных ВАК Министерства образования и науки РФ. Эти публикации отражают все существенные стороны диссертации.

### **Критические замечания и недостатки**

Положительно оценивая рассматриваемую работу в целом, отмечая ее высокий научный уровень, достаточную степень обоснованности научных положений, выводов и рекомендаций, стоит отметить ряд замечаний.

1. На стр. 38 приведена формула (1.106) для энергии деформации стержня из физически линейного материала. В этой формуле отсутствует перекрестный член типа  $E \cdot S \cdot \Psi$ . Желательно было бы пояснить, почему?
2. В § 1.5 «Вариационная постановка нелинейных задач статики упругих стержней» на стр. 46 ошибочно утверждается, что доказана эквивалентность дифференциальной и вариационной постановок задачи. На самом деле приводится вывод уравнений Эйлера для функционала Лагранжа, которые являются лишь необходимыми условиями экстремума функционала. Для эквивалентности следовало бы доказать и достаточность этих условий. Аналогичное замечание относится к стр. 65 (§ 2.1), стр. 96 (§ 2.6), стр. 138 (§ 3.1).
3. Автор непоследовательно использует обозначения некоторых величин. Так, на стр. 35 введено обозначение  $\Pi$  для линейной плотности энергии деформации, на стр. 44 — обозначение  $L$  для функционала Лагранжа. На стр. 60 энергия деформации обозначена как  $W$  (формула (1.211)), а на стр. 62 буквой  $\Pi$  обозначен функционал Лагранжа (формула (2.1)).
4. На стр. 112 получено характеристическое уравнение (2.67). При анализе этого уравнения автор рассматривает только вариант  $\sin \frac{\lambda L}{2} = 0$ . Желательно было бы пояснить, почему?

5. На стр. 132 приведена система нелинейных алгебраических уравнений, из которых находится критическое значение силы. Как решалась эта система?
6. На стр. 156 приведен рис. 4.2 — сравнение результатов расчета. Желательно было бы привести явные формулы в безразмерном виде, по которым построены графики на этом рисунке.
7. В работе имеются опечатки. Например, на стр. 107 приведена ошибочная формула решения квадратного уравнения, на стр. 132 нарушена нумерация формул — после формулы (2.115) идет формула (2.144), потом появляется формула (2.117), что несколько затруднило чтение работы.

Однако отмеченные недостатки носят рекомендательный характер, не относятся к главному содержанию работы и не существенно влияют на общую оценку работы. Предложенные рекомендации могут быть учтены автором в дальнейших научных исследованиях. В целом, работа выполнена на высоком профессиональном уровне и хорошо оформлена.

### **Заключение**

Диссертационная работа Д. А. Кузнецовой «Вариационные постановки и аналитические решения физически и геометрически нелинейных задач статики и устойчивости упругих стержней с учетом деформаций растяжения – сжатия и сдвига» соответствует специальности 05.23.17 «Строительная механика», содержит научные положения и выводы, отвечающие квалификационным требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям.

Представленная диссертационная работа соответствует требованиям п. 9 «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденного Постановлением РФ от 24 сентября 2013 г. № 842, предъявляемым ВАК к кандидатским диссертациям, а ее автор – Кузнецова Дарья Александровна

заслуживает присуждения ученой степени кандидата технических наук по специальности 05.23.17 – «Строительная механика».

Официальный оппонент:

Доктор технических наук, профессор,  
заведующий кафедрой «Прикладная математика»  
Федерального государственного бюджетного  
образовательного учреждения высшего образования  
«Государственный университет морского и речного  
флота имени адмирала С.О. Макарова»

Голосков  
Дмитрий Петрович

адрес: 198035, г. Санкт-Петербург,  
ул. Двинская, 5/7,  
Тел. 8 (812) 748-96-56;  
E-mail: [GoloskokovDP@gumrf.ru](mailto:GoloskokovDP@gumrf.ru)  
30 августа 2016 г.



2017